Die Förderung der Modellierungsfähigkeit im Mathematikunterricht der Grundschule

-

Der Einfluss alltagsnaher und abstrakt-symbolischer Handlungsorientierung auf die mathematische Modellierungsfähigkeit und die Lernmotivation von Grundschulkindern

Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doktorwürde
der Philosophischen Fakultät II (Psychologie und Pädagogik)
der Universität Regensburg

vorgelegt von

Tobias Barwanietz aus
93309 Kelheim
im Jahr 2005

Regensburg, im Juli 2005

Erstgutachterin: **Frau Prof. Dr. Maria Fölling-Albers**

Zweitgutachter: **Herr Prof. Dr. Rudolf vom Hofe**

Drittgutachter: **Herr Prof. Dr. Klaus-Peter Wild**

Inhaltsverzeichnis

VORWORT 6

ZUSAMMENFASSUNG 7

EINLEITUNG 8

THEORETISCHER TEIL – MATHEMATIK

1. MATHEMATISCHE GRUNDBILDUNG UND MATHEMATISCHE MODELLIERUNGSFÄHIGKEIT 10

2. MATHEMATISCHE GRUNDVORSTELLUNGEN ALS BASIS MATHEMATISCHER MODELLIERUNGSFÄHIGKEIT 13

2.1 Das Grundvorstellungskonzept 13

2.2 Mathematisches Grundverständnis und Modellierungsfähigkeit 16

2.3 Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen 19
2.3.1 Alltagsnahe Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen 19
2.3.1.1 Alltagsnahe Grundvorstellungen zur Größe ‚Anzahl' 19
2.3.1.2 Alltagsnahe Grundvorstellungen zu weiteren Größen 24
2.3.2 Abstrakt-symbolische Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen 25

3. FÖRDERUNG DER MATHEMATISCHEN MODELLIERUNGSFÄHIGKEIT 28

3.1 Textaufgaben als Untersuchungsgegenstand 28

3.2 Kognitionspsychologische Grundlagen des Modellierungsprozesses beim Bearbeiten von Textaufgaben . 30
3.2.1 Textverarbeitungsmodelle und mathematisch-logische Modelle 30
3.2.2 Mentale Repräsentation von Grundvorstellungen 34
3.2.2.1 Grundvorstellungen als Gedächtnisinhalte 34
3.2.2.2 Grundvorstellungen aus kognitivistischer Sicht 36
3.2.2.3 Grundvorstellungen aus konstruktivistischer Sicht 39
3.2.3 Mathematische Modellierungsfähigkeit als konzeptuelles Problemverständnis 42

3.3 Alltagsnahe und abstrakt-symbolische Handlungsorientierung 46
3.3.1. Ebenen mathematischer Problemrepräsentation 46
3.3.2 Alltagsnahe Handlungsorientierung 49
3.3.2.1 Kognitive Entwicklung ‚vom Konkreten zum Abstrakten' 49
3.3.2.2 Die Bedeutung konkreter Materialien für die mathematische Modellierungsfähigkeit 51
3.3.2.2.1 Handlungen als Grundlage für die Ausbildung von Grundvorstellungen 51
3.3.2.2.2 Veranschaulichung und mathematische Modellierungsfähigkeit 53
3.3.3 Abstrakt-symbolische Handlungsorientierung 55
3.3.3.1 Die Bedeutung mathematischer Symbole 55
3.3.3.2 Aktivierung sekundärer Grundvorstellungen 59
3.3.3.3 Ebenen der Aufmerksamkeitsfokussierung 60
3.3.3.3.1 proceptual - conceptual representation 60
3.3.3.3.2 Das mathematische Modell als Beziehung zwischen ‚procepts' 61
3.3.3.4 Phase der Modellierung im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm 63

3.4 Zusammenfassung 65

THEORETISCHER TEIL – LERNMOTIVATION

4. LERNMOTIVATION IM KONTEXT DER FÖRDERUNG DER MATHEMATISCHEN MODELLIERUNGSFÄHIGKEIT 67

4.1 Unterscheidung - Motivation und Motive 68

4.2 Elemente aktueller Lernmotivation 69

4.3 Das Interessenkonzept 73
4.3.1 Gegenstandspezifität des Interesses 73
4.3.2 Merkmale der Person-Gegenstands-Relation 75
4.3.2.1 Epistemische Orientierung 75
4.3.2.2 Gefühlsbezogene Valenz 76
4.3.2.3 Wertbezogene Valenz 77
4.3.2.4 Selbstintentionalität 78
4.3.3 Entstehung und Förderung von Interesse 78

4.4 Intrinsische und Extrinsische Motivation 81
4.4.1 Traditionelle Unterscheidung 81
4.4.2 Selbstbestimmungstheorie der Lernmotivation 82

4.5 Das Konzept der Selbstwirksamkeitserwartung 84

EMPIRISCHER TEIL

5. DARSTELLUNG DER FORSCHUNGSFRAGEN 88

5.1 Entwicklung der zentralen Forschungsfragen zur mathematischen Modellierungsfähigkeit 88

5.2 Entwicklung der zentralen Forschungsfragen zur Lernmotivation 92

6. DARSTELLUNG DER UNTERSUCHUNGSMETHODE 97

6.1 Untersuchungsprozedur 97
6.1.1 Die Textaufgaben der Trainingsprogramme 99
6.1.2 Die Stichprobe 104
6.1.2.1 An der Studie beteiligte Schülerinnen und Schüler 104
6.1.2.2 An der Studie beteiligte Lehrerinnen und Lehrer 105
6.1.3 Die Treatments - Darstellung der Trainingsprogramme 105

6.2 Messinstrumente der vorliegenden Untersuchung 107
6.2.1 Die Erfassung der mathematischen Modellierungsfähigkeit 107
6.2.2 Die Erfassung der Lernmotivation 111
6.2.2.1 Erfassung der abhängigen Variablen 113
6.2.2.1.1 Interesse 113
6.2.2.1.2 Selbstwirksamkeitserwartung 114
6.2.2.1.3 Motivationsstil 115
6.2.2.2 Erfassung der Kontrollvariablen 116
6.2.2.2.1 Amotivation 117
6.2.2.2.2 Leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft 118
6.2.2.2.3 Instrumenteller Nutzen 119
6.2.3 Die Erfassung des Vergleichsunterrichts 121

7. ERGEBNISDARSTELLUNG DER MATHEMATISCHEN AUSWERTUNG . 123

7.1 Vorbereitende Analysen 123
7.1.1 Darstellung der abhängigen Variablen 123
7.1.2 Deskriptive Kennwerte der abhängigen Variablen 125
7.1.2.1 Prätestleistungen 125
7.1.2.1.1 Prätestleistungen (deskriptive Analysen) 125
7.1.2.1.2 Analyse der Ausgangslage – mathematische Prätestleistungen 129
7.1.2.2 Posttestleistungen (deskriptive Analysen) 129
7.1.2.3 Lernzugewinne (deskriptive Analysen) 133
7.1.3 Deskriptive Analyse der Einzelaufgaben 137
7.1.3.1 Textaufgaben (einfach) 137
7.1.3.2 Textaufgaben (komplex) 153

7.2 Förderwirkungen der Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts 164
7.2.1 Ergebnisse im Lernzugewinn 167
7.2.1.1 Lernzugewinn bei einfachen Textaufgaben 167
7.2.1.2 Lernzugewinn bei komplexen Textaufgaben 169
7.2.1.3 Lernzugewinn bei den gesamten Textaufgaben 170
7.2.2 Ergebnisse im mathematischen Posttest 172
7.2.2.1 Posttestleistungen bei den einfachen Textaufgaben 172
7.2.2.2 Posttestleistungen bei den komplexen Textaufgaben 174
7.2.2.3 Posttestleistungen bei den gesamten Textaufgaben 175

7.3 Diskussion der mathematischen Ergebnisse 176
7.3.1 Die Effektivität abstrakt-symbolischer Aktivitäten 176
7.3.2 Die Problematik des Vorgehens ‚Vom Konkreten zum Abstrakten' 179
7.3.3 Zur Kritik an den Trainingsprogrammen 181
7.3.3.1 Vorerfahrungen beim Lösen von Textaufgaben 182
7.3.3.2 Metakognitive Aspekte bei mathematischen Problemlösungen 183
7.3.3.3 Die Verschränkung kognitiver Prozesse im Modellbildungsprozess 184
7.3.4 Zur Begrifflichkeit: ‚Alltagsnähe' und ‚Handlungsorientierung' 187

8. LERNMOTIVATIONALE AUSWERTUNG 191

8.1 Vorbereitende Analysen 191
8.1.1 Voranalysen zu den verwendeten Skalen 191
8.1.2 Analyse der lernmotivationalen Ausgangslage 197

8.2 Motivationale Wirkungen der Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts 202
8.2.1 Darstellung der Ergebnisse - Motivationsstil 203
8.2.1.1 Intrinsische Motivation 203
8.2.1.2 Identifizierte Regulation 205
8.2.1.3 Introjizierte Regulation 207
8.2.1.4 Externale Regulation 209
8.2.2 Darstellung der Ergebnisse - Interesse 211
8.2.3 Darstellung der Ergebnisse - Selbstwirksamkeitserwartung 213

8.3 Diskussion der Ergebnisse bzgl. Lernmotivation 215
8.3.1 Selbstbestimmungstheorie der Lernmotivation 215
8.3.2 Interesse beim Lösen von Textaufgaben 218
8.3.3 Selbstwirksamkeitserwartungen beim Lösen von Textaufgaben 221

9. ZUSAMMENSCHAU 223

LITERATUR: 227

ANHANG 264

Vorwort

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, die mich bei der Entstehung dieser Arbeit begleitet haben. Diese Dissertation wäre ohne die Unterstützung verschiedener Personen nicht möglich gewesen.

Mein besonderer Dank gilt Frau Prof. Dr. M. Fölling-Albers, die unzählige Stunden aufgewendet hat, um mir mit fachlichem und persönlichem Rat jederzeit zur Seite zu stehen. Herzlichen Dank für Ihr Interesse, die Betreuung und Begutachtung dieser Arbeit und v.a. für die Bereitschaft sich immer Zeit für mich zu nehmen.
Mein weiterer Dank gilt Herrn Prof. Dr. R. vom Hofe sowie Herrn Prof. Dr. K.P. Wild, die mit ihrer konstruktiven Kritik einen wesentlichen Beitrag zum Gelingen dieser Arbeit geleistet haben.

Ich bedanke mich bei Herrn Dr. G. Moro, dem Leiter des Schulamtes Kelheim, sowie den Rektoren der beteiligten Schulen dafür, dass sie die Befragungen genehmigt und damit zu einem reibungslosen Ablauf dieser Studie beigetragen haben.
Ich danke allen Lehrerinnen und Lehrern, die sich bereit erklärt haben an der Durchführung der Vor- oder Hauptuntersuchungen teilzunehmen - mein Dankeschön richtet sich damit auch an alle Schülerinnen und Schüler, die im Verlauf der Studie eine Vielzahl von Fragebögen bearbeitet und ausgefüllt haben.

Mein ganz besonderer Dank gilt meiner Frau Alexandra und unserem Sohn Daniel, die über viele Monate hinweg tapfer auf so vieles verzichtet haben. Ihr musstet feststellen, dass ein Tag eben doch nur 24 Stunden hat, und dass bei der Erstellung dieser Dissertation viele gemeinsame Stunden oftmals das Nachsehen haben mussten. Ich bedanke mich ganz herzlich bei euch für euer liebevolles Verständnis.
Liebe Alexandra, ein riesiges Dankeschön an dich - wir alle wissen, dass ich es ohne deine Hilfe, deine aufmunternden Worte … dass ich es ohne dich niemals geschafft hätte diese Arbeit fertig zu stellen.

Regensburg, im Juli 2005 Tobias Barwanietz

Zusammenfassung

Flexibel anwendbare mathematische Grundvorstellungen sind die mentale Basis mathematischen Grundverständnisses und damit unabdingbare Voraussetzung für mathematische Modellbildung. In der vorliegenden Untersuchung wurde die von Hasemann & Stern (2002) vorgenommene Unterscheidung zwischen „alltagsnaher“ und „abstrakt-symbolischer“ Handlungsorientierung beim Umgang mit Textaufgaben im Mathematikunterricht auf das Konzept der mathematischen Grundvorstellungen angewendet, um ausgehend von primären bzw. sekundären Grundvorstellungen der Addition und Subtraktion mathematischer Größen zwei Förderprogramme zur mathematischen Modellbildung zu entwickeln.

Im Mittelpunkt der vorliegenden Interventionsstudie, die in zehn Klassen (N=239) am Ende der 2. Jahrgangsstufe durchgeführt wurde, stand die Frage, wie sich die beiden Förderprogramme einerseits auf die Modellierungsfähigkeit, andererseits auf die Lernmotivation der Grundschulkinder auswirken. Dazu wurde das alltagsnahe Förderprogramm in drei Klassen eingesetzt, ebenso das abstrakt-symbolische Förderprogramm. Vier Klassen standen zudem als Vergleichsklassen zur Verfügung. Der Lernzugewinn bezüglich der mathematischen Modellierungsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler wurde jeweils mit Hilfe von Prä- und Posttests ermittelt, welche einfache und komplexe Textaufgaben zu unterschiedlichen mathematischen Größenbereichen (Anzahlen, Längen, Massen, Zeitdauern und Geldwerte) enthielten. Die Lernmotivation der Schülerinnen und Schüler wurde in den Variablen Motivationsstil (intrinsische Motivation, identifizierte und introjizierte Regulation, extrinsische Motivation), Interesse und Selbstwirksamkeitserwartung jeweils zu vier Messzeitpunkten mit Hilfe von Schüler-Fragebögen erhoben.

Es zeigte sich, dass beide Trainingsprogramme höhere Lernzugewinne im mathematischen Posttest nach sich zogen als der Vergleichsunterricht. Das abstrakt-symbolische Förderprogramm zeichnete sich insgesamt als das effektivste Programm ab. Insbesondere bei den im mathematischen Prätest schwächeren Grundschulkindern konnte mit diesem Trainingsprogramm der größte Lernzugewinn erzielt werden. Außerdem wurde deutlich, dass die Schülerinnen und Schüler, die dieses Trainingsprogramm durchlaufen haben, mit höher ausgeprägten Selbstwirksamkeitserwartungen an das Lösen von Textaufgaben herangehen. Schülerinnen und Schüler, die das alltagsnahe Förderprogramm

durchlaufen haben, gehen mit höherem Interesse an das Lösen von Textaufgaben. Insgesamt zeichnete sich im Bereich der Lernmotivation ab, dass beide Trainingsprogramme das Lösen von Textaufgaben unter selbstbestimmt wahrgenommenen Formen der Lernmotivation (intrinsische Motivation und identifizierte Regulation) unterstützen.

Einleitung

In der vorliegenden Studie wurden die beiden Trainingsprogramme (alltagsnahes Trainingsprogramm vs. abstrakt-symbolisches Trainingsprogramm) zur Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit bei Grundschulkindern eingesetzt (vgl. Hasemann & Stern 2002). Im Zentrum des Forschungsinteresses standen zwei wesentliche Fragestellungen. Eine erste betrifft die Evaluation der beiden Trainingsprogramme bezüglich der Effektivität, d.h. des in ihnen liegenden Potentials die Modellierungsfähigkeit bei Grundschulkindern zu entwickeln; eine zweite Fragestellung betrifft das Motivationspotential der beiden Förderprogramme.

In der Aufarbeitung des theoretischen Hintergrundes wird in den ersten beiden Kapiteln, ausgehend vom Konzept mathematischer Grundvorstellungen der Addition und Subtraktion, das der vorliegenden Untersuchung zu Grunde liegende Verständnis einer flexiblen mathematischen Modellierungsfähigkeit entwickelt. Ausgangspunkt für die theoretischen Überlegungen stellt die übergeordnete, internationale Rahmenkonzeption der mathematischen Grundbildung dar, die der zentrale Untersuchungsgegenstand der zurückliegenden internationalen Schulleistungsvergleiche TIMSS, PISA und zuletzt IGLU im mathematischen Bereich war.

Im dritten Kapitel dieser Arbeit werden die Grundzüge und Prinzipien der beiden zur Untersuchung stehenden mathematischen Trainingsprogramme als Förderprogramme der mathematischen Modellierungsfähigkeit im Mathematikunterricht der Grundschule erörtert. Ausgehend vom Lösungsprozess mathematischer Textaufgaben werden das alltagsnahe und das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm als zwei Instruktionsformen des Mathematikunterrichts dargestellt.

Inwieweit die Schülerinnen und Schüler in den beiden Trainingsprogrammen bereit sind, anstrengende, dauerhafte und intensive Lernbemühungen auf sich zu nehmen, d.h. inwieweit die beiden Trainingsprogramme fähig sind, die Schülerinnen und Schüler zu motivieren, ist Gegenstand der zweiten Fragestellung der vorliegenden Untersuchung. Die theoretischen Grundlagen, soweit sie für die untersuchten Aspekte der Lernmotivation relevant sind, werden im vierten Kapitel dieser Arbeit diskutiert.

Der empirische Teil der vorliegenden Studie widmet sich zunächst auf der Grundlage der theoretischen Ausführungen der Entwicklung der wesentlichen Forschungsfragen sowie der Darstellung des Untersuchungsdesigns. Die Ergebnisse der Studie werden in zwei Teilen präsentiert:

Der mathematische Ergebnisteil präsentiert und diskutiert die Wirkungen der Trainingsprogramme bezüglich der mathematischen Modellierungsfähigkeit. Im motivationalen Ergebnisteil werden die motivationalen Wirkungen der beiden Trainingsprogramme dargestellt und in einer anschließenden Diskussion erörtert.

Eine Zusammenschau, die die Studie in einen übergeordneten Forschungszusammenhang einordnet, schließt den empirischen Teil der vorliegenden Arbeit ab.

1. Mathematische Grundbildung und mathematische Modellierungsfähigkeit

Die aktuelle Bildungspolitik sowie die mathematikdidaktische Forschung (vgl. zusammenfassend Walther, Geiser, Langeheine & Lobemeier 2003) orientiert sich im Zuge der öffentlichen und wissenschaftlichen Diskussion über den Ist- und Sollzustand der mathematischen Leistungsfähigkeit der deutschen Schülerinnen und Schüler sehr stark an den zurückliegenden internationalen Schulleistungsvergleichs-Studien (TIMSS, PISA und IGLU). Es besteht ein breiter Konsens darüber, was an mathematischer Grundbildung verstanden wird (vgl. Walther, Geiser, Langeheine & Lobemeier 2003; Baumert u.a. 2001; Neubrand 2001a, 2001b). Zusammengefasst kann die zentrale Auffassung von einem allgemein bildenden Mathematikunterricht in drei Forderungen zum Ausdruck gebracht werden. „Der Mathematikunterricht sollte anstreben, die folgenden drei Grunderfahrungen, die vielfältig miteinander verknüpft sind, zu ermöglichen:

(1) Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,

(2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,

(3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen (heuristische Fähigkeiten), zu erwerben.“ (Winter 1995, S.37)

Auf internationaler Ebene wird mathematische Grundbildung als „mathematical literacy“ in Analogie zur Lesefähigkeit beschrieben. „Mathematical literacy is an individual’s capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make well-founded mathematical judgements and to engage in mathematics, in ways that meet the needs of that individual’s current and future life as a constructive, concerned and reflective citizen.” (OECD/PISA 2004). Der Begriff der mathematischen Grundbildung verbindet somit in gleicher Weise den Umgang mit inhaltlichen, begrifflichen sowie formalen Kenntnissen und besteht aus weit mehr als der Beherrschung

mathematischer Fertigkeiten und Verfahren, indem der verständnisvolle Umgang mit Mathematik und die Fähigkeit, mathematische Begriffe als Werkzeuge in einer Vielfalt von Kontexten einzusetzen, betont wird (vgl. Stanat u.a. 2002, S. 6; Neubrand 2001a, 2001c; Neubrand & Klieme 2002).
Diese Auffassung mathematischer Grundbildung ist maßgeblich von den Sichtweisen des niederländischen Mathematikers und Didaktikers Hans Freudenthal (1977, 1983) geprägt, der das Lehren und Lernen von Mathematik, von der Phänomenologie mathematischer Inhalte als eine Reflexion darüber versteht, wo und wie mathematische Begriffe in der Lebenswelt verankert sind. Der Umgang mit und das Lehren von Mathematik darf dabei nicht von der Vermittlung formaler Grundlagen und von den Phänomen losgelöster Lernprozesse bestimmt sein. Vielmehr plädiert Freudenthal für einen genetischen Mathematikunterricht, der auf eigenständigen, aktiv-entdeckenden Lernformen basiert und sowohl inner- als auch außermathematische Problemkontexte aufgreift (vgl. v. Hofe 2003, S.5; v. Hofe & Kleine 2002, S. 123).

Vor dem Hintergrund der mathematischen Grundbildung als „mathematical literacy" lässt sich der Umgang mit Mathematik im Allgemeinen und die Behandlung spezifischer mathematischer Probleme mit Bezug auf (inner- und außermathematische) Anwendungen im Wesentlichen als zyklischer Prozess der Modellbildung beschreiben (vgl. Blum 1993; Schupp 1988):

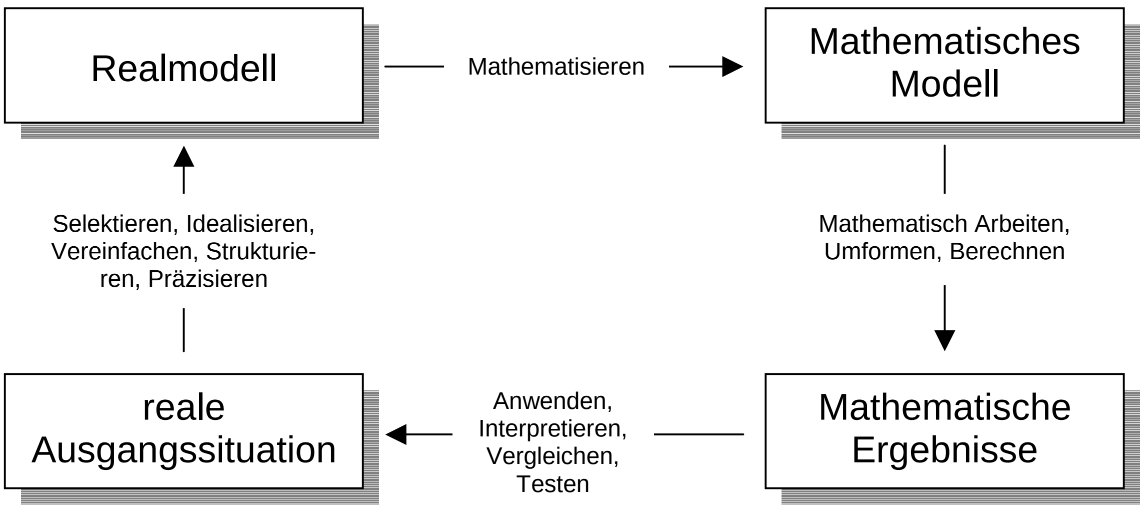


Abbildung 1.1: Modellbildungsprozess
(nach Walther, Geiser, Langeheine & Lobemeier 2003, S.191)

Jede reale Situation der Alltagswelt beinhaltet viele Perspektiven zugleich, z.B. ökonomische Aspekte, ökologische, ästhetische, soziale, menschliche, kommunikative, physiologische, physikalische usw. (vgl. Lorenz 1995). Kein Aspekt kann für sich beanspruchen, der wichtigste zu sein. Erst die jeweils vorliegende Problemstellung fokussiert die Aufmerksamkeit auf die jeweils wesentlichen Aspekte der Situation. Der mathematische Aspekt einer Situation ist also nur einer unter vielen - er liegt in einem gewissen Sinne als Struktur der Situation zu Grunde und wird erst mit Blick auf eine bestimmte Fragestellung sichtbar gemacht. Das Wesen mathematischer Textaufgaben ist es, dass durch Idealisierung, Strukturierung, Vereinfachung, Präzisierung usw. andere Details der Situation vernachlässigt werden, so dass die Aufmerksamkeit auf den mathematischen Aspekt gelenkt wird (vgl. Lorenz 1991, 1995).
Als Realmodell, d.h. als vereinfachende Darstellung der Realität, die nur einigermaßen objektivierbare Teilaspekte berücksichtigt (vgl. Henn 1997), wird die Situation mathematisiert, d.h. es werden Begriffe oder Verfahren gesucht, durch die sich die Sachsituation auf mathematischer Ebene darstellen lässt. Mit Hilfe mathematischer Überlegungen, z.B. Rechnungen, Termumformungen usw. werden innerhalb der Mathematik Ergebnisse, z.B. in Form von natürlichen Zahlen, Termen usw. ermittelt, die dann im Hinblick auf die Sachsituation angewendet und interpretiert werden können. Dabei zeigt sich, ob sich das mathematische Modell bezüglich der Problemstellung als geeignet erwiesen hat oder ob gewisse Schritte im Modellbildungsprozess verändert werden müssen oder sogar der gesamte Modellierungszyklus erneut durchlaufen werden muss (vgl. Blum 1996; Schupp 1988; v. Hofe 2003).

Das für einen derartigen Prozess notwendige „Bündel komplexer kognitiver Prozesse“

- der Gewinnung eines Verständnisses der Sachstruktur,
- der Herausschälung eines Realmodells,
- der Mathematisierung und Formalisierung der Sachstruktur mit Hilfe eines mathematischen Modells,
- sowie der Rückbeziehung des Modells auf die jeweilige Fragestellung wird als mathematische Modellierungsfähigkeit bezeichnet (vgl. Walther, Geiser, Langeheine & Lobemeier 2003, S.191).

Mathematische Modellierungsfähigkeit beschreibt also einen Prozess, bei dem das mathematische Modell durch kognitive Aktivitäten mit der Problemsituation verknüpft wird. Hierbei kommen Prozesse des Abstrahierens, des Idealisierens, der Identifikation relevanter Elemente der Sachstruktur, des Formalisierens und der Auswahl bzw. Entwicklung einer passenden mathematischen Struktur zum Tragen (zum Prozess des Abstrahierens vgl. z.B. Dörfler 1991). Die wesentlichen kognitiven Aktivitäten sind hierbei das Verbinden realer Situationen der Alltagswelt und der Ebene der Mathematik, wenn z.B. zu einer Sachsituation eine geeignete Mathematisierung gefunden wird oder wenn ein mathematisches Ergebnis wieder mit Blick auf die vorliegende Problemstellung zu interpretieren ist.

Hierfür sind Vorstellungen davon notwendig, welche mathematischen Inhalte oder Verfahren zu einer vorliegenden Problemsituation passen könnten oder umgekehrt, welche Situationen sich mit bestimmten mathematischen Inhalten modellieren lassen, z.B.: Wer mit dem Verfahren der Addition nicht die Vorstellung des Hinzufügens oder Vereinigens verbindet, kann selbst einfachste Problemstellungen bzw. Textaufgaben dieser Art nicht erfassen oder entsprechende Sachsituationen modellieren. Derartige Vorstellungen im Sinne der kognitiven Verknüpfung von Sachverhalten mit mathematischen Inhalten - als mentale Grundlage der mathematischen Modellierungsfähigkeit - werden im Konzept mathematischer Grundvorstellungen diskutiert (vgl. v. Hofe 1995, 1996, 2003; v. Hofe & Kleine 2002).

2. Mathematische Grundvorstellungen als Basis mathematischer Modellierungsfähigkeit

2.1 Das Grundvorstellungskonzept

Die Idee mathematischer Grundvorstellungen wurde von v. Hofe (1995) unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Traditionen der Mathematikdidaktik systematisch aufgearbeitet und zu einem umfassenden Grundvorstellungskonzept erweitert. Ziel des Grundvorstellungskonzepts ist es die Vielperspektivität der Beziehungen zwischen mathematischen Inhalten auf der einen Seite, individuell-psychologischen Lernprozessen und realen Sachkontexten auf der anderen Seite systematisch zu diskutieren und darzustellen, um daraus Möglichkeiten für Schule und Unterricht zu entwickeln und mathematische Inhalte mit Bedeutungen und Vorstellungen zu verbinden.

In der Didaktik des Mathematikunterrichts entwickelt(e) sich das Konzept mathematischer Grundvorstellungen zu einer umfassenden Unterrichts- und Analysegrundlage, das zentrale Fragen eines aktuellen, allgemein bildenden Mathematikunterrichts aufgreift (vgl. dazu Bender 1991; Greer 1992a, 1992b). Berücksichtigung fanden und finden dabei unterschiedlichste Aspekte der wissenschaftlichen Diskussion über mathematische Grundvorstellungen. Sowohl im deutschsprachigen als auch im internationalen Bereich gab und gibt es zahlreiche Vertreter, die die psychologischen und pädagogischen Hintergründe des vorliegenden Grundvorstellungskonzepts implizit oder explizit aufgreifen, um die zentralen Prozesse der mathematischen Begriffs- und Modellbildung zu beschreiben bzw. zu untersuchen: So ist bei Lorenz (1998) von „Vorstellungsbildern“, bei Bauersfeld (1978) von „Handlungsbildern“, bei Fischer & Malle (1985) von „Fehlvorstellungen“, bei Fischbein (1989) von „intuitive meaning“ und „tacit models“, bei Treffers (1987) von „visualizing“, bei Fischbein, Deri, Nello & Marino (1985) von „implicit models“, bei Marshall (1995) von Vorstellungen als „Schemes“ und bei Tall (1996) vom umfassenden Konzept mathematischer „procepts“ die Rede.

Den unterschiedlichen Begrifflichkeiten gemeinsam ist eine grundlegende Auffassung, die Vorstellungen und Vorstellungsbilder als Mittler zwischen Individuum, Realität und Mathematik zu Begriffen, Verfahren und Argumentationsmustern, also allgemein zu mathematischen Inhalten, ansieht (vgl. Radatz 1989). Die Grundvorstellungsidee umfasst damit sowohl mathematisch-sachlogische als auch lernpsychologische Aspekte, indem Beziehungen zwischen mathematischen Inhalten und dem Phänomen der individuellen Begriffsbildung beschrieben werden (vgl. v. Hofe 1995, S.97).

Zusammengefasst handelt es sich bei mathematischen Grundvorstellungen um inhaltliche Vorstellungen, die von einem Lernenden z.B. mit mathematischen Begriffen oder Operationen - oder allgemein ausgedrückt mit mathematischen Inhalten - auf mentaler Ebene in Verbindung gebracht werden (sollen) (vgl. Bender 1991). Grundvorstellungen erfassen zum einen das, was ein Lernender sich vorstellt, wenn z.B. von natürlichen Zahlen, der Addition und Subtraktion usw. die Rede ist - auf psychologischer Ebene sind Grundvorstellungen also als mentale Modelle Bedeutungsträger eines mathematischen Inhalts und repräsentieren den Kern des jeweiligen mathematischen Inhalts. Zum anderen werden mathematische Inhalte in neuen Sachsituation durch Grundvorstellungen erst anwendbar, indem sie das Wiedererkennen bereits verinnerlichter mathematischer Strukturen in neuen Sachsituationen ermöglichen (Blum & Wiegand 1998, S.30).

Auf dieser Grundlage ist die Entwicklung und Förderung mathematischer Modellierungsfähigkeit nur durch eine adäquate Entwicklung mathematischer Grundvorstellungen möglich (vgl. v. Hofe 2003). Eine Vernachlässigung der Ausbildung von Grundvorstellungen kann zu systematischen Fehlstrategien führen, zu unreflektierter bzw. formaler Anwendung mathematischer Verfahren, deren Sinn nicht verstanden wurde und letztlich zu einer unzureichenden Durchdringung inner- und außermathematischer Problemstellungen (vgl. dazu die qualitativen Studien zu mathematischen Grundvorstellungen bei v. Hofe 1998, 2001a; Fischbein 1989, 1990).
Gerster & Schulz (1998) folgern aus einer intensiven Aufarbeitung der wissenschaftlichen Literatur und eigenen Untersuchungen, dass insbesondere eingeschränkte Zahl- und Operationsvorstellungen wesentliche Gründe für Rechenschwäche darstellen. Es wird gefordert, dass vorhandene und erprobte Methoden und Materialien, die gezielt auf die Förderung entsprechender mentaler Repräsentationen als Grundlage für ein breites Zahl- und Operationsverständnis ausgerichtet sind, in der Lehre der Mathematik genutzt werden, um flexible Vorstellungen mathematischer Inhalte zu entwickeln. In die gleiche Richtung gehen auch die praktischen Vorschläge in Lorenz & Radatz (1993), Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling (1996) und Moog & Schulz (1999).

Die wesentlichen Elemente eines in der aktuellen mathematikdidaktischen Diskussion anerkannten Grundvorstellungskonzepts, die für die vorliegende Studie die Arbeitsbasis darstellen, können in folgenden zentralen Aspekten zusammengefasst werden (vgl. v. Hofe 2003):

- Ein mathematischer Inhalt lässt sich nicht mit einer einzigen Grundvorstellung umfassend beschreiben. Der Umfang des jeweiligen Inhalts konstruiert sich vielmehr aus einem Komplex variativer Grundvorstellungen, der die unterschiedlichen Aspekte des jeweiligen Inhalts repräsentiert.
- Es können zwei Arten von Grundvorstellungen unterschieden werden. Primäre Grundvorstellungen, die in gegenständlichen Handlungserfahrungen bzw. Handlungsvorstellungen der Schul- und Vorschulzeit bzw. der Alltagswelt verankert sind, haben den Charakter konkreter Handlungsvorstellungen. Im Zuge von Lernprozessen, z.B. im Mathematikunterricht, werden die konkreten Grundvorstellungen allmählich durch sekundäre Grundvorstellungen ergänzt. Diese basieren auf den im Mathematikunterricht verwendeten Anschauungs- und Darstellungsmitteln, wie z.B. Hundertertafel, Zahlenstrahl usw. Im Sinne der Unter-

scheidung von „alltagsnaher“ und „abstrakt-symbolischer“ Handlungsorientierung (vgl. Hasemann & Stern 2002), die von Aktivitäten einerseits mit konkreten, d.h. alltagsnahen Materialien, andererseits von abstrakten Darstellungsmitteln ausgeht, wird im Folgenden von primären als „alltagsnahen“ Grundvorstellungen und sekundären als „abstrakt-symbolischen“ Grundvorstellungen gesprochen.

- Grundvorstellungen zu einem mathematischen Inhalt sind keine starren kognitiven Strukturen, d.h. sie können sich vielmehr erweitern, verändern usw., sie können auch im Zuge von Lern- und Entwicklungsprozessen neu aufgebaut werden. Es handelt sich bei mathematischen Grundvorstellungen nicht um eine Ansammlung von stabilen und fortwährend gültigen mentalen Vorstellungen, sondern um die Ausbildung und Entwicklung eines Netzwerks, „das sich durch Erweiterung von alten und Zugewinn von neuen Vorstellungen zu einem immer leistungsfähigeren System mentaler mathematischer Modelle entwickelt“ (v. Hofe 2003, S.6).

2.2 Mathematisches Grundverständnis und Modellierungsfähigkeit

Vom dargestellten Umfang des Grundvorstellungskonzepts ausgehend definiert v. Hofe (2003) in Anlehnung an Oehl (1970): „Die Ausbildung dieser Grundvorstellungen und ihre gegenseitige Vernetzung wird auch Grundverständnis des Begriffs [oder allgemein: des mathematischen Inhalts] genannt“ (v. Hofe 2003, S.6). Berücksichtigt man dabei, dass mathematische Grundvorstellungen sowohl auf sachlogischer als auch auf lernpsychologischer Ebene insbesondere durch drei Aspekte charakterisiert werden, nämlich

- Sinnkonstituierung eines mathematischen Inhalts,
- psychologische Repräsentation des mathematischen Inhalts,
- Ermöglichung der Anwendung des Inhalts (vgl. v. Hofe 1995, S.41; 1996, S.6),

so wird das mathematische Grundverständnis eines bestimmten mathematischen Inhalts erst in drei Dimensionen umfassend beschrieben.

a. Sinnkonstituierung eines Begriffs durch Anknüpfung an bekannte Sach- oder Handlungszusammenhänge bzw. Handlungsvorstellungen.

Herget, Jahnke & Kroll (2001) und Winter (1992, 1994) beschreiben, dass ein (abstrakter) mathematischer Inhalt erst in seiner Anwendung oder durch seinen Gebrauch in Alltagssituationen gelernt bzw. angeeignet wird und sich entwickelt. Ohne derartige Anwendungssituationen bliebe der jeweilige Inhalt eine „leere Hülse" (Lorenz 1998, S.131). Die also zentrale „Bedeutung der Grundvorstellungen besteht darin, daß sie gewissermaßen den Ersatz für eine formale Definition darstellen" (Griesel 1996, S.18). Hierauf basierend zeichnet sich mathematische Modellierungsfähigkeit dadurch aus, dass im Laufe des mathematischen Lernprozesses umfassende alltagsnahe und abstrakt-symbolische Grundvorstellungen zu einem mathematischen Inhalt hinzugetreten sind, auf die beim mentalen Umgang mit dem entsprechenden mathematischen Inhalt flexibel zurückgegriffen werden kann. Dies bedeutet jedoch nicht, dass zu jedem mathematischen Inhalt stets auf die den Inhalt konstituierenden Handlungen, seien sie selbst oder stellvertretend ausgeführt oder beobachtet, bzw. auf die zugehörigen Handlungsvorstellungen zurückgegriffen werden muss (vgl. Lorenz 1998, S.184). Eine flexible mathematische Modellierungsfähigkeit jedoch setzt voraus, dass ein solcher Rückgriff auf die konstituierenden Vorstellungen jederzeit möglich ist.

b. Aufbau visueller Repräsentationen, die operatives Handeln auf der Vorstellungsebene ermöglichen.

Das Konzept des mathematischen Grundverständnisses beschreibt auf der Basis von Grundvorstellungen das Resultat eines Prozesses, der in einem sich kognitiv entwickelnden Lernenden abläuft. Dieser Prozess, der die Konstruktion mathematischer Inhalte aus bzw. durch Handlungen beschreibt, war bislang Gegenstand vielfacher theoretischer und empirischer Untersuchungen und fand in der Mathematikdidaktik seinen Ausdruck im so genannten „operativen Prinzip" (vgl. Piaget 1965). Nach Bruner (1966) sollen mathematische Aktivitäten eines Lernenden in drei Repräsentationsebenen stattfinden, um adäquate mathematische Vorstellungen aufzubauen:

- enaktive Ebene - der handelnde Umgang mit realen Objekten,
- ikonische Ebene - Umgang mit bildhaften Darstellungen,
- symbolische Ebene - Nutzung mathematischer Zeichen und Symbole.

Die Repräsentationsebenen sind dabei nicht treppenweise, d.h. hierarchisch, stufenmäßig angeordnet, sondern verschränken sich gegenseitig miteinander: „Mathematische Grundvorstellungen bilden sich heraus, wenn wesentliche Lernerfahrungen in allen drei Repräsentationsformen zusammenpassen“ (Baireuther 1999, S.53).

Der Übergang von der Handlung zur Vorstellung von mathematischen Inhalten wird dabei terminologisch und begrifflich unterschiedlich gefasst, z.B. als Verinnerlichung (vgl. Bruner 1966; Bruner, Olver & Greenfield 1971), Abstraktion (vgl. Peschek 1986), Interiorisierung, Schematisierung (vgl. Treffers 1983) oder reflexive Abstraktion (vgl. Arnold 1998; v. Glasersfeld 1997a). Das Ziel eines derartigen Konstruktionsprozesses ist die Ausbildung einer mathematischen Modellierungsfähigkeit, die auf flexibel anwendbaren - zum jeweiligen mathematischen Inhalt passenden - internen, d.h. mentalen Repräsentationen gründet.

c. Fähigkeit zur Anwendung eines Begriffs auf die Wirklichkeit durch Erkennen der entsprechenden Struktur in Sachzusammenhängen oder durch Modellieren des Sachproblems mit Hilfe der mathematischen Struktur.

Mathematische Grundvorstellungen thematisieren mentale Beziehungen zwischen Alltagssituationen und mathematischen Inhalten und sind damit die kognitive Basis der Modellierung von Situationen und Ereignissen (vgl. Freudenthal 1983). Eine umfassende mathematische Modellierungsfähigkeit zeichnet sich dadurch aus, dass ein angeeigneter mathematischer Inhalt unabhängig von individuellen Erfahrungen und Vorstellungen auch in unbekannten Sachsituationen und ‚neuen’ Problemstellungen angewendet werden kann, d.h. dass es mit entsprechend flexibel zu handhabenden Grundvorstellungen möglich ist, in neuen Anwendungssituationen durch visuelle Handlungsbilder bekannte Strukturen zu erkennen und zu entdecken und diese zur Lösung mathematischer Frage- und Problemstellungen heranzuziehen (vgl. Lorenz 1998, S.132). Für den Umgang mit Sach- oder Textaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule bedeutet dies, dass die gleichen Grundvorstellungen, die bei der Einführung zur Gewinnung der Einsicht führten, bei der Lösung von Sach- bzw. Textaufgaben wieder wirksam werden (vgl. Oehl 1962, 1970).

Letzteres ist das zentrale Element der mathematischen Modellierungsfähigkeit im Sinne der Anwendung entwickelter Grundvorstellungen auf neue und unbekannte Sachsituationen. In der Tradition der mathematikdidaktischen Forschung wurde dieser Anwendungsaspekt der Grundvorstellungen in den Begriffen Wiederentdeckungstheorie (vgl. Oehl 1970; Griesel 1996), Struktur-Abbildungsprozess (vgl. Gentner & Stevens 1983; Riley & Greeno 1988), Identifikation funktionaler Prinzipien (vgl. Stern 1998) oder Konstruktions-Integrations-Prozess (vgl. Kintsch 1988) diskutiert. In den jeweiligen Theorien wird differenziert der Prozess des Aktivierens von entwickelten und auf mentaler Ebene gespeicherten Grundvorstellungen in einer Problemsituation bzw. das aktive Hineinlesen von Grundvorstellungen in eine Sachsituation beschrieben (vgl. Griesel 1996).

2.3 Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen

Mit Blick auf die expliziten Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen unterscheidet bereits Oehl unter normativer Perspektive die Grundvorstellungen „einmal als Vereinigung zweier oder mehrerer Mengen zu einer Gesamtmenge oder als ein Wegnehmen ein oder mehrerer Teilmengen von einer Gesamtmenge, das andere Mal als ein Vorwärts- und Rückwärtsschreiten auf dem Zahlenstrahl“ (Oehl 1970, S. 135)[1]. Oehl trennt damit bezüglich dieser beiden mathematischen Operationen zwischen primären, im Sinne der vorliegenden Arbeit alltagsnahen, und sekundären, d.h. abstrakt-symbolischen Vorstellungen (vgl. auch v. Hofe 1995, S. 79) – beide werden im Folgenden systematisch dargestellt.

2.3.1 Alltagsnahe Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen

2.3.1.1 Alltagsnahe Grundvorstellungen zur Größe ‚Anzahl’

Ausgehend von den sprachlich-semantischen Strukturen unterschiedlicher Sachsituationen haben Carpenter & Moser (1982) eine Systematik entwickelt, nach der sich das komplexe Feld der Addition und Subtraktion zweier natürlicher Zahlen entsprechend

[1] Es wird dabei v.a. die in der aktuellen mathematikdidaktischen Diskussion getroffene Unterscheidung zwischen kardinalem und ordinalem Zahlaspekt angesprochen (vgl. Padberg 1997). In den folgenden Abschnitten wird diese Unterscheidung impliziert ohne jeweils explizit benannt zu werden.

der zu Grunde liegenden Handlungserfahrungen bzw. Handlungsvorstellungen klassifizieren lässt (vgl. auch Fuson 1992; Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling 1996). Konstituierend für den Aufbau der jeweiligen mathematischen Grundvorstellungen ist die Fähigkeit eines Lernenden, die Struktur der Handlungserfahrungen in unterschiedlichen Sachsituationen zu erkennen und eine konkrete, zur Struktur der Sachsituation passende Handlungsvorstellung zu entwickeln.

Zur Beschreibung der Struktur von Sachsituationen, die der Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen zu Grunde liegen, können folgende Kriterien herangezogen werden (vgl. dazu Carpenter & Moser 1982; Fuson 1992; zusammenfassend Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling 1996, S.77):

a) **Situationsdynamik (dynamisch - statisch):**
   In Bezug auf Anzahlen können additiv bzw. subtraktiv konstituierte Sachsituationen einerseits dynamische Beziehungen zwischen Mengen oder Objekten repräsentieren (z.B.: Zu 5 Autos auf einem Parkplatz kommen 4 weitere hinzu. Von 5 Vögeln auf einem Baum fliegen 3 davon). Andererseits können die Sachsituationen auch statisch konsituiert sein (z.B.: Auf dem Parkplatz stehen 2 PKWs und 3 LKWs.)

b) **Mengenbeziehung (Teil-Teil-Ganzes - disjunkte Mengen):**
   In Sachsituationen können gegebene Mengen einerseits im Sinne einer Teil-Teil-Ganzes-Beziehung Teilmengen einer Gesamtmenge sein (z. B.: Tim hat 3 lange und 4 kurze Hosen. Wie viele Hosen hat er insgesamt?). Andererseits können die gegebenen Mengen einer Sachsituationen disjunkt zueinander sein, d.h. eine Mengenvereinigung findet nicht statt, wohl aber werden die Mengen - z. B. im Rahmen eines Mengenvergleichs - miteinander in Verbindung gebracht (z.B. Tim hat 7 Sammelkarten, Tina hat 12 Sammelkarten. Wie viele Karten hat Tina mehr als Tim?)

c) **Änderung (ansteigend - abfallend) bzw. Vergleich (mehr-weniger):**
   Die Mengenänderung innerhalb einer dynamischen Sachsituation kann einerseits ansteigend (z.B.: Zu 5 Autos auf dem Parkplatz kommen 3 hinzu.), andererseits abfallend sein (z.B.: Von 8 Autos auf dem Parkplatz fahren 3 Autos weg.) sein. Bei statischen Vergleichssituationen kann die Unterschiedsbe-

rechnung mit einer Frage nach „mehr“ oder „weniger“ verortet werden (z.B. Tim hat 7 Sammelkarten, Tina hat 12 Sammelkarten. Wie viele Karten hat Tina mehr als Tim? Wie viele Karten hat Tim weniger als Tina?)

Die folgende Tabelle (Tabelle 3.1) zeigt entsprechend der Handlungserfahrungen bzw. Handlungsvorstellungen, die die mathematischen Operationen der Addition und Subtraktion konstituieren, die alltagsnahen Grundvorstellungen (in der Begrifflichkeit nach Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling 1996).

	dynamische Situationen		statische Situationen	
	Veränderung ansteigend	Veränderung abfallend	mehr	weniger
Teil-Teil-Ganzes Beziehung der Mengen	Dazugeben-Vorstellung	Weggeben- bzw. Wegnehmen-Vorstellung	Vereinigungs-Vorstellung	
Disjunktheit der Mengen	Ausgleichs- (Ergänzungs-) Vorstellung		Vergleichs-Vorstellung	
	nach oben	nach unten	mehr	weniger

Tabelle 2.1: alltagsnahe Grundvorstellungen der Addition und Subtraktion

Vielfach findet man in der Klassifikation der alltagsnahen Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion auch die Zerlege-Vorstellung als Inversion der Vereinigungs-Vorstellung und die Vorstellung der Zusammenfassung von Veränderungen, z.B.: Tim bekommt für seine Matchbox-Sammlung 5 Autos von seinem Opa und 3 Autos von seiner Oma geschenkt. Wie viele Autos hat Tim insgesamt geschenkt bekommen? (vgl. v. Hofe 2003).
Ausgehend von der Systematik von Carpenter & Moser (1982) lassen sich unter Variation jeweils gesuchter Größen 20 Aufgabentypen identifizieren, die auf der Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen basieren. Die folgenden Beispiele zeigen diese Aufgabentypen anhand der Busthematik (vgl. v.d. Brink 1989).

Grundvorstellung des Dazugebens:

- Im Bus sitzen 8 Kinder. Es steigen noch 5 Kinder ein. Wie viele Kinder sitzen nun im Bus? (Dazugeben - Endgröße unbekannt)

- Im Bus sitzen 8 Kinder. Es steigen noch Kinder zu. Nun sitzen 13 Kinder im Bus. Wie viele Kinder sind zugestiegen? (Dazugeben - Veränderungsgröße unbekannt)
- Im Bus sitzen Kinder. Es steigen noch 5 Kinder zu. Nun sitzen 13 Kinder im Bus. Wie viele Kinder sind am Anfang im Bus gesessen? (Dazugeben - Ausgangsgröße unbekannt)

Grundvorstellung des Weggebens:

- Im Bus sitzen 13 Kinder. Es steigen 5 Kinder aus. Wie viele Kinder sitzen nun im Bus? (Weggeben - Endgröße unbekannt)
- Im Bus sitzen 13 Kinder. Es steigen Kinder aus. Nun sitzen 8 Kinder im Bus. Wie viele Kinder sind ausgestiegen? (Weggeben - Veränderungsgröße unbekannt)
- Im Bus sitzen Kinder. Es steigen 5 Kinder aus. Nun sitzen 8 Kinder im Bus. Wie viele Kinder sind am Anfang im Bus gesessen? (Weggeben - Ausgangsgröße unbekannt)

Grundvorstellung des Vereinigens:

- Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Im grünen Bus sitzen 5 Kinder. Wie viele Kinder sitzen in beiden Bussen zusammen? (Vereinigen - Gesamtgröße unbekannt)
- Im roten und im grünen Bus sitzen zusammen 13 Kinder. Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Wie viele Kinder sitzen im grünen Bus? (Vereinigen - Teilgröße unbekannt)

Grundvorstellung des Ausgleichens (nach oben):

- Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Es steigen noch 5 Kinder zu. Nun sitzen im roten Bus genau so viele Kinder wie im grünen Bus. Wie viele Kinder sitzen im grünen Bus? (Ausgleichen - Endgröße unbekannt)
- Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Im grünen Bus sitzen 5 Kinder. Wie viele Kinder müssen in den grünen Bus noch zusteigen, damit in beiden Bussen gleich viele Kinder sitzen? (Ausgleichen - Veränderungsgröße unbekannt)
- Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Im grünen Bus sitzen Kinder und es steigen noch 3 Kinder zu. Nun sitzen in beiden Bussen gleich viele Kinder. Wie viele Kinder

sind am Anfang im grünen Bus gesessen? (Ausgleichen - Ausgangsgröße unbekannt)

Grundvorstellung des Ausgleichens (nach unten):

– Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Es steigen 3 Kinder aus. Nun sitzen im roten Bus genau so viele Kinder wie im grünen Bus. Wie viele Kinder sitzen im grünen Bus? (Ausgleichen - Endgröße unbekannt)
– Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Im grünen Bus sitzen 5 Kinder. Wie viele Kinder müssen aus dem roten Bus noch aussteigen, damit in beiden Bussen gleich viele Kinder sitzen? (Ausgleichen - Veränderungsgröße unbekannt)
– Im grünen Bus sitzen 5 Kinder. Im roten Bus sitzen Kinder und es steigen 3 Kinder aus. Nun sitzen in beiden Bussen gleich viele Kinder. Wie viele Kinder sind am Anfang im roten Bus gesessen? (Ausgleichen - Ausgangsgröße unbekannt)

Grundvorstellung des Vergleichens („mehr“):

– Im grünen Bus sitzen 5 Kinder. Im roten Bus sitzen 3 Kinder mehr als im grünen Bus. Wie viele Kinder sitzen im roten Bus? (Vergleichen - Vergleichsgröße unbekannt)
– Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Im grünen Bus sitzen 5 Kinder. Wie viele Kinder sitzen im roten Bus mehr als im grünen? (Vergleichen - Differenzgröße unbekannt)
– Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Das sind 3 Kinder mehr als im grünen Bus. Wie viele Kinder sitzen im grünen Bus? (Vergleichen - Referenzgröße unbekannt)

Grundvorstellung des Vergleichens („weniger“):

– Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Im grünen Bus sitzen 3 Kinder weniger als im roten Bus. Wie viele Kinder sitzen im grünen Bus? (Vergleichen - Vergleichsgröße unbekannt)
– Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Im grünen Bus sitzen 5 Kinder. Wie viele Kinder sitzen im grünen Bus weniger als im roten? (Vergleichen - Differenzgröße unbekannt)
– Im grünen Bus sitzen 5 Kinder. Das sind 3 Kinder weniger als im roten Bus. Wie viele Kinder sitzen im roten Bus? (Vergleichen - Referenzgröße unbekannt)

2.3.1.2 Alltagsnahe Grundvorstellungen zu weiteren Größen

Größen werden in der Mathematik als objektiv messbare Eigenschaften bezeichnet (vgl. Baireuther 1999, S.94). Zu jeder mathematischen Größe muss zwischen dem jeweiligen Repräsentanten (oder auch Träger) der Größe, d.h. dem konkreten Objekt an dem die Größe gemessen werden kann, und dem zugehörigen Größenwert, d.h. der Eigenschaft des Repräsentanten unterschieden werden (vgl. Griesel 1996). Die entsprechenden Größenwerte für die jeweiligen Größen setzen sich aus Maßzahlen und Maßeinheiten zusammen. Die für die vorliegende Studie relevanten mathematischen Größen sind in der folgenden Tabelle dargestellt (vgl. Baireuther 1999, S.94):

Größe	Größenträger	Maßzahl	Maßeinheit
Länge	Strecken; Stäbe; Stifte; usw.	positive rationale Zahlen	mm; cm; m; usw.
Masse	Körper; Steine; Holzklötze; usw.	positive rationale Zahlen	g; kg; t; usw.
Zeitdauer	Vorgänge; Abläufe; Ferien; usw.	positive rationale Zahlen	s; h, a; Woche(n); usw.
Geldbetrag	Münzen; Scheine; Kleidung; usw.	positive rationale Zahlen	ct; €
Anzahl	endliche Mengen; Autos; Äpfel; usw.	natürliche Zahlen	

Tabelle 2.2: Mathematische Größenbereiche

Anhand der Größenträger zu den jeweiligen Größen können in Analogie zu der mathematischen Größe ‚Anzahl' die entsprechenden Grundvorstellungen zu den anderen mathematischen Größen bestimmt werden. Es ist zu bedenken, dass man sich bezüglich mathematischer Größen jeweils nur entsprechende Größenträger, Konfigurationen von Trägern oder Beziehungen zwischen Trägern vorstellen kann, nicht aber die Größenwerte als Ausmaß der Erscheinungsform selbst (vgl. Griesel 1996).

Eine zentrale Stellung bei den Grundvorstellungen zu den mathematischen Größen nimmt dabei das Messverfahren des quantitativen Vergleichs ein (**Vergleichs-Vorstellung**):

Zwei Größenträger werden bezüglich ihres Größenwertes miteinander verglichen. Bei Größenträgern zu Längen geschieht dies zweckmäßig durch Nebeneinanderlegen der beiden Größenträger. Beide Träger sind gleich lang, wenn sie genau aufeinander passen. Steht ein Größenträger über, so ist er länger als der andere Größenträger.
Die Systematik von Carpenter und Moser (Tabelle 2.1) kann auf die Gesamtheit der obigen mathematischen Größen mit den entsprechenden Repräsentanten übertragen werden. Es ergeben sich am Beispiel der mathematischen Größe ‚Länge' zusätzlich zur dargestellten Vergleichs-Vorstellung folgende Grundvorstellungen (vgl. Griesel 1996):

- **Dazugeben-Vorstellung**: Zu einem gegebenen Größenträger wird ein weiterer Größenträger hinzugefügt. Am Beispiel der mathematischen Größe ‚Länge' geschieht dies durch Aneinander- bzw. Hintereinanderlegen zweier Längenträger.
- **Weggeben- bzw. Wegnehmen-Vorstellung**: Von einem gegebenen Längenträger wird ein Längenträger weggenommen. Bei Längen geschieht dies z.B. durch Abtrennen oder Abschneiden usw. eines Trägers von einem gegebenen Träger.
- **Vorstellung des Zusammengesetztseins**: Ein gegebener Längenträger ist aus zwei Größenträgern (statisch) zusammengesetzt. Ein Längenträger l_1 beispielsweise besteht aus zwei (statisch) hintereinander gelegten Größenträgern l_2 und l_3.
- **Ausgleichs- bzw. Ergänzungsvorstellung**: Im Größenbereich ‚Längen' wird ein geeigneter Längenträger l_2 so an einen Längenträger l_1 angelegt, dass die beiden hintereinander gelegten Längenträger l_1 und l_2 genau so lang sind wie der Längenträger l_3.
- **Zerlege-Vorstellung**: Ein Längenträger l_3 wird z.B. durch Zerschneiden des Längenträgers in zwei Längenträger l_1 und l_2 zerlegt.

2.3.2 Abstrakt-symbolische Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen

Die in der Grundschulpraxis wesentlichen abstrakten mathematischen Darstellungsformen im Mathematikunterricht der Grundschule sind der Zahlenstrahl und Zahlfelder - z.B. Zwanzigerfeld, Hunderterfeld (vgl. Lorenz 1998). Es lassen sich (am Beispiel des Zahlenstrahls) für Addition und Subtraktion drei abstrakt-symbolische Grundvorstellungen bestimmen, die sich aus entsprechenden Bewegungen auf dem Zahlenstrahl durch ‚Sprünge’, ‚Schritte’, ‚Vorwärts-, bzw. ‚Rückwärtsgehen’ bzw. der Bestimmung der Schritt- oder Sprunglänge ergeben:

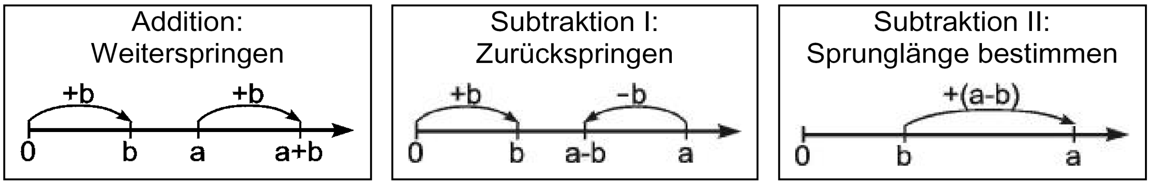


Abbildung 2.1: abstrakt-symbolische Grundvorstellungen der Addition und Subtraktion (nach Baireuther 2005)

Der Zahlenstrahl orientiert sich im Wesentlichen am Ordnungsaspekt der natürlichen Zahlen. Der instrumentelle Nutzen des Zahlenstrahls in Bezug auf die Entwicklung sekundärer Grundvorstellungen liegt darin, dass der Zahlenstrahl in die verschiedenen Zahlenräume erweitert werden kann, ohne dass dabei die Grundvorstellungen ‚Weiterspringen’, ‚Zurückspringen’, ‚Sprunglänge bestimmen’ geändert werden müssen. „Die Strukturen blieben erhalten, die Analogien seien offensichtlich und bestimmte Operationen wie Halbieren, Verdoppeln usf. wären leicht an ihm ablesbar, imaginativ auszuführen und auf andere Zahlenräume generalisierbar“ (Lorenz 1998, S.152). Bei den alltagsnahen Grundvorstellungen ist eine derartige Generalisierbarkeit z.B. beim ‚Dazugeben’, ‚Weggeben’, ‚Vergleich’ usw. zwar gegeben, jedoch ist der Zahlbereich durch die mentale Vorstellung entsprechend endlicher Mengen sehr eingeschränkt.

Der Rechenstrich (vgl. Treffers & de Moor 1989), der eine Modifikation des Zahlenstrahls darstellt, indem der jeweilige Zahlenraum lediglich durch einen Strich ohne Einteilungen und Ziffern repräsentiert wird, verdeutlicht die Gesamtheit der sekundären Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen. Der Rechenstrich repräsentiert Additions- und Subtraktionsaufgaben derart, dass die mathematischen Operationen bzw. Operationsschritte lediglich durch Pfeile dargestellt werden. Wesentlich dabei ist, dass die Vorstellungen der Operationen keine exakte Abbildung der Rechenoperationen am Zahlenstrahl sind. „Vielmehr sollen die kindlichen Vorstellungen vom Vorwärts- und Rückwärtsgehen, vom Rechnen in einem, zwei oder mehr Schritten und von mehr oder weniger großen Sprüngen, die mit den Rechenoperationen verbunden werden, am Rechenstrich gezeigt werden (...) im Zentrum der Perspektive steht nicht eine genaue Verortung der natürlichen Zahlen im Zahlenraum, sondern die Entwicklung der Rechenstrategie“ (Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling 1998, S.58).

In Analogie zum Zahlenstrahl als mathematisches Darstellungsmittel ergeben sich am Beispiel der Hundertertafel die Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen durch ‚Springen’ (nach rechts, links, oben und unten) und ‚Bestimmung der Sprunglänge’.

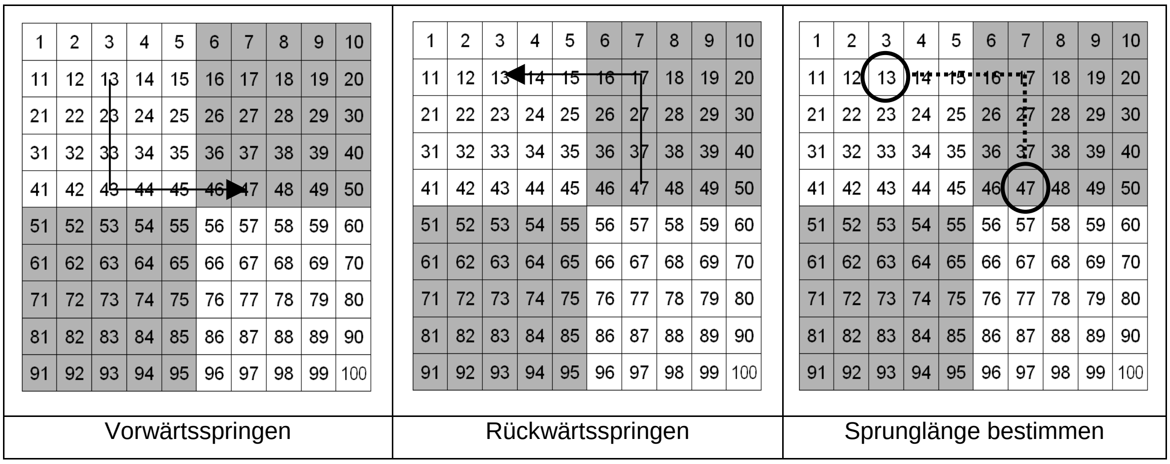


Abbildung 2.2: sekundäre Grundvorstellungen an der Hundertertafel

Die Huntertertafel als mathematisches Darstellungsmittel orientiert sich im Wesentlichen am dezimalen Stellenwertsystem. Durch die Anordnung der natürlichen Zahlen in Zeilen und Spalten wird das Dekadensystem derart betont, dass die Grundvorstellungen des Vorwärts- bzw. Rückwärtsspringens in Form von Zehnersprüngen innerhalb einer Spalte der Hundertertafel repräsentiert werden können. Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100 werden an der Hundertertafel durch ‚Sprünge nach rechts’ (Addition von 1), ‚Sprünge nach links’ (Subtraktion von 1), ‚Sprünge nach unten’ (Addition von 10) und ‚Sprünge nach oben’ (Subtraktion von 10) dargestellt. Wesentlich bei der Entwicklung der abstrakt-symbolischen Grundvorstellungen zur Addition bzw. Subtraktion ist, dass die Lernenden „die geforderten Wege auf der Hunderter-Tafel nach Möglichkeit ‚im Kopf’ gehen. Solche Vorstellungsübungen stärken die Fähigkeit zur Orientierung im Hunderterraum und tragen dazu bei, dass die Kinder die Struktur dieses Zahlenraumes dadurch verinnerlichen, dass sie visuelle Vorstellungsbilder von ihm entwickeln“ (Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling 1998, S.37f).

3. Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit

3.1 Textaufgaben als Untersuchungsgegenstand

Traditionell wird das Ziel der Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit im Bereich des Sachrechnens verfolgt (vgl. Müller & Wittmann 1984, Winter 1992). Dieser Bereich hat in der mathematikdidaktischen Forschung im Zusammenhang mit der mathematischen Modellierungsfähigkeit eine zentrale Bedeutung - sowohl bezüglich der Erweiterung als auch der Überprüfung der Modellierungsfähigkeit (vgl. Stern 1994, 1998). Es wird dabei das Sachrechnen als „Bindeglied zwischen Alltagssituationen und Mathematik“ (Stern 1998, S.84) oder anders ausgedrückt als Umgang mit Problemen, deren „Lösen ein Verständnis der Situation erfordert, um daraus geeignete Schritte zur Verarbeitung der gegebenen Information zu gewinnen“ (Winter 1984, S.7), vom algorithmischen Rechnen abgegrenzt.
Ausgangspunkt einer Sachaufgabe ist stets eine konkrete oder fiktive Alltagssituation aus den Erfahrungsbereichen des täglichen Lebens, des Wirtschaftslebens oder anderer Lebensbereiche (vgl. Lauter 1991). Im Gegensatz zum algorithmischen Rechnen erfordert das Sachrechnen eine Verschränkung von allgemeinem, unspezifischem Alltagswissen, von Rechenfertigkeiten und von speziellem Situationsverständnis, um das Sachproblem im Sinne eines Problemlöseprozesses bearbeiten zu können (vgl. Winter 1984).
Innerhalb des Sachrechnens wird zwischen drei traditionellen Aufgabentypen unterschieden (vgl. Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling 1996, 1998; Krauthausen & Scherer 2003). Vielfach werden die Begriffe Textaufgabe und Sachaufgabe synonym verwendet, Baireuther (2003a) nimmt jedoch folgende Differenzierung vor:

„a) Sachaufgaben

stellen die Auseinandersetzung mit Sachsituationen in den Vordergrund und zeigen, dass durch Einsatz mathematischer Methoden zusätzliche Einsichten gewonnen und Sacherfahrungen vertieft werden können.

b) Textaufgaben

sollen den verständigen Umgang mit Sachinformationen und die Übersetzung von sprachlichen Texten in mathematische Formulierungen üben. Sie sollen zeigen, dass Mathematik ein Mittel zur Lösung von Sachproblemen ist.

c) Eingekleidete Aufgaben

dienen zur Übung mathematischer Verfahren. Sie sollen formale Mathematik durch anschaulichen, konkret fassbaren Beispielvorrat stabilisieren und die Bedeutung von Mathematik für die Lebenswelt signalisieren“ (Baireuther 2003a).

Stern (1998) unterscheidet lediglich zwischen Textaufgaben und Sachaufgaben: „Der Unterschied zwischen Textaufgaben und Sachaufgaben besteht (…) darin, daß bei Sachaufgaben mathematisches Wissen zur Bewältigung real existierender Anforderungssituationen herangezogen wird, während bei Textaufgaben bestimmte Aspekte realer Situationen zur Veranschaulichung mathematischer Konzepte und Prinzipien dienen“ (S.85).

Wegen des oftmals „sinnfreien Umgangs der Schüler mit Textaufgaben“ (Stern 1994b, S.117) wurde die Verwendung von Textaufgaben im Mathematikunterricht vielfach kritisiert. „Während die Behandlung von Sachaufgaben als eine sinnvolle Vorbereitung auf außerschulische Anforderungen gesehen wird, gelten Textaufgaben häufig als Beispiele einer sinnfreien Mathematik“ (ebd. S.117). Die Bedeutung von Textaufgaben für eine Erweiterung des mathematischen Verständnisses und eine Förderung der Problemlösefähigkeiten wurde aber bislang als Gegenstand vielfältiger Untersuchungen (vgl. Cummins, Kintsch, Reusser & Weimer 1988; Riley & Greeno 1988; Stern 1993, 1994, 1998) unterstrichen. Zudem wird betont, dass Textaufgaben dadurch umfassende Beiträge zur kognitiven Entwicklung eines Lernenden liefern, dass sie es ermöglichen Gelerntes in Sachsituationen anzuwenden, um die Erfahrung zu ermöglichen, wie sich die Lebenswelt mit mathematischen Begriffen, Verfahren und Inhalten erfassen, strukturieren und erschließen lässt (vgl. Lorenz 1998).

Sowohl aus der Perspektive fachdidaktischer, aber auch kognitionspsychologischer Forschungsansätze lassen sich Begründungen ableiten, dass das Lösen von Textaufgaben nicht als einseitige Folge eines numerischen oder algorithmischen mathematischen Verständnisses gesehen werden darf, sondern dass das Bearbeiten mathematischer Problemstellungen in Form von Textaufgaben die Entwicklung eines elaborierten mathematischen Verständnisses fördert (vgl. Riley, Greeno & Heller 1983; van Dijk & Kintsch 1983; Reusser 1990; Stern 1992, 1994a; Novick 1992; Lorenz 1998).

Textaufgaben stellen also eine wesentliche Aufgabenform im gegenwärtigen Mathematikunterricht dar, um einerseits mathematische Grundvorstellungen auszubilden und andererseits auch entwickelte Grundvorstellungen auf neue Sachverhalte anzuwenden (vgl. z.B. Stern 1998; Jonassen 2003). Die Erforschung der mathematischen Modellierungsfähigkeit als „Verknüpfung von realer Situation, mentaler Repräsentation und symbolischer Darstellung“ (Hasemann & Stern 2002, S.223) kann damit (in der empirischen Forschung) auf der Grundlage der Erforschung von Problemlöseprozessen anhand von Textaufgaben erfolgen (vgl. z.B. Stern 1998) - die wesentlichen kognitionspsychologischen Grundlagen hierfür werden in den folgenden Abschnitten dargestellt.

3.2 Kognitionspsychologische Grundlagen des Modellierungsprozesses beim Bearbeiten von Textaufgaben

3.2.1 Textverarbeitungsmodelle und mathematisch-logische Modelle

Das Lösen von Textaufgaben stellt im Sinne von Duncker (1935) einen Problemlöseprozess dar. Die Lösung erfolgt nicht durch Abruf einer fertig verfügbaren Prozedur, sondern vielmehr durch Konstruktion eines Problemmodells in einem so genannten „bottom-up-Verfahren“ (vgl. Gagné 1984; Renkl & Stern 1994): „Für die Lösung jeder Textaufgabe muß von den Oberflächenmerkmalen, d.h. von den in der Aufgabe vorkommenden Personen, Gegenständen und Zahlen, abstrahiert werden und die Struktur der mathematischen Aufgabe muß herausgearbeitet werden“ (Renkl & Stern 1994, S.29). Für eine derartige Identifikation der mathematischen Struktur, der eine Fokussierung der Aufmerksamkeit auf die quantitativen Elemente einer Sachsituation und deren Beziehungen zueinander zu Grunde liegt, wurden zahlreiche Erklärungsmodelle ausgearbeitet, von denen die beiden wesentlichen im Folgenden dargestellt werden, nämlich Textverarbeitungsmodelle (vgl. Kintsch & van Dijk 1978; van Dijk & Kintsch 1983; Kintsch 1988) und mathematisch-logische Modelle (vgl. Riley, Greeno & Heller 1983; Riley & Greeno 1988; Briars & Larkin 1984).
Der Modellierungssprozess beim Umgang mit mathematischen Problemstellungen in Form von Textaufgaben lässt sich in zwei grundsätzliche Phasen differenzieren, nämlich die Verständnisphase (comprehension phase) und die Lösungsphase (solution phase) (vgl. Cummins, Kintsch, Reusser & Weimer 1988; Hall, Kibler, Wenger &

Truax 1989; Lewis & Mayer 1987; Mayer 1982a). Innerhalb der Verständnisphase werden auf der Grundlage der im Text enthaltenen Informationen Grundvorstellungen als mentale Repräsentationen der quantitativen und situationalen Beziehungen aktiviert, in der Lösungsphase werden die sowohl intern-mental, als auch extern repräsentierten Beziehungen zur Lösung des Problems herangezogen (vgl. Nathan, Kintsch & Young 1992).

Modelle, die auf Theorien der Textverarbeitung beruhen (vgl. Kintsch & van Dijk 1978; van Dijk & Kintsch 1983; Kintsch 1988), erklären den Lösungsprozess mathematischer Textaufgaben in fünf zentralen Phasen:

1. **Erstellung der Textbasis:**
   Unter Anwendung linguistischen Wissens wird eine so genannte Textbasis konstruiert (Kintsch & Van Dijk 1978). Die Textbasis stellt im Sinne von Kintsch (1974) die propositionale, mentale Repräsentation des im Text beschriebenen Inhalts dar.

2. **Aufbau eines Situationsmodells:**
   Durch die Anwendung von Verständnisstrategien auf die Textbasis wird ein episodisches Situationsmodell konstruiert. Die Verständnisstrategien greifen (auch) auf Alltagswissen und Alltagserfahrung zurück, um eine mentale Repräsentation der im Text beschriebenen Situation zu erhalten. Das Situationsmodell repräsentiert Informationen über die zeitliche und funktionale Struktur der in der Problembeschreibung geschilderten Gegebenheiten und Handlungen (vgl. Reusser 1989, 1992a).

3. **Aktivierung der jeweiligen Grundvorstellungen als episodisches Problemmodell:**
   In dieser Phase des Verstehens wird das Problem in eine mathematische Form überführt. Das episodische Problemmodell repräsentiert diejenigen Elemente und Relationen innerhalb der Problemsituation, die zur Lösung der Problemstellung erforderlich sind. Damit verkörpert das episodische Problemmodell als Abstraktion des reichhaltigeren episodischen Situationsmodells die mathematischen Grundvorstellungen, die die jeweils gegebene Problemsituation unter mathematischem Aspekt konstituieren.

4. **Konstruktion eines mathematischen Problemmodells:**
   Durch Abstraktion von konkreten Ereignissen, Personen, Zahlen und Objekten des Situationsmodells wird ein mathematisches Problemmodell erzeugt. In diesem Schritt, der den Prozess des Verstehens abschließt, wird das episodische Problemmodell auf seine abstrakte, mathematische Form reduziert. „Das Ergebnis des Aufbaus eines mathematischen Problemmodells kann eine konkrete Modellierung der Ereignisse mit Hilfe von Gegenständen oder eine mathematische Gleichung sein“ (Stern 1998, S.96).

5. **Berechnung der Lösung:**
   Durch die Anwendung formaler, algebraischer bzw. arithmetischer Operationen wird die numerische Lösung der Textaufgabe berechnet und unter Aktivierung des episodischen Situationswissens die Antwort zur Problemstellung generiert.

6. **Interpretation und Validierung:**
   Nachdem ein mathematisches Ergebnis ermittelt wurde, erfolgt eine Interpretation dieses Ergebnisses auf die Situation, von der ursprünglich ausgegangen wurde. Hierbei wird entschieden, ob die gewonnene Lösung im Hinblick auf die Problemstellung brauchbar und gültig ist, ob das Problem vollständig gelöst wurde, ob die Antwort sinnvoll ist, ob die Problemstellung auch anders (z.B. schneller oder einfacher) hätte gelöst werden können usw. (vgl. Baptist & Ulm 2002)

Vom Textverarbeitungsprozess ausgehend wird das Lösen mathematischer Problemstellungen auf der Basis entwickelter Grundvorstellungen vielfach als Prozess der Identifikation, der in der jeweiligen Textaufgabe enthaltenen Schlüsselbegriffe (key concepts) und Größenwerte und deren Anordnung in einem sog. „Szenario“ (vgl. Jonassen 2003), dem Auswählen eines zum „Szenario“ passenden mathematischen Algorithmus, dem Anwenden von Rechenregeln auf den Algorithmus, um daraus eine quantitative Antwort zur Problemstellung zu entwickeln, und die anschließende Überprüfung der Antworten beschrieben (vgl. Sherrill 1983).
Nach Ansicht der Vertreter der Textverarbeitungsmodelle ist die Verfügbarkeit mathematischen Wissens eine notwendige, jedoch nicht hinreichende Bedingung für

das Verstehen und Bearbeiten von Textaufgaben (de Corte, Verschaffel & de Win 1985; Reusser 1990). In Textverarbeitungsmodellen werden diesen theoretischen Grundannahmen folgend die Schwierigkeiten von Kindern mit Textaufgaben damit erklärt, dass die Probleme im Verständnis der sprachlichen Oberflächenstruktur dieser Aufgaben bestehen (vgl. Hudson 1983; Davis-Dorsey, Ross & Morrison 1991; Stern 1993, 1994b). Der Annahme von Vertretern der Textverarbeitungsmodelle folgend spricht dies dafür, dass die Schwierigkeit von Kindern mit Textaufgaben eher im Sprach- und Situationsverständnis begründet liegt, anstatt im Bereich des mathematischen Problemlösewissens.

In den mathematisch-logischen Modellen der Problemlösung (vgl. Riley, Greeno & Helle 1983; Riley & Greeno 1988; Briars & Larkin 1984) wird davon ausgegangen, dass die Fähigkeit zum Bearbeiten von Textaufgaben entscheidend von der Entwicklung des mathematischen Wissens und mathematischer Vorstellungen abhängt. Grundvorstellungen nehmen in diesem Modell die Rolle des zentralen Aspekts im Problemlöseprozess als Aktivierung eines dem Aufgabentext zu Grunde liegenden mathematischen Problemmodells ein. Die aus der Textaufgabe entnommene propositionale Wissensstruktur wird dabei direkt in ein vorhandenes mathematisches Problemschema übertragen (vgl. Rumelhart & Ortony 1977). „Ist ein abstraktes Problemschema einmal aufgebaut, kann es als Einheit abgerufen werden und auf konkrete Probleme übertragen werden“ (Stern 1998, S.97). Gemäß dieser Annahme können, wenn die einer Textaufgabe zu Grunde liegenden Grundvorstellungen aktiviert wurden und daraus das richtige Problemmodell identifiziert ist, die an dieses Modell geknüpften mathematischen Strategien ausgeführt werden. Der Lösungsprozess beim Bearbeiten mathematischer Textaufgaben stellt damit einen so genannten „Struktur-Abbildungs-Prozess“ dar (vgl. Rumelhart 1980; Gentner & Stevens 1983; Gentner 1989), in dem mathematische Grundvorstellungen als abstrakte, mental repräsentierte, mathematische Problemmodelle auf konkrete Aufgaben und Problemsituationen-angewendet werden.
Die Schwierigkeiten, die Kinder mit dem Lösen von Textaufgaben haben, werden aus der Perspektive der mathematisch-logischen Modelle mit der Nichtverfügbarkeit des der Aufgabe zu Grunde liegenden mathematischen Problemmodells erklärt, also mit der Nichtverfügbarkeit von Grundvorstellungen als mathematische Wissen, das bei der jeweiligen Textaufgabe aktiviert werden muss. Mathematische Grundvorstel-

lungen sind hierbei also noch nicht oder noch nicht in ausreichend abstrahiertem Maße vorhanden (vgl. Riley & Greeno 1988).

In Bezug auf die Förderung bzw. die Diagnose und die Erhebung der mathematischen Modellierungsfähigkeit im Mathematikunterricht heben die traditionellen Modelle zum Lösen von Textaufgaben einerseits die Verarbeitung textlicher Informationen im Sinne der Textverarbeitungsmodelle hervor , andererseits die quantitative Repräsentation des im Problems dargestellten Sachverhalts im Sinne der mathematisch-logischen Modelle, d.h die Umwandlung der in der Textaufgabe enthaltenen situativen Gegebenheiten in einen mathematischen Ausdruck (vgl. Rich 1960). Ausgehend von dieser Auffassung kann zusammenfassend argumentiert werden, dass die Hauptschwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler beim Lösen von Textaufgaben ihre Unfähigkeit ist, Lösungspläne aus den textlichen Informationen (z.B. durch direkte Übersetzung oder Identifikation von Schlüsselwörtern) aufzustellen (vgl. Sherill 1983; Hegarty, Mayer & Mönch 1995) bzw. geeignete arithmetische Operationen auszuwählen und anzuwenden (vgl. Zweng 1979).

Damit implizieren die beiden Modelle, dass der Lösungsprozess mathematischer Textaufgaben mehr erfordert als textliche Informationsentnahme und die Umwandlung von Größen in mathematische Terme, nämlich ein komplexes Ineinandergreifen von Teilprozessen des Erfassens relevanter Textinformationen. Dazu gehört die Fähigkeit Daten und Größen mental zu repräsentieren, die Fähigkeit mathematische Problemstrukturen zu identifizieren, die Fähigkeit die Lösungschritte zu systematisieren und zu ordnen, sowie die Fähigkeit den mathematischen Lösungsprozess adäquat zu reflektieren (vgl. Lucangeli, Tressoldi & Cendron 1998; Jonassen 2003).

3.2.2 Mentale Repräsentation von Grundvorstellungen

3.2.2.1 Grundvorstellungen als Gedächtnisinhalte

Für das Verständnis der mathematischen Modellierung von Situationen und Ereignissen aus der Sicht der Textverarbeitungsmodelle bzw. der mathematisch-logischen Modelle sind grundlegende Einsichten in das menschliche Gedächtnis und die mentale Repräsentation von Grundvorstellungen aus kognitionspsychologischer Perspektive notwendig. Crick (1994) beschreibt das Gehirn als eine sich weiterentwickelnde Struktur, die eher einer zufälligen Ansammlung sich entwickelnder Einheiten gleicht, als einem geordneten Gebilde. Neben der traditionellen Aufteilung des Gedächtnisses in zeitabhängige Komponenten finden sich in der allgemeinpsychologischen Literatur Beschreibungen inhaltsabhängiger Gedächtnisformen, die insbesondere die Struktur des Langzeitgedächtnisses betreffen (vgl. z.B. Markowitsch 1992). Es kann davon ausgegangen werden, dass das Langzeitgedächtnis keine einheitliche Größe darstellt, sondern sich aus mehreren Komponenten zusammensetzt: Es wird zwischen dem deklarativen Gedächtnis als bewusstes Speichermedium für Fakten, Sachverhalte und Ereignisse und dem nicht-deklarativen oder prozeduralen Gedächtnis als Speichermedium für verschiedene Formen unbewusster Gedächtnisprozesse unterschieden (vgl. Tulving 1985). Das deklarative Gedächtnis wird zudem in einen semantischen Speicher, der allgemeine Wissenssachverhalte eines Individuums, z.B. Wissen über unsere Sprache, Semantik, Grammatik, über Regeln und Konzepte usw. enthält, und einen episodischen Speicher, der Informationen enthält, die sich auf individuelle Erfahrungen innerhalb zeitlicher Abfolgen der erlebten Episoden beziehen, unterteilt (vgl. Schneider & Büttner 1995) - beide Speicherbereiche sind als deklarativ zu bezeichnen, weil die jeweiligen Inhalte bewusst erinnert werden können. In der Regel wird allerdings lediglich die Information im episodischen Gedächtnis bewusst verarbeitet, wobei oft mentale Anstrengung in Form von kognitiven Erinnerungsprozessen verspürt wird. Informationen aus dem semantischen Gedächtnis werden dagegen automatisch und ohne besondere Anstrengung aktualisiert.

Die Entwicklung des Gedächtnisses und der Gedächtnisleistungen ist eine wesentliche Voraussetzung für den Prozess einer langfristigen mathematischen Leistungssteigerung (vgl. Barnard & Tall 2001). Voraussetzung für die Entwicklung und die Aktivierung erworbener mathematischer Grundvorstellungen ist das Erinnerungsvermögen des menschlichen Gehirns. Dieses bedient sich einer Vielzahl qualitativ unterschiedlicher Mechanismen, die untereinander verbunden sind und sich gegenseitig unterstützen. Die Speicherung und Repräsentation mathematischer Grundvorstellungen betrifft dabei die oben dargestellten Komponenten des menschlichen Gedächtnisses in unterschiedlicher Weise (vgl. z.B. Baddeley 1997):

- Der episodische Speicher enthält und repräsentiert Erinnerungen an Objekte und Ereignisse, die räumlich und zeitlich strukturiert sind. Diese sind jedoch nicht wie Filmszenen im Gedächtnis geordnet, sondern gleichen vielmehr einer Skelettanordnung bestehend aus spezifischen, perzeptiven Reizen, wie z.B. visuelle

Eindrücke, Geräusche, Gerüche usw. (vgl. Barnard & Tall 2001). Diese Form des Gedächtnisses ermöglicht das Speichern von mathematischen Vorstellungen in Form eines intern-mentalen Wiedererlebens vergangener Situationen und Ereignisse.

- Der semantische Speicher stellt die zeitlich und räumlich ungebundene Erinnerung an Objekte und Ereignisse dar. Mit Blick auf Grundvorstellungen handelt es sich dabei um abstrahierte (d.h. unter mathematischem Aspekt um quantitative) Vorstellungen einer ursprünglich erlebten Situation, um Wissen, das ein Lernender sich angeeignet, assoziativ verknüpft und bereichsspezifisch organisiert hat, z.B. als Punktebild auf mathematisch-ikonischer Ebene (vgl. Bauersfeld 1983).
- Beim prozeduralen Speicher handelt es sich um die mentale Repräsentation von Handlungswissen. Es werden Prozesse auf gedächtnismäßiger Ebene gespeichert, um Handlungen zu realisieren ohne bewusst über jeden einzelnen Handlungsschritt nachdenken zu müssen. Mit Blick auf mathematische Grundvorstellungen kann man dabei auch von so genannten Handlungsvorstellungen sprechen. Indem bestimmte, die mathematischen Grundvorstellungen konstituierenden Handlungsprozesse - z.B. Zählstrategien, Eins-zu-Eins-Vergleiche, Mengenvereinigungen usw. - als Routinen gespeichert werden, so dass sie unbewusst ausgeführt und erinnert werden können, ist es einem Individuum möglich, weitere Prozesse, Erinnerungen, mathematische Vorstellungen usw. bewusst abzurufen.

3.2.2.2 Grundvorstellungen aus kognitivistischer Sicht

Die gedächtnismäßige Repräsentation von Wissen und Erfahrungen ist Grundlage für den in der Kognitionspsychologie häufig verwendeten Begriff des Schemas, der die Vorstellungen eines Individuums auf mentaler Ebene zu erklären versucht. Der Begriff des Schemas wurde in der Gedächtnispsychologie erstmals von Bartlett (1932) theoretisch begründet und seither in unterschiedlichsten Kontexten umfassend beschrieben und diskutiert (vgl. z.B. Piaget 1948; Rumelhart & Ortony 1977; Einsiedler 1996; Flechsig 1998).

Als Schemata werden Organisationseinheiten generalisierten und rasch abrufbaren Wissens über Zusammenhänge in einem Realitätsbereich bezeichnet, die beim Verstehen, bei Gedächtnisprozessen, bei der Inferenzbildung und bei der Ausführung von Handlungen von Bedeutung sind (vgl. Stern 1998, S.28). Schemata entwickeln sich als Organisationseinheiten unterschiedlicher Komplexität auf Grund von Erfahrung in den verschiedensten Inhaltsbereichen der Realität (vgl. Ballstaedt, Mandl, Schnotz & Tergan 1981; Schwarz 1992; Schnotz 1994). (Mathematische) Vorstellungen, die auf mentaler Ebene in Form von Schemata repräsentiert werden, stellen somit keine starren Strukturen dar, sondern können durch Wissens- und Erfahrungszuwachs (accreation), Feinabstimmung (tuning), Umstrukturierung (restructuring) und Integration weiter entwickelt werden (vgl. Einsiedler 1996, S.177). Dadurch, dass Schemata sowohl generisches als auch episodisches Wissen speichern (vgl. Mandl, Friedrich & Hron 1988), kann die Schematheorie für die Erklärung der internen Repräsentation der mathematischen Operationen der Addition und Subtraktion herangezogen werden: Als Beispiel sei das GEBEN-Schema angeführt (vgl. Schwarz 1992), das auf kognitionspsychologischer Ebene die mentale Basis für die Grundvorstellung des Weg- bzw. Dazugebens darstellt. Schwarz (1992, S.89) nennt unter Berücksichtigung der Komplexitätsreduktion drei Konzeptvariablen dieses Schemas: Variable X ist der ‚Geber', Variable Y der ‚Empfänger' und Variable Z die ‚Gabe'. Das wesentliche Erfolgskriterium im Zuge eines mathematischen Modellierungsprozesses einer Problemsituation ist es diese Konzeptvariablen mit der jeweils vorliegenden Sachsituation in Verbindung zu bringen, d.h. diese in der Problemsituation zu identifizieren und die Aufmerksamkeit innerhalb der gegebenen Problemsituation auf die Konzeptvariablen zu fokussieren.

Sehr eng verwandt mit dem Begriff des Schemas ist der des kognitiven Frames als interne Repräsentation dynamischer Strukturen von Kenntnissen über Situationen, Ereignisse und Handlungen (vgl. Dörfler 1986a, 1986b). Die von Minsky (1975) entwickelte Theorie der internen Repräsentation von (mathematischen) Vorstellungen durch Frames ist eine Variante der Schematheorie, die sich auf die Speicherung zentraler Konzepte des Alltags bezieht. Frames repräsentieren sowohl Eigenschaften von Objekten und Beziehungen zwischen den Objekten (deskriptiver Aspekt) als auch Handlungsanweisungen (operativer Aspekt) in speziellen Situationen (vgl. Davis 1984; Wessels 1984). Demnach können Frames derart beschrieben werden, dass sie durch kognitive Schemata der Strukturen einzelner Tätigkeiten eines Individuums und der damit verbundenen Gegenstände gebildet werden (Dörfler 1988a). Im Lösungsprozess einer mathematischen

Textaufgabe kann also das obige Beispiel (zum GEBEN-Schema) unter Berücksichtigung situativer Umgebungsvariablen im Sinne eines stereotypen Ablaufs einer Handlung (vgl. Schank & Abelson 1977) z.B. auch als Teilstruktur des Frames ‚Einkaufen' aufgefasst werden.
Auf Grund von Erfahrungen und Lernprozessen entwickeln sich komplexere Frames zu Szenen, Szenenfolgen, oder anders ausgedrückt zu Skripts (vgl. Lewandowski 1990, S.170), wobei als Skript „eine kognitive Struktur, die neben obligatorischen (routinemäßigen) Basisereignissen (Szenen) offene Stellen für (personale) Rollen, fakultative Ereignisse und Gegenstände (Abweichungen, Modifikationen) sowie Möglichkeiten zu implikativer Strukturbildung enthält (Ziehen von Inferenzen)" (ebd. S.973), verstanden wird. Skripts speichern demnach Handlungswissen, dessen Aktivierung in der jeweiligen Situation situationsangemessenes Handeln oder eine entsprechende Handlungsvorstellung generiert: Beispielsweise kann die mathematische Grundvorstellung des Weggebens (z.B. eines bestimmten Geldbetrags) im Frame ‚Einkaufen' innerhalb der Handlungsabfolge ‚Ware aussuchen', ‚Ware bezahlen', ‚Wechselgeld bekommen' intern repräsentiert sein und im Zuge einer entsprechenden mathematischen Problemlösung aktiviert werden. An diesem Beispiel wird deutlich, dass sich der Referenzbereich eines Frames v.a. in der Tätigkeit eines Individuums und in der Anwendung und Aktivierung innerhalb von Problemsituationen erweitert. Die Struktur und der Inhalt eines Frames sind dabei wesentlich von Struktur und Inhalt der den Frame konstituierenden Handlungen und der dazu gehörenden Gegenstände und Objekte bestimmt (vgl. Dörfler 1986a).

Zusammengefasst erklären die dargestellten kognitivistischen Modelle der Repräsentation als „subjektive Wissensgefüge mit funktionalem Charakter" (Palmer 1978, S.252) auf mentaler Ebene schematisiertes Wissen eines Individuums deklarativer oder prozeduraler Art, das Elemente der Tätigkeiten oder Erfahrungen einer Person enthält. Mit Blick auf mathematische Grundvorstellungen sind die dargestellten Repräsentationsmodelle das Ergebnis spezifischer, mathematischer Lernprozesse, die sowohl die Struktur als auch den Gegenstand dieser Lernprozesse abbbilden, dabei aber stets bereichspezifisch organisiert, nicht notwendigerweise miteinander verbunden oder (nicht notwendigerweise) strukturell oder hierarchisch geordnet sind (vgl. dazu die „subjektiven Erfahrungsbereiche" nach Bauersfeld 1983). Die folgenden beiden allgemeinen Merkmale der genannten Modelle der mentalen Repräsentation sind für das Vorhaben einer umfassenden Entwicklung der mathematischen Grundvorstellungen von zentraler Bedeutung (vgl. Mandl, Friedrich & Hron 1988; vgl. Davis 1984, Dörfler 1986a, 1986b, 1988a, 1988b):

- Die Aktivierung mentaler Repräsentationen kann durch verschiedene Arten des Aufrufs erfolgen, z.B. durch eine gespeicherte Situationsstruktur, einen Wahrnehmungsreiz oder den Namen eines Begriffs. Damit übernehmen mathematische Grundvorstellungen, aufgefasst als Schemata, Frames oder Scripts, Steuer- und Kontrollfunktion über das Denken und Handeln in Situationen, in denen sie aktiviert werden (vgl. Hasebrook 1995, S.124). Mathematische Grundvorstellungen sind damit dynamische Strukturen, d.h. in und durch deren Aktivierung werden sie zunehmend elaboriert und angepasst. Dies ist eine zentrale Voraussetzung für die Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit auf der Basis mathematischer Grundvorstellungen, indem bei jedem mathematischen Lösungsprozess das Referenzfeld als die Klasse der Situationen, in denen mathematische Grundvorstellungen als subjektiv anwendbar erfahren werden, erweitert und strukturiert wird.
- In den Handlungen und Alltagstätigkeiten eines Individuums entstehen, entwickeln und vernetzen sich mentale Repräsentationen. Mathematische Grundvorstellungen als Schemata, Frames oder Scripts entspringen also der Tätigkeit eines Lernenden - sowohl auf der Ebene des Handelns als auch auf der Ebene des Denkens. Grundvorstellungen als mentale Repräsentationen der die Addition und Subtraktion konstituierenden Handlungen bzw. Tätigkeiten stellen somit die Struktur und das Schema der diese Operationen konstituierenden konkret-gegenständlichen Handlungen oder deren mentale Handlungsvorstellungen dar und können nur in einer entsprechenden (mathematischen) Tätigkeit entwickelt werden (vgl. Dörfler 1988a).

3.2.2.3 Grundvorstellungen aus konstruktivistischer Sicht

Während der kognitivistische Zugang zur Frage der mentalen Repräsentation die Speicherung von Wissen in Form von kognitiven Strukturen erklärt, weisen Befunde der Gehirnforschung die Perspektive auf einen konstruktivistischen Zugang zur Frage der internen Repräsentation (vgl. zusammenfassend Maturana 1987):

Die Erklärung konstruktivistischen Denkens geht davon aus, dass die gesamte menschliche Wahrnehmung und somit auch die daraus entwickelten (mathematischen) Vorstellungen keine direkte und exakte, ikonische Abbildung der Alltagswirklichkeit darstellen, sondern eine funktionale Sicht, bei der ein Subjekt seine Erfahrungs- und Lebenswelt durch kognitive und emotionale Prozesse im sozialen Kontext intern-mental konstruiert (vgl. Maturana & Varela 1987a, 1987b). Das Gehirn hat dabei die Funktion eines strukturdeterminierten, selbstreferentiellen und nicht-trivialen Systems (vgl. zusammenfassend Werning 1998), in dem Wissen nicht durch Enkodierung und mentale Repräsentation entsteht, sondern jeweils im Augenblick des Handelns und der Tätigkeit „emergiert" (vgl. Chott 1998), d.h. sich selbst organisiert und entwickelt. Aus einer unstrukturierten Fülle von unspezifischen Wahrnehmungen „errechnet" das Gehirn stabile, „sinnstiftende Wirklichkeiten" (vgl. v. Foerster 1997). An die Stelle der Erklärung von mentalen Vorstellungen als „triviale Anpassung" (vgl. v. Foerster 1987) tritt die Sichtweise einer zweckorientierten Anpassung, d.h. ein Subjekt repräsentiert das, was in der jeweils vorliegenden Situation wichtig, nützlich und im Augenblick von Bedeutung ist. Demnach muss im Zusammenhang mit mentaler Repräsentation nicht von „objektiver", sondern vielmehr von „viabler", subjektiver Konstruktion gesprochen werden (vgl. v. Glasersfeld 1989).

