
Transportuntersuchungen an dichtemodulierten zweidimensionalen Elektronensystemen

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)
der naturwissenschaftlichen Fakultät II - Physik
der Universität Regensburg

vorgelegt von
Christian Mitzkus
aus Weilheim

Oktober 2005

Promotionsgesuch eingereicht am: 11.10.2005
Die Arbeit wurde angeleitet von: Prof. Dr. Dieter Weiss
Datum des Promotionskolloquiums: 28.11.2005

Prüfungsausschuss: Vorsitzender: Prof. Dr. Klaus Richter
Erstgutachter: Prof. Dr. Dieter Weiss
Zweitgutachter: Prof. Dr. Christian Schüller
Weiterer Prüfer: Prof. Dr. Dietmar Göritz

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Grundlagen	5
1.1 Einleitung	5
1.1.1 Längenskalen und Größenverhältnisse	5
1.1.2 Das zweidimensionale Elektronengas	7
1.2 Energiespektrum und Zustandsdichte	8
1.3 Magnetotransport	11
1.3.1 Grundlegende Transporttheorien	11
1.3.2 Streumechanismen	16
1.3.3 Oszillierende Fermienergie und streuverbreiterte Landau- niveaus	18
1.3.4 Quanten Hall Effekt	20
1.3.5 Fraktionaler Quanten Hall Effekt	24
2 Kommensurabilitätseffekte	29
2.1 Überblick	29
2.2 1D elektrostatische Modulation	30
2.2.1 Experiment	30
2.2.2 Theorie	32
2.3 1D magnetische Modulation	38
2.4 Überlagerung von magnetischer und elektrischer Modulation	40
2.5 2D Modulation	41
3 Persistenter Photoeffekt und interferometrische Belichtung	43
3.1 Der persistente Photoeffekt	43
3.1.1 DX-Zentren	44
3.2 <i>In-situ</i> -interferometrische Belichtung	47
4 Proben und Messaufbau	51
4.1 Proben	51
4.1.1 Material	51
4.1.2 Prozessierung	51

4.2	Messaufbau	55
4.2.1	Tieftemperatursystem	55
4.2.2	Optischer Aufbau	59
4.2.3	Messelektronik	63
4.2.4	Bestimmung der Elektronentemperatur	66
5	Experimente und Auswertung	69
5.1	Grundsätzliches	69
5.1.1	Der Messzyklus	69
5.1.2	Justage der Laserstrahlen	70
5.1.3	Die Belichtung	71
5.1.4	Bestimmung der Probenparameter	74
5.1.5	Ladungsträgerinhomogenitäten	78
5.1.6	Einfluss des endlichen Eingangswiderstands der Lock-In-Verstärker	82
5.2	Kommensurabilitätsoszillationen um $B=0$	85
5.3	Temperaturabhängigkeit	90
5.3.1	Elektron-Elektron-Wechselwirkung	92
5.3.2	Wechselwirkungseffekte in der unmodulierten Probe	94
5.3.3	Wechselwirkungseffekte mit 1D-Modulation	98
5.4	Kommensurabilitätsoszillationen von <i>Composite Fermions</i>	104
5.4.1	Experimente um Füllfaktor $1/2$	107
5.4.2	Theorie	113
6	Zusammenfassung	115

Einleitung

Elektronen scheinen auf den ersten Blick sehr unspektakuläre Objekte zu sein. Einzig definiert über Masse, Spin und Ladung, deren Werte hinreichend genau bekannt sind, scheint sich ihr Verhalten unter dem Einfluss elektrischer und magnetischer Felder detailliert voraussagen zu lassen. Selbst eine unüberschaubare Anzahl an diesen eindimensionalen Objekten, so denkt man, könne keine Überraschungen hervorrufen. Doch tatsächlich vermag ein Vergleich mit dem menschlichen Gehirn diese Denkweise schnell zu widerlegen: das Gehirn ist aufgebaut aus etwa 100 Milliarden Nervenzellen, den Neuronen. Der Aufbau dieser Neuronen ist heutzutage wohlerforscht, die Funktionsweise einzelner Zellen ist bekannt und selbst über die Wechselwirkungen zwischen benachbarten Zellen weiß man Bescheid. Und trotzdem ist die Funktionsweise eines Konglomerats von Milliarden dieser Zellen - dem Gehirn - nicht mal ansatzweise verstanden. Allein die schierere Menge an Bausteinen macht einen systematischen Übergang vom Verständnis einzelner zum Verständnis aller unmöglich.

Auf ähnliche Schwierigkeiten stößt der Physiker, der das Verhalten von Elektronen im Festkörper verstehen will. Selbst ein scheinbar einfaches System, eine von einem Magnetfeld senkrecht durchsetzte Schicht von Elektronen, zeigt so hochkomplexe Phänomene wie die Quanten Hall Effekte oder Shubnikov-de Haas-Oszillationen. Obwohl seit über 20 Jahren bekannt und intensiv erforscht, sind viele Details der mikroskopischen Ursachen dieser Phänomene noch nicht verstanden. Viele weitere Experimente sind nötig, um das Verhalten der Elektronen vollständig zu entschlüsseln. Dabei kann es von Nutzen sein, die Elektronen sehr speziellen Bedingungen auszusetzen, um dann rückwirkend Aussagen über das grundlegende System zu machen. Dies ist *ein* Aspekt, unter dem sich die Experimente dieser Arbeit motivieren lassen: durch eine Analyse des Speziellen Erkenntnisse für das Allgemeine zu gewinnen. Konkret wurden die Elektronen einem eindimensionalen Potential ausgesetzt, welches die Bewegung der Teilchen im Magnetfeld charakteristisch beeinflusst. Aus einer anderen Sichtweise ist diese Bewegung im eindimensionalen Potential *per se* ein interessantes physikalisches Problem, das sich unabhängig von einem größeren Kontext diskutieren lässt.