Der Ansatz der „situierten Kognition" (vgl. Greeno 1989; Greeno, Smith & Moore 1993; Rogoff 1990) auf der Grundlage der konstruktivistischen Sichtweise „ist der Versuch, eine sich selbständig organisierende, kognitive Architektur zu entwerfen, in welcher der Wissenserwerb neurologisch und kognitionspsychologisch kohärent erklärt werden kann" (Chott 1998). Betrachtet man das Lernen von Mathematik als die Entwicklung mathematischer Grundvorstellungen, so wird mathematischer Wissenserwerb damit nicht lediglich als passives Rezipieren oder die Reaktion auf die Bewältigung mathematischer Problemsituationen beschrieben, sondern als aktiver und selbstgesteuerter Konstruktionsvorgang. Zentrale Bedeutung bei der Entwicklung von Grundvorstellungen haben aus dieser Perspektive Lerngegenstände, die für einen Lernenden von Relevanz, Authentizität und Situiertheit gekennzeichnet sind (vgl. Gerstenmaier & Mandl 1995). Aus dieser Sicht sind mathematische Grundvorstellungen Konstrukte, die nicht unabhängig von den Anforderungssituationen, in denen sie benötigt werden, mental repräsentiert sein können. „Aus Sicht der situierten Kognition kann eine Person also nicht über Wissen an sich verfügen, sondern lediglich über Wissen zur Bewältigung einer bestimmten Anforderung. Wissen ist die Bewältigung von Anforderungen" (Stern

1998, S.29). Für die Beschreibung derartigen Wissens bzw. derartiger Vorstellungen werden in der Psychologie die Begriffe „Mentale Modelle“ oder „Konzepte“ (vgl. Johnson-Laird 1983; Gentner & Stevens 1983) verwendet.

Während die interne Repräsentation in Form von Schemata, Frames oder Scripts im Langzeitgedächtnis angesiedelt wird, geht man für Vorstellungen in Form von mentalen Modellen auch von der Möglichkeit einer kurzfristigen, im Arbeitsgedächtnis aufgebauten Wissensstruktur aus, die immer nur aktuell mit Hilfe des generischen Wissens konstruiert wird (vgl. Glenberg & Langston 1992). Beim Lesen einer mathematischen Textaufgabe bauen sich mentale Modelle auf, ohne dass diese nach dem Lösungsprozess dauerhaft gespeichert bleiben müssen (vgl. Brewer 1987).

Mentale Modelle als „auf das Handlungsziel bezogene Ausschnitte aus der Realität“ (Stern 1998, S.30) und Konzepte als „elementare kognitive Organisationseinheiten“ (vgl. Schank 1975), die die Ordnung von Wissen über singuläre Objekte oder Ereignisse beschreiben (vgl. Stern 1998, S. 31f), können auf der Grundlage der konstruktivistischen Perspektive mathematische Grundvorstellungen als Produkt eines aktiven Konstruktionsprozesses beschreiben und erklären (vgl. Johnson-Laird 1983; Gentner & Stevens 1983; Kintsch & van Dijk 1978; Mani & Johnson-Laird 1982; Albrecht & O`Brien 1993).

Für die mentale Repräsentation mathematischer Grundvorstellungen ist von Bedeutung, dass mentale Modelle als konkret-anschauliche Wissensstruktur betrachtet werden (auch wenn abstrakte Wissensbereiche repräsentiert werden), die räumliche, kausale und zeitliche Beziehungen abbilden. Auf diese Weise ist es im Zuge mathematischer Modellierungsprozesse möglich, dass Folgen verschiedener Ereignisse durch ein Probehandeln simuliert werden können, um so eine Vorstellung von den Ereignisfolgen zu erlangen (Steiner 1988), z.B.: „Wenn auf den Parkplatz, auf dem 8 Autos stehen, 5 Autos hinzukommen, wie viele Autos stehen dann insgesamt dort?“.

Zentrale Bedeutung bei der Entwicklung mathematischer Grundvorstellungen als mentale Modelle oder Konzepte stellen die jeweils individuellen und ganz persönlichen Vorerfahrungen eines lernenden Subjekts dar. Mentale Modelle und Konzepte als mentale Repräsentationsformen von Wissen werden dabei nicht direkt erworben, sondern entwickeln sich auf der Grundlage bereits vorhandener mentaler Vorstellungen und intern repräsentierten Wissens (vgl. Hatano 1996) - sie sind somit zunächst durch Alltags- und Vorerfahrungen geprägt. Mentale Modelle und Konzepte stellen für ein lernendes

Subjekt also individuell-sinnhafte Vorstellungen dar, die innerhalb der für sie relevanten Kontexte widerspruchsfrei und valide sind (vgl. Hartmann 2002).
Es hat sich gezeigt, dass mathematische Grundvorstellungen zu unterschiedlichen Inhaltsbereichen im Sinne der Erklärung durch mentale Modelle oder Konzepte relativ offene und persönliche Konstrukte darstellen, die sich von Individuum zu Individuum völlig unterschiedlich entwickeln können. Dabei stehen jeweils Alltagsvorstellungen und mathematisches Schulwissen vielfach unverbunden nebeneinander. Bei der Bearbeitung von Textaufgaben muss aus dieser Sicht davon ausgegangen werden, dass je nach Aufgabenkontext bei den Lernenden unterschiedliche Modelle und Konzepte aktiviert werden und sich entwickeln (vgl. Schnotz, Vosniadou & Carretero 1999). Mathematische Förderung der Modellierungsfähigkeit als eine Veränderung von mathematischem Wissen und mathematischer Grundvorstellungen ist damit nicht durch den Erwerb neuer Konzepte möglich, sondern erfordert stets eine Umstrukturierung und Reorganisation individuell vorhandener Modelle und Konzepte im Sinn eines so genannten „conceptual change“ (vgl. Strike & Posner 1982).

3.2.3 Mathematische Modellierungsfähigkeit als konzeptuelles Problemverständnis

Jonassen (2003) hat (auch) unter konstruktivistischer Perspektive ein Rahmenmodell zur Erklärung der Lösung mathematischer Textaufgaben vorgelegt, das die beiden traditionellen Modelle - Textverarbeitungsmodelle und mathematisch-logische Modelle - zur Erklärung mathematischer Problemlöseprozesse anhand von Textaufgaben miteinander verknüpft. Aus konstruktivistischer Perspektive wird versucht, (Grund-)Vorstellungen als mentale Repräsentation von Wissen nicht in abstrakter und isolierter Form zu beschreiben, sondern immer in Verbindung mit dem Akt des Lernens und der Situation und dabei die Anwendungsaspekte des Wissens und der Vorstellungen direkt in die Prozesse des Wissenserwerbs zu integrieren (vgl. Mandl, Gruber & Renkl 2002). Aus dieser Sichtwiese erfordert die Bewältigung einer mathematischen Anforderung Wissensrepräsentationen auf zwei Ebenen, nämlich die Konstruktion mentaler Modelle des jeweiligen Sachverhalts, die einerseits sowohl die Repräsentation der situationalen Merkmale beinhaltet (=situationale Wissensrepräsentation), die andererseits aber auch das Verständnis der Struktur des Problems im Zusammenhang mit den ma-

thematischen Operationen, die zur Problemlösung herangezogen werden können, beinhaltet (=mathematisch-strukturelle Wissensrepräsentation) (vgl. Jonassen 2003).
Man stelle sich dazu folgende Problemstellung vor, mit welcher Kinder in einer Unterrichtssituation konfrontiert werden (vgl. Stern 1998, S.30ff): „Bestimme die Anzahl der Stühle in eurer Wohnung / eurem Haus."
Auf der Ebene der mathematisch-strukturellen Problemerfassung handelt es sich beim vorgestellten Beispiel entsprechend der Systematik von Carpenter & Moser (siehe 2.3.1) um die Grundvorstellung der Vereinigung endlicher Mengen. Die Gesamtheit der Stühle ergibt sich als Vereinigungsmenge der Stühle in den einzelnen Räumen – es handelt sich also um eine mathematische Problemstruktur basierend auf der Addition natürlicher Zahlen.
Auf der Ebene der situationalen Problemerfassung ist es im obigen Beispiel erforderlich, dass ein mentales Modell der Wohnung oder des Hauses konstruiert wird, das aus einem imaginären Gang durch die Wohnung oder das Haus besteht, bei dem die einzelnen Zimmer mental betreten werden, um nach Stühlen zu suchen. Der Ansatz der situierten Kognition besagt, dass ein derartiges mentales Modell aus solchem Wissen konstruiert wird, das in früheren Anforderungssituationen (z.B. beim Suchen nach einer verlorenen Geldbörse) zum Aufbau mentaler Modelle benötigt wurde. Beim Problemlöseprozess auf situationaler Ebene ist es von besonderer Bedeutung, dass entsprechend der jeweiligen Anforderungssituation effizient abstrahiert wird: Es wäre ineffizient detaillierte Vorstellungsbilder von den einzelnen Räumlichkeiten oder den einzelnen Stühlen zu konstruieren. Entscheidend ist, dass „ein auf die Grundstrukturen reduziertes mentales Modell konstruiert [wird], das zur Ausführung der aktionalen Voraussetzungen führt" (Stern 1998, S.31).
Im Problemlöseprozess bezogen auf mathematische Textaufgaben wird in diesem Zusammenhang von der Konstruktion eines Situationsmodells (situation conception) gesprochen (vgl. Fuson, Hudson & Pilar 2004). Dieses Situationsmodell entsteht in einem komplexen Prozess, der das evtl. Dekodieren von Wörtern im Text, das Konstruieren von Bedeutungen aus den Wörtern, das mentale Verbinden der Bedeutungen zu einem zusammenhängenden Text- und Situationsverständnis enthält. Gemäß dem Ansatz der situierten Kognition hängt die Tatsache, ob ein (mathematisches) Problem gelöst werden kann oder nicht in hohem Maße davon ab, ob die Lernenden ein derartiges mentales Modell der vorliegenden Problemsituation aufbauen können, ob also eine Verbindung zwischen dem (Alltags-) Wissen eines Lernenden, bereits entwickelten Vorstellungen

und gemachten Erfahrungen in bisherigen Anforderungssituationen hergestellt werden kann (vgl. Greeno 1989; Greeno, Smith & Moore 1993). Entscheidend dabei ist, dass Vorstellungen derart aktivierbar sind, dass die in der Problemsituation enthaltenen Objekte, Gegebenheiten und Sachverhalte, die Aktionen und Beziehungen, also die gesamten situativen Kontexte des Problems in der jeweiligen Anforderungssituation mental aktualisiert repräsentierbar sind (vgl. Brown, Collins & Duguid 1989; Rogoff 1990).

Im Gegensatz zur mathematisch-strukturellen Problemerfassung sind bei der situationalen Problemerfassung die quantitativen Aspekte des Problems im Hintergrund (vgl. Kintsch & van Dijk 1978; Fuson, Hudson & Pilar 2004). Im Vordergrund auf der Ebene der situationalen Problemerfassung steht die Identifikation der für die Lösung zentralen Informationen und Situationsmerkmale und deren mentale Repräsentation durch inhalts- und situationsspezifische Elemente (vgl. Kintsch & van Dijk 1978; Reusser 1989, 1992a, 1992b), z.B.: Eine mathematische Problemstruktur, die auf der Vereinigung endlicher Mengen (wie im obigen ‚Stühle-Beispiel') basiert, kann durch eine unzählige Vielfalt anderer inhaltsspezifischer Elemente z.B. Autos auf einem Parkplatz, Äpfel in einem Obstkorb, Scheine und Münzen in einer Spardose, spielende Kinder in einem Sandkasten usw. repräsentiert werden. Die Situationsstruktur der Vereinigung kann dabei z.B. in Form von ‚Zusammenstehen', ‚Darinliegen', ‚Gespart-Haben' usw. inkorporiert sein.

Das Anwenden bereits entwickelter Vorstellungen und Strategien auf situationaler Ebene kann je nach Vorwissen eines Lernenden, seinen (Alltags-)Erfahrungen und bereits entwickelten Vorstellungen individuell erheblich unterschiedlich ausfallen. Es wäre denkbar, dass im obigen Beispiel bei der Bestimmung der Anzahl der Stühle in der Wohnung ein Erwachsener, der vor kurzem evtl. gerade eine eigene Wohnung bezogen hat, z.B. zur Bestimmung der Anzahl der Stühle ein mentales Modell der Ordnung aller gekauften Stühle nach dem Zeitpunkt der Anschaffung konstruiert. Es wird dabei nicht ein mentales Modell aufgebaut, bei dem Wissen über den Aufbau und die Einrichtung der Wohnung oder des Hauses repräsentiert ist; im zweiten Fall handelt es sich vielmehr um ein mentales Modell, in dem Wissen über den Anschaffungszeitpunkt von Einrichtungsgegenständen repräsentiert ist (vgl. Stern 1998, S.35).

Aus dieser Sicht wird die Lösung mathematischer Probleme auf der Basis vorhandener und entwickelter mathematischer Grundvorstellungen derart beschrieben, dass mentale Modelle aktiviert und konstruiert werden, die die beiden beschriebenen Ebenen - der mathematisch-strukturellen und der inhaltlich-situationalen Problemerfassung - repräsentieren und integrieren. Um mathematische Probleme durch Aktivierung der entsprechenden Grundvorstellungen lösen zu können, muss ein Lernender also ein konzeptuelles Verständnis der Problemsituation entwickeln, in dem ein umfassendes Modell der Problemsituation repräsentiert ist, das situationale und strukturelle Charakteristiken der Situation zusammenführt und daraus das mathematische Modell des Problems entfaltet (vgl. Reusser 1993). Für das obige Stühle-Beispiel ist ein derartiges Modell in Abb. 3.1 dargestellt.

Der Modellierungsprozess beim Lösen eines mathematischen Sachproblems entspricht aus dieser Perspektive der Aktivierung der jeweiligen mathematischen Grundvorstellungen als „conceptual model“ (Abb. 3.1): „…solving story problems requires that learners construct a conceptual model of the problem that integrates the situational (story) content with an understanding of the sematic structure of the problem based on the principles of mathematics or science being practiced in the problem. The model also contains the processing operations required to solve the problem quantitatively. Constructing such a conceptual model enables learners to classify story problems before attempting any solution, a step essential to transfer.” (Jonassen 2003, S.267)

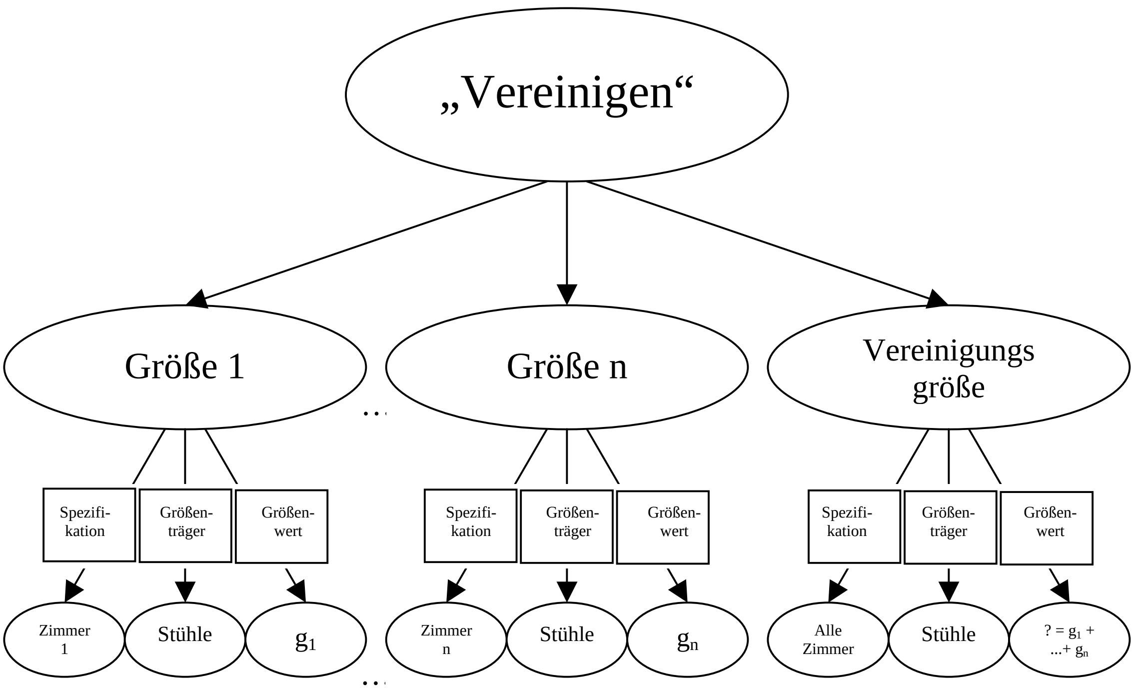


Abbildung 3.1: Conceptual model einer Problemsituation (nach Jonassen 2003)

Aus dieser Sicht werden Probleme beim Lösen von Sachproblemen insbesondere darauf zurückgeführt, dass die situationalen Merkmale einer Problemsituation eine ambivalente Funktion beinhalten. Einerseits sind diese situationalen Problemmerkmale die Grundlage, die die mathematische Struktur bestimmt, andererseits sind es situationale Merkmale des Problems, die einen Lernenden davon ablenken, die Problemstruktur zu bestimmen (vgl. Briars & Larkin 1984).
„Students rarely reconcile the situational and structural characteristics in their conceptual models” (Jonassen 2003, S. 276). Die Hauptschwierigkeiten im Problemlöseprozess liegen also darin im Laufe der Problemlösungen Grundvorstellungen derart zu aktivieren, dass strukturelle und situationale Charakteristiken aufeinander bezogen werden.

Hasemann & Stern (2002) beschreiben in den Konzepten der „alltagsnahen Handlungsorientierung“ und der „abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung“ zwei Möglichkeiten, um auf der Grundlage vorhandener mentaler Repräsentationen mathematische Problemlösungen aus strukturellen und situationalen Merkmalen einer Problemsituation zu entwickeln. Im Folgenden werden die beiden Arten von Lösungsprozessen, die Hasemann & Stern (2002) für die Lösung mathematischer Problemsituationen im Größenbereich ‚Anzahlen’ entwickelt haben, vorgestellt und auf mathematische Problemstellungen für alle in der Grundschule relevanten Größenbereiche erweitert, um daraus Trainingsprogramme zur Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht der Grundschule zu entwickeln.

3.3 Alltagsnahe und abstrakt-symbolische Handlungsorientierung

3.3.1. Ebenen mathematischer Problemrepräsentation

Die „alltagsnahe“ und „abstrakt-symbolische“ Handlungsorientierung im Sinne von Hasemann & Stern (2002) basieren letztlich auf der Unterscheidung mathematischer Repräsentationsformen auf enktiver, ikonischer und symbolischer Ebene, wie sie Bruner (1966) erstmals umfassend ausgearbeitet und beschrieben hat:
“What does it mean to translate experience into a model of the world. Let me suggest there are probably three ways in which human beings accomplish this feat. The first is through action. […] There is a second system of representation that depends upon visual

or other sensory organization and upon the use of summarizing images. […] We have come to talk about the first form of representation as enactive, the second is iconic. […] Finally, there is a representation in words or language. Its hallmark is that it is symbolic in nature.” (Bruner 1966, S.10–11)

Von dieser Unterscheidung ausgehend kann eine mathematische Problemsituation auf drei Ebenen repräsentiert und bewältigt werden (vgl. Abb. 3.2).

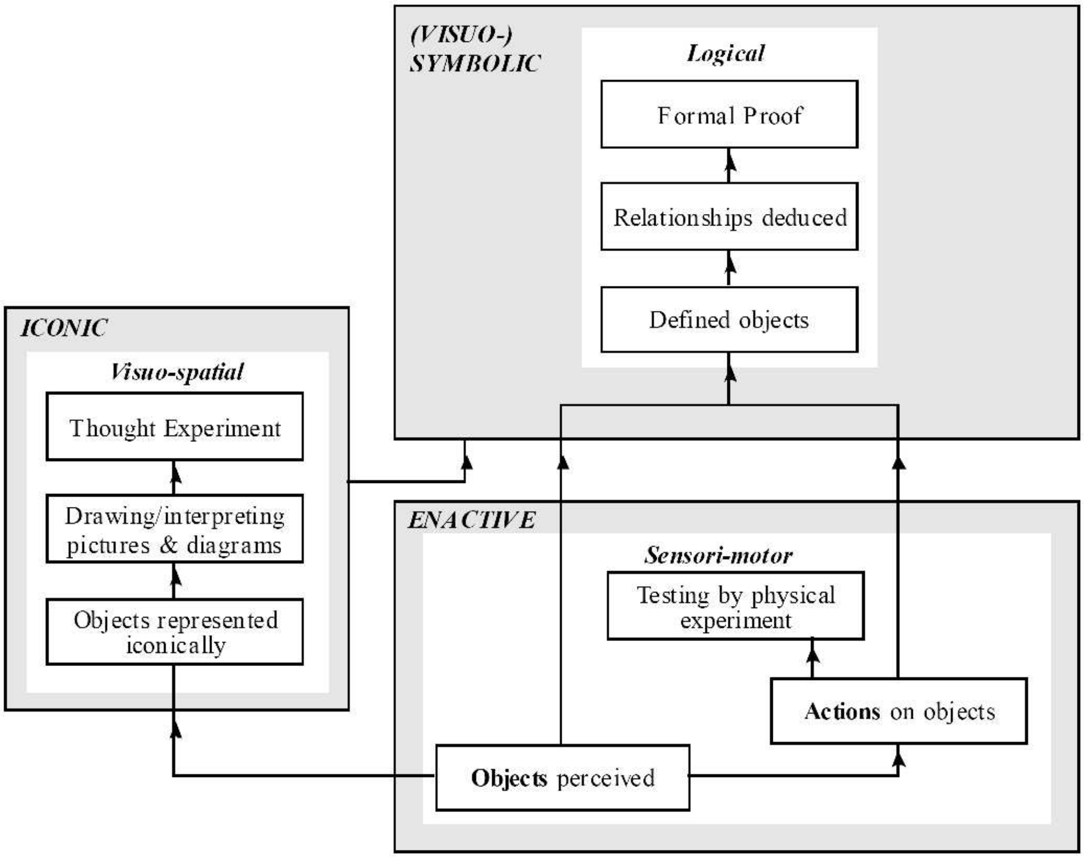


Abbildung 3.2.: Repräsentationen und Lösungsprozesse mathematischer Probleme (nach Tall 1996)

Auf enaktiver Ebene ist eine Problemsituation in den Aktivitäten eines Individuums, die aus Erfahrungen des Wahrnehmens von Objekten und dem handelnden Umgang mit diesen herrühren, verankert. Es kann zwischen real-life-representation (vgl. Resnick 1987) und concrete-model-representation (Carpenter, Ansell, Franke, Fennema & Weisbeck 1993) unterschieden werden:

„Consider this problem: ‘Jessica and Meri Joy baked 36 cookies. Then, Meri Joy dropped 12 cookies on the floor. How many were left?’ Now this problem has a basis in reality: Jessica and Meri Joy are the daughters (...); they really did bake cookies; some cookies really were dropped and spoiled. Note that

Meri Joy and Jessica could answer the question simply by counting the cookies that were not dropped. Such real-life situations are the most concrete level of problem representation. People rarely go wrong when they solve such problems (...) If, however, some time has passed and the cookies are no longer at hand, we can still ask and answer the question. One way is to get some beans and to pretend they are cookies. To solve the problem, we can count out 36 beans, separate 12, and count how many remain. This use of beans to represent cookies is one step up the ladder of abstraction: a concrete model represents a real situation.“ (Carpenter, Fennema & Peterson 1987, S. 273f).

Mathematische Problemlösung auf enaktiver Ebene erfolgt demnach durch Simulation der Problemsituation mit entsprechenden realen Repräsentanten und Objekten: „The enactive system has a simple method of proof – verification by physical experiment“ (Tall 1996, S.3).

Auf ikonischer Ebene bedient man sich bildhafter Repräsentationen, um eine Problemsituation in ein räumlich-statisches Beziehungsgefüge zu transferieren:

„Another way to approach the problem is via pictures. Each cookie can be represented by a circle. We can solve the problem by drawing 36 circles, crossing out 12, and counting those left. This sort of pictorial representation is often useful in mathematics and science. Even when the picture does not lead immediately to a solution, it often helps us understand the problem situation and starts us on the road to a solution.” (Carpenter, Fennema & Peterson 1987, S. 274).

Die Problemlösung auf mathematisch-ikonischer Ebene der Repräsentation beinhaltet „thought experiments where we imagine certain conditions holding in a static or dynamic gestalt to ‚see’ if a conclusion holds. Such proofs are holistic, without necessarily having any logical deduction” (Tall 1996, S.3).

Auf symbolischer Ebene wird eine mathematische Problemsituation mit Hilfe abstrakter mathematischer Symbolik (z.B. Ziffern, Operationszeichen usw.) beschrieben:

„We can also represent Jessica and Meri Joy’s cookies in symbols:

$$36 - 12 = \square$$

Such symbolic representations are abstract and powerful. Much of the explosive growth of mathematics in the last 400 years is due to the invention of more efficient symbol systems.” (Carpenter, Fennema & Peterson 1987, S. 274)

3.3.2 Alltagsnahe Handlungsorientierung

3.3.2.1 Kognitive Entwicklung ‚vom Konkreten zum Abstrakten'

Der Ansatz der alltagsnahen Handlungsorientierung basiert auf der Annahme, dass die kognitve Entwicklung eines Individuums vom Konkreten zum Abstrakten verläuft. „Bruner considered that these representations grew in sequence in the individual, first enactive, then iconic and finally a symbolic representation, where the latter may have a power of its own which then depended less on the first two." (Tall 1996, S.15).
Ausgehend von der Theorie Piagets zur kognitiven Entwicklung liegt die Gemeinsamkeit aller ‚global theories' bezüglich der Entwicklung mathematischen Verständnisses darin, dass sie die Denkentwicklung ausgehend von der konkreten Auseinandersetzung eines Individuums mit Größenrepräsentanten über den Umgang mit Sprache und Symbolik hin zu einem zunehmend abstrakteren Denken erklären (vgl. Pegg & Tall 2002).
Es ist nicht Ziel dieser Arbeit eine detaillierte Aufarbeitung der einzelnen Theorien darzustellen (vgl. dazu z.B. Biggs & Collis 1982; Pegg & Davey 1998). Entscheidend ist vielmehr der Beitrag, den diese Theorien zur Erklärung der Entwicklung mathematischer Modellierungsfähigkeit auf der Basis von Grundvorstellungen liefern: Ein lernendes Individuum entwickelt Fähigkeiten und Vorstellungen auf der Basis sensorischer Wahrnehmung und physischer Auseinandersetzung und Interaktion mit seiner Umwelt. Über den Gebrauch und die Repräsentation von Symbolsystemen, z.B. sprachliche oder mathematische Symbolik, entwickelt sich das Denken hin zu abstrakteren Formen (vgl. Pegg & Tall 2002).
Aus dieser Sicht wird impliziert, dass sich mentale Repräsentationen mathematischer Inhalte sozusagen von außen nach innen, vom Konkreten zum Abstrakten, entwickeln, d.h. dass irrelevante und spezifische Eigenschaften von Handlungen, die konstituierend für die mathematischen Operationen sind, Schritt für Schritt abgestreift werden, so dass letztendlich die mathematische Struktur der Handlung übrig bleibt. Demnach wird der Zusammenhang zwischen der Handlung und der entsprechenden alltagsnahen Grundvorstellung so beschrieben, dass

- die Handlung eine konkrete, anschauliche Version der Operation ist,
- die Handlung ein konkretes Beispiel für die Operation ist,
- die Handlung der Inhalt der Operation ist,
- die Handlung eine konkrete Darstellung oder Repräsentation der Operation ist,

- die Handlung der semantische Bedeutungsgehalt der Operation ist,
- die Operation die Verinnerlichung der Handlung ist,
- die Operation die Form der Handlung ist,
- die Operation das Allgemeine, Wesentliche der Handlung ist,
- die Operation das Schema der Handlung ist (vgl. Dörfler 1987a).

Aus Sicht der „global theories“ führt die Handlung demnach über Prozesse der Verinnerlichung, Abstraktion, Symbolisierung usw. zur internen Repräsentation, d.h. zur jeweiligen mathematischen Grundvorstellung (vgl. Pegg & Tall 2002).
In umgekehrter Wirkungsrichtung ist es Ziel der alltagsnahen Problemlösung in einer vorgegebenen Problemsituation „den Kindern bei dem schwierigen Prozess der Transformation von konkreten Handlungen in Denkhandlungen und damit in mentale Repräsentationen dieser Situationen zu helfen“ (Hasemann & Stern 2002, S.230). Ausgehend von der Entwicklung ‚vom Konkreten zum Abstrakten’ erhält ein mathematischer (abstrakt-)symbolischer Ausdruck dann eine konstituierende Bedeutung im Sinne alltagsnaher Grundvorstellungen als conceptual model (siehe 3.2.3), wenn die Lernenden fähig sind diesen mathematischen Ausdruck (der mit unterschiedlichen Sachsituationen verbunden ist) auf neue Sachsituationen zu übertragen (vgl. Hasemann 2003).
Der Weg von einer vorliegenden Problemsituation zum mathematischen Ausdruck in Form eines mathematischen Modells der Problemsituation vollzieht sich bei der alltagsnahen Handlungsorientierung über die enaktive bzw. ikonische Problemrepräsentationsebene. Die Simulation der vorliegenden Problemsituation erfolgt mit den Objekten, die in der jeweiligen Situation eine Rolle spielen, also z.B. mit Spielgeld, Äpfeln, Steinen, Murmeln usw. Nach der Simulation der Problemsituation mit den konkreten Objekten erfolgt eine Übertragung der Problemsituation auf die ikonische und die symbolische Ebene (Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling 1996, S.81). Als wesentlichen Schritt zur Aktivierung von Grundvorstellungen aus konkreten Sachsituationen und die Konstruktion mathematischer Ausdrücke nennt Hasemann die Anfertigung so genannter Skizzen (vgl. Hasemann 2003; Hasemann & Stern 2002) zu einer Problemsituation, die nicht einfach nur bildhaft eine vorliegende Problemsituation abbilden, sondern relevante quantitative Beziehungen ohne irrelevante Details repräsentieren (vgl. Hasemann 2003).

3.3.2.2 Die Bedeutung konkreter Materialien für die mathematische Modellierungsfähigkeit

3.3.2.2.1 Handlungen als Grundlage für die Ausbildung von Grundvorstellungen

Für den Bereich der Grundschule gilt es letztendlich nicht erst seit den Errungenschaften der Reformpädagogen nur als Erfahrungstatsache, dass es einen engen Zusammenhang zwischen mathematischen Inhalten einerseits und dem praktischen Handeln andererseits gibt. Mathematische Inhalte dienen den Menschen auf der einen Seite zur Planung, Steuerung und Kontrolle praktischer Tätigkeiten in vielen unterschiedlichen gesellschaftlichen Bereichen, auf der anderen Seite lassen sich mit entsprechenden Inhalten auch geistige Handlungen vollziehen, die in der materiellen Welt nicht möglich wären (vgl. Stern & Staub 2000).

Die aus der Theorie des Verinnerlichungsprozesses (vgl. Bruner 1966) abgeleitete - weithin akzeptierte und empirisch zu belegende These behauptet, dass praktische bzw. pragmatische Handlungen als äußere Repräsentation von Sachverhalten die Grundlage für die Entwicklung interner, d.h. mentaler (mathematischer) Repräsentationen darstellen (vgl. z.B. Dörfler 1987a). In seiner Entwicklungstheorie geht Bruner davon aus, dass ein Lernender seine Alltagserfahrungen, die er in der Auseinandersetzung mit der Welt macht und ausdifferenziert, zuerst in Vorstellungsbildern der Handlungsausführung repräsentiert, d.h. durch eine mentale Organisation motorischer Handlungen. Mathematisches Denken entwickelt sich aus dieser Ebene der Kodierung von Wissen über Handlungs- oder Bewegungsschemata über die Wissensrepräsentation, die sich unter Nutzung von Vorstellungen und Bildern entwickelt, hin zu einer abstrakt-formalen Form der Organisation des Denkens als symbolische Wissensrepräsentation. Denken bedient sich auf dieser Ebene der Nutzung von komplexen (mathematischen) Symbolsystemen. Bruner beschreibt die Entwicklung des Denkens als Mittel zur Interaktion mit der Alltagswelt, worin die Repräsentationsformen des Wissens und der Erfahrung teilweise von der Umwelt bereitgestellt werden, teilweise eine Anpassungsleistung ihr gegenüber darstellen. Die Entwicklungstheorie Bruners unterscheidet sich insofern von der Piagets, als sie die adaptiven Werte der verschiedenen Repräsentationsmodi der Erfahrung in verschiedenen Umweltkontexten hervorhebt und damit größeren Wert auf die Effektivität spezieller Trainings- und Unterrichtsmethoden legt (zur Theorie Bruners vgl. Bruner 1971; zusammenfassend z.B. Krech & Crutchfield 1992, S.23ff).

Im Wesentlichen resultieren aus der Entwicklungstheorie Bruners die von Piaget (1965) beschriebenen Phasen des Aufbaus und der Verinnerlichung mathematischer Inhalte (vgl. auch Grissemann & Weber 1982; Packman 1985; zusammenfassend Lorenz 1998, S.85ff): Die drei Handlungsebenen (der enaktiv-konkreten, ikonisch-bildhaften und symbolisch-abstrakten Handlung) bestimmen das mathematische Verständnis einer Problemsituation. Der ‚intramodale Transfer' bezeichnet dabei die für mathematische Verständnisprozesse notwendigen Vorgänge der Übersetzung von einer Handlungsebene in eine andere.

Ausgehend vom Verinnerlichungsprozess beginnt die Einführung eines neuen mathematischen Inhalts mit dem Umgang mit konkreten Materialien. In Bezug auf die Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen werden Handlungen des Hinzufügens, Wegnehmens, Vergleichens usw. mit konkreten Mengen z.B. Steinen, Perlen usw. durchgeführt. Ziel ist es durch einen konkreten Operationsaufbau (vgl. Lorenz 1998, S.86), in dem z.B. konkrete Mengen zusammengelegt werden, eine Teilmenge von einer Gesamtmenge entfernt wird, konkrete Mengen über Eins-zu-eins-Zuordnungen miteinander verglichen werden usw. Einsicht in die mathematische Handlungsstruktur zu erlangen und Verinnerlichungsansätze durch den „effektiven Vollzug einer Handlung, in welcher eine arithmetische Operation als logisch-strukturelles Skelett enthalten ist" (Grissemann & Weber zit. nach Lorenz 1998, S.86), zu bewirken. Von der konkreten Handlung ausgehend erfolgt die bildliche Darstellung des Sachverhalts, wobei es das Ziel ist, dass sich der Lernende durch die Reduktion der realen (auf ikonischer Ebene repräsentierten) Gegenstände den entsprechenden Operationsablauf visuell vorzustellen hat. Auf diese Weise sollen einerseits weitere Schritte in Richtung Verinnerlichung bewirkt werden, andererseits anschauungsmäßige Korrelate abstrakterer Natur ausgebildet werden, die nicht nur die konkret repräsentierte Operation beschreiben, sondern als visuelles Schema für sämtliche strukturgleiche Darstellungen verfügbar sind (vgl. Lorenz 1998, S. 97). Zuletzt erfolgt die mathematisch-symbolische Darstellung der zum entsprechenden mathematischen Inhalt gehörenden Handlung. Losgelöst von konkreten, materiellen Gegenständen werden mathematische Zeichen die Objekte der Betrachtung. Der anfangs konkreten, dann bildlich-grafischen Darstellung der Handlung folgt eine zeichenhaft-symbolische Darstellung, in der die Symbolik zu einem strukturellen, logischen Bedeutungsträger wird. Die Lernenden sind immer noch gefordert visuelle Vorstellungen des mathematischen Inhalts an anschaulichen Handlungskorrelaten zu bilden, jedoch können diese (gemäß der entsprechenden Problemstellung) auch eine untergeordnete Rolle spielen. Implizit werden diese Transformationen aber durchwegs als begleitende kognitive Operationen ausgeführt (vgl Lorenz 1998, S.112f).

Die empirische Feststellung, dass pragmatische Handlungen und äußere Repräsentationen von (mathematischen) Problemsituationen nicht automatisch und gewissermaßen aus sich selbst heraus die intendierten kognitiven Prozesse anregen und steuern, führte ausgehend vom Verinnerlichungsprozess mathematischer Inhalte zu weiteren theoretischen Analysen, welche die Komplexität des Verhältnisses von Handlungen und mathematischen Inhalten thematisierten und diskutierten. Insgesamt muss die Wirkungsdynamik zwischen Handlung und mathematischem Verständnis als „kognitive Distanz“ zwischen gegenständlicher Handlung und subjektiv-mathematischem Modell beschrieben werden, die von den Lernenden konstruktiv zu überwinden ist (vgl. Dörfler 1987a).

Dieser im sich kognitiv entwickelnden Subjekt ablaufende Prozess der Konstruktion mathematischer Inhalte, also das Lernen von grundlegender Mathematik in und durch Handlungen, war bisher vielfach Gegenstand theoretischer und empirischer Untersuchungen und fand in der Didaktik seinen Ausdruck im so genannten operativen Prinzip. Dabei wurde der Übergang von der Handlung zum mathematischen Inhalt terminologisch und begrifflich unterschiedlich gefasst, z.B. als Verinnerlichung, Interiorisierung, Schematisierung oder reflexive Abstraktion. Im Grunde entspricht dieser Prozess aber dem Verinnerlichungsprozess bei Piaget (vgl. Piaget 1965).

Das mathematikdidaktische Ziel dieses subjektiven Konstruktionsprozesses ist die Ausbildung tragfähiger mentaler Modelle für die Kognition und das Bewusstsein des Subjekts, welche schematisiertes deklaratives Wissen über seine Tätigkeiten und Erfahrungen repräsentieren, d.h. also die Herausbildung entsprechender mathematischer Grundvorstellungen als ‚conceptuel models’ (siehe 3.2.3).

3.3.2.2.2 Veranschaulichung und mathematische Modellierungsfähigkeit

Die alltagsnahe Handlungsorientierung betont ausgehend vom Verinnerlichungsprozess mathematischer Inhalte die Bedeutung konkreter Größenrepräsentanten bzw. Materialien oder bildhafter Darstellungen beim Lösen mathematischer Problemstellungen. Ziel ist es durch den Umgang mit alltagsnahen Objekten wie z.B. Spielzeugautos, Steine, Stifte usw. durch Hinzufügen, Wegnehmen, Vergleichen usw. Einsichten in die Handlungen aufzubauen, die die jeweiligen mathematischen Grundvorstellungen konstituie-

ren. In enger Wechselwirkung mit diesen Handlungsvorstellungen steht beim Lösen von Textaufgaben die Aufmerksamkeitsfokussierung auf die den jeweiligen Textaufgaben zu Grunde liegenden Handlungsstadien. Auf mentaler Ebene erfolgt diese Aufmerksamkeitsfokussierung durch mentale Modelle der jeweiligen Handlungsstadien, wobei die entsprechenden mentalen Gegenstände oder Vorstellungsgegenstände auf einer fortgeschrittenen Stufe mathematischer Problemlösekompetenz durch Typisierung, Schematisierung, Idealisierung usw. so weit bereinigt sind, dass z.B. weder Farbe, Marke, Größe usw. von Bedeutung sein müssen (zumindest für den mathematischen Aspekt der Problemsituation) und die jeweiligen mentalen Modelle die mathematische Problemstruktur adäquat abbilden (siehe 3.2.3).
Die mentale Modellierung von Handlungsstadien einer Problemsituation kann so weit reichen, dass z.B. Handlungselemente der Problemsituation durch ‚einfachere' mentale Elemente repräsentiert werden - beispielsweise können endliche Mengen durch Punktebilder, Striche oder Zahlen, extensive Größen wie Längen durch Strecken (vgl. Dörfler 1987a) repräsentiert sein.

Empirische Studien, in denen die Bedeutung konkreter Materialien bei der Lösung von Sachproblemen thematisiert wird, haben in der Mathematikdidaktik eine lange Tradition (vgl. Buckingham & MacLatchy 1930). Untersuchungen, die überwiegend im Größenbereich Anzahlen durchgeführt wurden, zeigen, dass die Simulation von Problemsituationen mit Würfelblöcken (entsprechend der ‚concrete-model-representation', siehe dazu 3.3.1) insbesondere bei Kindern in der Eingangsstufe der Grundschule die mathematische Modellierungsfähigkeit verbessert (vgl. z.B. Bolduc 1970; LeBlanc 1968; Steffe & Johnson 1970; Hebbeler 1977). Zu dem gleichen Ergebnis kommen Studien, in denen Punktbilder oder ‚bildhafte Symbole' im Sinne von Piaget & Inhelder (1979) zur Problemlösung herangezogen werden (vgl. z.B. Harvey 1976; Ibarra & Lindvall 1979; Marshall 1976). „…indem das Bild eine subtilere Untersuchung der ‚Zustände' ermöglicht und sogar die figurale Antizipation der ‚Transformationen' erleichtert, trotz des irreduktiblen statischen Charakters dieser Figuration, stellt es ein unentbehrliches Hilfsmittel dar für das Funktionieren des Denkens gerade auch in seiner Dynamik" (Piaget & Inhelder 1979, S.511).

Die Bedeutung konkreter Materialien für die Veranschaulichung mathematischer Problemsituationen konnten Carpenter, Hiebert & Moser (1981) darstellen, indem sie zusammengefasst zeigen konnten, dass Grundschulkinder, wenn sie vor die Wahl gestellt werden Sachprobleme entweder mit konkreten Gegenständen zu lösen, oder die Lösung ohne Zuhilfenahme von Materialien zu unternehmen, sich überwiegend für die Simulation der Problemstellungen entscheiden und als Folge davon auch bessere Problemlöseergebnisse erzielen.

3.3.3 Abstrakt-symbolische Handlungsorientierung

3.3.3.1 Die Bedeutung mathematischer Symbole

Hasemann & Stern (2002) haben ausgehend von der mathematischen Symbolik, die im Laufe der kognitiven Entwicklung eine eigene, von der real existierenden Welt losgelöste Bedeutung erfahren (vgl. Staub & Stern 1997), ein Modell entworfen, wie Sachsituationen, die eine mathematische Problemstellung enthalten, mit Hilfe von abstrakten Veranschaulichungsmitteln, wie z.B. Zahlenstrahl oder Hundertertafel, flexibel modelliert werden können. „Aus dieser Perspektive ergibt sich die Forderung, dass Mathematik erst nach Durchführung abstrakt-symbolischer Aktivitäten auf Alltagsprobleme angewendet werden sollte“ (Hasemann & Stern 2002, S.224). Symbole haben in der Mathematik eine besondere Bedeutung: „Thus symbols (…) do not stand alone: they form part of a connected symbolic system. Second, a system of symbols is not learned as indexes are learned from experience and memory. A system of symbols has to be apprehended, pretty much all at once.” (Davis & McGowen 2001, S.10)
Die abstrakt-symbolische Handlungsorientierung betont die Bedeutung der mathematischen Symbolik als Repräsentation von Objekten und Handlungen sowie von Beziehungen zwischen diesen. Als Repräsentation für „base objects“ (vgl. Gray & Tall 2001), „embodied objects“ (vgl. Davis & McGowen 2001) oder „mathematical objects“ (vgl. Dörfler 1994) war (und ist) die mathematische Symbolik Gegenstand vielfältiger Untersuchungen und erlangte in den vergangenen Jahren große Aufmerksamkeit in der Kognitionspsychologie und der Mathematikdidaktik (vgl. Dreyfus 1982, 1996; Johnson 1987; Varela, Thompson & Rosch 1991; Lakoff & Johnson 1999; Lakoff & Núñez 2000; Seitz 2000). Die zentralen kognitionspsychologischen Gedanken zur mentalen Repräsentation der mathematischen Symbolik gehen dabei auf Maturanas und Varelas Ausführungen zu den Grundlagen der Kognition zurück (vgl. Maturana & Varela 1980, 1998):

Grundsätzlich können mathematische Symbole im Zuge des Modellierungsprozesses einerseits als Repräsentanten überwiegend gegenständlicher mathematischer Objekte, wie z.B. endliche Mengen, Größenträger mit spezifischen quantitativen Ausprägungen (z.B. die Ausprägung der Eigenschaft Länge), Handlungen mit endlichen Mengen oder Größenträgern usw. aufgefasst werden. Mathematische Symbole repräsentieren demnach Konstrukte, die durch Fokussierung der Aufmerksamkeit auf Handlungen bzw. auf spezifische Eigenschaften von Alltagsgegenständen, wie z.B. Bälle, Äpfel oder Autos, aber auch Punkte auf Dominosteinen oder Würfelbilder usw., hervorgehen. Andererseits können mathematische Symbole nicht-gegenständliche (abstrakte) mathematische Objekte - wie z.B. natürliche Zahlen - repräsentieren (vgl. Gray & Tall 2001).
Zu beachten ist, dass Eigenschaften von Alltagsgegenständen erst dann in Form von mathematischen Symbolen repräsentiert werden können, wenn zusätzlich zur menschlichen Wahrnehmung durch die Sinnesorgane ein Individuum fähig ist über das Wahrgenommene zu reflektieren oder die Sinneseindrücke eines wahrgenommenen Objekts mit denen anderer Objekte zu vergleichen - Reflexionen über die Wahrnehmungen zu Abstraktionen bewirken diesbezüglich, dass sich die (reflektierten) Objekte nicht mehr bewusst auf Alltagsgegenstände beziehen, z.B.: Ein Lernender ist fähig eine endliche Menge bestehend aus fünf Gegenständen wahrzunehmen, diese endliche Menge abzuzählen usw. - aber nirgendwo im Gedächtnis ist ein mentales Objekt der „Zahl 5“ repräsentiert. Eine interne Repräsentation, die dem mathematischen Symbol entspricht, ergibt sich erst durch sensorische Wahrnehmung und Reflexion aus mentalen Vergegenständlichungen derselben, wie z.B. die Ziffer 5, ein Punktbild bestehend aus 5 Punkten, eine Menge bestehend aus 5 Strichen usw. Wesentlich dabei ist, dass mathematische Symbole erst in einem mentalen, kognitiven Konstruktionsprozess Bedeutung als Beziehungssysteme zwischen Wahrnehmung und Reflexion erlangen. In ihrer entwickelten Form kommt ihnen im Bewusstsein des Individuums Objektcharakter zu und sie haben - kognitionspsychologisch gesehen - einen relativ großen Grad an Unabhängigkeit und Abgegrenztheit (vgl. Dörfler 1987a). Auf diese Weise entwickeln sich aus der sensorischen Wahrnehmung und der Konstruktion von Vorstellungen mathematische Symbole als ein Bedeutungsnetz zunehmend verfeinerter Exaktheiten und Hierarchien „in its simplest form, to mean a long term declarative memory resulting from sensory perception, actions on physical objects, categorization of those perceptions and actions, and personal values associated with the actions“ (Davis & McGowen 2001, S.3).

Von diesen Grundlagen ausgehend ist die Dualität der mathematischen Symbolik wesentlich für die abstrakt-symbolische Handlungsorientierung. Mathematische Symbole repräsentieren sowohl mathematische „processes“ als auch mathematische „concepts“ (vgl. Gray & Tall 1994): Der mathematische Term ‚2+3’ beinhaltet auf der einen Seite mathematische Prozesse, z.B.

- den Prozess, der am Zahlenstrahl durch Springen ‚von der 2 um 3 nach vorne zur 5’ veranschaulicht wird, oder
- denn Prozess des Hinzufügens von 2 (Steinen, Plättchen usw.) zu 3 (Steinen, Plättchen usw.)

Auf der anderen Seite repräsentiert der Term ‚2+3’ aber auch das Produkt jener Prozesse als Summe bzw. Ergebnis jenes Prozesses, nämlich

- jenes mathematische Objekt, das als Summe mit den Summanden 2 und 3 bezeichnet wird, oder
- jenes mentale Konstrukt, das die Menge, die aus dem Hinzufügen von 2 Steinen zu 3 Steinen entstanden ist.

“The ambiguity of notation allows the successful thinker the flexibility in thought to move between the process to carry out a mathematical task and the concept to be mentally manipulated as part of a wider mental schema” (Gray & Tall 1994, S.115).
Für eine derartige Verknüpfung der beiden Ebenen in der mathematischen Symbolik wurde der Begriff des ‚procepts’ (**proc**ess und con**cept**) eingeführt:
„Symbolism represents either a process to do or a concept to know. To emphasise this dual meaning the term procept was introduced in elementary arithmetic. Procepts start as simple structures and grow in interiority with the cognitive growth of the child” (Gray, Pitta & Tall 1999).

Elementare Mathematik beginnt (natürlich) mit der Wahrnehmung, Auseinandersetzung und Handlung mit gewissen Handlungselementen und -gegenständen. Die wahrgenommenen Objekte stellen zuerst perzeptive Alltagsgegenstände dar, die im Laufe der Entwicklung analysiert werden, bestimmte Eigenschaften werden reflektiert, die Objekte können mit Hilfe von Sprache beschrieben und in Hierarchien klassifiziert werden (vgl. Tall 1995). Durch Fokussierung der Aufmerksamkeit, z.B. auf quanititative Ausprägungen, entwickeln sie sich zu mathematischen Objekten, die durch mathematische ‚procepts’ repräsentiert werden, z.B.: Der Prozess des Zählens entwickelt sich aus mathematischen Objekten durch den Gebrauch von Zahlwörtern als Symbole, die dann in ihrer Gesamtheit als Zahlbegriff mental konzeptualisiert werden (vgl. ebd., S.162).

Eine Vielzahl von Theorien thematisieren Aspekte der Process-Concept-Dualität der mathematischen Symbolik, so z.B. die Action-Process-Object-Schema-Theorie Dubinskys (vgl. zusammenfassend Czarnocha, Dubinsky, Prabhu, & Vidakovic 1999), die „varifocal theory" von Skemp (1979), die Theorie der „conceptual entities" bei Greeno (1983) oder die Unistructural-Multistructural-Relational-Extended-Theorie innerhalb des SOLO-Modells van Hieles (vgl. Biggs & Collis 1982; Pegg 1992). Dubinsky (1991) spricht in diesem Zusammenhang von „encapsulation of process as object" und Sfard (1991) von „reification of process as object".

In Abgrenzung zu Theorien, die letztlich auf die Stufentheorie Piagets mit der mathematischen Entwicklung ‚vom Konkreten zum Abstrakten' (siehe 3.3.2.1) zurückzuführen sind, besteht die alternative Sichtweise der genannten Theorien, die man aus kognitionspsychologischer Perspektive der abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung zu Grunde legen kann, darin zwei unterschiedliche Arten der mathematischen Entwicklung zu sehen, die sich gleichzeitig ereignen. Die eine Entwicklungsrichtung ereignet sich in der Wahrnehmung eines lernenden Individuums durch den Umgang und die Auseinandersetzung mit Handlungselementen, die eine zunehmende Abstraktion der mentalen Repräsentation beinhaltet; die andere Entwicklungsrichtung nutzt die Repräsentation von Symbolik sowohl für Prozesse (z.B. Zählen, Springen auf dem Zahlenstrahl, Addieren, Subtrahieren usw.) als auch für Konzepte (z.B. Zahlbegriff, Summe, Differenz usw.), die sich zunehmend differenzierter innerhalb der perzeptiven Erfahrungen ausweitet und sich mit dieser verknüpft. Ziel ist die mentale Verschränkung beider Entwicklungen, „developing cognitive structure depending less on physical sensations and more on internal constructions" (Tall 1995, S.4).

Damit erhalten Symbole, die auf der Grundlage sensorischer Wahrnehmung flexibel repräsentiert sind - sowohl als mathematical processes als auch als concepts - eine zentrale Stellung innerhalb eines erfolgreichen Problemlöseprozesses (vgl. Gray & Tall 2001). Einerseits dienen Symbole innerhalb des Lern- bzw. Problemlöseprozesses der Vergegenständlichung und Repräsentation realer und sinnlich wahrnehmbarer Gegenstände, Objekte und Beziehungen zwischen diesen. Andererseits „gibt es auch die Wirksamkeit in entgegengesetzter Richtung: Mathematische Objekte, vor allem repräsentiert in ihren Symbolen, dienen der Antizipation, Planung, Steuerung, Kontrolle, versuchsweisen Durchführung (…) von realen Handlungen, dem Gewinnen von Überblick, Einblick in Zusammenhänge, dem Entdecken von Vereinfachungsmöglichkeiten und ähnlichen Zwecken“ (Dörfler 1987a, S.79).

3.3.3.2 Aktivierung sekundärer Grundvorstellungen

Ein effektives Lösen mathematischer Problemstellungen in Form von Textaufgaben erfordert es von einem Lernenden „to create a representation of the problem that mediates solution“ (Goldman 1989, S.45) - ein grundlegendes Merkmal des abstrakt-symbolischen Problemlöseprozesses, das es von anderen Problemlöseverfahren unterscheidet, ist die Fokussierung von Aufmerksamkeit auf die quantitativen Aspekte der Problemsituation mit Hilfe abstrakt-symbolischer mathematischer Anschauungsmittel (z.B. Zahlenstrahl, Hundertertafel) und die Aktivierung sekundärer Grundvorstellungen, um auf diese Weise die Informationsstruktur der Problemsituation zu ordnen und zu strukturieren und damit das Problemverständnis und die Problemlösung zu erleichtern und - im Sinne von Jonassen (2003) - situationale und strukturelle Situationsmerkmale im Problemstrukturmodell miteinander zu verknüpfen.
Durch die Anwendung externer, abstrakt-symbolischer mathematischer Anschauungsmittel und die Aktivierung interner Repräsentationen liegen die zentralen Aspekte des abstrakten Problemlösens sowohl auf der Identifikation der semantischen Struktur des Problems als auch auf der Repräsentation der mathematischen Problemstruktur (vgl. Goldman 1989; Marshall 1990, 1995; Xin & Jitendra 1999; Jitendra 2002): „In sum, the (...) strategy is a viable approach for enhancing students’ conceptual knowledge about problem-solving, because it emphasizes instruction that goes beyond the mastery of algorithms used to perform operations to focus more on the semantic structure of problems“ (Jitendra 2002, S.34). Ziel des abstrakt-symbolischen Problemlösens ist es als Voraussetzung für den späteren Problemlösevorgang die semantischen Informationen der Problemsituation zu identifizieren, zu ordnen und mit Hilfe mathematischer Anschauungsmittel in einer quantitativ bedeutungsvollen externen Repräsentation darzustellen, um auf diese Weise durch Aktivierung jeweiliger (sekundärer) Grundvorstellungen ein konzeptuelles Problemverständnis zu erleichtern (vgl. Xin & Jitendra 1999). Entscheidend bei dieser Art der Problemlösung ist, dass sich die Problemstruktur nicht abstrahierend ergibt, sondern wie Dörfler (1986a, 1986b, 1988a, 1988b) argumentiert, dass die Problemstruktur als Beziehungssystem zwischen Handlungselementen in einem

Prozess entsteht, der durch die Fokussierung von Aufmerksamkeit (auf relevante Elemente, Zustände, Phasen und Beziehungen zwischen Elementen der Problemsituation) mit Hilfe externer Repräsentationen geleistet wird, so dass die Grundvorstellungen ergänzend-integrativ zu den Handlungen hinzutreten, anstatt abstrahierend aus der Handlung reduziert zu werden.

3.3.3.3 Ebenen der Aufmerksamkeitsfokussierung

Der abstrakt-symbolische Problemlösevorgang mit den notwendigen Ebenen der Aufmerksamkeitsfokussierung soll im Folgenden anhand des Inhaltsbeispiels einer in der vorliegenden Studie verwendeten Textaufgabe verdeutlicht werden:
„Steffen hat 28 Euro. Am Wochenende bekommt er Taschengeld. Jetzt hat er 35 Euro. Wie viel Taschengeld hat Steffen bekommen?“
Es handelt sich hierbei um eine Sachsituation zur Grundvorstellung des Dazugebens mit unbekannter Veränderungsgröße innerhalb des Größenbereichs ‚Geldwerte'. Für die Fokussierung der Aufmerksamkeit ist es dabei im Folgenden ohne wesentliche Bedeutung, ob die Situation materiell simulierbar (z.B. mit Hilfe von Spielgeld) oder lediglich mental repräsentiert ist (vgl. zum Folgenden auch Dörfler 1987a).

3.3.3.3.1 proceptual - conceptual representation

Eine erste Ebene der Aufmerksamkeitsfokussierung betrifft die Handlungsstadien der Situation, nämlich im gewählten Beispiel den Anfangszustand (die 28 Euro, die Steffen bereits hat), den Änderungszustand (die Euros, die Steffen als Taschengeld erhält) und den Endzustand (die 35 Euro, die Steffen dann am Ende insgesamt hat). Auf dieser Ebene der Aufmerksamkeitsfokussierung ist es notwendig, dass die Wahrnehmung in der Situation in geeigneter Weise interpunktiert wird, d.h. dass die Situation in Abschnitte zerlegt wird, die als relevant (für den mathematischen Aspekt der Sachsituation) erachtet werden. Eine solche Interpunktion ist nicht notwendigerweise in einer Alltagssituation nahe liegend oder vorstrukturiert. Es wäre denkbar die Interpunktion durchaus auch nach anderen Gesichtspunkten als den quantitativen Größen und deren Beziehungen zueinander vorzunehmen, z.B. nach dem Zeitpunkt der Taschengeldauszahlung, der

Häufigkeit der Taschengeldauszahlung usw. Es bedarf vielmehr der gezielten Aufmerksamkeitssteuerung, um Anfangs-, Änderungs- und Endzustand einer Situation als relevant (für den mathematischen Aspekt einer Situation) heraus zu stellen. Die notwendige Aktivierung sekundärer Grundvorstellungen als interne Repräsentation der Addition und Subtraktion auf der Grundlage der externen Repräsentation ergibt sich als subjektive Konstruktion (vgl. v. Glasersfeld 1997) aus der mathematischen Symbolik als ‚procepts' (siehe Abb. 3.3):

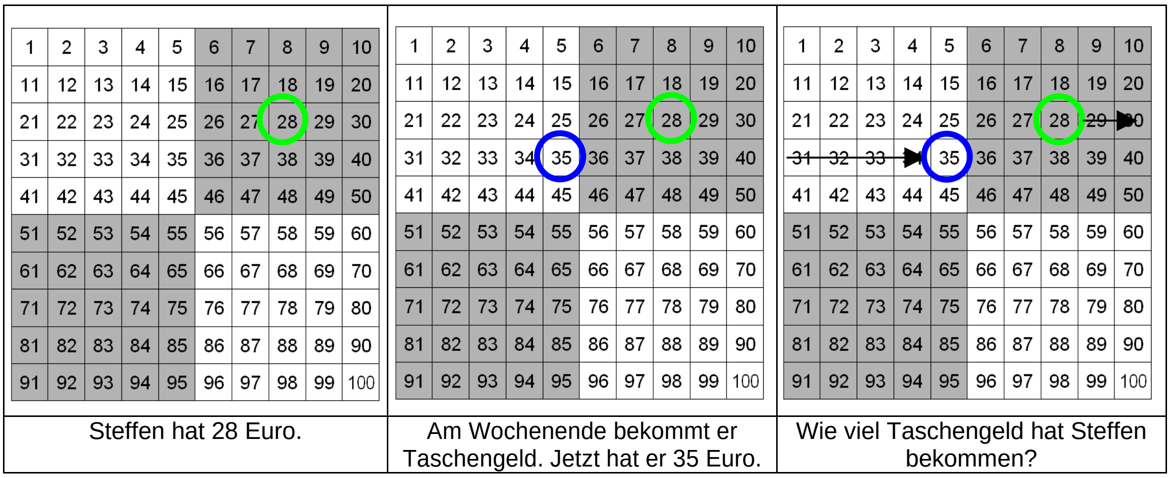


Abbildung 3.3: Externe Repräsentation in der abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung

Sowohl Anfangs- als auch Endzustand im obigen Beispiel stellen ein „concept" im Sinne von Gray & Tall (1994) dar, das symbolisch durch das ‚Feld 28' bzw. das ‚Feld 35' der Hundertertafel repräsentiert wird. Der Änderungszustand entspricht einem „process" im Sinne von Gray & Tall (1994), der durch das Fortschreiten um eine vorerst noch unbekannte Anzahl von Feldern auf der Hundertertafel repräsentiert wird.

3.3.3.3.2 Das mathematische Modell als Beziehung zwischen ‚procepts'

Eine zweite Ebene der Aufmerksamkeitsfokussierung im Zuge der Modellierung innerhalb der abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung konstituiert sich darin, dass sich die Aufmerksamkeit nicht allein auf evtl. Zwischenstadien der Handlung bzw. Handlungsvorstellung und die damit assoziierten ‚procepts', sondern auf die Beziehungen der Elemente und Objekte der Handlung bzw. der Handlungsvorstellung richtet. Bei Carpenter & Moser (siehe 2.3.1.1) wurde zwischen Handlungen unterschieden, die die Addition und Subtraktion konstituieren, deren Größenrepräsentanten als quantitative Elemente einerseits simultan andererseits nicht notwendigerweise simultan vorliegen müssen (z.B.: Problemstruktur des Dazugebens mit unbekannter Ausgangsmenge). Die Aktivierung sekundärer Grundvorstellungen als symbolische Repräsentation von Beziehungen zwischen Größen einer Problemsituation innerhalb der abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung zeichnet sich dadurch aus, dass die Problemsituation stets in eine simultane (äußere) Repräsentation – z.B. im Zahlenstrahl oder in der Hundertertafel - übertragen wird, die durch gleichzeitige Fokussierung der Aufmerksamkeit auf Anfangs- und Endgrößen ein mentales In-Beziehung-Setzen der jeweiligen mit den Größen assozierten Symbolen als ‚concepts' bzw. ‚processes' möglich macht.

Dem ‚Bekommen von Taschengeld' im oben gewählten Beispiel entspricht das Hinzufügen einer vorerst unbekannten Größe G_2 zur Größe G_1 (die 28 Euros, die Steffen bereits hat). Quantitativ wahrnehmbar und mental repräsentierbar sind zunächst die concepts (nämlich das mathematische Symbol, das die 28 Euros repräsentiert). Mit der Ausgangssituation wird die Größe G_1 assoziiert, mit der Endsituation wird eine neue Größe G_3 assoziiert, die durch Verlagerung der Aufmerksamkeit sozusagen auf die Gesamtgröße G_3 (die Größe G_1 mit dazugefügter Größe G_2) entsteht. Erst die gleichzeitige Aufmerksamkeitsfokussierung auf G_1, G_2 und G_3 macht die Beziehung zwischen den Größen repräsentierbar. Diese Notwendigkeit des simultanen Präsenthaltens der Aufmerksamkeitsstruktur wird durch die äußere Repräsentation der Problemsituation im mathematischen Anschauungsmittel geleistet (siehe Abb. 3.3). Die kognitive Konstruktion und Repräsentation der Beziehung, die als „Umschalten" (Dörfler 1987a, S.120) der Aufmerksamkeitsstruktur von G_1 auf die Aufmerksamkeitsstruktur von G_3 angesehen werden kann, ist innerhalb der simultanen Repräsentation von Anfangs-, Änderungs- und Endzustand in der mathematischen Symbolik als ‚procept' und am mathematischen Anschauungsmittel enthalten, ablesbar und mental modellierbar.

Hierbei wird ein wesentlicher Unterschied zur alltagsnahen Handlungsorientierung deutlich. Durch die Simulation der Problemsituation mit konkreten Materialen bzw. die Vorstellung davon muss eine statische Beziehung von Größen der Problemsituation als mentales Modell erst konstruiert werden. Die Simulation der Situation selbst stellt einen solchen Bezug noch nicht notwendigerweise her, diese Konstruktion muss auf einer rein mentalen Ebene erfolgen - es entsteht aber natürlich der subjektive Eindruck, dass durch die Parallelität der Handlung oder Handlungsvorstellung (z.B. des Hinzufügens einer entsprechenden Menge an Euros (Spielgeld) zu den 28 Euros, so dass insgesamt die 35 Euros vorliegen) und deren mentale Kontrolle ‚aus 28 und 35 die gesuchten 7' ablesbar gemacht werden. Erst aber die Zuschreibung bzw. Assoziation von ‚procepts' im Verlauf der Handlung und die Aufmerksamkeitsfokussierung auf die Beziehung zwischen den ‚procepts' liefert als interne Repräsentation die durch 28, 35 und 7 erfasste Beziehung. Kognitiv gesehen ist die Addition und Subtraktion somit ein mentales Modell, in dem durch die Handlung und die beschriebenen Prozesse der Aufmerksamkeitsfokussierung die konstruierte Beziehung enthalten ist. Diese Beziehung zwischen den Handlungselementen ist nicht sinnlich wahrnehmbar (wie etwa die Farbe oder Größe von Münzen und Scheinen). Sie muss vielmehr mental erschlossen werden - in der abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung ist diese Beziehung bereits extern repräsentiert. Da jede Handlung eine solche spezifische Beziehung der Handlungselemente inkorporiert, gewinnt ein Lernender durch vielfaches Handeln (effektiv mit Materialien oder in der Vorstellung) Erfahrung mit den Handlungselementen, so dass im Laufe des Lernprozesses die Beziehung zwischen den Handlungselementen subjektiv zu einer perzeptiven Eigenschaft der Handlungselemente in Verbindung mit der jeweiligen Handlung werden kann. Man kann es so beschreiben, dass die Beziehung zwischen den Handlungselementen in der jeweiligen Handlung bzw. Handlungsvorstellung vergegenständlicht wird, wenn man unter Vergegenständlichung „kognitive Prozesse und ‚Maßnahmen' [versteht], durch die für unser Bewusstsein die zunächst absolut immaterielle Beziehung die Qualität eines Gegenstandes erhält" (Dörfler 1987a, S.75).

3.3.3.4 Phase der Modellierung im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm

Für den Modellbildungsprozess der abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung haben Stern, Hasemann & Grünke (2003) ein Vorgehen in drei zentralen Phasen erarbeitet, die sich (in der Terminologie von Gray & Tall 2001) wie folgt darstellen:

- **Aufbau von concepts auf der Grundlage mathematischer Objekte:**
  Repräsentationsformen wie z.B. Zahlenstrahl oder Hundertertafel werden genutzt, um mathematische Konzepte, wie z.B. Summe, Differenz usw. zu erarbeiten und zu veranschaulichen. Diese Phase dient im Wesentlichen dazu die sekundären Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen unabhängig von außermathematischen Sachkontexten zu entwickeln.

- **Verschränkung von concepts und processes im mathematischen Anschauungsmittel:** „Nachdem die Kinder ausgiebig die Nutzung von Zahlenstrahl und Hundertertafel zur Veranschaulichung von Beziehungen zwischen Zahlen geübt haben, werden die Repräsentationsformen auf Textaufgaben angewendet“ (Stern, Hasemann & Grünke 2003, S.7). Das Ziel dieser Phase ist es durch die externe Repräsentation der quantitativen Aspekte einer vorliegenden Problemsituation jeweils sekundäre Grundvorstellungen zu aktivieren und zur Problemlösung heranzuziehen. Wesentlich hierbei ist die gezielte Aufmerksamkeitsfokussierung auf relevante Elemente bzw. Objekte, Stadien, Zustände und Beziehungen zwischen Elementen der Problemsituation (siehe dazu das Inhaltsbeispiel in 3.3.3.3.1).Während in der alltagsnahen Handlungsorientierung konkrete Objekte und Materialien eine Problemsituation repräsentieren, übernehmen in der abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung mathematische Darstellungsformen (wie Zahlenstrahl und Hundertertafel) die letztlich als Modelle des Sachverhalts fungieren, die Repräsentation der vorliegenden Problemsituation.

  Im Sinne von Jahnke (1984), Malle (1984) und Lorenz (1998) kommt den sekundären Grundvorstellungen im Problemlöseprozess eine Symbolfunktion hinsichtlich zweier Aspekte zu: Erstens beinhalten die in einer Problemsituation zu aktivierenden sekundären Grundvorstellungen nicht alle Elemente der Situation, sondern nur diejenigen Elemente, die bezüglich des arithmetischen Aspekts von Bedeutung sind. Zweitens repräsentieren die sekundären Grundvorstellungen zu einer Problemsituation nicht nur die in der Problemsituation enthaltenen Objekte, Personen usw., sondern auch schematisierte Beziehungen zwischen diesen, die sich auf Grund von Handlungen mit den Objekten oder auf Grund von Beziehungen zwischen den Objekten ergeben.

- **Mentale Repräsentation von ‚procepts’**
  „Nachdem die Aufgabe an der Hundertertafel oder dem Zahlenstrahl modelliert wurde, werden die Kinder angeregt (…) sich von dem konkreten Veranschaulichungsmittel zu lösen“ (Stern, Hasemann & Grünke 2003, S.8). In dieser Phase des Problemlösens soll eine entsprechende Aufmerksamkeitsfokussierung (auf Elemente, Stadien, Zustände und Beziehungen zwischen Elementen der Problemsituation) die externen Repräsentationen soweit mental repräsentierbar und aktivierbar machen, dass der Problemlösevorgang ohne Zuhilfenahme externer

Repräsentationen durchlaufen werden kann. Gray & Tall (1994) bezeichnen diese Phase als die Fähigkeit, flexibel über ‚procepts' verfügen zu können: "The ambiguity of notation allows the successful thinker the flexibility in thought to move between the process to carry out a mathematical task and the concept to be mentally manipulated as part of a wider mental schema" (Gray & Tall 1994, S.115).

3.4 Zusammenfassung

Es besteht weitgehender internationaler Konsens, dass die Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit wesentlicher Bestandteil des Mathematikunterrichts sein muss (vgl. Walther, Geiser, Langeheine & Lobemeier 2003). Die bisherigen Ausführungen zeigen, dass Inhalt des Mathematikunterrichts der Grundschule nicht allein die Vermittlung der Grundrechenarten und deren Anwendung sein kann. Der Schwerpunkt muss auf dem Finden mathematischer Zusammenhänge und dem Lösen inner- und außermathematischer Probleme liegen, um die Umwelt zu verstehen und sie mit mathematischen Modellen mental zu klassifizieren und zu strukturieren. Ausgehend vom Konzept mathematischer Grundvorstellungen für Addtion und Subtraktion wurden nach Prinzipien einer Untersuchung von Hasemann und Stern (2002) zwei Trainingsprogramme (ein Programm mit alltagsnaher Handlungsorientierung gegenüber einem Programm mit abstrakt-symbolischer Orientierung) mit dem Ziel der Entwicklung und Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit dargestellt.

Die Beurteilung des Potentials einer Instruktionsform im Mathematikunterricht darf sich aber nicht allein oder ausschließlich auf Ergebnisse in „PISA-tauglichen Wettkampfdisziplinen" (Krapp 2003) beziehen. Zumindest anteilig beeinflussen andere Variablen die Leistungen in unterschiedlichen mathematischen Anforderungsbereichen; dies betrifft vor allem das bereichsspezifische Vorwissen, motivationale Variablen wie z.B. das bereichspezifische Selbstkonzept oder personale bzw. situationale Interessen. Es gilt somit also auch immer Unterrichtsvariablen in den Blick zu nehmen, die vielleicht nur indirekt und längerfristig einen offensichtlichen Lernerfolg und Lernzugewinn inkorporieren, die aber gleichwohl für einen effektiven Mathematikunterricht von ganz zentraler Bedeutung sind. Gemeint sind damit Variablen der Lernfreude oder der Entwicklung einer intrinsischen, auf Selbstbestimmung, Selbstwirksamkeitserwartung und Interesse beruhenden Lernmotivation (vgl. ebd.).

Auf dieser Basis Basis wird die vorliegende Untersuchung durch eine weitere zentrale Fragestellung geleitet: Wie wirken sich die alltagsnahe und abstrakt-symbolische Handlungsorientierung im Mathematikunterricht der Grundschule auf die Lernmotivation der Schülerinnen und Schüler aus? Die wesentlichen theoretischen Hintergründe zur Aufarbeitung dieser Fragestellung werden in den Abschnitten des folgenden Kapitels diskutiert.

4. Lernmotivation im Kontext der Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit

Die Effektivität unterrichtlicher Bemühungen lässt sich unter Berücksichtigung von Vorkenntnissen, Vorverständnissen usw. zum einen am Lernleistungsstand messen, den die Schülerinnen und Schüler am Ende eines gewissen Lernabschnitts erreicht haben. Zum anderen müssen sich v.a. mit Blick auf die Bereitschaft zu lebenslangem Lernen (vgl. Achtenhagen & Lempert 2000) unterrichtliche Interventionen stets auch der Frage stellen, inwieweit die Schülerinnen und Schüler im Zuge dieser bereit sind anstrengende, dauerhafte und intensive Lernbemühungen auf sich zu nehmen - oder anders ausgedrückt, inwieweit der jeweilige Unterricht fähig ist die Schülerinnen und Schüler zu motivieren (vgl. zusammenfassend Krapp 2003).

Lernleistungen und Motivation stehen in engem Zusammenhang zueinander: „Je höher die Lernmotivation, desto schneller wird eine Lernhandlung initiiert, gegen Widerstände oder Schwierigkeiten (langweilige Aufgaben, unlösbare Probleme) aufrecht erhalten, und desto intensiver sind Lernengagement, Anstrengung und Persistenz" (Schrader & Helmke 2002, S.266). Auch wenn dieser allgemeine, positive Zusammenhang zwischen Motivation und Lernhandlungen je nach vorherrschenden Rahmenbedingungen von Lernendem zu Lernendem sehr individuell und unterschiedlich zu Tage treten kann (vgl. McCown, Driscoll & Geiger-Roop 1996; Pintrich & Schunk 1996; Stipek 1996), so muss unbestritten die „herausragende Bedeutung der motivationalen Bedingungen für Lernen und Leistung über die gesamte Lebensspanne" (Krapp 2003, S.93) betont werden.

Je nach Konzeptualisierung der motivationalen Bedingungen von Lernsituationen geraten dabei unterschiedliche Motive und Orientierungen in den Blick. Zentrale Wirkungsmechanismen, die zwischen (mathematischen) Lernleistungssituationen und Motivation auftreten und in der vorliegenden Studie untersucht werden, sind Gegenstand der folgenden Abschnitte.

4.1 Unterscheidung - Motivation und Motive

Der Begriff der Motivation für ein bestimmtes Verhalten, greift die Frage nach dem „Warum“ und „Wozu“ bezüglich dieses Verhaltens auf, d.h. „Motivationsfragen wollen herausfinden, zu welchem Zweck jemand eine Handlung ausführt" (Heckhausen 1989, S.1). Psychologische Theorien der Motivation thematisieren insbesondere verhaltensbezogene Ziele, Wünsche und Absichten (vgl. Heckhausen 1989; Wild, Hofer & Pekrun 2001, S.218) - untersucht und beobachtet wird dabei die Gesamtheit solcher psychischer Prozesse, die ein Individuum veranlassen ein Ziel ausdauernd zu verfolgen und dies auch unter Umständen, die erhöhten Aufwand an Zeit, Disziplin, Anstrengung usw. erfordern. Demnach zeigt die Handlung einer motivierten Person insbesondere drei Kennzeichen (vgl. Rheinberg 2000, S.14):

- Die Person hat ein Ziel vor Augen, das erreicht werden soll.
- Die Person nimmt Bemühungen und Anstrengungen auf sich, dieses Ziel zu erreichen.
- Die Person lässt sich nicht oder nur schwer durch andere Anreize ablenken das Ziel zu erreichen.

Zurückgehend auf die „klassische“ Motivationspsychologie wird Motivation als Konzept der Interaktion zwischen personspezifischen Dispositionen und speziellen situationsspezifischen Faktoren untersucht (vgl. Lewin 1946; Graumann 1969; Heckhausen 1965). Es wird angenommen, dass sich Verhaltenstendenzen aus der Wechselwirkung zwischen Personfaktoren, die als Motive bezeichnet werden, und Situationsfaktoren als motivspezifische Befriedigungschancen, die eine Situation in Aussicht stellen kann, ergeben (vgl. Rheinberg, Vollmeyer & Burns 2001).
Zwischen Person und Situation besteht also eine Wechselwirkung, die psychischen Dispositionen und die Anforderungen der Situation stehen in Interaktion. Heckhausen (1989) fasst diese Erkenntnis wie folgt zusammen: „Motivation ist eine momentane Gerichtetheit auf ein Handlungsziel, eine Motivationstendenz, zu deren Erklärung man die Faktoren weder nur auf Seiten der Situation oder der Person, sondern auf beiden Seiten heranziehen muss".

Der Begriff der Motivation bezeichnet zum einen den aktuellen Zustand der Motiviertheit in einer Situation, die von speziellen, situationsspezifischen Merkmalen gekennzeichnet ist und damit entsprechende Ergebnisse und Ziele für das Individuum in Aussicht stellt. Die dabei relevanten, aber überdauernden Personenfaktoren werden auf der anderen Seite als habituelle Merkmale der Motivation bezeichnet und Motive genannt. „Sie werden als überdauernde, hochgeneralisierte Merkmale der Person aufgefasst, bestimmte Klassen von Anreizen zu bevorzugen“ (vgl. Rheinberg, Vollmeyer & Burns 2001; S.57). Nach Seel (2000) bezeichnen Motive zeitlich überdauernde Wertungsdispositionen, die entweder angeboren sind oder sich im Entwicklungsverlauf einer Person herausbilden. Motive als „spezifisch gefärbte Brille“ (Rheinberg 2000), die bestimmte Aspekte einer Situation auffällig macht und als wichtig hervorhebt, sind es, die die Ziele einer Handlung als individuell, subjektiv erstrebenswert erscheinen lassen und Motivation hervorrufen (vgl. Seel 2000). Heckhausen fasst die personspezifischen Motive auch einfach als „Bedürfnisse, Beweggrund, Trieb, Neigung, Streben etc.“ auf (vgl. Heckhausen 1980, S.24). Allen genannten Sichtweisen auf den personenbezogenen Bereich der Motive gemeinsam ist die Tatsache, dass der Motivationsausprägung in spezifischen Anforderungssituationen mehrere Motive gleichzeitig zu Grunde liegen können. Für den schulischen und unterrichtlichen Bereich sind insbesondere Lern- und Leistungsmotive von Bedeutung und beeinflussen als „zeitlich überdauernde Bereitschaft eines Lerners (…) sich mit Lernaufgaben zu befassen“ (Wild, Hofer & Pekrun 2001, S.218) die Ausprägung der in einer vorliegenden Lernsituation jeweils aktualisierten Lernmotivation.

4.2 Elemente aktueller Lernmotivation

Unter Lernmotivation im Allgemeinen wird der Wunsch oder die Absicht verstanden, bestimmte Dinge zu lernen oder bestimmte Aufgaben auszuführen (vgl. Rheinberg 1996; U. Schiefele 1996; U. Schiefele & Köller 1998). „Bezogen auf Lernhandlungen meint Motivation/Motiviertheit die Absicht oder Bereitschaft einer Person, sich in einer konkreten Lernsituation intensiv und ausdauernd mit einem Gegenstand auseinander zu setzen" (Krapp & Weidenmann 2001, S.218). Lernmotivation geht folglich mit dem Wunsch oder der Absicht einher sich bestimmte Inhalte oder Fertigkeiten anzueignen.

Die Entstehung von Lernmotivation ist - wie in 4.1 dargestellt - entscheidend von Personfaktoren und der spezifischen Lernsituation abhängig; die aktuelle Lernmotivation entsteht dabei in einer Wechselwirkung zwischen Person- und Situationsfaktoren, aus deren Interaktion die aktuelle Motivationsdynamik resultiert (siehe Abb. 4.1).

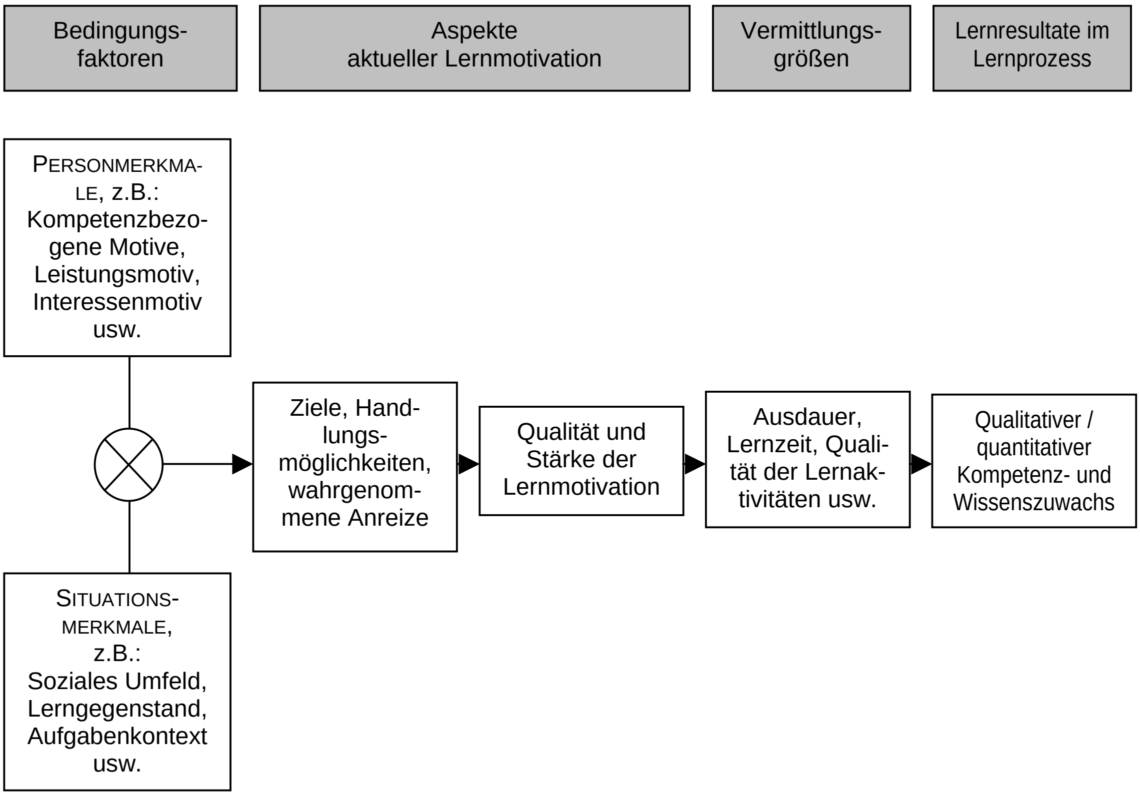


Abbildung 4.1: Rahmenmodell zur Entstehung aktueller Lernmotivation
(nach Rheinberg & Fries 1998)

Auf Seiten der Person geraten mit Blick auf die Ausprägung aktueller Lernmotivation im Bereich der Personenmerkmale kompetenzbezogene Motive, z.B. das Motiv der Erhöhung der eigenen Wirksamkeit (vgl. Bandura 1977; Flammer 1990; Edelstein 1995), autonome Leistungsmotive (vgl. Atkinson 1957; Heckhausen, Schmalt & Schneider 1985; Rheinberg 2000), Vermeidungsmotive, die sich aus Hoffnung auf Erfolg und Furcht vor Misserfolg zusammen setzen (vgl. Heckhausen 1989), oder Interessenmotive (vgl. Krapp 1992, 1998) in den Fokus. Ob spezifische Merkmale der Lernsituation die jeweiligen Motive anregen oder nicht, hängt von unterschiedlichen Motivationsfaktoren ab. Es kann sich z.B. um Faktoren des sozialen Umfeldes des Lernenden (z.B. gruppendynamische Faktoren innerhalb der Schulklasse, das Verhalten des Lehrers und der Mitschüler usw.) oder der äußeren Lernsituation und dem Lerngegenstand (z.B. die subjektiv erlebte Interessantheit, Schwierigkeit einer Aufgabenstellung usw.) handeln (vgl. Krapp 1993). Mit Perspektive auf den Mathematikunterricht werden die für die Motivationsdynamik relevanten Aspekte im Folgenden dargestellt.

Die Parameter, welche bezogen auf den Mathematikunterricht ausgehend von einer Lernsituation die aktuelle Motivation beim Lösen von Textaufgaben unmittelbar bestimmen können, schließen die Setzung eigener oder die Übernahme fremdgesetzter Ziele, die Wahrnehmung der eigenen Handlungsmöglichkeiten mit Erfolgs- oder Misserfolgschancen, die eigenen Erwartungen, Selbstbewertungen bzw. Attributionsstile und die wahrgenommenen zweckzentrierten Reize innerhalb der Lernsituation ein (z.B.: Sind gute Noten zu erwarten, wenn die Textaufgaben gelöst werden können? Können die Textaufgaben auf andere als relevant erachtete Sachverhalte und Bereiche angewendet werden? Usw.) (vgl. Rheinberg 1998). Hierbei kann im Zusammenhang mit den Erwartungen einer Person zwischen unmittelbaren und langfristigen Folgen der Lernhandlung, die in den „Erwartungs-mal-Wert-Theorien" der Lernmotivation thematisiert werden (vgl. das erweiterte kognitive Motivationsmodell nach Rheinberg 1989, 2000), unterschieden werden. Jede Lernhandlung beim Lösen von Textaufgaben führt zu unmittelbaren Ergebnissen, die am Ende der Lernphase festgestellt und bewertet werden können (z.B. Inwiefern hat sich die individuelle Fähigkeit im Lösen von Textaufgaben erweitert und verbessert? Wo liegen immer noch Schwierigkeiten vor? Usw.). Zudem geraten innerhalb des Aufgabenkontextes mittelbare und langfristige Folgen in den Blick, die vielfach gar nicht das eigentliche Ziel der aktuellen Lernhandlung sein müssen, sondern eine instrumentelle Voraussetzung für weiterreichende Intentionen sein können. Ein Schüler mag z.B. Textaufgaben nicht nur deshalb lösen, um z.B. sein Wissen und Können in Bezug auf Textaufgaben zu erweitern, sondern auch wegen der zu erwartenden Folgen der Lernleistung (z.B. Anerkennung beim Mathematiklehrer, gute Mathematiknoten und Zeugnisse, die wiederum Voraussetzung für noch weiter entfernte Studien- oder Berufswünsche sein können). „Die mittelbaren Folgen besitzen indirekten Anreizwert. Zwischen dem unmittelbaren Lernergebnis und den mittelbaren Folgen bzw. längerfristigen Zielen besteht eine Zweck-Mittel-Relation" (Krapp 1993, S. 191).

Insgesamt resultiert aus den beschriebenen Größen und Faktoren die Stärke und Qualität der aktuellen Motivation beim Lösen einer vorliegenden Textaufgabe. Außer Frage steht, dass einerseits die Lernergebnisse und die Lernleistung von der aktuellen Lernmotivation beeinflusst werden, dass andererseits aber auch die Auswirkungen der aktuellen Lernmotivation auf die Lernresultate sich auf unterschiedliche Art und Weise äußern können, z.B. in der Steigerung der Bearbeitungsgeschwindigkeit mathematischer Textaufgaben, in einer verbesserten Qualität der gezeigten Leistungen usw. (vgl. Rheinberg & Fries 1998). Je nach Stärke und qualitativer Ausrichtung der Lernmotivation setzt sich eine Person also individuell unterschiedlich mit der Lernsituation auseinander. In der Mathematikdidaktik werden derartige Auswirkungen von Situationsvariablen auf Personenmerkmale im Rahmen des Begriffs „persönlicher Aufgabenkontext“ diskutiert (vgl. Busse 2000). Der persönliche Aufgabenkontext thematisiert das Lernen im engeren Sinn (z.B. die informationsverarbeitenden Prozesse, die direkt zu einer Veränderung einer Wissensstruktur führen), die Lernkoordination und –organisation (z.B. Lerndauer beim Lösen von Textaufgaben, Auswahl von Lernstrategien oder Bearbeitungstechniken) und auch die während des Lernens auftretenden Begleitphänomene (z.B. Erleben von Lernfreude, Langeweile, Stolz usw.) (vgl. Krapp 1993). Obwohl die Auswirkungen und Zusammenhänge noch nicht vollständig erforscht sind, wird vermutet, dass drei Wirkungsdimensionen von Qualität und Quantität der Lernmotivation beeinflusst werden: Ausdauer und Lernzeit, Qualität der Lernaktivitäten und der Funktionszustand während des Lernens (vgl. z.B. Helmke 1992).

Die Ausführungen zeigen, dass es nicht ausreicht, Lernmotivation lediglich unter der Perspektive ihrer quantitativ erfassbaren Intensität, d.h. wie stark eine Person motiviert ist, betrachtet werden darf. Gerade im Zusammenhang mit pädagogischen Fragestellungen kommt es nicht nur darauf an, wie intensiv eine Person motiviert ist, sondern v.a. von welcher ‚Qualität’ die Motivation ist (vgl. z.B. Krapp & Ryan 2002). Das Konstrukt der Lernmotivation bedarf demnach einer weiteren Differenzierung, weil - wie das Rahmenmodell (Abb. 4.1) zeigt - verschiedene Ursachen im Rahmen des persönlichen Aufgabenkontextes zur Entstehung und Entwicklung von Lernmotivation beitragen können. Betrachtet man die Beweggründe, die zu der Entscheidung führen können sich mit mathematischen Textaufgaben auseinander zu setzen, kann man auf ganz unterschiedliche Motive, Aspekte und Wirkungsfaktoren stoßen. Im Folgenden sollen diese, sofern sie für die vorliegende Studie von Bedeutung sind, näher diskutiert werden. Zu diesem Zweck werden auf der Basis des beschriebenen Rahmenmodells zur Aktualgenese der Lernmotivation diejenigen für die vorliegende Studie bedeutsamen Konzepte der Lernmotivation beschrieben, die in der aktuellen pädagogisch-psychologischen Motivationsforschung eine zentrale Rolle spielen (vgl. zusammenfassend Krapp & Weidenmann 2001).

4.3 Das Interessenkonzept

Die Erforschung des Interesses hat in der Pädagogik eine lange Tradition (vgl. z.B. Herbart 1806; Kerschensteiner 1926; Berlyne 1949). In letzter Zeit beschäftigt sich die pädagogische Psychologie wieder intensiv mit dem Interessenkonzept, nachdem dieses Konzept Mitte des Jahrhunderts aus der wissenschaftlichen Diskussion verschwand (vgl. Prenzel 1988) - insbesondere deshalb, weil andere motivationale Konzepte wie Aufmerksamkeit, Neugier oder Anreiz nicht die wesentlichen Elemente enthalten, die das Interessenkonzept inkorporiert und beschreibt (vgl. Krapp 1996). Dies betrifft v.a. den Aspekt der Gegenstands- und Inhaltsspezifität von Lerninhalten (vgl. Krapp 1999). Im Folgenden wird die „Person-Gegenstands-Theorie des Interesses" (vgl. Ulich 1979; H. Schiefele, Prenzel, Krapp, Heiland & Kasten 1983; Prenzel, Krapp & H. Schiefele 1986) als ein Konzept der pädagogischen Psychologie aufgezeigt, dessen Ursprünge in die 1970er Jahre zurückreichen - ein Konzept, an dem die zentralen Aspekte des Interesses als „besondere Relation oder Beziehung zwischen einer Person und einem Lerngegenstand" (Krapp & Ryan 2002, S.69) deutlich werden.

4.3.1 Gegenstandspezifität des Interesses

„Interessen sind stets auf bestimmte Gegenstände gerichtet" (Krapp 1999, S. 397), d.h. Interessen beziehen sich auf „spezifische Vorlieben für einen Gegenstandsbereich" (Rheinberg 1998), wie z.B. Mathematik, das Weltall, Tiere usw. Diese Gegenstandspezifität als zentrales Merkmal der Interessenstheorie verortet das Individuum in Interaktion mit seiner Umwelt als „mehr oder weniger vertraute Struktur von Objekten, Sachverhalten und Ereignissen, die für das eigene Wollen und Tun Bedeutung besitzen" (Krapp & Prenzel 1992, S.305). Die Interessentheorie gründet auf der Annahme, dass ein Individuum Wissen in eigenaktiven Lernprozessen über die Auseinandersetzung mit seiner Umwelt konstruiert (vgl. v. Glasersfeld 1992). Eine lernende Person repräsentiert die gegenständliche, soziale oder ideelle Umwelt als strukturierte und aus sinnvollen Teileinheiten bestehende Modelle, die jeweils für sich Bedeutung besitzen. Interessengegenstände sind demnach zwar objektiv vorgegeben, sie werden aber aus der Sicht des Individuums jeweils subjektiv konstruiert: Auf der einen Seite können jeweilige Gegenstände somit für ein Individuum nur temporär in spezifischen Situationen bedeutsam

sein, andererseits können die Gegenstände aber auch einen höheren Grad an Stabilität erlangen und damit dauerhaft präsent sein (vgl. Krapp 1999).
Vor diesem Hintergrund versteht die aktuelle pädagogisch-psychologische Forschung die interessenspezifische Person-Gegenstands-Beziehung in einer zweifachen Ausrichtung, nämlich einerseits auf der Ebene habitueller oder dispositionaler Strukturen als persönliches oder individuelles Motiv (individuelles bzw. persönliches Interesse), andererseits auf der Ebene aktueller Auseinandersetzungen mit Blick auf die prozessorientierte Interessenforschung als aktualisierter Motivationszustand (situationales Interesse) (vgl. Krapp, Hidi & Renninger 1992; Krapp 1992, 1998; zusammenfassend Krapp & Ryan 2002). Innerhalb der strukturorientierten Interessenforschung wird Interesse als persönlichkeitsspezifisches Merkmal des Lerners als überdauernde und stabile Präferenz für einen jeweiligen (Lern-)Gegenstand aufgefasst (vgl. Krapp 1992). Auf der Grundlage des Rahmenmodells von Rheinberg (1998) wird innerhalb der prozessorientierten Interessenforschung Interesse als ein einmaliger, situationsspezifischer motivationaler Zustand interpretiert, der aus den besonderen Anreizbedingungen des jeweiligen Interessengegenstandes bzw. der vorliegenden Lernsituation resultiert. Deshalb spricht man in diesem Zusammenhang auch vom situationalen Interesse als Interessantheit der betreffenden Lernsituation (vgl. Krapp 1992; Rheinberg 1998).
Beim situationalen Interesse kann es sich auf der einen Seite um die Aktivierung eines vorhandenen individuellen dispositionalen Interesses handeln; das situationale Interesse ist dabei aber nicht notwendigerweise vom Vorhandensein einer individuell-dispositionalen Präferenz für einen gegebenen Lerngegenstand abhängig. Auf der anderen Seite kann davon ausgegangen werden, dass bestimmte (im jeweiligen Lerngegenstand verortete) Reizbedingungen interessierte Zuwendung auslösen. Das situationale Interesse wird aus dieser Sicht zu einem durch die Bedingungen der Lernsituation gegebenen Sachverhalt, der sich als Zustand der intensivierten Zuwendung äußert. Vielfach setzen situationale Interessen einen längerfristigen Entwicklungsprozess in Gang, aus dem individuelle Interessen hervorgehen können (vgl. Krapp 1992; Hidi 1998; Hidi & Harackiewicz 2001).

Der durch einen derartigen Rahmen vorgegebene Begriff des Interessengegenstandes erlaubt es sowohl konkrete Beschäftigungen mit materiellen Gegenständen ebenso wie die abstrakt-gedankliche Bearbeitung eines Problems, als auch nicht bewusst gesteuerte kognitive Beschäftigungen mit Sachverhalten, Ideen, Wissensbeständen usw. im Zusammenhang mit bestimmten Themen im Interessenskonstrukt zu fassen (vgl. Krapp & Prenzel 1992), weshalb es sinnvoll ist im Rahmen des Kontextmodells von Busse (2000) die Bearbeitung mathematischer Problemstellungen im Rahmen des persönlichen Aufgabenkontextes als Interessengegenstand zu betrachten und zu untersuchen. Die erläuterte allgemeine Darstellung der Person-Gegenstands-Beziehung stellt hierfür lediglich eine „Basiskonzeption" (vgl. Krapp & Prenzel 1992) des Interessenbegriffs dar. Eine entsprechend umfassende Explikation erfordert insbesondere Aussagen über die besonderen Charakteristiken einer interessenspezifischen Person-Gegenstandsrelation. Entscheidend für die vorliegende Studie ist dabei die Herausstellung der folgenden Merkmale der situationalen Gegenstandsbeziehung (vgl. dazu zusammenfassend z.B. Krapp & Prenzel 1992; Krapp & Weidenmann 2001; Wild, Prenzel & Hofer 2001; Krapp & Ryan 2002; Krapp 2003).

4.3.2 Merkmale der Person-Gegenstands-Relation

4.3.2.1 Epistemische Orientierung

Ein zentrales Merkmal der Person-Gegenstands-Relation des Interesses ist die epistemische Tendenz, die sich mehr oder weniger explizit auf die Erweiterung des eigenen Wissens oder die Verbesserung des Könnens in einem bestimmten Gegenstandsbereich richtet (vg1. H. Schiefele 1981; Prenzel 1988). Schülerinnen und Schüler, die für (Lern-)Gegenstände - wie z.B. konkrete Objekte, Themenbereiche oder Tätigkeiten - Interesse zeigen, möchten mehr über diese (Lern-)Gegenstände erfahren, das gegenstandspezifische Wissen darüber erweitern, ihre Fähigkeiten und Fertigkeiten erweitern, kompetenter im Umgang mit den Gegenständen werden usw.
Die epistemische Orientierung beim Lösen von Textaufgaben kann mit der Unterscheidung Busses (2003) auf zwei wesentliche Elemente gerichtet sein, nämlich den Kontext, aus dem die Fragestellung entnommen ist (Sachkontext) und den Kontext in dem die Aufgabenbearbeitung stattfindet (interaktiver Kontext): Ein Schüler kann beispielsweise das Bedürfnis haben seine mathematischen, textaufgabenspezifischen Kompetenzen zu erweitern, d.h. seine grundsätzlichen Fähigkeiten und Fertigkeiten beim Lösen von Textaufgaben (interaktiver Kontext). Der Schüler kann aber auch den Wunsch haben sein Wissen in den Sachkontexten, die den Textaufgaben zu Grunde liegen, zu erwei-

tern, z.B. wenn er in einer Textaufgabe interessenrelevante Sachinformationen über Tiere, Sport, Hobbys usw. erhält.
Eine so verstandene epistemische Orientierung kann auch eine zunehmend kritische Haltung gegenüber dem Interessengegenstand in Bezug auf den Sachkontext bzw. den interaktiven Kontext beinhalten (vgl. Prenzel & Lankes 1995, S.13). Insgesamt umfasst die Komponente der epistemischen Orientierung die Steigerung der gegenstandspezifischen Kompetenzen - ein derartiger Kompetenzzuwachs wird dann als persönlicher Gewinn empfunden. Dies ist eine zentrale Voraussetzung, um sich dauerhaft und freiwillig mit dem entsprechenden Interessengegenstand zu beschäftigen (vgl. Krapp 1992). Mit Prenzel & Lankes (1995) kann die zentrale Wirkung epistemischer Orientierung wie folgt zusammengefasst werden: „Wer mit Interesse lernt, sucht und ergreift von sich aus Gelegenheiten, um den Gegenstandsbereich weiter zu erschließen und die eigene Kompetenz weiter zu entwickeln" (S.13).

4.3.2.2 Gefühlsbezogene Valenz

Die Beschäftigung mit einem Interessengegenstand ist stets von einer emotionalen Tönung begleitet, d.h. die Beschäftigung mit dem jeweiligen Gegenstand wird als angenehm, anregend, aber womöglich auch als unangenehm usw. empfunden. Diese emotionale Komponente der Person-Gegenstands-Beziehung des Interesses beinhaltet, dass ein aktuell ausgeprägtes Interesse mit überwiegend positiven Gefühlen und Erlebensqualitäten verbunden ist, z. B. optimale Spannung, keine Beeinträchtigung durch Angst oder Zwänge von innen und außen, Kompetenzerleben und Freude an der Auseinandersetzung mit dem Interessengegenstand. „Der Handlungsprozeß bzw. die Handlungsausführung ist (zumindest in der Summe) von positiven Gefühlen begleitet" (H. Schiefele, Prenzel, Krapp, Heiland & Kasten 1983, S.14).
Die Gesamtheit der positiven emotionalen Erfahrungen, die mit dem Interessengegenstand verbunden sind, sind sehr eng mit anderen psychologischen Konzepten verwandt, z.B. mit Lernfreude (vgl. Helmke 1993), (optimaler) Aktivierung bzw. Spannungserleben (vgl. Berlyne 1960), Flow-Erleben bzw. Flow-Zustände (vgl. Csikszentmihalyi 1985, 1990) oder Befriedigung grundlegender psychologischer Bedürfnisse (vgl. Nuttin 1984; Deci & Ryan 1985, 1991, 1993). Diese mit dem Interessengegenstand verbundenen, positiven emotionalen Erfahrungen und Assoziationen, die im Langzeitgedächtnis

verankert sind, werden nach Pekrun (1988) als „gefühlsbetonte Valenzen" des Interesses bezeichnet (vg1. zusammenfassend Krapp 1992; U. Schiefele 1996, 2001).
Ebenso wie die epistemische Orientierung können die gefühlsbezogenen Valenzen beim Lösen von Textaufgaben auf zwei Kontexte gerichtet sein (vgl. Busse 2000). Ein Schüler kann z.B. grundsätzlich das Lösen von Textaufgaben als angenehm, herausfordernd und spannend empfinden (interaktiver Kontext). Ein Schüler kann vielleicht aber auch nur eine ganz spezielle Textaufgabe auf Grund des Sachkontextes als spannend usw. empfinden.

4.3.2.3 Wertbezogene Valenz

Die wertbezogenen Valenzen der Person-Gegenstandsbeziehung des Interesses beziehen sich darauf, dass der vorliegende Lerngegenstand für einen Lernenden eine herausgehobene subjektive Bedeutung inkorporiert, dass einem Sachverhalt also eine besondere persönliche Bedeutsamkeit zugeschrieben wird (vgl. U. Schiefele 1996). Die hierfür zu Grunde liegenden Wertentscheidungen sind vielfach das Resultat intensiver rationaler Überlegungen - ein Lernender reflektiert und bewertet für sich und in Auseinandersetzung mit anderen immer wieder die eigenen Ziel- und Wertvorstellungen in Bezug auf den Lerngegenstand (vgl. Krapp 1992).
Die wertbezogenen Valenzen gegenüber einem Lerngegenstand zeigen sich also darin, dass ein Lernender das Wissen um den jeweiligen Gegenstand als etwas persönlich Wichtiges erlebt. Es ist ihm zudem ein besonderes Anliegen über den Interessengegenstand mehr zu erfahren bzw. ihre gegenstandspezifischen Kompetenzen zu steigern (siehe epistemische Orientierung). Die Interessentheorie beschreibt in Anlehnung an die Selbstbestimmungstheorie von Deci & Ryan (1985, 1991) einen engen positiven Zusammenhang zwischen dem Erleben subjektiver Bedeutsamkeit und dem Ausmaß der Identifikation mit dem jeweiligen Lerngegenstand im Sinne von konkreten Objekten, Sachverhalten oder Themen des Interessengebietes. Danach repräsentiert eine Lernaufgabe für einen Lernenden auch dann einen hohen Grad an subjektiv wahrgenommener Selbstbestimmung und damit einen intrinsischen Lernanreiz, wenn die Aufforderung zur Beschäftigung mit dieser Aufgabe von außen an ein Individuum herangetragen wird oder wenn sich ein erwarteter oder erhoffter Lerngewinn erst nach längeren und mühevollen Lernbemühungen einstellt.

In Bezug auf das Lösen von Textaufgaben drücken sich wertbezogene Valenzen z.B. im instrumentellen Nutzen aus, d.h. in der subjektiven Einschätzung, wie nützlich und wie wichtig die jeweiligen Aufgabenkontexte, d.h. der interaktive Kontext bzw. der Sachkontext, für andere Lebensbereiche bzw. Schulfächer sind (vgl. Schrader & Helmke 2002).

4.3.2.4 Selbstintentionalität

Die Interessenkomponente der Selbstintentionalität (vgl. DeCharms 1968) besagt, dass Beschäftigungen mit Interessengegenständen selbst gewollt sind, d.h. dass die Realisierung von Interessen bzw. das Lernen mit Interessengegenständen frei von äußeren Zwängen stattfindet. Bereits H. Schiefele, Hausser & Schmeider (1979) betonen bezogen auf Lernsituationen die Freiwilligkeit der Aufgabenbearbeitung als ein zentrales Merkmal interessenbezogener Lern-Leistungssituationen. Die Auseinandersetzung mit dem Interessengegenstand erfolgt überwiegend aus „sachimmanenten Gründen“ (U. Schiefele, Krapp, Wild & Winteler 1993, S.337), weshalb diese Komponente auch als intrinsischer Charakter der Peron-Gegenstand-Beziehung bezeichnet wird (vgl. Krapp 1992).
In Bezug auf das Lösen von Textaufgaben zeigt sich die Selbstintentionalität z.B. darin, dass sich ein Lernender auch außerhalb der Schule mit mathematischen Fragestellungen, Problemen und Textaufgaben befasst. Dies kann so weit reichen, dass ein völliges Aufgehen in den jeweiligen Lernhandlungen erlebt wird, was dann als Flow-Erleben (vgl. Csikszentmihalyi 1985) bezeichnet wird (vgl. z.B. Schrader & Helmke 2002).

4.3.3 Entstehung und Förderung von Interesse

Die Entwicklung individueller, persönlicher und v.a. dauerhafter Interessen gilt als wesentliches Ziel schulischen Lernens bzw. schulischer und unterrichtlicher Lehrbemühungen (vgl. Krapp 1998). Bei der Beschreibung der Genese derartiger Interessen findet das individuelle Interesse als dispositionales Element und das situationale Interesse als aktualisiertes, situationsspezifisches Element Berücksichtigung (Abb. 4.2)

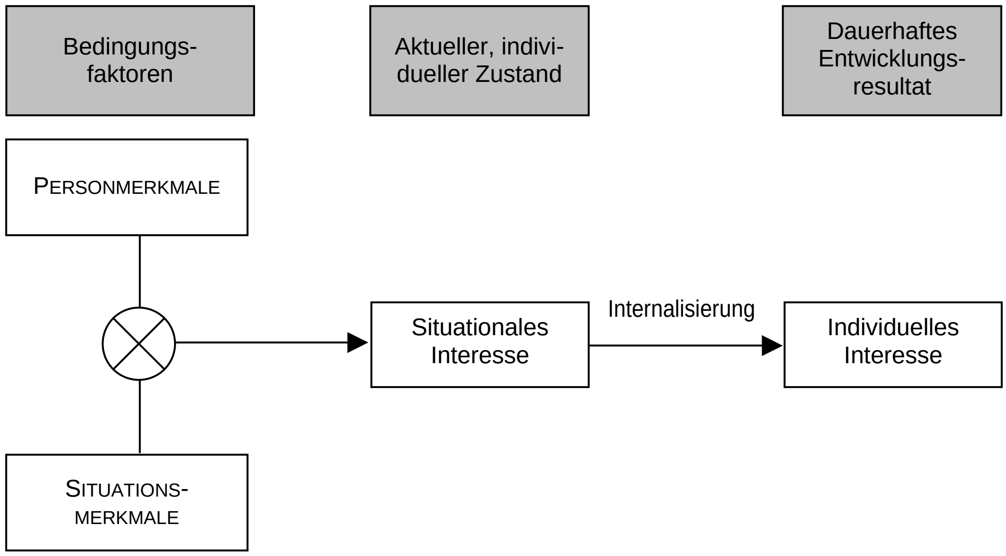


Abbildung 4.2. Modell zur Beschreibung der Interessengenese (nach Krapp 1998)

Zur Interessengenese am Beispiel des Lösens von Textaufgaben im Mathematikunterricht muss vielfach davon ausgegangen werden, dass zumindest in höheren Jahrgangsstufen grundsätzlich nur wenig aktivierbares Interesse für das Lösen von Textaufgaben vorhanden ist (vgl. Baireuther 1990). Im Kontext des (Mathematik-)Unterrichts kann situationales Interesse durch aufmerksamkeitsfokussierende und interessante Aufbereitung des jeweiligen Lerninhalts angeregt werden (vgl. Krapp 1998). Wesentlich ist, dass der Lernende den Unterrichtsinhalt als einen attraktiven Interessengegenstand erlebt, z.B. durch Anknüpfen an persönliche Erfahrungen, Einbettung der Textaufgaben in szenische Spiele, Vermittlung von Sachkontexten über die Nutzung audiovisueller Medien usw. (vgl. Maras 1995; U. Schiefele 2001; Hartinger & Fölling-Albers 2002).
Diese so genannte „Motivationsphase“ (vgl. z.B. Hartinger & Fölling-Albers 2002, S.96ff) des Unterrichts stellt den Ausgangspunkt für die Entstehung situationalen Interesses dar, um die Lernenden zu veranlassen sich mit mathematischen Textaufgaben lernend auseinanderzusetzen und diese Beschäftigung auch längerfristig aufrecht zu erhalten. Ein derart extern initiiertes, situationales Interesse wird in der Regel relativ schnell verschwinden, unter bestimmten Bedingungen bleibt das situativ angeregte Interesse aber über längere Zeit erhalten und kann sich stabilisieren (vgl. Krapp 1998). Krapp (ebd.) beschreibt die Entwicklung vom situationalen zum individuellen Interesse letztlich als „Filterprozess“ der von rationalen Überlegungen, z.B. der Zuschreibung

von Wertbezügen und emotionalen Komponenten, d.h. insgesamt positiven Erlebensqualitäten, gesteuert wird. „Nur bei einer insgesamt positiven Bilanz der Erlebensqualitäten während des Lernens kann auch künftig mit einer persistenten Auseinandersetzungsbereitschaft im neuen Gegenstandsbereich gerechnet werden" (Krapp 1998, S.192). Entscheidend für positive Erlebensqualitäten ist die Berücksichtigung der psychologischen Grundbedürfnisse nach Kompetenz, Autonomie und sozialer Eingebundenheit (vgl. Deci & Ryan 1993).

Die Entwicklung eines dauerhaften individuellen Interesses an Textaufgaben bzw. dem Lösen von Textaufgaben als eine habituelle Tendenz oder Disposition erfordert ausgehend vom situationalen Interesse die „Persistenz“ als Aufrechterhalten des Bezugs zum Interessengegenstand über wiederholte Auseinandersetzung hinweg sowie die „Selektivität“ als Bildung bzw. Veränderung inhaltlicher Interessenschwerpunkte in einer Folge von Auseinandersetzungen mit einem Interessengegenstand (vgl. H. Schiefele & Prenzel 1991, S.820). Diesbezüglich haben Keller & Kopp (1987) für den unterrichtlichen Kontext Aufmerksamkeitsmaßnahmen, Bedeutsamkeitsmaßnahmen, selbstvertrauenbildende Maßnahmen und Zufriedenheitsmaßnahmen als wesentliche Stabilisierungsfaktoren genannt (vgl. auch zusammenfassend Hartinger & Fölling-Albers 2002, S.102). In diese Richtung weisen letztlich die ‚Aspekte konkreter Erfahrungen’ beim Umgang mit Textaufgaben von Baireuther (1990, 2003b) - entscheidend dabei ist, dass die anfangs situativ angeregte Aufmerksamkeitsstruktur eines Lerners beim Umgang mit Textaufgaben nicht nach kurzem erlischt, sondern über längere Zeitstrecken aufrecht erhalten bleibt. Ermöglicht wird dies beispielsweise durch „konkrete Erfahrungen“ (vgl. Baireuther 1990)

- mit Sachkontexten (Variation in den Präsentationsformen durch Bilder, reale Objekte usw.; Erleben der Sachkontexte durch Rollenspiele, Nacherzählungen usw.),
- mit den mathematischen Größen der Sachkontexte (Veranschaulichung der Größen in Skizzen, Diagrammen usw.; Bewertung der Größen durch persönliche Erfahrungen, Erlebnisse usw.),
- mit den mathematischen Modellen zu den Sachkontexten (Formulieren eigener Fragestellungen zu den Sachkontexten, Interpretation der Ergebnisse auf Grund eigener Erfahrungen usw.).

4.4 Intrinsische und Extrinsische Motivation

4.4.1 Traditionelle Unterscheidung

Eine sehr enge Verbindung mit dem Begriff des Interesses weist in der pädagogischen Psychologie die Perspektive der intrinsischen Motivation und damit die traditionelle Unterscheidung zwischen intrinsischer und extrinsischer Motivation auf. Intrinsische Motivation versteht sich als der „Wunsch oder die Absicht, eine bestimmte Lernhandlung durchzuführen, weil die Handlung selbst als interessant, spannend oder sonst wie zufriedenstellend erscheint“ (U. Schiefele 1996, S.52). Ist die Auseinandersetzung mit einer mathematischen Textaufgabe also intrinsisch motiviert, so werden jeweilige Lernhandlungen „um ihrer selbst willen“ ausgeführt, aus „Neugier, Exploration, Spontaneität und Interesse an den unmittelbaren Gegebenheiten der Umwelt“ (Deci & Ryan 1993, S.225). Die Beschäftigung mit vorgegebenen mathematischen Aufgaben bedarf dabei grundsätzlich keiner äußeren Anreize. Im Wesentlichen lassen sich zwei Formen intrinsischer Motivation unterscheiden: Intrinsische Motivation kann sich einerseits auf Beschäftigungen mit (Lern-)Gegenständen beziehen, bei denen Tätigkeiten im Vordergrund stehen, und andererseits auf (Lern-)Handlungen, die vorwiegend wegen der zu Grunde liegenden Themenbereiche ausgeführt werden. Terminologisch wird demnach zwischen tätigkeitszentrierter und gegenstandszentrierter intrinsischer Motivation unterschieden (vgl. U. Schiefele & Schreyer 1994; U. Schiefele 1996). In Bezug auf Textaufgaben lässt sich intrinsische Motivation also zum einen in der Tätigkeit des Lösens der Aufgaben selbst verorten, d.h. im interaktiven Kontext im Sinne von Busse (2000), zum anderen in den Thematiken, die in den Textaufgaben angesprochen werden, d.h. im Sachkontext im Sinne von Busse (2000).

Die Beschäftigung mit (mathematischen) Lerngegenständen ist als extrinsisch motiviert zu bezeichnen, wenn die Beschäftigung mit den jeweiligen Aufgaben ‚von außen her’ angeregt ist, wenn die Lernanstrengungen also von den in Aussicht gestellten Anreizen oder Verstärkern abhängig gemacht werden. Von ‚extrinsisch’ ist demnach die Rede, wenn eine Lernhandlung nicht ausschließlich wegen ihrer intrinsischen Befriedigung ausgeübt wird, sondern wegen der mit der Handlung erzielbaren oder vermeidbaren Folgen (z.B. gute Noten, Belohnungen, Strafvermeidung usw.), die außerhalb des eigentlichen Handlungsvollzugs liegen. In Bezug auf mathematische Textaufgaben wird

das Lösen gegebener, mathematischer Problemstellungen dann Mittel zum Zweck und hat instrumentellen Charakter (vgl. Deci & Ryan 1993).
In vielen empirischen Untersuchungen konnte nachgewiesen werden, dass intrinsische Motivation sich in Lern-Leistungssituationen insgesamt als lern- und leistungsförderlich zeigt (vgl. Boekaerts, Pintrich & Zeidner 2000) und diese eine wesentliche Bedingung für qualitativ anspruchsvolle Formen des Lernens darstellt (vgl. Ryan & LaGuardia 1999; U. Schiefele & Schreyer 1994). Aus der Sicht eines Lernenden können intrinsisch motivierte Lernhandlungen insgesamt auf Grund von tiefer gehenden und konzeptuellen Lernformen als erfolgreicher bezeichnet werden als extrinsisch motivierte Lernhandlungen (vgl. U. Schiefele & Schreyer 1994).

4.4.2 Selbstbestimmungstheorie der Lernmotivation

Die Beschäftigung mit mathematischen Problemstellungen kann (wie jede Lernhandlung) stets beide Motivationsarten, d.h. intrinsisch und extrinsisch motivierte Handlungen, gleichzeitig beinhalten (vgl. U. Schiefele 1996; Pintrich & Garcia 1993). Ein Lerner kann beim Lösen mathematischer Textaufgaben z.B. hoch motiviert sein, weil er sich durch starke äußere Anreize dazu gezwungen fühlt (z.B. auf Grund von Angst oder durch Androhung von Strafen, schlechten Noten usw.). Zugleich kann der Lernende aber auch hoch motiviert sein, weil er für sich persönlich den mathematischen Aufgabenkontext als wertvoll oder interessant erlebt und den zu erwartenden Ergebnissen eine hohe persönliche Bedeutung beimisst. (Mathematische) Lernhandlungen können also im Allgemeinen motivational mehrfach verortet sein. Neben intrinsischen können zusätzlich und gleichzeitig extrinsische Motive eine wesentliche Rolle im mathematischen Lernprozess spielen, so dass das zentrale Kriterium bei der Untersuchung der vorliegenden mathematischen Lernprozesse ist in welchem Verhältnis die intrinsische und extrinsische Motivation bei der Beschäftigung mit einem Lerngegenstand zueinander stehen.
In der von Deci & Ryan (1993, 2000) erarbeiteten Selbstbestimmungstheorie der Lernmotivation wird die zentrale Frage innerhalb von Lernprozessen thematisiert „warum" ein Lernender lernt oder „warum" ein Lernender Lernanstrengungen auf sich nimmt. Deci & Ryan nehmen Lernhandlungen aus der Perspektive des erlebten Grads an Selbstbestimmung und Autonomie in den Blick. Eine selbstbestimmte Lernmotivation lässt sich dabei in der Regel mit der habituellen Bereitschaft der Schülerinnen und

Schüler beschreiben Lerntätigkeiten „um ihrer selbst willen", d.h. ohne inneren oder äußeren Zwang und mit großem Engagement ausführen zu wollen (vgl. Deci & Ryan 1985; Krapp 1993; Csikszentmihalyi & U. Schiefele 1993). Sie kann entweder gemäß der traditionellen Unterscheidung (siehe 4.4.1) in dem subjektiven Wert begründet liegen, den eine Person dem Lernen beimisst oder aber auf tätigkeitsspezifische Anreize zurückgehen, die in der Lernhandlung oder dem Lerngegenstand liegen (vgl. dazu die tätigkeitszentrierte oder gegenstandszentrierte intrinsische Lernmotivation bei U. Schiefele & Schreyer 1994).

Hinsichtlich der Entwicklung und Förderung einer selbstbestimmten Lernmotivation gehen Deci & Ryan (2000) von der Annahme eines natürlichen Strebens von Menschen aus sich über die aktive Auseinandersetzung mit der Umwelt weiterzuentwickeln, Fähigkeiten und Erkenntnisse kontinuierlich auszudifferenzieren und kohärent in das eigene Selbstkonzept zu integrieren. Dieses Streben sollte innerhalb von Lernsitationen anhalten, solange bei den Lernenden drei grundlegende psychologische Bedürfnisse (basic needs) befriedigt werden: das Bedürfnis nach Autonomie- und Kompetenzerleben sowie das Bedürfnis nach sozialer Einbindung. Die Befriedigung dieser Bedürfnisse hält eine vorhandene intrinsische Motivation aufrecht (Deci & Ryan 1993) und trägt dazu bei, dass sich Lernende, die die Lerngegenstände nicht von vorne herein als interessant oder anregend wahrnehmen, zunehmend freiwillig und ohne äußere Veranlassung mit (mathematischen) Inhalten auseinandersetzen.

Deci & Ryan (1993) unterscheiden in ihrer Selbstbestimmungstheorie neben der intrinsischen Motivation vier Formen der extrinsischen Motivation, die sich darin unterscheiden, inwieweit ein Lernender sich in einer Lernsituation selbstbestimmt oder autonom erlebt (bzw. nicht erlebt). Dabei gerät vor allem jener Prozess in den Blick, der stattfindet, wenn sich aus einer zunächst extrinsisch motivierten Lernhandlung intrinsische Motivation oder Interesse entwickelt, d.h. wenn äußere Anreize im Laufe eines Lernprozesses überflüssiger werden. Aus Sicht der Selbstbestimmungstheorie führt dies zu erheblichen Unterschieden hinsichtlich Persistenz und Qualität des emotionalen Erlebens innerhalb einer Lernsituation und im Resultat zu erheblichen Unterschieden der Handlungsergebnisse (vgl. zusammenfassend Krapp & Ryan 2002). Im Verlauf des dabei erforderlichen Internalisierungsprozesses lernen Schülerinnen und Schüler die Bedeutung von persönlichen und gesellschaftlichen Wertvorstellungen, Standards und Verhaltensregeln verstehen und akzeptieren und nehmen das eigene Handeln, das zuvor als von außen veranlasst oder erzwungen wahrgenommen wurde, zunehmend als freiwillig und selbstbestimmt wahr. Die Entwicklung einer ursprünglich völlig von außen kontrollierten (als Stufe der externalen Regulation bezeichneten) Lernhandlung erfolgt über die Stufen der introjizierten, identifizierten und integrierten Regulation hin zu einem selbstbestimmten Verhalten (vgl. Deci & Ryan 1993). Lernhandlungen auf der Stufe der identifizierten und integrierten Regulation werden als selbstbestimmt erlebt, weisen jedoch insofern (noch) instrumentellen Charakter auf als sie sich stets an dem Handlungsergebnis (z.B. der Richtigkeit der gelösten Aufgaben) orientieren - angesichts der Befunde zahlreicher Studien gelten die Kernaussagen der Selbstbestimmungstheorie grundsätzlich als empirisch bewährt (zusammenfassend Krapp & Ryan 2002).

Insgesamt kann festgehalten werden, dass auf dem Kontinuum von externaler über introjizierter bis hin zu identifizierter und integrierter Handlungsverursachung das Ausmaß der wahrgenommenen Heteronomie immer stärker abnimmt - aus anfangs extrinsischen Lernanreizen entwickeln sich intrinsische Handlungsziele (vgl. Krapp 1996). Oder um es in der Terminologie von DeCharms (1968) zu formulieren: Der Ort der wahrgenommenen Handlungsverursachung (perceived locus of control) wird zunehmend stärker ‚nach innen' verlegt.

4.5 Das Konzept der Selbstwirksamkeitserwartung

Das Konzept der Selbstwirksamkeitserwartung gilt als zentraler Bereich der sozialkognitiven Theorie von Bandura (1977). Es wird davon ausgegangen, dass kognitive, emotionale und motivationale Prozesse Teilkomponenten eines übergeordneten Konzepts sind, die im Wesentlichen durch subjektive Überzeugungen einer Person ausgelöst, aufrecht erhalten und gesteuert werden (vgl. Bandura 1995, 1997, 2001).

In Bezug auf Lernprozesse und Lernhandlungen können nach Bandura dabei zwei zentrale kognitive Dimensionen der Verhaltenssteuerung (Abb. 4.3) unterschieden werden, nämlich die Handlungs-Ergebnis-Erwartungen (bzw. Konsequenzerwartungen) und die Selbstwirksamkeitserwartungen (bzw. Kompetenzüberzeugungen), die ein Lernender innerhalb einer Lernhandlung wahrnimmt, empfindet, einschätzt, abwägt usw. (vgl. dazu v.a. das allgemeine Erwartungs-mal-Wert-Modell der Motivation bei Rheinberg 2000).

Die Konsequenzerwartungen, in der Terminologie Banduras als ‚outcome expectations' bezeichnet, repräsentieren die subjektive Beurteilung möglicher oder wahrscheinlicher

Ergebnisse, die eine Lernhandlung zur Folge haben wird (vgl. Bandura 1997). Ein Schüler kann z.B. im Zuge seiner mathematischen Lernbemühungen Wertschätzung, Lob, Stolz, Selbstzufriedenheit und Erfolgserlebnisse erwarten oder erhoffen, aber auch Misserfolgserlebnisse, Verzweiflung usw. befürchten.
Die Kompetenzerwartungen bzw. Selbstwirksamkeitserwartungen, die in der Terminologie Banduras als ‚perceived self-efficacy' bezeichnet werden, enthalten einen deutlichen Selbstbezug, nämlich die Einschätzung der subjektiven Verfügbarkeit von Handlungsvoraussetzungen (vgl. Schwarzer & Jerusalem 1999). Wenn ein Schüler z.B. mit einer mathematischen Textaufgabe konfrontiert wird, so werden anfangs die an die eigene Person gestellten Anforderungen im Hinblick auf die eigenen Kompetenzen und Ressourcen abgewägt, worauf dann die Entscheidung für oder gegen eine bestimmte Handlung basiert (vgl. Bandura 1977, 1997; Lazarus & Folkman 1984; Schwarzer 1993a).

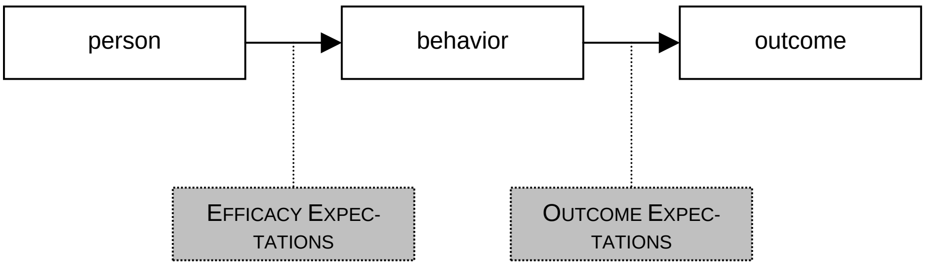


Abbildung 4.3: Konsequenz- und Selbstwirksamkeitserwartungen
(nach Bandura 1977; vgl. Krapp & Ryan 2002)

‚Outcome expectations' und ‚perceived self-efficacy' repräsentieren letztlich subjektive Einschätzungen bezüglich des eigenen Verhaltens in einer Lernsituation, das notwendig ist, um bestimmte Ergebnisse im Zuge der Lernbemühungen zu erreichen. Beide Komponenten beinhalten also, dass ein Lernender vor seinen Lernanstrengungen Einschätzungen der eigenen Fähigkeiten vornimmt und Erwartungen im Sinne subjektiver Prognosen (z.B. „Ich denke, dass ich diese Textaufgabe werde lösen können.") bildet. Ob und auf welche Weise eine Person in einer bestimmten Situation handelt, hängt nach Auffassung der Selbstwirksamkeitserwartung weitgehend von diesen beiden kognitiven Prozessen ab (vgl. Krapp & Ryan 2002).

Selbstwirksamkeitserwartungen sind wie die Handlungs-Ergebnis-Erwartungen Teil des organisierten Wissens einer Person über sich selbst. Bandura (1997) spricht in diesem Zusammenhang vom Selbstsystem oder vom System selbstbezogener Überzeugungen. Aus persönlichkeitspsychologischer Sicht wird damit ein zentraler Aspekt des individuellen Selbstkonzepts angesprochen. Selbstwirksamkeitserwartung als das „Vertrauen in die eigene Kompetenz, auch schwierige Handlungen in Gang setzen und zu Ende führen zu können" (Schwarzer & Jerusalem 1999, S.39) beinhalten somit selbstbezogene Kognitionen und die mit ihnen verbundenen Emotionen. Damit können Selbstwirksamkeitserwartungen innerhalb des individuellen Selbstkonzepts als geordnete Menge aller im Gedächtnis gespeicherten selbstbezogenen Informationen aufgefasst werden (vgl. Filipp 1979).

Diese im Selbstkonzept verankerten Erwartungen über Handlungskompetenzen und über Handlungskonsequenzen umfassen sehr spezifische Selbstwirksamkeitserwartungen (z.B. Wirksamkeitsüberzeugungen beim Lösen mathematischer Textaufgaben) bis hin zu allgemeinen Selbstwirksamkeitserwartungen, die sich auf komplexe und generelle Strategien der Selbstregulation und Problembewältigung beziehen (vgl. Schwarzer & Jerusalem 1999). In diesem Zusammenhang ist zu betonen, dass Wirksamkeitsüberzeugungen nach Bandura (1997) bereichsspezifisch geordnet sind, d.h. sie können in unterschiedlichen unterrichtlichen Bereichen in ihrer Qualität, Höhe und Stärke unterschiedlich ausgeprägt sein.

Zentrale Quelle der Entstehung und Entwicklung von Selbstwirksamkeitserwartungen ist die persönliche Erfahrung in Form von „mastery experiences" - neben den Quellen der körperlichen Erregung, stellvertretender Erfahrung und verbaler Rückmeldung (vgl. Bandura 1997). Das direkte Erleben von Erfolg in Anforderungssituationen und das Wahrnehmen der Bedingung für Erfolg mit der Überzeugung auch künftig derartige Anforderungen erfolgreich bewältigen zu können, spiegelt eine optimistische Überzeugung eines Lernenden wieder über die notwendigen personalen Ressourcen zur Bewältigung von Lern-Leistungssituationen zu verfügen. Entscheidende subjektive Parameter stellen dabei im Sinne des Selbstbewertungsmodells der Leistungsmotivation (vgl. Heckhausen 1972, 1989) das wahrgenommene Anspruchsniveau der jeweiligen Anforderungssituation, der dafür als verbindlich angesehene Leistungsmaßstab und die resultierenden, präferierten Ursachenzuschreibungen von Erfolg und Misserfolg dar. Die Verarbeitung dieser Erfahrungen stellt auf kognitiver Ebene einen individuellen Interpretations- und Bewertungsprozess dar, z.B: Der subjektiv wahrgenommene Zusammenhang zwischen eigenen Anstrengungen beim Lösen von Textaufgaben, den Bedingungen der mathematischen Lern- Leistungssituation und den resultierenden Lernergebnissen kann dabei zu unterschiedlichen Affekten (z.B. Erleben von Stolz, Angst beim Lösen von Textaufgaben usw.) und Interpretationen (z.B. Empfinden von Herausforderung, Misserfolgsbefürchtung usw.) führen (vgl. zusammenfassend Edelmann 2000).

Das Konzept der Selbstwirksamkeitserwartung stellt somit einen engen Zusammenhang zum Konstrukt des „leistungsbezogenen Selbstvertrauens" her (vgl. dazu auch die Begriffe ‚subjektive Kompetenz', ‚Erfolgserwartung' und ‚Fähigkeitsselbstkonzept' bei Helmke 1992), das sowohl als wesentliche Bedingung als auch als Ziel schulischen Lernens angesehen wird. Es kann von einer interaktiven Beziehung zwischen dem leistungsbezogenen Selbstvertrauen und der Lernleistung ausgegangen werden (vgl. Helmke & van Aken 1995; Pekrun 1997), z.B.: Je höher auf der einen Seite das leistungsbezogene Selbstkonzept beim Lösen mathematischer Textaufgaben ausgeprägt ist, desto eher werden anspruchsvolle mathematische Problemsituationen in Form von Textaufgaben in Angriff genommen, desto weniger gibt ein Lernender bei Schwierigkeiten und Komplikationen auf und desto eher werden leistungsmindernde Selbstzweifel bewältigt (vgl. Helmke 1992). Andererseits beeinflussen mathematische Lernleistungen auf lange Sicht nicht nur das mathematische Fähigkeitsselbstkonzept sondern auch das allgemeine Selbstwertgefühl (vgl. z.B. Weinert & Helmke 1997).

5. Darstellung der Forschungsfragen

5.1 Entwicklung der zentralen Forschungsfragen zur mathematischen Modellierungsfähigkeit

Zusammenfassung:

Ausgehend von den bisherigen theoretischen Grundlagen wird zusammengefasst davon ausgegangen, dass ein Mathematikunterricht, der sich zum Ziel setzt systematisch - gemäß den Prinzipien der alltagsnahen bzw. abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung - mathematische Grundvorstellungen zu entwickeln und zu aktivieren, eine effektivere Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler erreicht, als „herkömmlicher" Mathematikunterricht diese Förderung bewirken kann. Es wird davon ausgegangen, dass (entgegen der vielfach üblichen Vorgehensweise ‚vom Konkreten zum Abstrakten') durch Aktivitäten der abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung die deutlichsten Lerngewinne in Bezug auf die mathematische Modellierungsfähigkeit erzielt werden können. Insbesondere für mathematisch-schwächere Schülerinnen und Schüler wird erwartet, dass sie beim Umgang mit Textaufgaben vom abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm[2] profitieren.

Begründung der Forschungsfragen:

Hasemann & Stern (2002) bestätigen diese Sichtweise - es wurden die beiden Trainingsprogramme (alltagsnah gegenüber abstrakt-symbolisch) mit Vergleichsaufgaben (d.h. mathematischen Textaufgaben zur Grundvorstellung des Vergleichens) im mathematischen Größenbereich ‚Anzahlen' durchgeführt. Das mathematische Verständnis wurde dabei mit Hilfe von Vor- und Nachtests erfasst. Effekte ließen sich derart nachweisen, dass sich insgesamt die größten Lernfortschritte bei den Schülerinnen und Schülern mit den schwächeren Vortestleistungen zeigten und dass sich das mathematische Verständnis der Schülerinnen und Schüler im Rahmen der abstrakt-symbolischen

[2] Die der vorliegenden Studie zu Grunde liegenden Trainingsprogramme gemäß der alltagsnahen bzw. abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung werden unter 6.1.3 dargestellt. Die expliziten Unterrichtsskizzen zu den Trainingsprogrammen sind im Anhang E1 und E2 beigefügt.

Handlungsorientierung besser fördern ließ als im Rahmen der alltagsnahen Handlungsorientierung.

Die Ergebnisse legen die Vermutung nahe, dass es Kindern insbesondere in den Eingangsstufen der Grundschule schwer fällt ihr Denken bei der Problemlösung von konkreten Objekten oder realen Handlungen zu lösen und daraus ein mathematisches Modell zu entwickeln, was zur Folge hat, dass Sachproblemstellungen nur unzureichend gelöst werden können:

„The properties by which the physical objects are described and classified need to be ignored; and attention is focused on the actions on the objects which have the potential to create an ‚object of the mind', which has new properties associated with new classifications and new relationships. For some there may be a cognitive shift from concrete to abstract in which the concept of number becomes conceived as a construct that can be manipulated in the mind. For others, however meaning remains at an enactive level; elementary arithmetic remains a matter of performing or represention actions." (Gray, Pitta & Tall 1997, S.115)

Auch Lorenz (1998) führt qualitative Untersuchungen an, wonach Schüler bei der Modellierung sowohl dynamischer als auch statischer Sachsituationen auf Grund von „Schwierigkeiten, von Konkretem abzusehen“ (S.134) nicht fähig sind die im mathematischen Sinne relevante Struktur herauszulösen. Die Schüler bleiben „im Konkreten haften bzw. in jenen Aspekten, die für sie wichtig oder emotional bedeutsam sind“ (Lorenz 1998, S.134). „Die Unfähigkeit anschaulich vom Konkreten zu abstrahieren, erschwert die Bildung der schematischen Vorstellungsbilder, die eine Textaufgabe als zugehörig zu einer Klasse strukturgleicher Aufgaben erkennen läßt" (ebd.). Studien, die einen derartigen Konkretismus belegen, der Handlungen und Vorstellungen an bestimmte Materialvorgaben bindet und Verallgemeinerungen erschwert, werden bei Lorenz (1998) v.a. im Zusammenhang mit Aufgabenstellungen im mathematischen Größenbereich der Anzahlen analysiert.

Zusammenfassend kommen Hasemann & Stern zu deutlichen Ergebnissen:

„Allem Anschein nach reicht das in Schulen verbreitete Vorgehen ‚vom Konkreten zum Abstrakten' allein nicht aus, den schwächeren Kindern dabei zu helfen, sich vom Konkreten und Offensichtlichen zu lösen und die in der konkreten Situation enthaltenen Beziehungen und Strukturen zu erkennen. Selbstverständlich muss im Mathematikunterricht anfangs auch von konkreten Situationen und Handlungen und von dem für die Kinder direkt Erfassbaren ausgegangen werden, darüber hinaus ist es aber erforderlich, gezielt (und nicht nur implizit) auf Beziehungen und Strukturen einzugehen. Wenn sie nicht ausschließlich als Zählwerkzeuge verstanden werden, können Materialien wie z.B. die Hundertertafel und der Zahlenstrahl (…) sehr gute Erfahrungs- und Übungsfelder sein, die es gerade den schwächeren Kindern erlauben, mentale Modelle von Situationen zu konstruieren, in denen auch die mathematischen Beziehungen repräsentiert sind.“ (Hasemann & Stern 2002, S.241)

In der vorliegenden Untersuchung wird davon ausgegangen, dass sich die dargestellten Ergebnisse beim Umgang mit den beschriebenen Modellen der mathematischen Problemlösung auf der Basis von Vergleichsaufgaben im mathematischen Größenbereich ‚Anzahlen’ im Rahmen der alltagsnahen bzw. abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung ebenso auf andere mathematische Größenbereiche und die übrigen Grundvorstellungen übertragen lassen. Es sollten sich die für Vergleichsaufgaben im Größenbereich ‚Anzahlen’ beschriebenen Effekte auch für die anderen Grundvorstellungen der Addition und Subtraktion und die übrigen mathematischen Größenbereiche (Längen, Geldwerte, Gewichte, Zeitpunkte und -spannen) nachweisen lassen.
Insbesondere wird dies für komplexe Textaufgaben erwartet, also für Textaufgaben, die auf zwei oder mehr mathematischen Grundvorstellungen basieren, deren Lösung damit mindestens zwei mathematische Operationsschritte erfordern - d.h. der Modellierungsprozess macht zusätzlich die Speicherung von situativen Informationselementen (z.B. Handlungsstadien, Beziehung zwischen Handlungsstadien), Größen oder deren Beziehungen zueinander (z.B. Beziehungen zwischen Ausgangs-, Hinzufüge- und Endgrößen) im Arbeitszeitgedächtnis nötig. Die Modellbildung innerhalb der abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung leistet eine hierfür notwendige, gezielte Aufmerksamkeitsfokussierung gleichzeitig auf alle relevanten Elemente bzw. Objekte, Stadien, Zustände und Beziehungen zwischen diesen in einer vorgegebenen Problemsituation unter mathematischem Aspekt (siehe 3.3.3). In der vorliegenden Studie wird demnach angenommen, dass die mathematische Modellierung einer Problemsituation erleichtert wird, wenn stets alle Informationselemente, die zur Aktivierung von Grundvorstellungen als ‚conceptual model’ notwendig sind, zuerst in einem mathematischen Anschauungsmittel, später mental repräsentiert sind.
Insgesamt wird demnach von den folgenden Forschungshypothesen (F_1 bis F_6) ausgegangen. Es wird zum einen erwartet, dass sich die systematische Förderung mathematischer Grundvorstellungen in den beiden Trainingsprogrammen positiver auf die mathematische Modellierungsfähigkeit auswirkt als im „herkömmlichen“ Vergleichsunterricht. Es wird zum anderen erwartet, dass sich wesentliche Unterschiede in der Förderwirkung auch zwischen beiden Trainingsprogrammen ergeben müssten. Vermutet wird dies für einfache Textaufgaben, v.a. aber für komplexe Textaufgaben:

(F_1) Die beiden Trainingsprogramme zur Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit führen bei einfachen Textaufgaben gegenüber dem Vergleichsunterricht zu einer insgesamt besseren Entwicklung der mathematischen Modellierungsfähigkeit.

(F_2) Die beiden Trainingsprogramme führen bei komplexen Textaufgaben gegenüber dem Vergleichsunterricht zu einer besseren Entwicklung der mathematischen Modellierungsfähigkeit.

(F3) Bei den einfachen Textaufgaben führt das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm gegenüber dem alltagsnahen Trainingsprogramm zu einer besseren Entwicklung der mathematischen Modellierungsfähigkeit.

(F4) Bei den komplexen Textaufgaben führt das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm gegenüber dem alltagsnahen Trainingsprogramm zu einer besseren Entwicklung der mathematischen Modellierungsfähigkeit.

Da am Ende der zweiten Jahrgangsstufe die Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion bereits weitgehend entwickelt sein müssten und auch Textaufgaben bereits im Unterricht behandelt wurden, sind v.a. bei den komplexen Textaufgaben wesentliche Lernfortschritte insbesondere bei den schwächeren Schülerinnen und Schülern nach den Trainingsprogrammen anzunehmen:

(F_5) Bei den einfachen Textaufgaben zeigen leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler sowohl nach dem alltagsnahen als auch dem abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm größere Lernfortschritte in Bezug auf die mathematische Modellierungsfähigkeit als leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler.

(F_6) Bei den komplexen Textaufgaben zeigen leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler nach beiden Trainingsprogrammen größere Lernfortschritte in Bezug auf die mathematische Modellierungsfähigkeit als leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler.

5.2 Entwicklung der zentralen Forschungsfragen zur Lernmotivation

Zusammenfassung:

Die von Hasemann & Stern (2002) vorgenommene Unterscheidung zwischen alltagsnaher und abstrakt-symbolischer Handlungsorientierung richtet im Zusammenhang mit der Entstehung aktueller Lernmotivation den Blick auf so genannte realitätsbezogene Aufgaben und Problemstellungen (vgl. Busse 2000, 2003). „Ein wesentlicher Aspekt realitätsbezogener Aufgaben besteht (…) in der Öffnung eines Fensters hinaus in die Welt außerhalb der Mathematik. Damit wird häufig die Hoffnung einer besonderen Motivation für die Schülerinnen und Schüler, die mit solchen Aufgaben konfrontiert werden, verbunden. Dabei wird der Sachkontext häufig so gewählt, dass man eine gewisse Nähe zur Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler vermutet“ (Busse 2003, S.1). Zusammengefasst wird für die vorliegende Studie davon ausgegangen, dass die Aktivitäten der alltagsnahen bzw. abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung eine selbstbestimmte und selbstverantwortliche Auseinandersetzung mit Problemstellungen und Unterrichtsinhalten ermöglichen, so dass die Schülerinnen und Schüler beim Lösen von Textaufgaben mit größerem Interesse, selbstbestimmteren Formen der Lernmotivation und höheren Selbstwirksamkeitserwartungen an das Lösen mathematischer Problemstellungen herangehen.

Begründung der Forschungsfragen:

Im Wesentlichen existiert lediglich ein empirisch begründetes Modell, das zur systematischen Erklärung von Motivation und insbesondere von Lernmotivation in spezifischen unterrichtlichen Aufgabenkontexten herangezogen werden kann, nämlich das ARCS-Modell von Keller (vgl. Keller 1987; Keller & Kopp 1987; Niegemann 2001). Keller thematisiert dabei jeweils motivationsrelevante Elemente und Faktoren in instruktionsähnlichen Unterrichtskontexten und diskutiert zugehörige Strategien der Motivationsförderung. Dabei werden vier Motivationsfaktoren in den Blick genommen.

- Attention (Aufmerksamkeit): Das Interesse bzw. die Aufmerksamkeit eines Lerners muss als erster Schritt der Motivierung erlangt bzw. aufrecht erhalten werden.

- Relevance (Relevanz): Eine langfristige Motivierung erfordert die Vermittlung subjektiver Relevanz, d.h. das Empfinden persönlicher Bedeutsamkeit bzw. das Empfinden eines instrumentellen Nutzens in Bezug auf den jeweiligen Aufgabenkontext.
- Confidence (Sicherheit): Motivierung erfordert Maßnahmen, die sicherstellen, dass die Lernenden eine positive Erfolgserwartung entwickeln können.
- Satisfaction (Befriedigung): Motivierte Lerner erwarten im persönlichen Aufgabenkontext intrinsische oder (auch) extrinsische Bekräftigungen und Verstärkungen für die jeweiligen Lernbemühungen.

Konstruktivistische Unterrichtsansätze beanspruchen für sich derartige Kontexte identifiziert zu haben, die für die Erreichung sowohl kognitiver als auch motivationaler Aspekte entscheidend sind (vgl. dazu die Studien der Cognition and Technology Group at Vanderbilt 1997). Offen bleibt dabei allerdings die Frage, welche Mechanismen am Zustandekommen dieser Wirkungen beteiligt sind.
Ausgehend von der Selbstbestimmungstheorie nach Deci & Ryan (siehe 4.4.2) und der Interessentheorie (siehe 4.3) geht die Entwicklung selbstbestimmter Formen der Lernmotivation mit der habituellen Bereitschaft von Lernenden einher, Lerntätigkeiten ‚um ihrer selbst willen', also ohne inneren oder äußeren Zwang und mit großem Engagement, unternehmen zu wollen. Sie kann zum einen - im Sinne von Kellers „Relevance" - in dem Wert begründet liegen, den eine Person dem Lernen beimisst. Wesentlicher aber -im Sinne Kellers „Attention" - kann zum anderen derartiges Engagement auf tätigkeitsspezifische Anreize zurückgehen, die in der Lernhandlung oder dem jeweiligen Lerngegenstand liegen.
Hinsichtlich der Entwicklung und Förderung einer selbstbestimmten Lernmotivation gehen beide Theorien, die Selbstbestimmungstheorie und die Interessentheorie, von der Annahme eines natürlichen Strebens von Menschen aus sich über die aktive Auseinandersetzung mit der Umwelt weiterzuentwickeln, Fähigkeiten und (Selbst-) Erkenntnisse kontinuierlich auszudifferenzieren und kohärent in das eigene Selbstkonzept zu integrieren. Gemäß den Prinzipien der Lösung mathematischer Textaufgaben nach der alltagsnahen bzw. abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung arbeiten die Schülerinnen und Schüler weitgehend selbstbestimmt und in Eigenverantwortung an den jeweiligen mathematischen Problemstellungen, so dass sich die Schülerinnen und Schüler dabei als

weitgehend autonom erleben sollten - eine wesentliche Bedingung für das Entstehen und den Erhalt von selbstbestimmten Formen der Lernmotivation.
Ein wesentliches Merkmal der untersuchten mathematischen Trainingsprogramme ist es, dass die Schülerinnen und Schüler pragmatisch-praktisch mit entsprechenden Materialien (konkrete Objekte bzw. mathematische Anschauungsmittel) umgehen, die die Aufmerksamkeit auf mathematische Aspekte der aktuell zu lösenden Problemsituation lenken. Theoretische Konzepte der Aufmerksamkeitssteuerung finden sich mit Blick auf Aspekte der Lernmotivation v.a. in der Neugier- und Explorationsforschung (vgl. Berlyne 1960; Keller, Schneider & Henderson 1994) und in Theorien über Aufmerksamkeit und Aktivierung (vgl. Eysenck 1982; Neumann 1992; U. Schiefele 1996). In der vorliegenden Studie wird davon ausgegangen, dass die im alltagsnahen und im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm verwendeten Materialien der Aufmerksamkeitssteuerung eine tätigkeitsspezifische Anregung des Interesses im Sinne von Rheinberg & Fries (1998) inkorporieren. Insbesondere innerhalb der alltagsnahen Problemlösung werden die Schülerinnen und Schüler mit konkreten Materialen (z.B. Spielgeld) konfrontiert, von denen ausgegangen wird, dass sie als abwechslungsreich gegenüber dem Unterrichtsalltag empfunden werden - Abwechslung wirkt durch Vermeidung von Monotonie motivationsförderlich (vgl. Keller & Kopp 1987). Die verwendeten Materialien im alltagsnahen Trainingsprogramm weisen zudem einen hohen Grad an Authentizität auf. Die Bedeutung authentischer und originaler Lernmaterialien als ein wesentliches Merkmal für die Entwicklung von Interesse und selbstbestimmten Formen der Lernmotivation wurde vielfach herausgestellt (vgl. Honebein, Duffy & Fishman 1993).
Insgesamt wird in der vorliegenden Untersuchung davon ausgegangen, dass die beiden Trainingsprogramme zur Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit unterrichtliche Kontexte und Rahmenbedingungen schaffen, die dazu beitragen, dass sich Lernende zunehmend ‚aus eigenen Stücken' mit mathematischen Textaufgaben auseinandersetzen, auch wenn mathematische Textaufgaben anfangs nicht unbedingt von sich aus als interessant und motivierend empfunden werden.
Im Zusammenhang mit den beiden Trainingsprogrammen im Hinblick auf die Untersuchung von Selbstwirksamkeitserwartungen kann nach Eccles (1983) davon ausgegangen werden, dass Fähigkeitsselbstkonzepte und v.a. Selbstwirksamkeitserwartungen aus Erfahrungen vorangegangener Leistungen im Lernprozess wiederum nachfolgende Leistungen beeinflussen. Dies gilt insbesondere für unterrichtliche Interventionen als empirisch gut bestätigt (vgl. Kurtz-Costes & Schneider 1994). Die in den Trainingspro-

grammen verwendeten Materialien dienen zum einen der Aktivierung mathematischer Grundvorstellungen, die zur Problemlösung notwendig sind, zum anderen ermöglichen die Materialien aber auch am Ende des Problemlöseprozesses eine direkte und selbstgeleitete Kontrolle der jeweiligen Lösungsergebnisse. In der vorliegenden Studie wird davon ausgegangen, dass sich eine derart mögliche Selbstkontrolle positiv auf implizite Fähigkeitstheorien, v.a. Selbstwirksamkeitserwartungen, auswirken. Insbesondere im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm ermöglichen die mathematischen Darstellungsmittel eine besonders leichte und effektive Selbstkontrolle der jeweiligen Ergebnisse zu den Problemstellungen, weshalb in diesem Programm ein besonderer Einfluss auf die Selbstwirksamkeitserwartungen der Schülerinnen und Schüler angenommen wird. Selbstwirksamkeitserwartungen waren bislang häufig Gegenstand von Interventionsmaßnahmen, mathematische Trainingsprogramme für Grundschulkinder berücksichtigten diesen Aspekt jedoch niemals explizit. Marsh und Craven (1997) unterteilen Interventionstechniken, die auf Fähigkeitstheorien abzielen, nach direkten und indirekten Förderstrategien. Während indirekte Förderstrategien an Konzepten ansetzen, die mit dem Fähigkeitsselbstkonzept in engem Zusammenhang stehen, zielen direkte Strategien auf eine unmittelbare Verbesserung des Fähigkeitsselbstkonzepts ab, in der Regel durch den Einsatz von effektivem Leistungsfeedback, Lob usw. Ebenso können eigenes (mathematisches) Handeln und konkrete Tätigkeit als direkte Strategien aufgefasst werden, die zum Aufbau von Selbstwirksamkeitserwartungen führen, unter der Voraussetzung, dass das eigene Handlungsergebnis als Erfolg wahrgenommen und der Erfolg der eigenen Person zugeschrieben wird (vgl. Bandura 1997; Schwarzer 1993b). Nach Boekaerts (1996) wird Erfolg nicht eigenen Kompetenzen zugesprochen, wenn sich Schüler nicht als Verursacher ihrer Handlungen sehen. In diesem Fall wird von den Schülern eine für den Aufbau von Kompetenzerwartungen hinderliche Attribution auf externe Faktoren vorgenommen. Für die Entwicklung von Selbstwirksamkeitserwartungen ist die erlebte Handlungsautonomie somit eine wesentliche Voraussetzung.

In der vorliegenden Studie wird davon ausgegangen, dass im Zusammenhang mit der Bearbeitung von Textaufgaben der Umgang mit entsprechenden Lernmaterialien, also die alltagsnahe Simulation von Problemsituation mit konkreten Größenträgern und die abstrakte Veranschaulichung von Problemsituationen in mathematischen Darstellungsformen, als eine direkte Strategie dafür gesehen werden kann, dass sich die Schülerinnen und Schüler in der jeweiligen Problemsituation als kompetent erleben können - die wesentliche Quelle für die Herausbildung und Entwicklung von Selbstwirksamkeitserwartungen. Bislang waren die meisten Techniken zur Erhöhung der Selbstwirksamkeit kaum in der Lage Selbstwirksamkeitserwartungen und damit zusammenhängende Konzepte grundlegend zu fördern. So bestimmte Hattie (1992) (zit. nach Dresel & Ziegler 2004) in seiner Metaanalyse die Stärke des mittleren Fördereffekts mit .37. Die erzielten Verbesserungen waren besonders klein (oder gar nicht vorhanden), wenn es sich um pädagogische Kontexte handelte oder wenn die unterrichtlichen Interventionen von Lehrkräften durchgeführt wurden, weshalb die in der vorliegenden Untersuchung zu erwartenden Effekte von vorne herein nicht überschätzt werden dürfen.

Das vorrangige Ziel der beiden dargestellten Trainingsprogramme ist die Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit. Die erörterten motivationalen Grundlagen beziehen sich in gleicher Weise auf das alltagsnahe als auch das abstrakt-symbolische Traingsprogramm, weshalb in den folgenden Forschungshypothesen (F_7 bis F_{10}) der zentrale Blick darauf gerichtet wird, inwieweit die beiden Trainingsprogramme ihr Motivationspotential im Gegensatz zum Vergleichsunterricht entfalten können. Zusammenfassend liegen der Studie mit Blick auf die motivationalen Wirkungen die folgenden Forschungshypothesen zu Grunde.

(F_7) Sowohl das alltagsnahe als auch das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm wirken sich positiver auf selbstbestimmte Motivationsstile beim Lösen von Textaufgaben aus als der Vergleichsunterricht.

(F_8) Sowohl das alltagsnahe als auch das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm wirken sich positiver auf das Interesse beim Lösen von Textaufgaben aus als der Vergleichsunterricht.

(F_9) Sowohl das alltagsnahe als auch das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm wirken sich positiver auf Selbstwirksamkeitserwartungen beim Lösen von Textaufgaben aus als der Vergleichsunterricht.

(F_{10}) Das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm wirkt sich gegenüber dem alltagsnahen Trainingsprogramm positiver auf Selbstwirksamkeitserwartungen aus.

6. Darstellung der Untersuchungsmethode

6.1 Untersuchungsprozedur

Zur Beantwortung der unter 5.1 und 5.2 entwickelten zentralen Forschungsfragen zur mathematischen Modellierung bzw. zur Lernmotivation wurde eine Stichprobe mit Schülerinnen und Schülern aus insgesamt zehn Klassen aus zweiten Jahrgangsstufen im Landkreis Kelheim analysiert.

In den zehn Klassen wurde Mathematikunterricht mit dem speziellen Ziel der Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler durchgeführt. Dazu wurden Textaufgaben ausgewählt, in denen die mathematischen Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen ausgewogen repräsentiert waren. In allen zehn zweiten Klassen wurden dieselben Textaufgaben in der gleichen Reihenfolge behandelt.

In drei Klassen wurden die jeweiligen Lehrkräfte instruiert, nach der alltagsnahen Handlungsorientierung zu unterrichten, in drei Klassen wurden die Lehrkräfte instruiert nach der abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung zu unterrichten. Die Lehrkräfte erhielten zudem die gesamten Unterrichtsmaterialien, die notwendig waren, um das alltagsnahe bzw. das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm durchzuführen. Vier der zehn Klassen konnten als Vergleichsklassen zur Verfügung stehen, in denen die Lehrkräfte ihren Unterricht so durchführen konnten, wie sie es für richtig und bezüglich der jeweiligen Aufgabenstellungen für angemessen hielten. Die Unterrichtszeit für die beiden Trainingsprogramme betrug jeweils 9 Unterrichtseinheiten zu je 45 Minuten. Der Mathematikunterricht sowohl in den Trainings- als auch in den Vergleichsklassen wurde in der Unterrichtszeit zwischen den Pfingstferien und den Sommerferien 2003 im Schuljahr 2002/03 durchgeführt.

In den Vergleichsklassen wurden lediglich die zu behandelnden Textaufgaben sowie die Reihenfolge der Behandlung der einzelnen Aufgaben (entsprechend der Reihenfolge der Aufgaben in den Trainingsprogrammen) vorgegeben. Mit Hilfe der Vergleichsklassen sollte sichergestellt werden, dass spezifische Trainingseffekte der Förderung der Modellierungsfähigkeit im alltagsnahen bzw. abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm von unspezifischen Übungseffekten der Vergleichsklassen unterschieden werden konnten.

Der Studie lag insgesamt der folgende Untersuchungsplan zu Grunde (Abb. 6.1).

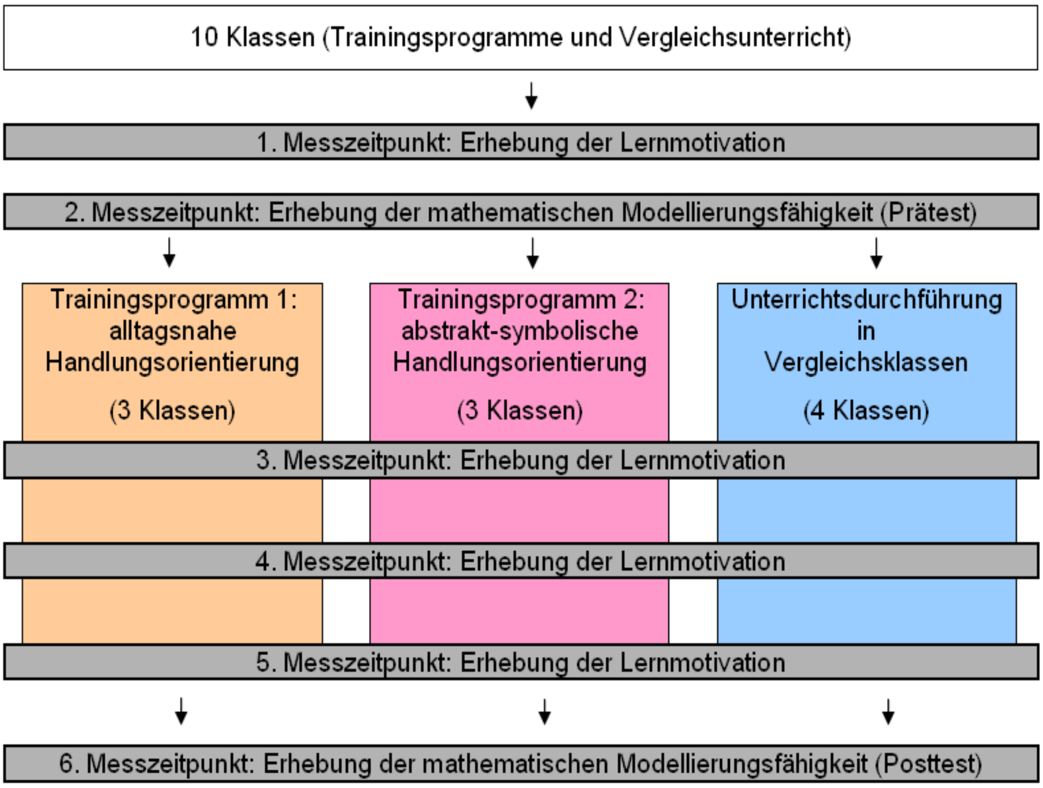


Abbildung 6.1: Untersuchungsprozedur

Zur Überprüfung des Lernzugewinns durch die Trainingsprogramme bzw. den Vergleichsunterricht wurde ein Test zur Erfassung der mathematischen Modellierungsfähigkeit konstruiert, der - wie auch die mathematischen Aufgaben innerhalb der Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts - auf der Basis von Textaufgaben entworfen wurde.

Um den Lerngewinn abzuschätzen, der durch die Trainingsprogramme bzw. den Vergleichsunterricht erzielt werden konnte, wurde der mathematische Modellierungstest als Prätest vor den Unterrichtssequenzen (2. Messzeitpunkt) und als Posttest nach den Unterrichtssequenzen (6. Messzeitpunkt) eingesetzt. Beide Tests enthielten dieselben mathematischen Textaufgaben.

Zur Erhebung der Lernmotivation wurde ausgehend vom FAM (Fragebogen zur Erfassung der aktuellen Motivation in Lernleistungssituationen; vgl. Rheinberg, Vollmeyer & Burns 2001) ein für die Grundschule adaptierter Fragebogen entwickelt, der Subskalen zum Interesse, zur Selbstwirksamkeitserwartung und zum Motivationsstil (entsprechend der Selbstbestimmungstheorie von Deci & Ryan, siehe 4.4.2) enthielt. Die Lernmotivation wurde zu insgesamt 4 Messzeitpunkten (1. Messzeitpunkt vor den Unterrichtssequenzen der Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts; 3., 4. und 5. Messzeitpunkt innerhalb der Unterrichtssequenzen) erhoben. Zusätzlich wurden zu diesen Messzeitpunkten die Konzepte ‚leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft', ‚Amotivation' und ‚Einschätzung des instrumentellen Nutzens' als Kontrollvariablen erfasst.

6.1.1 Die Textaufgaben der Trainingsprogramme

In den insgesamt zehn an der Untersuchung beteiligten Klassen der zweiten Jahrgangsstufe wurden dieselben Textaufgaben eingesetzt. Diese Textaufgaben wurden für die vorliegende Studie nach den im Folgenden dargestellten Kriterien ausgewählt.

Grundvorstellungshaltigkeit

Aus der Systematik der Grundvorstellungen nach Carpenter & Moser (1982) bzw. Fuson (1992) lassen sich insgesamt 20 verschiedene mathematische Strukturen ableiten, die einer ‚einfachen' mathematischen Textaufgabe zu Grunde liegen können, d.h. einer Textaufgabe, deren Modellierung die Addition oder Subtraktion zweier Zahlen erfordert (siehe 2.3.1.1). Im gegenwärtigen Mathematikunterricht sowie in aktuellen Schulbüchern sind überwiegend Textaufgaben zur Grundvorstellung des Dazugebens bzw. des Weggebens enthalten (vgl. Renkl & Stern 1994; Stern & Staub 2000). Aufgabenanalysen haben gezeigt, dass insbesondere eine häufigere Behandlung von Textaufgaben zur Grundvorstellung des quantitativen Vergleichs wünschenswert wäre, weil gerade derartige Problemstellungen der Entwicklung eines elaborierten mathematischen Verständnisses förderlich sind und auf die mathematischen Anforderungen der Sekundarstufe vorbereiten (vgl. Stern 1994).

Bei der Auswahl der Textaufgaben zur vorliegenden Studie wurden Aufgaben derart ausgewählt, dass ein wesentlicher Aspekt der Bearbeitung von Textaufgaben berücksichtigt wird, nämlich dass eine „Herausforderung des Denkens“ (Walther, Geiser, Langeheine & Lobemeier 2003, S.193) nicht durch Aufgabenstellungen erfolgen kann, in denen die Modellierungsschritte mit Hilfe von Routineverfahren (vgl. Polya 1980) bewältigt werden können, sondern vielmehr durch Textaufgaben, in denen Barrieren durch Denken zu überwinden sind – z.B. durch Variation in den Größenbereichen (vgl. Griesel 1996), in den gesuchten Größen (Ausgangs-, Veränderungs- bzw. Endgröße) oder durch die Komplexität der Aufgabenstellung (vgl. Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling 1996):

- Insgesamt wurden die Textaufgaben derart gewählt, dass die Gesamtheit der Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen in ausgewogener Weise und mit Variationen in den gesuchten Größen (z.B. Variation in Ausgangs-, Veränderungs-, End-, Referenz-, Teil-, Gesamtgröße usw.) repräsentiert waren.
- Es wurden sowohl ‚einfache' mathematische Textaufgaben ausgewählt, d.h. Textaufgaben, in denen eine Grundvorstellung enthalten war und damit bei der Modellbildung die Verrechnung zweier Zahlen erforderten, und ‚komplexe' mathematische Textaufgaben, d.h. Textaufgaben, in denen zwei oder mehr Grundvorstellungen repräsentiert waren und die somit die Anwendung mehrerer Rechenoperationen erforderten.

Größenhaltigkeit

Der Aufbau und die Anwendung von Grundvorstellungen innerhalb einer Problemstellung bzw -lösung stellen je nach mathematischem Größenbereich, der einer Problemsituation zu Grunde liegt, unterschiedliche und insbesondere deshalb ganz spezifische Prozesse dar (vgl. Griesel 1996), weil in Bezug auf die Aktivierung von Grundvorstellungen die zentralen Handlungselemente (base objects) bei der Konstruktion der internen Repräsentationen durch den mathematischen Größenbereich bestimmt werden (vgl. Gray & Tall 2001). Eine umfassende Erhebung und Analyse der mathematischen Modellierungsfähigkeit muss demnach Problemsituationen in unterschiedlichen mathematischen Größenbereichen berücksichtigen. Für die vorliegende Untersuchung wurden Textaufgaben ausgewählt, in denen in der Gesamtheit Sachsituationen zu den unten genannten mathematischen Größenbereichen ausgewogen repräsentiert waren - in der Eingangsstufe der Grundschule sehen die Lehrpläne in der Regel die Behandlung dieser Größenbereiche vor (siehe auch 2.3.1.2).

- Größenbereich ‚Anzahlen',
- Größenbereich ‚Geldwerte',
- Größenbereich ‚Längen',
- Größenbereich ‚Zeitpunkte und Zeitspannen',
- Größenbereich ‚Gewichte'.

Das Auslegen von Flächen ist vielfach in den Lehrplänen ebenfalls vorgesehen, allerdings nicht unter dem Aspekt der Ausbildung und Entwicklung von Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen, sondern unter dem Aspekt der Förderung der Raumvorstellung im Fachbereich Geometrie (vgl. Baireuther 1999, S.102).

Berücksichtigung von altersgemäßen Kontexten

In der holländischen Didaktik (vgl. van den Brink 1989; Treffers 1987) wurden Textaufgaben zum „Bus“-Kontext als einem für Grundschulkinder altersgemäßen Kontext entwickelt, der mathematisch unterschiedlich anspruchsvolle Aufgaben im Größenbereich ‚Anzahlen’ ermöglicht (vgl. Hasemann & Stern 2002). Dieser „Bus“-Kontext wurde für die vorliegende Studie aufgegriffen - für die weiteren mathematischen Größenbereiche wurden Textaufgaben zu altersgemäßen Kontexten (z.B. Themenkomplex Sport, Sparen und Urlaubsfahrt) aus aktuellen Schulbüchern bzw. dazugehörigen Arbeitsheften entwickelt.

Möglichkeit der Differenzierung

Die in den Trainingsprogrammen bzw. dem Vergleichsunterricht zu bearbeitenden Aufgaben sollten eine Anpassung von Lerntempo, Lernumfang und Lerninhalten an die individuellen Bedürfnisse der lernenden Grundschulkinder ermöglichen. In Voruntersuchungen hat sich hierbei die quantitative Differenzierung als sinnvoll erwiesen:

„Die Möglichkeit, unterschiedlich viele Aufgaben zu bearbeiten, ist recht einfach zu organisieren. Die Schüler bekommen ein umfangreiches Angebot an Übungen mit einem Pflichtprogramm, das von allen zu erledigen ist, während die übrigen Aufgaben je nach individueller Leistungsfähigkeit teilweise oder ganz ‚erledigt’ werden können.“ (Baireuther 1999, S.83).

In der vorliegenden Untersuchung wurden demnach Textaufgaben ausgewählt, die sich aus Grundaufgaben (GA) als Pflichtaufgaben, die von allen Schülerinnen und Schülern bearbeitet wurden, und Erweiterungsaufgaben (EA) als quantitative Differenzierungsaufgaben, die nach individueller Leistung und individuellem Arbeitstempo bearbeitet wurden, zusammensetzen.

Ausgehend von diesen Überlegungen wurden im Einzelnen die folgenden Textaufgaben vorgegeben, die sowohl in den Trainingsprogrammen als auch im Vergleichsunterricht in der angegebenen Reihenfolge bearbeitet wurden (Tab. 6.1 bis 6.4).

Nr.	Aufgabentext	Diff.	Größen-bereich
1.	Die Klasse 3a macht einen Klassenausflug. Die Kinder fahren in einem roten und einem grünen Kleinbus. Im roten Bus sitzen 12 Kinder. Im grünen Bus sitzen 8 Kinder. Wie viele Kinder sitzen im roten Bus mehr als im grünen?	GA	Anzahlen
	5 Kinder sind zu spät gekommen und steigen noch zu: ____ Kinder in den roten Bus und ____ Kinder in den grünen Bus. In welchem Bus sitzen nun mehr Kinder? Wie viele Kinder mehr? (Finde mehrere Möglichkeiten)	EA	Anzahlen
2.	Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Im grünen Bus sitzen 5 Kinder mehr als im roten Bus. Wie viele Kinder sitzen im grünen Bus?	GA	Anzahlen
	____ Kinder wollen vor der Abfahrt noch umsteigen. Wie viele Kinder sitzen dann im grünen Bus? Wie viele Kinder sitzen im roten Bus? (Finde mehrere Möglichkeiten)	EA	Anzahlen

Tabelle 6.1: Textaufgaben zum Sachkontext ‚Bus'

Nr.	Aufgabentext	Diff.	Größen-bereich
3.	Tom und Sarah vergleichen ihre Ersparnisse. Tom hat 27€ gespart. Sarah hat 33€ gespart. Wie viel hat Sarah mehr gespart?	GA	Geldwerte
	Beide kaufen ein und geben zusammen 15€ aus: Tom gibt ____ € aus, Sarah gibt ____ € aus. Wer hat nun mehr? Wie viel mehr? (Finde mehrere Möglichkeiten)	EA	Geldwerte
4.	Die Freunde Moritz und Torsten sparen zusammen auf ein ferngesteuertes Auto. Sie haben miteinander 34€ gespart. Moritz hat 19€ gespart. Wie viel hat Torsten gespart?	GA	Geldwerte
	Am Wochende bekommen beide Geld geschenkt und haben dann zusammen genau die 45€ für das Auto. Wie viel hat Torsten geschenkt bekommen? Wie viel hat Moritz geschenkt bekommen? (Finde mehrere Möglichkeiten)	EA	Geldwerte

Tabelle 6.2: Textaufgaben zum Sachkontext ‚Sparen'

Nr.	Aufgabentext	Diff.	Größen-bereich
5.	Sebastian hat 18 Meter weit geworfen. Steffi hat 26 Meter geworfen. Wie viele Meter hat Steffi weiter geworfen als Sebastian?	GA	Längen
	Nach dem zweiten Wurf ist Steffi nur noch 4 Meter besser als Tom. Wie weit könnte Tom im zweiten Wurf geworfen haben? Wie weit könnte Steffi geworfen haben? (Finde mehrere Möglichkeiten)	EA	Längen
6.	Lars und Katrin laufen um die Wette. Lars braucht um den Häuserblock 35 Sekunden. Er ist genau 4 Sekunden schneller als Katrin. Wie schnell ist Katrin?	GA	Zeiten
	Beim zweiten Lauf verbessert sich Lars um 3 Sekunden und Katrin um 5 Sekunden. Wer ist nun schneller? Um wie viele Sekunden schneller?	EA	Zeiten

Tabelle 6.3: Textaufgaben zum Sachkontext ‚Sport'

Nr.	Aufgabentext	Diff.	Größen-bereich
7.	Katrin und Tim fahren beide mit ihren Familien in Urlaub. Katrins Familie startet um 17 Uhr, Tims Familie um 22 Uhr. Wie viele Stunden fährt Tim später los als Katrin?	GA	Zeiten
	Katrins Vater beschließt, doch schon am Vormittag loszufahren. Wie viele Stunden fährt nun Tim später ab? (Finde mehrere Möglichkeiten)	EA	Zeiten
8.	Moritz und Torsten unternehmen eine Radtour. Am Vormittag schaffen sie 16 Kilometer. Am Nachmittag kommen sie zurück und der Tacho zeigt 34 Kilometer an. Wie viele Kilometer haben Moritz und Torsten am Nachmittag mehr als am Vormittag geschafft?	GA	Längen
	Insgesamt waren Moritz und Torsten 5 Stunden unterwegs? Wenn Sie um _____ Uhr losgefahren sind, dann sind sie um ____ Uhr zurückgekommen. (Finde mehrere Möglichkeiten)	EA	Zeiten
9.	Auf ihrem Urlaubsflug von München nach Rom haben die Müllers 80 Kilogramm Freigepäck. Der Koffer von Frau Müller wiegt 26 Kilogramm. Der Koffer von Herrn Müller wiegt 2 Kilogramm weniger. Wie viele Kilogramm dürfen die Koffer von Jessica und Jakob höchstens wiegen?	GA	Gewichte
	Am Flughafen wiegen alle Koffer zusammen genau 80 Kilogramm. Jessicas Koffer ist um 2 Kilogramm leichter als Jakobs Koffer. Wie schwer ist Jakobs Koffer?	EA	Gewichte

Tabelle 6.4: Textaufgaben zum Sachkontext ‚Ferien'

6.1.2 Die Stichprobe

6.1.2.1 An der Studie beteiligte Schülerinnen und Schüler

Für die vorliegende Studie wurde eine Stichprobe aus 239 Schülerinnen und Schülern (112 Mädchen und 127 Jungen) aus den insgesamt 10 Klassen der zweiten Jahrgangsstufen im Landkreis Kelheim analysiert. Davon entfielen 79 Schülerinnen und Schüler (39 Mädchen und 40 Jungen) auf die drei Klassen des alltagsnahen Trainingsprogramms, 80 Schülerinnen und Schüler (39 Mädchen und 41 Jungen) auf die drei Klassen des abstrakt-symbolischen Trainingsprogramms und 80 Schülerinnen und Schüler (34 Mädchen und 46 Jungen) auf die vier Vergleichsklassen (Tab. 6.5).

Alle zehn an der Studie teilnehmenden Klassen hatten einen vergleichbaren Anteil an ausländischen Kindern (15% - 25%) sehr unterschiedlicher Nationalitäten - überwiegend waren in den jeweiligen Klassen Grundschulkinder türkischer und russischer Herkunft vertreten. In zwei der vier Vergleichsklassen sowie einer der Klassen des abstrakt-symbolischen Programms wurde jeweils eine Schülerin bzw. ein Schüler nicht in die Analyse einbezogen, da auf Grund der Auskünfte der jeweiligen Lehrkraft davon auszugehen war, dass bei beiden Kindern eine Bearbeitung mathematischer Textaufgaben auf Grund fehlenden Sprachverständnisses nicht möglich war.

In Bezug auf die soziale Schicht stuften alle Lehrkräfte der teilnehmenden Klassen die Grundschulkinder überwiegend als zur „mittleren Schicht" gehörig ein, so dass insgesamt in Bezug auf Ausländeranteil und sozialer Schicht von einer Vergleichbarkeit der Untersuchungsgruppen ausgegangen werden kann.

		Geschlecht		Gesamt
		w	m	
Trainings-programm	alltagsnah	39	40	79
	abstrakt	39	41	80
	Vergleich	34	46	80
Gesamt		112	127	239

Tabelle 6.5: Stichprobe der Schülerinnen und Schüler

6.1.2.2 An der Studie beteiligte Lehrerinnen und Lehrer

Der Unterricht in den Trainingsklassen und den Vergleichsklassen wurde von den jeweiligen Klassenlehrkräften bzw. Fachlehrkräften selbst durchgeführt. Im alltagsnahen Trainingsprogramm unterrichteten zwei Lehrerinnen und ein Lehrer, ebenso führten das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm zwei Lehrerinnen und ein Lehrer durch. In den Vergleichsklassen unterrichteten drei Lehrerinnen und ein Lehrer.

Die Lehrkräfte des alltagsnahen und des abstrakt-symbolischen Trainingsprogramms wurden vorher eingehend in den entsprechenden Trainingsprogrammen instruiert. Zu diesem Zweck wurde ein Lehrertraining durchgeführt, an dem jeweils die drei Lehrkräfte der beiden Trainingsprogramme teilnahmen. Ziel dieses Trainings war es die Lehrkräfte mit den für eine adäquate Unterrichtsdurchführung notwendigen theoretischen Hintergründen zu versorgen. Diese Lehrkräfte erhielten zudem alle für die Unterrichtsdurchführung notwendigen Unterrichtsskizzen (methodische Verlaufsplanungen mit geplanten Tafelbildern; siehe Anhang E) und Unterrichtsmaterialien (Kopiervorlagen usw.). Jede Unterrichtseinheit wurde durchgesprochen – die Lehrkräfte konnten sich zudem zu jedem Zeitpunkt der Untersuchungsdurchführung mit Fragen zur Organisation, Unterrichtsdurchführung usw. telefonisch an mich wenden. Die Lehrkräfte protokollierten nach den jeweiligen Unterrichtseinheiten Abweichungen vom geplanten Unterrichtsverlauf und sonstige Vorkommnisse.

Die Lehrkräfte, die den Unterricht in den Vergleichsklassen durchführten, erhielten lediglich die Textaufgaben, die innerhalb der Unterrichtssequenz in der angegebenen Reihenfolge zu bearbeiten waren. Diese Lehrkräfte planten den Unterricht so, wie sie es den Aufgabenstellungen entsprechend für angemessen hielten. Der Unterricht in diesen Klassen konnte leider nicht hospitiert werden. Zu jeder Unterrichtseinheit wurde ein ausführliches Unterrichtsprotokoll geführt, um zumindest einen gewissen Einblick in das methodische und unterrichtliche Vorgehen in diesen Klassen zu erhalten (siehe Anhang D).

6.1.3 Die Treatments - Darstellung der Trainingsprogramme

Die beiden Trainingsprogramme wurden entwickelt, um im Umgang mit Textaufgaben im Mathematikunterricht auf der Basis primärer bzw. sekundärer Grundvorstellungen der Addition und Subtraktion mathematischer Größen Förderprogramme zur mathematischen Modellbildung zu erhalten. Damit Kinder lernen Sachsituationen flexibel zu modellieren, sollte das Sachrechnen langfristig und systematisch aufgebaut werden (vgl. Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling 1998, S.168). Um in diesem Zusammenhang dem sog. „Primat der Struktur“ (Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling 1999, S.198) bei der Entwicklung flexibler Modellierungsfähigkeiten Rechnung zu zollen, wurden die beiden Trainingsprogramme formal-systematisch in ein Unterrichts-Strukturmodell des „Sich Einlassen auf mathematikhaltige Sachsituationen“ (Baireuther 1999, S.90) integriert. Dabei gerieten in den jeweiligen Unterrichtsverläufen folgende Phasen in den Blick der unterrichtlichen Problemlösung (vgl. Baireuther 1999):

- **Analyse der Textvorlage:**
  Die Lernenden erhalten Gelegenheit sich aktiv (z.B. durch Nacherzählen, Nachfragen, Einbringen eigener Erfahrungen usw.) mit der Textvorlage auseinander zu setzen.
- **Datenanalyse:**
  Der mathematische Aspekt der jeweiligen Problemstellung wird durch Bestimmung der quantitativen Elemente der gegebenen Sachsituation auf der Basis der Textvorlage identifiziert, konkretisiert und mit eigenen Erfahrungen verknüpft.
- **Mathematische Modellierung:**
  Diese Phase der mathematischen Problemlösung beinhaltet die wesentlichen Elemente der alltagsnahen bzw. abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung. Das zentrale Element bei der Lösung mathematischer Textaufgaben ist die Aktivierung interner Repräsentationen durch Simulation der Sachsituation mit Hilfe konkreter Größenrepräsentanten bzw. durch Übertragung der Problemsituation in ein mathematisches Darstellungsmittel. Real-life-representations (vgl. Resnick 1987), concrete-model-representations (Carpenter, Ansell, Franke, Fennema & Weisbeck 1993) oder mathematische Anschauungsmittel (z.B. Zahlenstrahl, Hundertertafel) dienen dabei der Aktivierung mentaler Modelle, die die strukturellen Beziehungen der Größen einer Problemsituation repräsentieren und die aus den situationalen Merkmalen des Problems konstruiert werden (siehe zusammenfassend 3.3.1).
- **Rechnung und Auswertung:**
  Ziel der Rechnungs- und Auswertungsphase ist die Produktion eines Ergebnisses, das im Hinblick auf die Fragestellung zu interpretieren ist. Am Ende der

Phase steht meist die Formulierung eines entsprechenden Antwortsatzes zur jeweiligen Textaufgabe.

- **Vertiefung und Fortsetzung:**
  Die aktuell vorliegende Problemstellung wird unter verschiedenen Aspekten erkundet und erweitert (z.B. Erkundung der funktionalen Struktur der Aufgabe durch Veränderung quantitativer Elemente, Erkundung des Sach-Umfeld-Bezugs durch Formulierung weiterführender Fragestellungen usw.). In dieser Vertiefungs- bzw. Fortsetzungsphase ist zudem die individuelle Bearbeitung der mathematischen Erweiterungsaufgaben im Sinne der Leistungsdifferenzierung (siehe 6.1.1) verortet.

Die Trainingsprogramme wurden in den zweiten Klassen auf der Grundlage der neun unter 6.1.1 dargestellten Textaufgaben unterrichtet. Für jede der neun Textaufgaben wurde eine 45-Minuten-Einheit des jeweiligen Mathematikunterrichts aufgewendet, so dass sich das alltagsnahe Trainingsprogramm und das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm zu einem Unterrichtsumfang von jeweils neun 45-Minuten-Unterrichtseinheiten ergaben (siehe Anhang E).

6.2 Messinstrumente der vorliegenden Untersuchung

6.2.1 Die Erfassung der mathematischen Modellierungsfähigkeit

Die Erfassung der mathematischen Modellierungsfähigkeit erfolgte in der vorliegenden Studie mit Hilfe eines mathematischen Modellierungstests auf der Basis von Textaufgaben. Die Textaufgaben wurden nach dem Kriterium der curricularen Validität ausgewählt, d.h. die Textaufgaben entsprechen Aufgaben, die auch im Schulunterricht vorgegeben werden oder in aktuellen Lehrbüchern enthalten sind. Ebenso wie die Aufgaben, die in den Trainingsprogrammen bzw. dem Vergleichsunterricht behandelt wurden, wurde der Test zur Erfassung der mathematischen Modellierungsfähigkeit nach den Kriterien Grundvorstellungshaltigkeit, Größenhaltigkeit und altersgemäßer Kontext (siehe 6.1.1) konzipiert. Die im Test zur mathematischen Modellierungsfähigkeit enthaltenen Textaufgaben sind einerseits an der SCHOLASTIK-Studie (vgl. Stern 1998) und an der Interventionsstudie von Hasemann & Stern (2002), andererseits an Aufgaben aus aktuellen Lehrbüchern angelehnt.

Im Einzelnen enthielt der Test folgende Textaufgaben, die die Modellierungsfähigkeit in den angegebenen Grundvorstellungen erheben (Tab. 6.6 und 6.7). Das zentrale Förderziel der beiden Trainingsprogramme war es durch Simulation oder skizzenhafte Darstellung von Problemsituationen mit entsprechenden konkreten Größenrepräsentanten der Problemsituation bzw. der Übertragung der quantitativen Elemente einer Problemsituation in mathematische Darstellungsmittel einen Zusammenhang zwischen der Problemsituation und den jeweiligen mathematischen Charakteristika als kognitive Assoziation zu konstruieren. Intendiert wurde eine flexible mathematische Modellierungsfähigkeit auf der Basis der Aktivierung primärer bzw. sekundärer mathematischer Grundvorstellungen als mentaler Akt, der anfangs durch Handlungen des Simulierens, Skizzierens bzw. Übertragens in die mathematische Darstellungsform angeregt wird, der v.a. aber später im Laufe des mathematischen Lernprozesses auch ohne äußere Repräsentation der vorliegenden Problemsituation vollzogen werden kann. Deshalb standen den Schülerinnen und Schülern bei der Lösung der Textaufgaben weder im mathematischen Prätest noch im Posttest konkrete Objekte oder mathematische Darstellungsformen zur Verfügung, die zur Lösung der Textaufgaben herangezogen hätten werden können. Die Lösung der Textaufgaben des mathematischen Modellierungstests sollte als rein mentaler Akt ohne Zuhilfenahme äußerer Repräsentationshilfen vollzogen werden (vgl. dazu das Vorgehen bei Hasemann & Stern 2002).

Die mathematische Modellierungsfähigkeit wurde zu den Messzeitpunkten 2 (als Prätest) und 6 (als Posttest) erhoben (siehe 6.1). Zu jedem der beiden Messzeitpunkte wurden die dargestellten Aufgaben vorgegeben. Die insgesamt 16 Textaufgaben (wobei im Modellierungstest neun ‚einfache' und sieben ‚komplexe' Textaufgaben enthalten waren; siehe Tab. 6.6 und 6.7) wurden den Schülerinnen und Schülern in einem Testgeheft vorgelegt, wobei jeweils auf einer Testheftseite vier Textaufgaben enthalten waren. In Vortests wurde ermittelt, wie viel Zeit leicht unterdurchschnittliche Schülerinnen und Schüler jeweils benötigen, um die Textaufgaben zu bearbeiten. Diese Zeit wurde den Schülerinnen und Schülern dann in der Untersuchung zur Verfügung gestellt: Für eine Testheftseite stand den Probanden in der Hauptuntersuchung eine Bearbeitungszeit von 8 Minuten, für den Gesamttest also eine Bearbeitungszeit von 32 Minuten, zur Verfügung. Die mathematischen Modellierungstests wurden von den jeweiligen Lehrkräften selbst durchgeführt. Alle Lehrkräfte der Trainingsprogramme und des Vergleichsunterrichts erhielten dazu standardisierte Instruktionsanweisungen (siehe Anhang C3; C4).

Aufgabentext (Grundvorstellungshaltigkeit)	Größenbereich
Tine hat 16 Euro, Karl hat 24 Euro gespart. Wie viel Euro braucht Tine noch, damit sie genau so viel hat wie Karl? (Ausgleichen nach oben; Veränderungsgröße unbekannt)	Geld
An der Georg-Schule sind im 3. Schuljahr 47 Kinder. Davon sind 28 Mädchen. Wie viele Jungen sind es? (Vereinigen; Teilgröße unbekannt)	Anzahlen
Tom geht zur Schule um 7.35 Uhr von zu Hause los. Tina bricht erst 8 Minuten später auf. Um wie viel Uhr geht Tina von zu Hause los? (Vergleichen „mehr“; Vergleichsgröße unbekannt)	Zeiten
Steffen hat 28 Euro. Am Wochenende bekommt er Taschengeld. Jetzt hat er 35 Euro. Wie viel Taschengeld hat Steffen bekommen? (Dazugeben; Veränderungsgröße unbekannt)	Geldwerte
Die volle Schultasche von Herrn Leitner wiegt 11 Kilogramm. Er leert seine Schulsachen aus. Nun wiegt die Tasche noch 3 Kilogramm. Wie schwer sind seine Schulsachen? (Weggeben; Veränderungsgröße unbekannt)	Gewichte
Ina liest Harry Potter. Heute hat sie 16 Seiten gelesen und ist nun auf Seite 98. Auf welcher Seite hat Ina heute angefangen zu lesen? (Dazugeben; Ausgangsgröße unbekannt)	Anzahlen
Familie Gruber und Familie Schmid sind heute in die Ferien gefahren. Die Grubers sind um 11.30 Uhr gestartet. Die Schmids sind um 13.45 Uhr losgefahren. Wie viel später als die Grubers sind die Schmids losgefahren? (Vergleichen „mehr“; Differenzgröße unbekannt)	Zeiten
Frau Schneeberger macht eine Diät. Sie hat schon 9 Kilogramm abgenommen. Jetzt wiegt sie 67 Kilogramm. Wie viel hat sie vor der Diät gewogen? (Weggeben; Ausgangsgröße unbekannt)	Gewichte
Jens ist 1,51 m groß. Er ist 8 cm größer als Julia. Wie groß ist Julia? (Vergleichen „weniger“; Referenzgröße unbekannt)	Längen

Tabelle 6.6: einfache Textaufgaben des mathematischen Modellierungstests

Aufgabentext (Grundvorstellungshaltigkeit)	Größen-bereich
Im Bus sitzen 25 Kinder. An der ersten Haltestelle steigen 6 Kinder aus, an der zweiten Haltestelle steigen 3 Kinder ein. Wie viele Kinder sitzen nun im Bus? (Dazugeben; Endgröße unbekannt - Weggeben; Endgröße unbekannt)	Anzahlen
Tim schneidet von einer 16 Zentimeter langen Holzstange erst 7 Zentimeter ab, dann 5 Zentimeter. Wie lange ist der Rest der Stange? (Weggeben; Endgröße unbekannt - Weggeben; Endgröße unbekannt)	Längen
Udo braucht für seine Hausaufgaben heute genau 43 Minuten. 17 Minuten für Mathe, 6 Minuten für Deutsch, den Rest für HSU. Wie viele Minuten braucht Udo für die HSU-Hausaufgaben? (Vereinigen; Gesamtgröße unbekannt - Vereinigen, Teilgröße unbekannt)	Zeiten
Gerd hat 65 Euro und Fritz 72 Euro gespart. Gerd bekommt am Wochenende 15 Euro Taschengeld. Wie viel hat Gerd nun mehr als Fritz? (Dazugeben; Endgröße unbekannt - Vergleichen; Differenzgröße unbekannt)	Geldwerte
Rudi hat 18 Karten. Ralf hat 8 Karten. Wie viele Karten muss Rudi an Ralf abgeben, damit beide gleich viele Karten haben? (Ausgleichen „nach oben“; Veränderungsgröße unbekannt - Ausgleichen „nach unten“; Veränderungsgröße unbekannt)	Anzahlen
Ulf wirft 32 Meter weit. Sabine wirft 5 Meter weiter als Ulf. Simone wirft 2 Meter weiter als Sabine. Wie weit wirft Simone? (Vergleichen „mehr“; Vergleichsgröße unbekannt – Vergleichen „mehr“; Vergleichsgröße unbekannt)	Längen
Erich wiegt 32 Kilogramm. Er wiegt 4 Kilogramm mehr als Ernst. Wie viele Kilogramm bringen Ernst und Erich zusammen auf die Waage? (Vergleichen „mehr“; Referenzgröße unbekannt - Vereinigen; Gesamtgröße unbekannt)	Gewichte

Tabelle 6.7: komplexe Textaufgaben des mathematischen Modellierungstests

Um zu verhindern, dass Lösungen abgeschrieben werden konnten, wurden die Aufgaben derart in zwei Testgeheften präsentiert, dass zwar beide Testgehefte die gleichen Aufgaben enthielten, dass jedoch die Reihenfolge der Bearbeitung der Aufgaben unterschiedlich war.

Arithmetische Rechenfehler sollten in den mathematischen Modellierungstests weitgehend verhindert werden - deshalb wurden die Aufgaben im Modellierungstest im Zahlenraum bis 100 derart konzipiert, dass für Grundschulkinder schwierige arithmetische Rechenschritte (z.B. Zehnerübergänge) wenn möglich vermieden wurden. Das Antwortformat zu den entsprechenden Textaufgaben wurde so gewählt, dass die Schülerinnen und Schüler einen jeweils richtigen Antwortsatz in eine je vorgegebene Antwortzeile schreiben mussten. Zudem musste in einem eigens dafür markierten Rechenfeld zu jeder mathematischen Textaufgabe ein adäquater Rechenweg in Form eines mathematischen Terms bzw. einer Gleichung angegeben werden.

6.2.2 Die Erfassung der Lernmotivation

Im Bereich der Lernmotivation wurden ausgehend von den theoretischen Überlegungen (siehe 4.2) mit Hilfe von Schülerfragebögen das Interesse, die Selbstwirksamkeitserwartungen sowie der Motivationsstil in den Ausprägungen intrinsische Motivation, identifizierte, introjizierte und externale Regulation der Schülerinnen und Schüler beim Lösen mathematischer Textaufgaben als abhängige Variablen erfasst.
Zudem konnten mit Hilfe von Schülerfragebögen die Kontrollvariablen ‚Amotivation', ‚leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft' und ‚Einschätzung des instrumentellen Nutzens' als Konzepte, die vielfach in engem Zusammenhang mit motivationalen Variablen stehen (vgl. z.B. Wild & Remy 2002; Schrader & Helmke 2002), als Interpretationsgrundlage für die gewonnenen Ergebnisse erhoben werden.

Zum ersten Messzeitpunkt sollte der allgemeine Personfaktor ‚Motiv beim Bearbeiten von Textaufgaben im Mathematikunterricht' vor der Durchführung der Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts erfasst werden. Eine derartige Motivstruktur hat sich über globale motivationale Langzeiteffekte im Mathematikunterricht der bisherigen Schulzeit entwickelt. In einer spezifischen Lernleistungssituation aber zeigt erst die je aktuelle Motivation - und nicht überdauernde Motive und Motivstrukturen - einen Einfluss auf das Lernverhalten und die resultierenden Leistungen (vgl. Heckhausen 1989; Rheinberg 2000; Schneider & Schmalt 2000; Rheinberg & Vollmeyer & Burns 2001). Deshalb sollte im Bereich der Lernmotivation in der vorliegenden Untersuchung zudem insbesondere die in einer gegebenen Anforderungssituation aktualisierte Motivation erfasst werden, also die aktuelle Lernmotivation in der speziellen Situation des Bearbei-

tens gegebener mathematischer Textaufgaben. Dazu wurden die jeweils verwendeten Skalen zum einen in Bezug auf das Lösen von Textaufgaben im Mathematikunterricht im Allgemeinen, zum anderen in Bezug auf das Lösen spezieller, jeweils vorliegender, mathematischer Textaufgaben operationalisiert (siehe 6.2.2.1).
Die aktualisierte Lernmotivation in Bezug auf die Bearbeitung mathematischer Textaufgaben wurde sowohl in den Trainingsprogrammen als auch im Vergleichsunterricht jeweils bei der Behandlung der gleichen Textaufgaben erhoben:

- 3. Messzeitpunkt: Erhebung der aktualisierten Lernmotivation bei der Bearbeitung der Textaufgabe 3 (siehe 6.1.1),
- 4. Messzeitpunkt: Erhebung der aktualisierten Lernmotivation bei der Bearbeitung der Textaufgabe 6 (siehe 6.1.1),
- 5. Messzeitpunkt: Erhebung der aktualisierten Lernmotivation bei der Bearbeitung der Textaufgabe 9 (siehe 6.1.1).

Die Schülerfragebögen, die zu den Messzeitpunkten 3, 4 und 5 eingesetzt wurden, waren identisch. Zu jedem Messzeitpunkt wurde den Schülerinnen und Schülern die entsprechende Textaufgabe vorgelegt - der Fragebogen zur Erfassung der Lernmotivation wurde beantwortet nachdem die jeweilige Textaufgabe gelesen wurde, aber noch bevor die Bearbeitung und Lösung der jeweiligen Textaufgabe begonnen wurde (vgl. dazu das Vorgehen bei Rheinberg, Vollmeyer & Burns 2001). Für die Items der Skalen ‚Interesse', ‚Amotivation', ‚Selbstwirksamkeitserwartungen', ‚leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft' und ‚Einschätzung des instrumentellen Nutzens' wurde als Antwortformat jeweils eine vierstufige Likert-Skala mit den Ausprägungen ‚stimmt sehr' (3), ‚stimmt ziemlich' (2), ‚stimmt weniger' (1), stimmt gar nicht' (0) gewählt - die in Klammern angegebenen Zahlen repräsentieren die Codierung der Items, so dass sich für jedes Skalenitem der Skalenumfang [0;3] errechnet.

Im Folgenden sind die in der Studie verwendeten Skalen und in weiteren Tabellen deren wesentliche Kennwerte auf Item- bzw. Skalenebene dargestellt. Angegeben sind auf Itemebene der Mittelwert (M), die Standardabweichung (S) und die part-whole korrigierte Trennschärfe (r_{it}). Auf Skalenebene sind die interne Konsistenz (Cronbachs α), der Mittelwert (MD), die Standardabweichung (SD) der jeweiligen Gesamtskala sowie die Anzahl (N) der Schülerinnen und Schüler, die zum jeweiligen Messzeitpunkt als gültige Fälle in die Analyse einbezogen wurden, dargestellt.

6.2.2.1 Erfassung der abhängigen Variablen

6.2.2.1.1 Interesse

Die Skala ‚Interesse' wurde aus der Interessenskala des FAM (vgl. Rheinberg, Vollmeyer & Burns 2001) adaptiert, die einen deutlichen Gegenstandsbezug beinhaltet. Die jeweiligen Items betonen entsprechend der Merkmale der Person-Gegenstands-Relation des Interesses (siehe 4.3) sowohl die Selbstintentionalität (Item I_4), d.h. die intrinsische bzw. freiwillige Aufgabenbearbeitung, als auch wertbezogene Valenzen im Sinne der Wahrnehmung subjektiver Bedeutsamkeit im Zusammenhang mit mathematischen Textaufgaben (Item I_5) und gefühlsbezogene Valenzen als die emotionale Tönung, die im Zusammenhang mit der Beschäftigung mit den jeweiligen mathematischen Textaufgaben empfunden wird (Items I_1, I_2 und I_3). Die Skala wurde zudem um ein Item erweitert, das die epistemische Orientierung bezeichnet, d.h. das Item richtet sich explizit auf die Erweiterung und die Verbesserung des eigenen Könnens in Bezug auf das Lösen mathematischer Textaufgaben (Item I_6).

	Original-Item	Item zum Messzeitpunkt 1	Item zu den Messzeitpunkten 3,4 und 5	Quelle
I_1	Ich mag solche Rätsel und Knobeleien	Ich rechne gerne Textaufgaben.	Ich rechne gerne solche Textaufgaben.	Rheinberg, Vollmeyer & Burns 2001
I_2	Nach dem Lesen der Instruktion erscheint mir die Aufgabe sehr interessant.	Textaufgaben finde ich sehr interessant.	Diese Textaufgabe finde ich sehr interessant.	
I_3	Bei Aufgaben wie dieser brauche ich keine Belohnung, sie machen mir auch so viel Spaß.	Bei Textaufgaben brauche ich keine Belohnung, sie machen mir auch so viel Spaß.	Bei dieser Textaufgabe brauche ich keine Belohnung, sie macht mir auch so viel Spaß.	
I_4	Eine solche Aufgabe würde ich auch in meiner Freizeit bearbeiten.	Textaufgaben bearbeite ich auch in meiner Freizeit gerne.	Eine solche Textaufgabe bearbeite ich auch in meiner Freizeit gerne.	
I_5	Es ist mir wichtig, mich im Deutschen gut verständlich machen zu können.	Es ist mir wichtig, Textaufgaben gut lösen zu können.	Es ist mir wichtig, diese Textaufgabe gut lösen zu können.	Winters-Ohle & Seipp 2002
I_6		Es ist mit wichtig, beim Lösen von Textaufgaben noch besser zu werden.	Es ist mit wichtig, beim Lösen solcher Textaufgaben noch besser zu werden.	[selbst formuliert]

Tabelle 6.8: Skala ‚Interesse'

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 3			Messzeitpunkt 4			Messzeitpunkt 5		
	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}
I_1	2,29	0,69	,568	2,34	0,89	,629	2,29	0,81	,623	2,32	0,82	,642
I_2	1,32	0,87	,356	1,32	0,95	,457	1,40	0,87	,417	1,35	0,90	,432
I_3	2,43	0,61	,523	2,54	0,75	,589	2,44	0,74	,691	2,49	0,71	,614
I_4	2,48	0,59	,551	2,55	0,76	,575	2,41	0,72	,694	2,46	0,75	,615
I_5	1,83	0,92	,580	1,99	1,07	,525	1,96	0,97	,584	2,09	0,99	,574
I_6	2,17	0,82	,576	2,11	1,00	,652	2,20	0,83	,645	2,22	0,88	,645
MD SD	MD 2,09		SD 0,58	MD 2,14		SD 0,71	MD 2,12		SD 0,65	MD 2,16		SD 0,66
N α[3]	N 225		α ,761	N 226		α ,798	N 226		α ,820	N 229		α ,807

Tabelle 6.9. Interesse - Kennwerte auf Item- und Skalenebene

6.2.2.1.2 Selbstwirksamkeitserwartung

Selbstwirksamkeitserwartungen beziehen sich auf subjektive Hypothesen einer Person bezüglich der erfolgsbezogenen Komponente in Lernleistungssituationen (siehe 4.5). Einen sinnvollen Rahmen zur Erfassung derartiger subjektiver Hypothesen bietet die kontrolltheoretische Konzeption von Skinner, Chapman & Baltes (1988), die die erfolgsbezogene Komponente der Lernmotivation beinhaltet.
Ausgehend von dieser Rahmenkonzeption wurde die Skala ‚Selbstwirksamkeitserwartung' in Anlehnung an die FAM-Skala ‚Erfolgswahrscheinlichkeit' formuliert, die Items beinhaltet, welche die subjektive Einschätzung thematisieren über die Mittel zu verfügen, die nötig sind, um bestimmte Ergebnisse zu erreichen. Die Items enthalten einen deutlichen Selbstbezug im Hinblick auf die Beurteilung der subjektiven Verfügbarkeit eigener Kompetenz- und Handlungsvoraussetzungen (vgl. Schwarzer & Jerusalem 1999). Die verwendeten Items der Skala ‚Selbstwirksamkeitserwartung' sprechen Annahmen darüber an, wie sicher der jeweilige Lernende davon überzeugt ist in der vorliegenden Leistungssituation gut abzuschneiden, d.h. im vorliegenden Fall Textaufgaben im Allgemeinen bzw. die vorgegebenen Textaufgaben im Speziellen richtig lösen zu können.

[3] Die Konsistenzkoeffizienten liegen für die Interessenskala zu den einzelnen Messzeitpunkten zwischen Cronbachs α=.76 und α=.82. Die Skalen weisen damit zufrieden stellende bis gute Reliabilitätswerte auf.

	Original-Item	Item zum Messzeitpunkt 1	Item zu den Messzeitpunkten 3,4 und 5	Quelle
S_1	Ich glaube, der Schwierigkeit dieser Aufgabe gewachsen zu sein.	Ich glaube, dass ich beim Lösen von Textaufgaben gut bin.	Ich glaube, dass ich beim Lösen dieser Textaufgabe gut bin.	Rheinberg, Vollmeyer & Burns 2001
S_2	Wahrscheinlich werde ich die Aufgabe nicht schaffen. (-)	Ich glaube, dass ich Textaufgaben ohne Probleme schaffe.	Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe ohne Probleme schaffe..	
S_3	Ich glaube, das kann jeder schaffen.	Ich glaube, Textaufgaben kann jeder gut schaffen.	Ich glaube, diese Textaufgabe kann jeder gut schaffen.	

Tabelle 6.10: Skala ‚Selbstwirksamkeitserwartung'

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 3			Messzeitpunkt 4			Messzeitpunkt 5		
	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}
S_1	2,10	0,71	,677	2,44	0,81	,598	2,54	0,77	,692	2,38	0,76	,653
S_2	1,99	0,68	,552	2,4	0,79	,608	2,49	0,76	,625	2,36	0,81	,484
S_3	1,96	0,78	,683	2,35	0,88	,650	2,52	0,82	,617	2,3	0,82	,693
MD SD	M 2,02	SD 0,60		M 2,40	SD 0,75		M 2,52	SD 0,77		M 2,35	SD 0,75	
N α[4]	N 225	α ,822		N 226	α ,804		N 226	α ,797		N 229	α ,791	

Tabelle 6.11. Selbstwirksamkeitserwartungen - Kennwerte auf Item- und Skalenebene

6.2.2.1.3 Motivationsstil

Deci & Ryan haben mit dem SRQ (Self-Regulation Questionaire) einen Fragebogen konstruiert, der die Motivationsstile ‚externale Regulation', ‚introjizierte Regulation', ‚identifizierte Regulation' und ‚intrinsische Motivation' erfasst (vgl. Ryan & Connell 1989). Bei Hartinger (1997, 2001) wurde der Fragebogen übersetzt und für Grundschulkinder adaptiert.

Eigene Voruntersuchungen haben gezeigt, dass die Subskalen ‚intrinsische Motivation' und ‚externale Regulation' positiv korrelieren, was darauf hin deutet, dass die Subska-

[4] Die Konsistenzkoeffizienten liegen für die Selbstwirksamkeitsskala zu den einzelnen Messzeitpunkten zwischen Cronbachs α=.79 und α=.82. Die Skalen weisen damit gute Reliabilitätswerte auf.

len weniger zwischen unterschiedlichen Motivationsstilen differenzieren, sondern vielmehr die Stärke der Motivation insgesamt erfassen (vgl. dazu auch Hartinger, Graumann & Grittner 2004; Wild & Remy 2001).

Bei Hartinger, Graumann & Grittner (2004) wurde eine Version dieses Fragebogens eingesetzt, bei der die jeweiligen Motivationsstile nicht getrennt voneinander in unterschiedlichen Skalen erfasst wurden, sondern mit Hilfe einer Präferenzrelation (vgl. Atteslander 2000, S.246f; Bortz, Lienert & Böhnke 1990, S.68) miteinander in Beziehung gebracht werden. Dabei wird jeder Motivationsstil durch ein Item repräsentiert, die Schülerinnen und Schüler entscheiden jeweils in einem Paarvergleich, welchem der Items bevorzugt zugestimmt wird („Du bekommst immer zwei Gründe zur Auswahl. Bitte entscheide immer, welcher der zwei Gründe für dich der wichtigere ist.“). Die Skalen für die einzelnen Motivativationsstile ergeben sich aus der Summe der Anzahl, mit der das jeweilige Item, das den entsprechenden Motivationsstil repräsentiert, bevorzugt wurde. Somit ergeben sich auf Grund der Einzelitems jeweils Subskalen zu den einzelnen Motivationsstilen mit Skalenumfängen [0;3].

Motivationsstil	Original-Item	Items zum Messzeitpunkt 1[a]	Items zu den Messzeitpunkten 3,4, und 5[a]	Quelle
intrinsische Motivation	Because it´s fun.	weil mir Textaufgaben Spaß machen.	weil mir diese Textaufgabe Spaß macht.	Ryan & Connell 1989
identifizierte Regulation	Because I want to learn new things.	weil ich etwas Neues lernen will.	weil ich etwas Neues lernen will.	
introjizierte Regulation	Because I feel bad about myself if I don´t.	damit ich kein schlechtes Gewissen habe.	damit ich kein schlechtes Gewissen habe.	
externale Regulation	Because I´ll get in trouble if I don´t.	damit ich keinen Ärger bekomme	damit ich keinen Ärger bekomme	

a Der Itemstamm „Ich strenge mich beim Rechnen von Textaufgaben an,…“ (Messzeitpunkt 1) bzw. „Ich strenge mich beim Rechnen dieser Textaufgabe an,…“ (Messzeitpunkte 3,4 und 5) ist jeweils identisch.

Tabelle 6.12: Motivationsstile

6.2.2.2 Erfassung der Kontrollvariablen

Zusätzlich zu den erläuterten abhängigen Variablen wurden die im Folgenden dargestellten Kontrollvariablen (Amotivation, leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft und Eischätzung des instrumentellen Nutzens) erhoben, weil sich in unterschiedlichen Untersuchungen gezeigt hat, dass diese in engem Zusammenhang mit den abhängigen

Variablen stehen (vgl. z.B. Wild & Remy 2002; Schrader & Helmke 2002). Die Kontrollvariablen bieten somit eine zusätzliche Interpretations- und Diskussionsgrundlage für die Beurteilung der Ergebnisse bei der Erfassung der vorliegenden Motivationsdynamik beim Lösen mathematischer Textaufgaben.

6.2.2.2.1 Amotivation

Während bislang der Bereich der Person-Gegenstands-Theorie des Interesses in Bezug auf unterschiedliche Fachbereiche und Jahrgangsstufen ein wesentlicher Untersuchungsgegenstand ist und war, ist über die Entwicklung gegenstandsbezogener Abneigungen wenig bekannt (vgl. Wild & Remy 2002). In der vorliegenden Studie wurde die Amotivation in Anlehnung an Deci & Ryan (1985, 1993) erfasst, wo eine Erweiterung des Kontinuums, das von der intrinsischen Motivation zur externalen Regulation reicht, um die Stufe der De- oder Amotivation vorgenommen wird. Diese Stufe, die vielfach mit unangenehmen Empfindungen, Angst und Unlusterlebnissen begleitet wird (vgl. Prenzel, Drechsel & Kramer 1998), wird häufig als Abwesenheit intrinsischer oder extrinsischer Motivation konzeptualisiert (vgl. Vallerand u.a. 1992).
Grundlage für die in der vorliegenden Studie verwendete Skala ‚Amotivation' ist die von Wieczerkowski u.a. (1974) entwicklte und auf den allgemeinen schulischen Bereich operationalisierte Unlust-Skala (vgl. auch Baumert u.a. 1997). Diese Skala wurde altersgemäß umformuliert und zum einen in Bezug auf das Lösen von Textaufgaben im Mathematikunterricht im Allgemeinen, zum anderen in Bezug auf das Lösen spezieller jeweils vorliegender Textaufgaben operationalisiert.

	Original-Item	Item zum Messzeitpunkt 1	Item zu den Messzeitpunkten 3,4 und 5	Quelle
AM_1	Es gibt in der Schule eigentlich nur wenige Dinge, die mir wirklich Spaß machen.	Textaufgaben machen mir keinen Spaß.	Diese Textaufgabe macht mir keinen Spaß.	Wieczerkowski u.a. (1974); Baumert u.a. (1997)
AM_2	Es wäre schön, wenn ich nicht mehr zur Schule gehen bräuchte.	Es wäre schön, wenn ich in Mathe keine Textaufgaben rechnen müsste.	Es wäre schön, wenn ich diese Textaufgabe nicht rechnen müsste.	
AM_3	Schon der Gedanke an die Schule macht mich morgens missmutig.	Schon den Gedanken an Textaufgaben finde ich ätzend.	Schon den Gedanken an diese Textaufgabe finde ich ätzend.	

Tabelle 6.13: Skala ‚Amotivation'

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 3			Messzeitpunkt 4			Messzeitpunkt 5		
	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}
AM_1	0,71	0,73	,641	0,96	0,86	,488	0,91	0,78	,650	0,78	0,72	,605
AM_2	0,59	0,59	,736	0,52	0,59	,594	0,71	0,67	,679	0,65	0,68	,723
AM_3	0,66	0,63	,688	0,61	0,67	,577	0,62	0,63	,743	0,63	0,68	,813
MD SD	MD 0,64		SD 0,52	MD 0,70		SD 0,62	MD 0,74		SD 0,71	MD 0,69		SD 0,62
N α[5]	N 225		α ,826	N 226		α ,717	N 226		α ,827	N 229		α ,826

Tabelle 6.14: Amotivation - Kennwerte auf Item- und Skalenebene

6.2.2.2.2 Leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft

Die Skala ‚leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft' beinhaltet die grundsätzliche „Bereitschaft einer Person, sich in einer konkreten Lernsituation intensiv und ausdauernd mit einem Gegenstand auseinander zu setzen" (Krapp & Weidenmann 2001, S. 218). Die verwendeten Items sind der FAM-Skala leistungsthematische ‚Herausforderung' entnommen und thematisieren dabei das Verhalten der Schülerinnen und Schüler dahingehend, ob und inwieweit eine Situation insgesamt als leistungsthematisch wahrgenommen und interpretiert wird.

	Original-Item	Item zum Messzeitpunkt 1	Item zu den Messzeitpunkten 3,4 und 5	Quelle
AB_1	Die Aufgabe ist eine richtige Herausforderung für mich.	Textaufgaben sind eine richtige Herausforderung für mich.	Diese Textaufgabe ist eine richtige Herausforderung für mich.	Rheinberg, Vollmeyer & Burns 2001
AB_2	Ich bin fest entschlossen mich bei dieser Aufgabe voll anzustrengen.	Beim Rechnen von Textaufgaben strenge ich mich voll an.	Bei dieser Textaufgabe strenge ich mich voll an.	
AB_3	Ich bin sehr gespannt, wie gut ich hier abschneiden werde.	Bei Textaufgaben bin ich sehr gespannt, wie gut ich abschneiden werde.	Bei dieser Textaufgabe bin ich sehr gespannt, wie gut ich abschneiden werde.	

Tabelle 6.15: Skala ‚leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft'

[5] Die Konsistenzkoeffizienten liegen für die Skala Amotivation zu den einzelnen Messzeitpunkten zwischen Cronbachs α=.72 und α=.83. Die Skalen weisen damit zufrieden stellende bis gute Reliabilitätswerte auf.

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 3			Messzeitpunkt 4			Messzeitpunkt 5		
	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}
AB_1	2,52	0,43	,415	2,24	0,66	,546	2,28	0,64	,587	2,25	0,64	,699
AB_2	2,22	0,60	,365	2,25	0,55	,379	2,28	0,57	,347	2,30	0,53	,462
AB_3	2,37	0,64	,399	2,14	0,72	,534	2,24	0,65	,553	2,22	0,65	,609
MD SD	MD 2,37	SD 0,504		MD 2,21	SD 0,607		MD 2,27	SD 0,57		MD 2,26	SD 0,61	
N α[6]	N 225	α ,634		N 226	α ,668		N 226	α ,677		N 229	α ,753	

Tabelle 6.16: Leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft - Kennwerte auf Item- und Skalenebene

6.2.2.2.3 Instrumenteller Nutzen

Die Skala ‚Instrumenteller Nutzen' beinhaltet die wertbezogenen Valenzen gegenüber einem Lerngegenstand. Diese zeigen sich darin, dass ein Lernender das Wissen um den jeweiligen Gegenstand als etwas persönlich Wichtiges erlebt (siehe 4.3.2.3). Die Items enthalten einen deutlichen Selbstbezug im Hinblick auf die individuelle Beurteilung des instrumentellen Nutzens mathematischer Textaufgaben im Allgemeinen, bzw. der in der jeweiligen Situation vorliegenden Textaufgaben im Speziellen. Das Empfinden persönlicher Bedeutsamkeit bzw. das Empfinden des instrumentellen Nutzens in Bezug auf die jeweiligen Textaufgaben drückt sich in der subjektiven Einschätzung der Schülerinnen und Schüler aus, wie nützlich und wie wichtig die jeweiligen Textaufgaben für andere Lebensbereiche bzw. Schulfächer sind. Die Wahrnehmung von instrumentellem Nutzen im Zusammenhang mit mathematischen Textaufgaben steht somit in sehr enger Verbindung mit der wertbezogenen Komponente der Peson-Gegenstands-Beziehung des Interesses, wie sie unter 4.3.1 dargestellt wurde.

[6] Die Konsistenzkoeffizienten liegen für die Skala ‚leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft' zu den einzelnen Messzeitpunkten zwischen Cronbachs α=.63 und α=.75. Für eine Kurzskala, die als Forschungsinstrument angewendet wird und zudem (nur) als Kontrollskala zur Interpretation der Ergebnisse herangezogen wird, können die Werte als hinreichend angesehen werden (vgl. Rheinberg, Vollmeyer & Burns 2001).

	Original-Item	Item zum Messzeitpunkt 1	Item zu den Messzeitpunkten 3,4 und 5	Quelle
IN_1	Was wir in Mathe lernen, kann man auch im Alltag ganz gut gebrauchen.	Ich glaube, dass Textaufgaben für mein Leben wichtig sind.	Ich glaube, dass diese Textaufgabe für mein Leben wichtig ist.	Böck & Sollat 2000; Helmke, Ridder & Schrader 2000
IN_2	Ich denke, dass ich bei meinen Lehrer/innen etwas lerne, was ich auch im späteren Leben wirklich brauchen kann.	Ich glaube, dass ich Textaufgaben in meinem Leben sehr gut gebrauchen kann.	Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe in meinem Leben sehr gut gebrauchen kann.	
IN_3	Ich habe den Eindruck, dass mir die Lehrer/innen heuer schon viel Nützliches beigebracht haben.	Ich glaube, dass ich Textaufgaben auch für andere Fächer gut gebrauchen kann.	Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe auch für andere Fächer gut gebrauchen kann.	
IN_4	Unser Mathematiklehrer / unsere Mathematiklehrerin zeigt uns, wie nützlich Mathematik im Alltag sein kann.	Ich glaube, dass Textaufgaben im Alltag wirklich nützlich sind.	Ich glaube, dass diese Textaufgabe im Alltag wirklich nützlich ist.	

Tabelle 6.17: Skala ‚instrumenteller Nutzen'

	Messzeitpunkt 1			Messzeitpunkt 3			Messzeitpunkt 4			Messzeitpunkt 5		
	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}	M	S	r_{it}
IN_1	2,58	0,64	,502	2,53	0,69	,603	2,50	0,80	,595	2,67	0,74	,565
IN_2	2,03	0,89	,385	2,12	0,94	,499	2,17	0,87	,551	2,31	0,93	,600
IN_3	2,32	0,81	,440	2,24	0,87	,545	2,36	0,83	,592	2,46	0,84	,671
IN_4	2,60	0,62	,366	2,38	0,82	,582	2,38	0,78	,589	2,56	0,82	,513
MD SD	MD 2,38		SD 0,509	MD 2,32		SD 0,55	MD 2,35		SD 0,57	MD 2,50		SD 0,65
N α[7]	N 225		α ,632	N 226		α ,753	N 226		α ,777	N 229		α ,779

Tabelle 6.18. Instrumenteller Nutzen - Kennwerte auf Item- und Skalenebene

[7] Die Konsistenzkoeffizienten liegen für die Skala ‚instrumenteller Nutzen' zu den einzelnen Messzeitpunkten zwischen Cronbachs α=.63 und α=.78. Für eine Kurzskala, die als Forschungsinstrument angewendet wird und zudem (nur) als Kontrollskala zur Interpretation der Ergebnisse herangezogen wird, können die Werte als hinreichend angesehen werden (vgl. Rheinberg, Vollmeyer & Burns 2001).

6.2.3 Die Erfassung des Vergleichsunterrichts

Das alltagsnahe bzw. das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm wurde jeweils in neun 45-Minuten-Einheiten des Mathematikunterrichts unterrichtet (siehe 6.1.3). Die Lehrkräfte, die den Vergleichsunterricht erteilten, erhielten alle unter 6.1.1 dargestellten Textaufgaben. Diese sollten in der angegebenen Reihenfolge in den Vergleichsgruppen unterrichtet werden. Die Lehrkräfte wurden lediglich derart informiert, dass die Unterrichtseinheiten dem Ziel der Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit anhand von Textaufgaben dienen sollten und dass in den beiden speziellen Förderprogrammen für jede der gegebenen Textaufgaben eine 45-Minuten-Unterrichtseinheit aufgewendet wurde.

Die Lehrkräfte des Vergleichsunterrichts planten ihren Unterricht so, wie sie es auf der Grundlage der zur Verfügung gestellten Textaufgaben für angemessen hielten. Der Unterricht in diesen Klassen konnte – wie schon erwähnt - leider nicht hospitiert werden. Um zumindest einen Einblick in die Unterrichtssystematik der Vergleichsklassen zu erhalten, führten die Lehrkräfte zu jeder Unterrichtseinheit ein ausführliches Unterrichtsprotokoll (vgl. Kammermeyer 2000; Kammermeyer & Mahrhofer 2002; siehe Anhang D1). Wesentlich sind dabei diejenigen Angaben der Lehrkräfte, die einen Einblick in den Modellierungsprozess beim Lösen der jeweiligen Problemstellungen ermöglichen – so wurden Angaben zu zentralen Elementen im Lösungsprozess mathematischer Textaufgaben abgefragt, nämlich zur Aktivierung interner Repräsentationen durch externe Repräsentationen in Form von real-life-representations, concrete-model-representations oder mathematischen Anschauungsmitteln.

Auf der Grundlage der in der Tabelle 6.19 dargestellten Items beurteilten die jeweiligen Lehrkräfte ihre Unterrichtseinheiten bezüglich der Verwendung von mathematischen Lösungshilfen auf möglichst niedriginferentem, verhaltensnahen Niveau.

Es zeigt sich, dass in den Vergleichsklassen lediglich Diagramme, Schemazeichnungen, Bilder, Skizzen und konkrete Objekte als Lösungshilfen angeboten wurden. Anschließende Interviews mit den Lehrkräften ergaben, dass bei den konkreten Objekten nur Spielgeld als Größenrepräsentant eingesetzt wurde. Alle angegebenen Lösungshilfen wurden zudem im Frontalunterricht, also als Anschauungshilfen an der Wandtafel verwendet. Wesentlich an dieser Aufstellung ist, dass zwar teilweise im „herkömmlichen“ Unterricht beim Lösen mathematischer Problemstellungen in Form von Textaufgaben äußere Anschauungs- und Repräsentationsmittel als Lösungshilfen eingesetzt wurden, dass diese aber sozusagen als Demonstrationsmittel allein von der Lehrkraft an der Tafel dargeboten wurden – im Gegensatz zum Vorgehen in den Trainingsklassen, wo die Schülerinnen und Schüler angeleitet wurden Problemlösungsprozesse selbstaktiv unter Zuhilfenahme äußerer Repräsentationsmittel zu vollziehen. Die folgende Tabelle (Tab. 6.19) zeigt die kumulierten Häufigkeiten der Nennungen der Lehrkräfte in den Vergleichsklassen in Bezug auf das Angebot von Lösungshilfen in den vier Vergleichsklassen.

In dieser Unterrichtseinheit habe ich folgende Lösungshilfen bei der Behandlung der Textaufgaben eingesetzt:	Anzahl der Nennungen			
	V_1*	V_2*	V_3*	V_4*
– Zahlenstrahl	0	0	0	0
– Hundertertafel	0	0	0	0
– Diagramme (z.B. Baumdiagramme)	3	5	4	4
– Schemazeichungen (z.B. Skizzen)	2	0	2	0
– Bildliche Darstellungen (z.B. Bilder, Zeichnungen)	0	4	0	3
– Konkrete Objekte (z.B. Spielgeld)	2	2	2	2
– Aktivitäten (z.B. Rollenspiele)	0	0	0	0
– Sonstiges**	0	0	0	0

* V_1 = Vergleichsklasse 1 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_2 = Vergleichsklasse 2 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_3 = Vergleichsklasse 3 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_4 = Vergleichsklasse 4 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
** Die Lehrkräfte konnten freie Angaben zu sonstigen Lösungshilfen machen.

Tabelle 6.19: Lösungshilfen in den Vergleichsklassen

Es kann also davon ausgegangen werden, dass im vorliegenden Vergleichsunterricht die Veranschaulichung der Problemsituationen lediglich als anschaulicher Akt aufgefasst wurde, der in der Vorstellung allein vollzogen werden muss. Handlungen im Sinne der beiden Trainingsprogramme als Simulation oder skizzenhafte Darstellung von Problemsituationen mit den entsprechenden Größenrepräsentanten einer Problemsituation bzw. als Übertragung der quantitativen Elemente einer Problemsituation in mathematische Darstellungsmittel mit dem Ziel der Aufmerksamkeitsfokussierung und mentalen Konstruktion eines Zusammenhangs zwischen den aktuellen Handlungszuständen und den jeweiligen mathematischen Strukturcharakteristika wurden im Vergleichsunterricht nicht angestrebt – die Aktivierung mentaler Modelle, die die strukturellen Beziehungen der Größen einer Problemsituation repräsentieren, wurden mental überwiegend aus den situationalen Merkmalen des Problems konstruiert.

7. Ergebnisdarstellung der mathematischen Auswertung

Die Ergebnisse der mathematischen Auswertung werden in zwei Teilen präsentiert. Im ersten Teil werden die untersuchten abhängigen Variablen mit zugehörigen deskriptiven Analysen sowie eine vorbereitende Analyse zu Prätestunterschieden berichtet. Der zweite Teil liefert Befunde zu den unmittelbaren Förderwirkungen der beiden Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts. Die Analyse von Gruppenunterschieden stützt sich dabei in der vorliegenden Untersuchung weitgehend auf varianzanalytische Modelle[8].

7.1 Vorbereitende Analysen

7.1.1 Darstellung der abhängigen Variablen

Ausgehend vom Test zur Erfassung der mathematischen Modellierungsfähigkeiten der Schülerinnen und Schüler wurde eine Aufgabe als gelöst gewertet, wenn die jeweils richtige Antwortzahl zur Textaufgabe genannt wurde und wenn aus dem anzugebenden Rechenweg hervorging, dass ein angemessenes mathematisches Modell, d.h. ein zur entsprechenden Aufgabe passender Term, formuliert wurde (vgl. auch das Vorgehen bei Hasemann & Stern 2002). Im Falle einer korrekt gelösten mathematischen Aufgabe wurde das entsprechende Aufgabenitem mit ‚1' kodiert, bei einer nicht korrekt gelösten mathematischen Aufgabe wurde das Aufgabenitem mit ‚0' kodiert. Der mathematische Modellierungstest zielt darauf ab die mathematische Modellierungsfähigkeiten zu erfassen und nicht die arithmetische Rechenfertigkeit, so dass eine Textaufgabe auch als richtig gelöst gewertet wurde, wenn im Rechenfeld eindeutig erkennbar war, dass eine falsche Antwortzahl einzig und allein auf einen arithmetischen Rechenfehler zurück zu

[8] Die in diesem Kapitel dargestellten Varianzanalysen orientieren sich an der Sichtweise einer pragmatischen Analyse (vgl. Bortz & Döring 1995), d.h. einerseits wird trotz unterschiedlicher Aufgabenschwierigkeiten (siehe 7.1.3) des mathematischen Modellierungstests für die jeweiligen Skalen als Summen der gelösten Aufgaben des Modellierungstests ein Intervallskalenniveau angenommen (vgl. dazu auch das Vorgehen z.B. bei Stern 1998). Zum anderen wurden einige der folgenden Varianzanalysen gerechnet, obwohl Datenvoraussetzungen einer Varianzanalyse, nämlich die Bedingungen der Normalverteilung und der Varianzhomogenität (vgl. Bortz & Döring 1995; Bortz 1999), nicht erfüllt waren. Dieser Analyse-Pragmatismus hat aber durchaus Berechtigung, da zahlreiche Untersuchungen zeigen konnten, dass die Bedeutung der Normalverteilung bzw. der Varianzhomogenität für parametrische Tests mit wachsender Stichprobe schwindet (vgl. dazu z.B. Boneau 1971; Feir-Walsh & Toothaker 1974; Boehnke 1983), so dass grundsätzlich nur bei Datenmaterial, das die genannten Analysevoraussetzungen verletzt, im Zusammenhang mit sehr kleinen Gruppenstichproben ($n_i < 10$) ein verteilungsfreies Analyseverfahren zu fordern ist (vgl. Bortz & Lienert 1998; Bortz 1999).

führen ist, d.h. wenn das mathematische Modell die zu lösende mathematische Aufgabe korrekt repräsentiert (vgl. dazu auch das Vorgehen bei Stern 1998). Die Analysen, die in den Ergebnisdarstellungen aufgezeigt werden, beziehen sich in diesem Sinne auf die folgenden abhängigen Untersuchungsvariablen (Tab. 7.1).

Variablenname[9]	Beschreibung der Variablen	
	Kurzbeschreibung	Erklärung
s_ei_vo	Prätestleistung (einfache Textaufgaben)	Summe der Aufgabenitems der einfachen Textaufgaben im mathematischen Prätest; Skalenumfang: [0;9]
s_ko_vo	Prätestleistung (komplexe Textaufgaben)	Summe der Aufgabenitems der komplexen Textaufgaben im mathematischen Prätest; Skalenumfang: [0;7]
s_ges_vo	Prätestleistung (gesamt)	Summe der Aufgabenitems der einfachen und komplexen Textaufgaben im mathematischen Prätest; Skalenumfang: [0;16]
s_ei_na	Posttestleistung (einfache Textaufgaben)	Summe der Aufgabenitems der einfachen Textaufgaben im mathematischen Posttest; Skalenumfang: [0;9]
s_ko_na	Posttestleistung (komplexe Textaufgaben)	Summe der Aufgabenitems der komplexen Textaufgaben im mathematischen Posttest; Skalenumfang: [0;7]
s_ges_na	Posttestleistung (gesamt)	Summe der Aufgabenitems der einfachen und komplexen Textaufgaben im mathematischen Posttest Skalenumfang: [0;16]
s_ei_di	Lernzugewinn (einfache Textaufgaben)	Differenz aus mathematischer Posttestleistung und Prätestleistung bei den einfachen Textaufgaben
s_ko_di	Lernzugewinn (komplexe Textaufgaben)	Differenz aus Posttestleistung und Prätestleistung bei den komplexen Textaufgaben
s_ge_di	Lernzugewinn (gesamt)	Differenz aus Posttestleistung und Prätestleistung bei den gesamten Textaufgaben

Tabelle 7.1: Übersicht der abhängigen Variablen der mathematischen Auswertung

[9] Der Übersichtlichkeit wegen werden in den folgenden Diagrammen und Tabellen die jeweiligen Variablennamen mit angeführt.

7.1.2 Deskriptive Kennwerte der abhängigen Variablen

Ausgehend von den Prätestleistungen bei den gesamten Textaufgaben (sa_ges_vo) wurden die Schülerinnen und Schüler über alle Untersuchungsgruppen hinweg über die Perzentile 33,3 und 66,6 in drei (Vor-)Leistungsgruppen eingeteilt.

		Leistungsgruppen (unabhängige Variable: vorleist)			
		Leistungs-gruppe -	Leistungs-gruppe o	Leistungs-gruppe +	gesamt
instruct	alltagsnah	30	25	24	79
	abstrakt	21	31	28	80
	Vergleich	35	24	21	80
gesamt		86	80	73	239

Tabelle 7.2: Leistungsgruppen

Die drei Leistungsgruppen über die insgesamt N=239 Schülerinnen und Schüler ergeben sich demnach wie folgt:

– ‚**Leistungsgruppe –**' enthält in etwa das Drittel der Schülerinnen und Schüler mit den im Prätest schlechtesten Gesamtergebnissen (N=86),
– ‚**Leistungsgruppe o**' enthält in etwa das Drittel der Schülerinnen und Schüler mit ‚mittleren' Leistungen im Prätest (N=80),
– ‚**Leistungsgruppe +**' enthält in etwa das Drittel der Schülerinnen und Schüler mit den im Prätest besten Gesamtergebnissen (N=73).

7.1.2.1 Prätestleistungen

7.1.2.1.1 Prätestleistungen (deskriptive Analysen)

In den folgenden Diagrammen (Abb. 7.1; 7.2 und 7.3) sind die Prätestleistungen der Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von den Leistungs- und Trainings- bzw. Vergleichsgruppen dargestellt. Die jeweiligen Tabellen (Tab. 7.3; 7.4 und 7.5) zeigen die deskriptiven Kennwerte, d.h. Mittelwerte (MD) und Standardabweichungen (SD) der Untersuchungsvariablen der Prätestleistungen (für einfache, komplexe und die gesamten Textaufgaben) der Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von den Leistungs- und Trainings- bzw. Vergleichsgruppen.

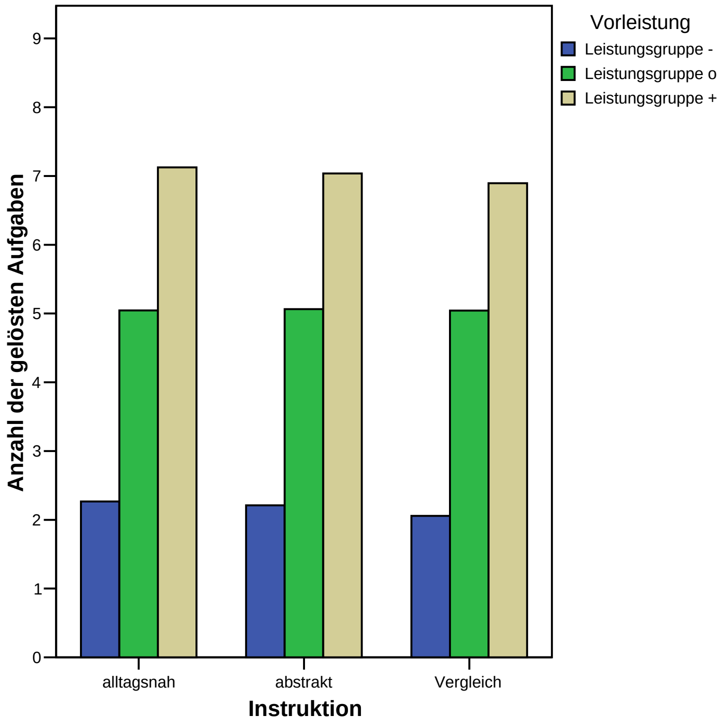


Abbildung 7.1: Prätestleistungen, einfache Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ei_vo)

Instruktion	Vorleistung	MD	SD	MD	SD
alltagsnah	Leistungsgruppe -	2,267	0,199		
	Leistungsgruppe o	5,045	0,233	4,812	0,126
	Leistungsgruppe +	7,125	0,223		
abstrakt	Leistungsgruppe -	2,211	0,251		
	Leistungsgruppe o	5,065	0,196	4,770	0,126
	Leistungsgruppe +	7,036	0,206		
Vergleich	Leistungsgruppe -	2,057	0,185		
	Leistungsgruppe o	5,042	0,223	4,665	0,128
	Leistungsgruppe +	6,895	0,251		

Tabelle 7.3: Prätestleistungen, einfache Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ei_vo; Skalenumfang: [0;9])

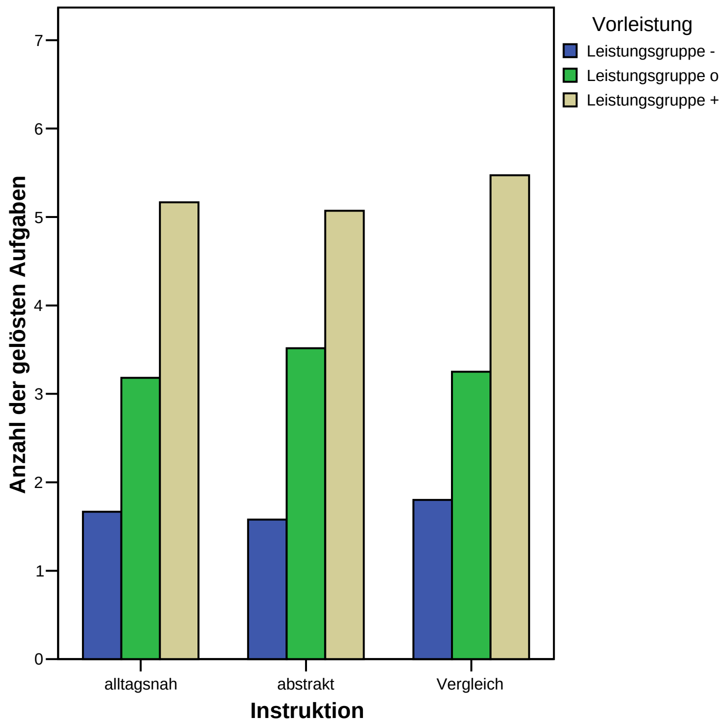


Abbildung 7.2: Prätestleistungen, komplexe Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ko_vo)

Instruktion	Vorleistung	MD	SD	MD	SD
alltagsnah	Leistungsgruppe -	1,667	0,191		
	Leistungsgruppe o	3,182	0,223	3,338	0,121
	Leistungsgruppe +	5,167	0,214		
abstrakt	Leistungsgruppe -	1,579	0,240		
	Leistungsgruppe o	3,516	0,188	3,389	0,121
	Leistungsgruppe +	5,071	0,198		
Vergleich	Leistungsgruppe -	1,800	0,177		
	Leistungsgruppe o	3,250	0,214	3,508	0,122
	Leistungsgruppe +	5,474	0,240		

Tabelle 7.4: Prätestleistungen, komplexe Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ko_vo; Skalenumfang: [0;7])

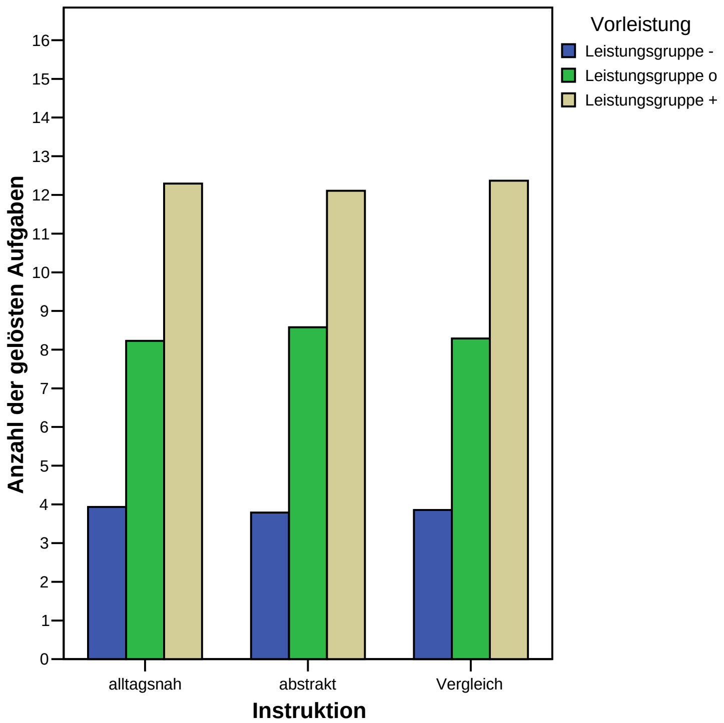


Abbildung 7.3: Prätestleistungen, gesamte Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ges_vo)

Instruktion	Vorleistung	MD	SD	MD	SD
alltagsnah	Leistungsgruppe -	3,933	0,252		
	Leistungsgruppe o	8,227	0,295	8,151	0,160
	Leistungsgruppe +	12,292	0,282		
abstrakt	Leistungsgruppe -	3,789	0,317		
	Leistungsgruppe o	8,581	0,248	8,159	0,160
	Leistungsgruppe +	12,107	0,261		
Vergleich	Leistungsgruppe -	3,857	0,234		
	Leistungsgruppe o	8,292	0,282	8,172	0,161
	Leistungsgruppe +	12,368	0,317		

Tabelle 7.5: Prätestleistungen, gesamte Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ges_vo; Skalenumfang: [0;16])

7.1.2.1.2 Analyse der Ausgangslage – mathematische Prätestleistungen

Die deskriptiven Auswertungen der Vorleistungen der Schülerinnen und Schüler zeigen, dass die Prätestleistungen der einzelnen Leistungsgruppen über die Trainingsgruppen hinweg eng zusammen liegen. Um etwaige Prätestunterschiede zwischen den jeweiligen Untersuchungsgruppen festzustellen, wurde aus den Daten des Prätests eine MANOVA mit den Prätestvariablen ‚Prätestleistung - einfache Textaufgaben' (s_ei_vo), ‚Prätestleistung - komplexe Textaufgaben' (s_ko_vo) und ‚Prätestleistung – gesamte Textaufgaben' (s_ges_vo) als abhängige Variablen und den Gruppenvariablen ‚Trainingsprogramm' (unabhängige Variable: instruct) und ‚Leistungsgruppen' (unabhängige Variable: vorleist) als Faktoren durchgeführt (Tab. 7.6). Die Ergebnisse erbrachten statistisch bedeutsame Unterschiede bzgl. des Faktors Vorleistung, d.h. die mathematischen Prätestleistungen der Probanden unterscheiden sich signifikant für die drei Leistungsgruppen, was der Definition der Leistungsgruppen entspricht (siehe 7.1.2). Es treten jedoch weder statistisch bedeutsame Unterschiede im Faktor ‚Trainingsprogramm' noch in der Interaktion der Faktoren ‚Trainingsprogramm' und ‚Leistungsgruppen' auf, d.h. es gibt keine Unterschiede in der mathematischen Prätestleistung zwischen den drei Trainingsgruppen bzw. zwischen Untersuchungsgruppen, die sich aus der Kombination aus Trainings- und Leistungsgruppen zusammensetzen.

Effekt[a]		SQ	df	MQ	F[b]	p
Konstante	Wilks λ	14822,781	1	14822,781	7764,108	,000**
instruct	Wilks λ	0,018	2	0,009	0,005	,995
vorleist	Wilks λ	2610,629	2	1305,314	683,718	,000**
Instructt * vorleist	Wilks λ	3,052	4	0,763	0,400	,809
Fehler		425,739	223	1,909		

a Sigmabeschränkte Parametrisierung, Effektive Hypothesen-Dekomposition,
b Exakte Statistik,
**p < .01. *p < .05.

Tabelle 7.6: MANOVA-Analyse zu Prätestunterschieden

7.1.2.2 Posttestleistungen (deskriptive Analysen)

In den folgenden Diagrammen (Abb. 7.4, 7.5 und 7.6) sind die Posttestleistungen der Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von den Leistungs- und Trainings- bzw.

Vergleichsgruppen aufgezeigt. Die zugehörigen Tabellen (Tab. 7.7, 7.8 und 7.9) zeigen in Analogie zur Ergebnisdarstellung der Prätestleistungen die deskriptiven Kennwerte, also Mittelwerte (MD) und Standardabweichungen (SD) der Untersuchungsvariablen der Posttestleistungen (für einfache, komplexe und die gesamten Textaufgaben) der Schülerinnen und Schüler der Leistungs- und Trainings- bzw. Vergleichsgruppen.

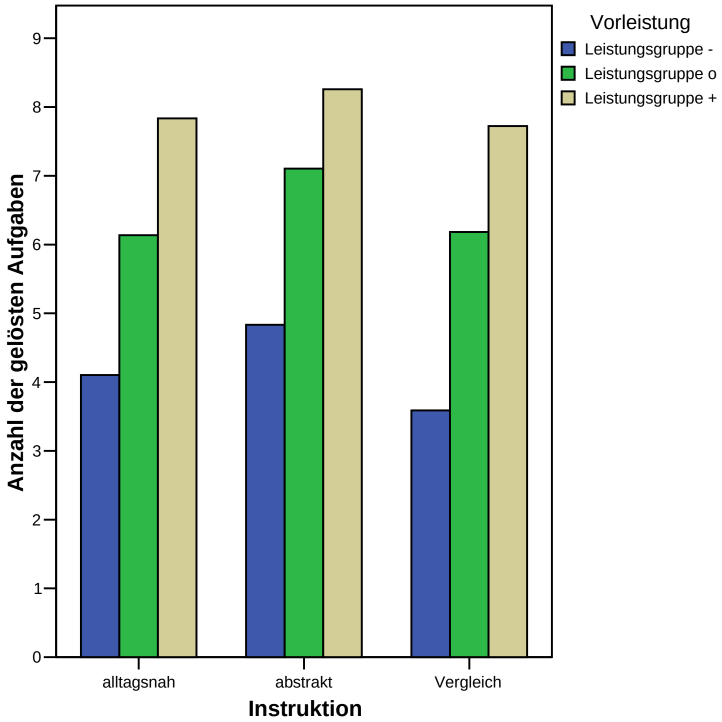


Abbildung 7.4: Posttestleistungen, einfache Textaufgaben

(abhängige Variable: s_ei_na)

Instruktion	Vorleistung	MD	SD	MD	SD
alltagsnah	Leistungsgruppe -	4,103	0,306		
	Leistungsgruppe o	6,136	0,351	6,024	0,191
	Leistungsgruppe +	7,833	0,336		
abstrakt	Leistungsgruppe -	4,833	0,388		
	Leistungsgruppe o	7,103	0,306	6,732	0,196
	Leistungsgruppe +	8,259	0,317		
Vergleich	Leistungsgruppe -	3,588	0,282		
	Leistungsgruppe o	6,182	0,351	5,831	0,198
	Leistungsgruppe +	7,722	0,388		

Tabelle 7.7: Posttestleistungen, einfache Textaufgaben

(abhängige Variable: s_ei_na; Skalenumfang: [0;9])

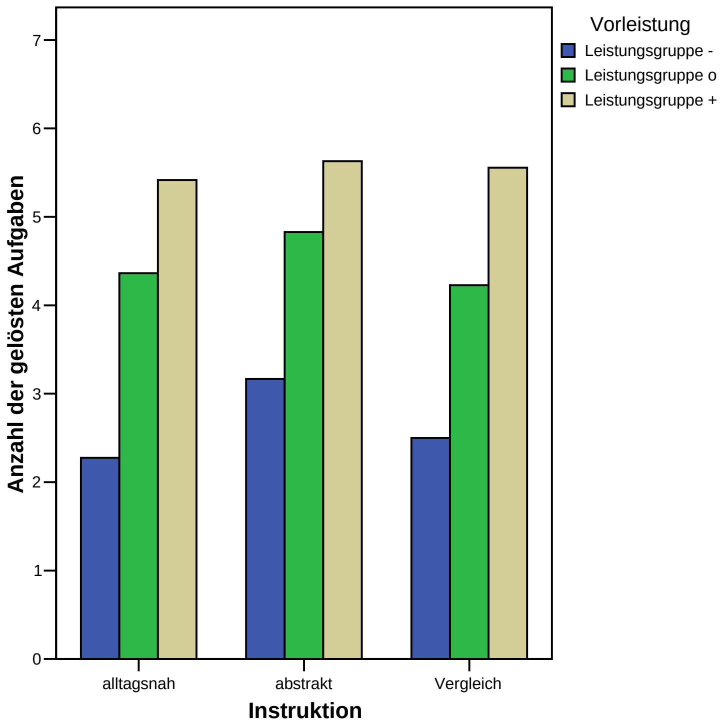


Abbildung 7.5: Posttestleistungen, komplexe Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ko_na)

Instruktion	Vorleistung	MD	SD	MD	SD
alltagsnah	Leistungsgruppe -	2,276	0,260		
	Leistungsgruppe o	4,364	0,298	4,019	0,163
	Leistungsgruppe +	5,417	0,285		
abstrakt	Leistungsgruppe -	3,167	0,330		
	Leistungsgruppe o	4,828	0,260	4,541	0,166
	Leistungsgruppe +	5,630	0,269		
Vergleich	Leistungsgruppe -	2,500	0,240		
	Leistungsgruppe o	4,227	0,298	4,094	0,168
	Leistungsgruppe +	5,556	0,330		

Tabelle 7.8: Posttestleistungen, komplexe Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ko_na; Skalenumfang: [0;7])

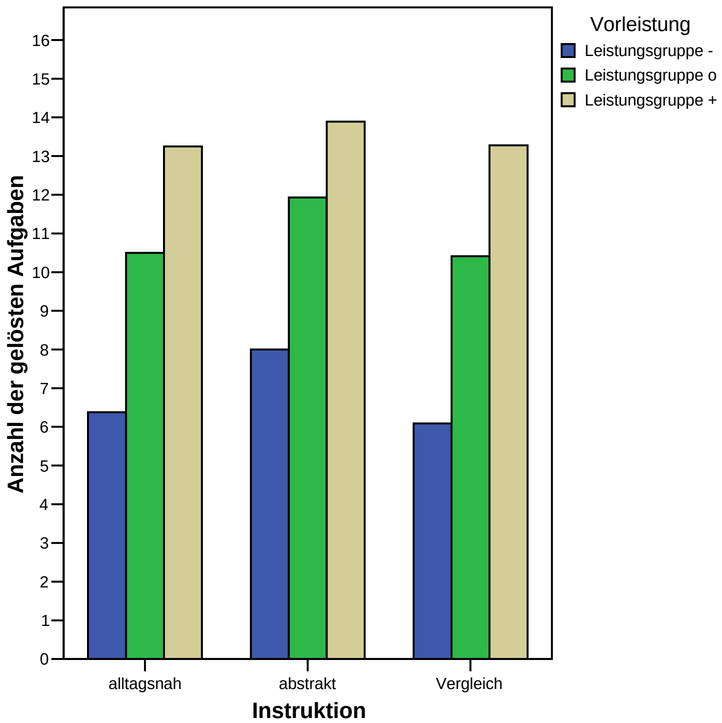


Abbildung 7.6: Posttestleistungen, gesamte Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ges_na)

Instruktion	Vorleistung	MD	SD	MD	SD
alltagsnah	Leistungsgruppe -	6,379	0,491		
	Leistungsgruppe o	10,500	0,564	10,043	0,307
	Leistungsgruppe +	13,250	0,540		
abstrakt	Leistungsgruppe -	8,000	0,623		
	Leistungsgruppe o	11,931	0,491	11,273	0,314
	Leistungsgruppe +	13,889	0,509		
Vergleich	Leistungsgruppe -	6,088	0,453		
	Leistungsgruppe o	10,409	0,564	9,925	0,318
	Leistungsgruppe +	13,278	0,623		

Tabelle 7.9: Posttestleistungen, gesamte Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ges_na; Skalenumfang: [0;16])

7.1.2.3 Lernzugewinne (deskriptive Analysen)

Grundsätzlich ist es das Ziel der vorliegenden Studie intraindividuelle Veränderungen in einem pädagogisch-psychologischen Kontext zu erfassen und zu dokumentieren. Für den Bereich des Lösens mathematischer Textaufgaben wurde grundsätzlich - unabhängig der Forschungshypothesen - unterstellt, dass sowohl die beiden Trainingsprogramme als auch der Vergleichsunterricht eine Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit bewirken, d.h. dass eine Leistungssteigerung in Folge der Unterrichtseinheiten zwischen dem mathematischen Prätest und dem Posttest zu verzeichnen sind. Eine derartige Leistungssteigerung darf erwartet werden, da grundsätzlich in unterrichtlichen Kontexten ein entsprechend positiver Zusammenhang zwischen Lernerfolg und aufgewendeter Unterrichtszeit besteht (vgl. Hasemann & Stern 2002). Auf deskriptiver Ebene ist in den dargestellten Ergebnissen eine derartige Leistungssteigerung bereits ablesbar. Um die Güte der beiden Trainingsprogramme abzuschätzen, ist es wünschenswert ein offensichtliches Maß der Leistungssteigerung zu analysieren. Aus diesem Grund wurden in die vorliegende Analyse die im Folgenden dargestellten Variablen der Lernzugewinne für einfache, komplexe und die gesamten mathematischen Textaufgaben (Variable: s_ei_di, Variable: s_ko_di, Variable: s_ges_di) zur Betrachtung einbezogen.

Allgemein versteht man mit Blick auf indirekte Methoden der Veränderungsmessung die Betrachtung der Differenz zweier von derselben Person erhobener Messwerte (vgl. Steyer, R., Hannöver, W., Telser, C. & Kriebel, R. 1997). Einen ersten übersichtlichen (deskriptiven) Zugang zu den Förderwirkungen der beiden Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts ermöglichen demnach die Lernzugewinne vom mathematischen Modellierungs-Vortest zum Nachtest - konkretisiert in den Differenzen aus Posttestleistung und Prätestleistung.

Die folgenden Abbildungen (Abb. 7.7, 7.8 und 7.9) veranschaulichen wieder in Analogie zur deskriptiven Ergebnisdarstellung der mathematischen Prätestleistungen (siehe 7.1.2.1) bzw. Posttestleistungen (siehe 7.1.2.2) die Lernzugewinne bei einfachen, komplexen bzw. gesamten Textaufgaben. Die jeweiligen Tabellen (Tab. 7.10, 7.11 und 7.12) zeigen die deskriptiven Kennwerte, nämlich Mittelwerte (MD) und Standardabweichungen (SD) der Untersuchungsvariablen der Lernzugewinne (für einfache, komplexe und die gesamten Textaufgaben) der Schülerinnen und Schüler in Abhängigkeit von den Leistungs- und Trainings- bzw. Vergleichsgruppen.

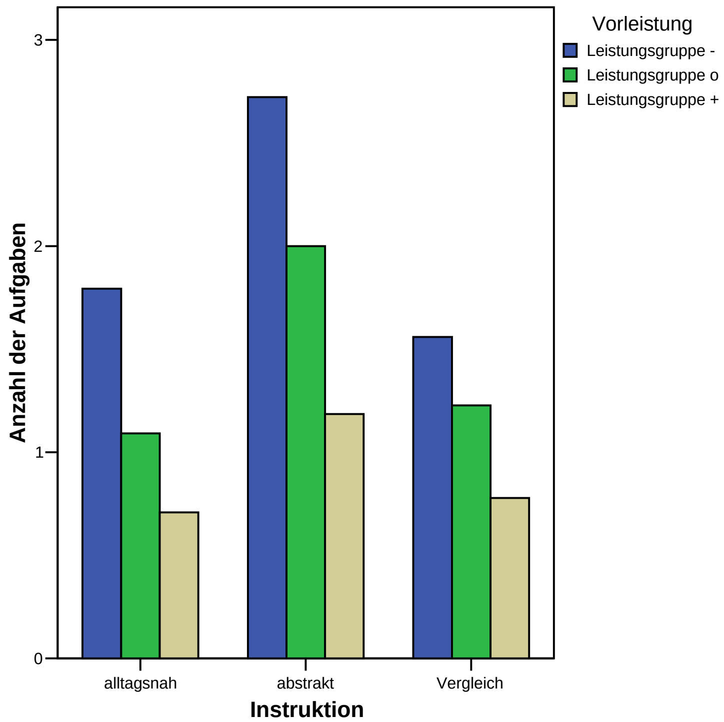


Abbildung 7.7: Lernzugewinn, einfache Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ei_di)

Instruktion	Vorleistung	MD	SD	MD	SD
alltagsnah	Leistungsgruppe -	1,793	0,311		
	Leistungsgruppe o	1,091	0,357	1,197	0,195
	Leistungsgruppe +	0,708	0,342		
abstrakt	Leistungsgruppe -	2,722	0,395		
	Leistungsgruppe o	2,000	0,311	1,969	0,199
	Leistungsgruppe +	1,185	0,322		
Vergleich	Leistungsgruppe -	1,559	0,287		
	Leistungsgruppe o	1,227	0,357	1,188	0,202
	Leistungsgruppe +	0,778	0,395		

Tabelle 7.10: Lernzugewinn, einfache Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ei_di)

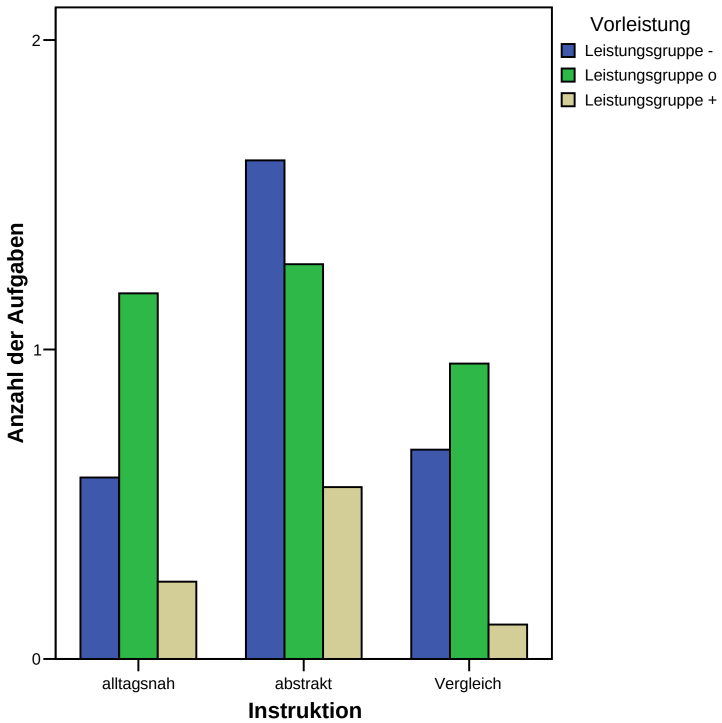


Abbildung 7.8: Lernzugewinn, komplexe Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ko_di)

Instruktion	Vorleistung	MD	SD	MD	SD
alltagsnah	Leistungsgruppe -	0,586	0,277		
	Leistungsgruppe o	1,182	0,318	0,673	0,173
	Leistungsgruppe +	0,250	0,304		
abstrakt	Leistungsgruppe -	1,611	0,351		
	Leistungsgruppe o	1,276	0,277	1,148	0,177
	Leistungsgruppe +	0,556	0,287		
Vergleich	Leistungsgruppe -	0,676	0,256		
	Leistungsgruppe o	0,955	0,318	0,581	0,179
	Leistungsgruppe +	0,111	0,351		

Tabelle 7.11: Lernzugewinn, komplexe Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ko_di)

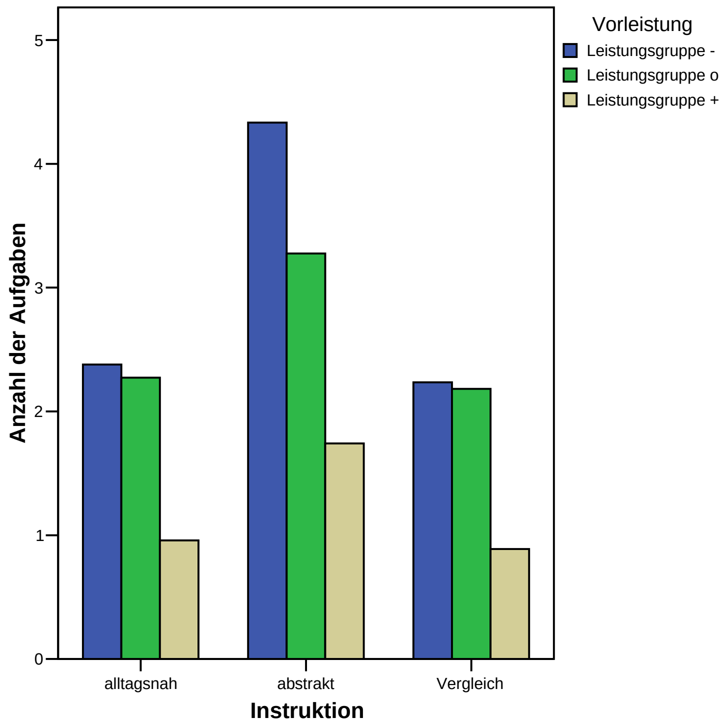


Abbildung 7.9: Lernzugewinn, gesamte Textaufgaben
(abhgige Variable: s_ges_di)

Instruktion	Vorleistung	MD	SD	MD	SD
alltagsnah	Leistungsgruppe -	2,379	0,430		
	Leistungsgruppe o	2,273	0,494	1,870	0,269
	Leistungsgruppe +	0,958	0,473		
abstrakt	Leistungsgruppe -	4,333	0,546		
	Leistungsgruppe o	3,276	0,430	3,117	0,275
	Leistungsgruppe +	1,741	0,446		
Vergleich	Leistungsgruppe -	2,235	0,397		
	Leistungsgruppe o	2,182	0,494	1,769	0,279
	Leistungsgruppe +	0,889	0,546		

Tabelle 7.12: Lernzugewinn, gesamte Textaufgaben
(abhängige Variable: s_ges_di)

7.1.3 Deskriptive Analyse der Einzelaufgaben

Im Folgenden werden auf deskriptiver Ebene die Ergbnisse innerhalb der einzelnen Aufgabenitems in Bezug auf den mathematischen Modellierungs-Prätest, den Posttest und den Lernzugewinn für jedes Aufgabenitem dargestellt. Für die Einzelitems, die im Prä- und Posttest jeweils mit ‚1' bzw. ‚0' kodiert wurden, wenn die jeweilige Aufgabe korrekt bzw. falsch im Sinne der Aufgabenstellung gelöst wurde, zeigen die folgenden Diagramme die Lösungshäufigkeiten bei den einzelnen Aufgaben. Die Balkendiagramme (Abb. 7.10 bis 7.25) stellen die Prätestleistungen für die jeweils analysierte Textaufgabe dar. Die gestapelten Balken zeigen den bei der Textaufgabe jeweils erreichten Lernzugewinn. In den entsprechenden Tabellen (Tab. 7.13 bis 7.28) sind die jeweiligen Lösungshäufigkeiten des Prä- bzw. Posttest und die Lernzugewinne für die einzelnen Textaufgaben über die Mittelwerte (M) und die Standardabweichungen (S) deskriptiv dokumentiert. Ausgehend von den Lösungshäufigkeiten des mathematischen Prätests erfolgt für die einfachen Textaufgaben im Anschluss die Einordnung in das Stufenmodell zur Analyse von Schwierigkeiten von Textaufgaben nach Riley, Greeno & Heller (1983).

7.1.3.1 Textaufgaben (einfach)

Auf mathematikdidaktischer und kognitionspsychologischer Seite weisen die Untersuchungen zur Schwierigkeit des Problemlöseprozess auf der Basis mathematischer Textaufgaben eine lange Forschungstradition auf. Wesentliche Ergebnisse für den Bereich der Grundschule sind dabei aber auf Untersuchungen zu Textaufgaben im mathematischen Größenbereich der Anzahlen beschränkt (vgl. Stern 1994, 1998; Fischbein, Deri, Nello & Marino 1985; Dean & Malik 1986; Riley, Greeno & Heller 1983; Nesher 1988; Greer 1992a; 1992b).

Ausgehend von derartigen Untersuchungen und Metaanalysen (vgl. Riley, Greeno & Heller 1983) wurden empirisch begründete Erklärungsmodelle entwickelt, die einerseits zur Erklärung des grundsätzlichen Zusammenhangs zwischen mathematischer Modellierungsfähigkeit und der Veranschaulichung vorliegender mathematischer Problemstellungen mit konkreten Größenrepräsentanten, andererseits zur Erklärung von Aufgabenschwierigkeiten herangezogen werden können (vgl. auch Briars & Larkin 1984; Riley & Greeno 1988; zusammenfassend Stern 1998).

Die Aufgabenschwierigkeiten der in der vorliegenden Untersuchung verwendeten einfachen Textaufgaben lassen sich - wie im Folgenden analysiert - am Modell von Riley, Greeno & Heller (1983) sehr gut nachvollziehen.

‚Stufe 1' des Riley-Greeno-Heller-Modells:

Anfangs verfügen Kinder noch nicht über ein abstraktes Problemschema (siehe 3.2.3). Die Aktivierung primärer bzw. sekundärer Grundvorstellungen ist möglich, wenn eine Problemlösung als „procedure" in Form einer Schritt-für-Schritt-Übersetzung möglich ist (vgl. Gray & Tall 2001). Demnach können mathematische Problemstellungen dieser Stufe modelliert werden, indem die Problemsituationen mit konkreten Objekten (oder später mit mental repräsentierten Gegenständen) als Repräsentanten der in der jeweiligen Problemsituation enthaltenen Größen schrittweise simuliert werden bzw. die Problemsituation sukzessive in ein mathematisches Darstellungsmittel übertragen wird. Voraussetzung dafür ist, dass die entsprechenden mathematischen Grundvorstellungen zumindest auf enaktiver Ebene als gegenständliche Handlungsvorstellungen vorhanden sind (siehe 2.3.1). Relevante mathematische Informationseinheiten können bei Textaufgaben dieser Stufe zur Situationsmodellierung herangezogen werden, ohne dass Informationen über die Beziehung zwischen den Größen mental repräsentiert sein müssen, d.h. Aufgaben können gelöst werden, wenn sie keine Speicherung von Informationselementen im Arbeitsgedächtnis erfordern, wenn also deren Struktur leicht in konkrete Handlungen übersetzt werden kann. Theoriegemäß gehören zu dieser Stufe zunächst acht Textaufgabentypen, die in Bezug auf den Schwierigkeitsgrad mathematischer Textaufgaben als die leichtesten Aufgabentypen ausgezeichnet sind:

- Dazugeben; Endgröße unbekannt,
- Weggeben; Endgröße unbekannt,
- Vereinigen; das Gesamtgröße unbekannt,
- Vereinigen; Teilgröße unbekannt,
- Ausgleichen nach oben / Ausgleichen nach unten; Endgröße unbekannt,
- Ausgleichen nach oben / Ausgleichen nach unten; Veränderungsgröße unbekannt (vgl. Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling 1996, S.81).

In der vorliegenden Untersuchung lassen sich die folgenden mathematischen Textaufgaben gemäß der Aufgaben-Schwierigkeiten des Riley-Greeno-Heller-Modells in ‚Stufe 1' verorten.

Aufgabe ‚einfach I':

An der Georg-Schule sind im 3. Schuljahr 47 Kinder. Davon sind 28 Mädchen. Wie viele Jungen sind es? (Grundvorstellungstyp: Vereinigen - Teilgröße unbekannt)

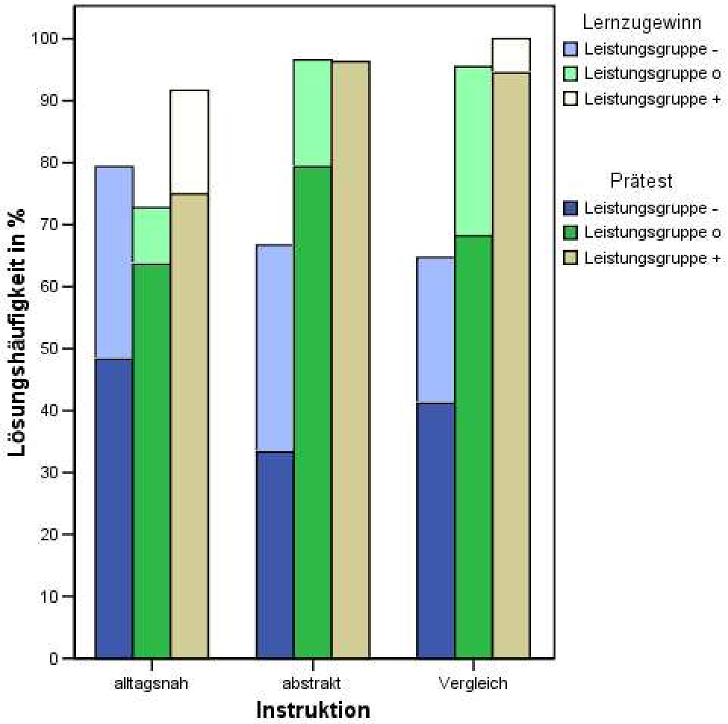


Abbildung 7.10: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚einfach I'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungsgruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,483	,081			,793	,064			,310	,071		
	o	,636	,093	,623	,051	,727	,074	,812	,040	,091	,081	,189	,044
	+	,750	,089			,917	,071			,167	,078		
abstrakt	-	,333	,103			,667	,082			,333	,090		
	o	,793	,081	,696	,052	,966	,064	,865	,041	,172	,071	,169	,045
	+	,963	,084			,963	,067			,000	,073		
Vergleich	-	,412	,075			,647	,059			,235	,065		
	o	,682	,093	,679	,052	,955	,074	,867	,042	,273	,081	,188	,046
	+	,944	,103			1,000	,082			,056	,090		
gesamt	-	,409	,050			,702	,040			,293	,044		
	o	,704	,051	,666	,047	,882	,041	,848	,037	,179	,045	,182	,038
	+	,886	,053			,960	,042			,074	,046		

Tabelle 7.13: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚einfach I'

Aufgabe ‚einfach II“:

Tine hat 16 Euro, Karl hat 24 Euro gespart. Wie viel Euro braucht Tine noch, damit sie genau so viel hat wie Karl? (Grundvorstellungstyp: Ausgleichen nach oben - Veränderungsgröße unbekannt)

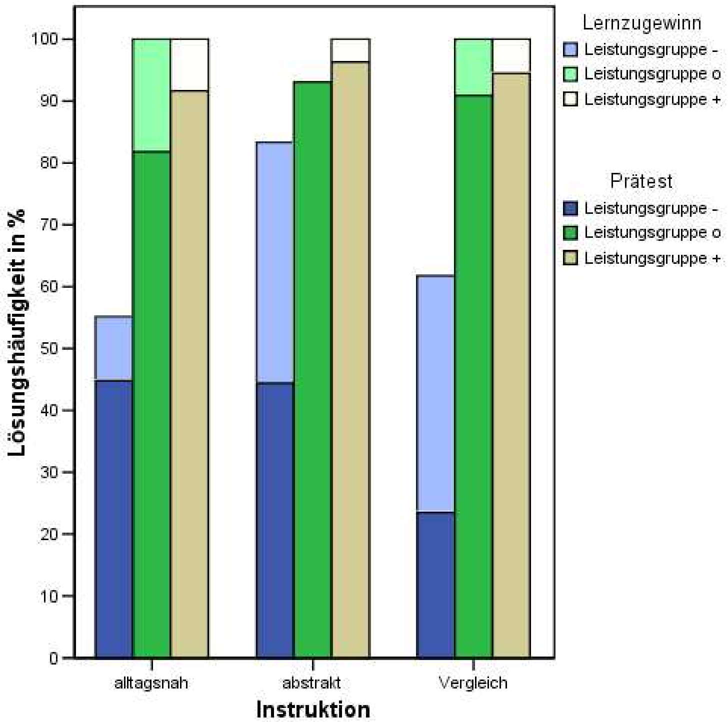


Abbildung 7.11: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚einfach II’

Instruktion	Leistungsgruppe	Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
		M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,448	,068			,552	,056			,103	,062		
	o	,818	,078	,728	,042	,999	,064	,851	,035	,182	,071	,123	,039
	+	,917	,074			,999	,062			,083	,068		
abstrakt	-	,444	,086			,833	,071			,389	,079		
	o	,931	,068	,779	,043	,931	,056	,921	,036	,000	,062	,142	,040
	+	,963	,070			,999	,058			,037	,064		
Vergleich	-	,235	,063			,618	,052			,382	,057		
	o	,909	,078	,696	,044	,999	,064	,873	,036	,091	,071	,176	,040
	+	,944	,086			,999	,071			,056	,079		
gesamt	-	,376	,045			,668	,035			,292	,038		
	o	,886	,045	,734	,045	,977	,036	,881	,035	,091	,039	,147	,036
	+	,941	,045			,999	,037			,059	,041		

Tabelle 7.14: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚einfach II’

Die Lösungshäufigkeiten von 66,6% und 73,4% dieser beiden Textaufgaben im mathematischen Prätest bestätigen, dass die beiden verwendeten Textaufgaben dieser Stufe die beiden leichtesten des in der Studie verwendeten Modellierungstests sind. Die Handlungen bzw. Handlungsvorstellungen, die notwendig sind, um diese beiden Sachproblemstellungen zu lösen, können sukzessive aus der Problemsituation abgeleitet werden. Am Beispiel der Aufgabe ‚einfach II' (Tine hat 16 Euro, Karl hat 24 Euro gespart. Wie viel Euro braucht Tine noch, damit sie genau so viel hat wie Karl?) kann die mathematische Lösung sukzessive modelliert werden:

- Zu den 16 Euro von Tine (z.B. repräsentiert mit Hilfe von Spielgeld) werden die gesuchten 8 Euro hinzugefügt, so dass die 16 Euro mit den 8 Euro insgesamt die 24 Euro von Karl ergeben. Derartige Problemstellungen dieser Stufe können auch mit Hilfe der „Match-Separate-Strategie" als Eins-zu-Eins-Zuordnung konkreter Objekte simuliert, veranschaulicht und gelöst werden (vgl. Kintsch & Greeno 1985): Mit Hilfe von Spielgeld werden die 16 Euro von Tine und (darunter) die 24 Euro von Karl gelegt. Sukzessive wird das von Tine gesparte Geld so lange ergänzt, dass die Eins-zu-Eins-Zuordnung den Geldbetrag von Karl ablesbar macht.
- Vom Feld ‚16' des Hunderterfeldes wird schrittweise ‚nach vorne gesprungen', bis das Feld ‚24' der Hundertertafel erreicht ist - die ‚Sprunglänge' bestimmt die gesuchte Größe.

Die gesuchte Größe ist bei Aufgaben dieser Stufe am Ende des alltagsnahen bzw. abstrakt-symbolischen Problemlöseprozesses direkt oder mental vorhanden, ohne dass Beziehungen zwischen Ausgangs-, Hinzufüge- und Endgröße im Gedächtnis repräsentiert werden müssen. Bei Textaufgaben dieser Stufe können konkrete Materialien oder mathematische Darstellungsmittel also eingesetzt werden, um primäre bzw. sekundäre Grundvorstellungen zu entwickeln und so weit auszubauen, dass sie „die Internalisierung konkreter Handlungen zu Begriffen, Operationsverständnis und Rechenstrategien ermöglichen" (Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling 1996, S.38). Die Aktivierbarkeit einer Grundvorstellung ist auf dieser Stufe aber stets an die konkrete oder mentale Simulation mit Größenrepräsentanten oder mathematischen Darstellungsmitteln gebunden, eine gegenständliche Handlungsvorstellung ist zwar notwendigerweise vorhanden, die jeweilige Grundvorstellung als abstraktes mentales Modell muss auf dieser Stufe aber noch nicht notwendigerweise flexibel verfügbar sein (vgl. Riley & Greeno 1988).

‚Stufe 2' des Riley-Greeno-Heller-Modells:

Im Gegensatz zur ‚Stufe 1' können auf dieser Stufe mathematische Probleme gelöst werden, die ein mentales Präsenthalten von Beziehungen zwischen Größen, d.h. eine Speicherung von Informationseinheiten im Arbeitsgedächtnis, erfordern.

Während auf der vorangehenden ‚Stufe 1' mathematische Problemsituationen durchaus (z.B. im Größenbereich ‚Anzahlen') noch abzählend oder mit Hilfe von Eins-zu-eins-Vergleichen gelöst werden können, ist es auf dieser ‚Stufe 2' unabdingbar, dass v.a. dynamische Situationsmerkmale, die von materiellen Handlungselementen oder Größenrepräsentanten beschrieben und klassifiziert werden, im mathematischen Modellierungsprozess ignoriert werden, um die Aufmerksamkeit auf die mathematischen Aspekte der Problemsituation zu fokussieren und so mentale mathematisch-statische Modelle der Situation zu konstruieren (vgl. Gray, Pitta & Tall 1999). Dörfler (1988) bezeichnet diesen Prozess als Überwindung einer „kognitiven Distanz", bei der neue (statische anstatt dynamische) Eigenschaften verbunden mit neuen Ordnungen und Beziehungen der Handlungsgegenstände und Größenrepräsentanten in den Vordergrund rücken . Für viele Schülerinnen und Schüler bleiben die mentalen mathematischen Situationsmodelle an die enaktive Ebene gebunden, so dass die Grundvorstellungen eine Sache des Ausführens von (dynamischen) Handlungen oder die Vorstellung dessen bleiben. Für einen erfolgreichen Modellierungsprozess ist es aber notwendig, dass die kognitive Distanz zwischen dem Konkreten und dem Abstrakten durch eine qualitative Veränderung auf der Ebene der mentalen Repräsentation überwunden wird, so dass die Grundvorstellungen als ein flexibles gedankliches Werkzeug genutzt werden können, um damit mental dynamisch und statisch zu operieren (vgl. Gray, Pitta & Tall 1999).

Bei Textaufgaben dieser Stufe ist zu beachten, dass die Handlungssimulation allein also nicht ausreicht, um die Problemsituation zu modellieren. Vielmehr ist zusätzlich zumindest ein „rudimentäres Problemmodell" (Stern 1998, S.100) notwendig. „Auf Stufe 2 können also quantitative Beziehungen zwischen Mengen verstanden und repräsentiert werden, aber es fehlt noch die Flexibilität in der Mathematisierung der Beziehungen" (ebd., S.100). Theoriegemäß gehören zu dieser Stufe vier mathematische Textaufgabentypen:

- Dazugeben / Weggeben; Veränderungsgröße unbekannt,
- Vergleichen „mehr" / Vergleichen „weniger"; Vergleichsgröße unbekannt.

In der vorliegenden Untersuchung wurden die folgenden mathematischen Textaufgaben dieser Stufe verwendet.

Aufgabe ‚einfach III':

Die volle Schultasche von Herrn Leitner wiegt 11 Kilogramm. Er leert seine Schulsachen aus. Nun wiegt die Tasche noch 3 Kilogramm. Wie schwer sind seine Schulsachen? (Grundvorstellungstyp: Weggeben - Veränderungsgröße unbekannt)

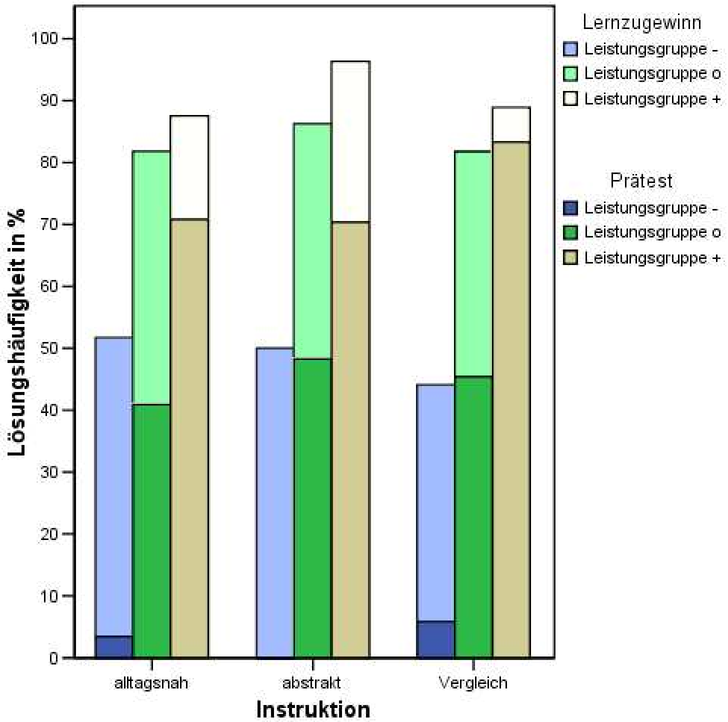


Abbildung 7.12: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚einfach III'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungs-gruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,034	,074			,517	,076			,483	,087		
	o	,409	,085	,384	,046	,818	,087	,737	,047	,409	,099	,353	,054
	+	,708	,081			,875	,083			,167	,095		
abstrakt	-	,000	,094			,500	,096			,500	,110		
	o	,483	,074	,395	,047	,862	,076	,775	,048	,379	,087	,380	,055
	+	,704	,077			,963	,078			,259	,090		
Vergleich	-	,059	,068			,441	,070			,382	,080		
	o	,455	,085	,449	,048	,818	,087	,716	,049	,364	,099	,267	,056
	+	,833	,094			,889	,096			,056	,110		
gesamt	-	,031	,046			,486	,047			,455	,054		
	o	,449	,047	,409	,048	,833	,048	,743	,044	,384	,055	,333	,047
	+	,748	,049			,909	,050			,160	,057		

Tabelle 7.15: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚einfach III'

Aufgabe ‚einfach IV':

Steffen hat 28 Euro. Am Wochenende bekommt er Taschengeld. Jetzt hat er 35 Euro. Wie viel Taschengeld hat Steffen bekommen? (Grundvorstellungstyp: Dazugeben - Veränderungsgröße unbekannt)

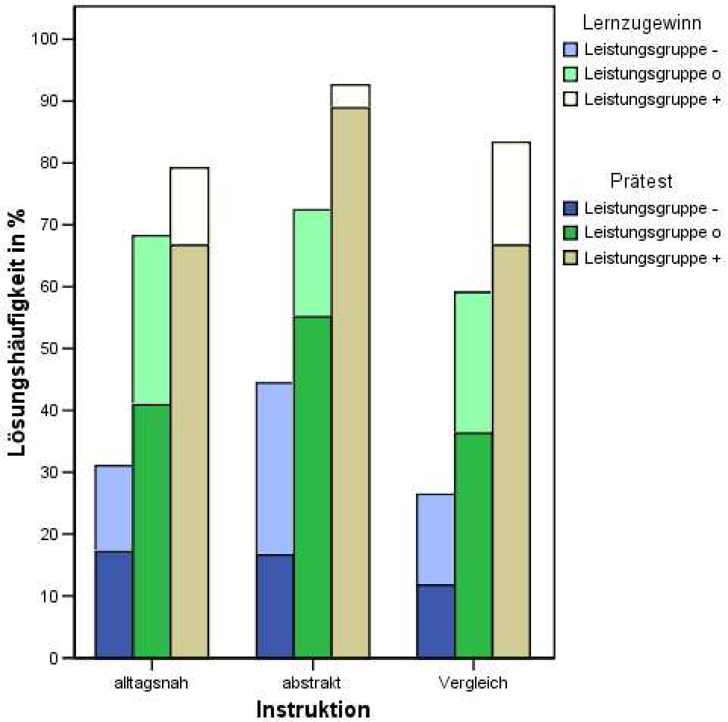


Abbildung 7.13: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚einfach IV'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungs-gruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,172	,080			,310	,082			,138	,069		
	o	,409	,092	,416	,050	,682	,094	,595	,051	,273	,080	,179	,043
	+	,667	,088			,792	,090			,125	,076		
abstrakt	-	,167	,102			,444	,104			,278	,088		
	o	,552	,080	,536	,051	,724	,082	,698	,052	,172	,069	,162	,044
	+	,889	,083			,926	,085			,037	,072		
Vergleich	-	,118	,074			,265	,075			,147	,064		
	o	,364	,092	,383	,052	,591	,094	,563	,053	,227	,080	,180	,045
	+	,667	,102			,833	,104			,167	,088		
gesamt	-	,152	,050			,340	,051			,188	,043		
	o	,441	,051	,445	,049	,666	,052	,619	,049	,224	,044	,174	,037
	+	,741	,053			,850	,054			,110	,046		

Tabelle 7.16: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚einfach IV'

Aufgabe ‚einfach V':

Tom geht zur Schule um 7.35 Uhr von zu Hause los. Tina bricht erst 8 Minuten später auf. Um wie viel Uhr geht Tina von zu Hause los? (Grundvorstellungstyp: Vergleichen „mehr" - Vergleichsgröße unbekannt)

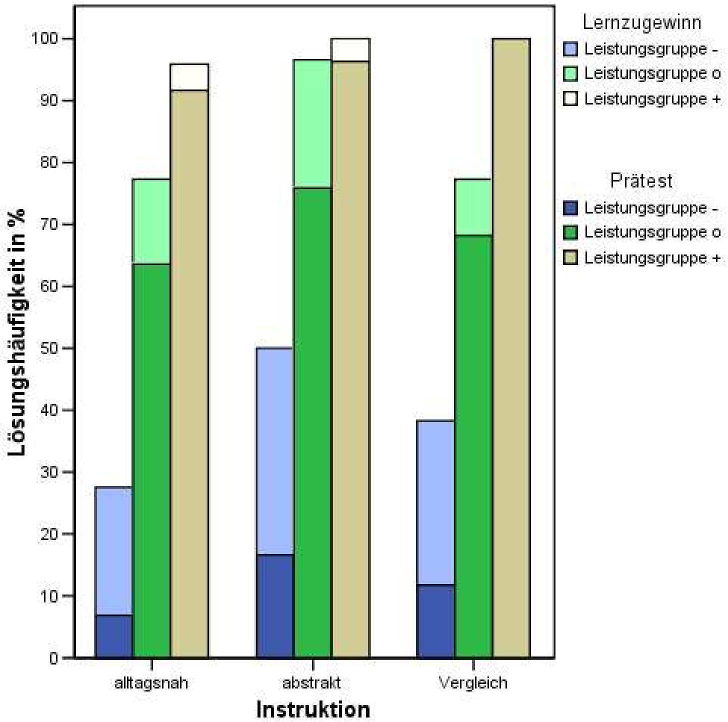


Abbildung 7.14: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚einfach V'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungsgruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,069	,065			,276	,067			,207	,065		
	o	,636	,074	,541	,040	,773	,077	,669	,042	,136	,075	,128	,041
	+	,917	,071			,958	,074			,042	,072		
abstrakt	-	,167	,082			,500	,085			,333	,083		
	o	,759	,065	,629	,041	,966	,067	,822	,043	,207	,065	,192	,042
	+	,963	,067			,999	,070			,037	,068		
Vergleich	-	,118	,060			,382	,062			,265	,060		
	o	,682	,074	,600	,042	,773	,077	,718	,044	,091	,075	,119	,042
	+	1,000	,082			,999	,085			,000	,083		
gesamt	-	,118	,040			,386	,042			,268	,041		
	o	,692	,041	,590	,049	,837	,043	,736	,045	,145	,042	,146	,036
	+	,960	,042			,986	,044			,026	,043		

Tabelle 7.17: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚einfach V'

Auf deskriptiver Ebene bestätigen die vorliegenden Ergebnisse - mit Lösungshäufigkeiten im mathematischen Modellierungs-Prätest zu 40,9%, 44,5% bzw. 59,0% - die höheren Schwierigkeiten der drei im Modellierungstest verwendeten Aufgaben dieser ‚Stufe 2' im Vergleich zu den Textaufgaben der ‚Stufe 1'.

Am Beispiel der Aufgabe ‚einfach IV' (Steffen hat 28 Euro. Am Wochenende bekommt er Taschengeld. Jetzt hat er 35 Euro. Wie viel Taschengeld hat Steffen bekommen?) erzeugt das Hinzufügen einer (vorerst ja unbekannten) Menge an Geld zu den anfangs vorhandenen 28 Euro nicht automatisch die gesuchte Veränderungsgröße. Erst die Umwandlung der Problemsituation in eine (zeitlich simultane) Vergleichsaufgabe, die die eigentliche Anfangsgröße von 28 Euro mit der Endgröße von 35 Euro vergleicht, macht die Problemsituation mit Hilfe von konkretem Material (z.B. Spielgeld) simulierbar, d.h. aber, dass somit die in der Textaufgabe eigentlich gesuchte Veränderungsgröße in eine gesuchte Differenzgröße umgewandelt wird. Die Fokussierung der Aufmerksamkeit auf die Anfangsgröße von 28 Euro durch gleichzeitiges mentales Präsenthalten der Endgröße von 35 Euro macht im Sinne der konkreten Handlungssimulation die gesuchte Veränderungsgröße ablesbar. Bloße Handlungen bzw. Handlungsvorstellungen allein reichen demnach bei den analysierten mathematischen Aufgabenstellungen der ‚Stufe 2' nicht aus, um die mathematischen Problemsituationen dieser Stufe adäquat zu modellieren.

Resnick (1983, 1989) spricht in diesem Zusammenhang von der Notwendigkeit der mentalen Repräsentation eines numerischen Teil-Ganzes-Schema. Rogoff & Lave (1984) konnten zeigen, dass Schülerinnen und Schüler beim Lösen mathematischer Textaufgaben auf dieser Schwierigkeitsstufe vielfach dazu neigen den Problemtyp anhand der situationalen Kennzeichen zu kategorisieren. Die Problemösung erfolgt anhand der situationalen Beziehungen, der sog. Oberflächenstruktur, ohne dass dabei die eigentliche Problemstruktur beachtet wird, d.h. dass das obige Problem vielfach in der Form „Steffen hat 28 Euro. Am Wochenende bekommt er Taschengeld, nämlich 35 Euro. Wie viel Geld hat Steffen?" bearbeitet wird, weil diese Problemstruktur direkt als Handlung bzw. Handlungsvorstellung repräsentierbar und modellierbar ist und primäre Grundvorstellungen zu dieser Problemstellung eine sukzessive Problemmodellierung im Sinne der mathematischen Textaufgaben auf ‚Schwierigkeitsstufe 1' ermöglichen würden (vgl. Rogoff & Lave 1984).

‚Stufe 3' des Riley-Greeno-Heller-Modells:

Erst auf dieser Stufe sind im Gegensatz zu den beiden vorherigen Stufen flexibel anwendbare mathematische Grundvorstellungen als ‚conceptual models' (siehe 3.2.3) mental verfügbar, die zur Modellierung von Problemsituationen herangezogen werden können. Eine Aufgabe kann auch ohne konkrete Simulation des Problems modelliert werden, indem zu Grunde liegende Problemmodelle abrufbar und auf die Problemsituation anwendbar sind.

Erst auf dieser ‚Stufe 3' orientieren sich Schülerinnen und Schüler überwiegend an der Klassifikation gegebener Problemsituationen auf Grund ihrer strukturellen Eigenschaften (vgl. Chi, Feltovich & Glaser 1981; Silver 1981) - zur Lösung des Problems muss nur erkannt werden, um welche Art des Problems es sich handelt (Dazugebe-Problem, Vergleichs-Problem usw.) und welche Größen jeweils bekannt bzw. gesucht sind, d.h. es müssen die jeweiligen mathematischen Grundvorstellungen mental repräsentierbar sein und flexibel aktiviert werden.

Insgesamt zeichnet sich die Entwicklung einer flexiblen mathematischen Modellierungsfähigkeit bis zu dieser Stufe als Abstraktionsprozess ab „whereby the term procedure is a step-by-step algorithm in which the individual needs to complete each step before taking the next. A process occurs when one or more procedures (...) are seen as a whole, without needing to refer to the individual steps, or even the different procedures. (...) When the symbols act freely as cues to switch between mental concepts to think abaout and processes to carry out operations, they are called procepts. These can be composed and decomposed at will to derive new facts." (Gray & Tall 2001, S.68). Die folgenden sechs mathematischen Textaufgabentypen können nur adäquat mental modelliert werden, wenn ein derart flexibles, abstraktes mathematisches Problemstrukturmodell mental repräsentiert werden kann, das die Beziehungen zwischen den i der Textaufgabe enthaltenen Größen auszeichnet:

- Dazugeben; Ausgangsgröße unbekannt
- Weggeben; Ausgangsgröße unbekannt
- Vergleichen „mehr" / „weniger"; Differenzgröße unbekannt
- Vergleichen „mehr" / „weniger"; Referenzgröße unbekannt

In der vorliegenden Untersuchung wurden die folgenden mathematischen Textaufgaben der ‚Stufe 3' verwendet.

Aufgabe ‚einfach VI':

Jens ist 1,51 m groß. Er ist 8 cm größer als Julia. Wie groß ist Julia? (Grundvorstellungstyp: Vergleichen „weniger" - Referenzgröße unbekannt)

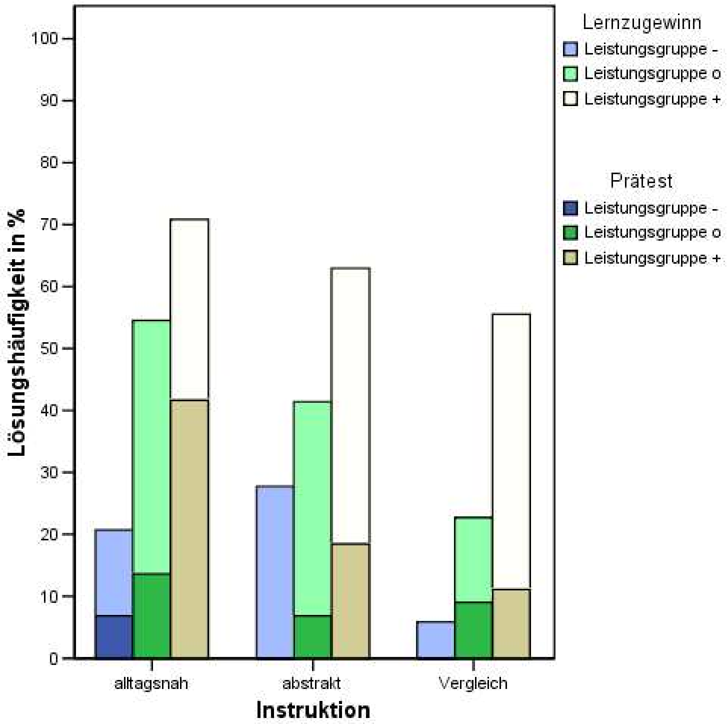


Abbildung 7.15: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚einfach VI'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungs-gruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,069	,057			,207	,083			,138	,080		
	o	,136	,065	,207	,035	,545	,095	,487	,052	,409	,092	,280	,050
	+	,417	,062			,708	,091			,292	,088		
abstrakt	-	,000	,072			,278	,105			,278	,101		
	o	,069	,057	,085	,036	,414	,083	,440	,053	,345	,080	,356	,051
	+	,185	,059			,630	,086			,444	,083		
Vergleich	-	,000	,052			,059	,076			,059	,074		
	o	,091	,065	,067	,037	,227	,095	,281	,054	,136	,092	,213	,052
	+	,111	,072			,556	,105			,444	,101		
gesamt	-	,023	,035			,181	,051			,158	,049		
	o	,099	,036	,120	,032	,396	,052	,403	,048	,297	,051	,283	,044
	+	,238	,037			,631	,054			,394	,052		

Tabelle 7.18: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚einfach VI'

Aufgabe ‚einfach VII':

Frau Schneeberger macht eine Diät. Sie hat schon 9 Kilogramm abgenommen. Jetzt wiegt sie 67 Kilogramm. Wie viel hat sie vor der Diät gewogen? (Grundvorstellungstyp: Weggeben - Ausgangsgröße unbekannt)

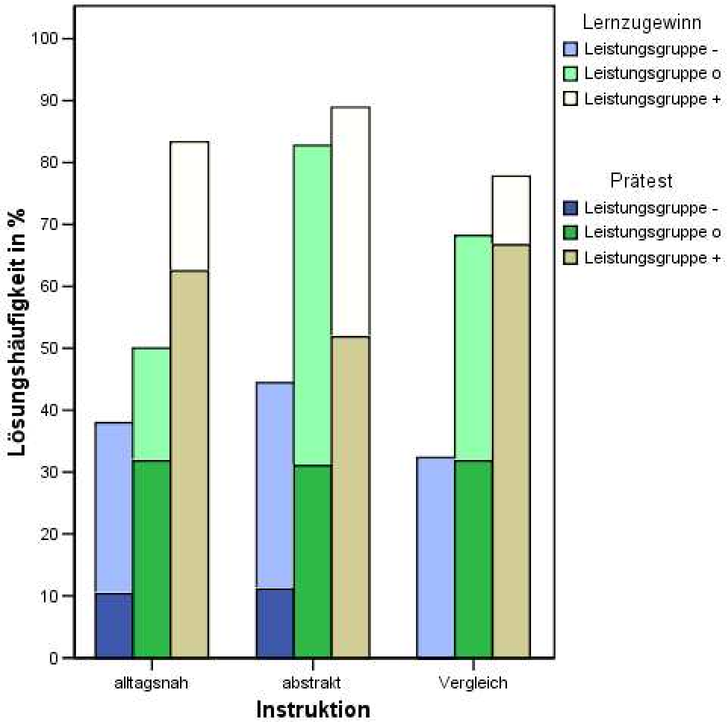


Abbildung 7.16: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚einfach VII'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungs-gruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,103	,077			,379	,082			,276	,085		
	o	,318	,088	,349	,048	,500	,095	,571	,052	,182	,098	,222	,053
	+	,625	,084			,833	,091			,208	,093		
abstrakt	-	,111	,097			,444	,105			,333	,108		
	o	,310	,077	,313	,049	,828	,082	,720	,053	,517	,085	,407	,054
	+	,519	,080			,889	,085			,370	,088		
Vergleich	-	,000	,071			,324	,076			,324	,079		
	o	,318	,088	,328	,050	,682	,095	,594	,053	,364	,098	,266	,055
	+	,667	,097			,778	,105			,111	,108		
gesamt	-	,072	,048			,382	,051			,311	,053		
	o	,316	,049	,330	,046	,670	,052	,628	,048	,354	,054	,298	,046
	+	,603	,051			,833	,054			,230	,056		

Tabelle 7.19: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚einfach VII'

Aufgabe ‚einfach VIII’:

Familie Gruber und Familie Schmid sind heute in die Ferien gefahren. Die Grubers sind um 11.30 Uhr gestartet. Die Schmids sind um 13.45 losgefahren. Wie viel später als die Grubers sind die Schmids losgefahren? (Grundvorstellungstyp: Vergleichen „mehr“ - Differenzgröße unbekannt)

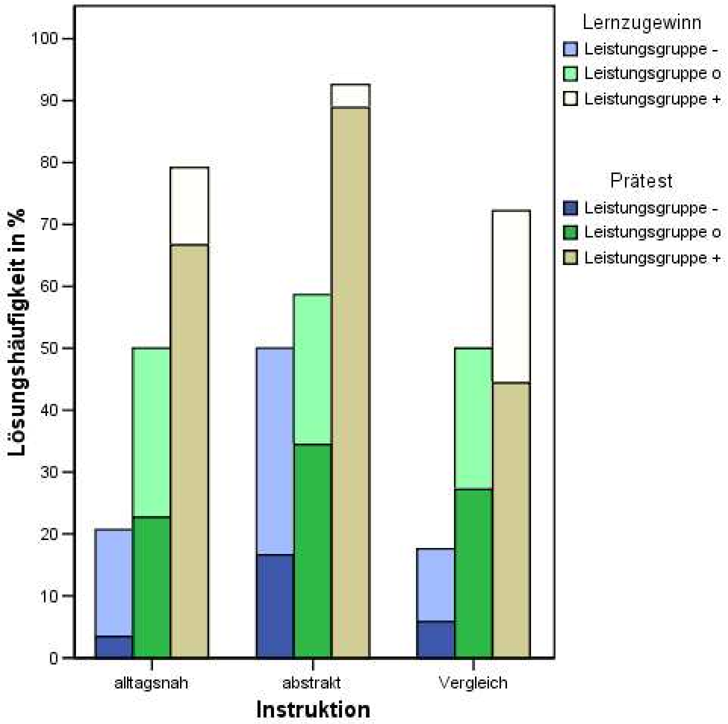


Abbildung 7.17: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚einfach VIII’

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungs-gruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,034	,072			,207	,082			,172	,072		
	o	,227	,083	,309	,045	,500	,094	,500	,051	,273	,083	,190	,045
	+	,667	,080			,792	,090			,125	,079		
abstrakt	-	,167	,092			,500	,104			,333	,092		
	o	,345	,072	,467	,046	,586	,082	,671	,052	,241	,072	,204	,046
	+	,889	,075			,926	,085			,037	,075		
Vergleich	-	,059	,067			,176	,076			,118	,067		
	o	,273	,083	,259	,047	,500	,094	,466	,053	,227	,083	,208	,047
	+	,444	,092			,722	,104			,278	,092		
gesamt	-	,087	,045			,294	,051			,208	,045		
	o	,282	,046	,345	,047	,529	,052	,546	,050	,247	,046	,201	,039
	+	,667	,048			,813	,054			,147	,048		

Tabelle 7.20: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚einfach VIII’

Aufgabe ‚einfach IX':

Ina liest Harry Potter. Heute hat sie 16 Seiten gelesen und ist nun auf Seite 98. Auf welcher Seite hat Ina heute angefangen zu lesen? (Grundvorstellungstyp: Dazugeben - Ausgangsgröße unbekannt)

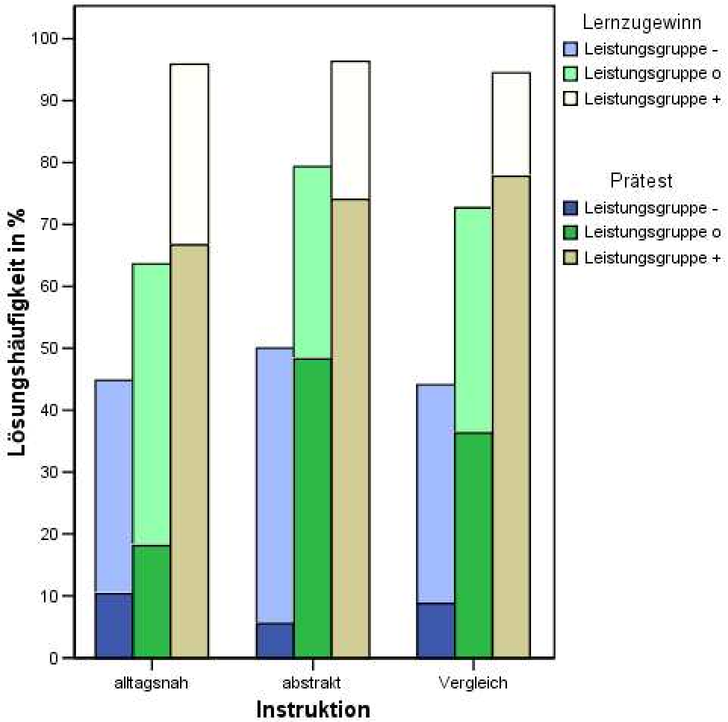


Abbildung 7.18: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚einfach IX'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungs-gruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,103	,076			,448	,077			,345	,088		
	o	,182	,087	,317	,047	,636	,089	,681	,048	,455	,101	,364	,055
	+	,667	,083			,958	,085			,292	,096		
abstrakt	-	,056	,096			,500	,098			,444	,111		
	o	,483	,076	,426	,048	,793	,077	,752	,049	,310	,088	,326	,056
	+	,741	,078			,963	,080			,222	,091		
Vergleich	-	,088	,070			,441	,071			,353	,081		
	o	,364	,087	,410	,049	,727	,089	,704	,050	,364	,101	,294	,057
	+	,778	,096			,944	,098			,167	,111		
gesamt	-	,082	,047			,463	,048			,381	,054		
	o	,343	,048	,384	,048	,719	,049	,712	,046	,376	,056	,328	,047
	+	,728	,050			,955	,051			,227	,058		

Tabelle 7.21: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚einfach IX'

Die bisher dargestellten deskriptiven Ergebnisse besätigen die größeren Schwierigkeiten der vier verwendeten Aufgaben dieser ‚Stufe 3' im Vergleich zur ‚Stufe 1' und zur ‚Stufe 2'. Die Lösungshäufigkeiten der Textaufgaben dieser Stufe ergeben sich zu 12,0%, 33,0%, 34,5% bzw. 38,4% im mathematischen Vortest.

Es wird deutlich, dass die Ergebnisse des Prätests die von Riley, Greeno & Heller (1983) ermittelten Schwierigkeitsgrade auch in anderen mathematischen Größenbereichen (als dem Größenbereich ‚Anzahlen') abbilden. Die vorliegenden einfachen Textaufgaben lassen sich demnach in ihren im Vortest gemessenen Schwierigkeitsgraden deutlich anhand der konstituierenden Grundvorstellungen mit der jeweils gesuchten Größe im Modell von Riley, Greeno & Heller verorten.

Insgesamt zeichnen sich auf deskriptiver Ebene zentrale Aspekte ab:

- Die Aufgabe mit dem geringsten Zuwachs an richtigen Lösungen zwischen Prä- und Posttest ist die im Vortest leichteste Textaufgabe (‚einfach II'), wobei der Lernzuwachs aber immerhin noch mit 14,7 % ausgemacht werden kann.
- Die Aufgabe mit dem größten Lernzugewinn bei den einfachen Textaufgaben von insgesamt 33,3% bei 40,9% richtiger Lösungen im Prätest ist die Aufgabe im Größenberich ‚Gewichte', die auf der Grundvorstellung des Weggebens mit unbekannter Veränderungsgröße basiert (‚einfach III').
- Insgesamt zeigen sich bei acht der neun einfachen Textaufgaben die größten Lernzugewinne bei der im Vortest schwachen und mittleren Leistungsgruppe. Lediglich bei einer einfachen Textaufgabe (‚einfach VI') sind die Lernzugewinne bei der im Vortest stärksten Leistungsgruppe am größten. Bei dieser Aufgabe beträgt der Lernzugewinn 39,4% bei der ‚Leistungsgruppe +' gegenüber einem Zugewinn von 29,7% bei der ‚Leistungsgruppe o' bzw. 15,8% bei der ‚Leistungsgruppe -'. Beachtenswert ist, dass diese Aufgabe (die mit nur 11,7% Lösungshäufigkeit im Vortest schwerste Textaufgabe) insgesamt einen sehr großen Lernzugewinn von 28,3% verzeichnen kann.
- Bei insgesamt vier der neun einfachen Textaufgaben (einfach III, einfach V, einfach VI und einfach VII) können die deskriptiv größeren Lernzugewinne im abstrakt-symbolischen Programm verzeichnet werden.
- Bei insgesamt zwei der neun einfachen Textaufgaben können die deskriptiv größeren Zugewinne im alltagsnahen Trainingsprogramm ausgemacht werden (‚einfach I' und ‚einfach IX'). Bemerkenswert ist, dass beiden Textaufgaben der Größenbereich ‚Anzahlen' zu Grunde liegt.

- Bei drei der neun Textaufgaben ergeben sich die deskriptiv größeren Lernzugewinne im Vergleichsunterricht (‚einfach II', ‚einfach IV' und ‚einfach VIII').
- Beachtenswert im Hinblick auf die Förderung der schwächeren Schülerinnen und Schüler ist, dass es große Unterschiede in der Wirkung der Trainingsprogramme in der schwachen Leistungsgruppe gibt. Bei allen mathematischen Textaufgaben profitiert die schwache Leistungsgruppe auf deskriptiver Ebene am meisten vom abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm - auch (deskriptiv) deutlich mehr als vom alltagsnahen Trainingsprogramm.
- Das Modell zur Verortung des Schwierigkeitsniveaus einer Textaufgabe von Riley, Greeno & Heller (1983) bezieht sich grundsätzlich auf einfache Textaufgaben im mathematischen Größenbereich Anzahlen. Auf deskriptiver Ebene zeigen die dargestellten Ergebnisse, dass sich dieses Modell bei einfachen Textaufgaben auch auf andere mathematische Größenbereiche übertragen lässt. Nicht vorwiegend die sprachliche Komplexität einer mathematischen Textaufgabe bestimmt also deren Schwierigkeitsgrad im Lösungsprozess, sondern die die jeweilige Textaufgabe konstituierenden Grundvorstellungen mit den entsprechend gesuchten Größen.

7.1.3.2 Textaufgaben (komplex)

Das Schwierigkeits-Stufenmodell nach Riley, Greeno & Heller (1983) ist die Grundlage zur Verortung von Aufgabenschwierigkeiten einfacher Textaufgaben - für komplexe Textaufgaben ist ein derartiges Stufenmodell auf Grund der zu zahlreichen Kombinationsmöglichkeiten von Aufgabentypen nach konstituierenden mathematischen Grundvorstellungen mit den Variationen in den gesuchten Größen bislang nicht ausgearbeitet worden. Die Erklärung des Schwierigkeitsniveaus einer mathematisch-komplexen Textaufgabe kann jedoch von den einzelnen die Aufgabe konstituierenden Grundvorstellungen mit den gesuchten Größen ausgehen. Im Folgenden werden auf deskriptiver Ebene die Ergebnisse des mathematischen Prä- und Posttests und des Lernzugewinns für die in der vorliegenden Studie verwendeten komplexen Textaufgaben (in steigendem Schwierigkeitsgrad) dargestellt.

Aufgabe ‚komplex I':

Im Bus sitzen 25 Kinder. An der ersten Haltestelle steigen 6 Kinder aus, an der zweiten Haltestelle steigen 3 Kinder ein. Wie viele Kinder sitzen nun im Bus? (Grundvorstellungstypen: Dazugeben - Endgröße unbekannt; Weggeben - Endgröße unbekannt)

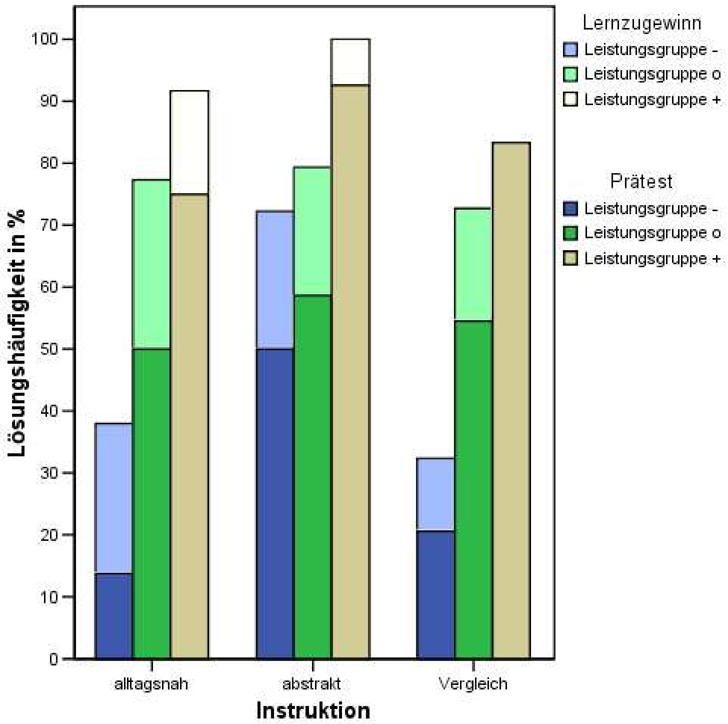


Abbildung 7.19: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚komplex I'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungs-gruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,138	,081			,379	,075			,241	,069		
	o	,500	,093	,463	,050	,773	,086	,690	,047	,273	,079	,227	,043
	+	,750	,089			,917	,083			,167	,076		
abstrakt	-	,500	,102			,722	,096			,222	,088		
	o	,586	,081	,671	,052	,793	,075	,838	,048	,207	,069	,168	,044
	+	,926	,084			1,000	,078			,074	,071		
Vergleich	-	,206	,074			,324	,070			,118	,064		
	o	,545	,093	,528	,052	,727	,086	,628	,049	,182	,079	,100	,045
	+	,833	,102			,833	,096			,000	,088		
gesamt	-	,281	,050			,475	,047			,194	,043		
	o	,544	,051	,554	,050	,764	,048	,719	,046	,220	,044	,165	,037
	+	,836	,053			,917	,050			,080	,045		

Tabelle 7.22: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚komplex I'

Aufgabe ‚komplex II':

Tim schneidet von einer 16 Zentimeter langen Holzstange erst 7 Zentimeter ab, dann 5 Zentimeter. Wie lange ist der Rest der Stange? (Grundvorstellungstypen: Weggeben - Endgröße unbekannt; Weggeben - Endgröße unbekannt)

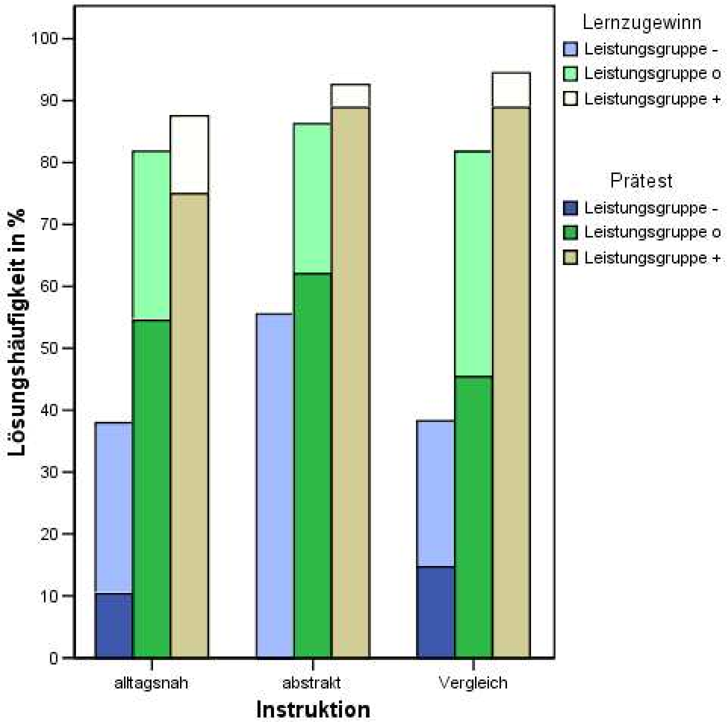


Abbildung 7.20: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚komplex II'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungs-gruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,103	,074			,379	,075			,276	,076		
	o	,545	,085	,466	,046	,818	,086	,691	,047	,273	,087	,225	,047
	+	,750	,081			,875	,082			,125	,083		
abstrakt	-	,000	,093			,556	,095			,556	,096		
	o	,621	,074	,503	,047	,862	,075	,781	,048	,241	,076	,278	,049
	+	,889	,076			,926	,078			,037	,079		
Vergleich	-	,147	,068			,382	,069			,235	,070		
	o	,455	,085	,497	,048	,818	,086	,715	,048	,364	,087	,218	,049
	+	,889	,093			,944	,095			,056	,096		
gesamt	-	,084	,046			,439	,046			,356	,047		
	o	,540	,047	,489	,050	,833	,048	,729	,045	,293	,048	,240	,042
	+	,843	,048			,915	,049			,073	,050		

Tabelle 7.23: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚komplex II'

Aufgabe ‚komplex III':

Udo braucht für seine Hausaufgaben heute genau 43 Minuten. 17 Minuten für Mathe, 6 Minuten für Deutsch, den Rest für HSU. Wie viele Minuten braucht Udo für die HSU-Hausaufgaben? (Grundvorstellungstypen: Vereinigen - Gesamtgröße unbekannt; Vereinigen - Teilgröße unbekannt)

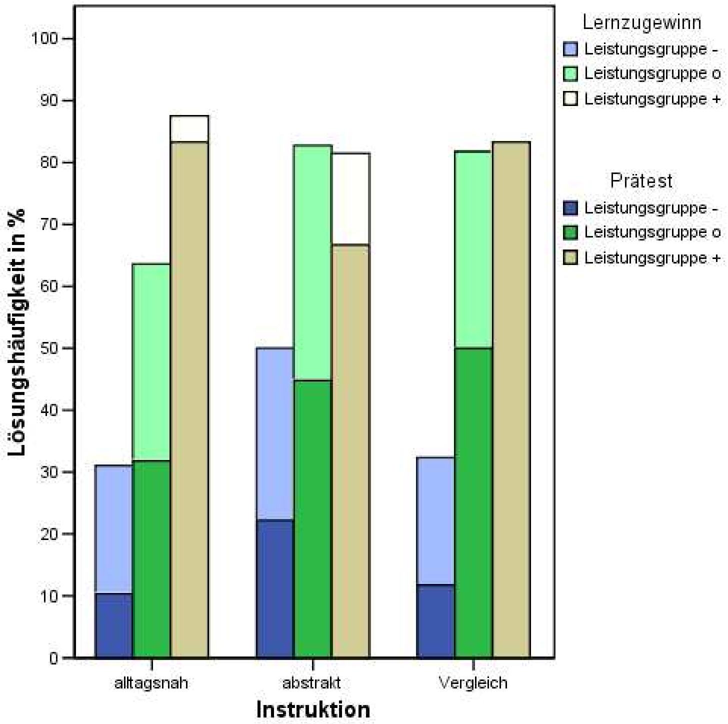


Abbildung 7.21: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚komplex III'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungs-gruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	SD	M	S
alltagsnah	-	,103	,079			,310	,080			,207	,075		
	o	,318	,091	,418	,049	,636	,092	,607	,050	,318	,086	,189	,047
	+	,833	,087			,875	,088			,042	,082		
abstrakt	-	,222	,100			,500	,102			,278	,095		
	o	,448	,079	,446	,050	,828	,080	,714	,051	,379	,075	,268	,048
	+	,667	,082			,815	,083			,148	,077		
Vergleich	-	,118	,073			,324	,074			,206	,069		
	o	,500	,091	,484	,051	,818	,092	,658	,052	,318	,086	,175	,048
	+	,833	,100			,833	,102			,000	,095		
gesamt	-	,148	,049			,378	,050			,230	,046		
	o	,422	,050	,449	,049	,761	,051	,660	,048	,339	,048	,211	,041
	+	,778	,052			,841	,053			,063	,049		

Tabelle 7.24: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚komplex III'

Aufgabe ‚komplex IV':

Gerd hat 65 Euro und Fritz 72 Euro gespart. Gerd bekommt am Wochenende 15 Euro Taschengeld. Wie viel hat Gerd nun mehr als Fritz? (Grundvorstellungstypen: Dazugeben - Endgröße unbekannt; Vergleichen - Differenzgröße unbekannt)

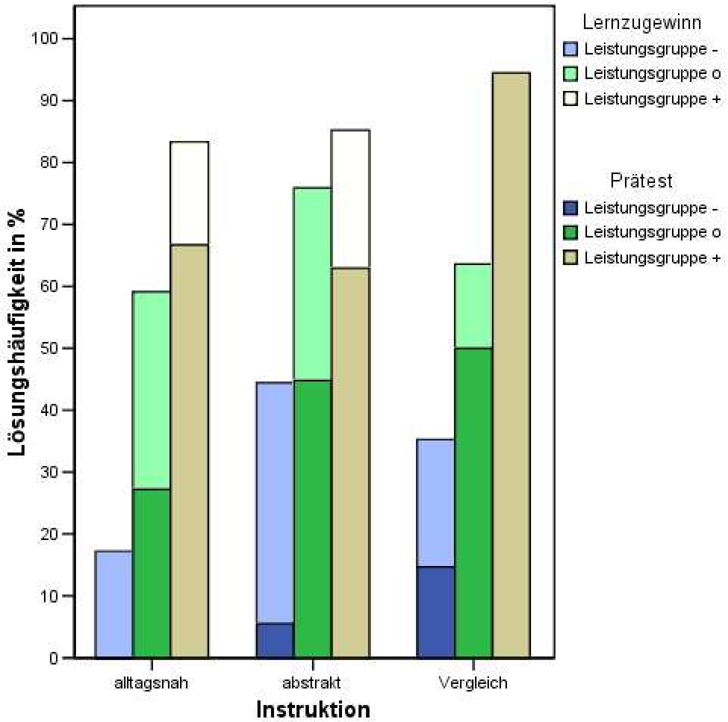


Abbildung 7.22: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚komplex IV'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungs-gruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,000	,075			,172	,080			,172	,076		
	o	,273	,086	,313	,047	,591	,092	,532	,050	,318	,087	,219	,047
	+	,667	,082			,833	,088			,167	,083		
abstrakt	-	,056	,095			,444	,102			,389	,096		
	o	,448	,075	,378	,048	,759	,080	,685	,051	,310	,076	,307	,048
	+	,630	,078			,852	,083			,222	,078		
Vergleich	-	,147	,069			,353	,074			,206	,070		
	o	,500	,086	,531	,049	,636	,092	,645	,052	,136	,087	,114	,049
	+	,944	,095			,944	,102			,000	,096		
gesamt	-	,068	,046			,323	,050			,256	,047		
	o	,407	,048	,407	,048	,662	,051	,621	,409	,255	,048	,213	,041
	+	,747	,049			,877	,053			,130	,050		

Tabelle 7.25: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚komplex IV'

Aufgabe ‚komplex V':

Rudi hat 18 Karten. Ralf hat 8 Karten. Wie viele Karten muss Rudi an Ralf abgeben, damit beide gleich viele Karten haben? (Grundvorstellungstypen: Ausgleichen „nach oben" - Veränderungsgröße unbekannt; Ausgleichen „nach unten" - Veränderungsgröße unbekannt)

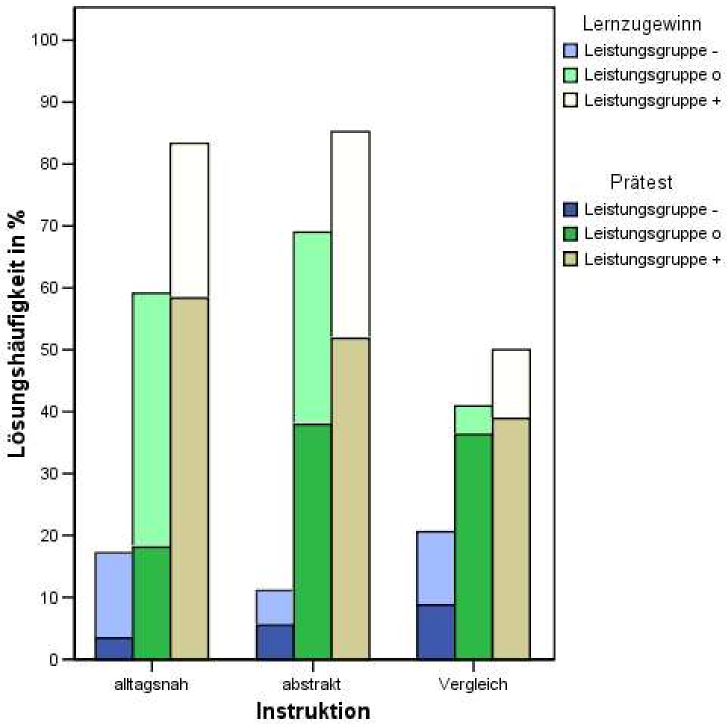


Abbildung 7.23: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚komplex V'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungs-gruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,034	,077			,172	,080			,138	,073		
	o	,182	,088	,267	,048	,591	,092	,532	,050	,409	,083	,266	,045
	+	,583	,085			,833	,088			,250	,080		
abstrakt	-	,056	,098			,111	,101			,056	,092		
	o	,379	,077	,318	,049	,690	,080	,551	,051	,310	,073	,233	,046
	+	,519	,080			,852	,083			,333	,075		
Vergleich	-	,088	,071			,206	,074			,118	,067		
	o	,364	,088	,280	,050	,409	,092	,372	,052	,045	,083	,091	,047
	+	,389	,098			,500	,101			,111	,092		
gesamt	-	,059	,048			,163	,050			,104	,045		
	o	,308	,049	,288	,045	,563	,051	,485	,050	,255	,046	,197	,040
	+	,497	,051			,728	,053			,231	,048		

Tabelle 7.26: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚komplex V'

Aufgabe ‚komplex VI':

Ulf wirft 32 Meter weit. Sabine wirft 5 Meter weiter als Ulf. Simone wirft 2 Meter weiter als Sabine. Wie weit wirft Simone? (Grundvorstellungstypen: Vergleichen „mehr" - Vergleichsgröße unbekannt; Vergleichen „mehr" - Vergleichsgröße unbekannt)

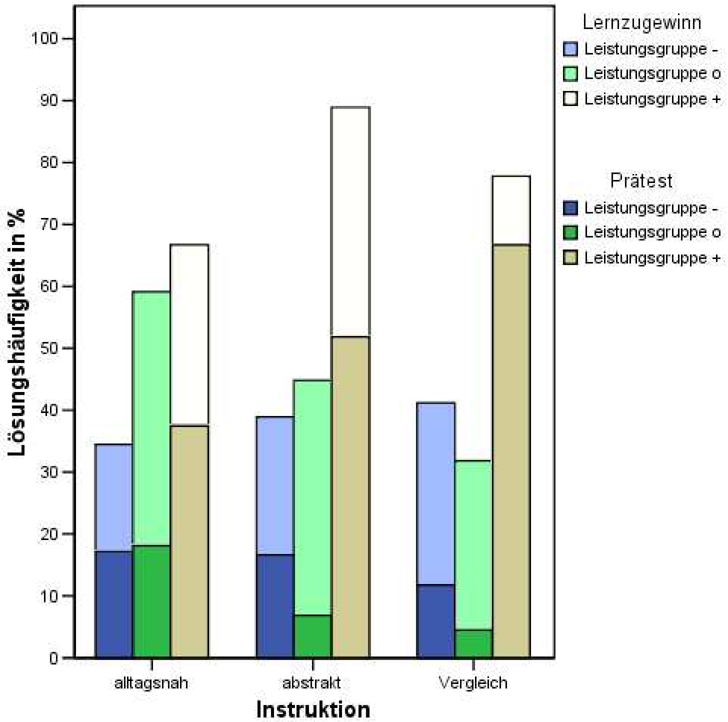


Abbildung 7.24: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚komplex VI'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungs-gruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,172	,073			,345	,087			,172	,084		
	o	,182	,083	,243	,045	,591	,100	,534	,055	,409	,097	,291	,053
	+	,375	,080			,667	,096			,292	,092		
abstrakt	-	,167	,092			,389	,111			,222	,107		
	o	,069	,073	,251	,046	,448	,087	,575	,056	,379	,084	,324	,054
	+	,519	,075			,889	,091			,370	,087		
Vergleich	-	,118	,067			,412	,081			,294	,078		
	o	,045	,083	,277	,047	,318	,100	,503	,057	,273	,097	,226	,054
	+	,667	,092			,778	,111			,111	,107		
gesamt	-	,152	,045			,382	,054			,230	,052		
	o	,099	,046	,257	,042	,452	,056	,537	,050	,354	,053	,280	,045
	+	,520	,048			,778	,058			,258	,055		

Tabelle 7.27: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚komplex VI'

Aufgabe ‚komplex VII':

Erich wiegt 32 Kilogramm. Er wiegt 4 Kilogramm mehr als Ernst. Wie viele Kilogramm bringen Ernst und Erich zusammen auf die Waage? (Grundvorstellungstypen: Vergleichen „mehr" - Referenzgröße unbekannt; Vereinigen - Gesamtgröße unbekannt)

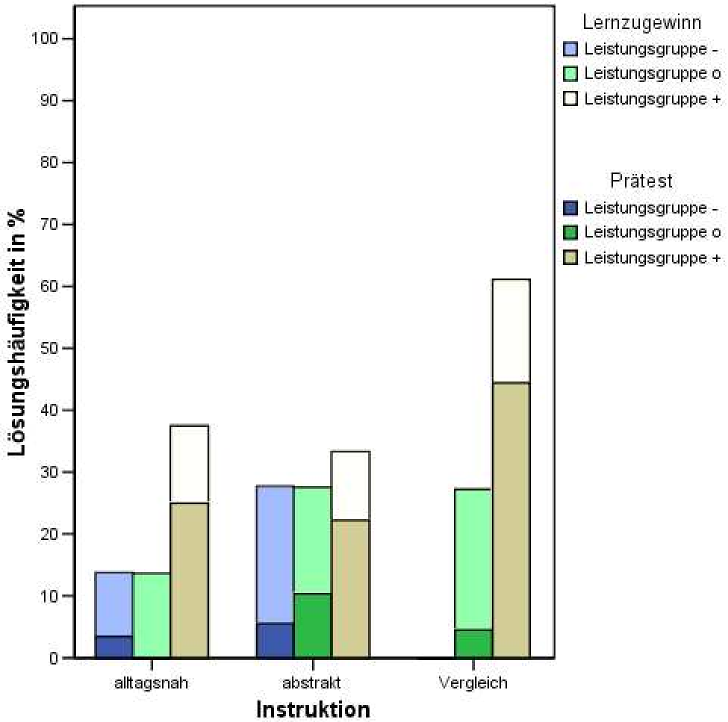


Abbildung 7.25: Lösungshäufigkeiten der Aufgabe ‚komplex VII'

		Prätest				Posttest				Lernzugewinn			
Instruktion	Leistungs-gruppe	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S	M	S
alltagsnah	-	,034	,056			,138	,076			,103	,062		
	o	,000	,064	,095	,035	,136	,087	,216	,047	,136	,072	,122	,039
	+	,250	,061			,375	,083			,125	,069		
abstrakt	-	,056	,071			,278	,096			,222	,079		
	o	,103	,056	,127	,036	,276	,076	,296	,049	,172	,062	,169	,040
	+	,222	,058			,333	,079			,111	,065		
Vergleich	-	,000	,051			,000	,070			,000	,058		
	o	,045	,064	,163	,036	,273	,087	,295	,049	,227	,072	,131	,040
	+	,444	,071			,611	,096			,167	,079		
gesamt	-	,030	,034			,139	,047			,109	,039		
	o	,050	,035	,128	,032	,228	,048	,269	,042	,179	,040	,141	,033
	+	,306	,037			,440	,050			,134	,041		

Tabelle 7.28: Lösungshäufigkeiten und Lernzugewinne der Aufgabe ‚komplex VII'

Die im mathematischen Modellierungs-Prätest mit einer Lösungshäufigkeit von insgesamt 55,4% leichteste komplexe Textaufgabe ‚komplex I' wird durch die Grundvorstellungen des Dazugebens mit unbekannter Endgröße und des Weggebens mit unbekannter Endgröße konstituiert. Die hohe Lösungshäufigkeit im Vortest kann dadurch erklärt werden, dass beide Grundvorstellungstypen im Stufenmodell von Riley, Greeno & Heller auf ‚Stufe 1' zu verorten sind - nicht überraschend bei einer derart hohen Prätestleistung ist der mit 16,5% relativ niedrige Lernzugewinn bei dieser Textaufgabe. Einen deskriptiv geringeren Lernzugewinn erreichen die Schülerinnen und Schüler nur bei der insgesamt schwersten mathematischen Textaufgabe ‚komplex VII'.
Auch bei den Textaufgaben ‚komplex II' und ‚komplex III' sind beide konstutierenden Grundvorstellungen (des Weggebens mit unbekannter Endgröße und des Weggebens mit unbekannter Endgröße bei der Aufgabe II bzw. des Vereinigens mit unbekannter Gesamtgröße und des Vereinigens mit unbekannter Teilgröße bei Aufgabe III) im Stufenmodell für Aufgabenschwierigkeiten auf ‚Stufe 1' zu verorten. Ein Interpretationsansatz für die geringeren Prätest-Lösungshäufigkeiten dieser Textaufgaben von 48,9% bzw. 44,9% gegenüber 55,4% bei der Textaufgabe ‚komplex I' kann von den zu Grunde liegenden Größenbereichen ausgehen. Während bei der Textaufgabe ‚komplex I' sich die Handlungserfahrungen im Größenbereich ‚Anzahlen' konstituieren, also die Problemsituation durch endliche Mengen repräsentiert werden kann, liegen den Aufgaben ‚komplex II' und ‚komplex III' die mathematischen Größenbereiche ‚Längen' und ‚Zeitpunkte - Zeitspannen' zu Grunde. Die Textaufgabe ‚komplex I' kann also sukzessive mit konkreten oder mentalen Mengenrepräsentanten simuliert werden. Insbesondere auch Handlungserfahrungen zum Bus-Kontext wurden hierzu explizit bereits in den Unterrichtssequenzen der Trainingsprogramme entwickelt.
Bemerkenswert bei der Textaufgabe ‚komplex IV' ist, dass eine der in der Problemsituation enthaltenen Grundvorstellungen auf Schwierigkeitsstufe ‚Stufe 3' festzusetzen ist, nämlich die Grundvorstellung des Vergleichs mit unbekannter Differenzgröße. Das Schwierigkeitsniveau dieser komplexen Textaufgabe ist mit einer Lösungshäufigkeit von 40,7% aber sogar höher als bei der einfachen Textaufgabe ‚einfach VIII', die ebenfalls durch diesen Grundvorstellungstyp konstituiert wird. Eine mögliche Erklärung hierfür kann darin liegen, dass Handlungserfahrungen im Größenbereich ‚Geldwerte' den Lernenden dieser Altersstufe konkret und nahe liegend sind. Zudem können innerhalb des Größenbereichs ‚Geldwerte' als Größenrepräsentanten konkrete Objekte men-

tal modelliert werden, während im Größenbereich der Zeiten lediglich Vorgänge als Größenrepräsentanten die Situationsmodellierung bestimmen.

Auffällig bei der Textaufgabe ‚komplex V' ist die geringe Lösungshäufigkeit von 28,8% im mathematischen Prätest, obwohl beide Grundvorstellungstypen (Ausgleichen „nach oben" bzw. „nach unten" mit unbekannter Veränderungsgröße) in ‚Schwierigkeitsstufe 1' liegen. Zudem basiert die Problemsituation auf dem mathematischen Größenbereich ‚Anzahlen'. Die spezifische Aufgabenstruktur aber kann die sehr geringere Lösungshäufigkeit im mathematischen Prätest erklären. Eigentlich liegt dieser Textaufgabe eine algebraische Struktur zu Grunde - im Bereich der Grundschule ist eine Problemmodellierung letztlich nur durch mentales „Ausprobieren" möglich, wobei gleichzeitig eine Fokussierung der Aufmerksamkeit auf beide Anfangsgrößen (die Anzahl der Karten von Rudi und die Anzahl der Karten von Ralf), die Veränderungsgröße und beide Endgrößen zu leisten ist (und zudem noch ein Vergleich beider Endgrößen, im Falle, dass nicht von vorne herein zufällig die korrekte Lösung beim „Ausprobieren" gewählt wurde).

Die Textaufgaben ‚komplex VI' und ‚komplex VII' präsentieren sich mit Lösungshäufigkeiten von 25,7% bzw. 12,8% als die beiden schwersten komplexen Textaufgaben. Beide Aufgaben enthalten Grundvorstellungstypen, die im Modell von Riley, Greeno & Heller der ‚Stufe 3' zuzuordnen sind (die Grundvorstellungen des Vergleichens mit unbekannter Vergleichsgröße bei Aufgabe VI bzw. die Grundvorstellung des Vergleichs mit unbekannter Referenzgröße bei Aufgabe VII). Riley, Greeno & Heller (1983) haben Textaufgaben der in ‚komplex VII' enthaltenen Struktur, also die Grundvorstellung des Vergleichs mit unbekannter Referenzgröße, als die deutlich schwersten (einfachen) Textaufgaben im Bereich der Grundschulmathematik klassifiziert, denen die Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen zu Grunde liegen.

Insgesamt zeigen bei den komplexen Textaufgaben die deskriptiven Ergebnisse des Prätests, dass das Klassifikationsmodell von Riley, Greeno & Heller (1983) die Möglichkeit bietet die im Vortest ermittelten Schwierigkeitsgrade anhand der konstituierenden Grundvorstellungen mit den jeweils gesuchten Größen zu interpretieren. Komplexe Textaufgaben, die mathematische Strukturen der ‚Stufe 3' enthalten, wurden im Vortest mit einer geringeren Lösungshäufigkeit bewältigt als die Textaufgaben, die lediglich Grundvorstellungen der ‚Stufe 1' enthalten. Eine Ausnahme hierzu stellt die bereits diskutierte komplexe Textaufgabe mit algebraischer Lösungsstruktur dar (‚komplex V').

Bei den komplexen Textaufgaben lassen sich wesentliche Aspekte zusammenfassen:

- Die Aufgaben mit den geringsten Lernzuwächsen zwischen dem mathematischen Prä- und Posttests sind bei den komplexen Aufgaben die im Vortest schwerste Textaufgabe (‚komplex VII') bzw. die im Vortest leichteste Aufgabe (‚komplex I'). Die deskriptiven Lernzuwächse betragen 14,1% bei der schwersten komplexen Textaufgabe bzw. 16,5% bei der leichtesten komplexen Aufgabe. Die Aufgabe mit dem größten Lernzugewinn von 28,0% ist die Textaufgabe ‚komplex VI'.
- Auch bei den komplexen Textaufgaben zeigen sich wie bereits bei den einfachen Textaufgaben die größten Lernzugewinne bei der im Vortest schwachen bzw. mittleren Leistungsgruppe. Bei zwei der sieben komplexen Textaufgaben zeigt die ‚Leistungsgruppe -' die größten Lernzugewinne (‚komplex II' und ‚komplex IV'), bei den restlichen fünf komplexen Textaufgaben ergeben sich die größeren Lernzugewinne für die ‚Leistungsgruppe o'.
- Auf deskriptiver Ebene spricht die Instruktionsform wieder deutlich für das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm. Bei insgesamt fünf der sieben komplexen Textaufgaben werden die deskriptiv größeren Lernzugewinne im abstrakt-symbolischen Programm verzeichnet (‚komplex II', ‚komplex III', ‚komplex IV', ‚komplex VI' und ‚komplex VII').
- Bei insgesamt zwei der sieben komplexen Textaufgaben können die deskriptiv größeren Lernzugewinne im alltagsnahen Trainingsprogramm ausgewiesen werden (‚komplex I' und ‚komplex V').
- Mit Blick auf die Förderung der schwachen Schülerinnen und Schüler sind auch bei den komplexen Textaufgaben die Unterschiede in der Wirkung der Trainingsprogramme insbesondere in der ‚Leistungsgruppe -' relevant: Bei zwei der sieben komplexen Textaufgaben kann das alltagsnahe Trainingsprogramm in dieser Leistungsgruppe die größeren Lernzugewinne bewirken (‚komplex I' und ‚komplex V'). Die einzige komplexe Aufgabe, bei der die schwächeren Kinder vom Vergleichsunterricht mehr profitierten als die Kinder in den beiden Trainingsprogrammen, ist die Aufgabe, die auf den Grundvorstellungen des Vergleichens mit unbekannter Vergleichsgröße basiert (‚komplex VI'). Bei den restlichen - insgesamt vier der sieben – mathematischen Textaufgaben profitieren die schwachen Kinder im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm auf deskriptiver Ebene mehr als die Schülerinnen und Schüler des alltagsnahen Trainings-

programms bzw. des Vergleichsunterrichts (‚komplex II', ‚komplex III', ‚komplex IV' und ‚komplex VII').

– Auch bei den komplexen Textaufgaben zeigt die Analyse also einen (zumindest vorerst) deskriptiven Trend zur Überlegenheit des abstrakt-symbolischen Trainingsprogramms insbesondere bei den im Vortest schwächeren Schülerinnen und Schülern. Bemerkenswert ist, dass insbesondere jene Aufgaben einen größeren Lernzugewinn durch das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm liefern, deren Lösungen nicht unmittelbar aus sukzessiven Handlungsvorstellungen gewonnen werden können, sondern deren Lösung die Konstruktion mentaler Vorstellungsbilder erfordert, die dynamische Beziehungen zwischen Zahlen modellieren.

7.2 Förderwirkungen der Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts

Die Förderwirkungen der beiden Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts werden für jede abhängige Variable im mathematischen Modellierungstest (Testleistungen bei einfachen Textaufgaben, Testleistungen bei komplexen Textaufgaben und Testleistungen bei den gesamten Textaufgaben) anhand von Varianzanalysen dargestellt. Innerhalb der einfachen Textaufgaben, komplexen Textaufgaben und gesamten Textaufgaben wurden jeweils Varianzanalysen mit Messwiederholung durchgeführt, wobei insbesondere drei Faktoren in die Analysen einbezogen wurden:

– die Instruktionsform (unabhängige Variable: instruct), in der der Mathematikunterricht dargeboten wurde, d.h. die Unterscheidung zwischen den Trainingsprogrammen und dem Vergleichsunterricht,
– die Vortestleistung (unabhängige Variable: vorleist) über die drei aus dem mathematischen Prätest entwickelten Leistungsgruppen,
– die Variablenausprägungen zu den beiden Messzeitpunkten (unabhängige Vaiable: Messwiederholungsfaktor ‚zeit') des mathematischen Modellierungs-Prätests und des Posttests.

Für die einfachen Textaufgaben ergeben sich signifikante Haupteffekte in den Faktoren ‚Instruktionsform' ($F=3{,}742$; $p<.05$) und ‚Vortestleistung' ($F=272{,}023$; $p<.000$) sowie im Messwiederholungsfaktor ‚Zeit' (F=160,405; p<.000). Ebenfalls signifikant zeigen sich die Interaktionen zwischen den Faktoren ‚Zeit' und ‚Instruktionsform' (F=5,086; p<.05) sowie zwischen ‚Zeit' und ‚Vortestleistung' (F=8,154; p<.000).

	SS	df	MQ	F	p
Konstante	12785,81	1	12785,81	5116,290	,000
instruct	18,70	2	9,35	3,742	,025
vorleist	1359,59	2	679,80	272,023	,000
instruct * vorleist	3,20	4	0,80	0,320	,865
Fehler	534,79	214	2,50		
zeit	225,08	1	225,08	160,405	,000
zeit * instruct	14,27	2	7,14	5,086	,007
zeit* vorleist	22,88	2	11,44	8,154	,000
zeit * instruct * vorleist	1,97	4	0,49	0,352	,843
Fehler	300,29	214	1,40		

Tabelle 7.29: Varianzanalyse mit Messwiederholung (einfache Textaufgaben)

In Bezug auf die komplexen Textaufgaben des mathematischen Modellierungstests lassen sich signifikante Haupteffekte für die Leistungsgruppen (F=185,170; p<.000) und den Messwiederholungsfaktor ‚Zeit' (F=72,034; p<.000) ausmachen. Signifikant zeigen sich auch bei den komplexen Textaufgaben wieder die Interaktionen zwischen den Faktoren ‚Zeit' und ‚Instruktionsform' (F=5,861; p<.05) sowie zwischen den Faktoren ‚Zeit' und ‚Vortestleistung' (F=5,481; p<.05).

	SS	df	MQ	F	p
Konstante	6353,122	1	6353,122	3151,555	,000
instruct	12,009	2	6,005	2,979	,053
vorleist	746,559	2	373,279	185,170	,000
instruct * vorleist	4,107	4	1,027	0,509	,729
Fehler	431,396	214	2,016		
zeit	81,977	1	81,977	72,034	,000
zeit * instruct	13,341	2	6,670	5,861	,003
zeit* vorleist	12,474	2	6,237	5,481	,005
zeit * instruct * vorleist	2,227	4	0,557	0,489	,744
Fehler	243,540	214	1,138		

Tabelle 7.30: Varianzanalyse mit Messwiederholung (komplexe Textaufgaben)

Für die mathematische Gesamtauswertung, wobei die Gesamtheit der Textaufgaben (einfache und komplexe Textaufgaben) berücksichtigt wird, ergeben sich signifikante Haupteffekte für die Faktoren ‚Instruktionsform' (F=3,137; p<.05) und ‚Vortestleistung' (F=328,870; p<.000) sowie den Messwiederholungsfaktor ‚Zeit' (F=201,908; p<.000). Ebenfalls wieder signifikant stellen sich die Interaktionen zwischen den Faktoren ‚Zeit' und ‚Instruktionsform' (F=7,442; p<.001) sowie den Faktoren ‚Zeit' und ‚Vortestleistung' (F=11,394; p<.000) dar.

	SS	df	MQ	F	p
Konstante	36863,43	1	36863,43	5922,236	,000
instruct	39,06	2	19,53	3,137	,045
vorleist	4094,15	2	2047,08	328,870	,000
instruct * vorleist	10,42	4	2,61	0,419	,795
Fehler	1332,06	214	6,22		
zeit	541,71	1	541,71	201,908	,000
zeit * instruct	39,93	2	19,97	7,442	,001
zeit* vorleist	61,14	2	30,57	11,394	,000
zeit * instruct * vorleist	6,11	4	1,53	0,570	,685
Fehler	574,15	214	2,68		

Tabelle 7.31: Varianzanalyse mit Messwiederholung (gesamte Textaufgaben)

Insgesamt gehen aus den Analysen signifikante Effekte jeweils im Messwiederholungsfaktor ‚Zeit' sowie in den Faktoren ‚Instruktionsform' und ‚Vorleistung' hervor. Die Varianzanalysen belegen also, dass - nicht überraschend - die Leistungssteigerung vom mathematischen Modellierungs-Prätest zum Posttest als signifikant ausgewiesen wird. Von besonderer Relevanz sind jeweils die deutlichen Interaktionen zwischen den Faktoren ‚Zeit' und ‚Instruktionsform' sowie zwischen ‚Zeit' und ‚Leistungsgruppen'. Die im mathematischen Prätest eng zusammenliegenden Leistungen der Schülerinnen und Schüler über die Instruktionsgruppen hinweg (siehe 7.1.2.1.2) differieren offensichtlich im mathematischen Posttest signifikant in Bezug auf die Instruktionsform. Ebenfalls lassen sich in den Leistungsgruppen signifikant unterschiedliche Lernzuwächse vom mathematischen Prätest zum Posttest ausweisen. Ob die sich ergebenden signifikanten Effekte hypothesenkonform ausgeprägt sind, wird in den folgenden Abschnitten anhand eingehender univariater Analysen in den Lernzugewinnen bzw. den Posttestergebnissen des mathematischen Modellierungstests überprüft.

7.2.1 Ergebnisse im Lernzugewinn

Um die jeweiligen Förderwirkungen im Sinne der vorliegenden Hypothesenbildung explizit für die beiden Trainingsprogramme bzw. den Vergleichsunterricht abzuschätzen, wurden jeweils die Lernzuwächse als Post-Prätest-Differenzen bei den einfachen, komplexen bzw. gesamten Textaufgaben (unabhängige Variablen: s_ei_di, s_ko_di und s_ges_di) mittels zweifaktorieller Varianzanalysen in den Blick genommen, in denen wieder die Instruktionsform (unabhängige Variable: instruct), in der der Mathematikunterricht dargeboten wurde, und die Vortestleistung (unabhängige Variable: vorleist) über die drei aus dem mathematischen Prätest entwickelten Leistungsgruppen als Faktoren berücksichtigt wurden.

7.2.1.1 Lernzugewinn bei einfachen Textaufgaben

Bei den Lernzuwächsen in Bezug auf die einfachen Textaufgaben der Studie werden die Instruktionsform ($F=5{,}086$; $p<.05$) und die Leistungsgruppen ($F=8{,}154$; $p<.000$) als signifikante Faktoren ausgewiesen.

Die Vergleiche der Mittelwerte (Tab. 7.33) legen innerhalb jeder Instruktion den Lernzugewinn dar, wobei der signifikant größte Lernzugewinn in der Lerngruppe zu verzeichnen ist, die im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm unterrichtet wurde. Die Effektstärke liegt mit .045 zwar im kleinen Bereich, die nach Bonferroni adjustierten Post-Hoc-Vergleiche bestätigen aber, dass das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm sowohl gegenüber dem alltagsnahen Trainingsprogramm als auch gegenüber dem Vergleichsunterricht die signifikant größten Lernzugewinne bei den einfachen mathematischen Textaufgaben erzielt (siehe Forschungshypothese F_3). Statistisch nicht von Bedeutung erweisen sich - entgegen der Forschungshypothese F_1 - die Lernzugewinne bei den einfachen Textaufgaben im alltagsnahen Trainingsprogramm gegenüber dem Vergleichsunterricht.

In Bezug auf die Vorleistung der Schülerinnen und Schüler im mathematischen Prätest werden gemäß der Hypothese F_5 die größten mathematischen Post-Prätest-Differenzen jeweils in der im Prätest schwächsten Leistungsgruppe (‚Leistungsgruppe -') der Schülerinnen und Schüler erreicht. Als statistisch bedeutsam erweisen sich hierbei die Unterschiede bei den einfachen Textaufgaben in den Mittelwerten der Lernzugewinne zwischen der ‚Leistungsgruppe -' und der ‚Leistungsgruppe +' (Tab. 7.34).

	SS	df	MQ	F	p	Eta^2
Konstante	450,166	1	450,166	160,405	,000	,428
instruct	28,546	2	14,273	5,086	,007	,045
vorleist	45,766	2	22,883	8,154	,000	,071
instruct * vorleist	3,949	4	0,987	0,352	,843	,007
Fehler	600,577	214	2,806			

Tabelle 7.32: Univariater Signifikanztest für den Lernzugewinn bei einfachen Textaufgaben (abhängige Variable: s_ei_di)

	Mittelwerte und Standardabweichungen		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche	
Instruktion	M	S	Untergrenze	Obergrenze		Signifikanz
alltagsnah	1,197	0,195	0,814	1,581	abstrakt	,021
					Vergleich	,912
abstrakt	1,969	0,199	1,577	2,362	alltagsnah	,021
					Vergleich	,028
Vergleich	1,188	0,202	0,790	1,585	alltagsnah	,912
					abstrakt	,028

Tabelle 7.33: Lernzugewinne im Faktor Trainingsprogramm bei einfachen Textaufgaben (abhängige Variable: s_ei_di)

	Mittelwerte und Standardabweichungen		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche	
Instruktion	M	S	Untergrenze	Obergrenze		Signifikanz
Leistungsgruppe -	2,025	0,193	1,644	2,405	Leist.gr. o	,106
					Leist.gr. +	,000
Leistungsgruppe o	1,439	0,198	1,050	1,829	Leist.gr. -	,106
					Leist.gr. +	,165
Leistungsgruppe +	0,890	0,205	0,487	1,294	Leist.gr. -	,000
					Leist.gr. o	,165

Tabelle 7.34: Lernzugewinne im Faktor Vorleistung bei einfachen Textaufgaben (abhängige Variable: s_ei_di)

7.2.1.2 Lernzugewinn bei komplexen Textaufgaben

Ebenso wie bei den einfachen Textaufgaben liefert die univariate Analyse auch bei den komplexen Textaufgaben signifikante Unterschiede in den Lernzugewinnen vom mathematischen Prätest zum Posttest in Abhängigkeit vom Faktor ‚Instruktionsform' ($F=4,781$; $p<.05$) und ‚Vorleistung' ($F=5,992$; $p<.000$). Die Vergleiche der Mittelwerte (Tab. 8.36) präsentieren wieder innerhalb jeder Instruktionsform den Lernzugewinn vom mathematischen Prätest zum Posttest, wobei sich gemäß der Forschungshypothese F_4 auch für die komplexen Textaufgaben wieder der größte Lernzugewinn bei den Schülerinnen und Schülern darstellt, die im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm unterrichtet wurden. Ein Vergleich der bonferroni-adjustierten Mittelwerte zeigt auch bei den komplexen Textaufgaben, dass das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm sowohl gegenüber dem alltagsnahen Trainingsprogramm als auch gegenüber dem Vergleichsunterricht die signifikant größten Lernzugewinne erzielen kann. Auch für die komplexen Textaufgaben ergeben sich im alltagsnahen Trainingsprogramm gegenüber dem Vergleichsunterricht erneut (nur) Mittelwertunterschiede, die auf statistisch signifikantem Niveau nicht von Bedeutung sind.

Mit Blick auf die Forschungshypothese F_6, die Annahmen zu den Leistungsgruppen des mathematischen Modellierungs-Prätests enthält, werden auch bei den komplexen Textaufgaben hypothesenkonform die signifikant größten Lernzugewinne jeweils in der im Prätest schwächsten Schüler-Leistungsgruppe (Leistungsgruppe -) verzeichnet. Auf statistisch signifikantem Niveau sind auch hier wieder die Unterschiede in den Posttest-Prätest-Differenzen zwischen der ‚Leistungsgruppe –' und der ‚Leistungsgruppe +' sowie zwischen der ‚Leistungsgruppe o' und der ‚Leistungsgruppe +' relevant (Tab. 7.37).

	SS	df	MQ	F	p	Eta^2
Konstante	158,242	1	158,242	64,343	,000	,231
instruct	23,518	2	11,759	4,781	,009	,043
vorleist	29,472	2	14,736	5,992	,003	,053
instruct * vorleist	6,998	4	1,750	0,711	,585	,013
Fehler	526,303	214	2,459			

Tabelle 7.35: Univariater Signifikanztest für den Lernzugewinn
bei einfachen Textaufgaben (abhängige Variable: s_ko_di)

	Mittelwerte und Standardabweichungen		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adj Post-Hoc-Vergleiche	
Instruktion	M	S	Untergrenze	Obergrenze		Signifikanz
alltagsnah	0,673	0,173	0,331	1,014	abstrakt	,018
					Vergleich	,902
abstrakt	1,148	0,177	0,798	1,497	alltagsnah	,018
					Vergleich	,013
Vergleich	0,581	0,179	0,227	0,934	alltagsnah	,902
					abstrakt	,013

Tabelle 7.36: Lernzugewinne im Faktor Trainingsprogramm bei komplexen Textaufgaben (abhängige Variable: s_ko_di)

	Mittelwerte und Standardabweichungen		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche	
Instruktion	M	S	Untergrenze	Obergrenze		Signifikanz
Leistungsgruppe -	0,958	0,172	0,619	1,297	Leist.gr. o	1,000
					Leist.gr. +	,023
Leistungsgruppe o	1,137	0,176	0,791	1,484	Leist.gr. -	1,000
					Leist.gr. +	,004
Leistungsgruppe +	0,306	0,182	-0,053	0,665	Leist.gr. -	,023
					Leist.gr. o	,004

Tabelle 7.37: Lernzugewinne im Faktor Vorleistung bei komplexen Textaufgaben (abhängige Variable: s_ko_di)

7.2.1.3 Lernzugewinn bei den gesamten Textaufgaben

In der Gesamtauswertung für alle im mathematischen Modellierungstest enthaltenen Textaufgaben werden wie bereits bei den einfachen und den komplexen Textaufgaben signifikante Haupteffekte für die einzelnen Leistungsgruppen ($F=11{,}394$; $p<.000$) und den Faktor ‚Instruktionsform' ($F=7{,}442$; $p<.001$) errechnet.

Die Lernzugewinne bei den einfachen und den komplexen Textaufgaben führen insgesamt zu einem deutlichen Lernzugewinn vom Prätest zum Posttest, wobei sich in der Gesamtheit der größte Lernzugewinn im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm abzeichnet. Die Effektstärke liegt mit .065 zwar insgesamt wieder im unteren Bereich, es geht aber aus den Vergleichen der nach Bonferroni adjustierten Mittelwerte (Tab. 7.39) das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm sowohl gegenüber dem alltagsnahen Trainingsprogramm als auch gegenüber dem Vergleichsunterricht als das Trainingsprogramm mit den signifikant größten Gesamt-Lernzugewinnen hervor. Auch in der Gesamtauswertung können die Lernzugewinne bei den Textaufgaben im alltagsnahen Trainingsprogramm gegenüber dem Vergleichsunterricht als statistisch nicht von Bedeutung herausgestellt werden.

Insgesamt werden die größten Lernzugewinne jeweils bei den im Prätest schwächsten Schülerinnen und Schüler verzeichnet, als signifikant erweisen sich die Unterschiede in den Lernzugewinnen zwischen der ‚Leistungsgruppe –' und der ‚Leistungsgruppe +' sowie zwischen der ‚Leistungsgruppe o' und der ‚Leistungsgruppe +' (Tab. 8.40).

	SS	df	MQ	F	p	Eta^2
Konstante	1083,413	1	1083,413	201,908	,000	,485
instruct	79,862	2	39,931	7,442	,001	,065
vorleist	122,281	2	61,141	11,394	,000	,096
instruct * vorleist	12,226	4	3,056	0,570	,685	,011
Fehler	1148,296	214	5,366			

Tabelle 7.38: Univariater Signifikanztest für den Lernzugewinn bei den gesamten Textaufgaben (abhängige Variable: s_ges_di)

	Mittelwerte und Standardabweichungen		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adj Post-Hoc-Vergleiche	
Instruktion	M	S	Untergrenze	Obergrenze		Signifikanz
alltagsnah	1,870	0,269	1,339	2,401	abstrakt	,002
					Vergleich	,766
abstrakt	3,117	0,275	2,574	3,659	alltagsnah	,002
					Vergleich	,006
Vergleich	1,769	0,279	1,219	2,318	alltagsnah	,766
					abstrakt	,006

Tabelle 7.39: Lernzugewinne im Faktor Trainingsprogramm bei den gesamten Textaufgaben (abhängige Variable: s_ges_di)

Instruktion	Mittelwerte und Standardabweichungen M	S	95% Konfidenzintervall Untergrenze	Obergrenze	Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche	Signifikanz
Leistungsgruppe -	2,983	0,267	2,457	3,509	Leist.gr. o	,868
					Leist.gr. +	,000
Leistungsgruppe o	2,577	0,273	2,038	3,116	Leist.gr. -	,868
					Leist.gr. +	,002
Leistungsgruppe +	1,196	0,283	0,638	1,754	Leist.gr. -	,000
					Leist.gr. o	,002

Tabelle 7.40: Lernzugewinne im Faktor Vorleistung bei den gesamten Textaufgaben (abhängige Variable: s_ges_di)

7.2.2 Ergebnisse im mathematischen Posttest

Nachdem die MANOVA-Auswertung der Prätestleistungen der Schülerinnen und Schüler keine bedeutsamen Unterschiede in den Vorleistungen der Schülerinnen und Schüler ausmachen konnte (siehe 7.1.2.1.2) und die bisherigen Auswertungen der jeweiligen Lernzugewinne die signifikant größten mathematischen Leistungsverbesserungen dem abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm zuschreiben, werden in den folgenden Abschnitten die Auswirkungen der jeweiligen Lernzugewinne in den Trainingsprogrammen bzw. dem Vergleichsunterricht auf die expliziten mathematischen Modellierungs-Posttestleistungen der Schülerinnen und Schüler dargestellt. Die Wirkungen der Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts auf die Leistungen der Schülerinnen und Schüler im mathematischen Posttest werden - wie auch die bisherigen Auswertung der Lernzugewinne - mittels zweifaktorieller Varianzanalysen dargestellt, in denen wieder die Instruktionsform (unabhängige Variable: instruct), in der der jeweilige Mathematikunterricht unterrichtet wurde, und die Vortestleistung (unabhängige Variable: vorleist) als Faktoren berücksichtigt wurden.

7.2.2.1 Posttestleistungen bei den einfachen Textaufgaben

Die Signifikanztests für den mathematischen Posttest weisen in Bezug auf die einfachen Textaufgaben statistisch signifikante Haupteffekte für den Faktoren ‚Instruktionsform' (unabhängige Variable: istruct) und - nicht überraschend auf Grund der Definition der Leistungsgruppen - auch für den Faktor ‚Vorleistung' (unabhängige Variable: vorleist) aus (Tab. 7.41). Innerhalb dieser Analyse ist dabei aber lediglich der Faktor ‚Instruktionsform' von Bedeutung: Hypothesengemäß zur Forschungshypothese F_3 erreichen die Schülerinnen und Schüler, die das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm im Mathematikunterricht durchlaufen haben, im Nachtest gegenüber den Schülerinnen und Schülern des alltagsnahen Trainingsprogramms bzw. des Vergleichsunterrichts signifikant bessere Leistungen - die Effektstärke liegt aber wieder im niedrigen Bereich. Die Schülerinnen und Schüler, die das alltagsnahe Trainingsprogramm im Mathematikunterricht durchlaufen haben, unterscheiden sich in ihren mathematischen Modellierungs-Posttestleistungen – unerwarteterweise zur Forschungshypothese F_1 - nicht von den Schülerinnen und Schülern des Vergleichsunterrichts auf statistisch relevantem Niveau.

	SS	**df**	**MQ**	**F**	**p**	**Eta²**
Konstante	8201,875	1	8201,875	3025,646	,000	,934
instruct	31,734	2	15,867	5,853	,003	,052
vorleist	515,641	2	257,820	95,109	,000	,471
instruct * vorleist	4,737	4	1,184	0,437	,782	,008
Fehler	580,108	214	2,711			

Tabelle 7.41: Univariater Signifikanztest für die Posttestleistung bei einfachen Textaufgaben (abhängige Variable: s_ei_na)

	Mittelwerte und Standardabweichungen		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adj Post-Hoc-Vergleiche	
Instruktion	M	SD	Untergrenze	Obergrenze		Signifikanz
alltagsnah	6,024	0,191	5,647	6,402	abstrakt	,000
					Vergleich	,051
abstrakt	6,732	0,196	6,346	7,118	alltagsnah	,000
					Vergleich	,000
Vergleich	5,831	0,198	5,440	6,221	alltagsnah	,051
					abstrakt	,000

Tabelle 7.42: Posttestleistungen im Faktor Trainingsprogramm bei den einfachen Textaufgaben (abhängige Variable: s_ei_na)

7.2.2.2 Posttestleistungen bei den komplexen Textaufgaben

In Analogie zu den einfachen Textaufgaben ergeben sich auch für die mathematischen Posttestleistungen für die komplexen Textaufgaben signifikante Effekte für den Faktor ‚Instruktionsform' (F=4,983, p<.05) und die Leistungsgruppen (F=69,105, p<.000). Die Vergleiche der Mittelwerte des mathematischen Posttests (Tab. 7.44) stellen bei den komplexen Textaufgaben die signifikant besten Leistungen bei den Schülerinnen und Schülern heraus, die im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm unterrichtet wurden. Die Vergleiche der bonferroni-adjustierten Mittelwerte weisen - wie in der Forschungshypothese F_4 erwartet - auch bei den komplexen Textaufgaben das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm sowohl gegenüber dem alltagsnahen Trainingsprogramm als auch gegenüber dem Vergleichsunterricht als das Programm aus, bei dem die Lernenden die signifikant besten Leistungen im Modellierungstest erzielen. Bei den komplexen Textaufgaben ergeben sich im alltagsnahen Trainingsprogramm gegenüber dem Vergleichsunterricht lediglich wieder Mittelwertunterschiede, die statistisch nicht von Bedeutung sind.

	SS	df	MQ	F	p	Eta^2
Konstante	3911,024	1	3911,024	1831,963	,000	,895
instruct	21,277	2	10,638	4,983	,008	,044
vorleist	295,061	2	147,531	69,105	,000	,392
instruct * vorleist	5,811	4	1,453	0,681	,606	,013
Fehler	456,865	214	2,135			

Tabelle 7.43: Univariater Signifikanztest für die Posttestleistung bei komplexen Textaufgaben (abhängige Variable: s_ko_na)

	Mittelwerte und Standardabweichungen		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adj Post-Hoc-Vergleiche	
Instruktion	M	S	Untergrenze	Obergrenze		Signifikanz
alltagsnah	4,019	0,163	3,698	4,339	abstrakt	,000
					Vergleich	,552
abstrakt	4,541	0,166	4,214	4,869	alltagsnah	,000
					Vergleich	,000
Vergleich	4,094	0,168	3,762	4,426	alltagsnah	,552
					abstrakt	,000

Tabelle 8.44: Posttestleistungen im Faktor Trainingsprogramm bei den komplexen Textaufgaben (abhängige Variable: s_ko_na)

7.2.2.3 Posttestleistungen bei den gesamten Textaufgaben

Die Gesamtauswertung in Bezug auf die mathematischen Leistungen im Modellierungs-Posttest, in die die einfachen und komplexen Textaufgeben einbezogen wurden, errechnet - wie bereits die vorhergehenden Analysen vermuten lassen - signifikante Effekte für die Instruktionsform, in der die Schülerinnen und Schüler unterrichtet wurden ($F=5{,}652$, $p<.05$), und den Faktor ‚Vorleistung' ($F=115{,}636$, $p<.000$).

Zusammengefasst sind insgesamt deutlich bessere mathematische Posttestleistungen bei den Schülerinnen und Schülern zu verzeichnen, die in den Unterrichtssequenzen des Mathematikunterrichts im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm unterrichtet wurden. Die Effektstärke liegt mit .05 zwar insgesamt wieder im unteren Bereich, es geht aber aus den Post-Hoc-Mittelwertvergleichen (Tab. 7.46) erneut hervor, dass das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm sowohl gegenüber dem alltagsnahen Trainingsprogramm als auch gegenüber dem mathematischen Vergleichsunterricht das Trainingsprogramm mit den signifikant besten mathematischen ModellierungsPosttestleistungen ist - diesbezüglich konnten die Forschungshypothesen bestätigt werden (vgl. Forschungshypothesen F_3 und F_4).

Auch in der Gesamtauswertung erweisen sich die mathematischen Modellierungs-Posttestleistungen bei den mathematischen Textaufgaben im alltagsnahen Trainingsprogramm gegenüber dem Vergleichsunterricht als statistisch nicht relevant. Das alltagsnahe mathematische Trainingsprogramm inkorporiert demnach nicht die erwartete Effektivität in Bezug auf die Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit (vgl. Forschungshypothesen F_1 und F_2).

	SS	df	MQ	F	p	Eta^2
Konstante	23171,258	1	23171,258	3316,776	,000	,939
instruct	78,977	2	39,488	5,652	,004	,050
vorleist	1615,689	2	807,844	115,636	,000	,519
instruct * vorleist	11,500	4	2,875	0,412	,800	,008
Fehler	1495,021	214	6,986			

Tabelle 7.45: Univariater Signifikanztest für die Posttestleistung bei den gesamten Textaufgaben (abhängige Variable: s_ges_na)

Instruktion	Mittelwerte und Standardabweichungen M	S	95% Konfidenzintervall Untergrenze	Obergrenze	Bonferroni-adj Post-Hoc-Vergleiche	Signifikanz
alltagsnah	10,043	0,307	9,438	10,649	abstrakt	,000
					Vergleich	,126
abstrakt	11,273	0,314	10,654	11,892	alltagsnah	,000
					Vergleich	,000
Vergleich	9,925	0,318	9,298	10,552	alltagsnah	,126
					abstrakt	,000

Tabelle 7.46: Lernzugewinne im Faktor Trainingsprogramm bei den gesamten Textaufgaben (abhängige Variable: s_ges_na)

7.3 Diskussion der mathematischen Ergebnisse

7.3.1 Die Effektivität abstrakt-symbolischer Aktivitäten

Die dargestellten Ergebnisse bestätigen die Vermutungen, dass die abstrakt-symbolischen Aktivitäten der Problemlösung beim Umgang mit Textaufgaben eine insgesamt bessere Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit erreichen. Die zielgerichteten Prozesse der abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung, die den Blick auf abstrahierbare Modelle der Problemlösung richten, führen im Mathematikunterricht der Grundschule beim Umgang mit Textaufgaben zu deutlich größeren Lernzugewinnen in allen Leistungsgruppen, als die Prozesse der alltagsnahen Handlungsorientierung oder des Vergleichsunterrichts. Es ist demnach zu fordern, dass die Aktivitäten im Grundschulunterricht mehr als bisher darauf abzielen abstrahierbare Modelle der mentalen Repräsentation zu entwickeln, als Vorstellungen, die an konkrete Größenrepräsentanten, Objekte, Materialien usw. gebunden sind. Diese notwendige Forderung ergibt sich aus der vorliegenden Untersuchung letztlich v.a. daraus, weil in den vorgestellten Aktivitäten drei zentrale Aspekte der mentalen Repräsentation systematisch in den Blick genommen werden (vgl zusammenfassend Lorenz 1998):

a. Im Zuge der abstrakt-symbolischen (und auch der alltagsnahen) Handlungsorientierung wird der figurale Aspekt einer Problemsituation mental abgebildet - es handelt sich dabei um die Repräsentation der quantitativen Elemente der jeweiligen Problemsituation als „Formate" (im Sinne von Rumelhart & Norman 1988). Wesentlich bei der Lösung mathematischer Textaufgaben ist es, dass die mentalen Modelle die in der Problemsituation enthaltenen Größenträger und die relevanten Handlungen (z.B. des Hinzufügens, Vergleichens usw.) auf Ebene der internen Repräsentation besonders leicht ausführbar und kontrollierbar abbilden müssen (vgl. Dörfler 1988a, 1988b), d.h. die eine Problemsituation konstituierenden Handlungen bzw. Handlungsvorstellungen müssen sich mental klar ablesen und rekonstruieren lassen. Auf welche Art und Weise ein Lernender diesen figuralen Aspekt der Problemsituation mental repräsentiert, kann dabei von Individuum zu Individuum sehr unterschiedlich sein. So können z.B. Plättchen oder Punktbilder für endliche Mengen, Stäbe für Längen usw. mental abgebildet sein. Es ist davon auszugehen, dass der figurale Aspekt nicht das Wiederspiegeln von Wahrnehmungsprozessen beschreibt, sondern die bildliche Form des Wissens um ein einen Repräsentanten bzw. ein Objekt, so dass zusätzliches Wissen und subjektive Erfahrungen den figuralen Aspekt eines mentalen Modells beeinflussen (vgl. v. Glasersfeld 1997). Gemäß den vorgestellten Ergebnissen wurde gezeigt, dass die mathematische Modellierung einer Problemsituation in der abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung erleichtert wird, weil dabei der figurale Aspekt einer Problemsituation stets auf ein mathematisches Symbol reduziert wird – in Form eines Ortes auf dem verwendeten mathematischen Anschauungsmaterial (Zahlenstrahl, Hundertertafel), z.B.: eine endliche Menge wird als entsprechende Stelle auf dem Anschauungsmittel markiert, die sich aus der durch die zur endlichen Menge gehörenden Kardinalzahl ergibt.

b. Unter dem operativen Aspekt des konstruierten mentalen Modells einer Problemsituation wird im Sinne der „Prozesse" (vgl. Rumelhart & Norman 1988) die mentale Abbildung der durch die Problemsituation gegebenen Handlungen bzw. Handlungsvorstellungen verstanden (vgl. Dörfler 1987a). Fortgeschrittene Problemlöser klassifizieren gegebene Problemsituationen auf Grund standardisierter Handlungen bzw. Handlungsvorstellungen (vgl. Chi, Feltovich & Glaser 1981; Silver 1981). Die standardisierten Handlungen bzw. Handlungsvorstellungen entsprechen letztlich den jeweiligen Grundvorstellungen (siehe die Systematik von Carpenter & Moser in 2.3.1): Zur Lösung des Problems muss nur erkannt werden, um welche Art des Problems es sich handelt (Dazugebe-Problem, Vergleichs-Problem usw.) und welche Größen jeweils bekannt bzw. gesucht sind. In Bezug auf den operativen Aspekt einer Problemsituation kann auf Grund der Ergebnisse davon ausgegangen werden, dass die abstrakt-symbolische Problemlösung die mathematische Modellierung dadurch erleichtert, dass die eine Problemsituation konstituierenden Handlungen bzw. Handlungsvorstellungen stets auf die jeweiligen sekundären Grundvorstellungen als ‚Bewegungen' bzw. ‚Zustände' am mathematischen Anschauungsmittel reduziert werden (siehe 2.3.2).

c. Der symbolische Aspekt eines mathematischen Modells erlangt eine besondere Bedeutung insofern, als er die Verbindung beider obiger Aspekte - des figuralen und des operativen Aspekts - herstellt. Im Zuge der mathematischen Problemlösung sind mentale Modelle zu entwickeln, die von den figuralen und operativen Eigenschaften der Handlungsobjekte abgehoben sind und einen eigenständigen Charakter dahingehend besitzen, dass sie den figuralen und den operativen Aspekt mit mathematischen Symbolen verknüpfen und unter symbolischem Aspekt die Handlungen bzw. Handlungsvorstellungen schematisch-algorithmisch ausführbar machen (vgl. Lorenz 1998, S.79). Dieser wesentliche Aspekt der Problemlösung stellt sicher, dass eine Problemsituation auf der mathematischen Ebene als Term, Gleichung usw. dargestellt werden kann. Die abstrakt-symbolische Handlungsorientierung erleichtert die Konstruktion des symbolischen Aspekts, weil bereits sowohl der figurale Aspekt der Problemsituation als auch der operative Aspekt der Problemsituation bei der Konstruktion mentaler Modelle jeweils Verknüpfungen zum mathematischen Anschauungsmaterial in Form sekundärer Grundvorstellungen herstellen – diese mathematischen Darstellungsformen wiederum beinhalten und repräsentieren bereits explizit die mathematische Symbolik.

Die resultierende interne Repräsentation der Addition und Subtraktion auf der Grundlage der konstituierenden Handlungen ergibt sich im Sinne dieser drei Aspekte als Komplex einer subjektiven Konstruktion (vgl. v. Glasersfeld 1997) aus figuralen, operativen und symbolischen Modell-Aspekten. Eine umfassende mathematische Modellierungsfähigkeit in Bezug auf Problemsituationen der Addition und Subtraktion setzt eine breite Entwicklung interner Vorstellungsbilder einerseits durch Erfahrung, andererseits durch Lernprozesse auf der Basis entsprechender figuraler Modelle (sowohl auf enaktiver als auch auf ikonischer Ebene), operativer Modelle (als die Gesamtheit der die mathematischen Operationen konstituierenden Handlungen) und symbolischer Modelle (als die interne Verknüpfung von figuralen und operativen Modellen auf symbolisch algorithmischer Ebene) voraus. In den dargestellten Ergebnissen konnte gezeigt werden, dass die abstrakt-symbolische Handlungsorientierung die Modellierung mathematischer Problemstellungen dadurch erleichtert, dass die Problemlösung durch eine Fokussierung von Aufmerksamkeit (auf relevante Elemente, Zustände, Phasen und Beziehungen zwischen Elementen der Problemsituation) mit Hilfe externer Repräsentationen geleistet wird, die sowohl figurale und operative als auch symbolische Modell-Aspekte ergänzend-integrativ zu den Handlungen bzw. Handlungsvorstellungen hinzutreten lässt, anstatt sie aus diesen zu abstrahieren – derartige kognitive Prozesse gilt es im mathematischen Grundschulunterricht in den Blick zu nehmen.

7.3.2 Die Problematik des Vorgehens ‚Vom Konkreten zum Abstrakten'

Die Unterrichtssequenzen des alltagsnahen Trainingsprogramms konnten nicht die erwartete und vermutete (und in den Forschungshypothesen formulierte) Effektivität gegenüber „herkömmlichem" Mathematikunterricht in Bezug auf die Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit erzielen. Insgesamt muss sich somit auf Grund der präsentierten Ergebnisse der aktuelle Mathematikunterricht durchaus der Kritik stellen, ob allein das traditionell im Mathematikunterricht übliche Vorgehen ‚vom Konkreten zum Abstrakten' ausreicht, um im Mathematikunterricht der Grundschule die Modellierungsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler in optimaler Weise zu fördern. Ansatzpunkte zur Interpretation und Diskussion dieser Tatsache sind v.a. in zwei Aspekten zu suchen (vgl. dazu Schütte 1994), die bereits im Stufenmodell von Riley, Greeno & Heller (siehe 7.1.4) angedeutet sind.
Ein erster Aspekt konstituiert sich darin, dass auch bei einfachen Textaufgaben nicht (und schon gar nicht bei komlexen Textaufgaben) von vorne herein sichergestellt ist, dass durch ein Vorgehen ‚vom Konkreten zum Abstrakten' die Schülerinnen und Schüler die einer Problemsituation zu Grunde liegende Handlungsstruktur ohne weiteres handlungsmäßig simulieren, in eine eigene Skizze übertragen oder daraus ein adäquates mentales Situationsmodell konstruieren können. Ein derartiger Prozess der Übertragung wird v.a. dadurch erschwert, dass der Prozesscharakter einer (dynamischen) Handlung oftmals schwer abzubilden ist. Eine wesentliche Schwierigkeit von Problemsimulationen oder skizzenhaften Darstellungen liegt insbesondere dann vor, wenn das sukzessive

Moment einer Problemsituation in ein simultanes Moment zu übertragen ist (z.B. in Form einer Skizze) oder wenn nach der konkreten oder mentalen Simulation der Problemsituation an einem resultierenden Handlungsprodukt eine gesuchte Größe abzulesen ist, so z.B. bei der Aufgabe ‚einfach IV' (siehe 7.1.4.1):

Steffen hat 28 Euro. Am Wochenende bekommt er Taschengeld. Jetzt hat er 35 Euro. Wie viel Taschengeld hat Steffen bekommen?

Eine wesentliche Schwierigkeit bei der Modellierung dieser Problemsituation, der die Handlung bzw. die primäre Grundvorstellung des Dazugebens zu Grunde liegt, ist die Notwendigkeit einer simultanen Repräsentation der jeweiligen in der Problemsituation enthaltenen Größen, wenn anfangs eine bekannte Ausgangsgröße vorhanden ist zu der eine unbekannte Größe dazugegeben wird und anschließend die bekannte Endgröße vorhanden ist. Bei der Simulation der Handlung bleibt z.B. nur die Möglichkeit der räumlichen Trennung der jeweiligen Größen (Ausgangs- und Veränderungsgröße). Bei der skizzenhaften Darstellung der Problemsituation wäre z.B. die Möglichkeit einer Hilfsnotation (z.B. die Veranschaulichung des Dazugebens mit Pfeilen) gegeben. Insgesamt führt der Modellierungsprozesses nur dann zu einer erfolgreichen Problemlösung, wenn der dynamische Prozess des Dazugebens von Größenrepräsentanten in einem statischen mentalen Modell repräsentiert werden kann, das es ermöglicht statisch die Beziehungen zwischen den durch die Repräsentanten gegebenen Größen zu modellieren, d.h. eine dynamische Problemsituation muss in ein statisches mentales Beziehungsmodell transformiert werden. In der abstrakt-symbolischen Problemlösung werden den Schülerinnen und Schülern mathematische Darstellungsmittel angeboten, die diese Schwierigkeit nicht beinhalten. Die Größen werden in Form von Symbolen auf dem mathematischen Darstellungsmittel repräsentiert, wobei alle quantitativen Situationselemente der vorgegebenen Textaufgaben zeitlich simultan abgebildet und repräsentiert, eingesehen und zur Problemmodellierung herangezogen werden können.

Ein zweiter Aspekt konstituiert sich darin, dass in einer konkreten oder mentalen Handlungssimulation oder einer Skizze zu einer gegebenen mathematischen Textaufgabe nicht selbstverständlich die mathematische Struktur der Problemsituation erkennbar ist. Diese Struktur muss erst aus der Skizze „herausgelesen“ werden, d.h. entscheidend dabei ist, dass die Handlungen mit den konkreten Größenrepräsentanten oder die Skizze zur Textaufgabe mentale Vorstellungsbilder zu aktivieren vermag, die die in der Problemsituation enthaltenen Objekte, Gegebenheiten und Sachverhalte sowie die Aktionen und Beziehungen dieser Komponenten - also den gesamten situativen Kontext des Problems - in der jeweiligen Anforderungssituation derart mental aktualisiert repräsentierbar machen, dass sie die figuralen, operativen und symbolischen Aspekte der Problemsituation beinhalten (siehe 5.1). Veranschaulichung einer Problemsituation, sei sie nun intendiert auf enaktiver oder ikonischer Ebene, setzt bei den Schülerinnen und Schülern also immer kognitive Prozesse der mathematischen Strukturerkennung voraus. Erst wenn das mathematische Modell der Struktur erkannt ist, dann ist es leicht diese in einer Simulation oder skizzenhaften Darstellung der Problemsituation wiederzuerkennen - Bauersfeld (1983) liefert in der Theorie der ‚Subjektiven Erfahrungsbereiche' eine mögliche Erklärung: Die konkrete, bildhafte und symbolische Darstellung einer Problemsituation findet bei den Schülerinnen und Schülern zunächst in voneinander getrennten subjektiven Erfahrungsbereichen statt; Übersetzungsprozesse zwischen den Darstellungsebenen erfordern, dass das Verständnis der Problemsituation im jeweiligen aktualisierten Erfahrungsbereich ebenfalls vorhanden ist. Es müsste hierfür aber ein übergeordneter Erfahrungsbereich vorhanden sein, der das Erkennen der gemeinsamen mathematischen Struktur sicherstellt. Eine derartige kognitive Leistung, die diesem Prozess zu Grunde liegt, wird im Mathematikunterricht häufig unterschätzt. Es werden Modellierungshilfen in Form von konkreten Materialien oder Skizzen angeboten, die aber gerade die beschriebenen Übersetzungsprozesse voraussetzen und damit auf Grund der noch nicht durchdrungenen mathematischen Struktur der jeweiligen Problemsituation von den Schülerinnen und Schülern noch nicht vollzogen werden können.

„Für Kinder sind konkrete subjektive Erfahrungsbereiche nicht automatisch strukturell erfassbar" (Schütte 1994, S.57), so dass also gerade im Erkennen des Zusammenhangs zwischen konkreter, ikonischer und symbolischer Darstellung das wesentliche Verständnis einer vorgegebenen Problemsituation unter mathematischen Aspekten liegt, das es bei der Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit in den Blick zu nehmen gilt.

7.3.3 Zur Kritik an den Trainingsprogrammen

In der vorliegenden Studie wurden aus Gründen der Darlegung zentraler Effekte einer alltagsnahen bzw. abstrakt-symbolischen Zugangsweise zu Textaufgaben zwei Trainingsprogramme zur Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit in (reinen) Formen vorgestellt, wie sie letztlich im Alltag des Mathematikunterrichts der Grundschule nicht praktiziert werden (sollten). Eine derart strikte Trennung zwischen alltags-

nahen und abstrakt-symbolischen Aktivitäten im Mathematikunterricht wurde ausdrücklich nur zu vorliegenden Forschungszwecken vorgenommen.
Bereits die Analyse der mathematischen Einzelitems (siehe 7.1.4) zeigt, dass nicht alle Schülerinnen und Schüler vom abstrakt-symbolischen Unterricht in gleicher Weise profitieren, und dass nicht bei allen Textaufgaben in gleicher Weise vom abstrakt-symbolischen Programm profitiert wird. Ein effektiver Mathematikunterricht, der sich zum Ziel setzt die Modellierungsfähigkeit der Grundschulkinder zu fördern, muss Elemente beider Trainingsprogramme beinhalten, um vielfältige, flexibel anwendbare und nicht einseitige Vorstellungen und Einsichten in Zahlbeziehungen aufzubauen, auf die dann im Modellierungsprozess bei der Lösung mathematischer Problemstellungen zurückgegriffen werden kann. Es ist zu betonen, dass an den Trainingsprogrammen der Studie wesentliche Kritikpunkte erwähnt werden müssen, die einerseits zur Interpretation und Klärung der relativ geringen Effektstärken der jeweiligen Lernzuwächse herangezogen werden können, die andererseits teilweise auch Erklärungsaspekte für den relativ geringen Erfolg des alltagsnahen Trainingsprogramms liefern können (zu den folgenden Kritikpunkten vgl. die systematischen Ausführungen von Rolus-Borgward 2002).

7.3.3.1 Vorerfahrungen beim Lösen von Textaufgaben

Wie bereits dem mathematischen Prätest zu entnehmen ist, sind die Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler bei einem derart komplexen Prozess der mathematischen Modellbildung anhand der Bearbeitung einer Textaufgabe äußerst unterschiedlich. Einzelne Schülerinnen oder Schüler sind demnach sicherlich in der Lage einige oder gar viele der in den Trainingsprogrammen angebotenen Textaufgaben teilweise selbstständig zu bewältigen, während ein großer Teil der Schülerinnen und Schüler mehr oder weniger Hilfestellung z.B. in Form von Problemdarstellungs- oder Problemlösestrategien benötigt, um eine mathematische Problemstellung im Zuge einer adäquaten Modellierung der Textaufgaben bewältigen zu können.
Durch die in den vorgestellten Trainingsprogrammen gewählte methodische Vorgehensweise, bei der eine relativ festgelegte Abfolge von aufgabenspezifischen Strategien (z.B. Anfertigen von Skizzen, Simulation der Problemsituation mit konkreten Größenrepräsentanten, Markieren der Quantitäten auf mathematischen Darstellungsformen

usw.) vermittelt wird, findet ein Anknüpfen an individuelle Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler teilweise nur unzureichend statt. In Bezug auf die mentalen Ressourcen der Schülerinnen und Schüler wird bei beiden Trainingsprogrammen nicht berücksichtigt, welche Grundvorstellungen bei den Schülern zur Lösung der jeweiligen Problemsituation bereits entwickelt sind, und welche eigenen - auf der Basis der jeweiligen Grundvorstellungen entstandenen - Lösungsansätze und Lösungsstrategien zum Verständnis und zur Lösung der jeweiligen Problemsituation herangezogen werden können. Somit wird ein grundlegendes Element konstruktivistischer Lernarrangements ignoriert, das für die optimale Gestaltung von Lehr- und Lernsituationen notwendig ist. Die Trainingsprogramme haben zwar zum Ziel die zur mathematischen Problemlösung notwendigen Grundvorstellungen über aufgabenspezifische Strategien zu aktivieren - aber: „Ohne die Berücksichtigung und bewusste Verarbeitung des bereits vorhandenen Wissens über aufgabenspezifische Strategien sowie der bisher angewandten Verfahrensweisen (…), besteht (…) eine hohe Wahrscheinlichkeit, dass die Schülerinnen und Schüler nach der Beendigung des Trainings wieder in ihre alten Gewohnheiten zurückfallen. Dies tritt vor allem dann auf, wenn mit der Anwendung der im Training vermittelten Strategien ein hoher Zeitaufwand verbunden ist.“ (Rolus-Borgward 2002, S.129)

7.3.3.2 Metakognitive Aspekte bei mathematischen Problemlösungen

Die zentralen Elemente im mathematischen Modellierungsprozess zur Aktivierung mathematischer Grundvorstellungen innerhalb der beiden Trainingsprogramme können auch als Problemdarstellungs- bzw. Problemlösestrategien als Teil metakognitiver Aktivitäten der Planung, Überwachung und Regulation kognitiver Prozesse bei der Bearbeitung von Textaufgaben aufgefasst werden (vgl. Garofalo & Lester 1985; Lester 1985; Beyer 1987; Gray 1991; Rolus-Borgward 2002). Der Einfluss von metakognitivem Wissen bei der Auseinandersetzung mit mathematischen Problemsituationen wird in der Metakognitionsliteratur vielfach beschrieben und hinreichend belegt (vgl. Montague 1997; Rolus-Borgward 1999).
Aus der Sicht der Metakognitionsforschung beinhalten die in der vorliegenden Studie untersuchten Trainingsprogramme Problemdarstellungsstrategien zur Entwicklung und Aktivierung mathematischer Grundvorstellungen - v.a. zur Realisierung metakognitiver

Planungsprozesse: Die konkrete oder mentale Simulation einer vorliegenden Problemsituation mit konkreten Größenrepräsentanten oder die Übertragung der Problemsituation in eine mathematische Darstellungsform dient aus dieser Sicht der Auswahl aufgabenspezifischer Strategien mit dem Ziel der generellen Planung von Vorgehensweisen beim Lösen von mathematischen Textaufgaben (z.B. dem Verständnis der Problemsituation, der Auswahl geeigneter Rechenoperationen usw.).

Aus dieser Perspektive jedoch werden in den beiden Trainingsprogrammen (weitere) zentrale metakognitive Überwachungs- und Regulationsprozesse vernachlässigt. Überwachungsprozesse sind aus diesem Blickwinkel bei der mathematischen Problemlösung notwendig als Evaluierungsprozesse, die den Einsatz der angewendeten Problemdarstellungs- bzw- Problemlösestrategien bezüglich des Fortschritts bei der Lösung und Modellierung der jeweiligen mathematischen Textaufgaben hinterfragen. Metakognitive Regulationsprozesse stellen Kontrollprozesse dar, die notwendig werden, wenn die durchgeführten Problemdarstellungs- bzw. Problemlösestrategien sich im Modellierungsprozess als unproduktiv herausgestellt haben, der Modellierungszyklus verändert oder erneut durchlaufen werden muss, um das jeweils vorliegende Problem adäquat zu modellieren und zu lösen.

Auf der Ebene der Metakognitionsforschung reicht es demnach nicht aus die zentralen Grundvorstellungen zur jeweiligen mathematischen Modellbildung zu entwickeln und zu aktivieren. Vielmehr müsste, um auf individuelle Probleme beim Lösen mathematischer Textaufgaben einzugehen, letztlich der unzureichenden Entwicklung von Wissen über Strategien der Problemdarstellung sowie deren Anwendung und Überwachung bei der Auseinandersetzung mit dem Aufgabentext Rechnung getragen werden mit dem Ziel ein ausreichendes, metakognitives Verständnis im Hinblick auf das Textaufgabenproblem zu erarbeiten.

7.3.3.3 Die Verschränkung kognitiver Prozesse im Modellbildungsprozess

Textaufgaben besitzen den Charakter mathematischer Problemlöseaufgaben, sie inkorporieren jedoch die Besonderheit, dass die Problemsituation in Form einer schriftlichen Information präsentiert wird. Damit ist bereits eine wesentliche Phase in der Bewältigung einer Textaufgabe im Verständnis der sprachlichen Information und Struktur der Problemsituation begründet. Die Bedeutung dieses zentralen kognitiven Prozesses bei der Auseinandersetzung mit Textaufgaben wird in den Trainingsprogrammen nur unzureichend beachtet. Zwar werden in den beiden Trainingsprogrammen Problemdarstellungs- und Problemlösestrategien vermittelt - diese erfordern aber eigentlich bereits im Vorfeld der Modellbildung ein (vertieftes) Verständnis der sprachlichen Oberflächenstruktur (siehe 3.2.1) der vorliegenden Problemsituation. Zudem werden in den beschriebenen Trainingsverfahren zentrale Vorgehensweisen bei der mathematischen Modellierung einer Problemsituation als wesentliche Mittel zur Entwicklung und Aktivierung der jeweils relevanten Grundvorstellungen thematisiert. Die Schülerinnen und Schüler werden mit einer Strategie zur Darstellung der Problemsituation auf mathematischer Ebene in Form eines ‚fertigen' Bearbeitungsprozesses konfrontiert, dessen mentale Durchdringung neben dem Verständnis der mathematischen Problemsituation eine weitere wesentliche kognitive Anforderung neben der Bearbeitung der jeweiligen mathematischen Aufgabe darstellt. Es liegt nun auf Seiten der Schülerinnen und Schüler nicht nur daran das basale Verständnis einer vorliegenden Problemsituation in Form eines ‚conceptual model' zu entwickeln, sondern im Zuge dieses Verständnisprozesses zudem eine der beschriebenen Strategien anzuwenden. Damit wird eine Vielzahl kognitiver Prozesse ineinander verknüpft - das Aktivieren von Modellen, die die mathematische Struktur einer Sachsituation enthält, bedarf insgesamt einer Vielzahl kognitiver Prozesse, die in einem erfolgreichen Modellbildungsprozess ineinander verschränkt sind und einander bedingen. Bei Schülerinnen und Schülern, die in einzelnen Phasen des Problemlöseprozesses überfordert sind, können die folgenden kognitiven Prozesse zur Aktivierung falscher (d.h. nicht zur Problemsituation passender) Grundvorstellungen oder zur Entwicklung von Fehlvorstellungen im Modellierungsprozess führen (vgl. Baptist & Ulm 2002):

– **Der Prozess des Idealisierens:**
  Um mathematische Problemstellungen adäquat zu modellieren, ist es notwendig Größen, Voraussetzungen und Bedingungen der Problemsituation zu berücksichtigen, zu erfassen und innerhalb des Modellbildungsprozesses mathematisch darzustellen. Dazu sind Idealisierungen notwendig, d.h. Vereinfachungen derart, dass gewisse Strukturen der Problemsituation in Bezug auf den mathematischen Situationsaspekt vernachlässigt werden können. Diese Idealisierungen sind aber von Situation zu Situation und je nach mathematischer Problemstellung innerhalb derselben Sachsituation äußerst unterschiedlich. In der Aufgabe „Tim schneidet von einer 16 Zentimeter langen Holzstange erst 7 Zentimeter ab, dann

5 Zentimeter.“ (‚komplex II’; siehe 7.1.4.2) kann beispielsweise unter der Problemstellung „Wie viel Zentimeter hat Tim insgesamt abgeschnitten?“ die Ausgangsgröße von 16 Zentimetern vernachlässigt werden, während unter der Problemstellung „Wie lange ist der Rest der Stange?“ diese Ausgangsgröße nicht vernachlässigt werden kann.

– **Der Prozess der (konkreten oder mentalen) Simulation:**
  Mit Blick auf die beiden obigen Problemstellungen zur selben Sachsituation können unterschiedliche mentale Modelle zur Problemlösung herangezogen werden. Die Problemstellung „Wie lange ist der Rest der Stange?“ kann beispielsweise durch die Grundvorstellung des sukzessiven ‚Weggebens’ der Größen von 7 Zentimeter und 5 Zentimeter einerseits oder durch die Grundvorstellung des ‚Weggebens’ der aus 7 Zentimeter und 5 Zentimeter zusammengesetzten Gesamtgröße andererseits repräsentiert sein - welches Modell das bessere ist, ist nicht von vorne herein zu entscheiden. Auch wenn die Simulation der Problemstellung mit konkreten Repräsentanten (z.B. einem Strohhalm als Längenrepräsentant) nachvollzogen werden kann und damit geeignete Grundvorstellungen (des sukzessiven Weggebens oder des Weggebens der zusammengesetzten Größe) aktiviert werden, kann die Problemstellung nur dann mathematisch modelliert werden, wenn zudem ein kognitiver Begleitprozess die Aufmerksamkeit im Problemlöseprozess auf nur eines der beiden Modelle und die im jeweiligen Modell dabei entsprechend gesuchte Größe lenkt. Grundsätzlich können beide Modelle im Lösungsprozess parallel aktiviert werden und - im Falle, dass die Modelle auf mentaler Ebene nicht unabhängig voneinander repräsentiert sind - eine adäquate Problemrepräsentation und Problemlösung hemmen.
– **Der Prozess der Interpretation:**
  Falls die Problemrepräsentation nach der Anwendung von Rechenverfahren zu einem mathematischen Resultat führt, so müssen die erhaltenen Resultate inhaltlich in Bezug auf die Sachsituation interpretiert werden. Erst diese Interpretation läßt erkennen, ob sich das gewählte mathematische Modell im Hinblick auf die Problemlösung als erfolgreich erwiesen hat. Wenn im Zuge der Modellierung verschiedene mathematische Modelle aktiviert wurden, so verschränken sich die Prozesse der Interpretation mit den Prozessen der Fokussierung der Aufmerksamkeit auf eines der Modelle und die in den Modellen jeweils relevanten (gesuchten) Größen. Dazu ist es notwendig die ursprüngliche Problemsituation pa-

rallel zu den repräsentierten Modellen und den erhaltenen mathematischen Resultaten mental zu repräsentieren.

Zusammengefasst kann festgestellt werden, dass in den Trainingsprogrammen unterstellt wird, dass die Strategien der Problemsimulation bzw. der Übertragung der Sachsituation in mathematische Darstellungsmittel zu einem vertieften Verständnis der jeweiligen Problemsituation führen (sollen), letztlich werden aber damit in den Prozess der mathematischen Modellbildung weitere kognitive Prozesse verflochten, die nicht selbstverständlich implizieren, dass sie wirklich zu einem vertieften Verständnis der Aufgabeninformationen und der Aufgabenstruktur beitragen - die zusätzliche Beachtung vorgegebener strategischer Vorgehensweisen im Sinne der Trainingsprogramme kann innerhalb des Modellierungsprozesses eine individuelle Überforderung darstellen.

7.3.4 Zur Begrifflichkeit: ‚Alltagsnähe' und ‚Handlungsorientierung'

„Alltagsnähe" (oder der in der Literatur häufiger zu findende Terminus „Lebensnähe") und „Handlungsorientierung" sind in der Pädagogik und Mathematikdidaktik häufig verwendete Begriffe. Die bisherigen Ausführungen haben gezeigt, dass diese Begriffe nach Hasemann & Stern (2002) in einen Kontext gestellt werden, der teilweise von der Tradition der pädagogischen Diskussion abweicht bzw. nur Teilaspekte berücksichtigt. Deshalb erfolgt im Folgenden eine Einordnung, Abgrenzung und Diskussion der in der vorliegenden Studie verwendeten Begrifflichkeiten.

Die Ursprünge des Begriffs Lebensnähe wurzeln in der Reformpädagogik im Bereich der sog. volkstümlichen (d.h. auf praktisch-handwerkliche oder kaufmännisch ausgerichtete) Bildung, wo das Prinzip der Lebensnähe zum Unterrichtsprinzip schlechthin erhoben wurde, zum Hauptauswahlkriterium für Unterrichtsinhalte und -methoden. Mit Alltagsnähe wird im Zusammenhang mit Schule und Unterricht letztlich eine Subjektorientierung der unterrichtlichen Bemühungen verstanden, d.h. eine Orientierung des Unterrichts am Leben und am Alltag der Schülerinnen und Schüler (vgl. Bauer 1988, S.235ff). Im Mathematikunterricht meint Lebensnähe häufig die Betonung der Anwendungsorientierung mathematischer Inhalte, also z.B. das Verknüpfen mathematischer Begriffe, Verfahren usw. mit außerschulischen und außermathematischen Kontexten, die den Schülerinnen und Schülern vertraut sind (vgl. Baireuther 1990).

Der Begriff der Lebensnähe wird aber gerade im Mathematikunterricht häufig unter weiteren Blickwinkeln verwendet. Dröge (1995) beispielsweise spricht von Lebensnähe im Zusammenhang mit einem Sachrechenunterricht, der an die alltäglichen Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler anknüpft oder sich an aktuellen Situationen und Ereignissen (z.B. Schulfest, Bundesjugendspiele usw.) orientiert. Im Mittelpunkt eines solchen lebensnahen Sachrechenunterrichts steht die Sinnkonstituierung mathematischer Inhalte ausgehend von authentischen Problemstellungen und Materialien, die den Schülerinnen und Schülern innerhalb der kindlichen Lebenswelt Möglichkeiten zum Entdecken, Erfinden und Verändern mathematischer Problemstellungen und zum selbstständigen Finden von Lösungswegen eröffnet.
Die vorliegende Auffassung des Begriffs Alltagsnähe geht von der konstruktivistischen Perspektive aus, dass die Schülerinnen und Schüler die Bedeutung eines Unterrichtsgegenstandes nicht einfach am jeweiligen Unterrichtsinhalt ablesen können, sondern dass jedes Individuum seine eigenen Vorstellungen eines mathematischen Inhalts konstruiert (vgl. Cobb 1987; v. Glasersfeld 1997). Demnach vernetzen die Schüler die mathematischen Strukturen in einem Sachkontext ausgehend von ihren individuellen Erfahrungen, Gefühlen und Erwartungen – erst in den Vorstellungen des Schülers zu einem bestimmten Kontext kommt der persönliche Bezug zum mathematischen Inhalt zum Ausdruck (vgl. Neth & Voigt 1991). Bauersfeld (1983) thematisiert in seiner Theorie der „Subjektiven Erfahrungsbereiche" die Bereichspezifität (alltäglicher) Erfahrungen, die zunächst im Mathematikunterricht unverknüpft in den Vorstellungen des Schülers nebeneinander präsent sind, auch wenn ihnen gleiche (mathematische) Strukturen zu Grunde liegen. Demnach werden mathematische Vorstellungen zu außermathematischen Sachsituationen stets in spezifischen Kontexten gebildet (vgl. dazu auch den Rahmenbegriff bei Krummheuer 1983; die Kontextgebundenheit des Denkens bei Struve 1990). Vielfach konnte gezeigt werden, dass mathematische Fähigkeiten, die in alltäglichen ökonomischen Situationen erworben werden, getrennt von mathematischen Fähigkeiten, die im schulischen bzw. mathematikunterrichtlichen Kontext erworben wurden, weiterentwickelt, verwendet und angewendet werden (vgl. Carraher, Carraher & Schliemann 1987; Lave 1988; Saxe 1991). Im Zusammenhang mit dem Lösen von Textaufgaben ist davon auszugehen, dass Lösungsmisserfolge möglicherweise deshalb auftreten, weil die Lernenden die jeweiligen Problemstellungen in einem anderen (als dem mathematischen) Kontext stehend interpretieren. „Bei Sachaufgaben kann es bedeuten, daß der Schüler erwartet, daß ein anderer Teil der Schulmathematik in der Sachaufgabe angewendet

wird, oder daß er andere Aspekte des Sachverhalts auf Grund seiner Alltagserfahrungen als bedeutsam ansieht“ (Neth & Voigt 1991, S.81). Aus dieser Sicht kann die Auffassung von Hasemann & Stern (2002) vom Begriff der Alltagsnähe derart zusammengefasst werden, dass durch Simulationen oder skizzenhafte Darstellungen von Problemsituationen in außermathematischen Kontexten Vorstellungen aus subjektiven Erfahrungsbereichen aktiviert werden, um auf diese Weise letztlich eine möglichst große Passung zwischen der Problemsituation, der alltäglich relevanten Sinnstruktur und dem mathematischen Modell zu erzielen.

Der Begriff der Handlungsorientierung reicht ebenfalls in die Reformpädagogik und insbesondere in die Debatte um formale und materiale Bildung und Bildungsansätze zurück. In der schulischen Bildung werden im Zusammenhang mit Handlungsorientierung v.a. die Konzepte von Kerschensteiner und Gaudig diskutiert, die mit ihren Arbeitsschulkonzepten allgemeine Persönlichkeitsmerkmale bilden und formen wollten und dabei die Förderung übergreifender Arbeitstugenden anstrebten (vgl. zusammenfassend Theurer 1997). Das Konzept der Handlungsorientierung geht davon aus, dass das menschliche Individuum ein produktives und realitätsverarbeitendes Subjekt ist (Hurrelmann 1983), das ausgehend von seiner Rationalität, Reflexivität und Konstruktivität das Verhalten bewusst und zielgerichtet organisiert, dabei auf der Grundlage subjektiver Theorien Erwartungen ausbildet, Handlungsfolgen wahrnimmt und bewertet und Erfahrungen verarbeitet (vgl. dazu das „epistemologische Subjektmodell“ von Groeben & Scheele 1977). Demnach sind Lernprozesse eine Funktion der Wechselwirkungen von Persönlichkeits- und Situationsvariablen - die menschliche Tätigkeit und das menschliche Handeln gelten als zentrale Prozesse der Person-Situation-Interaktion. Ausgangspunkt jeder Tätigkeit eines (lernenden) Individuums ist somit die subjektiv wahrgenommene und bewertete Situation. Diese beruht auf mentalen Modellen anzustrebender oder erwarteter Zielzustände und dorthin führender (Lern-)Prozesse. Mit der Tätigkeit wirkt das Subjekt verändernd und gestaltend auf seine Umwelt ein, nimmt schließlich den Erfolg seiner Tätigkeit wahr, bewertet diesen und gewinnt so neue Erfahrungen und Vorstellungen. Handlung wird dabei als eine geplante, absichtsvolle, zielgerichtete, kognitiv regulierte Tätigkeit verstanden, wobei Wissen und Können aus dem praktischen Handeln und dem Wahrnehmen heraus entwickelt werden (vgl. Lantermann 1980; Aebli 1981). Unter allgemeiner didaktisch-methodischer Perspektive steht der Begriff Handlungsorientierung im schulischen Kontext für einen Unterricht, bei dem die

Merkmale der Ganzheitlichkeit des Unterrichts in dreifachem Sinne (personal: kognitiv / affektiv / psychomotorisch; inhaltlich; methodisch), der Selbsttätigkeit der Schüler, der Herstellung von Handlungsprodukten, der subjektiven Schülerinteressen als Ausgangspunkt unterrichtlicher Bemühungen und der Beteiligung der Schüler an der Unterrichtsplanung und Öffnung des Unterrichts den methodischen Verlauf (mit)bestimmen (vgl. Aebli 1981; Theurer 1997).

Die vorliegende Auffassung von Handlungsorientierung nach Hasemann & Stern (2002) reduziert diese allgemeine Auffassung von Handlungsorientierung derart, dass intendiert wird durch Handlungen im Sinne der Simulation oder skizzenhaften Darstellung von Problemsituationen mit den entsprechenden Größenrepräsentanten der Situation bzw. der Übertragung der quantitativen Elemente einer Problemsituation in mathematische Darstellungsmittel einen Zusammenhang zwischen den aktuellen Handlungszuständen und den jeweiligen mathematischen Charakteristika als kognitive Assoziation bzw. als mentaler Akt zu konstruieren (vgl. Volovic 1983). Insbesondere mit Blick auf die vorliegende Auffasung von abstrakt-symbolischer Handlungsorientierung wird bei Lorenz (1998) der Begriff der Handlungsorientierung deutlich herausgestellt: „Der Zahlenstrahl ist vorab ein Strich (…), er wird zum brauchbaren Werkzeug erst dann, wenn durch die Operationen, die an ihm ausgeführt werden, durch Handlungen des Individuums also, dieses die Perspektive darauf verändert, den Zahlenstrahl mit anderen Objekten in Verbindung bringt und gleiche Strukturmerkmale entdeckt. Die Strukturen, die den Veranschaulichungsmitteln innewohnen (sollen), sind (…) mehr als nur ein Wahrnehmungsakt.“ (S.49). Die vorliegende Auffassung von Handlungsorientierung geht also davon aus, dass die Handlungen des Simulierens, Skizzierens bzw. Übertragens in die mathematische Darstellungsform eine entsprechende Aufmerksamkeitsfokussierung im Sinne eines Innehaltens im Wahrnehmungs- bzw. Gedankenfluss erfordern und somit einen kognitiven Zusammenhang zwischen den mathematisch bedeutsamen Situationscharakteristika herstellen können - die äußere Darstellung einer vorliegenden Problemsituation bleibt damit kein nur anschaulich-visueller Akt oder etwas, das in der Vorstellung allein vollzogen werden kann (vgl. v. Glasersfeld 1981).

8. Lernmotivationale Auswertung

Die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung in Bezug auf die Lernmotivation der Schülerinnen und Schüler werden in zwei Teilen präsentiert. In einem ersten Teil werden die untersuchten abhängigen Variablen und Skalen mit den jeweiligen deskriptiven Analysen sowie eine vorbereitende Analyse zur lernmotivationalen Ausgangslage der Schülerinnen und Schüler in den jeweiligen Untersuchungsgruppen berichtet. Der zweite Teil präsentiert Befunde zu den Förderwirkungen der beiden Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts in Bezug auf die Lernmotivation beim Lösen mathematischer Textaufgaben.

8.1 Vorbereitende Analysen

8.1.1 Voranalysen zu den verwendeten Skalen

In einem ersten Berechnungsschritt wurden die unter 6.2.2 dargestellten Items, die das Interesse und die Selbstwirksamkeitserwartungen (sowie in den Kontrollvariablen die leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft, Amotivation und die Einschätzung des instrumentellen Nutzens) thematisieren, zu den Messzeitpunkten 1, 3, 4 und 5 einer Serie konfirmatorischer Faktorenanalysen unterzogen. Die Auswertung erfolgte nach Hauptkomponentenanalysen mit nachfolgender Varimax-Rotation. Nach dem Kaiser-Kriterium (Eigenwerte > 1) konnten theoriekonform fünf Faktoren extrahiert werden (F1 repräsentiert die Items zum Interesse, F2 die Items zur Amotivation, F3 die Items zur Selbstwirksamkeitserwartung, F4 die Items zur Anstrengungsbereitschaft und F5 die Items zur Einschätzung des instrumentellen Nutzens).

Die Tabellen 8.1 und 8.2 zeigen die jeweiligen Ladungsmatrizen zum Messzeitpunkt 1, d.h. die jeweiligen Items wurden hierbei in Bezug auf das Lösen von Textaufgaben im Mathematikunterricht im Allgemeinen operationalisiert, bzw. zum Messzeitpunkt 3, d.h. die Items wurden in Bezug auf das Lösen von speziellen - in der jeweiligen Anforderungssituation vorliegenden - Textaufgaben operationalisiert.[10]

[10] Die Ladungsmatrizen für die Messzeitpunkte 4 und 5 sind im Anhang (A4 und A5) beigefügt.

		Komponente[a]				
		F1	F2	F3	F4	F5
I_1	Ich rechne gerne Textaufgaben.	,586	-,088	,256	,185	,276
I_2	Textaufgaben finde ich sehr interessant.	,704	,088	-,013	-,054	,098
I_3	Bei Textaufgaben brauche ich keine Belohnung, sie machen mir auch so viel Spaß.	,431	-,225	,418	,378	,141
I_4	Textaufgaben bearbeite ich auch in meiner Freizeit gerne.	,474	-,103	,255	,376	,388
I_5	Es ist mir wichtig, Textaufgaben gut lösen zu können.	,629	-,126	,446	,024	,051
I_6	Es ist mit wichtig, beim Lösen von Textaufgaben noch besser zu werden.	,772	-,100	,142	,096	,076
AM_1	Textaufgaben machen mir keinen Spaß.	-,257	,804	-,028	-,017	-,210
AM_2	Es wäre schön, wenn ich in Mathe keine Textaufgaben rechnen müsste.	-,020	,885	-,122	-,142	-,074
AM_3	Schon den Gedanken an Textaufgaben finde ich ätzend.	,074	,859	-,165	-,053	-,076
S_1	Ich glaube, dass ich beim Lösen von Textaufgaben gut bin.	,071	-,074	,838	,029	,037
S_2	Ich glaube, dass ich Textaufgaben ohne Probleme schaffe.	,194	-,004	,659	,163	,149
S_3	Ich glaube, Textaufgaben kann jeder gut schaffen.	,105	-,121	,809	,015	,125
AB_1	Textaufgaben sind eine richtige Herausforderung für mich.	,100	-,036	,127	,763	,171
AB_2	Beim Rechnen von Textaufgaben strenge ich mich voll an	-,005	-,096	,104	,824	,023
AB_3	Bei Textaufgaben bin ich sehr gespannt, wie gut ich abschneiden werde.	,154	-,301	,330	,549	,057
IN_1	Ich glaube, dass Textaufgaben für mein Leben wichtig sind.	,231	-,184	,308	,175	,625
IN_2	Ich glaube, dass ich Textaufgaben in meinem Leben sehr gut gebrauchen kann.	,406	-,073	,164	-,010	,480
IN_3	Ich glaube, dass ich Textaufgaben auch für andere Fächer gut gebrauchen kann.	,262	-,068	,387	,171	,480
IN_4	Ich glaube, dass Textaufgaben im Alltag wirklich nützlich sind.	,018	-,124	,008	,067	,855

a Die Rotation ist in 5 Iterationen konvergiert.
Extraktionsmethode: Hauptkomponentenanalyse.
Rotationsmethode: Varimax mit Kaiser-Normalisierung.

Tabelle 8.1: Ladungsmatrix zum Messzeitpunkt 1

		Komponente				
		F1	F2	F3	F4	F5
I_1	Ich rechne gerne solche Textaufgaben.	,708	-,191	,083	,293	,113
I_2	Diese Textaufgabe finde ich sehr interessant.	,611	,012	-,016	-,103	,070
I_3	Bei dieser Textaufgabe brauche ich keine Belohnung, sie macht mir auch so viel Spaß.	,774	-,131	,086	,079	,206
I_4	Eine solche Textaufgabe bearbeite ich auch in meiner Freizeit gerne.	,662	-,065	,283	,258	,259
I_5	Es ist mir wichtig, diese Textaufgabe gut lösen zu können.	,607	,132	,126	,223	,308
I_6	Es ist mit wichtig, beim Lösen solcher Textaufgaben noch besser zu werden.	,725	-,114	-,033	,054	,259
AM_1	Diese Textaufgabe macht mir keinen Spaß.	-,432	,747	-,089	-,035	-,083
AM_2	Es wäre schön, wenn ich in diese Textaufgabe nicht rechnen müsste.	,037	,872	-,085	-,059	-,032
AM_3	Schon den Gedanken an diese Textaufgabe finde ich ätzend.	-,028	,888	-,081	-,090	-,129
S_1	Ich glaube, dass ich beim Lösen dieser Textaufgabe gut bin.	,097	-,073	,813	-,007	,147
S_2	Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe ohne Probleme schaffe..	,091	-,034	,800	,060	,151
S_3	Ich glaube, diese Textaufgabe kann jeder gut schaffen.	,084	,038	,777	-,031	,168
AB_1	Diese Textaufgabe ist eine richtige Herausforderung für mich.	,227	-,103	,028	,814	-,027
AB_2	Bei dieser Textaufgabe werde ich mich voll anstrengen.	,066	-,025	,219	,786	,149
AB_3	Bei dieser Textaufgabe bin ich sehr gespannt, wie gut ich abschneiden werde.	,083	-,182	,422	,580	,069
IN_1	Ich glaube, dass diese Textaufgabe für mein Leben wichtig ist.	,158	-,267	,071	,017	,783
IN_2	Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe in meinem Leben sehr gut gebrauchen kann.	,343	-,016	,153	-,071	,647
IN_3	Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe auch für andere Fächer gut gebrauchen kann.	,216	-,020	,308	,091	,701
IN_4	Ich glaube, dass diese Textaufgabe im Alltag wirklich nützlich ist.	,389	-,001	,099	,237	,609

Extraktionsmethode: Hauptkomponentenanalyse. Rotationsmethode: Varimax mit Kaiser-Normalisierung.
a Die Rotation ist in 5 Iterationen konvergiert.

Tabelle 8.2: Ladungsmatrix zum Messzeitpunkt 3

Der Motivationsstil in der Unterscheidung zwischen intrinsischer Motivation, identifizierter, introjizierter und externaler Regulation wurde in einer Präferenzrelation erhoben (siehe 6.2.2.1.3). Auf Grund dieses Antwortformats ist es nicht möglich Trennschärfen bzw. Skalen-Reliabilitäten anzugeben, weshalb die jeweiligen Items nicht in die Faktorenanalysen einbezogen werden können. In einem weiteren Berechnungsschritt wurden deshalb Zusammenhänge zwischen den unterschiedlichen in der Studie erhobenen Formen der Lernmotivation geprüft, d.h. es wurde analysiert, inwiefern die im Zuge der Untersuchung erhaltenen Zusammenhänge zwischen den jeweiligen Skalen theoriekonform bestätigt werden können. Dazu wurden die Korrelationen zwischen den unterschiedlichen Formen der Lernmotivation berechnet, wobei alle Skalen (Interesse, Selbstwirksamkeitserwartungen, Motivationsstil, Amotivation, leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft und Einschätzung des instrumentellen Nutzens) in die Analyse einbezogen wurden.

Die Tabelle 8.3 zeigt die Interkorrelationen zum Messzeitpunkt 1 - also ausgehend von der Operationalisierung der Skalen in Bezug auf das Lösen von Textaufgaben im Mathematikunterricht im Allgemeinen. Tabelle 8.4 verdeutlicht die entsprechenden Korrelationen am Beispiel des Messzeitpunkts 3 - also ausgehend von der Operationalisierung der Skalen in Bezug auf das Lösen von speziellen, in der jeweiligen Anforderungssituation vorliegenden Textaufgaben.

								Kontroll-variablen	
	Spearman-Rho	intrinsische Motivation	identifizierte Regulation	introjizierte Regulation	externale Regulation	Interesse	Selbstwirksamkeitserwartung	Anstrengungsbereitsch.	Amotivation
	intrinsische Motivation								
	identifizierte Regulation	-,30**							
	introjizierte Regulation	-,40**	-,26**						
	externale Regulation	-,44**	-,31**	-,16*					
	Interesse	,18**	,11	-,14*	-,20**				
	Selbstwirksamkeitserwartung	,35**	-,06	-,10	-,21**	,47			
Kontroll-variablen	Anstrengungsbereitschaft	,23**	,00	-,10	-,15*	,40	,49**		
	Amotivation	-,15*	,08	-,01	,06	-,29**	-,05	-,16*	
	Instrumenteller Nutzen	,24**	,00	,05	-,31**	,49	,44**	,31**	,01

** Die Korrelation ist auf dem 0,01 Niveau signifikant (zweiseitig).
* Die Korrelation ist auf dem 0,05 Niveau signifikant (zweiseitig).

Tabelle 8.3: Interkorrelationen der Skalen zum Messzeitpunkt 1

	Spearman-Rho	intrinsische Motivation	identifizierte Regulation	introjizierte Regulation	externale Regulation	Interesse	Selbstwirksamkeitserwartung	Kontroll-variablen: Anstrengungsbereitsch.	Kontroll-variablen: Amotivation
	intrinsische Motivation								
	identifizierte Regulation	-,19**							
	introjizierte Regulation	-,35**	-,29**						
	externale Regulation	-,43**	-,40**	-,20**					
	Interesse	,17*	,26**	-,23**	-,24**				
	Selbstwirksamkeitserwartung	,38**	,16*	-,23**	-,34**	,31**			
Kontroll-variablen	Anstrengungsbereitschaft	,28**	,30**	-,27**	-,29**	,39**	,53**		
Kontroll-variablen	Amotivation	-,16*	-,12	,08	,14*	-,33**	-,23**	-,21**	
Kontroll-variablen	Instrumenteller Nutzen	,08	,18**	-,10	-,17*	,50**	,34**	,35**	-,12

** Die Korrelation ist auf dem 0,01 Niveau signifikant (zweiseitig).
* Die Korrelation ist auf dem 0,05 Niveau signifikant (zweiseitig).

Tabelle 8.4: Interkorrelationen der Skalen zum Messzeitpunkt 3

Es lässt sich deutlich erkennen, dass in Bezug auf die Motivationsstile die Annahme eines „Autonomie-Kontinuums“ (Krapp & Ryan 2002, S.63) in Bezug auf das Erleben von Selbstbestimmung und Autonomie in der vorliegenden Untersuchung haltbar ist. Die Ausprägungen der Motivationsstile als Grad der erlebten Selbstbestimmung, die für die intrinsische Motivation, die identifizierte Regulation, die introjizierte Regulation und die externale Regulation getrennt erfasst und miteinander korreliert wurden, zeigen eine „Simplexstruktur" (vgl. ebd., S.63), d.h. die jeweils weiter voneinander entfernten Stufen sind höher (negativ) miteinander korreliert als näher zusammenliegende Stufen des Motivationsstils, die geringsten (negativen) Korrelationen werden für aufeinander folgende Stufen des Motivationsstils verzeichnet.

Da die interessierte Beschäftigung mit einem Lerngegenstand einerseits stets von einer positiven emotionalen Tönung begleitet wird, d.h. ein aktuell ausgeprägtes Interesse mit positiven Gefühlen und Erlebensqualitäten verbunden ist und als angenehm, anregend,

spannend usw. empfunden wird (siehe 4.3.2.2), Lernhandlungen, die auf Grund von Interesse initiiert sind, andererseits auch vom Lernenden selbst gewollt sind und frei von äußeren Zwängen unternommen werden (siehe 4.3.2.4), zeigen sich ebenfalls erwartungsgemäß die positiven Korrelationen zwischen intrinsischem Motivationsstil und Interesse bzw. die negative Korrelation zwischen externaler Regulation und Interesse.
Selbstbestimmte Formen des Motivationsstils sind stets mit dem Empfinden einer besonderen Wertschätzung für den jeweiligen Lerninhalt verbunden (siehe 4.3.2.3), so dass diesem eine hohe persönliche Bedeutsamkeit zugeschrieben wird. Dieser Wertbezug gegenüber einem Lerngegenstand äußert sich darin, dass ein Lernender das Wissen, das er um den jeweiligen Inhalt als etwas persönlich Wichtiges erlebt, erweitern, differenzieren usw. möchte. Die positiven Korrelationen zwischen selbstbestimmten Formen des Motivationsstils und dem Interesse bzw. auch die positiven Korrelationen zwischen den selbstsbestimmten Motivationsstilen und dem Empfinden von instrumentellem Nutzen gegenüber mathematischen Textaufgaben bestätigen in Anlehnung an die Selbstbestimmungstheorie von Deci & Ryan (1985, 1991) den engen positiven Zusammenhang zwischen dem Erleben subjektiver Bedeutsamkeit und dem Ausmaß an Identifikation mit dem jeweiligen Lerngegenstand.
Nach Krapp & Ryan (2002) bietet das Konzept der Selbstwirksamkeitserwartungen eine wichtige Komponente zur Beschreibung von interessenbestimmten Handlungsweisen - insbesondere in schulischen und unterrichtlichen Kontexten: Es konnte nachgewiesen werden, dass Schülerinnen und Schüler in Bezug auf interessenthematische Inhalte eine vergleichsweise hohe Selbstwirksamkeitserwartung erzielen - dies spiegeln insbesondere die positiven Interkorrelationen zwischen den Selbstwirksamkeitserwartungen und dem Interesse bzw. die negativen Korrelationen zwischen Selbstwirksamkeitserwartungen und amotivierter Einstellung gegenüber mathematischen Textaufgaben wieder. In umgekehrter Wirkungsrichtung muss aber der Vollständigkeit halber erwähnt werden, dass hohe Selbstwirksamkeitserwartungen in einem bestimmten Inhalt nicht notwendigerweise mit einer Interessenentwicklung verbunden sein müssen.
Die hohen positiven Korrelationen der leistungsthematischen Anstrengungsbereitschaft mit selbstbestimmten Motivationsstilen sowie deren Korrelationen mit Interesse und Selbstwirksamkeitserwartungen bestätigen die Konzeptualisierung, dass die Skala ‚leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft' insbesondere als Maß für die Stärke der Ausprägung von Lernmotivation insgesamt aufgefasst werden sollte (siehe 6.2.2.2.2).

Die an den Beispielen des Messzeitpunktes 1 und 3 beschriebenen Zusammenhänge zwischen den jeweiligen in der Untersuchung verwendeten Skalen lassen sich in diesen Trends auch zu den übrigen Messzeitpunkten nachweisen.

8.1.2 Analyse der lernmotivationalen Ausgangslage

Das Ziel der vorliegenden Untersuchung ist die Identifikation der Wirkungen, die die beiden mathematischen Trainingsprogramme auf die Lernmotivation der Schülerinnen und Schüler nehmen. Es muss davon ausgegangen werden, dass die teilnehmenden Klassen sehr unterschiedliche Ausgangsbedingungen in Bezug auf die Lernmotivation aufweisen. Im Mathematikunterricht sowie in unterrichtlichen Situationen im Allgemeinen ist eine Vielzahl von Faktoren wirksam, die Einfluss auf die Motivationsdynamik nehmen, so dass über mögliche Unterschiede in den Ausprägungen der Lernmotivation zu Beginn der Untersuchung lediglich Spekulationen angeführt werden könnten. Denkbar sind sicherlich Einflüsse der Lehrer(innen)person und des Unterrichtsstils sowie Wirkungen des sozialen Klimas, der Interaktionsstrukturen im Klassenzimmer, der Bezugsnormorientierung bei der Leistungsbeurteilung usw. (vgl. Krapp 1993).
Aus den Untersuchungsdaten des Messzeitpunkts 1 wurde zuerst eine MANOVA über die jeweiligen abhängigen Variablen (intrinsische Motivation, identifizierte Regulation, introjizierte Regulation, extrinsische Motivation, Interesse, Selbstwirksamkeitserwartung, Amotivation, leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft, instrumenteller Nutzen) in Abhängigkeit von den Trainings- bzw. Vergleichsgruppen als Faktor ‚Instruktionsform’ (unabhängige Variable: instruct) analysiert (Tab. 8.5).

Effekt		Wert	F	df	Fehler df	p
Konstante	Wilks λ	,003	10500,604[a]	6	214	,000**
instruct	Wilks λ	,783	4,643[a]	12	428	,000**

a Exakte Statistik
**p < .01. *p < .05.

Tabelle 8.5: MANOVA-Analyse zum Messzeitpunkt 1

Die Analyse weist - nicht überraschend - deutliche Unterschiede in der Ausprägung der Lernmotivation über die drei Untersuchungsgruppen hinweg aus. Die folgenden Tabellen (Tab. 8.6 bis 8.14) zeigen für jede abhängige Variable und die Kontrollvariablen die in den Voranalysen ermittelten univariaten Skalenausprägungen in Bezug auf die Lernmotivation der Schülerinnen und Schüler zum Messzeitpunkt vor den jeweiligen Unterrichtsdurchführungen der Studie (Messzeitpunkt 1) in Abhängigkeit von den Trainings- bzw. Vergleichsgruppen, so dass die jeweils signifikanten Unterschiede explizit ausgewiesen werden können.[11]

Instruktion (I)	Mittelwerte, Standardabw.		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche			
	MD	SD	Untergrenze	Obergrenze	Instruktion (J)	Mittl. Diff. (I-J)	SD mittl. Diff.	Signifikanz
alltagsnah	1,689	,119	1,454	1,924	abstrakt	-,376	,167	,076
					Vergleich	-,111	,168	1,000
abstrakt	2,065	,117	1,835	2,295	alltagsnah	,376	,167	,076
					Vergleich	,265	,166	,338
Vergleich	1,800	,118	1,567	2,033	alltagsnah	,111	,168	1,000
					abstrakt	-,265	,166	,338

Tabelle 8.6: Intrinsische Motivation zum Messzeitpunkt 1 (Variable: mo_in_1)

Instruktion (I)	Mittelwerte, Standardabw.		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche			
	MD	SD	Untergrenze	Obergrenze	Instruktion (J)	Mittl. Diff. (I-J)	SD mittl. Diff.	Signifikanz
alltagsnah	2,347	,099	2,151	2,543	abstrakt	,009	,140	1,000
					Vergleich	,040	,141	1,000
abstrakt	2,338	,098	2,144	2,531	alltagsnah	-,009	,140	1,000
					Vergleich	,031	,140	1,000
Vergleich	2,307	,099	2,111	2,503	alltagsnah	-,040	,141	1,000
					abstrakt	-,031	,140	1,000

Tabelle 8.7: Identifizierte Regulation zum Messzeitpunkt 1 (Variable: mo_id_1)

Instruktion (I)	Mittelwerte, Standardabw.		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche			
	MD	SD	Untergrenze	Obergrenze	Instruktion (J)	Mittl. Diff. (I-J)	SD mittl. Diff.	Signifikanz
alltagsnah	,959	,106	,750	1,168	abstrakt	,024	,148	1,000
					Vergleich	-,081	,149	1,000
abstrakt	,935	,103	,731	1,139	alltagsnah	-,024	,148	1,000
					Vergleich	-,105	,147	1,000
Vergleich	1,040	,105	,834	1,246	alltagsnah	,081	,149	1,000
					abstrakt	,105	,147	1,000

Tabelle 8.8: Introjizierte Regulation zum Messzeitpunkt 1 (Variable: mo_io_1)

[11] Die in den einzelnen Tabellen aufgeführten Variablennamen sind mit entsprechenden Explikationen im Anhang A1 beigefügt.

Instruktion (I)	Mittelwerte, Standardabw.		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche			
	MD	SD	Untergrenze	Obergrenze	Instruktion (J)	Mittl. Diff. (I-J)	SD mittl. Diff.	Signifikanz
alltagsnah	1,082	,113	,860	1,305	abstrakt	,390	,157	,041
					Vergleich	,229	,159	,451
abstrakt	,692	,109	,477	,908	alltagsnah	-,390	,157	,041
					Vergleich	-,161	,156	,909
Vergleich	,853	,111	,634	1,073	alltagsnah	-,229	,159	,451
					abstrakt	,161	,156	,909

Tabelle 8.9: Externale Regulation zum Messzeitpunkt 1 (Variable: mo_ex_1)

Instruktion (I)	Mittelwerte, Standardabw.		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche			
	MD	SD	Untergrenze	Obergrenze	Instruktion (J)	Mittl. Diff. (I-J)	SD mittl. Diff.	Signifikanz
alltagsnah	1,754	,061	1,633	1,875	abstrakt	-,457	,086	,000
					Vergleich	-,535	,087	,000
abstrakt	2,211	,061	2,092	2,331	alltagsnah	,457	,086	,000
					Vergleich	-,078	,086	1,000
Vergleich	2,289	,061	2,168	2,410	alltagsnah	,535	,087	,000
					abstrakt	,078	,086	1,000

Tabelle 8.10: Interesse zum Messzeitpunkt 1 (Variable: inter_1)

Instruktion (I)	Mittelwerte, Standardabw.		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche			
	MD	SD	Untergrenze	Obergrenze	Instruktion (J)	Mittl. Diff. (I-J)	SD mittl. Diff.	Signifikanz
alltagsnah	1,799	,066	1,668	1,929	abstrakt	-,432	,093	,000
					Vergleich	-,219	,094	,061
abstrakt	2,231	,066	2,101	2,360	alltagsnah	,432	,093	,000
					Vergleich	,213	,094	,072
Vergleich	2,018	,067	1,887	2,149	alltagsnah	,219	,094	,061
					abstrakt	-,213	,094	,072

Tabelle 8.11: Selbstwirksamkeitserwartung zum Messzeitpunkt 1 (Variable: selbw_1)

Instruktion (I)	Mittelwerte, Standardabw.		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche			
	MD	SD	Untergrenze	Obergrenze	Instruktion (J)	Mittl. Diff. (I-J)	SD mittl. Diff.	Signifikanz
alltagsnah	,531	,057	,419	,644	abstrakt	,002	,080	1,000
					Vergleich	-,342	,081	,140
abstrakt	,529	,056	,418	,641	alltagsnah	-,002	,080	1,000
					Vergleich	-,344	,080	,072
Vergleich	,873	,057	,760	,986	alltagsnah	,342	,081	,140
					abstrakt	,344	,080	,072

Tabelle 8.12: Amotivation zum Messzeitpunkt 1 (Variable: amot_1)

Instruktion (I)	Mittelwerte, Standardabw.		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche			
	MD	SD	Untergrenze	Obergrenze	Instruktion (J)	Mittl. Diff. (I-J)	SD mittl. Diff.	Signifikanz
alltagsnah	2,171	,053	2,066	2,275	abstrakt	-,479	,075	,000
					Vergleich	-,117	,075	,364
abstrakt	2,649	,053	2,546	2,753	alltagsnah	,479	,075	,000
					Vergleich	,362	,075	,000
Vergleich	2,288	,053	2,183	2,393	alltagsnah	,117	,075	,364
					abstrakt	-,362	,075	,000

Tabelle 8.13: Leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft zum Messzeitpunkt 1 (Variable: leiab_1)

Instruktion (I)	Mittelwerte, Standardabw.		95% Konfidenzintervall		Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche			
	MD	SD	Untergrenze	Obergrenze	Instruktion (J)	Mittl. Diff. (I-J)	SD mittl. Diff.	Signifikanz
alltagsnah	2,103	,054	1,997	2,208	abstrakt	-,490	,076	,063
					Vergleich	-,350	,076	,095
abstrakt	2,592	,053	2,487	2,697	alltagsnah	,490	,076	,063
					Vergleich	,140	,076	,200
Vergleich	2,453	,054	2,346	2,559	alltagsnah	,350	,076	,095
					abstrakt	-,140	,076	,200

Tabelle 8.14: Instrumenteller Nutzen zum Messzeitpunkt 1 (Variable: instr_1)

Die bonferroni-adjustierten Post-Hoc-Vergleiche zeigen signifikante Unterschiede über die Untersuchungsgruppen hinweg insbesondere in den Ausprägungen der Skalen zum Interesse, der Amotivation und der leistungsthematischen Anstrengungsbereitschaft beim Umgang mit mathematischen Textaufgaben sowie der Einschätzung des instrumentellen Nutzens mathematischer Textaufgaben. Keine statistisch bedeutsamen Unterschiede hingegen sind in den Ausprägungen der jeweiligen Motivationsstile der Schülerinnen und Schüler ausgewiesen.

Die Gruppe, die im alltagsnahen Trainingsprogramm unterrichtet wurde, weist zum Messzeitpunkt vor den Unterrichtseinheiten die deutlich niedrigste Interessenausprägung in Bezug auf das Lösen mathematische Textaufgaben auf. Diese Gruppe unterscheidet sich auf signifikantem Niveau sowohl von der Untersuchungsgruppe, die im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm unterrichtet wurde, als auch von der Vergleichsgruppe. In der Ausprägung der Selbstwirksamkeitserwartungen beim Lösen mathematischer Textaufgaben sind statistisch relevante Mittelwertunterschiede lediglich zwischen der ‚alltagsnahen Gruppe' und der ‚abstrakt-symbolischen Gruppe' auszuweisen, wobei bei der letzteren Gruppe die höheren Skalenausprägungen zu verzeichnen sind. Die Untersuchungsgruppe des abstrakt-symbolischen Trainingsprogramms zeigt auch in Bezug auf die allgemeine leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft im Lösen von Textaufgaben die höchsten Skalenausprägungen – mit signifikanten Mittelwertdifferenzen sowohl gegenüber der Untersuchungsgruppe, die im alltagsnahen mathematischen Trainingsprogramm unterrichtet wurde, als auch gegenüber der Vergleichsgruppe.

Das explizite Ziel der vorliegenden Studie in Bezug auf die lernmotivationalen Wirkungen ist es zu untersuchen, ob der Mathematikunterricht, der in den mathematischen Trainingsprogrammen unterrichtet wurde, zu signifikant unterschiedlichen Ausprägungen in den Variablen der Lernmotivation v.a. gegenüber dem Vergleichsunterricht führt. Auf Grund der dargestellten Unterschiede in einzelnen Variablen vor der Durchführung des jeweiligen Mathematikunterrichts wurden in den folgenden Analysen die Variablenausprägungen vor der Unterrichtsdurchführung derart berücksichtigt, dass deren Einfluss auf die Ausprägungen der jeweils abhängigen Untersuchungsvariablen zu den übrigen Messzeitpunkten jeweils als Kovariate adjustiert wurde.

8.2 Motivationale Wirkungen der Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts

Die Wirkungen des alltagsnahen, des abstrakt-symbolischen Trainingsprogramms und des Vergleichsunterrichts in Bezug auf die Lernmotivation werden in den folgenden Varianzanalysen dargestellt. Für die zentralen abhängigen Variablen (intrinsische Motivation, identifizierte Regulation, introjizierte Regulation, extrinsische Motivation, Interesse und Selbstwirksamkeitserwartungen) wurden jeweils Varianzanalysen mit Messwiederholung durchgeführt, wobei insbesondere drei Faktoren in den Analysen berücksichtigt wurden:

- die Instruktionsform (unabhängige Variable: instruct), in der der Mathematikunterricht dargeboten wurde, d.h. die Unterscheidung der Untersuchungsgruppen nach Trainings- bzw. Vergleichsgruppen,
- die Variablenausprägungen zu drei Messzeitpunkten[12] (Messzeitpunkte 3,4 und 5; siehe 6.2.2) innerhalb der Unterrichtssequenezen des alltagsnahen und des abstrakt-symbolischen Trainingsprogramms bzw. des Vergleichsunterrichts (unabhängige Variable: Messwiederholungsfaktor ‚Zeit'),
- auf Grund der unterschiedlichen Ausprägungen der abhängigen Variablen zum Messzeitpunkt vor den Unterrichtssequenzen (Messzeitpunkt 1) wurde die jeweils abhängige Variable zum Messzeitpunkt 1 als Kovariate in den entsprechenden Varianzanalysen berücksichtigt.

Im Mittelpunkunkt der Analysen steht die Identifikation von Unterschieden in den abhängigen Variablen innerhalb der Unterrichtssequenzen der Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts. Im Folgenden werden die Ergebnisse bezüglich der zentralen Variablen berichtet. Die Ergebnisse bezüglich der Kontrollvariablen (siehe 6.2.2.2) sind

[12] Die Erfassung der Lernmotivation erfolgte – wie in 6.2.2 dargestellt – bei Bearbeitung der folgenden Textaufgaben:

- „Tom und Sarah vergleichen ihre Ersparnisse. Tom hat 27€ gespart. Sarah hat 33€ gespart.Wie viel hat Sarah mehr gespart?“ (Messzeitpunkt 3)
- „Lars und Katrin laufen um die Wette. Lars braucht um den Häuserblock 35 Sekunden. Er ist genau 4 Sekunden schneller als Katrin. Wie schnell ist Katrin?“ (Messzeitpunkt 4)
- „Auf ihrem Urlaubsflug von München nach Rom haben die Müllers 80 Kilogramm Freigepäck. Der Koffer von Frau Müller wiegt 26 Kilogramm. Der Koffer von Herrn Müller wiegt 2 Kilogramm weniger. Wie viel Kilogramm dürfen die Koffer von Jessica und Jakob höchstens wiegen?“ (Messzeitpunkt 5)

im Anhang (A6 bis A8) beigefügt - die entsprechenden Ergebnisse werden bei der anschließenden Ergebnisdiskussion aufgegriffen.

8.2.1 Darstellung der Ergebnisse - Motivationsstil

8.2.1.1 Intrinsische Motivation

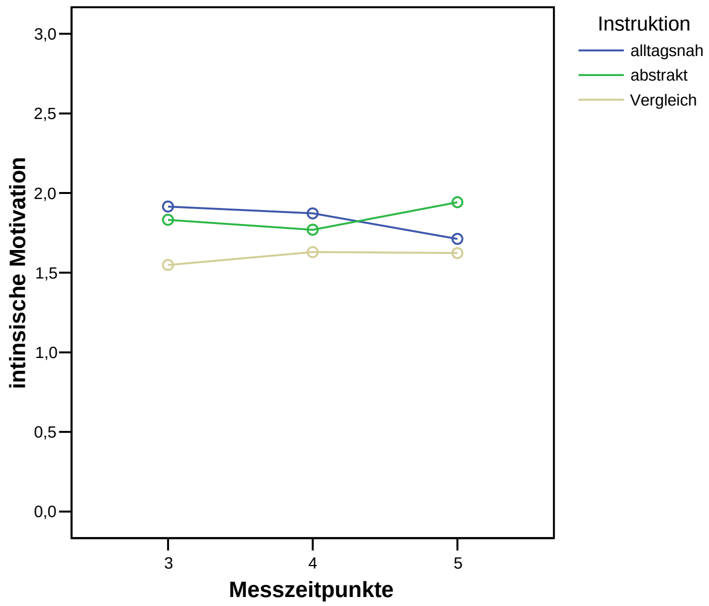


Abbildung 8.1: Intrinsische Motivation in Abhängigkeit der Instruktionsform

Im obigen Interaktionsdiagramm (Abb. 8.1) sind die Ausprägungen der intrinsischen Motivation der Schülerinnen und Schüler beim Bearbeiten der mathematischen Textaufgaben zu den drei Messzeitpunkten innerhalb der mathematischen Unterrichtssequenzen in Abhängigkeit der Trainings- bzw. Vergleichsgruppen dargestellt. Von zentraler Bedeutung bei den Ergebnissen der Kovarianzanalyse mit Messwiederholung ist der signifikante Haupteffekt im Faktor ‚Instruktionsform' (Tab. 8.15). Die differenzierte Betrachtung der bonferroni-adjustierten Mittelwerte (Tab. 8.16) zeigt hypothesenkonform zur Forschungshypothese F_7, dass die intrinsische Motivation bei allen zu den drei Messzeitpunkten zu bearbeitenden mathematischen Textaufgaben der Unterrichtssequenzen (mit Ausnahme des Messzeitpunkts 5 im alltagsnahen Trainingsprogramms) sowohl im alltagsnahen Trainingsprogramm als auch im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm signifikant höher ausgeprägt ist als im Vergleichsunterricht.

	SS	df	MQ	F	p	Eta²
Konstante	121,781	1	121,781	109,904	,000	,349
mo_in_1	139,917	1	139,917	126,271	,000	,381
instruct	8,075	2	4,037	3,644	,028	,034
Fehler	227,154	205	1,108			
zeit	1,369	2	0,684	2,135	,120	,010
zeit*mo_in_1	1,727	2	0,864	2,695	,069	,013
zeit*instruct	2,889	4	0,722	2,254	,063	,022
Fehler	131,406	410	0,321			

Tabelle 8.15: Kovarianzanalyse mit Messwiederholung (Motivationsstil: Intrinsische Motivation)

	instruct	zeit[b]	MD	SD	Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche (angegeben sind die Übertretungswahrscheinlichkeiten p)								
					{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}
1		3	1,915[a]	,091	1,00	,55	,04*	,65	,77	,16	,03*	,06	,06
2	alltagsnah	4	1,872[a]	,089		1,00	,14	,29	,60	,06	,04*	,04*	,15
3		5	1,712[a]	,092			1,00	,03*	,07	,03*	,35	,73	,80
4		3	1,832[a]	,094				1,00	,65	,29	,03*	,01**	,01**
5	abstrakt	4	1,769[a]	,091					1,00	,13	,01**	,03*	,03*
6		5	1,942[a]	,095						1,00	,00**	,00**	,02*
7		3	1,548[a]	,092							1,00	,42	,42
8	Vergleich	4	1,629[a]	,090								1,00	1,00
9		5	1,623[a]	,093									1,00

a Die Kovariaten im Modell werden anhand der folgenden Werte berechnet: mo_in_1 = 1,7262.
b Messzeitpunkte
**p < .01. *p < .05.

Tabelle 8.16: Mittelwertvergleiche - Intrinsische Motivation

8.2.1.2 Identifizierte Regulation

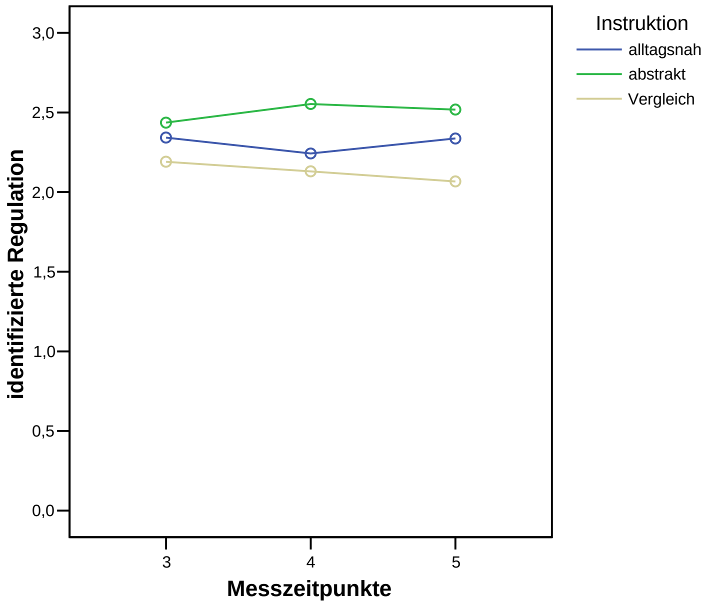


Abbildung 8.2: Identifizierte Regulation in Abhängigkeit der Instruktionsform

Das Interaktionsdiagramm (Abb. 8.2) schreibt die höchsten Skalenausprägungen im Motivationsstil der identifizierten Regulation der Schülerinnen und Schüler beim Bearbeiten der mathematischen Textaufgaben zu allen drei Messzeitpunkten dem abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm zu. Innerhalb des Vergleichsunterrichts werden die niedrigsten Skalenausprägungen der identifizierten Regulation der Schülerinnen und Schüler beim Bearbeiten der Textaufgaben zu allen Messzeitpunkten verzeichnet. In der Tat weisen die Ergebnisse der Kovarianzanalyse mit Messwiederholung einen signifikanten Haupteffekt im Faktor ‚Instruktionsform' aus (Tab. 8.17). Die univariaten Analysen der bonferroni-adjustierten Mittelwerte (Tab. 8.18) bestätigen, dass der Motivationsstil der identifizierten Regulation beim Bearbeiten und Lösen der mathematischen Textaufgaben der vorliegenden Untersuchung zu allen drei Messzeitpunkten sowohl im alltagsnahen als auch im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm signifikant höher ausgeprägt ist als im Vergleichsunterricht. Hypothesenkonform bestätigen die Analysen, dass im Mathematikunterricht der Trainingsprogramme selbstbestimmte Motivationsstile, operationalisiert als die habituelle Bereitschaft die Textaufgaben „um ihrer selbst willen", ohne dem Empfinden innerer oder äußerer Zwänge angehen und lösen zu wollen, deutlich höher ausgeprägt sind als im Vergleichsunterricht.

	SS	df	MQ	F	p	Eta^2
Konstante	121,140	1	121,140	106,702	,000	,343
mo_id_1	78,976	1	78,976	69,563	,000	,254
instruct	14,387	2	7,193	6,336	,002	,058
Fehler	231,603	204	1,135			
zeit	3,432	2	1,716	4,846	,008	,027
zeit*mo_id_1	3,991	2	1,996	5,636	,004	,033
zeit*instruct	1,424	4	0,356	1,005	,405	,009
Fehler	144,464	408	0,354			

Tabelle 8.17: Kovarianzanalyse mit Messwiederholung (Motivationsstil: Identifizierte Regulation)

	instruct	zeit[b]	MD	SD	Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche (angegeben sind die Übertretungswahrscheinlichkeiten p)								
					{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}
1		3	2,342[a]	,096	1,00	,32	1,00	,48	,07	,13	,03*	,12	,05
2	alltagsnah	4	2,242[a]	,086		1,00	,32	,09	,06	,02*	,74	,04*	,21
3		5	2,336[a]	,098			1,00	,34	,07	,27	,28	,12	,03*
4		3	2,436[a]	,098				1,00	,25	,47	,01**	,01**	,00**
5	abstrakt	4	2,553[a]	,088					1,00	,67	,00**	,01**	,00**
6		5	2,517[a]	,100						1,00	,01**	,00**	,01**
7		3	2,190[a]	,096							1,00	,55	,23
8	Vergleich	4	2,130[a]	,086								1,00	,55
9		5	2,067[a]	,098									1,00

a Die Kovariaten im Modell werden anhand der folgenden Werte berechnet: mo_id_1 = 2,3306.
b Messzeitpunkte
**p < .01. *p < .05.

Tabelle 8.18: Mittelwertvergleiche – Identifizierte Regulation

8.2.1.3 Introjizierte Regulation

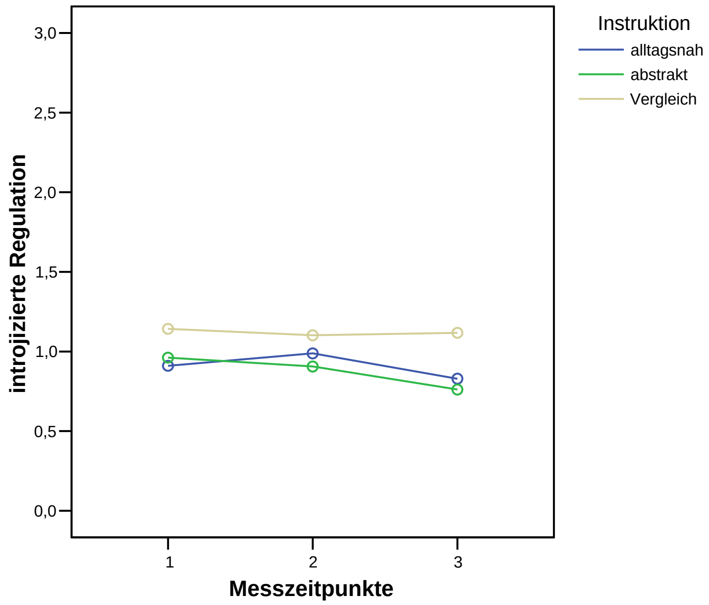


Abbildung 8.3: Introjizierte Regulation in Abhängigkeit der Instruktionsform

Der Motivationsstil der introjizierten Regulation, bei dem die mathematischen Textaufgaben nicht (ausschließlich) auf Grund des Bedürfnisses nach intrinsischer Befriedigung bearbeitet und gelöst werden, sondern v.a. wegen der mit der Lernhandlung erzielbaren oder vermeidbaren Folgen, ist im obigen Interaktionsdiagramm (Abb. 8.3) dargestellt. Das Diagramm zeigt deutliche Ausprägungen der introjizierten Regulation der Schülerinnen und Schüler zu den einzelnen Messzeitpunkten insbesondere im Vergleichsunterricht. Die Ergebnisse der Kovarianzanalyse mit Messwiederholung bestätigen aber signifikante Unterschiede im Faktor ‚Instruktionsform' nicht (Tab. 8.19). Die univariaten bonferroni-adjustierten Mittelwerte (Tab. 8.20) weisen zwar zu jedem der drei Messzeitpunkte die größten Ausprägungen der introjizierten Regulation im Vergleichsunterricht aus - die Daten zeigen jedoch, dass sich der Motivationsstil der introjizierten Regulation beim Lösen der mathematischen Textaufgaben der vorliegenden Untersuchung zu keinem der drei Messzeitpunkte innerhalb des Mathematikunterrichts in den beiden Trainingsprogrammen bzw. dem Vergleichsunterricht auf statistisch bedeutsamem Niveau unterscheidet.

	SS	df	MQ	F	p	Eta²
Konstante	241,343	1	241,343	192,799	,000	,304
mo_io_1	60,525	1	60,525	48,351	,000	,231
instruct	2,379	2	1,189	0,950	,388	,029
Fehler	261,623	209	1,252			
zeit	1,667	2	0,834	2,069	,128	,000
zeit*mo_io_1	1,508	2	0,754	1,871	,155	,009
zeit*instruct	1,120	4	0,280	0,695	,596	,006
Fehler	168,392	418	0,403			

Tabelle 8.19: Kovarianzanalyse mit Messwiederholung
(Motivationsstil: Introjizierte Regulation)

	instruct	zeit[b]	MD	SD	Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche (angegeben sind die Übertretungswahrscheinlichkeiten p)								
					{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}
1		3	,910[a]	,097	1,00	,46	,38	,94	,69	,21	,17	,12	,10
2	alltagsnah	4	,988[a]	,101		1,00	,11	,64	,48	,07	,20	,46	,28
3		5	,829[a]	,095			1,00	,45	,79	,66	,01*	,03	,09
4		3	,961[a]	,098				1,00	,52	,08	,20	,14	,12
5	abstrakt	4	,906[a]	,102					1,00	,27	,03	,15	,04*
6		5	,761[a]	,097						1,00	,00	,01	,03*
7		3	1,142[a]	,097							1,00	,72	,79
8	Vergleich	4	1,102[a]	,101								1,00	,92
9		5	1,117[a]	,095									1,00

a Die Kovariaten im Modell werden anhand der folgenden Werte berechnet: mo_io_1 = 0,9783.
b Messzeitpunkte
**p < .01. *p < .05.

Tabelle 8.20: Mittelwertvergleiche – Introjizierte Regulation

8.2.1.4 Externale Regulation

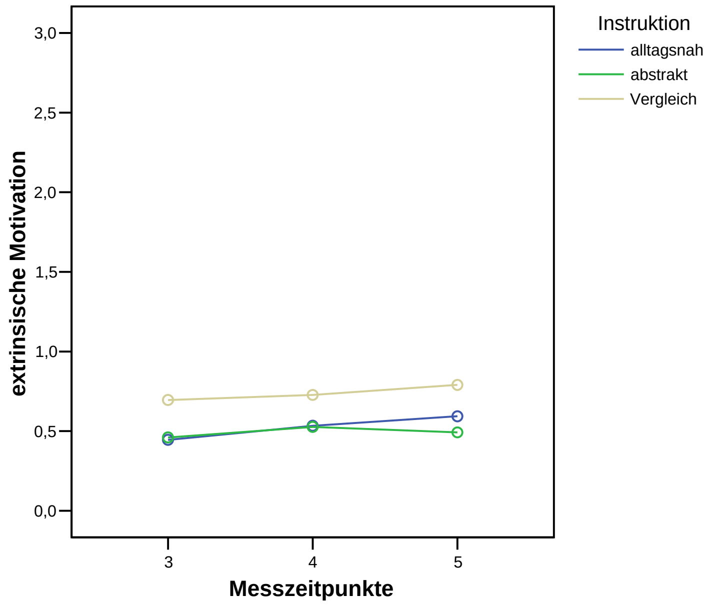


Abbildung 8.4: Externale Regulation in Abhängigkeit der Instruktionsform

Der Motivationsstil der externalen Regulation als extrinsische Wahrnehmung von Lernprozessen, die außerhalb des eigentlichen Handlungsvollzugs liegen, wird im Interaktionsdiagramm (Abb. 8.4) verdeutlicht, das die höchsten Ausprägungen dieses Motivationsstils der Schülerinnen und Schüler zu allen drei Messzeitpunkten v.a. im Vergleichsunterricht zeigt. Die Kovarianzanalyse mit Messwiederholung bestätigt einen signifikanten Haupteffekt im Faktor ‚Instruktionsform' (Tab. 8.21). Die externale Regulation beim Lösen der mathematischen Textaufgaben ist zu allen drei Messzeitpunkten in den beiden Trainingsprogrammen signifikant niedriger ausgeprägt als im Vergleichsunterricht, was die Vergleiche der bonferroni-adjustierten Mittelwerte (Tab. 8.22) zeigen. Im Mathematikunterricht, der in den beiden Trainingsprogrammen durchgeführt wurde, ist also hypothesenkonform (F_7) der kontrolliert erlebte Motivationsstil, bei dem die Beschäftigung mit den jeweiligen mathematischen Textaufgaben der vorliegenden Untersuchung als ‚von außen her' angeregt wahrgenommen wird, die Lernbemühungen von den in Aussicht gestellten Anreizen oder Verstärkern abhängig gemacht werden und das Lösen mathematischer Textaufgaben somit als Mittel zum Zweck mit instrumentellem Charakter wahrgenommen wird, deutlich geringer ausgeprägt als im Mathematikunterricht, der den Vergleichsgruppen dargeboten wurde.

	SS	df	MQ	F	p	Eta^2
Konstante	10,403	1	10,403	10,860	,001	,0,50
mo_ex_1	128,275	1	128,275	133,898	,000	,395
instruct	7,419	2	3,710	3,872	,022	,036
Fehler	196,391	205	0,958			
zeit	0,018	2	0,009	0,034	,967	,000
zeit*mo_ex_1	1,089	2	0,544	2,007	,136	,010
zeit*instruct	0,329	4	0,082	0,303	,876	,003
Fehler	111,171	410	0,271			

Tabelle 8.21: Kovarianzanalyse mit Messwiederholung (Motivationsstil: Externale Regulation)

	instruct	zeit[b]	MD	SD	Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche (angegeben sind die Übertretungswahrscheinlichkeiten p)								
					{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}
1		2	,445[a]	,084	1,00	,23	,06	,37	,41	,25	,03*	,11	,03*
2	alltagsnah	3	,533[a]	,081		1,00	,47	,03*	,22	,04*	,63	,03*	,20
3		4	,593[a]	,090			1,00	,01*	,03*	,07	,96	,83	,03*
4		2	,460[a]	,084				1,00	,58	,89	,03*	,00**	,00**
5	abstrakt	3	,527[a]	,081					1,00	,67	,03*	,02*	,00**
6		4	,492[a]	,091						1,00	,01*	,01**	,02
7		2	,695[a]	,083							1,00	,72	,28
8	Vergleich	3	,727[a]	,080								1,00	,48
9		4	,790[a]	,090									1,00

a Die Kovariaten im Modell werden anhand der folgenden Werte berechnet: mo_ex_1 = 0,87566.
b Messzeitpunkte
**p < .01. *p < .05.

Tabelle 8.22: Mittelwertvergleiche – Externale Regulation

8.2.2 Darstellung der Ergebnisse - Interesse

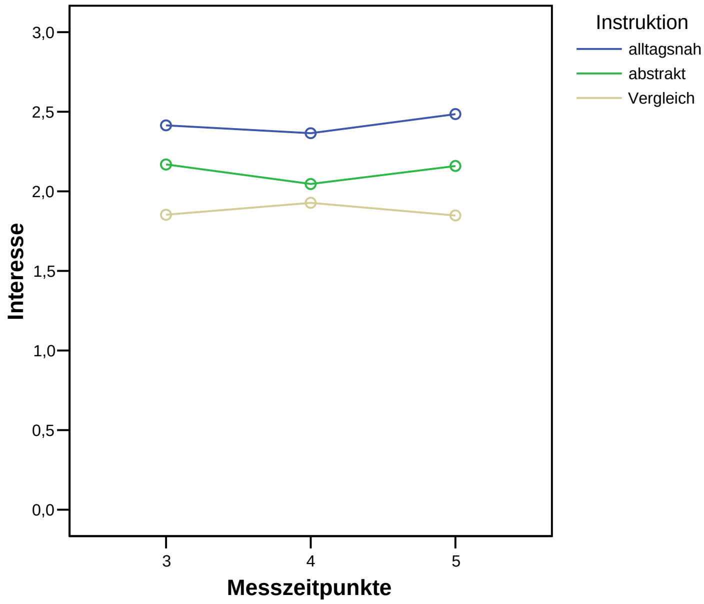


Abbildung 8.5: Interesse in Abhängigkeit der Instruktionsform

Die Skala ‚Interesse' inkorporiert entsprechend der Merkmale der Person-Gegenstands-Relation des Interesses die Selbstintentionalität als die intrinsische bzw. freiwillige Aufgabenbearbeitung, wertbezogene Valenzen, gefühlsbezogene Valenzen als die emotionale Tönung, die beim Bearbeiten der jeweiligen mathematischen Textaufgaben wahrgenommen wird, sowie die epistemische Orientierung beim Lösen der mathematischen Textaufgaben (siehe 6.2.2.1.1). Es zeigt sich, dass die deutlichsten Ausprägungen des Interesses bei den Schülerinnen und Schüler zu verzeichnen sind, die im alltagsnahen Trainingsprogramm unterrichtet wurden (Abb. 8.5). Die Ergebnisse der Kovarianzanalyse weisen für den Faktor ‚Instruktionsform' einen signifikanten Haupteffekt aus (Tab. 8.23). Die Vergleiche der bonferroni-adjustierten Mittelwerte (Tab. 8.24) bestätigen, dass das Interesse beim Lösen der mathematischen Textaufgaben zu allen drei Messzeitpunkten in den beiden Trainingsprogrammen signifikant höher ausgeprägt ist als im Vergleichsunterricht. Unabhängig der Forschungshypothesen sind auch die Unterschiede in den Interessenausprägungen der beiden Trainingsprogramme auf statistisch bedeutsamem Niveau signifikant: Die Kinder, die das alltagsnahe Trainingsprogramm durchlaufen haben, gehen mit signifikant höher ausgeprägtem Interesse an die Bearbeitung und das Lösen der vorgegebenen mathematischen Textaufgaben heran als die Schülerinnen und Schüler des abstrakt-symbolischen Trainingsprogramms.

	SS	df	MQ	F	p	Eta^2
Konstante	8,668	1	8,668	15,406	,000	,071
inter_1	104,776	1	104,776	186,226	,000	,478
instruct	25,942	2	12,971	23,054	,000	,185
Fehler	114,214	203	,563			
zeit	0,537	2	0,268	2,191	,113	,019
zeit*inter_1	0,521	2	0,260	2,127	,121	,018
zeit*instruct	1,067	4	0,267	2,179	,071	,004
Fehler	49,719	406	0,122			

Tabelle 8.23: Kovarianzanalyse mit Messwiederholung (Interesse)

	instruct	zeit[b]	MD	SD	Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche (angegeben sind die Übertretungswahrscheinlichkeiten p)								
					{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}
1	alltagsnah	3	2,415[a]	,067	1,00	,77	,14	,05*	,54	,07	,00**	,89	,25
2	alltagsnah	4	2,365[a]	,064		1,00	,02*	,58	,02*	,05*	,56	,00**	,34
3	alltagsnah	5	2,485[a]	,067			1,00	,42	,47	,03*	,74	,14	,00**
4	abstrakt	3	2,169[a]	,065				1,00	,03*	,62	,05*	,02*	,00**
5	abstrakt	4	2,046[a]	,063					1,00	,08	,17	,04*	,08
6	abstrakt	5	2,159[a]	,065						1,00	,01**	,05*	,04*
7	Vergleich	3	1,853[a]	,065							1,00	,35	,58
8	Vergleich	4	1,928[a]	,063								1,00	,14
9	Vergleich	5	1,849[a]	,065									1,00

a Die Kovariaten im Modell werden anhand der folgenden Werte berechnet: inter_1 = 2,0846.
b Messzeitpunkte
**p < .01. *p < .05.

Tabelle 8.24: Mittelwertvergleiche – Interesse

8.2.3 Darstellung der Ergebnisse - Selbstwirksamkeitserwartung

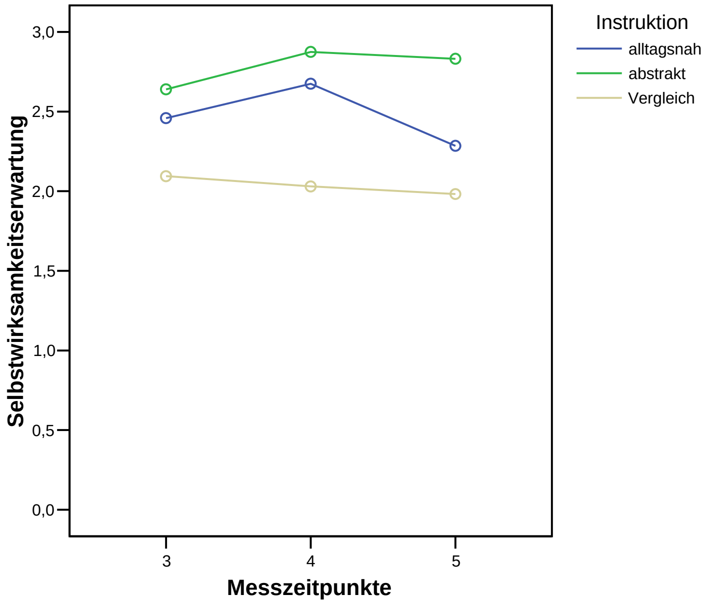


Abbildung 8.6: Selbstwirksamkeitserwartungen in Abhängigkeit der Instruktionsform

Das obige Interaktionsdiagramm (Abb. 8.6) veranschaulicht die Ausprägungen der Selbstwirksamkeitserwartungen als die subjektive Einschätzung der Schülerinnen und Schüler über die Mittel zu verfügen, die nötig sind, um die vorgelegten mathematischen Textaufgaben bearbeiten und lösen zu können (siehe 6.2.2.1.2). Demnach zeigen sich deutliche Ausprägungen an Selbstwirksamkeit bei den Schülerinnen und Schülern des abstrakt-symbolischen Trainingsprogramms. Deutlich niedrigere Selbstwirksamkeitsausprägungen weist die Vergleichsgruppe auf. Die Ergebnisse können kovarianzanalytisch bestätigt werden - es zeichnet sich ein signifikanter Haupteffekt im Faktor ‚Instruktionsform' ab (Tab. 8.25). Die Mittelwertvergleiche (Tab. 8.26) zeigen, dass die Selbstwirksamkeitserwartungen beim Lösen der Textaufgaben zu allen drei Messzeitpunkten in den beiden Trainingsprogrammen signifikant höher ausgeprägt sind als im Vergleichsunterricht. Ebenso sind auch die Unterschiede in den Selbstwirksamkeitserwartungen der beiden Trainingsprogramme entsprechend der Hypothesenbildung signifikant ausgeprägt: Die Schülerinnen und Schüler, die das alltagsnahe mathematische Trainingsprogramm durchlaufen haben, gehen mit signifikant höher ausgeprägten Selbstwirksamkeitserwartungen an die Bearbeitung und das Lösen der vorgegebenen mathematischen Textaufgaben heran als die Schülerinnen und Schüler, die im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramms unterrichtet wurden.

	SS	df	MQ	F	p	Eta^2
Konstante	21,637	1	21,637	59,965	,000	,226
"selbw_1"	144,687	1	144,687	400,989	,000	,662
instruct	56,446	2	28,223	78,219	,000	,433
Fehler	73,969	205	0,361			
zeit	1,311	2	0,655	9,595	,000	,032
zeit*"selbw_1"	0,917	2	0,458	6,711	,001	,043
zeit*instruct	4,581	4	1,145	16,767	,000	,129
Fehler	28,007	410	0,068			

Tabelle 8.25: Kovarianzanalyse mit Messwiederholung (Selbstwirksamkeitserwartungen)

	instruct	zeit[b]	MD	SD	Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche (angegeben sind die Übertretungswahrscheinlichkeiten p)								
					{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}
1		3	2,459[a]	,046	1,00	,00**	,00**	,00**	,00**	,00**	,01**	,00**	,00**
2	alltagsnah	4	2,675[a]	,055		1,00	,00**	,00**	,00**	,00**	,00**	,00**	,00**
3		5	2,285[a]	,046			1,00	,00**	,00**	,00**	,19	,23	,01**
4		3	2,639[a]	,048				1,00	,00**	,00**	,00**	,00**	,00**
5	abstrakt	4	2,874[a]	,057					1,00	,32	,00**	,00**	,00**
6		5	2,831[a]	,048						1,00	,00**	,00**	,00**
7		3	2,094[a]	,046							1,00	,16	,01**
8	Vergleich	4	2,030[a]	,054								1,00	,28
9		5	1,982[a]	,046									1,00

a Die Kovariaten im Modell werden anhand der folgenden Werte berechnet: selbw_1 = 2,0161.
b Messzeitpunkte
**p < .01. *p < .05.

Tabelle 8.26: Mittelwertvergleiche – Selbstwirksamkeitserwartungen

8.3 Diskussion der Ergebnisse bzgl. Lernmotivation

Die vorliegende Evaluation des alltagsnahen und des abstrakt-symbolischen Trainingsprogramms zur Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit unter lernmotivationalen Aspekten verfolgte letztlich das Ziel festzustellen, wie sich im Prozess mathematischer Problemlösung auf der Basis von Textaufgaben der Einsatz konkreten Materials bzw. der Einsatz von mathematischen Anschauungsmitteln zur Entwicklung und Aktivierung mathematischer Grundvorstellungen auf verschiedene Personen-Parameter der beteiligten Schülerinnen und Schülern auswirken. Entsprechende Hypothesen wurden dazu aufgestellt und anhand eines Interventionsdesigns mit einer Vorerhebung und (bezüglich der lernmotivationalen Variablen) drei Nacherhebungen unter Einbeziehung von Trainings- und Vergleichsgruppen getestet.

Die Vorerhebung diente im Wesentlichen der Feststellung von Gleichheiten und Unterschieden der in den Blick genommenen Skalen (Interesse, Motivationsstil und Selbstwirksamkeitserwartungen) bzw. Kontrollskalen (Amotivation, leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft, Einschätzung des instrumentellen Nutzens) vor Einsatz der Trainingsprogramme bzw. des Vergleichsunterrichts.

Im Folgenden werden die zentralen Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung in Bezug auf Lernmotivation zusammengefasst und vor dem Hintergrund der aktuellen wissenschaftlichen Literatur diskutiert. Zu unterschiedlichen Aufbereitungen mathematischer Aufgabenkontexte und deren Auswirkungen auf lernmotivationale Variablen liegen bisher keine Studien vor, die Interpretation der zentralen Ergebnisse geht deshalb von den folgenden Perspektiven der theoretischen Rahmenkonzeption zur Lernmotivation im Mathematikunterricht (siehe Kapitel 4) aus.

8.3.1 Selbstbestimmungstheorie der Lernmotivation

Die in der Studie vorgenommene Differenzierung zwischen verschiedenen Formen des Motivationsstils gemäß der Selbstbestimmungstheorie von Deci & Ryan (siehe 4.3.2) unterscheidet Motivationsstile entsprechend den Gründen oder Zielen, die einen Lernprozess - in der vorliegenden Studie das Lösen mathematischer Textaufgaben - nach dem Grad der wahrgenommenen Selbst- bzw. Fremdbestimmtheit leiten. Die Ergebnisse bestätigen erwartungsgemäß, dass ein basales und systematisches Entwickeln und Aktivieren mathematischer Grundvorstellungen über den Umgang mit konkreten Grö-

ßenrepräsentanten bzw. den Umgang mit mathematischen Darstellungsmitteln in den beiden Trainingsprogrammen sich im Gegensatz zu der Vergleichsgruppe positiv auf selbstbestimmte Formen der Motivation (intrinsische Motivation und identifizierte Regulation) auswirken. In der Vergleichsgruppe sind fremdbestimmte Formen der Motivation, d.h. introjizierte und extrinsische Regulation, in deutlich höherem Ausmaß ausgeprägt - die Effektstärken liegen aber mit Werten Eta^2=.029 und Eta^2=.036 für den Faktor ‚Instruktionsform' erwartungskonform im sehr niedrigen Bereich.
Die signifikant höher ausgeprägte Stufe der extrinsischen Motivation in den Vergleichsklassen weist darauf hin, dass sich die Schülerinnen und Schüler in diesen Klassen bei der Beschäftigung mit mathematischen Textaufgaben als wesentlicher durch äußere Zwänge verursacht wahrnehmen. Dieser fremdbestimmte und sehr abhängige Motivationsstil kann aber trotzdem ein sehr wirksames Mittel zur aktuellen Motivierung sein. Probleme ergeben sich allerdings nach Deci & Ryan (1993) mit der Persistenz und dem Transfer des Lernzugewinns. Ein extrinsisch motivierter Schüler wird seine Anstrengungen in Bezug auf die vorliegenden mathematischen Problemstellungen nur so lange aufrecht erhalten, als die externalen Einflussfaktoren und Anreizbedingungen, wie z.B. bevorstehende Proben, Noten, Zeugnisse usw. vorhanden sind. Persistenz und Transfer bedürfen deshalb der kontinuierlichen Aufrechterhaltung externaler Kontrollmaßnahmen. Ein weiteres zentrales Problem auf dieser Motivationsstufe ist die Qualität der mathematischen Lernergebnisse. In empirischen Untersuchungen konnte gezeigt werden, dass Lernende auf dieser Stufe der Motivierung vergleichsweise oberflächliche Lösungsstrategien bei der Aufgabenbearbeitung einsetzen und wenig Kreativität und Flexibilität bei der Lösung von Problemen zeigen (vgl. Danner & Lonky 1981; Grolnick & Ryan 1987; Utman 1997) - die Lernenden wählen üblicherweise den kürzesten Weg zur Erreichung der fremdgesetzten Ziele. Die Befunde der vorliegenden Untersuchung werden in diesem Zusammenhang gestützt, richtet man den Blick auf die Ausprägung der Abneigung bzw. der Amotivation gegenüber dem Lösen mathematischer Textaufgaben. Diese ist in den Vergleichsklassen über die Messzeitpunkte hinweg signifikant höher ausgeprägt als in den Trainingsgruppen. Die Ergebnisse der Kovarianzanalyse mit Messwiederholung (siehe Anhang A8) zeigen einen signifikanten Haupteffekt im Faktor ‚Instruktionsform'. Die bonferroni-adjustierten Mittelwertvergleiche bestätigen, dass die Amotivation beim Lösen der Textaufgaben zu allen Messzeitpunkten in den beiden Trainingsprogrammen signifikant niedriger ausgeprägt ist als im Vergleichsunterricht. Ein derartiges Erleben von Textaufgaben und mathematischen Problemstellungen kann

und darf nicht als Ziel des Mathematikunterrichts gesehen werden, weil die Aufgabenbearbeitung hierbei durch negative Erlebensqualitäten gekennzeichnet ist, z.B. durch eine Beeinträchtigung der Emotionen, wenig Freude und aversiv besetzte Gefühle wie z.B. Stress, innere Entfremdung, Leistungsangst usw.

Die Schülerinnen und Schüler, die das alltagsnahe bzw. das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm durchlaufen haben, weisen erwartungskonform eine deutlich höhere Ausprägung der identifizierten Regulation auf. Auf dieser weit mehr selbstbestimmt erlebten Form der Handlungsregulation nehmen sich die Schülerinnen und Schüler in sehr viel stärkerem Ausmaß in der Erfahrung von Autonomie und freiem Willen wahr. Sie befassen sich mit mathematischen Textaufgaben deshalb, weil sie diese für sich persönlich als bedeutsam erachten. Der Schlüssel zum Verständnis der identifizierten Handlungsregulation ist der persönliche Wertbezug. Die mathematischen Lernhandlungen richten sich auf etwas, wovon die Schülerinnen und Schüler innerlich überzeugt sind. Auch dieser Befund wird durch die Betrachtung der Kontrollvariablen noch gestärkt, wonach sich in der Einschätzung des instrumentellen Nutzens der mathematischen Textaufgaben, also der subjektiven Einschätzung wie nützlich oder wichtig die behandelten Aufgaben aus der Sicht der Schülerinnen und Schüler für andere Lebensbereiche oder Schulfächer sind, ein deutlicher Haupteffekt im Faktor ‚Instruktionsform' abzeichnet (siehe Anhang A6). Post-hoc-Tests bestätigten, dass die Schülerinnen und Schüler, die im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm unterrichtet wurden, den instrumentellen Nutzen der jeweiligen Aufgaben am signifikant höchsten einschätzen. Die Schülerinnen und Schüler des Vergleichsunterrichts schätzen die gleichen Aufgaben am deutlich wenigsten nutzbar und wichtig ein. Der instrumentelle Nutzen einer Aufgabe ist eine wichtige Voraussetzung dafür, dass sich ein Lernender mit dem entsprechenden mathematischen Inhalt nicht nur persönlich identifiziert, sondern die damit verbundenen Ziele zusätzlich in das Gesamtsystem der persönlichen Wertbezüge eingeordnet hat (vgl. auch Deci & Ryan 1993) - erst von einer derartigen Wahrnehmung von mathematischer Aufgabenkontexte kann die Entwicklung intrinsischer Motivation beim Lösen von mathematischen Textaufgaben ausgehen.

Die intrinsische Motivation beruht auf der inhärenten Befriedigung des Handlungsvollzugs beim Lösen der vorgelegten Textaufgaben. Die intrinsisch deutlich höher motivierten Schülerinnen und Schüler, die das alltagsnahe bzw. das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm durchlaufen haben, zeigen mehr Freude an der Tätigkeit des Lösens der mathematischen Textaufgaben oder ein höher ausgeprägtes intrinsisches Interesse am

Lösen der Problemstellungen. In vielen empirischen Untersuchungen konnte nachgewiesen werden, dass eine so verstandene intrinsische Motivation eine wichtige Bedingung für qualitativ anspruchsvolle Formen des Lernens darstellt und von daher zentrales Ziel motivationaler Bemühungen (nicht nur) im Mathematikunterricht sein muss (vgl. zusammenfassend Krapp 2003).

Offen bleibt jedoch in der vorliegenden Untersuchung die Frage, was für spezifische Elemente mathematischer Problemlösung welche speziellen Wirkungen bei der Entwicklung von Lernmotivation innerhalb des persönlichen Aufgabenkontextes initiieren. Auf Grund der vorliegenden Ergebnisse kann davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler beim Lösen von Textaufgaben den im Aufgabentext angebotenen (in allen Unterrichtssequenzen gleichen) Sachkontext entsprechend den Vorerfahrungen, die in den Lernprozessen innerhalb der beiden Trainingsprogramme gesammelt wurden, je nach mathematischer Sequenz in verschiedener Weise erleben, wahrnehmen und interpretieren. Weitere qualitative, prozessorientierte Untersuchungen müssten von dieser Studie ausgehend zum Ziel haben zu untersuchen, wie der Entwicklungsverlauf bei der Wahrnehmung persönlicher mathematischer Aufgabenkontexte auf der Grundlage des Vorwissens der Kinder, ihrer Vorerfahrungen und der Einschätzung des subjektiven, instrumentellen Nutzens mathematischer Textaufgaben vor sich geht, so dass die beiden Trainingsprogramme die berichteten, deutlich positiven Wirkungen bezüglich des Grades an wahrgenommener Selbstbestimmung und des Ausmaßes an Kontrolliertheit bei der Behandlung mathematischer Textaufgaben insbesondere nach der alltagsnahen bzw. der abstrakt-symbolischen Handlungsorientierung zeigen können. Die präsentierten Ergebnisse bilden lediglich einen Ist-Zustand innerhalb der Untersuchungsgruppen ab - erst mit Blick auf die Prozessdynamik motivationaler Entwicklungen könnten die untersuchten Trainingsprogramme genutzt werden, um daraus stimmige Gesamtkonzepte ‚mathematischer Motivierung' im Mathematikunterricht der Grundschule zu entwickeln.

8.3.2 Interesse beim Lösen von Textaufgaben

Unter Berücksichtigung der Differenzierung von situationalem und individuellem Interesse (vgl. Krapp, Hidi & Renninger 1992; siehe 4.2.3) kann die Interpretation der hypothesenkonform berichteten Unterschiede zwischen den Ausprägungen des Interesses im Bereich des situationalen Interesses ansetzen. Das in der konkreten Handlungssituation bzw. dem konkreten Handlungsablauf des Lösens mathematischer Textaufgaben erlebte situationale Interesse wurde in der theoretischen Grundlegung als ein spezieller, motivationaler Zustand beschrieben, der als Ergebnis der Wechselwirkung zwischen Person- und Situationsfaktoren zustande kommt. In der vorliegenden Untersuchung wurde das situationale Interesse durch eine entsprechend interessante Aufbereitung des Lösungsprozesses mathematischer Textaufgaben angeregt und für gewisse Zeit aufrecht erhalten. Der Umgang und die Simulation der vorgelegten Problemsituationen mit den entsprechenden konkreten Materialien (z.B. Spielgeld) scheint wie erwartet die interessenwirksamste Anregung zu bieten. In der vorliegenden Studie erreicht dieses Programm am deutlichsten, dass die Schülerinnen und Schüler das Lösen der Textaufgaben als einen attraktiven Interessengegenstand erleben und eine Erweiterung ihres Wissens und Könnens beim Lösen von Textaufgaben anstreben. Jedoch muss betont werden, dass die berichtete Befundlage nicht als hinreichende Basis allein für eine lernwirksame Motivierung der Schülerinnen und Schüler beim Lösen von Textaufgaben betrachtet werden darf. Zahlreiche Studien (vgl. z.B. Malone & Lepper 1987) belegen, dass durch tätigkeitsspezifische Anreize die Aufmerksamkeit von Schülerinnen und Schülern kurzfristig angeregt werden kann, dass es dagegen im Mathematikunterricht sehr viel schwieriger ist, diesen motivationalen Anfangszustand über längere Zeit aufrecht zu erhalten und auf den eigentlichen Lerninhalt, also den mentalen Lösungsprozess mathematischer Textaufgaben zu lenken. In diesem Sinne richten die vorliegenden Interessenunterschiede den Blick auf die so genannte „catch-“ und die „hold-“ Komponente des situationalen Interesses (vgl. Mitchell 1993). Um das Interesse der Schülerinnen und Schüler zu „catchen“, bedienen sich die vorliegenden Trainingsprogramme zur Förderung der mathematischen Modellierungsfähigkeit konkreter Materialien bzw. mathematischer Anschauungsmaterialien, bei denen die Handhabung bzw. der Umgang mit den Materialien sicherlich einen tätigkeitsspezifischen Anreiz im Sinne von Rheinberg & Fries (1998) darstellt. Ein wirklich lernwirksames Interesse ist aber nicht gleichzusetzen mit situationsspezifischer Aktivierung (vgl. Hidi 1998), es müssen weitere Faktoren hinzukommen, um ein „hold“ des Interesses zu gewährleisten. Ein wesentlicher Faktor besteht z.B. darin, dass die Schülerinnen und Schüler den entsprechenden Inhalt, also die mathematischen Textaufgaben oder das Lösen von Textaufgaben, langfristig als etwas persönlich Sinnvolles und persönlich Bedeutsames wahrnehmen (vgl. Mitchell 1993). Wesentliche Voraussetzung für einen Mathematikunterricht, der das Interesse anregt, ist die wahrgenommene Relevanz des Lernstoffes, also im vorliegenden Fall die Relevanz von Textaufgaben bzw. die Relevanz des Lösungsprozesses der Textaufgaben. Diese Relevanz wird bei anwendungsbezogenen, realitätsnahen Gegenständen, wie sie mathematische Textaufgaben grundsätzlich darstellen können, die an die Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler anknüpfen, besonders gut wahrgenommen. Die Trainingsprogramme können hierzu sozusagen einen situationalen Interessen-Initiierungsprozess darstellen, eine situationale Interessiertheit muss demnach aber durch ganzheitliche, wenn möglich fächerübergreifende Einbettung der Textaufgaben und die Betrachtung aus verschiedenen Perspektiven unterstützt werden, um wirklich langfristig selbstbestimmtes und interessiertes Lernen zu gewährleisten (vgl. Prenzel 1996) – oder anders ausgedrückt, um das Interesse am Lösen von Textaufgaben im Sinne von Mitchell (1993) zu „holden“. Für eine Unterstützung der „hold-“ Komponente sind also erweiterte motivationale Anreizbedingungen vor und während des Lösens von mathematischen Textaufgaben erforderlich. Bayreuther gibt hierzu bei der Bearbeitung mathematischer Textaufgaben vielfältige Anregungen, wie durch konkrete Erfahrungen - z.B. innerhalb des Themenkomplexes ‚Einkaufen’ - interessenanregende Aktivitäten im Mathematikunterricht durchgeführt werden können (vgl. Baireuther 2003b), z.B.:

- Anregung von Interesse bei der Datensammlung durch
    - Prospekte (Sammeln, Ordnen, Herausschreiben),
    - Supermärkte (Besuch mit Beobachtungen),
    - Personen (Befragen von Mitschülerinnen und -schülern, der Lehrkraft, den Eltern usw. über Einkaufsgewohnheiten),
- Anregung von Interesse bei der Bewertung von Daten durch
    - Schätzen (welche Preise, Ergebnisse usw. entsprechen der Lebens- bzw. Alltagserfahrung?),
    - Auswerten verschiedener Quellen (Kassenbons, Sonderangebote usw.),
- Anregung von Interesse beim Ordnen von Daten durch
    - Überlegungen zu Extremwerten (Was ist das teuerste / billigste Angebot?),
    - Runden (Was sind sinnvolle Preise?),
    - Vereinfachen (Mit welchen Werten kann ich besonders leicht rechnen?),
    - subjektive Bedeutsamkeit (Welche Preise sollen überhaupt betrachtet werden? Welche sind wichtiger / interessanter? Welche Preise sind weniger wichtig? Usw.),

- Anregung von Interesse bei der Darstellung von Daten durch
  - z.B. Einkaufszettel-Puzzle (Zerlegte Einkaufszettel - z.B. in Spalten für Waren und Preise – zusammenfügen),
  - anschauliche Illustration der Information (z.B. Lebensmittelladen-Bilder mit den nötigen Preisschildern versehen),
  - graphische Illustration der Information (z.B. Anfertigen von Diagrammen über Preisverläufe, Preisschilder erstellen und ansprechend gestalten usw.).

Wesentlich an den gewonnenen und berichteten Ergebnissen ist, dass die vorgestellten mathematischen Trainingsprogramme, hier das alltagsnahe Trainingsprogramm in besonderem Maße, Motivierungsquellen im Sinne der Anregung des situationalen Interesses beinhalten und die intrinsische Qualität der Lernsituation beim Lösen von Textaufgaben zumindest in stärkerem Maße als der Vergleichsunterricht unterstützen. Bereits an dieser Stelle der Interessengenese (nämlich der Aktivierung situationalen Interesses) spielen emotionale Erfahrungen in Bezug auf das Lösen von Textaufgaben eine wichtige, wenn auch nicht unbedingt vorentscheidende Rolle. Ein auf dieser Stufe hoher Zustand der Motiviertheit aber ist Voraussetzung für die Stabilisierung von Interessen (vgl. Hidi 1998). Nur bei einer insgesamt positiv wahrgenommenen Bilanz der Erlebensqualität der Lernsituation beim Lösen von Textaufgaben kann auch zukünftig von einer persistenten Auseinandersetzungsbereitschaft beim Umgang mit Textaufgaben ausgegangen werden. Dieser Aspekt gewinnt insbesondere für die folgenden Stadien der Interessengenese mit Blick auf die Entwicklung eines individuellen, dispositionalen Interesses eine entscheidende Bedeutung (vgl. Krapp 1998).

8.3.3 Selbstwirksamkeitserwartungen beim Lösen von Textaufgaben

Für eine langfristige Förderung der Lernmotivation von Schülerinnen und Schülern ist der „Weg über die Ebene der Bedürfnisse“ (Fries 2002, S.24) ein zentrales Wirkelement - als besonders geeignet für langfristige Motivierungsmaßnahmen erweist sich jenes Bedürfnissystem, das durch Streben nach Kompetenz und Kompetenzerleben gekennzeichnet ist. Derartiges Streben nach Kompetenz ist gerade in der Schule und im Unterricht von besonderer Bedeutung, weil es als wesentliche schulische und unterrichtliche

Aufgabe gesehen werden kann im und durch Unterricht Kompetenzen zu entwickeln. Selbsteinschätzungen in Bezug auf die eigenen Fähigkeiten stellen damit ein wichtiges motivationales Moment im (mathematischen) Lernprozess allgemein und im Lösen von Textaufgaben im Speziellen dar. Insbesondere Selbstwirksamkeitserwartungen, also subjektive Annahmen über die Ausprägungen eigener Fähigkeiten und Kenntnisse, müssen nach den präsentierten Ergebnissen und Befunden ein häufig in den Blick genommener Untersuchungsgegenstand v.a. im Mathematikunterricht der Grundschule werden, insbesondere deshalb, weil vielfältige Evidenz dafür besteht, dass Selbstwirksamkeiterwartungen eng mit schulischem Lernerfolg zusammen hängen (vgl. Helmke & van Aken 1995; Skaalvik & Rankin 1996; Möller & Köller 2004).

Selbstwirksamkeitserwartungen, die im Fall der vorliegenden Untersuchung im Sinne einer optimistischen Sichtweise der eigenen Handlungsmöglichkeiten sowie der Möglichkeit zu einer adaptiven Selbstregulation operationalisiert wurden, sind entsprechend der dargestellten Ergebnisse in den Trainingsprogrammen signifikant höher ausgeprägt als im Vergleichsunterricht. Die dargestellten Ergebnisse zeigen, dass insbesondere die Schülerinnen und Schüler, die das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm durchlaufen haben, beim Lösen von Textaufgaben die signifikant am höchsten ausgeprägten Selbstwirksamkeitserwartungen aufweisen. Die Schülerinnen und Schüler der Vergleichsklassen weisen die signifikant niedrigsten Selbstwirksamkeitserwartungen auf. Dieses Ergebnis ist insofern interessant, als hohe Selbstwirksamkeitserwartungen in mehrfacher Weise leistungsförderlich sind. Je höher die Selbstwirksamkeitserwartungen ausgeprägt sind, desto leichter fällt es den Schülerinnen und Schülern anspruchsvolle mathematische Problemsituationen zu bewältigen, desto weniger geben die Schülerinnen und Schüler ihre Lernbemühungen bei auftretenden Komplikationen auf und desto mehr sind sie gegen das Auftreten von Selbstzweifel gefeit (vgl. Helmke 1992). Selbstwirksamkeitserwartungen beziehen sich gemäß den theoretischen Ausführungen auf optimistische Kompetenzerwartungen in vorgegebenen Bereichen, wie etwa im vorliegenden Fall den Anforderungen die gestellten mathematischen Textaufgaben zu lösen (siehe 4.5). Im Vordergrund von Selbstwirksamkeitserwartungen stehen dabei weniger die Überzeugungen, einzelne begrenzte Tätigkeiten, wie z.B. das Simulieren von Textaufgaben mit konkreten Materialien oder die Übertragung einer Problemsituation in mathematische Anschauungsmittel, vollziehen oder bewältigen zu können, als vielmehr die Gewissheit, die eigenen, in den Trainingsprogrammen erlangten Fähigkeiten für eine erfolgreiche mathematische Modellierung von Textaufgaben integrieren zu können.

Die Ergebnisse sind insofern auch mit Blick auf das Leistungsmotiv im Mathematikunterricht von Bedeutung, als gezeigt werden konnte, dass (wie auch mit Blick auf die Selbstbestimmungstheorie berichtet wurde) die Wahrnehmung der eigenen Kompetenz und Wirksamkeit beim Lösen von Textaufgaben wesentlich vom persönlichen Aufgabentext, d.h. von den Vorerfahrungen, die in den Lernprozessen innerhalb der beiden Trainingsprogramme gesammelt und in verschiedener Weise interpretiert wurden, abhängen. In Bezug auf persönliche Erfolgs- oder Bewältigungserfahrungen, die in den Trainingsprogrammen entwickelt werden und die eine wesentliche Quelle optimistischer Kompetenzerwartungen darstellen und damit als ein integrierter Bestandteil des Selbstkonzepts verstanden werden, tragen die mathematischen Trainingsprogramme deutlich positivere Wirkungen bezüglich des Ausmaßes an wahrgenommener Selbstwirksamkeitserwartung in sich als der Vergleichsunterricht. Jede Aufgaben- und Leistungssituation birgt die Möglichkeit der Überprüfung des eigenen Könnens, aber auch die Gefahr des Scheiterns in sich - Ziel von (Mathematik-)Unterricht sollte es stets sein die Erfolgszuversicht der Schülerinnen und Schüler zu fördern und ihre Misserfolgsängstlichkeit abzubauen. Dieses Ziel ist im vorliegenden mathematischen Inhaltsbereich umso leichter zu erreichen, als es gelingt die Wahrnehmung der eigenen Kompetenz und Wirksamkeit beim Lösen von Textaufgaben als zentralen Bestandteil der Lernmotivation zu integrieren und für die Initiierung und Aufrechterhaltung der jeweiligen Lern- und Anstrengungsprozesse zu nutzen. Dazu ist es notwendig, dass Lernbedingungen geschaffen werden, die Selbstwirksamkeitserwartungen anregen. Es konnte gezeigt werden, dass die beiden vorgestellten Trainingsprogramme grundlegende Lernelemente liefern, dieses Ziel im Mathematikunterricht der Grundschule anzubahnen.

9. Zusammenschau

Im Zuge der zurückliegenden internationalen Schulleistungsvergleiche TIMSS, PISA und IGLU wurde teilweise heftige Kritik an unserem Schul- und Bildungssystem, an der Lehrerbildung usw. laut. Die Vergleichsstudien haben auf die Stärken und insbesondere die Schwächen deutscher Schülerinnen und Schüler insbesondere im mathematisch-naturwissenschaftlichen Bereich aufmerksam gemacht. Die internationalen Ergebnisse gaben Anlass zu einer intensiven Diskussion mit dem Ziel Mathematikunterricht im

Allgemeinen und den Mathematikunterricht an der Grundschule im Speziellen zu verbessern. Der wohl wesentlichste Kritikpunkt an unserem gegenwärtigen Mathematikunterricht besteht darin, dass er sich zu sehr an der Vermittlung von Standardverfahren orientiere, während der Erwerb von flexibel anwendbaren mathematischen Fähigkeiten zu kurz kommt (vgl. z.B. Baireuther 1990; Walther, Geiser, Langeheine & Lobemeier 2003; v. Hofe 2003; v. Hofe & Kleine 2003). Das Ziel einer flexiblen mathematischen Modellierungsfähigkeit wird bestenfalls bei einem sehr kleinen Teil der Schüler erreicht. Für viele Schüler ist das Lösen mathematischer Sachprobleme Selbstzweck, sie verstehen den Umgang mit mathematischen Symbolen als Manipulation von Zeichen, nicht aber als anwendbares Werkzeug zur Modellierung von Symbolen und Ereignissen. Der mathematischen Modellierungsfähigkeit wird in der mathematikdidaktischen Forschung deshalb eine zentrale Stellung bei der Bewältigung problemhaltiger Situationen zugeschrieben. Vermittelt über eine basale Ausbildung und Entwicklung mathematischer Grundvorstellungen gilt die Modellierungsfähigkeit als wesentliche Determinante mathematischer Schulleistungen. Aus der gegenwärtigen Diskussion über den Mathematikunterricht in der Grundschule ergibt sich u.a. die Frage, wie Mathematikunterricht gestaltet sein muss, dass die beim mathematischen Modellieren involvierten kognitiven Prozesse gefördert werden können. Dazu wurden ausgehend von den Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen anhand von Textaufgaben zwei Trainingsprogramme für 2. Jahrgangsstufen mit dem Ziel der Förderung der Modellierungsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler entwickelt. In einer Interventionsstudie wurden alltagsnahe Lösungsprozesse, die auf die Entwicklung und Aktivierung primärer Grundvorstellungen abzielen, und abstrakt-symbolische Lösungsprozesse, die auf die Entwicklung und Aktivierung sekundärer Grundvorstellungen zielen, beim Umgang mit mathematischen Textaufgaben getrennt.

Wie an den dargestellten Ergebnissen der mathematischen Auswertungen zum Lernzuwachs und zu den mathematischen Posttestleistungen der Schülerinnen und Schüler zu erkennen ist (siehe 7.2.1 und 7.2.2), führen sowohl die Trainingsprogramme als auch der Vergleichsunterricht zu Lernfortschritten - insbesondere aber die Schülerinnen und Schüler profitieren vom dargebotenen Mathematikunterricht, die das abstrakt-symbolische Trainingsprogramm durchlaufen haben. Diese Schülerinnen und Schüler erreichen signifikant höhere Leistungen im mathematischen Modellierungs-Posttest. Wie erwartet zeigen in besonderem Maße leistungsschwächere Kinder deutlich größere Lernzuwächse und bessere Posttestleistungen nach dem abstrakt-symbolischen Programm als nach dem alltagsnahen Programm bzw. dem Vergleichsunterricht. Die hohen Lernzugewinne sind sowohl für die komplexen Textaufgaben zu verzeichnen als auch für die einfachen Textaufgaben. Die Ergebnisse der vorliegenden Studie belegen, dass sich die von Hasemann & Stern (2002) dargestellten Effekte beim Lösen von Vergleichsaufgaben im mathematischen Größenbereich ‚Anzahlen' auch beim Lösen mathematischer Textaufgaben zeigen, denen andere Grundvorstellungen der Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen zu Grunde liegen, innerhalb weiterer mathematischer Größenbereiche und v.a. für einfache und komplexe Textaufgaben. Es ist demnach unbedingt zu fordern, dass sich der Mathematikunterricht der Grundschule deutlich mehr als bisher von einer traditionell üblichen Vorstellung verabschiedet, dass mathematische Begriffe und Verfahren stets in einem Abstraktionsprozess entwickelt werden müssen, der einzig und allein von konkreten und gegenständlichen Erfahrungen der Kinder ausgeht. Vielmehr müssen kognitive Prozesse im Grundschulunterricht fokussiert werden, die darauf abzielen abstrahierbare Modelle der Begriffe und Verfahren zu entwickeln – Aktivitäten hierzu wurden in der vorliegenden Untersuchung vorgestellt.

Unter dem Gesichtspunkt, dass sich Unterrichtsqualität nicht allein anhand der messbaren Unterrichtsergebnisse definieren lässt, wurden die beiden Trainingsprogramme bezüglich ihrer motivationalen Wirkungen untersucht (siehe 8.2). (Grundschul-)Kinder lernen am besten in Lernsituationen, die eine selbstbestimmte und selbstverantwortliche Auseinandersetzung mit Problemstellungen und Unterrichtsinhalten ermöglichen. Die beiden Trainingsprogramme wurden im Gegensatz zum „herkömmlichen" Vergleichsunterricht unter der Perspektive des Motivationspotentials der alltagsnahen und abstrakt-symbolischen Aktivitäten beim Lösen von Textaufgaben untersucht. Es zeigte sich einerseits, dass die Schülerinnen und Schüler, die die beiden Trainingsprogramme absolvierten, mit größerem Interesse, selbstbestimmteren Formen der Lernmotivation und höheren Selbstwirksamkeitserwartungen an das Lösen mathematischer Textaufgaben herangehen. Insbesondere im alltagsnahen Trainingsprogramm mit dem enthaltenen tätigkeitsspezifischen Potential durch den Umgang mit konkreten Objekten und Materialien gehen die Schülerinnen und Schüler mit signifikant höherem Interesse an das Lösen der mathematischen Textaufgaben heran. Im abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm werden in der Auseinandersetzung mit den Textaufgaben Selbstwirksamkeitserwartungen und Kompetenzerwartungen als eine wichtige personale Ressource entwickelt, die insbesondere dann von Bedeutung sind, wenn ein Lernender schwierige Lernaufgaben zu bewältigen hat. Vorab werden die an die eigene Person gestellten Anforderungen gegen die eigenen Kompetenzen und Ressourcen abgewägt, erst dann fällt die Entscheidung für eine motivierte Herangehensweise und Bewältigungsreaktion auch gegenüber auftretenden Schwierigkeiten. Die Ergebnisse sind bemerkenswert, bedenkt man, dass die Auswirkungen intrinsischer Motivation in unterschiedlichsten Lernsituationen bisher vielfältig, z.B. in schulischen und akademischen Lernfeldern, untersucht wurden und darin nachgewiesen werden konnte, dass intrinsische Motivationsformen wesentliche Bedingung für qualitativ anspruchsvolle Formen des Lernens in unterschiedlichsten Lern- und Problemsituationen darstellen.

Zusammengefasst sprechen die erörterten Ergebnisse dafür, eine Integration der untersuchten Aktivitäten in ein stimmiges Gesamtkonzept des Mathematikunterrichts einzubeziehen, der forschend-entdeckende, selbstgeleitete und sozial-integrative Arbeitsformen berücksichtigt, um eine langfristige Motivierung im intendierten Sinn zu gewährleisten.

Literatur:

Achtenhagen, F. & Lempert, W. (Hrsg.) (2000). Lebenslanges Lernen im Beruf. Seine Grundlegung im Lebens- und Jugendalter. Bd. 3. Psychologische Theorie, Empirie und Therapie. Opladen: Leske + Budrich.

Aebli, H. (1981). Denken: das Ordnen des Tuns. Stuttgart: Klett.

Aebli, H. (1983). Zwölf Grundformen des Lehrens. Stuttgart: Klett.

Aebli, H. (1987). Grundlagen des Lehrens. Stuttgart: Klett.

Aebli, H. (1988). Begriffliches Denken. In H. Mandl & H. Spada, Wissenspsychologie. München: Scriptor.

Aebli, H., Ruthemann, U. & Staub, F. (1986). Sind Regeln des Problemlösens lehrbar? Zeitschrift für Pädagogik, 32, S. 617-638.

Albrecht, J.E. & O`Brien, E.J. (1993). Updating a mental model: Maintaining both local and global coherence. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 19, pp. 1061–1070.

Arnold, H.J. (1998). Konkrete Wegfindung durch reflexive Abstraktion. Universität Duisburg: Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik, Nr. 430.

Asendorpf, J.B. (1995). Persönlichkeitspsychologie: Das empirische Studium der individuellen Besonderheit aus spezieller und differentieller Perspektive. Psychologische Rundschau, 46, S. 235-247.

Atkinson, J.W. (1957). Motivational determinants of risk-taking behavior. Psychological Review, 64, pp. 359-372.

Atkinson, J.W. & Litwin, G.H. (1960). Achievement motive and test anxiety conceived as motive to approach success and motive to avoid failure. Journal of Abnormal and Social Psychology, 60, pp. 52-63.

Atkinson, J.W. & McClelland, D.C. (1948). The projective expression of needs: The effect of different intensities of the hunger drive in thematic apperception. Journal of Experimental Psychology, 33, pp. 643—658.

Atteslander, P. (2000). Methoden der empirischen Sozialforschung (9. Auflage). Berlin & New York: DeGruyter.

Baddeley, A. (1997). Human memory. Theorie and practice. Hove: Psychology Press.

Baireuther, P. (1990). Konkreter Mathematikunterricht. Bad Salzdetfurth: Franzbecker.

Baireuther, P. (1999). Mathematikunterricht in den Klassen 1 und 2. Donauwörth: Auer.

Baireuther, P. (2003a). Aufgabentypen im Sachrechnen. Unveröffentlichtes Manuskript. URL: http://mathematik.ph-weingarten.de/~baireuther/download/sachr-aufgabentypen.pdf. Pädagogische Hochschule Weingarten.

Baireuther, P. (2003b). Erfahrungen mit Daten im Mathematikunterricht - Erfahrungsbereich „Einkaufen“. Unveröffentlichtes Manuskript. Pädagogische Hochschule Weingarten.

Baireuther, P. (2005). Der Rechenstab. Unveröffentlichtes Manuskript. URL: http://mathematik.ph-weingarten.de/~baireuther/download/plusmin.pdf. Pädagogische Hochschule Weingarten.

Ballstaedt, S.P., Mandl, H., Schnotz, W. & Tergan, S.O. (1981). Texte verstehen, Texte gestalten. München, Wien & Baltimore: Urban & Schwarzenberg.

Bandura, A. (1977). Self-efficacy. Toward a unifying theory of behavioral change. Psychological Review, 84, pp. 191-215.

Bandura, A. (1986). Social foundations of thought and action: A social cognitive theory. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

Bandura, A. (1989). Human agency in social cognitive theory. American Psychologist, 44, pp. 1175-1148.

Bandura, A. (Ed.) (1995). Self-efficacy in changing societies. New York: Cambridge University Press.

Bandura, A. (1997). Self-efficacy. The exercise of control. New York: Freeman.

Bandura, A. (2001). Social cognitive theory. Annual Review of Psychology, 52, pp. 1-26.

Bandura, A. & Schunk, D.H. (1981). Cultivating competence, self-efficacy, and intrinsic interest through proximal self-motivation. Journal of Personality and Social Psychology, 41, pp. 586-598.

Barnard, A.D. & Tall, D.O. (2001). A comparative study of cognitive units in mathematical thinking. Proceedings of the 25th conference of the international group for the psychology of mathematics education (pp. 89–96). Utrecht: Freudenthal Institute, University of Utrecht.

Baptist, P. & Ulm, V. (2002). Stufen mathematischer Kompetenz nach PISA. Spektrum, 2.

Bartlett, F.C. (1932). Remembering. A study in experimental and social psychology. Cambridge: University Press.

Baruk, S. (1989). Wie alt ist der Kapitän? Über den Irrtum der Mathematik. Basel: Birkhäuser.

Bauer, L. (1988). Mathematik und Subjekt: Eine Studie über pädagogisch-didaktische Grundkategorien und Lernprozesse im Unterricht. Wiesbaden: Springer.

Bauersfeld, H. (1978). Kommunikationsmuster im Mathematikunterricht – Eine Analyse am Beispiel der Handlungsverengung durch Antworterwartung. In H. Bauersfeld u.a. (Hrsg.), Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht (S.158–170). Hannover: Schroedel.

Bauersfeld, H. (1983). Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In H. Bauersfeld u.a. (Hrsg.), Lernen und Lehren von Mathematik (S.1-56). Köln.

Bauersfeld, H. (1988). Interaction, construction and knowledge: Alternative perspectives for mathematics education. In D.A. Grouws, T.J. Cooney, D. Jones (Eds.), Effective mathematics teaching. New York: Reston.

Baumert, J. u.a. (Hrsg.) (1997). TIMSS - Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im Vergleich. Deskriptive Befunde. Opladen: Leske + Budrich.

Baumert, J. u.a. (Hrsg.) (2001). PISA 2000 – Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Opladen: Leske + Budrich.

Beck, K. & Heid, H. (Hrsg.) (1996). Lehr-Lern-Prozesse in der kaufmännischen Erstausbildung: Wissenserwerb, Motivierungsgeschehen und Handlungskompetenzen. Beiheft 13 zur Zeitschrif für Berufs- und Wirtschaftspädagogik. Stuttgart: Steiner.

Bender, P. (1991). Ausbildung von Grundvorstellungen und Grundverständnissen – ein tragendes Konzept für den Mathematikunterricht – erläutert an Beispielen aus dem Sekundarstufenbereich. In H. Postel, A. Kirsch & W. Blum (Hrsg.), Mathematik lehren und lernen, Festschrift für Heinz Griesel (S. 48-60). Hannover: Schroedel.

Berlyne, D.E. (1949). Interest as a psychological concept. The British Journal of Psychology, 39, pp. 184-195.

Berlyne, D.E. (1960). Conflict, arousal and curiosity. New York: Grove Press.

Beyer, B.K. (1987). Practical strategies for the teaching of thinking. Boston: Allyn and Bacon.

Biehler, R. et al. (Eds.) (1994). Didactics of mathematics as a scientific discipline. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Biggs, J. & Collis, K. (1982). Evaluating the quality of learning: the SOLO taxonomy. New York: Academic Press.

Biggs, A.J. & Collis, K. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behaviour. In H. Rowe (Ed.), Intelligence, Reconceptualization and Measurement. New Jersey: Laurence Erlbaum.

Black, A.E. & Deci, E.L. (2000). The effects of instructors' autonomy support and students' autonomous motivation on learning organic chemistry: A self-determination theory perspective. Science Education, 84, pp. 740-756.

Blum, W. (1993). Anwendungen und Modellbildung im Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker.

Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht - Trends und Perspektiven. Beiträge zum 7. Internationalen Symposium zur Didaktik der Mathematik in Klagenfurt, September 1994 (S. 15-38). Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.

Blum, W. & Neubrand, M. (Hrsg.) (1998). TIMSS und der Mathematikunterricht: Informationen, Analysen, Konsequenzen. Hannover: Schroedel.

Blum, W. & vom Hofe, R. (2003). Welche Grundvorstellungen sind hier erforderlich? Analysen zur Beurteilung des Anspruchsniveaus von Aufgaben. Mathematik lehren, 3, S. 14-18.

Blum, W. & Wiegand, B. (1998). Wie kommen die deutschen TIMSS-Ergebnisse zustande? Ein Interpretationsansatz auf der Basis stoffdidaktischer Analysen. In W. Blum & M. Neubrand, TIMSS und der Mathematikunterricht (S. 28-34). Hannover: Schroedel.

Blum, W. & Wiegand, B. (2000). Vertiefen und Vernetzen. Intelligentes Üben im Mathematikunterricht. Üben und Wiederholen. Jahresheft 2000. Seelze: Friedrich, S. 106-108.

Boaler, J. (1993). Encouraging the transfer of „school“ mathematics to the „real world“ through the integration of process and content, context and culture. Educational Studies in Mathematics, 25, pp. 341-373.

Boekaerts, M. (1996). Personality and the psychology of learning. European Journal of Personality, 10, pp. 377-404.

Boekaerts, M. & Pintrich, P. & Zeidner, M. (2000). Handbook of self-regulation. London: Academic Press.

Boehnke, K. (1983). Der Einfluß verschiedener Stichprobencharakteristiken auf die Effizienz der parametrischen und nichtparametrischen Varianzanalyse. Heidelberg: Springer.

Bolduc, E.J. (1970). A factorial study of the effects of three variables on the ability of first grade children to solve arithmetic addition problems. Dissertation Abstracts International. Tennessee: University of Tennessee.

Bortz, J. (1999). Statistik für Sozialwissenschaftler (5. Auflage). Berlin u.a.: Springer

Bortz, J. & Döring, N. (1995). Forschungsmethoden und Evaluation (2. Auflage). Berlin u.a.: Springer.

Bortz, J. & Lienert, G.A. (1998). Kurzgefasste Statistik für die Klinische Forschung. Ein praktischer Leitfaden für die Analyse kleiner Stichproben. Heidelberg: Springer.

Bortz, J., Lienert, G.A. & Boehnke, K. (1990). Verteilungsfreie Methoden in der Biostatistik. Berlin: Springer.

Brandtstädter, J. (1979). Zur Bedeutung der Pädagogischen Psychologie für die Planung und Kritik der Erziehungspraxis. In J. Brandtstädter, G. Reinert, & K.A. Schneewind (Hrsg.), Pädagogische Psychologie. Probleme und Perspektiven (S. 79-102). Stuttgart: Klett.

Brewer, W.F. (1987). Schemas versus mental models in human memory. In P. Morris (Ed.), Modeling cognition (pp. 187-197). Chichester: Wiley.

Briars, D.J. & Larkin, J.H. (1984). An integrated model of of skill in solving elementary word problems. Cognition and Instruction, 1, pp. 245-296.

Brophy, J. (1999). Toward a model of the value aspects of motivation in education: developing appreciations for particular learning domains activities. Educational Psychologist, 34, pp. 75-85.

Brown, J.S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. Educational Researcher, 18, pp. 32-42.

Bruner, J.S. (1963). The process of education. Cambridge: Harvard University Press.

Bruner, J.S. (1966). Towards a theory of instruction. New York: Norton.

Bruner, J.S. (1971). Über kognitive Entwicklung I und II. In J.S. Bruner, R.R. Olver & P.M. Greenfield (Eds.), Studien zur kognitiven Entwicklung. Stuttgart: Klett.

Bruner, J.S., Olver, R.R. & Greenfield, P.M. (1971). Studien zur kognitiven Entwicklung. Stuttgart: Klett.

Buckingham, B.R. & MacLatchy, J. (1930). The number abilities of children when they enter grade one. 29th Yearbook of the National Society for the Study of Education. Bloomington: Public School Publishing.

Bunce, D.M., Gabel, D.L. & Samuel, J.V. (1991). Enhancing chemistry problem-solving achievement using problem categorization. Journal of Research in Science Teaching, 6, pp. 505–521.

Busse, A. (2000). Zum Kontextbegriff in der Mathematikdidaktik. In M. Neubrand (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht (S. 137-140). Hildesheim: Franzbecker.

Busse, A. (2003). Zur Rolle des Sachkontextes bei realitätsbezogenen Mathematikaufgaben. Unveröffentlichtes Manuskript: Universität Hamburg.

Cameron, J. & Pierce, W.D. (1994). Reinforcement, reward, and intrinsic motivation: A meta-analysis. Review of Educational Research, 64, pp. 363–423.

Carpenter, T.P., Ansell, E., Franke, M.L., Fennema, E. & Weisbeck, L. (1993). Models of problem solving: A study of fourth grade children's problem-solving processes. Journal for Research in Mathematics Education, 24, pp. 428-441.

Carpenter, T.P., Fennema, E. & Peterson, P. (1987). Cognitively guided instruction: The application of cognitive and instructional science to mathematics curriculum development. In I. Wirszup and R. Streit (Eds.), Developments in school mathematics education around the world. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Carpenter, T.P., Hiebert, J., & Moser, J. M., (1981). Problem structure and first grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems. Journal for Research into Mathematical Education, 12, pp. 27-39.

Carpenter, T.P & Moser, J.M. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skill. In T.P. Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (Eds.), Addition and subtraction: A cognitive perspective. Hillsdale: Erlbaum.

Carraher, T.N., Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (1987). Written and oral mathematics. Journal for Research in Mathematics Education, 18, pp. 83-97.

Castelnuovo, E. (1968). Didaktik der Mathematik. Frankfurt a. M.: Akademische Verlagsgesellschaft.

Chi, M.K.H., Feltovich, P.J. & Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. Cognitive Science, 5, pp. 121–152.

Chott, P.O. (1998). Die Entwicklung eines MATHETIK-Begriffs und seine Bedeutung für den Unterricht in der (Grund)Schule. PÄDforum, 4, S. 390-396.

Clarke, D & Helme, S. (1998). Context as Construction. In O. Björkqvist (Ed.), Mathematics teaching from a constructivist point of view, Reports from the faculty of education (pp. 129-147). Abo: Akademic University.

Cobb, P. (1987). An analysis of three models on early number development. Journal for Research in Mathematics Education, 18, pp. 362–365.

Cognition and Technology Group at Vanderbilt (1997). The Jasper Project: Lessons in curriculum, instruction, assessment, and professional development. Hillsdale: Erlbaum.

Cooper, G. & Sweller, J. (1987). Effects of schema acquisition and rule automation on mathematical problem solving. Journal of Experimental Psychology, 79, pp. 347-362.

Crick, F. (1994). The astonishing hypothesis. London: Simon & Schuster.

Csikszentmihalyi, M. (1985). Das Flow-Erlebnis. Stuttgart: Klett-Cotta.

Csikszentmihalyi, M. (1988). Motivation and creativity: Towards a synthesis of structural and energistic approaches to cognition. New Ideas in Psychology, 6, pp. 159-176.

Csikszentmihalyi, M. (1990). Flow. New York: Harper & Row.

Csikszentmihalyi, M. & Schiefele, U. (1993). Die Qualität des Erlebens und der Prozeß des Lernens. Zeitschrift für Pädagogik, 39, S. 207–221.

Cummins, D.D. (1991). Children's interpretations of arithmetic word problems. Cognition and Instruction, 3, pp. 261–289.

Cummins, D.D., Kintsch, W., Reusser, K. & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. Cognitive Psychology, 20, pp. 405-438.

Czarnocha, B., Dubinsky, E., Prabhu, V. & Vidakovic, D. (1999). One theoretical perspective in undergraduate mathematics education research. Proceedings of the 23th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 95-110). Haifa: Institute of Technology

Danner, F.W. & Lonky, E. (1981). A cognitive-developmental approach to the effects of rewards on intrinsic motivation. Child Development, 52, pp. 1043-1052.

Davis, G.E. & McGowen, M.A. (2001). Embodied objects and the signs of mathematics. Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Utrecht: Freudenthal Institute, University of Utrecht.

Davis, P.J. & Hersh, R. (1986). Erfahrung Mathematik. Basel: Birkhäuser.

Davis, R.B. (1984). Learning mathematics. The cognitive science approach to mathematics education. Norwood: Ablex.

Davis-Dorsey, J., Ross, S.M. & Morrison, G.R. (1991). The role of rewording and context personalization in the solving of mathematical word problems. Journal of E-ducational Psychology, 83, pp. 61-68.

de Corte, E., Verschaffel, L. & de Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children'ss problem representations and solutions. Journal of Educational Psychology, 77, pp. 460-470.

de Lange, J. (1996). Real problems with real world mathematics. Proceedings of the 8th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 83-110). Sevilla: S.A.E.M. Thales.

Dean, A.L., & Malik, M.M. (1986). Representing and solving arithmetic word problems: A study of developmental interaction. Cognition & Instruction, 3, pp. 221-228.

DeCharms, R. (1968). Personal causation. New York: Academic Press.

Deci, E.L. (1975). Intrinsic motivation. New York: Plenum Press.

Deci, E.L., Eghrari, H., Patrick, B.C. & Leone, D.R. (1994). Facilitating internalization. The selfdetermination theory perspective. Journal of Personality, 62, pp. 119-142.

Deci, E.L., Koestner, R. & Ryan, R.M. (1999). A meta-analytic review of experiments examining the effects of extrinsic rewards on intrinsic motivation. Psychological Bulletin, 6, pp. 627-668.

Deci, E.L, Koestner, R. & Ryan, R.M. (2001). Extrinsic rewards and intrinsic motivation in education. Reconsidered once again. Review of Educational Research, 1, pp. 1-27.

Deci, E.L. & Ryan, R.M. (1985). Intrinsic motivation and self-determination in human behavior. New York: Plenum Press.

Deci, E.L. & Ryan, R.M. (1987). The support of autonomy and the control of behavior. Journal of Personality and Social Psychology, 53, pp. 1024-1037.

Deci, E.L. & Ryan, R.M. (1991). A motivational approch to self: Integration in personality. In R. Dienstbier (Ed.), Nebraska Symposium on Motivation, Perspektives on Motivation (pp. 237-288). Lincoln: University of Nebraska Press.

Deci, E.L. & Ryan, R.M. (1993). Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. Zeitschrift für Pädagogik, 39, S. 223-228.

Deci, E.L. & Ryan, R.M. (1995). Human autonomy. The basis for true self-esteem. In. M. Kernis (Ed.), Efficacy, agency, and self-esteem (pp. 31-49). New York: Plenum Press.

Deci, E.L. & Ryan, R.M. (2000). The „what" and „why" of goal pursuits. Human needs and the self-determination of behavior. Psychological Inquiry, 11, pp. 227-268.

Dörfler, W. (1984). Verallgemeinern als zentrale mathematische Fähigkeit. Journal für Mathematikdidaktik, 5, S. 239-264.

Dörfler, W. (1986a). Zur Entwicklung mathematischer Operationen aus konkreten Handlungen. Beiträge zum Mathematikunterricht (S. 88-91). Bad Salzdetfurth: Franzbecker.

Dörfler, W. (1986b). The cognitive distance between material actions and mathematical operations. Proceedings of the 10th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 147-152). London.

Dörfler, W. (1987a). Die Genese mathematischer Objekte und Operationen aus Handlungen als kognitive Konstruktion. In: Kognitive Aspekte mathematischer Begriffsentwicklung, Schriftenreihe Didaktik der Mathematik (S. 55-126). Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.

Dörfler. W. (1987b). Formen und Mittel des Verallgemeinerns in der Mathematik. Beiträge zum Mathematikunterricht (S. 30-37). Bad Salzdetfurth: Franzbecker.

Dörfler, W. (1988a). Rolle und Mittel von Vergegenständlichung in der Mathematik. Beiträge zum Mathematikunterricht (S. 110-113). Bad Salzdetfurth: Franzbecker.

Dörfler, W. (1988b). Kognitive Aspekte mathematischer Begriffsentwicklung. Schriftenreihe Didaktik der Mathematik. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.

Dörfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. Revised and largely extended version of 46. In A.J. Bishop, S. Mellin-Olson & J. v. Dormolen (Eds.), Mathematical knowledge: Its growth through teaching (pp. 63-88). Dordrecht: Kluwer.

Dörfler, W. (1993). Fluency in a discourse or manipulation of mental objects. Proceedings of the 17th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 145-152). Tsukuba.

Dörfler, W. (1994). Mathematical objects, representations and imagery. In J. Mason & R. Sutherland (Eds.), Exploiting mental imagery with computers in mathematics education. NATO ASI Series F: Computer and Systems Sciences (pp. 43-56). Berlin: Springer.

Dresel, M. & Ziegler, A. (2004). Langfristige Wirkungen eines Computerbasierten Motivationstrainings. Ulm: Universität Ulm, Abt. Pädagogische Psychologie.

Dreyfus, H.L. (1982). Husserl’s perceptual noema. In H. L. Dreyfus & H. Hall (Eds.), Husserl, intentionality and cognitive science (pp. 97-123), Massachusetts: MIT Press.

Dreyfus, H.L. (1996). The current relevance of Merleau-Ponty’s phenomenology of embodiment. The Electronic Journal of Analytic Philosophy, 4.

Dröge, R. (2001). Sachrechnen (besser) verstehen lernen. In C. Selter & G. Walther (Hrsg.), Mathematik lernen und gesunder Menschenverstand, Festschrift für G.N. Müller (S. 57-74). Leipzig, Stuttgart & Düsseldorf: Klett.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. O. Tall (Ed.), Advanced mathematical thinking (pp. 95–123). Dordrecht: Kluwer.

Duncker, K. (1935). Zur Psychologie des produktiven Denkens (Neudruck 1974). Berlin: Springer.

Dweck, C.S. (1992). The study of goals in psychology. Psychological Science, 3, pp. 165–167.

Dweck, C.S. & Leggett, E.L. (1988). A social-cognitive approach to motivation and personality. Psychological Review, 95, pp. 256-273.

Eccles, J.S. (1983). Expectancies, values, and academic behaviors. In J.T. Spence (Ed.), Achievement and achievement motivation (pp. 75-146). San Francisco: Freeman.

Edelmann, W. (2000). Lernpsychologie. München: Scriptor.

Edelstein, W. (Hrsg.) (1995). Entwicklungskrisen kompetent meistern. Der Beitrag der Selbstwirksamkeitstheorie von Albert Bandura zum Pädagogischen Handeln. Heidelberg: Springer.

Einsiedler, W. (1996). Wissensstrukturierung im Unterricht. Neuere Forschung zur Wissensrepräsentation und ihre Anwendung in der Didaktik. Zeitschrift für Pädagogik, 2, S. 167-191.

Eysenck, H. (1982). A model for intelligence. New York: Springer.

Feir-Walsh, B.J. & Toothaker, L.E. (1974). An empirical comparison of the anova F-test, nominal scores test and Kruskal-Wallis test under violation of assumptions. Educational and psychological measurements, 34, pp. 789-799.

Filipp, H.S. (1979). Selbstkonzept-Forschung. Stuttgart: Klett.

Fischbein, E. (1989). Tacit models and mathematic reasoning. For the Learning of Mathematics, 9, pp. 9-14.

Fischbein, E. (1990). The autonomy of mental models. For the Learning of Mathematics, 10, pp. 23-30.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M.S. & Marino, M.S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. Journal for Research in Mathematics Education, 16, pp. 3-17.

Fischer, R. & Malle, G. (1985). Mensch und Mathematik. Eine Einführung in didaktisches Denken und Handeln. Mannheim: Bibliographisches Institut.

Flammer, A. (1990). Erfahrung der eigenen Wirksamkeit. Bern: Huber.

Flechsig, K.H. (1998). Kulturelle Schemata und interkulturelles Lernen. Unveröffentlichtes Manuskript. URL: http://wwwuser.gwdg.de/~kflechs/iikdiaps3-98.htm. Universität Göttingen: Institut für Interkulturelle Didaktik.

Freudenthal, H. (1977). Mathematik als pädagogische Aufgabe. Bde.1 und 2. Stuttgart: Klett.

Freudenthal, H. (1983). Didactical phenomenology of mathematical structures. Dordrecht: Reidel.

Fricke, A. & Besuden, H. (1970). Mathematik. Elemente einer Didaktik und Methodik. Stuttgart: Klett.

Fries, S. (2002). Förderung der Lernmotivation. Empfehlungen aus der Motivationspsychologie. In D. Smolka (Hrsg.), Schülermotivation - Empfehlungen für die Schulpraxis (S. 23-32). Neuwied: Luchterhand.

Führer, L. (1997). Pädagogik des Mathematikunterrichts. Eine Einführung in die Fachdidaktik für Sekundarstufen. Braunschweig: Vieweg.

Fuson, C.K. (1992). Research on learning and teaching addition and subtraction of whole numbers. In G. Leinhardt, R. Putnam & R.A. Hattrup (Eds.), Analysis of arithmetic for mathematics teaching (p. 53-187). Hillsdale: Erlbaum.

Fuson, C.K., Hudson, K. & Pilar, R. (2004). Phases of classroom mathematical problem-solving activity. The PCMPA framework for supporting algebraic thinking in primary school classrooms. Unveröffentlichtes Manuskript. Evanston: Northwestern University.

Gagné, R.M. (1984). Learning outcomes and their effects. American Psychologist, 39, pp. 377-385.

Garofalo, J. & Lester, F.K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring and mathematical performance. Journal for Research in Mathematics Education, 16, pp. 163-176.

Gentner, D. (1989). The mechanisms of analogical learning. In S. Vosniadou & A. Ortony (Eds.), Similarity and analogical reasoning (pp. 199-241). Cambridge: Cambridge University Press.

Gentner, D. & Stevens, A.L. (Eds.) (1983). Mental models. Hillsdale: Erlbaum.

Gerstenmaier, J. & Mandl, H. (1995). Wissenserwerb unter konstruktivistischer Perspektive. Zeitschrift für Pädagogik, 6, S. 867-888.

Gerster, G. & Gerster, H.D. (1994). Lernkartei. Grundlagen des Rechnens. Übungen zur Automatisierung. Teile 1 und 2. Stuttgart: Klett.

Gerster, H.D. (1982). Schülerfehler bei schriftlichen Rechenverfahren. Diagnose und Therapie. Freiburg: Herder.

Gerster, H.D. & Schulz, R. (1998). Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Freiburg: Pädagogische Hochschule.

Gick, M. & Holyoak, K.J. (1983). Schema induction and analogical transfer. Cognitive Psychology, 15, pp. 1–38.

Glenberg, A.M. & Langston, W.E. (1992). Comprehension of illustrated text: pictures help to build mental models. Journal of Memory and Language, 31, pp. 129-151.

Goldman, S. (1989). Strategy instruction in mathematics. Learning Disability Quarterly, 12, pp. 43-55.

Graumann, C.F. (1969). Handbuch der Psychologie. Göttingen: Hogrefe.

Gray, E.M. (1991). An analysis of diverging approaches to simple arithmetic: Preference and its consequences. Educational Studies in Mathematics, 22, pp. 551–574.

Gray, E.M., Pitta, D. & Tall, D.O (1997). The nature of the object as an integral component of numerical processes. Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 115–130). Lahti.

Gray, E.M., Pitta, D. & Tall, D.O (1999). Objects, actions and images. A perspective on early number development. Elementary Number Research Forum of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Lahti.

Gray, E.M. & Tall, D.O. (2001). Relationships between embodied objects and symbolic procepts: an explanatory theory of success and failure in mathematics. Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp.65-72). Utrecht: Freudenthal Institute, University of Utrecht.

Greeno, G. J. (1983). Conceptual entities. In D. Genter & A.L. Stevens (Eds.), Mental models (pp. 227–252). Hillsdale: Erlbaum.

Greeno, J.G. (1989). Situations, mental models and generative knowledge. In D. Klahr & K. Kotovsky (Eds.), Complex information processing: The impact of Herbert A. Simon (pp. 285-318). Hillsdale: Erlbaum.

Greeno, J.G., Smith, D.R. & Moore, J.L. (1993). Transfer of situated learning. In D.K. Dettermann & R.J. Sternberg (Eds.), Transfer on trial: Intelligence, cognition and instruction (p. 99-167). Norwood.

Greer, B. & Verschaffel, L. (1990). Introduction. International Journal of Educational Research, 14, pp. 3-12.

Greer, B. (1992a). Extending the meaning of multiplication and division. In G. Honel & T. Confrey (Eds.), Multiplicative concepts. New York: Suny Press.

Greer, B. (1992b). Multiplication and division as models of situations. In D. Grouws (Ed.), Handbook of research on learning and teaching mathematics. New York: Macmillan/Reston.

Griesel, H. (1996). Grundvorstellungen zu Größen. Mathematik lehren, 78, S. 15-19.

Grissemann, H. & Weber, A. (1982). Spezielle Rechenstörungen. Ursachen und Therapie. Bern: Huber.

Groeben, N. & Scheele, B. (1977). Argumente für eine Psychologie des reflexiven Subjekts. Darmstadt: Steinkopff.

Grolnick, W.S. & Ryan, R.M. (1987). Autonomy in children's learning. An experimental and individual difference investigation. Journal of Personality and Social Psychology, 52, pp. 890-898.

Hall, R., Kibler, D., Wenger, E. & Truax, C. (1989). Exploring the episodic structure of algebra story problem solving. Cognition and Instruction, 3, pp. 223–283.

Hartinger, A. (1997). Interessenförderung. Eine Studie zum Sachunterricht. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Hartinger, A. (2001). Selbstbestimmung im Unterricht - die Sicht der Schüler/innen. In H.G. Roßbach, K. Nölle & K. Czerwenka (Hrsg.), Forschungen zu Lehr-Lernkonzepten für die Grundschule (S. 93-101). Opladen: Leske + Budrich.

Hartinger, A. & Fölling-Albers, M. (2002). Schüler motivieren und interessieren. Ergebnisse aus der Forschung - Anregungen für die Praxis. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Hartinger, A., Graumann, O. & Grittner, F., (2004). „Grundschul-Numerus Clausus“ oder Orientierungsstufe? Auswirkungen verschiedener Übertrittsbedingungen auf Motivationsstile und Leistungsängstlichkeit von Grundschulkindern. Empirische Pädagogik, 18, S. 173-193.

Hartmann, J. (2002). Schülervorstellungen und Schülerfehler im Bereich Drehungen. Eine mehrperspektivische Betrachtung. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 2, S. 46-50.

Harvey, F. (1976). The complexity of explicit definitions. Advances in Mathematics, 20, pp. 18-29.

Hasebrook, J. (1995). Multimedia-Psychologie: Eine neue Perspektive menschlicher Kommunikation. Heidelberg, Berlin & Oxford: Spektrum.

Hasemann, K. & Stern, E. (2002). Die Förderung des mathematischen Verständnisses anhand von Textaufgaben – Ergebnisse einer Interventionsstudie in Klassen des 2. Schuljahres. Journal für Mathematikdidaktik, 23, S. 222-242.

Hasemann, K. (2003). Word problems and mathematical understanding. Results of a teaching experiment in grade 2. Unpublished manuscript. URL: http://www.icme-organisers.dk/dg18/papers/Hasemann_ICME.pdf. Universität Hannover.

Hatano, G. (1996). A conception of knowledge aquisition and its implications for mathematics education. In L.P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G.A. Goldin & B. Greer (Eds.), Theories of Mathematical Learning (pp. 197-217). Mawah: Erlbaum.

Hattie, J. (1992). Self-concept. Hillsale, NJ: Erlbaum.

Häußler, P. & Hoffmann, L. (1995). Physikunterricht – an den Interessen von Mädchen und Jungen orientiert. Unterrichtswissenschaft, 23, S. 107–126.

Hayes, J.R. & Simon, H.A. (1976). The understanding process: Problem isomorphs. Cognitive Psychology, 8, pp. 165–190.

Hebbeler, K. (1977). Young children’s addition. The Journal of Children’s Mathematical Behaviour, 1, pp. 108-121.

Heckhausen, H. (1965). Leistungsmotivation. In H. Thomae (Hrsg.), Handbuch der Psychologie (S. 602-702), Göttingen: Hogrefe.

Heckhausen, H. (1972), Die Interaktion der Sozialisationsvariablen in der Genese des Leistungsmotivs. In C.F. Graumann (Hrsg.), Handbuch der Psychologie, Bd. 7-2 (S. 955-1016). Göttingen: Hogrefe.

Heckhausen, H. (1977). Motivation. Kognitionspsychologische Aufspaltung eines summarischen Konstrukts. Psychologische Rundschau, 28, S. 175-189.

Heckhausen, H. & Rheinberg, F. (1980). Lernmotivation im Unterricht, erneut betrachtet. Unterrichtswissenschaft, 8, S. 7-47.

Heckhausen, H. (1989). Motivation und Handeln. Berlin: Springer.

Heckhausen, H., Schmalt, H.D. & Schneider, K. (1985). Achievement motivation in perspective. Orlando: Academic Press.

Hegarty, M., Mayer, R. E. & Monk, C.A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems. A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. Journal of Experimental Psychology, 87, pp. 18–32.

Helmke, A. (1992). Selbstvertrauen und schulische Leistung. Göttingen: Hogrefe.

Helmke, A. (1993). Die Entwicklung der Lernfreude vom Kindergarten bis zur 5. Klassenstufe. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 7, S. 77-86.

Helmke, A. & van Aken, M. (1995). The causal ordering of academic achievement and selfconcept of ability during elementary school: A longitudinal study. Journal of Educational Psychology, 87, pp. 624-637.

Hengartner, E. (Hrsg.) (1999). Mit Kindern lernen. Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht. Zug: Klett und Balmer.

Henn, H.W. (1997). Mathematik als Orientierung in einer komplexen Welt. Der Mathematikunterricht, 5, S. 6-13.

Herbart, J. F. (1806). Allgemeine Pädagogik aus dem Zwecke der Erziehung abgeleitet. Bochum: v. H. Holstein.

Herget, W., Jahnke, T. & Kroll, W. (2001). Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Berlin: Cornelsen.

Heymann, H.W. (1996). Allgemeinbildung und Mathematik. Weinheim & Basel: Beltz-Verlag.

Hidi, S. (1990). Interest and its contribution as a mental resource for learning. Review of Educational Research, 66, pp. 549-571.

Hidi, S. (1998). Situational interest and learning. In L. Hoffmann, A. Krapp, A. Renninger & J. Baumert (Eds.), Interest and learning, Proceedings of the Seeon-conference on interest and gender. Kiel: IPN-Schriftenreihe.

Hidi, S. & Anderson, V. (1992). Situational interest and its impact an reading and expository writing. In K.A. Renninger, S. Hidi & A. Krapp (Eds.), The role of interest in learning and development (pp. 215-238). Hillsdale: Erlbaum.

Hidi, S. & Harackiewicz, J.M. (2001). Motivating the academically unmotivated. A critical issue for the 21st Century. Review of Educational Research, 70, pp. 151-179.

Hidi, S., Renninger, K.A. & Krapp, A. (1992). The present state of interest research. In K.A. Renninger, S. Hidi & A. Krapp (Eds.), The rote of interest in learning and development (pp. 433-446). Hillsdale: Erlbaum.

Hiebert, J. (Ed.) (1986). Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics. Hillsdale: Erlbaum.

Hinsley, D.A., Hayes, J. R. & Simon, H.A. (1977). From words to equations: Meaning and representation in algebra word problems. In M.A. Just & P.A. Carpenter (Eds.), Cognitive Processes in Comprehension (pp. 89-106). Hillsdale: Erlbaum.

Hoffmann, L., Krapp, A., Renninger, A. & Baumert, J. (1997). Interest and learning. Proceedings of the Seeon-conference on interest and gender. Kiel: IPN-Schriftenreihe.

Honebein, P., Duffy, T. & Fishman, B. (1993) Constructivism and the design of learning environments: Context and authentic activities for learning. In T. Duffy, J. Lowyck & D. Jonassen (Eds.), The design of constructivist learning environments: Implications for instructional design and the use of technology. Heidelberg: Springer.

Hudson, T. (1983). Correspondences and numerical differences between disjoint sets. Child Development, 54, pp. 84-90.

Humenberger, J. & Reichel, H.Ch. (1995). Fundamentale Ideen der angewandten Mathematik und ihre Umsetzung im Unterricht. Mannheim: Bibliographisches Institut.

Hurrelmann, K. (1983). Das Modell des produktiv realitätsverarbeitenden Subjekts in der Sozialisationsforschung. Zeitschrift für Sozialisationsforschung und Erziehungssoziologie, 1.

Ibarra, C.G. & Lindvall, C.M. (1979). An investigation of factors associated with children's comprehension os simple story problems involving addition and subtraction prior to formal instruction on these operation. Boston: National Council of Teachers of Mathematics.

Jahnke, H.N. (1984). Anschauung und Begründung in der Schulmathematik. Beiträge zum Mathematikunterricht 1984 (S. 32-41). Bad Salzdetfurth: Franzbecker.

Jerusalem, M. & Mittag, W. (1999). Selbstwirksamkeit, Bezugsnormen, Leistung und Wohlbefinden. In M. Jerusalem & R. Pekrun (Hrsg.), Emotion, Motivation und Leistung (S.223-245). Göttingen: Hogrefe.

Jerusalem, M. & Pekrun, R. (Hrsg.) (1999). Emotion, Motivation und Leistung. Göttingen: Hogrefe.

Jitendra, A. (2002). Teaching students math problem-solving through graphic representations. Teaching exceptional children, 34, pp. 34-38.

Johnson, M. (1987). The body in the mind. Chicago: University of Chicago Press.

Johnson-Laird, P.N. (1983). Mental models. Cambridge: Cambridge University Press.

Jonassen, D.H. (2003). Designing research-based instruction for story problems. Educational Psychology Review, 3, p. 267-269.

Kaiser-Messmer, G. (1993). Results of an Empirical Study into Gender Differences in Attitudes towards Mathematics. Educational Studies in Mathematics, 25, pp. 209-233.

Kaiser, G. & Schwarz, I. (2003). Mathematische Literalität unter einer sprachlich-kulturellen Perspektive. Zeitschrift für Erziehungswissenschaft, 6, S. 357-377.

Kammermeyer, G. & Mahrhofer, C. (2002). Die Bedeutung des Lehrers für die Leistungs- und Selbstkonzeptentwicklung im Anfangsunterricht. In A: Prengel & F. Heinzel (Hrsg.), Heterogenität und Integration. Opladen: Leske + Budrich.

Kammermeyer, G. (2000). Unterrichtstagebuch. Unveröffentlichtes Erhebungsinstrument zum Projekt „KILIA“. Universität Erlangen.

Keller, H., Schneider, K. & Henderson, B. (Eds.) (1994). Cursiosity and exploration: Theoretical perspectives, research fields, and applications. Berlin: Springer.

Keller, J.M. (1987). Development and use of the ARCS model of instructional design. Journal of Instructional Development, 10, pp. 2-10.

Keller, J.M. & Kopp, T.W. (1987). An application of the ARCS model of motivational design. In C.M. Reigeluth (Ed.), Instructional theories in action: Lessons illustrating selected theories and models (pp. 289-320). Hillsdale: Erlbaum.

Kerschensteiner, G. (1926). Theorie der Bildung. Leipzig & Berlin: Teubner.

Kintsch, W. (1974). The representation of meaning in memory. Hillsdale: Erlbaum.

Kintsch, W. (1988). The role of knowledge in discourse comprehension. A construction-integration model. Psychological Review, 95, pp.163-182.

Kintsch, W. & Greeno, J.G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. Psychological Review, 92, pp. 109-129.

Kintsch, W. & van Dijk, T.A. (1978). Toward a model of text comprehension and production. Psychological Review, 85, pp. 363-394.

Koestner, R. & McClelland, D.C. (1990). Perspectives on competence motivation. In L.A. Pervin (Ed.), Handbook of personality (pp.527-548). New York: Guilford Press.

Koller, O. & Schiefele, U. (2001). Zielorientierung. In D. Rost (Hrsg.), Handwörterbuch Pädagogische Psychologie (S. 811-815). Weinheim. Psychologie Verlags Union.

Koller, O. (1998). Zielorientierungen und schulisches Lernen. Berlin: Waxmann.

Krapp, A. (1992). Das Interessenkonstrukt. Bestimmungsmerkmale der Interessenhandlung und des individuellen Interesses aus der Sicht einer Person-Gegenstands-Konzeption. In A. Krapp & M. Prenzel (Hrsg.), Interesse, Lernen, Leistung, Neuere Ansätze einer pädagogisch-psychologischen Interessenforschung (S. 297-329). Münster. Aschendorff.

Krapp, A. (1993). Psychologie der Lernmotivation - Perspektiven der Forschung und Probleme ihrer pädagogischen Rezeption. Zeitschrift für Pädagogik, 39, S. 187-206.

Krapp, A. (1996). Die Bedeutung von Interesse und intrinsischer Motivation für den Erfolg und die Steuerung schulischen Lernens. In G.W. Schnaitmann (Hrsg.), Theorie und Praxis in der Unterrichtsforschung (S. 87-110). Donauwörth: Auer Verlag.

Krapp, A. (1998). Entwicklung und Förderung von Interessen im Unterricht. Psychologie in Erziehung und Unterricht, 45, S. 186-203.

Krapp, A. (1999). Intrinsische Lernmotivation und Interesse. Forschungsansätze und konzeptuelle Überlegungen. Zeitschrift für Pädagogik, 44, S. 387-406.

Krapp, A. (2000). Interest and human development during adolescence. An educationalpsychological approach. In J. Heckhausen (Ed.), Motivational psychology of human development (pp. 109-128), London: Eisevier.

Krapp, A. (2002). An educational-psychological theory of interest and its relation to selfdetermination theory. In E.L. Deci & R.M. Ryan (Eds.), The handbook of self-determination research, Rochester: University of Rochester Press.

Krapp, A. (2003). Die Bedeutung der Lernmotivation für die Optimierung des schulischen Bildungssystems. Politische Studien, 54, S. 91-105.

Krapp, A. & Prenzel, M. (Hrsg.) (1992). Interesse, Lernen, Leistung. Neuere Ansätze einer pädagogisch-psychologischen Interessenforschung. Münster: Aschendorff.

Krapp, A. & Ryan, R.M. (2002). Selbstwirksamkeit und Lernmotivation. Eine kritische Betrachtung der Theorie von Bandura aus der Sicht der Selbstbestimmungstheorie und der pädagogisch-psychologischen Interessentheorie. In M. Jerusalem & D.

Hopf (Hrsg.), Zeitschrift für Pädagogik. Selbstwirksamkeit und Motivationsprozesse in Bildungsinstitutionen (S. 54-82), Beiheft zu Heft 44.

Krapp, A., Hidi, S. & Renninger (1992). Interest, learning and development. In K.A. Renninger, S. Hidi & A. Krapp (Eds.), The role of interest in learning and development (pp. 3-25). Hillsdale: Erlbaum.

Krapp, A., & Weidenmann, B. (Hrsg.) (2001). Pädagogische Psychologie (4. Auflage). Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2001). Einführung in die Mathematikdidaktik. Heidelberg & Berlin: Spektrum.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2003). Einführung in die Mathematikdidaktik (2. Auflage). Heidelberg: Spektrum.

Krech, D. & Crutchfield, R.S. (Hrsg.) (1992). Grundlagen der Psychologie. Wehrheim: Beltz Verlags Union.

Krummheuer, G. (1983). Rahmungsprozesse im Mathematikunterricht. Beiträge zum Mathematikunterricht 1983. Bad Salzdetfurth: Franzbecker.

Kurtz-Costes, B.E., & Schneider, W. (1994). Self-concept, attributional beliefs, and school achievement: A longitudinal analysis. Contemporary Educational Psychology, 19, pp. 199-216.

Lajoie, S. & Derry, S.J. (Eds.) (1993). Computers as Cognitive Tools. Hillsdale: Erlbaum.

Lakoff, G. & Johnson, M. (1999). Philosophy in the flesh: The embodied mind and its challenge to western thought. New York: Basic Books.

Lakoff, G. &, Núñez, R. (2000). Where mathematics comes from. New York: BasicBooks.

Lantermann, E.D. (1980). Urteile über Einstellungsobjekte im Handlungskontext. Zeitschrift für Sozialpsychologie, 11, S. 248-258.

Lauter J. (1991). Fundament der Grundschulmathematik. Donauwörth: Auer.

Lave, J. (1988). Cognition in Practice. Mind, mathematics and culture in everyday life. Cambridge: University Press.

Lazarus, R. & Folkman, S. (1984). Stress, appraisal, and coping. New York: Springer.

LeBlanc, J. (1968). The performance of first-grade children in four levels of conservations of numerousness and three IQ groups when solving arithmetic subtraction problems. Doctoral dissertation: University of Wisconsin.

Lehrke, M., Hoffmann, L. & Gardner, P.L. (Hrsg.) (1985). Interests in science and technology education. Kiel: IPN-Schriftenreihe.

Lester, F.K. (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem soling instruction. In E.A. Silver (Ed.), Teaching and learning mathematical problem soling, Multiple research perspectives (pp. 41-69). Hillsdale: Erlbaum.

Leuders, T. (2001). Qualität im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Leutenbauer, H. (1989a). Das praktische Handbuch für den Mathematikunterricht in der Hauptschule. Band 1: Rechnen mit Zahlen und Größen, Sachrechnen (2. Auflage). Donauwörth: Auer.

Leutenbauer, H. (1989b). Das praktische Handbuch für den Mathematikunterricht in der Hauptschule. Band 2: Geometrie (2. Auflage). Donauwörth: Auer.

Lewalter, D. & Schreyer, I. (2000). Entwicklung von Interessen und Abneigungen - zwei Seiten einer Medaille. In U. Schiefele & K.P. Wild (Hrsg.), Interesse und Lernmotivation (S. 53-72). Münster: Waxmann.

Lewalter, D., Krapp, A., Schreyer, L & Wild, K.P. (1998). Die Bedeutsamkeit des Erlebens von Kompetenz, Autonomie und sozialer Eingebundenheit für die Entwicklung berufsspezifischer Interessen. In K. Beck & R. Dubs (Hrsg.), Kompetenzentwicklung in der Berufserziehung - Kognitive, motivationale und moralische Dimensionen kaufmännischer Qualifizierungsprozesse, Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik, Beiheft Nr. 14 (S. 143-168). Stuttgart: Steiner.

Lewandowski, T. (1990). Linguistisches Wörterbuch 1-3 (5. Auflage). Heidelberg & Wiesbaden: Quelle & Meyer.

Lewin, K. (1946). Action research and minority problems. Jpurnal of Social Issues, 2, pp. 34-46.

Lewis, A.B. & Mayer, R.E. (1987). Students' misconceptions of relational statements in arithmetic word problems. Journal of Educational Psychology, 79, pp. 363-371.

Lorenz, J.H. (1991). Rechenschwache Schüler in der Grundschule. Erklärungsversuche und Förderstrategien. Journal für Mathematik-Didaktik, 12, Teil 1: S. 3-34, Teil 2: S. 171-198.

Lorenz, J.H. (1995). Arithmetischen Strukturen auf der Spur. Funktion und Wirkungsweise von Veranschaulichungsmitteln. Die Grundschulzeitschrift, 82, S. 9-12.

Lorenz, J.H. (1997). Kinder entdecken die Mathematik. Braunschweig: Westermann.

Lorenz, J.H. (1998). Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht. Mentales visuelles Operieren und Rechenleistung (2. unveränderte Auflage). Göttingen: Hogrefe.

Lorenz, J.H. & Radatz, H. (1993). Handbuch des Förderns im Mathematikuntericht. Hannover: Schroedel.

Lucangeli, D., Tressoldi, P.E. & Cendron, M. (1998). Cognitive and metacognitive abilities involved in the solution of mathematical word problems. Validation of a comprehensive model. Contemporary Educactional Psychologist, 23, pp. 257-275.

Maier, H. (1974). Methodik des Mathematikunterrichts 1-9. Donauwörth: Auer.

Malle, G. (1984). Problemlösen und Visualisieren in der Mathematik. In H. Kautschitsch & W. Metzler (Hrsg.), Anschauung als Anregung zum Tun (S.65-121). Stuttgart: Teubner.

Malone, T. & Lepper, M. (1987). Making learning fun: A taxonomy of intrinsic motivations of learning. In R.E. Snow & M.J. Farr (Eds.), Aptitude, learning, and instruction: Vol 3. Conative and affective process analyses (pp. 223-253). Hillsdale: Erlbaum.

Mandl, H., Friedrich, H.F. & Hron, A. (1988). Theoretische Ansätze zum Wissenserwerb. In H. Mandl & H. Spada (Hrsg.), Wissenspsychologie (S. 123-160). München & Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Mandl, H., Gruber, H., & Renkl, A. (1995a). Mental models of complex systems: When veridicality decreases functionality. In C. Zucchermaglio, S. Bagnara, & S.U. Stucky (Eds.), Organizational learning and technological change (pp. 102-111). Berlin: Springer.

Mandl, H., Gruber, H., & Renkl, A. (1995b). Situiertes Lernen in multimedialen Lernumgebungen. In L. J. Issing & P. Klimsa (Hrsg.), Information und Lernen mit Multimedia (S. 167-178). Weinheim: Beltz.

Mandl, H., Gruber, H., Renkl, A. (2002). Situiertes Lernen in multimedialen Lernumgebungen. In L.J. Issing & P. Klimsa (Hrsg.), Information und Lernen mit Multimedia und Internet (S. 139-148). Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Mani, K. & Johnson-Laird, P.N. (1982). The mental representation of spatial descriptions. Memory & Cognition, 10, pp. 181-187.

Maras, R. (1995). Unterrichtsgestaltung in der Grundschule. Donauwörth: Auer.

Markowitsch, H.J. (1992). Neuropsychologie des Gedächtnisses. Göttingen: Hogrefe.

Marsh, H.W. & Craven, R. (1997). Academic self concept: beyond the dustbowl. In G.D. Phye (Ed.), Handbook of Classroom Assessment (pp. 131- 198). San Diego: Academic Press.

Marshall, G.A. (1976). A study of the achievement and transfer effects of comparison subtraction and one-to-one correspondence training. Doctoral dissertation: University of Houston.

Marshall, S. (1990). The assessment of schema knowledge for arithmetic story problems: A cognitive science perspective. In G. Kulm (Ed.), Assessing higher order thinking in mathematics. Washington: American association for the Advancement of Science.

Marshall, S.P. (1995). Schemas in problem solving. Cambridge: University Press.

Maturana, H.R. & Varela, F.G. (1980). Autopoiesis and cognition. Dordrecht: Reidel.

Maturana, H.R. & Varela, R.J. (1987a). Der Baum der Erkenntnis. München: Ehrenwirth.

Maturana, H.R. (1987b). Kognition. In S.J. Schmidt (Hrsg.), Der Diskurs des radikalen Konstruktivismus (S. 89-118). Frankfurt a.M.: Suhrkamp.

Maturana, H.R. & Varela, F.J. (1998). The tree of knowledge: The biological roots of human understanding. Revised edition: Shambhala Publications.

Mayer, R.E. (1982a). Memory for algebra story problems. Journal of Educational Psychology, 74, pp. 199-216.

Mayer, R.E. (1982b). Different problem-solving strategies for algebra word and equation problems. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 8, pp. 448-462.

Mayer, R.E. (1982c). Memory for algebra story problems. Journal of Experimental Psychology, 74, pp. 199–216.

Mayer, R.E. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. Instructional Science, 26, pp. 49–63.

Mayer, R.E., Larkin, J.H. & Kadane, J.B. (1984). A cognitive analysis of mathematical problem solving ability. In R. Sternberg (Ed.), Advances in the psychology of human intelligence. Hillsdale: Erlbaum.

Mazur, E. (1997). Peer instruction. A users' manual. Prentice-Hall: Upper Saddle River.

McCown, R.R., Driscoll, M.P. & Geiger-Roop, P. (1996). A learning-centered approach to classroom practice. Boston: Allyn & Bacon.

Merleau-Ponty, M. (1962). Phenomenology of perception. C. Smith (Translator). Routledge & Kegan Paul.

Merleau-Ponty, M. (1968). The visible and the invisible. Evanston: Northwestern University Press.

Mestre, J.P., Dufresne, R.J., Gerace, W.J. & Hardiman, P.T. (1993). Promoting skilled problem-solving behavior among beginning physics students. Journal of Research in Science Teaching, 30, pp. 303–317.

Minsky, M.L. (1975). A framework for representing knowledge. In P.H. Winston (Ed.), The psychology of computer vision (pp. 211–277). New York: McGraw Hill.

Mitchell, M. (1993). Situational interest. Its multifaceted structure in the secondary school mathematics classroom. Journal of Educational Psychology, 85, pp. 424-436.

Möller, J. & Köller, O. (Hrsg.) (2004). Emotion, Kognition und Schulleistung. Weinheim: Pädagogische Verlags Union.

Montague, M. (1997). Cognitive strategy instruction in mathematics for students with learning disabilities. Journal of Learning Disabilities, 2, pp. 164-177.

Moog, W. & Schulz, A. (1999). Zahlen begreifen. Diagnose und Förderung bei Kindern mit Rechenschwäche - mit Test- und Trainingsverfahren. Neuwied: Luchterhand.

Müller, G. & Wittmann, E.C. (1984). Der Mathematikunterricht in der Primarstufe (3. neu bearbeitete Auflage). Braunschweig & Wiesbaden: Vieweg.

Nathan, M.J. (1998). Knowledge and situational feedback in alearning environment for algebra story problem solving. Interactive Learning Environment, 5, pp. 135-139.

Nathan, M.J., Kintsch, W. & Young, E. (1992). A theory of algebra-word-problem comprehension and its implications for the design of learning environments. Cognition and Instruction, 9, pp. 329-389.

Nesher, P. (1988). Multiplicative school word problems: Theoretical approaches and empirical findings. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), Number concepts and operations in the middle grades (pp. 19-41). Hillsdale: Erlbaum.

Neth, A. & Voigt, J. (1991). Lebensweltliche Inszenierungen. In H. Maier, & J. Voigt (Hrsg.), Interpretative Unterrichtsforschung (S. 79-116). Köln: Aulis.

Neubrand, M. (1999). Informationen zum PISA-Projekt der OECD. Beiträge zum Mathematikunterricht 1999, S. 389-392.

Neubrand, M. (2001a). Die Konzepte „mathematical literacy“ und „mathematische Grundbildung“ in der PISA-Studie. In G. Kaiser (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 35. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 5. bis 9. März 2001 in Ludwigsburg (S. 454–457). Hildesheim: Franzbecker.

Neubrand, M. (2001b). PISA – „Mathematische Grundbildung“ beschreiben und testen. Die Grundschulzeitschrift, 147, S. 58–59.

Neubrand, M. (2001c). PISA: „Mathematische Grundbildung“ / „mathematical literacy“ als Kern einer internationalen und nationalen Leistungsstudie. In G. Kaiser, N. Knoche, D. Lind & W. Zillmer (Hrsg.), Leistungsvergleiche im Mathematikunterricht, Ein Überblick über aktuelle nationale Studien (S. 177–194). Hildesheim: Franzbecker.

Neubrand, M. & Klieme, E. (2002). Mathematische Grundbildung. In J. Baumert, C. Artelt, E. Klieme, M. Neubrand, M. Prenzel, U. Schiefele, W. Schneider, K.J. Tillmann & M. Weiß (Hrsg.), PISA 2000. Die Länder der Bundesrepublik Deutschland im Vergleich (S. 95-127). Opladen: Leske + Budrich.

Neumann, O. (1992). Theorien der Aufmerksamkeit. Von Metaphern zu Mechanismen. Psychologische Rundschau, 43, S. 83-101.

Nicholls, J.G. (1984). Achievement motivation. Conceptions of ability, subjective experience, task choice, and performance. Psychological Review, 91, pp. 328-346.

Nicholls, J.G. (1989). The competitive ethos and democratic education. Cambridge: Harvard University Press.

Niegemann, H.M. (2001). Neue Lernmedien. Konzeption und Gestaltung multimedialer Lernumgebungen. Bern: Hans Huber.

Novick, L.R. (1988). Analogical transfer, problem similarity, and expertise. Journal of Experimental Psychology, 14, pp. 510–520.

Novick, L.R. (1992). The role of expertise in solving arithmetic and algebra word problems by anology. In J.D. Campbell (Ed.), The nature and origins of mathematical skills (pp. 155-188). Amsterdam: North-Holland.

Nuttin, J. (1984). Motivation, planning,and action. Leuven: University Press.

OECD / Deutsches PISA-Konsortium (Eds.) (2000). Schülerleistungen im internationalen Vergleich: Eine neue Rahmenkonzeption für die Erfassung von Wissen und Fähigkeiten. MPI-Bildungsforschung Berlin.

OECD/PISA (2004). URL: http:www.pisa.oecd.org/pisa/math.htm.

Oehl, W. (1962). Der Rechenunterricht in der Grundschule (4. Auflage). Hannover: Schroedel.

Oehl, W. (1970). Der Rechenunterricht in der Hauptschule (10. Auflage). Hannover: Schroedel.

Packman, D.M. (1985). A cognitive approach to the identification of mathematical confusion in learning disabled children. Doctoral dissertation: University of Rochester.

Padberg, F. (1997). Einführung in die Mathematik. Bd. 1: Arithmetik. Heidelberg: Spektrum.

Palmer, S.E. (1978). Fundamental aspects of cognitive representation. In E. Rosch & B.B. Lloyd (Eds.), Cognition and categorization (pp. 259-303). Hillsdale: Erlbaum.

Papastavridis, S. et al. (1999). Real problems in school mathematics. Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 25-31). Haifa: Institute of Technology.

Pegg, J. (1992). Assessing students' understanding at the primary and secondary level in the mathematical sciences. In J. Izard & M. Stephens (Eds), Reshaping assessment practice: Assessment in the mathematical sciences under challenge (pp. 368-385). Melbourne: Australian Council of Educational Research.

Pegg, J. & Davey, G. (1998). A synthesis of two models: Interpreting student understanding in geometry. In R. Lehrer & C. Chazan (Eds.), Designing learning environments for developing understanding of geometry and space (pp. 109-135). Hillsdale: Erlbaum.

Pegg, J. & Tall, D.O. (2002). Fundamental cycles of cognitive growth. Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 369–376). Norwich.

Pekrun, R. (1988). Emotion, Motivation und Persönlichkeit. München, Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Pekrun, R. (1993). Entwicklung von schulischer Aufgabenmotivation in der Sekundarstufe: Ein erwartungswert-theoretischer Ansatz. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 7, S. 87–98.

Pekrun, R. (1997). Selbstkonzept und Leistung – Dynamik ihres Zusammenspiels. In F.E. Weinert & A. Helmke, Entwicklung im Grundschulalter. Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Pelletier, L.G., Fortier, M.S., Vallerand, R.J. & Briere, N.M. (2001). Associations between perceived autonomy support, forms of self-regulation, and persistence. A prospective study. Unpublished manuscript. Ottawa: University of Ottawa.

Peschek, W. (1986). Abstraktion und Verallgemeinerung. In K.P. Müller (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht (S. 231-234). Bad Salzdetfurth: Franzbecker.

Piaget, J. (1948). Psychologie der Intelligenz. Zürich: Rascher.

Piaget, J. (1965). Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde. Stuttgart: Klett.

Piaget, J. (1972). The principles of genetic epistemology. London: Routledge & Kegan Paul.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1979). Die Entwicklung des inneren Bildes beim Kinde. Frankfurt a.M.: Suhrkamp.

Pintrich, P.R. & Garcia, T. (1993). Intraindividual differences in student's motivation and self-regulated learning. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 7, S. 99-107.

Pintrich, P.R. & Schunk, D.H. (1996). Motivation in education. Theory, research and applications. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

Ploetzner, R., Fehse, E., Kneser, C. & Spada, H. (1999). Learning to relate qualitating and quantitating problem representations in a model-based setting for collaborating problem solving. Journal of Relearning Sciences, 8, pp. 177–214.

Polya, G. (1980). Wie lehren wir Problemlösen? Mathematik lehren, 1, S. 3-5.

Prenzel, M. (1988). Die Wirkungsweise von Interesse. Ein Erklärungsversuch aus pädagogischer Sicht. Opladen: Westdeutscher Verlag.

Prenzel, M. (1996). Bedingungen für selbstbestimmt motiviertes und interessiertes Lernen im Studium. In J. Lompscher & H. Mandl (Hrsg.), Lehr- und Lernprobleme im Studium - Bedingungen und Veränderungsmöglichkeiten (S. 11-22). Bern: Huber.

Prenzel, M., Drechsel, B. & Kramer, K. (1998). Lernmotivation im kaufmännischen Unterricht. Die Sicht der Auszubildenden und Lehrkräfte. In K. Beck & R. Dubs (Hrsg.), Kompetenzentwicklung in der Berufserziehung - Kognitive, motivationale und moralische Dimensionen kaufmännischer Qualifizierungsprozesse, Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik, Beiheft Nr. 14 (S.169-187). Stuttgart: Steiner.

Prenzel, M., Krapp, A. & Schiefele, H. (1986). Grundzüge einer pädagogischen Interessentheorie. Zeitschrift für Pädagogik, 32, S. 163–173.

Prenzel, M. & Lankes, E.M. (1995). Anregungen aus der pädagogischen Interessenforschung. Grundschule 27, S. 12-13.

Radatz, H. (1989). Schülervorstellungen von Zahlen und elementaren Rechenoperationen. Beiträge zum Mathematikunterricht (S. 306-309). Bad Saldetfurth: Franzbecker.

Radatz, H. & Rickmeyer, K. (1991). Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen. Hannover: Schroedel.

Radatz, H. & Schipper, W. (1983). Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Hannover: Schroedel.

Radatz, H., Schipper, W., Dröge R. & Ebeling, A. (1996). Handbuch für den Mathematikunterricht. Schuljahr 1. Hannover: Schroedel.

Radatz, H., Schipper, W., Dröge R. & Ebeling, A. (1998). Handbuch für den Mathematikunterricht. Schuljahr 2. Hannover: Schroedel.

Radatz, H., Schipper, W., Dröge R. & Ebeling, A. (1999). Handbuch für den Mathematikunterricht. Schuljahr 3. Hannover: Schroedel.

Reed, S.K. & Bolstad, C.A. (1991). Use of examples and procedures in problem solving. Journal of Experimental Psychology, 17, pp. 753–766.

Reed, S.K., Willis, D. & Guarino, J. (1994). Selecting examples from solving word problems. Journal of Experimental Psychology, 86, pp. 380–388.

Reis, H.T., Sheldon, K.M., Gable, S.L., Roscoe, J. & Ryan, R. (2000). Daily well-being. the role of autonomy, competence, and relatedness. Personality and Social Psychology Bulletin, 4, pp. 419-435.

Renkl, A. & Stern, E. (1994). Die Bedeutung von kognitiven Eingangsbedingungen und schulischen Lerngelegenheiten für das Lösen von einfachen und komplexen Textaufgaben. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 8, S. 27-39.

Renninger, K.A. (2000). Individual interest and development. Implications for theory and practice. In C. Sansone & J.M. Harackiewicz (Eds.), Intrinsic and extrinsic motivation. The search for optimal motivation and performance (pp. 375-404). New York: Academic Press.

Renninger, K.A., Hidi, S. & Krapp, A. (Eds.) (1992). The role of interest in learning and development. Hillsdale: Erlbaum.

Resnick, L.B. (1983). A developmental theory of number understanding. In H.P. Ginsburg (Ed.), The development of mathematical thinking (pp. 109-151). New York: Academic Press.

Resnick, L.B. (1987). Presidential address: Learning in school and out. Educational Researcher, 16, pp. 13–20.

Resnick, L.B. (1989). Developing mathematical knowledge. American Psychologist, 44, pp. 162-169.

Reusser, K. (1989). Vom Text zur Situation zur Gleichung. Kognitive Simulation von Sprachverständnis und Mathematisierung beim Lösen von Textaufgaben. Habilitationsschrift: Universität Bern.

Reusser, K. (1990). From text to situation to equation. Cognitive simulation of understanding and solving mathematical word problems. In H. Mandl, E. De Corte, N. Bennett & H.F. Friedrich (Eds.), Learning and instruction: Vol 2.2. Analysis of complex knowledge domains (pp. 477-498). Oxford: Pergamon Press.

Reusser, K. (1992a). Kognitive Modellierung von Text-, Situations- und mathematischem verständnis beim Lösen von Textaufgaben. In K. Reiss & M. Reiss (Hrsg.), Maschinelles Lernen – Modellierung beim Lernen mit Maschinen (S. 225-249). Berlin: Springer.

Reusser, K. (1992b). Tutoring systems and pedagogical theory. Representational tools for understanding, planning and refection in problem-solving. In S. Lajoie & S. Derry (Eds.), Computers as cognitive tools. Hillsdale: Erlbaum.

Reusser, K. (1993). Tutoring systems and pedagogical theory: representational tools for understanding, planning, and reflection in problem solving. In: S.P. Lajoie & S.J. Derry (Eds.), Computers as Cognitive Tools (pp. 143-178), Hillsdale: Erlbaum.

Rheinberg, F. (1980). Leistungsbewertung und Lernmotivation. Göttingen: Hogrefe.

Rheinberg, F. (1989). Zweck und Tätigkeit. Göttingen: Hogrefe.

Rheinberg, F. (1996). Von der Lernmotivation zur Lernleistung: Was liegt dazwischen? In J. Möller & O. Köller (Hrsg.), Emotion, Kognition und Schulleistung (S.23–50). Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Rheinberg, F. (1998). Bezugsnorm-Orientierung. In D.H. Rost (Hrsg.), Handwörterbuch pädagogische Psychologie. Weinheim: Pädagogische Verlags Union.

Rheinberg, F. (2000). Motivation. Stuttgart: Kohlhammer.

Rheinberg, F. & Fries, S. (1998). Förderung der Lernmotivation: Ansatzpunkte, Strategien und Effekte. Psychologie in Erziehung und Unterricht, 44, S. 168-184.

Rheinberg, F. & Krug, S. (1993). Motivationsförderung im Schulalltag. Göttingen: Hogrefe.

Rheinberg, F., Vollmeyer, R. & Burns. B.D. (2001). FAM: Ein Fragebogen zur Erfassung aktueller Motivation in Lern- und Leistungssituationen. Diagnostica, 47, S. 57-66.

Rich, B. (1960). Schaum's principles of and problems of elementary algebra. New York: Schaum's.

Riley, M.S. & Greeno, J.G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities an solving problems. Cognition and Instruction, 5, pp. 49–101.

Riley, M.S., Greeno, J.G. & Heller, J.H. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H.P. Ginsburg (Ed.), The development of mathematical thinking (pp. 153-196). New York: Academic Press.

Rogoff, B. (1990). Appreticeship in thinking. Cognitive development in social context. New York: Oxford University Press.

Rogoff, B. & Lave, J. (1984). Everyday cognition: Its development in social context. Cambridge: University Press.

Rolus-Borgward, S. (1999). Mathematische und metakognitive Leistungen von verhaltensgestörten Kindern im Grundschulalter. In S. Rolus-Borgward & U. Tänzer (Hrsg.), Erziehungshilfe bei Verhaltensstörungen – Pädagogisch-therapeutische Erklärungs- und Handlungsansätze (S. 247-258). Oldenburg: Carl von Ossietzky-Universität, Didaktisches Zentrum.

Rolus-Borgward, S. (2002). Lernen des Lernens durch die Förderung der Reflexivität – das ZOR-Konzept. Eine kritische Auseinandersetzung mit der metakognitiven Instruktionsforschung am Beispiel der Förderung des Bearbeitens von Textaufgaben. Dissertationsschrift: Universität Oldenburg.

Rumelhart, D.E. (1980). Schemata. The building blocks of cognition. In R.J. Spiro, B.C. Bruce & W.F. Brewer (Eds.), Theoretical issues in reading comprehension (pp. 33-58). Hillsdale: Erlbaum.

Rumelhart, D.E. & Norman, D.A. (1988). Representation in memory. In R.C. Atkinson, R.J. Herrnstein, G. Lindzey & R.D. Luce (Eds.), Stevens' handbook of experimentalpsychology. Second edition: Learning and cognition (pp. 511-587). New York: Wiley.

Rumelhart, D.E. & Ortony, A. (1977). The representation of knowledge in memory. In R.C. Anderson, R.J. Spiro & W.E. Montague (Eds.), Schooling and the Acquisition of Knowledge (pp. 99-135), Hillsdale: Erlbaum.

Ryan, R.M. (1982). Control and information in the intrapersonal sphere. An extension of cognitive evaluation theory. Journal of Personality and Social Psychology, 43, pp. 450-461.

Ryan, R.M. (1993). Agency and organization. Intrinsic motivation, autonomy and the self in psychological development. In J. Jacobs (Ed.), Nebraska Symposium on motivation, Development perspectives on motivation (pp. 1-56). Lincoln: University of Nebraska Press.

Ryan, R.M. (1995). Psychological needs and the facilitation of integrative process. Journal of Personality, 63, pp. 397-427.

Ryan, R.M. & Connell, J.P. (1989). Perceived locus of causality an internalization. Examining reasons for acting in two domains. Journal of Personality an Social Psychology, 57, pp.749-761.

Ryan, R.M. & Deci, E.L. (2000a). Self-Determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. American Psychologist, 1, pp. 68-78.

Ryan, R.M. & Deci, E.L. (2000b). When rewards compete with nature. the undermining of intrinsic motivation and self-regulation. In C. Sansone & J.M. Harackiewicz (Eds.), Intrinsic and extrinsic motivation. The search for optimal motivation and performance (pp. 13-54). New York: Academic Press.

Ryan, R.M. & Deci, E.L. (2001). On happiness and human potentials. A review of Research on hedonic and eudaimonic well-being. Annual Review of Psychology, 52, pp. 141-166.

Ryan, R.M. & LaGuardia, J.G. (1999). Achievement motivation within a pressured society. Intrinsic and extrinsic motivations to learn and the politics of school reform. Advances in Motivation and Achievement, 11, pp. 45-85.

Ryan, R.M., Mims,V. & Koestner, R. (1983). Relation of reward contingency and interpersonal context to intrinsic motivation. A review and test using cognitive evaluation theory. Journal of Personality an Social Psychology, 45, pp. 736-750.

Saxe, J. (1991). Culture an cognitive development: Studies in mathematical understanding. Hillsdale: Erlbaum.

Schank, R.C. (1975). Conceptual Information Processing. Amsterdam / Oxford & New York: North-Holland.

Schank, R.C. & Abelson, R.P. (1977). Scripts, plans, goals and understanding. Hillsdale: Erlbaum.

Scherer, P. (1995). Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht der Schule für Lernbehinderte. Theoretische Grundlegung und evaluierte unterrichtspraktische Erprobung. Heidelberg: Winter.

Schiefele, H. (1978). Lernmotivation und Motivlernen. München: Ehrenwirth.

Schiefele, H. (1981). Interesse. In H. Schiefele & A. Krapp (Hrsg.), Handlexikon zur Pädagogischen Psychologie (S. 192-196). München: Ehrenwirth.

Schiefele, H. (1986). Interesse - Neue Antworten auf ein altes Problem. Zeitschrift für Pädagogik, 32, S. 153-162.

Schiefele, H., Hausser, K. & Schmeider, G. (1979). Interesse als Weg und Ziel der Erziehung. Zeitschrift für Pädagogik, 25, S. 1-20.

Schiefele, H., Prenzel, M., Krapp, A., Heiland A. & Kasten, H. (1983). Zur Konzeption einer pädagogischen Theorie des Interesses. Gelbe Reihe, Arbeiten zur Empirischen Pädagogik und Pädagogischen Psychologie, 6, München: Universität München, Institut für Empirische Pädagogik und Pädagogische Psychologie.

Schiefele, H. & Prenzel, M. (1991). Motivation und Interesse. In L. Roth (Hrsg.), Pädagogik. Handbuch für Studium und Praxis (S. 813-823). Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Schiefele, U. (1990). Thematisches Interesse, Variablen des Leseprozesses und Textverstehen. Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie, 2, S. 304-332.

Schiefele, U. (1991). Interesse und Textrepräsentation – Zur Auswirkung des thematischen Interesses auf unterschiedliche Komponenten der Textrepräsentation unter Berücksichtigung kognitiver und motivationaler Kontrollvariablen. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 5, S. 245-259.

Schiefele, U. (1991). Interest, Learning, and Motivation. Educational Psychologist, 26, pp. 299-323.

Schiefele, U. (1996). Motivation und Lernen mit Texten. Göttingen. Hogrefe.

Schiefele, U. (2001). The role of interest in motivation and learning. In J.M. Collis & S. Messick (Eds.), Intelligence and personality (pp. 163-194). Mahwah: Erlbaum.

Schiefele, U. & Köller, O. (1998). Intrinsische und extrinsische Motivation. In D.H. Rost (Hrsg.), Handwörterbuch Pädagogische Psycholgie (S. 193-197). Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Schiefele, U., Krapp, A. & Schreyer, I. (1993). Metaanalyse des Zusammenhangs von Interesse und schulischer Leistung. Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 25, S. 120-148.

Schiefele, U., Krapp, A., Wild, K.P. & Winteler, A. (1993). Der "Fragebogen zum Studieninteresse" (FSI). Diagnostica, 39, S. 335-351.

Schiefele, U. & Pekrun, R. (1993). Psychologische Modelle des fremdgesteuerten und selbstgesteuerten Lernens. Arbeiten zur Empirischen Pädagogik und Pädagogische Psychologie, 30.

Schiefele, U. & Pekrun, R. (1996). Psychologische Modelle des fremdgesteuerten und selbstgesteuerten Lernens. In F.E. Weinert (Hrsg.), Psychologie des Lernens und der Instruktion. Enzyklopädie der Psychologie, Serie Pädagogische Psychologie, Bd.2 (S. 247–278). Göttingen: Hogrefe.

Schiefele, U. & Rheinberg, F. (1997). Motivation and knowledge acquisition: Searching for mediating processes. In P. Pintrich & M. L. Maehr (Eds.), Advances in motivation and achievement (pp. 251-301). Greenwich: JAI Press.

Schiefele, U. & Schreyer, I. (1994). Intrinsische Lernmotivation und Lernen. Ein Überblick Ergebnissen der Forschung. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 8, S. 1-13.

Schiefele, U. & Wild, K.P. (2000). Interesse und Lernmotivation. Untersuchungen zu Entwicklung, Förderung und Wirkung. Münster: Waxmann.

Schiefele, U. & Winteler, A. (1988). Interesse-Lernen-Leistung. Eine Übersicht über theoretische Konzepte, Erfassungsmethoden und Ergebnisse der Forschung. München: Universität der Bundeswehr, Institut für Erziehungswissenschaft und Pädagogische Psychologie.

Schiefele, U. Wild, K.P. & Winteler, A. (1995). Lernaufwand und Elaborationsstrategien als Mediatoren der Beziehung von Studieninteresse und Studienleistung. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 9, S. 181-188.

Schneider, G., Hausser, K. & Schiefele, H. (1979). Bestimmungsstücke und Probleme einer pädagogischen Theorie des Interesses. Zeitschrift für Pädagogik, 25, S. 43-60.

Schneider, K., & Schmalt, H.D. (2000). Motivation (3. überarbeitete und erweiterte Auflage). Stuttgart: Kohlhammer.

Schneider, W. & Büttner, G. (1995). Entwicklung des Gedächtnisses. In R. Oerter & L. Montada (Hrsg.), Entwicklungspsychologie (S. 645-667). Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Schnotz, W. & Vosniadou, S. Carretero, M. (Eds.) (1999). New Perspectives on Conceptual Change. Oxford: Elsevier.

Schnotz, W. (1994). Aufbau von Wissensstrukturen. Untersuchungen zur Kohärenzbildung beim Wissenserwerb mit Texten. München & Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Schrader, F.W. & Helmke, A. (2002). Motivation, Lernen und Leistung. In A. Helmke & R.S. Jäger (Hrsg.), Das Projekt MARKUS: Mathematik-Gesamterhebung Rheinland-Pfalz: Kompetenzen, Unterrichtsmerkmale, Schulkontext (S. 257-324). Landau: Verlag Empirische Pädagogik.

Schulz, R. (1995). Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule. Berlin: Paetec.

Schunk, D.H. (1991). Self-efficacy and academic motivation. Educational Psychologist, 26, pp. 207-231.

Schunk, D.H. (1995). Self-efficacy and education and instruction. In. J.E. Maddux (Ed.), Selfefficacy, adaptation, and adjustment (pp. 281-303), New York: Plenum Press.

Schupp, H. (1988). Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe zwischen Theorie und neuen Impulsen. Mathematikunterricht, 34, S. 5-16.

Schütte, S. (1994). Mathematiklernen in Sinnzusammenhängen. Stuttgart: Klett.

Schwarz, M. (1992). Einführung in die Kognitive Linguistik. Tübingen: Francke.

Schwarzer, R. (Ed.) (1992). Self-efficacy. Thought control of action. New York. Hemisphere.

Schwarzer, R. (1993a). Streß, Angst und Handlungsregulation (3. Auflage). Stuttgart: Kohlhammer.

Schwarzer, R. (1993b). Measurement of perceived self-efficacy: A documentation of psychometric scales for cross-cultural research. Berlin: Freie Universität, Institut für Psychologie.

Schwarzer, R. (1998). Themenheft Selbstwirksamkeit. Unterrichtswissenschaft, 2, S. 98-172.

Schwarzer, R. & Jerusalem, M. (Hrsg.) (1999). Skalen zur Erfassung von Lehrer- und Schülermerkmalen. Dokumentation der psychometrischen Verfahren im Rahmen der Wissenschaftlichen Begleitung des Modellversuchs Selbstwirksame Schulen. Berlin: Freie Universität Berlin.

Seel, N.M. (2000). Psychologie des Lernens. Lehrbuch für Pädagogen und Psychologen. München: Ernst Reinhardt.

Seitz, J.A. (2000). The bodily basis of thought. New Ideas in Psychology, 18, pp. 23-40.

Selter, C. & Spiegel, H. (1997). Wie Kinder rechnen. Leipzig: Klett.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections onprocesses and objects as different sides of the same coin. Educational Studies in Mathematics, 22, pp. 1-36.

Sheldon, K.M., Ryan, R.M. & Reis, H.T. (1996). What makes for a good day? Competence and autonomy in the day and in the person. Personality and Social Psychology Bulletin, 22, pp. 1270-1279.

Sherrill, J.M. (1983). Solving textbook mathematical word problems. Journal of Educacional Research, 29, pp. 140–152.

Silver, E.A. (1981). Recall of mathematical problem information: Solving related problems. Journal of Research of Mathematical Education, 12, pp. 54–64.

Skaalvik, E. & Rankin, R. J. (1996). Self-concept and self-efficacy: Conceptual analysis. Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association. New York: Academic Press.

Skemp, R.R. (1979). Intelligence, learning and action. Chichester: John Wiley & Sons.

Skinner, E.A. (1996). A guide to constructs of control. Journal of Personality and Social Psychology, 71, pp. 549-570.

Skinner, E.A., Chapman, M. & Baltes, P.B. (1988). Control, means-ends, and agency beliefs: A new conceptualization and its measurement during childhood. Journal of Personality and Social Psychology, 54, pp. 117-133.

Stanat, P. u.a (2002). PISA 2000: Die Studie im Überblick. Grundlagen, Methoden und Ergebnisse. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.

Staub, F.& Stern, E. (1997). Abstract reasoning with mathematical constructs. International Journal of Educational Research, 27, pp. 63-75.

Steffe, L.P. & Johnson, D.C. (1970). Problem solving performances of first grade children. Educational Resources Information Center.

Steiner, G. (1973). Mathematik als Denkerziehung. Stuttgart: Klett.

Steiner, G. (1988). Analoge Repräsentationen. In H. Mandl & H. Spapa (Hrsg.), Wissenspsychologie (S. 99-119). München: Psychologie Verlags Union.

Stern, E. (1992). Spontaneous use of conceptual mathematical knowledge in elementary school children. Contemporary Educational Psychology, 17, pp. 266–277.

Stern, E. (1993). What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so hard for children? Journal of Educational Psychology, 85, pp. 7–23.

Stern, E. (1994a). Die Erweiterung des mathematischen Verständnisses mit Hilfe von Textaufgaben. Grundschule, 3, S. 23-25.

Stern, E. (1994b). Wie viele Kinder bekommen keinen Mohrenkopf. Zur Bedeutung der Kontexteinbettung beim Verstehen des quantitativen Vergleichs. Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 26, S. 79-93.

Stern, E. (1997). Erwerb mathematischer Kompetenzen: Ergebnisse aus dem SCHOLASTIK-Projekt. In F.E. Weinert & A. Helmke (Hrsg.), Entwicklung im Grundschulalter (S. 157-170). Weinheim: Beltz.

Stern, E. (1998). Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Lengerich: Pabst Science Publishers.

Stern, E., Hasemann, K. & Grünke, M. (2003). Der Aufbau elaborierter Rechenfertigkeiten. In G.W. Lauth, M. Grünke, J.C. Brunstein (Hrsg.), Interventionen bei Lernstörungen. Göttingen: Hogrefe.

Stern, E. & Lehrndorfer, A. (1992). The role of situational context in solving word problems. Cognitive Development, 7, pp. 259–268.

Stern, E. & Staub, F. (2000). Mathematik lernen und verstehen: Anforderungen an die Gestaltung des Mathematikunterrichts. In E. Inckermann, J. Kahlert & A. Speck-Hamdan (Hrsg.), Sich Lernen leisten, Grundschule vor den Herausforderungen der Wissenschaft (S. 90-100). Neuwied: Luchterhand.

Steyer, R., Hannöver, W., Telser, C. & Kriebel, R. (1997). Zur Evaluation intraindividueller Veränderung. Evaluating intraindividual change. Zeitschrift für klinische Psychologie, 4, S. 291-299.

Stillman, G. (1998). Engagement with task context of application tasks: student performance and teacher beliefs. Nordic Studies in Mathematics Education, 6, pp. 51-70.

Stipek, D. (1996). Motivation and instruction. In D.C. Berliner & R.C. Calfee (Eds.), Handbook of educational psychology (pp. 85-113). New York: Simon & Schuster / Macmillan.

Strike, K.A. & Posner, G. (1982). Conceptual change and science teaching. European Journal of Science Education, 4, pp. 231-240.

Struve, R. (1990). Grundlagen einer Geometriedidaktik. Mannheim: Bibliographisches Institut.

Sweller, J. & Cooper, G.A. (1985). The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning algebra. Cognition and Instruction, 2, pp. 59–89.

Tall, D.O. (1995). Mathematical growth in elementary and advanced mathematical thinking. In L. Meira & D.D. Carraher, (Eds.), Proceedings of the 19th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 61– 75). Recife.

Tall, D.O. (1996). A versatile theory of visualisation and symbolisation in mathematics. Plenary presentation. Proceedings of the 46th Conference of CIEAEM (p. 15–27). Toulouse.

Theurer, C. (1997). Handlungsorientierung innerhalb reformpädagogischer Strömungen. Hamburg: Verlag Dr. Kovac.

Treffers, A. (1983). Fortschreitende Schematisierung. Mathematik lehren, 1, S. 16-20.

Treffers, A. (1987). Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics instruction. The Wiskobas project. Dordrecht: Reidel.

Treffers, A. & de Moor, E.W.A. (1989). Rekenen tot honderd. Willem Bartjens, 9, pp. 100-106.

Tulving, E. (1983). Elements of episodic memory. New York: Oxford University Press.

Tulving, E. (1985). How many systems of memory are there? American Psychologist, 40, pp. 385-395.

Ulich, D. (1979). Rationalismus und Subjektivismus in „kognitiven" Motivationstheorien. Zeitschrift für Pädagogik, 25, S. 23-41.

Utman, C.H. (1997). Performance effects of motivational state. A meta-analysis. Personality and Social Psychology Review, l, pp. 170-182.

Vallerand, R.J., (1997). Toward a hierarchical model of intrinsic and extrinsic motivation. In M.P. Zanna (Ed.), Advances in experimental social psychology (pp. 271-360). San Diego: Academic Press.

Vallerand, R.J. et al. (1992). The academic motivation scale: A measure of intrinsic, extrinsic, and amotivation in education. Educational & Psychological Measurement, 52, pp. 1003-1017.

Vallerand, R.J., Fortier, M.S. & Guay, F. (1997). Self-determination and persistence in a real-life setting. Toward a motivational model of high school dropout. Journal of Personality and Social Psychology, 72, pp. 1161-1176.

van den Brink, F.J. (1989). Realistisch rekenonderwijs aan jonge kinderen. OW&OC, 10, Utrecht: Universität Utrecht.

van Dijk, T.A. & Kintsch, W. (1983). Strategies of discourse comprehension. New York: Academic Press.

van Lehn, K. (1990). Mind bugs: The origins of procedural misconceptions. Cambridge: MIT Press.

Varela, F.J., Thompson, E. & Rosch, E. (1991). The embodied mind: Cognitive science and human experience. Cambridge: MIT Press.

Volovic, M.B. (1983). Mittel der Anschaulichkeit als materielle Grundlage der Steuerung des Kenntnisaneignungsprozesses. In J.H. Lorenz & F. Seeger (Hrsg.), Arbeiten zur Psychologie und Didaktik aus der UdSSR (S. 299-211). Bielefeld: Universität Bielefeld.

vom Hofe, R. (1992). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte als didaktisches Modell. Journal für Mathematikdidaktik, 4, S. 345-364.

vom Hofe, R. (1995). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Heidelberg: Spektrum.

vom Hofe, R. (1996). Grundvorstellungen – Basis für inhaltliches Denken. Mathematik lehren, 78, S. 4-8.

vom Hofe, R. (1998). Probleme mit dem Grenzwert – Genetische Begriffsbildung und geistige Hindernisse. Journal für Mathematikdidaktik, 4.

vom Hofe, R. (2001a). Funktionen erkunden - mit dem Computer. Mathematik lehren, 105, S. 54-58.

vom Hofe, R. (2001b). Mathematik entdecken - neue Argumente für entdeckendes Lernen. Mathematik lehren, 105, S. 4-8.

vom Hofe, R. (2001c). Problems with the limit concept - On a case study of a calculus lesson within a computer-based learning environment. In H.G. Weigand (Ed.), Developments in mathematics education in germany: Selected papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (pp. 84-95). Hildesheim: Franzbecker.

vom Hofe, R. (2002). Investigations into students' learning of applications in computer-based learning environments. Teaching Mathematics and its Applications, 20, pp. 109-119.

vom Hofe, R. (2003). Grundvorstellungen und Grundbildung (Basisartikel). Mathematik lehren, 3, S. 4-8.

vom Hofe, R. & Kleine, M. (2002). Entwicklungsverläufe von Mathematikleistungen in der Sekundarstufe I. Beiträge zum Mathematikunterricht (S 503-506). Hildesheim: Franzbecker.

von Foerster, H. (1997). Das Konstruieren einer Wirklichkeit. In P. Watzlawick (Hrsg.), Menschliche Kommunikation. Stuttgart: Klett.

von Glasersfeld, E. (1985). Einführung in den radikalen Konstruktivismus. In P. Watzlawick (Hrsg.), Die erfundene Wirklichkeit. München: Ehrenwirth.

von Glasersfeld, E. (1990). An exposition of constructivism: Why some like it radical. Journal for Research in Mathematics Education, 4, pp. 19-30.

von Glasersfeld, E. (1991). Cognition, construction of knowledge, and teaching. In M.R. Matthews (Ed.), History, philosophy and science teaching (pp. 117-132). New York: Teachers College Press.

von Glasersfeld, E. (1992). Constructivisn reconsidered: A reply to suchting. Science and Education, 1, pp. 379-384.

von Glasersfeld, E. (1995). Radical constructivism: A way of knowing and learning. London: Falmer Press.

von Glasersfeld, E. (1996). Radikaler Konstruktivismus. Ideen, Ergebnisse, Probleme. Frankfurt a. M.: Scriptor.

von Glasersfeld, E. (1997a). Konstruktion der Wirklichkeit und des Begriffs der Objektivität. In H. Gumin & H. Meier (Hrsg.), Einführung in den Konstruktivismus (S. 9-39). München: Pieper.

von Glasersfeld, E. (1997b). Wege des Wissens: konstruktivistische Erkundungen durch unser Denken. Heidelberg: Auer.

Walther, G., Geiser, H., Langeheine, R. & Lobemeier, K. (2003). Mathematische Kompetenzen am Ende der vierten Jahrgangsstufe. In W. Bos u.a. (Hrsg.), Erste Ergebnisse aus IGLU, Schülerleistungen am Ende der vierten Jahrgangsstufe im internationalen Vergleich (S. 189-226). Münster, New York, München & Berlin: Waxmann.

Weinert, F.E. & Helmke, A. (Hrsg.) (1997), Entwicklung im Grundschulalter. Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Werning, R. (1998). Konstruktivismus. Eine Anregung für die Pädagogik? Pädagogik, 7-8, S. 39-41.

Wessels, M. (1994). Kognitive Psychologie. München & Basel: Reinhardt.

Wiechmann, J. (Hrsg.) (2000). Zwölf Grundformen des Lernens (2. unveränderte Auflage). Weinheim & Basel: Beltz.

Wieczerkowski, W. u.a. (1974). Angstfragebogen für Schüler (AFS). Braunschweig: Westermann.

Wild, E. & Remy, K. (2001). Affektive und motivationale Folgen der Lernhilfen und lernbezogenen Einstellungen von Eltern. Unterrichtswissenschaft, 1, S. 27-51.

Wild, E., Hofer, M. & Pekrun, R. (2001). Psychologie des Lerners. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), Pädagogische Psychologie (S. 207-270). Weinheim: Psychologie Verlags Union.

Wild, K.P. (1996). Die Beziehung zwischen Lernmotivation und Lernstrategien als Funktion personaler und situativer Faktoren. In S. Duit & C. Rhöneck (Hrsg.), Lernen in den Naturwissenschaften (S. 69-86). Kiel: IPN-Schriftenreihe.

Williams, G.C., Rodin, G.C., Ryan, R.M., Grolnick W.S. & Deci, E.L. (1998). Autonomous regulation and long-term medication adherence in adult outpatients. Health Psychology, 17, pp. 269-276.

Winter, H. (1991). Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik (2. verbesserte Auflage). Braunschweig: Vieweg.

Winter, H. (1992). Sachrechnen in der Grundschule. Problematik des Sachrechnens, Funktionen des Sachrechnens, Unterrichtsprojekte (2. unveränderte Auflage). Frankfurt a.M.: Scriptor.

Winter, H. (1994). Mathematik entdecken. Neue Ansätze für den Unterricht in der Grundschule (4. Auflage). Frankfurt a.M.: Scriptor.

Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 61, S. 37–46.

Wittmann, E.C. (1981). Grundfragen des Mathematikunterrichts (6. Auflage). Braunschweig & Wiesbaden: Vieweg.

Wittmann, E.C. (1990). Wider die Flut der "bunten Hunde" und der "grauen Päckchen": Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. In E.C. Wittmann & G.N. Müller (Hrsg.), Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins (S. 152-166). Stuttgart, Düsseldorf, Berlin & Leipzig: Klett.

Wittmann, E.C. (2000). Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen im Arithmetikunterricht. In G.N. Müller & E.C. Wittmann (Hrsg.), Mit Kindern rechnen, Beiträge zur Reform der Grundschule, Bd. 96 (S. 10-41). Frankfurt a.M.: Arbeitskreis Grundschule.

Wittmann, E.C. (2002). Mathematikunterricht zwischen Skylla und Charybdis. Mitteilungen der Math. Gesellschaft in Hamburg, Bd. XII (1992) (S. 663-679). Wiederabgedruckt in DMV-Mitteilungen, 3, S. 35-45.

Xin, Y.P. & Jitendra, A. (1999). The effects of instruction in solving mathematical problems for students with learning problems: A meta-analysis. The Journal of Special Education, 32, pp. 207-225.

Zech, F. (1998). Grundkurs Mathematikdidaktik. Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik (9. neu ausgestattete Auflage). Weinheim & Basel: Beltz.

Zimmermann, B.J. (1995). Self-efficacy and educational development. In A. Bandura (Ed.), Self-efficacy in Changing Societies (pp. 202-231), Stanford University: Cambridge University Press.

Zimmermann, B.J. (2000). Self-efficacy. An essential motive to learn. Contemporary Educational Psychology, 25, pp. 82-91.

Zimmermann, B.J. & Schunk, D.H. (Eds.) (1989). Self-regulated learning and academic achievement. New York: Springer.

Zweng, M. (1979). The problem of solving story problems. Arithmetic Teaching, 27, pp. 2–3.

Anhang

Anhang A: Anhang zur lernmotivationalen Auswertung

A1 Überblick über die lernmotivationalen Variablen
A2 Interkorrelationen der Skalen zum Messzeitpunkt 4
A3 Interkorrelationen der Skalen zum Messzeitpunkt 5
A4 Ladungsmatrix zum Messzeitpunkt 4
A5 Ladungsmatrix zum Messzeitpunkt 5
A6 Ergebnisdarstellung – Kontrollvariable ‚instrumenteller Nutzen'
A7 Ergebnisdarstellung – Kontrollvariable ‚Anstrengungsbereitschaft'
A8 Ergebnisdarstellung – Kontrollvariable ‚Amotivation'

Anhang B: Mathematischer Modellierungstest

B1 Mathematischer Modellierungstest: Schülerexemplar
B2 Standardisierte Instruktionen für die Lehrkräfte

Anhang C: Schülerfragebögen

C1 Schülerfragebogen zur Erfassung der Lernmotivation (Messzeitpunkt 1)
C2 Schülerfragebogen zur Erfassung der Lernmotivation (Messzeitpunkte 3,4 und 5)
C3 Standardisierte Instruktionen zur Erfassung der Lernmotivation (Messzeitpunkt 1)
C4 Standardisierte Instruktionen zur Erfassung der Lernmotivation (Messzeitpunkte 3,4 und 5)

Anhang D: Unterrichtstagebuch

D1 Unterrichtstagebuch zur Erfassung von Unterrichtsvariablen im Vergleichsunterricht
D2 Häufigkeiten der Nennungen in den Unterrichtstagebüchern

Anhang E: Treatments - Unterrichtsskizzen

E1 Unterrichtsskizzen zum alltagsnahen Trainingsprogramm
E2 Unterrichtsskizzen zum abstrakt-symbolischen Trainingsprogramm

A1 Überblick über die lernmotivationalen Variablen

	Variable	Beschreibung
Motivationsstil	mo_in_1	Skala ‚intrinsische Motivation' zum Messzeitpunkt 1
	mo_in_2	Skala ‚intrinsische Motivation' zum Messzeitpunkt 2
	mo_in_3	Skala ‚intrinsische Motivation' zum Messzeitpunkt 3
	mo_in_4	Skala ‚intrinsische Motivation' zum Messzeitpunkt 4
	mo_id_1	Skala ‚identifizierte Regulation' zum Messzeitpunkt 1
	mo_id_2	Skala ‚identifizierte Regulation' zum Messzeitpunkt 2
	mo_id_3	Skala ‚identifizierte Regulation' zum Messzeitpunkt 3
	mo_id_4	Skala ‚identifizierte Regulation' zum Messzeitpunkt 4
	mo_io_1	Skala ‚introjizierte Regulation' zum Messzeitpunkt 1
	mo_io_2	Skala ‚introjizierte Regulation' zum Messzeitpunkt 2
	mo_io_3	Skala ‚introjizierte Regulation' zum Messzeitpunkt 3
	mo_io_4	Skala ‚introjizierte Regulation' zum Messzeitpunkt 4
	mo_ex_1	Skala ‚extrinsische Motivation' zum Messzeitpunkt 1
	mo_ex_2	Skala ‚extrinsische Motivation' zum Messzeitpunkt 2
	mo_ex_3	Skala ‚extrinsische Motivation' zum Messzeitpunkt 3
	mo_ex_4	Skala ‚extrinsische Motivation' zum Messzeitpunkt 4
Interesse	inter_1	Skala ‚Interesse' zum Messzeitpunkt 1
	inter_2	Skala ‚Interesse' zum Messzeitpunkt 2
	inter_3	Skala ‚Interesse' zum Messzeitpunkt 3
	inter_4	Skala ‚Interesse' zum Messzeitpunkt 4
Selbstwirksam-keitserwartung	selbw_1	Skala ‚Selbstwirksamkeitserwartungen' zum Messzeitpunkt 1
	selbw_2	Skala ‚Selbstwirksamkeitserwartungen' zum Messzeitpunkt 2
	selbw_3	Skala ‚Selbstwirksamkeitserwartungen' zum Messzeitpunkt 3
	selbw_4	Skala ‚Selbstwirksamkeitserwartungen' zum Messzeitpunkt 4
Leistungs-thematische Anstrengungs-bereitschaft	leiab_1	Skala ‚leist. Anstrengungsbereitschaft' zum Messzeitpunkt 1
	leiab_2	Skala ‚leist. Anstrengungsbereitschaft' zum Messzeitpunkt 2
	leiab_3	Skala ‚leist. Anstrengungsbereitschaft' zum Messzeitpunkt 3
	leiab_4	Skala ‚leist. Anstrengungsbereitschaft' zum Messzeitpunkt 4
Amotivation	amot_1	Skala ‚Amotivation' zum Messzeitpunkt 1
	amot_2	Skala ‚Amotivation' zum Messzeitpunkt 2
	amot_3	Skala ‚Amotivation' zum Messzeitpunkt 3
	amot_4	Skala ‚Amotivation' zum Messzeitpunkt 4
Instrumenteller Nutzen	instr_1	Skala ‚Instrumenteller Nutzen' zum Messzeitpunkt 1
	instr_1	Skala ‚Instrumenteller Nutzen' zum Messzeitpunkt 2
	instr_1	Skala ‚Instrumenteller Nutzen' zum Messzeitpunkt 3
	instr_1	Skala ‚Instrumenteller Nutzen' zum Messzeitpunkt 4

A2 Interkorrelationen der Skalen zum Messzeitpunkt 4

	Spearman-Rho	intrinsische Motivation	identifizierte Regulation	introjizierte Regulation	externale Regulation	Interesse	Selbstwirksamkeitserwartung	Kontroll-variablen: Anstrengungsbereitsch.	Kontroll-variablen: Amotivation
	intrinsische Motivation								
	identifizierte Regulation	-,17**							
	introjizierte Regulation	-,34**	-,22**						
	externale Regulation	-,69**	-,47**	-,21**					
	Interesse	,56**	,63**	-,48**	-,66**				
	Selbstwirksamkeitserwartung	,50**	,31**	-,17*	-,37**	,71**			
Kontroll-variablen	Anstrengungsbereitschaft	,29**	,11*	,08*	-,29**	,36**	,68**		
Kontroll-variablen	Amotivation	-,33**	-,15	-,11*	,26**	-,44**	-,56**	-,67**	
Kontroll-variablen	Instrumenteller Nutzen	,10*	,33**	-,35**	-,46**	,53**	,67**	,37**	-,24*

** Die Korrelation ist auf dem 0,01 Niveau signifikant (zweiseitig).
* Die Korrelation ist auf dem 0,05 Niveau signifikant (zweiseitig).

A3 Interkorrelationen der Skalen zum Messzeitpunkt 5

	Spearman-Rho	intrinsische Motivation	identifizierte Regulation	introjizierte Regulation	externale Regulation	Interesse	Selbstwirksamkeitserwartung	Kontroll-variablen: Anstrengungsbereitsch.	Kontroll-variablen: Amotivation
	intrinsische Motivation								
	identifizierte Regulation	,19**							
	introjizierte Regulation	-,56**	-,28**						
	externale Regulation	-,70**	-,37**	,24**					
	Interesse	,31**	,28**	-,29**	-,55**				
	Selbstwirksamkeitserwartung	,20*	,04	,08*	-,14*	,67**			
Kontroll-variablen	Anstrengungsbereitschaft	,32**	,25**	-,13	-,46**	,66**	,59**		
Kontroll-variablen	Amotivation	-,06	,02	-,14*	-,30**	-,30**	-,60**	-,43**	
Kontroll-variablen	Instrumenteller Nutzen	,09	,14*	-,01	-,36**	,82**	,25**	,24**	-,39**

** Die Korrelation ist auf dem 0,01 Niveau signifikant (zweiseitig).
* Die Korrelation ist auf dem 0,05 Niveau signifikant (zweiseitig).

A4 Ladungsmatrix zum Messzeitpunkt 4

		Komponente				
		F1	F2	F3	F4	F5
I_1	Ich rechne gerne solche Textaufgaben.	,916	-,035	,052	,291	,014
I_2	Diese Textaufgabe finde ich sehr interessant.	,722	,054	-,222	-,336	,417
I_3	Bei dieser Textaufgabe brauche ich keine Belohnung, sie macht mir auch so viel Spaß.	,891	-,121	,134	,015	,307
I_4	Eine solche Textaufgabe bearbeite ich auch in meiner Freizeit gerne.	,751	,079	,041	,552	,120
I_5	Es ist mir wichtig, diese Textaufgabe gut lösen zu können.	,738	,023	,046	,405	,129
I_6	Es ist mit wichtig, beim Lösen solcher Textaufgaben noch besser zu werden.	,836	-,123	-,037	-,139	,401
AM_1	Diese Textaufgabe macht mir keinen Spaß.	-,083	,857	-,072	-,265	-,087
AM_2	Es wäre schön, wenn ich in diese Textaufgabe nicht rechnen müsste.	,132	,944	-,086	-,136	-,031
AM_3	Schon den Gedanken an diese Text-aufgabe finde ich ätzend.	-,026	,840	-,255	-,183	-,252
S_1	Ich glaube, dass ich beim Lösen dieser Textaufgabe gut bin.	,252	-,344	,581	-,080	,055
S_2	Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe ohne Probleme schaffe..	,321	-,015	,783	,371	,268
S_3	Ich glaube, diese Textaufgabe kann jeder gut schaffen.	,004	,105	,911	-,019	-,018
AB_1	Diese Textaufgabe ist eine richtige Herausforderung für mich.	,083	-,060	,131	,843	-,421
AB_2	Bei dieser Textaufgabe werde ich mich voll anstrengen.	,139	-,123	,037	,636	,401
AB_3	Bei dieser Textaufgabe bin ich sehr gespannt, wie gut ich abschneiden werde.	,275	-,128	,051	,595	,077
IN_1	Ich glaube, dass diese Textaufgabe für mein Leben wichtig ist.	,042	-,195	,020	,332	,547
IN_2	Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe in meinem Leben sehr gut gebrauchen kann.	,162	-,551	,216	-,007	,665
IN_3	Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe auch für andere Fächer gut gebrau-chen kann.	,071	-,250	,314	,542	,631
IN_4	Ich glaube, dass diese Textaufgabe im Alltag wirklich nützlich ist.	,245	-,018	,440	,137	,735

Extraktionsmethode: Hauptkomponentenanalyse. Rotationsmethode: Varimax mit Kaiser-Normalisierung.
a Die Rotation ist in 5 Iterationen konvergiert.

A5 Ladungsmatrix zum Messzeitpunkt 5

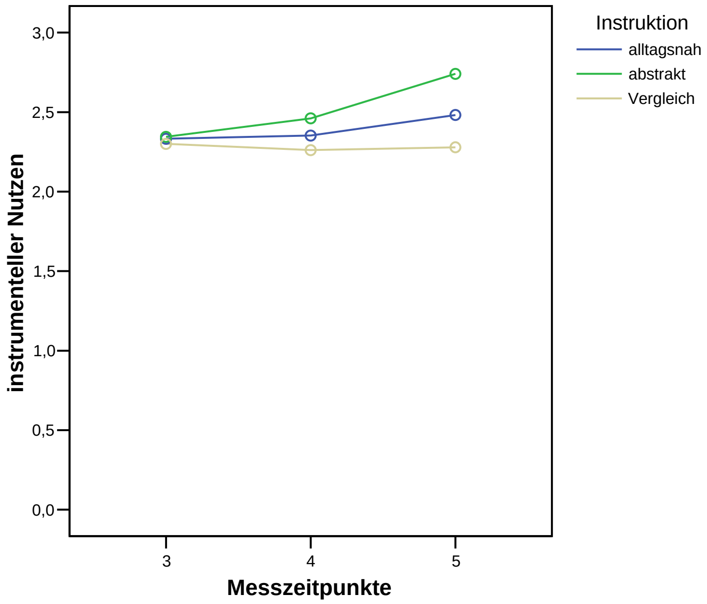
		Komponente				
		F1	F2	F3	F4	F5
I_1	Ich rechne gerne solche Textaufgaben.	,859	-,225	,024	,033	,324
I_2	Diese Textaufgabe finde ich sehr interessant.	,792	,062	-,076	-,189	,352
I_3	Bei dieser Textaufgabe brauche ich keine Belohnung, sie macht mir auch so viel Spaß.	,677	-,372	,542	-,003	,064
I_4	Eine solche Textaufgabe bearbeite ich auch in meiner Freizeit gerne.	,492	-,300	,341	,204	,020
I_5	Es ist mir wichtig, diese Textaufgabe gut lösen zu können.	,605	,065	,263	,069	,362
I_6	Es ist mit wichtig, beim Lösen solcher Textaufgaben noch besser zu werden.	,566	-,232	-,043	,407	,519
AM_1	Diese Textaufgabe macht mir keinen Spaß.	-,500	,478	-,020	-,073	-,423
AM_2	Es wäre schön, wenn ich in diese Textaufgabe nicht rechnen müsste.	-,224	,843	-,025	-,091	-,118
AM_3	Schon den Gedanken an diese Text-aufgabe finde ich ätzend.	-,059	,519	-,071	-,078	-,177
S_1	Ich glaube, dass ich beim Lösen dieser Textaufgabe gut bin.	,072	-,312	,804	-,004	,370
S_2	Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe ohne Probleme schaffe..	,550	-,322	,553	,052	,174
S_3	Ich glaube, diese Textaufgabe kann jeder gut schaffen.	,140	,008	,886	-,180	-,080
AB_1	Diese Textaufgabe ist eine richtige Herausforderung für mich.	,046	-,251	-,070	,609	-,590
AB_2	Bei dieser Textaufgabe werde ich mich voll anstrengen.	,160	-,155	,296	,597	,456
AB_3	Bei dieser Textaufgabe bin ich sehr gespannt, wie gut ich abschneiden werde.	,386	-,025	,145	,638	,388
IN_1	Ich glaube, dass diese Textaufgabe für mein Leben wichtig ist.	,076	-,464	,234	,283	,628
IN_2	Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe in meinem Leben sehr gut gebrauchen kann.	,507	-,416	,228	,247	,432
IN_3	Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe auch für andere Fächer gut gebrau-chen kann.	,141	-,080	,669	,331	,526
IN_4	Ich glaube, dass diese Textaufgabe im Alltag wirklich nützlich ist.	,503	-,438	,029	,007	,650

Extraktionsmethode: Hauptkomponentenanalyse. Rotationsmethode: Varimax mit Kaiser-Normalisierung.
a Die Rotation ist in 5 Iterationen konvergiert.

Ladungsmatrix zum Messzeitpunkt 5

A6 Ergebnisdarstellung – Kontrollvariable ‚instrumenteller Nutzen'

Für die lernmotivationalen Kontrollvariablen (Einschätzung des instrumentellen Nutzens, leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft und Amotivation) wurden in Analogie zu den unter Kapitel 8.2 dargestellten abhängigen Variablen jeweils Varianzanalysen mit Messwiederholung berechnet, wobei der Faktor ‚Instruktionsform' (unabhängige Variable: instruct), der Messwiederholungsfaktor ‚Zeit', der die Variablenausprägungen zu drei Messzeitpunkten (Messzeitpunkte 3,4 und 5; siehe 6.2.2) inkorporiert, sowie die jeweiligen Ausprägungen der Kontrollvariablen zum Messzeitpunkt vor den Unterrichtssequenzen (Messzeitpunkt 1) als Kovariaten (unabhängige Variablen: ‚instr_1' für den instrumentellen Nutzen, ‚leiab_1' für die leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft und ‚amot_1' für die Amotivation) in den Analysen berücksichtigt wurden.



Instrumenteller Nutzen in Abhängigkeit der Instruktionsform

	SS	df	MQ	F	p	Eta^2
Konstante	8,519	1	8,519	21,178	,000	,093
instr_1	70,224	1	70,224	174,581	,000	,459
instruct	5,561	2	2,781	6,913	,001	,063
Fehler	82,862	206	0,402			
zeit	0,510	2	0,255	3,812	,023	,020
zeit*instr_1	0,351	2	0,175	2,624	,074	,004
zeit*instruct	2,994	4	0,749	11,199	,000	,146
Fehler	27,538	412	0,067			

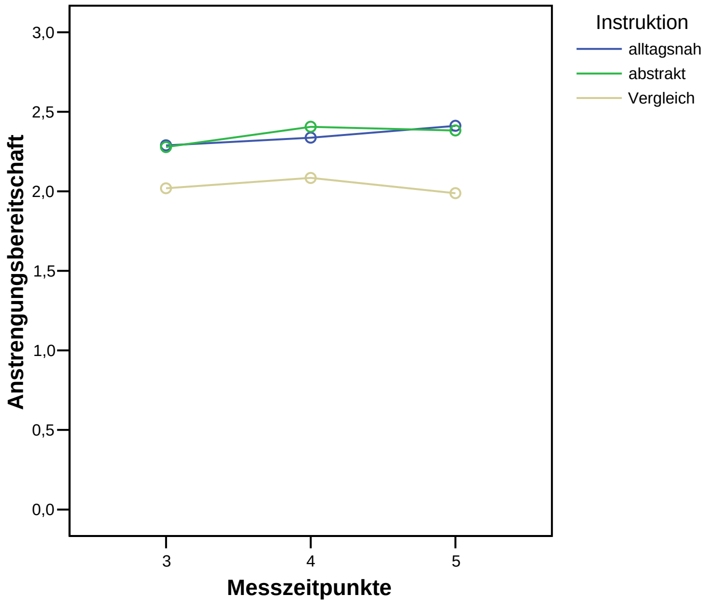
Kovarianzanalyse mit Messwiederholung (Instrumenteller Nutzen)

	instruct	zeit[b]	MD	SD	Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche (angegeben sind die Übertretungswahrscheinlichkeiten p)								
					{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}
1	alltagsnah	2	2,332[a]	,044	1,00	,18	,00**	,00**	,00**	,00**	,02*	,00**	,00**
2		3	2,352[a]	,054		1,00	,01*	,00**	,00**	,00**	,01*	,16	,02*
3		4	2,482[a]	,059			1,00	,00**	,00**	,00**	,21	,56	,55
4	abstrakt	2	2,344[a]	,045				1,00	,06	,00**	,10	,00**	,00**
5		3	2,461[a]	,055					1,00	,00**	,00**	,00**	,00**
6		4	2,740[a]	,060						1,00	,00**	,00**	,00**
7	Vergleich	2	2,300[a]	,043							1,00	,27	,55
8		3	2,261[a]	,052								1,00	,61
9		4	2,278[a]	,057									1,00

a Die Kovariaten im Modell werden anhand der folgenden Werte berechnet: instr_1 = 2,3827.
b Messzeitpunkte
**p < .01. *p < .05.

Mittelwertvergleiche – Instrumenteller Nutzen

A7 Ergebnisdarstellung – Kontrollvariable ‚Anstrengungsbereitschaft'



Leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft in Abhängigkeit der Instruktionsform

	SS	df	MQ	F	p	Eta²
Konstante	26,530	1	26,530	44,030	,000	,176
leiab_1	31,989	1	31,989	53,090	,000	,205
instruct	14,063	2	7,031	11,670	,000	,102
Fehler	124,123	206	0,603			
zeit	0,464	2	0,232	2,330	,099	,008
zeit*leiab_1	0,280	2	0,140	1,404	,247	,005
zeit*instruct	0,739	4	0,185	1,854	,118	,020
Fehler	41,029	412	0,100			

Kovarianzanalyse mit Messwiederholung

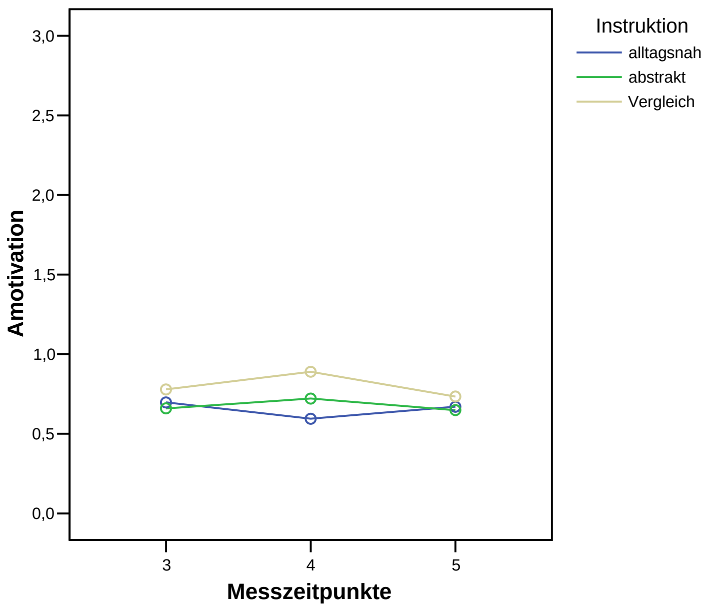
(Leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft)

	instruct	zeit[b]	MD	SD	Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche (angegeben sind die Übertretungswahrscheinlichkeiten p)								
					{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}
1	alltagsnah	2	2,289[a]	,064	1,00	,18	,01*	,05	,00**	,00**	,10	,11	,01**
2		3	2,337[a]	,060		1,00	,20	,03*	,03*	,00**	,00**	,11	,00**
3		4	2,412[a]	,063			1,00	,16	,01*	,12	,00**	,00**	,00**
4	abstrakt	2	2,278[a]	,069				1,00	,09	,13	,00**	,00**	,00**
5		3	2,405[a]	,065					1,00	,85	,00**	,00**	,00**
6		4	2,382[a]	,068						1,00	,00**	,00**	,00**
7	Vergleich	2	2,019[a]	,064							1,00	,16	,65
8		3	2,084[a]	,060								1,00	,06
9		4	1,988[a]	,063									1,00

a Die Kovariaten im Modell werden anhand der folgenden Werte berechnet: leiab_1 = 2,3693.
b Messzeitpunkte
**p < .01. *p < .05.

Mittelwertvergleiche – Leistungsthematische Anstrengungsbereitschaft

A8 Ergebnisdarstellung – Kontrollvariable ‚Amotivation'



Amotivation in Abhängigkeit der Instruktionsform

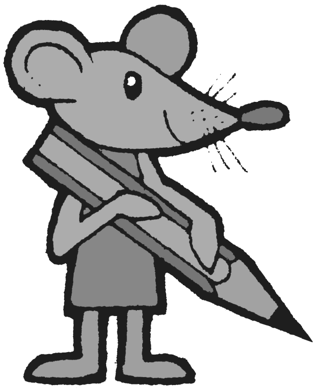
	SS	df	MQ	F	p	Eta^2
Konstante	17,260	1	17,260	27,936	,000	,119
amot_1	70,583	1	70,583	114,246	,000	,357
instruct	2,282	2	1,141	1,847	,160	,018
Fehler	127,271	206	0,618			
zeit	0,110	2	0,055	0,463	,630	,003
zeit*amot_1	0,387	2	0,193	1,630	,197	,000
zeit*instruct	1,176	4	0,294	2,478	,044	,001
Fehler	48,867	412	0,119			

Kovarianzanalyse mit Messwiederholung (Amotivation)

	instruct	zeit[b]	MD	SD	Bonferroni-adjustierte Post-Hoc-Vergleiche (angegeben sind die Übertretungswahrscheinlichkeiten p)								
					{1}	{2}	{3}	{4}	{5}	{6}	{7}	{8}	{9}
1	alltagsnah	2	,697[a]	,062	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	,41	,00**	,03*
2		3	,595[a]	,067		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	,00**	,00**	,00**
3		4	,670[a]	,060			1,00	1,00	1,00	1,00	,00**	,00**	,50
4	abstrakt	2	,660[a]	,065				1,00	1,00	1,00	,17	,00**	,01*
5		3	,721[a]	,070					1,00	1,00	,01*	,02	,04*
6		4	,649[a]	,062						1,00	,00**	,00**	,30
7	Vergleich	2	,778[a]	,067							1,00	,55	1,00
8		3	,890[a]	,072								1,00	,07
9		4	,734[a]	,064									1,00

a Die Kovariaten im Modell werden anhand der folgenden Werte berechnet: amot_1 = 0,6443.
b Messzeitpunkte
**p < .01. *p < .05.

Mittelwertvergleiche – Amotivation



Rechengeschichten

Bitte noch nicht umblättern!

Dein Codename:

____

An der Georg-Schule sind im 3. Schuljahr 47 Kinder. Davon sind 28 Mädchen. Wie viele Jungen sind es?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ____

Rudi hat 18 Karten. Ralf hat 8 Karten. Wie viele Karten muss Rudi an Ralf abgeben, damit beide gleich viele Karten haben?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ____

Die volle Schultasche von Herrn Leitner wiegt 11 Kilogramm. Er leert seine Schulsachen aus. Nun wiegt die Tasche noch 3 Kilogramm. Wie schwer sind seine Schulsachen?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ____

Udo braucht für seine Hausaufgaben heute genau 43 Minuten. 17 Minuten für Mathe, 6 Minuten für Deutsch, den Rest für HSU. Wie viele Minuten braucht Udo für die HSU-Hausaufgaben?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ____

Frau Schneeberger macht eine Diät. Sie hat schon 9 Kilogramm abgenommen. Jetzt wiegt sie 67 Kilogramm. Wie viel hat sie vor der Diät gewogen?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ____

Im Bus sitzen 25 Kinder an der ersten Haltestelle steigen 6 Kinder aus, an der zweiten Haltestelle steigen 3 Kinder ein. Wie viele Kinder sitzen nun im Bus?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ____

Ina liest Harry Potter. Heute hat sie 16 Seiten gelesen und ist nun auf Seite 98. Auf welcher Seite hat Ina heute angefangen zu lesen?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ____

Tine hat 16 Euro, Karl hat 24 Euro gespart. Wie viel Euro braucht Tine noch, damit sie genau so viel hat wie Karl?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ____

Erich wiegt 32 Kilogramm. Er wiegt 4 Kilogramm mehr als Ernst. Wie viele Kilogramm bringen Ernst und Erich zusammen auf die Waage?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ______________________________

Steffen hat 28 Euro. Am Wochenende bekommt er Taschengeld. Jetzt hat er 35 Euro. Wie viel Taschengeld hat Steffen bekommen?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ______________________________

Familie Gruber und Familie Schmid sind heute in die Ferien gefahren. Die Grubers sind um 11.30 Uhr gestartet. Die Schmids sind um 13.45 Uhr losgefahren. Wie viel später als die Grubers sind die Schmids losgefahren?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ______________________________

Tim schneidet von einer 16 Zentimeter langen Holzstange erst 7 Zentimeter ab, dann 5 Zentimeter. Wie lange ist der Rest der Stange?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ______________________________

Jens ist 1,51 m groß. Er ist 8 cm größer als Julia. Wie groß ist Julia?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ____

Gerd 65 Euro und Fritz 72 Euro gespart. Gerd bekommt am Wochenende 15 Euro Taschengeld. Wie viel hat Gerd nun mehr als Fritz?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ____

Tom geht zur Schule um 7.35 Uhr von zu Hause los. Tina bricht erst 8 Minuten später auf. Um wie viel Uhr geht Tina von zu Hause los?

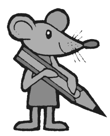
Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ____

Ulf wirft 32 Meter weit. Sabine wirft 5 Meter weiter als Ulf. Simone wirft 2 Meter weiter als Sabine. Wie weit wirft Simone?

Hier hast du Platz zum Rechnen:

Antwort: ____



Das hast du ganz toll gemacht !!!

[Sehr geehrte Lehrkraft, bitte diesen Teil wörtlich vortragen:]

Liebe Kinder,

heute werden wir zusammen (wieder) einen Aufgabentest rechnen. Aber keine Angst. Es gibt keine Noten.
Bei diesem Aufgabentest musst du (wieder) eine Reihe von Rechengeschichten rechnen. Am besten machst du das (wieder) mit Bleistift und Radiergummi, dann kannst du leicht ausbessern, wenn du dich einmal verrechnet hast.

Du brauchst (auch diesmal) deinen Namen nicht auf das Blatt zu schreiben. Es erfährt niemand, was du gerechnet hast. Alles, was du brauchst, ist (wieder) dein Codename. Diesen schreibst du auf das Blatt.

[SS füllen das Deckblatt aus]

Achtung:
Blättere bitte noch nicht um. Wir fangen alle gemeinsam an.

Auf jeder Seite findest du (wieder) vier Rechengeschichten. Du hast für jede Seite 8 Minuten Zeit. Dann gebe ich (auch heute) das Kommando ‚Stifte weg'. Bei diesem Kommando legst du bitte den Bleistift beiseite, auch wenn du noch nicht mit den Rechengeschichten fertig bist.
Erst wenn ich sage ‚Jetzt darfst du umblättern', dann kannst du die nächste Seite rechnen.
(Auch diesmal gilt wieder:) Wenn du schon mit der ganzen Seite fertig bist, bevor ich sage ‚Stifte weg', dann wartest du trotzdem bitte mit der nächsten Seite bis wir alle weitermachen. Du kannst die Zeit ja (wieder) nutzen, um deine Rechnungen noch einmal zu überprüfen.

Hast du noch Fragen?

[evtl. Fragen beantworten]

Achtung:
Sind alle fertig?
Jetzt darfst du umblättern und anfangen zu rechnen.

[SS bearbeiten die Rechengeschichten 1 bis 4.
Nach 8 Minuten:
Kommando ‚Stifte weg!']

Prima.
Jetzt weißt du ja schon wie es geht.

[kurze Pause]

Achtung:
Sind alle fertig?
Jetzt darfst du umblättern und die nächsten Aufgaben rechnen.

[SS bearbeiten die Rechengeschichten 5 bis 8.
Nach 8 Minuten:
Kommando ‚Stifte weg!']

Toll.
Jetzt hast du schon die Hälfte der Aufgaben gerechnet.

[kurze Pause, evtl. Finger ausschütteln]

Achtung:
Sind alle fertig?
Dann darfst du umblättern und weiter rechnen.

[SS bearbeiten die Rechengeschichten 9 bis 12.
Nach 8 Minuten:
Kommando ‚Stifte weg!']

Du warst jetzt schon sehr tapfer.
Jetzt kommt auch schon der Endspurt.

[kurze Pause]

Achtung:
Sind alle fertig?
Dann blättere bitte um und rechne die restlichen Rechengeschichten.

[SS bearbeiten die Rechengeschichten 13 bis 16.
Nach 8 Minuten:
Kommando ‚Stifte weg!']

Es freut mich, dass alle so schön mitgemacht haben. Ganz toll!

C1 Schülerfragebogen zur Erfassung der Lernmotivation (Messzeitpunkt 1)

Ich bin ein O Mädchen
O Junge.

Mein Codename:

Ich bin [ ] Jahre alt.

Teil 1: Gründe, warum ich mich bei Textaufgaben anstrenge.
Verschiedene Kinder haben verschiedene Gründe, warum sie sich im Mathematik-unterricht anstrengen. Du bekommst immer zwei Gründe zur Auswahl. Entscheide bitte immer, welcher der zwei Gründe für dich der wichtigere ist.

A. Ich strenge mich beim Rechnen von Textaufgaben an,
- O weil mir Textaufgaben Spaß machen.
- O weil ich etwas Neues lernen will.

B. Ich strenge mich beim Rechnen von Textaufgaben an,
- O damit ich kein schlechtes Gewissen habe.
- O damit ich keinen Ärger bekomme.

C. Ich strenge mich beim Rechnen von Textaufgaben an,
- O damit ich kein schlechtes Gewissen habe.
- O weil mir Textaufgaben Spaß machen.

D. Ich strenge mich beim Rechnen von Textaufgaben an,
- O damit ich keinen Ärger bekomme.
- O weil ich etwas Neues lernen will.

E. Ich strenge mich beim Rechnen von Textaufgaben an,
- O weil mir Textaufgaben Spaß machen.
- O damit ich keinen Ärger bekomme.

F. Ich strenge mich beim Rechnen von Textaufgaben an,
- O weil ich etwas Neues lernen will.
- O damit ich kein schlechtes Gewissen habe.

Teil 2: Beantworte bitte folgende Fragen zum Rechnen von Textaufgaben.

1. Textaufgaben finde ich sehr interessant.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

2. Beim Rechnen von Textaufgaben strenge ich mich voll an.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

3. Bei Textaufgaben bin ich sehr gespannt, wie gut ich abschneiden werde.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

4. Ich rechne gerne Textaufgaben.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

5. Textaufgaben machen mir keinen Spaß.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

6. Ich glaube, dass ich beim Lösen von Textaufgaben gut bin.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

7. Es wäre schön, wenn ich in Mathe keine Textaufgaben rechnen müsste.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

8. Ich glaube, Textaufgaben kann jeder gut schaffen.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

9. Ich glaube, dass ich Textaufgaben auch für andere Fächer gut gebrauchen kann.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

10. Schon den Gedanken an Textaufgaben finde ich ätzend.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

11. Bei Textaufgaben brauche ich keine Belohnung, sie machen mir auch so viel Spaß.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

12. Es ist mit wichtig, beim Lösen von Textaufgaben noch besser zu werden.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

13. Textaufgaben sind eine richtige Herausforderung für mich.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

14. Ich glaube, dass Textaufgaben für mein Leben wichtig sind.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

15. Es ist mir wichtig, Textaufgaben gut lösen zu können.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

16. Ich glaube, dass Textaufgaben im Alltag wirklich nützlich sind.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

17. Ich glaube, dass ich Textaufgaben ohne Probleme schaffe.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

18. Ich glaube, dass ich Textaufgaben in meinem Leben sehr gut gebrauchen kann.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

19. Textaufgaben bearbeite ich auch in meiner Freizeit gerne.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

C2 Schülerfragebogen zur Erfassung der Lernmotivation (Messzeitpunkte 3,4 und 5)

Ich bin ein O Mädchen
O Junge.

Mein Codename: ______

Ich bin ______ Jahre alt.

Teil 1: Gründe, warum ich mich beim Rechnen dieser Textaufgabe anstrenge.
Verschiedene Kinder haben verschiedene Gründe, warum sie sich bei dieser Textaufgabe anstrengen. Du bekommst immer zwei Gründe zur Auswahl. Entscheide bitte immer, welcher der zwei Gründe für dich der wichtigere ist.

A. Ich strenge mich beim Rechnen dieser Textaufgabe an,
- O weil mir diese Textaufgabe Spaß macht.
- O weil ich etwas Neues lernen will.

B. Ich strenge mich beim Rechnen dieser Textaufgabe an,
- O damit ich kein schlechtes Gewissen habe.
- O damit ich keinen Ärger bekomme.

C. Ich strenge mich beim Rechnen dieser Textaufgabe an,
- O damit ich kein schlechtes Gewissen habe.
- O weil mir diese Textaufgabe Spaß macht.

D. Ich strenge mich beim Rechnen dieser Textaufgabe an,
- O damit ich keinen Ärger bekomme.
- O weil ich etwas Neues lernen will.

E. Ich strenge mich beim Rechnen dieser Textaufgabe an,
- O weil mir diese Textaufgabe Spaß macht.
- O damit ich keinen Ärger bekomme.

F. Ich strenge mich beim Rechnen dieser Textaufgabe an,
- O weil ich etwas Neues lernen will.
- O damit ich kein schlechtes Gewissen habe.

Teil 2: Beantworte bitte folgende Fragen zum Rechnen dieser Textaufgabe.

1. Diese Textaufgabe finde ich sehr interessant.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

2. Bei dieser Textaufgabe strenge ich mich voll an.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

3. Bei dieser Textaufgabe bin ich sehr gespannt, wie gut ich abschneiden werde.
O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

4. Ich rechne gerne solche Textaufgaben.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

5. Diese Textaufgabe macht mir keinen Spaß

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

6. Ich glaube, dass ich beim Lösen dieser Textaufgabe gut bin.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

7. Es wäre schön, wenn ich in diese Textaufgabe nicht rechnen müsste.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

8. Ich glaube, diese Textaufgabe kann jeder gut schaffen.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

9. Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe auch für andere Fächer gut gebrauchen kann.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

10. Schon den Gedanken an diese Textaufgabe finde ich ätzend.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

11. Bei dieser Textaufgabe brauche ich keine Belohnung, sie macht mir auch so viel Spaß.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

12. Es ist mit wichtig, beim Lösen solcher Textaufgaben noch besser zu werden.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

13. Diese Textaufgabe ist eine richtige Herausforderung für mich.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

14. Ich glaube, dass diese Textaufgabe für mein Leben wichtig ist.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

15. Es ist mir wichtig, diese Textaufgabe gut lösen zu können.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

16. Ich glaube, dass diese Textaufgabe im Alltag wirklich nützlich ist.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

17. Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe ohne Probleme schaffe.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

18. Ich glaube, dass ich diese Textaufgabe in meinem Leben sehr gut gebrauchen kann.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

19. Eine solche Textaufgabe bearbeite ich auch in meiner Freizeit gerne.

O stimmt sehr O stimmt ziemlich O stimmt weniger O stimmt gar nicht

C3 Standardisierte Instruktionen zur Erfassung der Lernmotivation (Messzeitpunkt 1)

[Sehr geehrte Lehrkraft, bitte diesen Teil wörtlich vortragen:]

Liebe Kinder,

mit diesem Fragebogen möchte ich dir einige Fragen zum Mathematikunterricht stellen, besser gesagt: Zu Textaufgaben. Es geht dabei um deine ganz persönliche Meinung zu diesem Fach. Zum Ausfüllen des Fragebogens brauchst du einen Bleistift und einen Radiergummi.

Dazu habe ich eine Reihe von Sätzen vorbereitet, von denen du sagen sollst, wie sehr sie für dich ganz persönlich stimmen oder nicht stimmen. Dabei gibt es keine richtigen oder falschen Antworten. Alles, was du ankreuzen möchtest, ist in Ordnung, weil es deine Gedanken sind.
Du brauchst deinen Namen nicht auf das Blatt zu schreiben. Es erfährt also niemand, was du geantwortet hast. Alles, was du brauchst, ist ein Codename. Diesen Codenamen schreibst du auf das Blatt. Diesen Codenamen brauchst du noch öfter. Damit du ihn nicht vergisst, bekommst du ein kleines Kärtchen, auf das du deinen Codenamen eintragen und in deinem Mäppchen verstecken kannst.

[Austeilen der Codename-Kärtchen,
SS füllen Codename, Geschlecht und Alter aus,
dann bitte wieder: das Folgende wörtlich vortragen]

Bei den ersten Fragen geht es um die Gründe, warum du dich bei Textaufgaben anstrengst. Verschiedene Kinder haben ja verschiedene Gründe, warum sie sich anstrengen. Du bekommst immer zwei Gründe zur Auswahl. Entscheide, welcher Grund für dich der wichtigere ist. Kreuze diesen Grund dann an.

[Bitte ‚Beispiel 1' auf Folie gemeinsam bearbeiten,
dann bitte wieder:
das Folgende wörtlich vortragen]

Hast du noch Fragen?

[evtl. Fragen beantworten]

Achtung:
Arbeite bitte nicht voraus. Ich lese dir jede Frage vor. Erst dann machst du dein Kreuzchen.

[SS füllen Teil 1 des Fragebogens aus,
dabei bitte:
Jede Frage vorlesen]

Das hast du ja schon ganz prima und tapfer gemacht.
Bei den nächsten Fragen bekommst du verschiedene Sätze vorgelesen, die du auch selbst mitlesen kannst. Es geht dabei um deine Meinung zum Mathe-Unterricht, besser gesagt wieder: Zu Textaufgaben. Kreuze immer das Kästchen an, das auf deine persönlichen Gedanken am besten passt.

[Bitte ‚Beispiel 2' auf Folie gemeinsam bearbeiten,
dann bitte wieder:
das Folgende wörtlich vortragen]

Hast du noch Fragen?

Achtung:
Arbeite bitte wieder nicht voraus. Ich lese dir jede Frage wieder vor. Erst dann machst du dein Kreuzchen.

[SS füllen Teil 2 des Fragebogens aus,
dabei bitte:
Jede Frage vorlesen]

[Die folgenden Beispiele bitte
vor der Durchführung des
Fragebogens auf Folie kopieren]

Beispiel 1:

Textaufgaben mache ich gerne?

O Weil sie schwer sind.
O Weil ich dabei viel lesen muss.

Beispiel 2:

Ich mag schwere Textaufgaben.

O stimmt sehr   O stimmt ziemlich   O stimmt weniger   O stimmt gar nicht

C4 Standardisierte Instruktionen zur Erfassung der Lernmotivation (Messzeitpunkt3, 4, 5)

[Sehr geehrte Lehrkraft, bitte diesen Teil wörtlich vortragen:]

Liebe Kinder,

mit diesem Fragebogen möchte ich dir wieder einige Fragen zum Mathematikunterricht stellen. Es geht dabei wieder um deine ganz persönliche Meinung – und zwar: Deine Meinung zu dieser Textaufgabe, die du gerade gelesen hast. Du brauchst zum Ausfüllen des Fragebogens wieder einen Bleistift und einen Radiergummi.

Ich habe wieder eine Reihe von Sätzen vorbereitet, von denen du sagen sollst, wie sehr sie für dich ganz persönlich stimmen oder nicht stimmen. Dabei gibt es wieder keine richtigen oder falschen Antworten. Alles, was du ankreuzen möchtest, ist wieder in Ordnung, weil es deine Gedanken sind.
Du brauchst auch diesmal deinen Namen nicht auf das Blatt zu schreiben. Es erfährt also wieder niemand, was du geantwortet hast. Alles, was du brauchst, ist ein Codename. Wenn du deinen Codenamen nicht mehr weißt, dann kannst du jetzt in deinem Mäppchen auf deinem Codename-Kärtchen nachschauen.

[SS füllen Codename, Geschlecht, Alter auf dem Fragebogen aus]

Bei den ersten Fragen geht es um die Gründe, warum du dich beim Lösen dieser Textaufgabe anstrengst. Du bekommst wieder jeweils zwei Gründe zur Auswahl. Entscheide, welcher Grund für dich der wichtigere ist. Kreuze diesen Grund dann an.

Hast du noch Fragen?

[evtl. Fragen beantworten]

Achtung:
Arbeite bitte wieder nicht voraus. Ich lese dir jede Frage vor. Erst dann machst du dein Kreuzchen.

[SS füllen Teil 1 des Fragebogens aus,
dabei bitte:
Jede Frage vorlesen]

Das hast du wieder ganz ordentlich gemacht.
Bei den nächsten Fragen bekommst du wieder verschiedene Sätze vorgelesen, die du auch wieder selbst mitlesen kannst. Es geht auch dabei um diese Textaufgabe, die du vorher gelesen hast. Kreuze immer das Kästchen an, das auf deine persönlichen Gedanken am besten passt.

Hast du noch Fragen?

[evtl. Fragen beantworten]

Achtung:
Arbeite bitte wieder nicht voraus. Ich lese dir jede Frage wieder vor. Erst dann machst du dein Kreuzchen.

[SS füllen Teil 2 des Fragebogens aus,
dabei bitte:
Jede Frage vorlesen]

D1 Unterrichtstagebuch zur Erfassung von Unterrichtsvariablen im Vergleichsunterricht

Name: ______ Datum der Unterrichtseinheit: ______

Unterrichtstagebuch zur Sequenz: Lösen von Textaufgaben

Die wievielte Unterrichtseinheit ist dies innerhalb der Unterrichtssequenz? ______

Welche der vorgegebenen Textaufgaben wurden in dieser Unterrichtseinheit behandelt? ______

Wie lange dauerte diese Unterrichtseinheit ungefähr? ______ Minuten.

Bitte kreuzen Sie das jeweilige Kästchen dann an, wenn Sie die Aussage mit **JA** beantworten können:

	In dieser Unterrichtseinheit ...	
Strukturierung	gab ich den Kindern einen Überblick über den Stundenverlauf.	
	gab ich im Klassengespräch gezielte Impulse, um zum Weiterdenken anzuregen.	
	zeigte ich Zusammenhänge zwischen einzelnen Aspekten auf.	
	grenzte ich einzelne Unterrichtsphasen klar von einander ab.	
	wies ich auf besonders wichtige Aspekte hin.	
	schloss ich an Phasen der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit eine gemeinsame Auswertung im Klassenverband an.	
	fasste ich den Stoff zusammen.	
Sozialformen	arbeiteten die Kinder für kurze Phasen (bis zu 5 Minuten) in Einzelarbeit.	
	arbeiteten die Kinder für kurze Phasen (bis zu 5 Minuten) in Partnerarbeit.	
	arbeiteten die Kinder für kurze Phasen (bis zu 5 Minuten) in Gruppenarbeit.	
	arbeiteten die Kinder über längere Phasen (über 5 Minuten) in Einzelarbeit.	
	arbeiteten die Kinder über längere Phasen (über 5 Minuten) in Partnerarbeit.	
	arbeiteten die Kinder über längere Phasen (über 5 Minuten) in Gruppenarbeit.	
Freiheitsspielräume	wählten die Kinder den/die Sozialpartner frei.	
	teilten sich die Kinder bei der Bearbeitung von Aufgaben die Zeit frei ein.	
	wählten die Kinder Fragestellungen frei aus.	
	wählten die Kinder unter verschiedenen Arten von Aufgaben frei aus.	
	kontrollierten sich die Kinder selbst.	

Differenzierung und Hilfe	gab ich bei der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit gezielte Impulse.	
	half ich unaufgefordert bei der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit.	
	half ich auf Anfrage bei der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit.	
	half ich bei der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit gezielt einzelnen Kindern.	
	gab es besondere Angebote für leistungsschwächere Schüler.	
	gab es besondere Angebote für leistungsstarke Schüler.	
	teilte ich den Kindern Aufgaben nach dem Schwierigkeitsgrad zu.	
	hielt ich mich bei der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit im Hintergrund.	

	In dieser Unterrichtseinheit habe ich folgende Lösungshilfen bei der Behandlung der Textaufgaben eingesetzt:	
Mathematische Darstellungsmittel	– Zahlenstrahl	
	– Hundertertafel	
	– Diagramme (z.B. Baumdiagramme)	
	– Schemazeichungen (z.B. Skizzen)	
	– Bildliche Darstellungen (z.B. Bilder, Zeichnungen)	
	– Konkrete Objekte (z.B. Spielgeld)	
	– Aktivitäten (z.B. Rollenspiele)	
	– Sonstiges* (bitte nennen):	

Gibt es sonst noch etwas, das Sie bezüglich dieser Unterrichtseinheit erwähnen möchten?

Herzlichen Dank, dass Sie bereit sind Auskunft über Ihren Unterricht zu geben.
Vielen Dank für Ihre Mithilfe und freundlichste Grüße,

Tobias Barwanietz

In dieser Unterrichtseinheit ...	Anzahl der Nennungen V_1^*	V_2^*	V_3^*	V_4^*
– gab ich den Kindern einen Überblick über den Stundenverlauf.	5	8	9	6
– gab ich im Klassengespräch gezielte Impulse, um zum Weiterdenken anzuregen.	9	9	9	9
– zeigte ich Zusammenhänge zwischen einzelnen Aspekten auf.	9	9	9	9
– grenzte ich einzelne Unterrichtsphasen klar von einander ab.	9	9	9	9
– wies ich auf besonders wichtige Aspekte hin.	9	9	9	9
– schloss ich an Phasen der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit eine gemeinsame Auswertung im Klassenverband an.	9	8	9	7
– fasste ich den Stoff zusammen.	2	8	3	4

* V_1 = Vergleichsklasse 1 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_2 = Vergleichsklasse 2 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_3 = Vergleichsklasse 3 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_4 = Vergleichsklasse 4 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).

Kumulierte Nennungen im Vergleichsunterricht: Strukturierung

In dieser Unterrichtseinheit ...	Anzahl der Nennungen V_1^*	V_2^*	V_3^*	V_4^*
– arbeiteten die Kinder für kurze Phasen (bis zu 5 Minuten) in Einzelarbeit.	9	9	9	9
– arbeiteten die Kinder für kurze Phasen (bis zu 5 Minuten) in Partnerarbeit.	4	8	2	1
– arbeiteten die Kinder für kurze Phasen (bis zu 5 Minuten) in Gruppenarbeit.	3	1	0	0
– arbeiteten die Kinder über längere Phasen (über 5 Minuten) in Einzelarbeit.	9	9	9	9
– arbeiteten die Kinder über längere Phasen (über 5 Minuten) in Partnerarbeit.	2	0	0	0
– arbeiteten die Kinder über längere Phasen (über 5 Minuten) in Gruppenarbeit.	0	0	0	0

* V_1 = Vergleichsklasse 1 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_2 = Vergleichsklasse 2 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_3 = Vergleichsklasse 3 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_4 = Vergleichsklasse 4 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).

Kumulierte Nennungen im Vergleichsunterricht: Sozialformen

In dieser Unterrichtseinheit ...	Anzahl der Nennungen V_1^*	V_2^*	V_3^*	V_4^*
– wählten die Kinder den/die Sozialpartner frei.	6	4	2	1
– teilten sich die Kinder bei der Bearbeitung von Aufgaben die Zeit frei ein.	7	7	2	4
– wählten die Kinder Fragestellungen frei aus.	4	4	1	0
– wählten die Kinder unter verschiedenen Arten von Aufgaben frei aus.	9	9	9	9
– kontrollierten sich die Kinder selbst.	7	6	4	2

* V_1 = Vergleichsklasse 1 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_2 = Vergleichsklasse 2 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_3 = Vergleichsklasse 3 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_4 = Vergleichsklasse 4 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).

Kumulierte Nennungen im Vergleichsunterricht: Freiheitsspielräume

In dieser Unterrichtseinheit ...	Anzahl der Nennungen V_1^*	V_2^*	V_3^*	V_4^*
– gab ich bei der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit gezielte Impulse.	9	9	9	9
– half ich unaufgefordert bei der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit.	9	9	9	9
– half ich auf Anfrage bei der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit.	9	9	9	9
– half ich bei der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit gezielt einzelnen Kindern.	9	9	9	9
– gab es besondere Angebote für leistungsschwächere Schüler.	9	9	9	9
– gab es besondere Angebote für leistungsstarke Schüler.	9	8	9	7
– teilte ich den Kindern Aufgaben nach dem Schwierigkeitsgrad zu.	9	9	0	0
– hielt ich mich bei der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit im Hintergrund.	9	9	9	9

* V_1 = Vergleichsklasse 1 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_2 = Vergleichsklasse 2 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_3 = Vergleichsklasse 3 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_4 = Vergleichsklasse 4 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).

Kumulierte Nennungen im Vergleichsunterricht: Strukturierung

In dieser Unterrichtseinheit habe ich folgende Lösungshilfen bei der Behandlung der Textaufgaben eingesetzt:	Anzahl der Nennungen V_1^*	V_2^*	V_3^*	V_4^*
– Zahlenstrahl	0	0	0	0
– Hundertertafel	0	0	0	0
– Diagramme (z.B. Baumdiagramme)	3	5	4	4
– Schemazeichungen (z.B. Skizzen)	2	0	2	0
– Bildliche Darstellungen (z.B. Bilder, Zeichnungen)	0	4	0	3
– Konkrete Objekte (z.B. Spielgeld)	2	2	2	2
– Aktivitäten (z.B. Rollenspiele)	0	0	0	0
– Sonstiges**	0	0	0	0

* V_1 = Vergleichsklasse 1 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_2 = Vergleichsklasse 2 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_3 = Vergleichsklasse 3 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
V_4 = Vergleichsklasse 4 (Unterrichtsumfang: 9 Unterrichtseinheiten).
** Die Lehrkräfte konnten freie Angaben zu sonstigen Lösungshilfen machen.

Kumulierte Nennungen im Vergleichsunterricht: Mathematische Darstellungsmittel

Hinweise für die Lehrkräfte

Unterrichtsskizzen zur Durchführung der neun Unterrichtseinheiten

- alltagsnahes Trainingsprogramm -

1. Analyse der Textvorlage

a) Die SS bekommen zu jeder Unterrichtseinheit den jeweiligen Bildimpuls (DinA3 – Bild). Die SS sollen Zeit haben sich zu dem jeweiligen Bild frei zu äußern und eigene Erfahrungen mitzuteilen.

> **Achtung:**
> Bei den Aufgaben 3, 6 und 9 wird diese Phase auf Grund des folgenden Motivationsfragebogens sehr kurz gehalten !!!

b) Den SS wird der Aufgabentext präsentiert (jeweils nur die Grundaufgabe).

> **Achtung:**
> Bei den Aufgaben 3, 6 und 9 bekommen die SS, nachdem Sie den Aufgabentext intensiv gelesen haben, einen Motivationsfragebogen !!!

c) Die SS sollen Gelegenheit erhalten, sich aktiv (z.B. durch genaues Lesen, Nacherzählen, Nachfragen, Einbringen eigener Erfahrungen usw.) mit der Textvorlage auseinander zu setzten.

Mögliche Aktivitäten in dieser Phase:

- Die SS sollen die gegebene Textaufgabe mit eigenen Worten nacherzählen.
- Die SS sollen die Textaufgabe aus dem Gedächtnis aufschreiben.
- Die SS sollen eigene Rechenfragen zur Textaufgabe formulieren.
- Die SS sollen wichtige Textstellen in der Textaufgabe unterstreichen.
- Die SS sollen Fragen zur Textaufgabe finden, die nicht beantwortet werden können.
- Die SS sollen die Textaufgabe in eine Kapitänsaufgabe umwandeln.

2. Datenanalyse

Anhand der Textaufgabe werden die Größen hinterfragt und mit Sinn versehen, so dass das Verständnis der Aufgabe vertieft wird:

Mögliche Leitfragen und -impulse in dieser Phase (**UE 1 und UE 2**):

- „Gleich zwei Busse für eine Schulklasse!?“
- „Warum sind die Kinder in den Bussen nicht gleichmäßig verteilt?“
- „Wie viele Kinder müssten in jedem Bus sitzen, wenn überall gleich viele sitzen?“

Mögliche Leitfragen und -impulse in dieser Phase (**UE 3 und UE 4**):

- „Ist das, was Sarah und Tom gespart haben, viel oder wenig?“
- „Wie viel hast du in deiner Spardose zu Hause?“
- „Was könnte sich Sarah von ihren Ersparnissen kaufen?“
- „Was könnte sich Tom von seinen Ersparnissen kaufen?“

- „Was kostet wohl ein ferngesteuertes Auto?“
- „Wie viel müssen die beiden dann noch sparen?“
- „Ist es sinnvoll zusammen ein ferngesteuertes Auto zu kaufen?“

Mögliche Leitfragen und -impulse in dieser Phase (**UE 5 und UE 6**):

- „Ist das von Sebastian eine gute Weite (für einen Jungen)?“
- „Ist das von Steffi eine gute Weite (für ein Mädchen)?“
- „Wie weit wirfst du? Weiter als Steffi? Weiter als Sebastian?“

- „Sind Lars und Katrin schnell gelaufen? Warum können wir das gar nicht sagen?“
- „Wie lange brauchst du um deinen Häuserblock?“
- „Wie weit sind die beiden wohl gelaufen?“
- „Wie lange brauchst du für 50 Meter / 100 Meter / …?“

Mögliche Leitfragen und -impulse in dieser Phase (**UE 7, UE 8 und UE 9**):

- „Warum - denkst du - fährt Tims Familie so spät?“
- „Wer ist schon mal mit dem Auto in Urlaub gefahren? Wann seid ihr losgefahren?“
- „Wie lange fährt man nach Italien / zur Nordsee /…?“

- „Sind 16 Kilometer weit für einen Vormittag?“
- „Wie lange braucht man etwa für 16 Kilometer, wenn man keine Pausen macht?“
- „Sind 34 Kilometer weit für einen Radtag?“
- „Wie weit sind 34 Kilometer? Von hier bis nach …?“

- „Was heißt ‚Freigepäck’ überhaupt?“
- „Aus wie vielen Personen besteht Familie Müller?“
- „Wie viel Freigepäck hat jede Person?“
- „Hat Frau Müller einen schweren Koffer?“

3. Mathematische Modellierung:

a) Die SS lesen die Rechenfrage.

b) Ausgehend von der Textaufgabe wird die Problemsituation in Bezug auf die Rechenfrage simuliert:

Problemsituation bei UE 1:

Die Klasse 3a macht einen Klassenausflug. Die Kinder fahren in einem roten und einem grünen Kleinbus. Im roten Bus sitzen 12 Kinder. Im grünen Bus sitzen 8 Kinder. Wie viele Kinder sitzen im roten Bus mehr als im grünen?

Die Textaufgabe wird mit den beiden Busmodellen an der Tafel simuliert. Die Anzahl der Kinder wird als Punktbild jeweils in den roten bzw. den grünen Bus an der Tafel gemalt. Anschließend erfolgt die Darstellung der Problemsituation mit Hilfe einer Skizze:

roter Bus: | | | | | | | | | | | |

grüner Bus: | | | | | | | |

Problemsituation bei UE 2:

Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Im grünen Bus sitzen 5 Kinder mehr als im roten Bus.

Wie viele Kinder sitzen im grünen Bus?

Die Textaufgabe wird wie auch in UE 1 mit den beiden Busmodellen an der Tafel simuliert. Die Anzahl der Kinder wird als Punktbild jeweils in den roten bzw. den grünen Bus an der Tafel gemalt. Anschließend erfolgt wieder die Darstellung der Problemsituation mit Hilfe einer Skizze:

roter Bus: | | | | | | | |

grüner Bus: | | | | | | | | ⋮ | | | | |

Problemsituation bei UE 3:

Tom und Sarah vergleichen ihre Ersparnisse. Tom hat 27€ gespart. Sarah hat 33€ gespart. Wie viel hat Sarah mehr gespart?

Die Textaufgabe wird mit dem Demonstrations-Spielgeld an der Tafel simuliert (10€-Scheine und 1€-Münzen). Die SS können die Differenz über eine Eins-zu-Eins-Zuordnung an der Tafel ablesen:

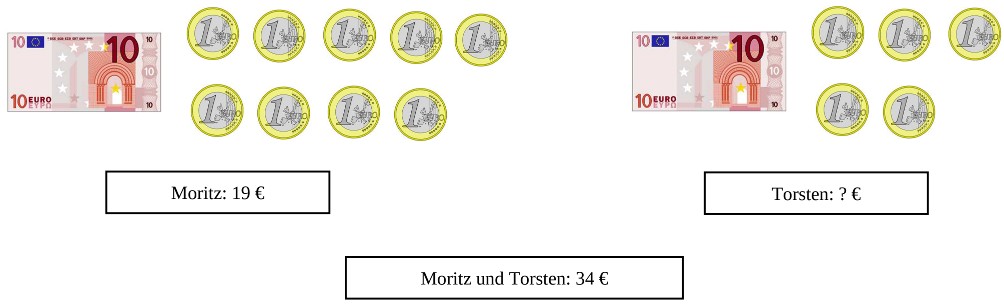
Tom: 

Sarah: 

Problemsituation bei UE 4:

Die Freunde Moritz und Torsten sparen zusammen auf ein ferngesteuertes Auto. Sie haben miteinander 34€ gespart. Moritz hat 19€ gespart. Wie viel hat Torsten gespart?

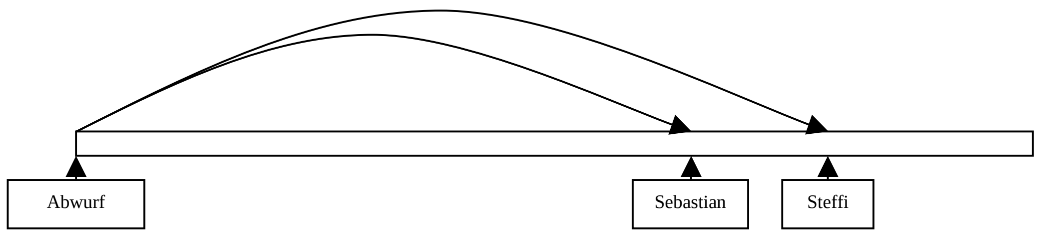
Die Textaufgabe wird wie auch bei UE 3 mit dem Demonstrations-Spielgeld an der Tafel simuliert (10€-Scheine und 1€-Münzen). Die beiden gesparten Geldbeträge, d.h. die 19 € von Moritz und die gesuchten 15€ von Torsten, werden räumlich an der Tafel getrennt.



Problemsituation bei UE 5:

Sebastian hat 18 Meter weit geworfen. Steffi hat 26 Meter geworfen. Wie viele Meter hat Steffi weiter geworfen als Sebastian?

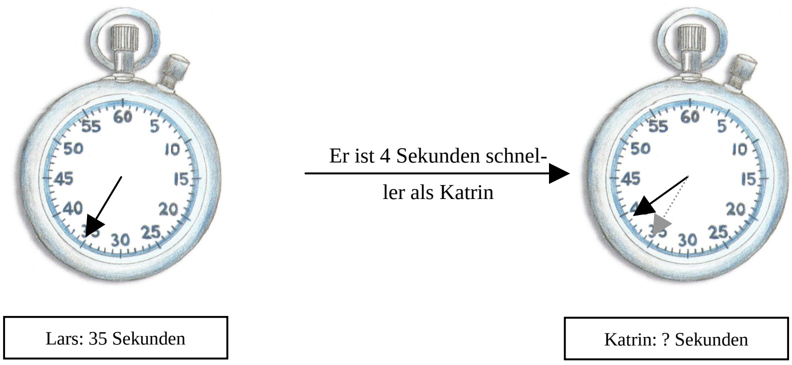
Die Textaufgabe wird (auf dem Schulflur) mit dem Maßband simuliert. Die beiden geworfenen Weiten werden mit den beiden Fahnen markiert. Anschließend erfolgt die Darstellung der Textaufgabe mit Hilfe einer Pfeil-Skizze an dem laminierten „Modell-Maßband“ an der Tafel.



Problemsituation bei UE 6:

Lars und Katrin laufen um die Wette. Lars braucht um den Häuserblock 35 Sekunden. Er ist genau 4 Sekunden schneller als Katrin. Wie schnell ist Katrin?

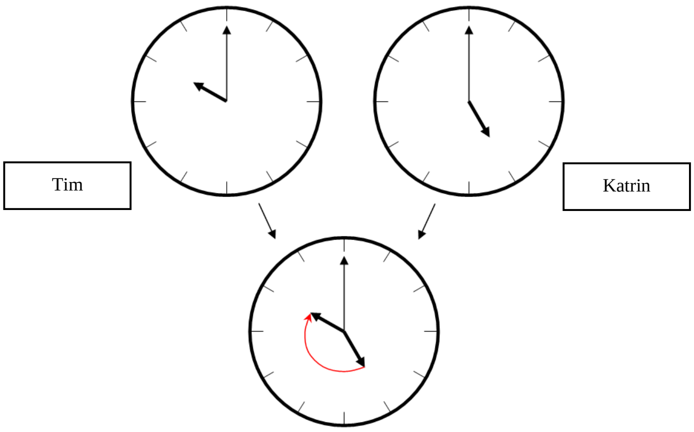
Die Textaufgabe wird mit den laminierten Stoppuhren simuliert. Die 35 Sekunden von Lars werden auf ‚Stoppuhr 1' eingestellt – nachdem besprochen wurde, was die Aussage ‚Er ist 4 Sekunden schneller als Katrin' bedeutet, wird die ‚Stoppuhr 2' dementsprechend auf 39 Sekunden gestellt:



Problemsituation bei UE 7:

Katrin und Tim fahren beide mit ihren Familien in Urlaub. Katrins Familie startet um 17 Uhr, Tims Familie um 22 Uhr. Wie viele Stunden fährt Tim später los als Katrin?

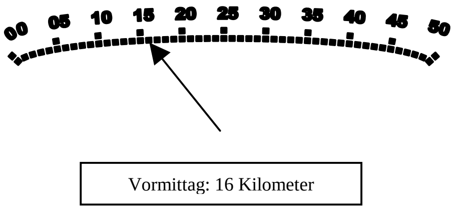
Die Textaufgabe wird mit den laminierten Uhren simuliert. Die beiden Startzeiten (17 Uhr und 22 Uhr) werden auf den Uhren eingestellt. Anschließend werden die beiden Uhrzeiten in eine Uhr übertragen - ein Vergleich beider Uhrzeiten ist direkt durch „Abzählen" der Stunden an der Tafel möglich:

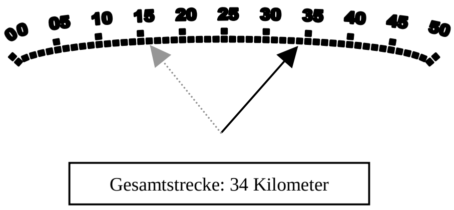


Problemsituation bei UE 8:

Moritz und Torsten unternehmen eine Radtour. Am Vormittag schaffen sie 16 Kilometer. Am Nachmittag kommen sie zurück und der Tacho zeigt 34 Kilometer an. Wie viele Kilometer haben Moritz und Torsten am Nachmittag mehr als am Vormittag geschafft?

Die Textaufgabe wird mit den laminierten Kilometerzählern simuliert. Die 16 Kilometer vom Vormittag werden auf ‚Kilometerzähler 1' eingestellt. Die Gesamtstrecke von 34 Kilometer wird auf ‚Kilometerzähler 2' eingestellt.

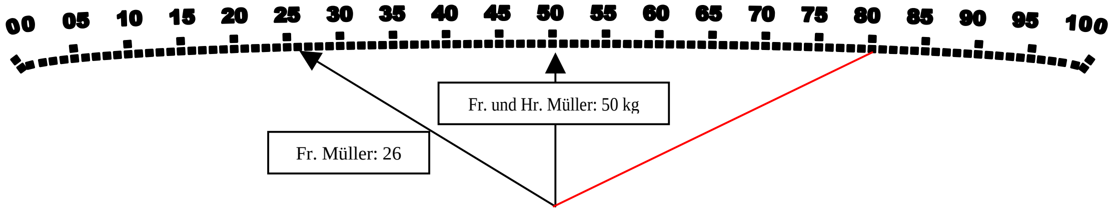




Problemsituation bei UE 9:

Auf ihrem Urlaubsflug von München nach Rom haben die Müllers 80 Kilogramm Freigepäck. Der Koffer von Frau Müller wiegt 26 Kilogramm. Der Koffer von Herrn Müller wiegt 2 Kilogramm weniger. Wie viele Kilogramm dürfen die Koffer von Jessica und Jakob höchstens wiegen?

Die Textaufgabe wird mit der laminierten Waage simuliert. Die 80 kg Freigepäck werden markiert. Sukzessive werden die ‚Gewichte' der einzelnen Gepäckstücke aufsummiert, so dass das gesuchte ‚Gewicht' ablesbar wird:



4. Rechnung und Auswertung:

a) Jeweils auf den Impuls (Anheften der Wortkarte „Rechnung“) hin sollen die SS veranlasst werden eine geeignete Rechnung zur vorausgegangenen Problem-Simulation zu formulieren. Das Ergebnis wird jeweils anhand des Tafelbildes überprüft.

c) Am Ende dieser Phase steht jeweils die Formulierung eines Antwortsatzes. Dieser wird an der Tafel fixiert.

5. Individuelle Arbeit an der Textaufgabe:

a) Die Tafel wird geschlossen. Nur noch die Textaufgabe (auf Folie) bleibt sichtbar.

b) Die SS erhalten das für die jeweiligen Problem-Simulationen vorbereitete Material. Die SS arbeiten mit dem Material individuell an der Textaufgabe.

Wichtig:
Hier kann je nach Klassensituation und geschulten Sozialformen auch in Partnerarbeit (evtl. auch Gruppenarbeit) gearbeitet werden.

6. Vertiefung und Fortsetzung:

a) Die jeweilige Erweiterungsaufgabe (auf Folie) wird aufgedeckt.

b) Die SS nutzen das jeweilige Material, um die Erweiterungsaufgaben zu lösen.

Wichtig:
Auch hier kann wieder je nach Klassensituation und geschulten Sozialformen auch in Partnerarbeit oder Gruppenarbeit (evtl. auch Rechenkonferenzen) gearbeitet werden.

c) Die Tafel wird geöffnet, so dass die Lösung der Textaufgabe wieder sichtbar wird. Am Ende dieser Phase steht die Kontrolle der Ergebnisse und (je nach Unterrichtszeit) eine Rückschau auf den Lösungsweg.

Hinweise für die Lehrkräfte

Unterrichtsskizzen zur Durchführung der neun Unterrichtseinheiten

- abstrakt-symbolisches Trainingsprogramm -

1. Umgang mit mathematischen Darstellungsmitteln

Etwa 5 Minuten werden mit Hilfe der mathematischen Repräsentationsformen (Zahlenstrahl oder Hundertertafel) „Kopfrechenspiele“ durchgeführt. Es stehen die folgenden - Ihnen bekannten - Spiele zur Wahl:

- Mister X
- Zahlenspringen
- Mehr oder weniger?
- Wo bin ich?
- Rot und rot!

2. Analyse der Textvorlage

a) Die SS bekommen zu jeder Unterrichtseinheit den jeweiligen Bildimpuls (DinA3 – Bild) an der Tafel. Die SS sollen Zeit haben sich zu dem jeweiligen Bild frei zu äußern und eigene Erfahrungen mitzuteilen.

> **Achtung:**
> Bei den Aufgaben 3, 6 und 9 wird diese Phase auf Grund des folgenden Motivationsfragebogens sehr kurz gehalten !!!

b) Den SS wird der Aufgabentext präsentiert (jeweils nur die Grundaufgabe).

> **Achtung:**
> Bei den Aufgaben 3, 6 und 9 bekommen die SS, nachdem Sie den Aufgabentext intensiv gelesen haben, einen Motivationsfragebogen !!!

c) Die SS sollen Gelegenheit erhalten, sich aktiv (z.B. durch genaues Lesen, Nacherzählen, Nachfragen, Einbringen eigener Erfahrungen usw.) mit der Textvorlage auseinander zu setzten.

Mögliche Aktivitäten in dieser Phase:

- Die SS sollen die gegebene Textaufgabe mit eigenen Worten nacherzählen.
- Die SS sollen die Textaufgabe aus dem Gedächtnis aufschreiben.
- Die SS sollen eigene Rechenfragen zur Textaufgabe formulieren.
- Die SS sollen wichtige Textstellen in der Textaufgabe unterstreichen.
- Die SS sollen Fragen zur Textaufgabe finden, die nicht beantwortet werden können.
- Die SS sollen die Textaufgabe in eine Kapitänsaufgabe umwandeln.

3. Datenanalyse

Anhand der Textaufgabe werden die Größen hinterfragt und mit Sinn versehen, so dass das Verständnis der Aufgabe vertieft wird.

Mögliche Leitfragen und -impulse in dieser Phase (**UE 1 und UE 2**):

- „Gleich zwei Busse für eine Schulklasse!?“
- „Warum sind die Kinder in den Bussen nicht gleichmäßig verteilt?“
- „Wie viele Kinder müssten in jedem Bus sitzen, wenn überall gleich viele sitzen?“

Mögliche Leitfragen und -impulse in dieser Phase (**UE 3 und UE 4**):

- „Ist das, was Sarah und Tom gespart haben, viel oder wenig?“
- „Wie viel hast du in deiner Spardose zu Hause?“
- „Was könnte sich Sarah von ihren Ersparnissen kaufen?“
- „Was könnte sich Tom von seinen Ersparnissen kaufen?“

- „Was kostet wohl ein ferngesteuertes Auto?“
- „Wie viel müssen die beiden dann noch sparen?“
- „Ist es sinnvoll zusammen ein ferngesteuertes Auto zu kaufen?“

Mögliche Leitfragen und -impulse in dieser Phase (**UE 5 und UE 6**):
- „Ist das von Sebastian eine gute Weite (für einen Jungen)?“
- „Ist das von Steffi eine gute Weite (für ein Mädchen)?“
- „Wie weit wirfst du? Weiter als Steffi? Weiter als Sebastian?“

- „Sind Lars und Katrin schnell gelaufen? Warum können wir das gar nicht sagen?“
- „Wie lange brauchst du um deinen Häuserblock?“
- „Wie weit sind die beiden wohl gelaufen?“
- „Wie lange brauchst du für 50 Meter / 100 Meter / …?“

Mögliche Leitfragen und -impulse in dieser Phase (**UE 7, UE 8 und UE 9**):
- „Warum - denkst du - fährt Tims Familie so spät?“
- „Wer ist schon mal mit dem Auto in Urlaub gefahren? Wann seid ihr losgefahren?“
- „Wie lange fährt man nach Italien / zur Nordsee /…?“

- „Sind 16 Kilometer weit für einen Vormittag?“
- „Wie lange braucht man etwa für 16 Kilometer, wenn man keine Pausen macht?“
- „Sind 34 Kilometer weit für einen Radtag?“
- „Wie weit sind 34 Kilometer? Von hier bis nach …?“

- „Was heißt ‚Freigepäck’ überhaupt?“
- „Aus wie vielen Personen besteht Familie Müller?“
- „Wie viel Freigepäck hat jede Person?“
- „Hat Frau Müller einen schweren Koffer?“

4. Mathematische Modellierung:

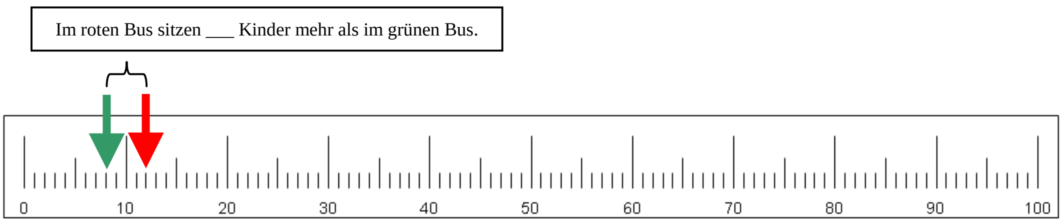
a) Die SS lesen die Rechenfrage.

b) Ausgehend von der Textaufgabe wird die Problemsituation in die math. Repräsentationsform (Zahlenstrahl oder Hundertertafel) wie folgt übertragen.

Problemsituation bei UE 1:

Die Klasse 3a macht einen Klassenausflug. Die Kinder fahren in einem roten und einem grünen Kleinbus. Im roten Bus sitzen 12 Kinder. Im grünen Bus sitzen 8 Kinder. Wie viele Kinder sitzen im roten Bus mehr als im grünen?

Die Erarbeitung der Textaufgabe erfolgt am Zahlenstrahl mit Hilfe der Satzstreifen:



Problemsituation bei UE 2:

Im roten Bus sitzen 8 Kinder. Im grünen Bus sitzen 5 Kinder mehr als im roten Bus. Wie viele Kinder sitzen im grünen Bus?

Die Erarbeitung der Textaufgabe erfolgt an der Hundertertafel mit Hilfe der Satzstreifen:

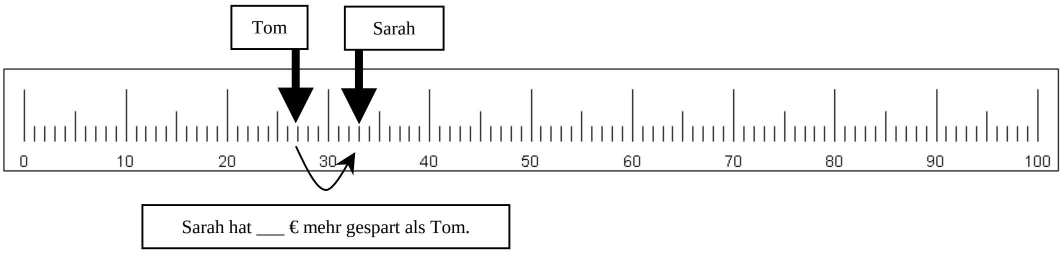
Im grünen Bus sitzen 5 Kinder mehr als im roten Bus.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Problemsituation bei UE 3:

Tom und Sarah vergleichen ihre Ersparnisse. Tom hat 27€ gespart. Sarah hat 33€ gespart. Wie viel hat Sarah mehr gespart?

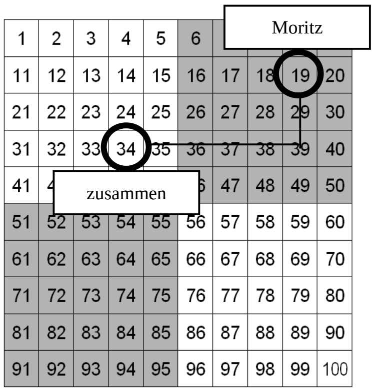
Die Erarbeitung der Textaufgabe erfolgt am Zahlenstrahl:



Problemsituation bei UE 4:

Die Freunde Moritz und Torsten sparen zusammen auf ein ferngesteuertes Auto. Sie haben miteinander 34€ gespart. Moritz hat 19€ gespart. Wie viel hat Torsten gespart?

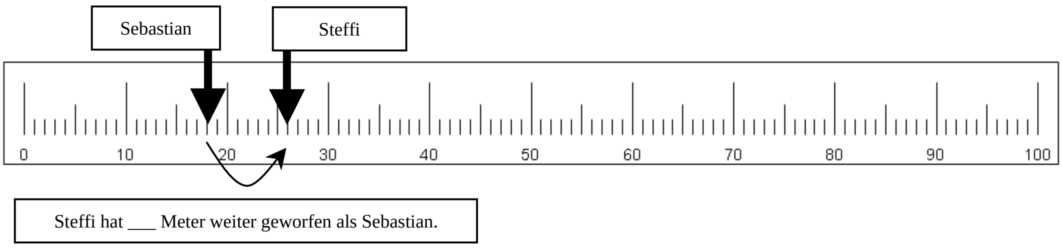
Die Erarbeitung der Textaufgabe erfolgt an der Hundertertafel:



Problemsituation bei UE 5:

Sebastian hat 18 Meter weit geworfen. Steffi hat 26 Meter geworfen. Wie viele Meter hat Steffi weiter geworfen als Sebastian?

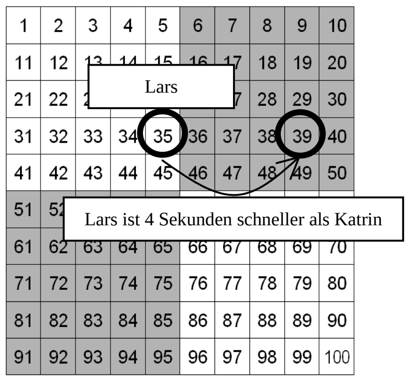
Die Erarbeitung der Textaufgabe erfolgt am Zahlenstrahl:



Problemsituation bei UE 6:

Lars und Katrin laufen um die Wette. Lars braucht um den Häuserblock 35 Sekunden. Er ist genau 4 Sekunden schneller als Katrin. Wie schnell ist Katrin?

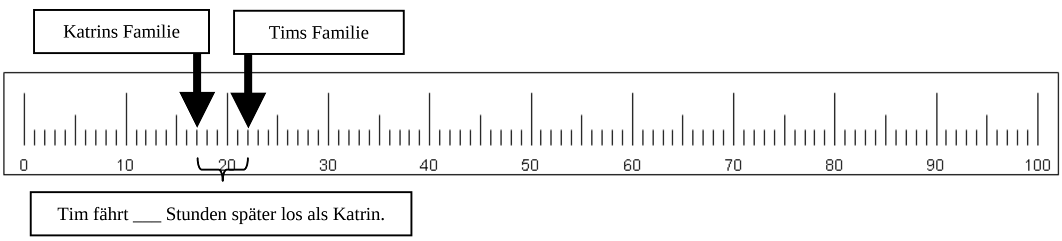
Die Erarbeitung der Textaufgabe erfolgt an der Hundertertafel:



Problemsituation bei UE 7:

Katrin und Tim fahren beide mit ihren Familien in Urlaub. Katrins Familie startet um 17 Uhr, Tims Familie um 22 Uhr. Wie viele Stunden fährt Tim später los als Katrin?

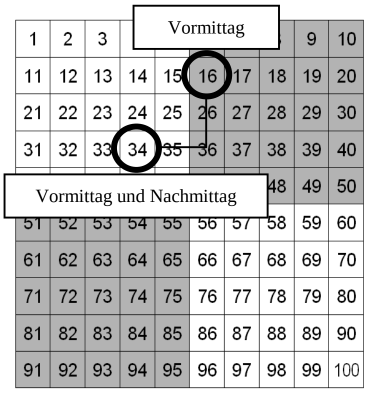
Die Erarbeitung der Textaufgabe erfolgt am Zahlenstrahl:



Problemsituation bei UE 8:

Moritz und Torsten unternehmen eine Radtour. Am Vormittag schaffen sie 16 Kilometer. Am Nachmittag kommen sie zurück und der Tacho zeigt 34 Kilometer an. Wie viele Kilometer haben Moritz und Torsten am Nachmittag mehr als am Vormittag geschafft?

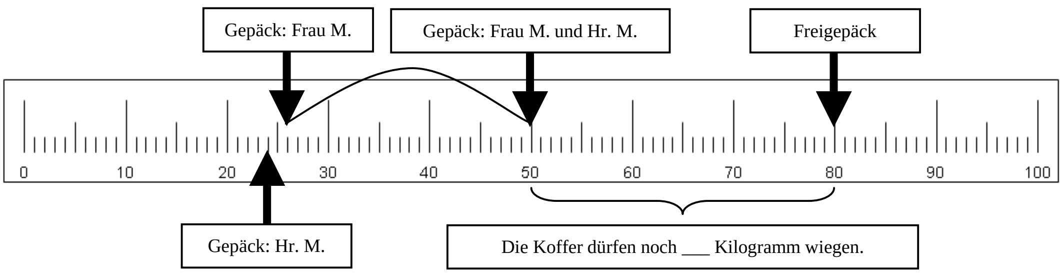
Die Erarbeitung der Textaufgabe erfolgt an der Hundertertafel:



Problemsituation bei UE 9:

Auf ihrem Urlaubsflug von München nach Rom haben die Müllers 80 Kilogramm Freigepäck. Der Koffer von Frau Müller wiegt 26 Kilogramm. Der Koffer von Herrn Müller wiegt 2 Kilogramm weniger. Wie viele Kilogramm dürfen die Koffer von Jessica und Jakob höchstens wiegen?

Die Erarbeitung der Textaufgabe erfolgt am Zahlenstrahl:



5. Rechnung und Auswertung:

a) Jeweils auf den Impuls (Anheften der Wortkarte „Rechnung“) hin sollen die SS veranlasst werden eine geeignete Rechnung zur vorausgegangenen Problem-Simulation zu formulieren. Das Ergebnis wird jeweils anhand des Tafelbildes überprüft.

c) Am Ende dieser Phase steht jeweils die Formulierung eines Antwortsatzes. Dieser wird an der Tafel fixiert.

6. Individuelle Arbeit an der Textaufgabe:

a) Die Tafel wird geschlossen. Nur noch die Textaufgabe (auf Folie) bleibt sichtbar.

b) Die SS nehmen ihr vorbereitetes Material (laminierte Zahlenstrahlen oder Hundertertafeln) zur Hand. Die SS arbeiten mit Zahlenstrahl oder Hundertertafel individuell an der Textaufgabe.

Wichtig:

Hier kann je nach Klassensituation und geschulten Sozialformen auch in Partnerarbeit (evtl. auch Gruppenarbeit) gearbeitet werden.

7. Vertiefung und Fortsetzung:

a) Die jeweilige Erweiterungsaufgabe (auf Folie) wird aufgedeckt.

b) Die SS nutzen Zahlenstrahl oder Hundertertafel, um die Erweiterungsaufgaben zu lösen.

Wichtig:

Auch hier kann wieder je nach Klassensituation und geschulten Sozialformen auch in Partnerarbeit oder Gruppenarbeit (evtl. auch Rechenkonferenzen) gearbeitet werden.

c) Die Tafel wird geöffnet, so dass die Lösung der Textaufgabe wieder sichtbar wird. Am Ende dieser Phase steht die Kontrolle der Ergebnisse und (je nach Unterrichtszeit) eine Rückschau auf den Lösungsweg.