Als Ausgangsbasis der Experimente dient ein zweidimensionales Elektronengas (2DEG) am Schichtübergang einer hochreinen AlGaAs/GaAs-Heterostruktur. Das eindimensionale Potential wird mit Hilfe der *in-situ*-

interferometrischen Belichtung realisiert. Das bedeutet, es wird bei kryogenen Temperaturen ein Interferenzmuster auf der Probenoberfläche erzeugt, das eine dauerhafte Modulation des Leitungsbandes bewirkt. Die Messungen finden in zwei verschiedenen Magnetsystemen statt, in denen der Versuchsaufbau mittels optischer Fasern implementiert ist. Diese Systeme gestatten es, Temperaturen im Millikelvin-Bereich und Magnetfeldstärken bis zu 16 T bzw. 19 T zu generieren. Um die Auswirkungen der Modulation zu studieren, werden verschiedene Komponenten des spezifischen Widerstandes der Probe in Abhängigkeit des Magnetfeldes gemessen (Magnetotransportexperiment).

In reinen 2D-Systemen dominieren Quanten Hall Effekt und Shubnikov-de Haas-Oszillationen den Magnetotransport. Ein eindimensionales Potential bewirkt zusätzliche Strukturen im Magnetowiderstand, die Kommensurabilitäts- oder Weissoszillationen. Diese treten grundsätzlich in zwei Erscheinungsformen auf, die von der Orientierung der Modulation zur Stromrichtung abhängen. Fließt der Strom senkrecht zur Modulation (die entsprechende Widerstandskomponente wird durchgehend mit ρ_{xx} bezeichnet), so treten ausgeprägte Oszillationen im Magnetowiderstand hervor, deren Minima sich durch die so genannte Flachbandbedingung beschreiben lassen. Fließt im gegenteiligen Fall der Strom parallel zur Modulation, so entstehen wesentlich schwächer ausgeprägte Oszillationen in ρ_{yy} mit einer um 180° gedrehten Phasenlage. Diese Oszillationen werden häufig schlicht als „gegenphasige Oszillationen“ bezeichnet.

Die Aufgabenstellung dieser Arbeit ist zweigeteilt: zum einen soll die Temperaturabhängigkeit von ρ_{yy} näher untersucht werden. Für diese war in der vorangehenden Diplomarbeit ein überraschender Phasenwechsel entdeckt worden. Mit sinkender Temperatur verschwinden die gegenphasigen Oszillationen zuerst aus dem Widerstand, und tauchen schließlich mit umgekehrter Phasenlage wieder auf. Dieses Umklappen kann mit den Theorien der Kommensurabilitätsoszillationen nicht erklärt werden. Weitere Messungen an unterschiedlichen Probenmaterialien, sowie ein Vergleich mit einer Theorie, die das Umklappen auf eine Auswirkung der Elektron-Elektron-Wechselwirkung zurückführt, werden vorgestellt. Zum anderen ist es ein Ziel, den Transport bei hohen Magnetfeldern unter einer eindimensionalen Modulation zu untersuchen. Hier, im Regime des fraktionalen Quanten Hall Effekts (FQHE), wird der Transport durch Quasiteilchen bestehend aus einem Elektron und zwei magnetischen Flussquanten bestimmt, den *Composite Fermions*. Diesen Quasiteilchen konnten in anderen Experimenten ein Transportverhalten in Analogie zu klassischen Elektronenbahnen nachgewiesen werden. Insbesondere konnte mit Hilfe der interferometrischen Belichtung der Nachweis erbracht werden, dass tatsächlich eine räumliche Korrelation zwischen Elektronen und magnetischen Flussquanten auftritt. In dieser Arbeit werden Experimente vorgestellt, in denen erstmals der Transport parallel zur Modulation untersucht wird. Schwache, gegenphasige Oszillationen der *Composite Fermions* konnten gefunden werden.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert: im ersten Kapitel werden die Grundlagen er-

arbeitet, die zum Verständnis der zu besprechenden Transportphänomene wichtig sind. Neben einer Einführung in die Theorie des Quanten Hall Effektes sowie des fraktionalen Quanten Hall Effektes, wird insbesondere auf das zweidimensionale Elektronengas und die wichtigsten Streumechanismen eingegangen. In Kapitel 2 werden die Phänomene näher spezifiziert, die aufgrund einer eindimensionalen Modulation im Transport auftreten. Theorie und Experimente dieser Kommensurabilitätseffekte werden sowohl für eine elektrostatische, als auch für eine magnetische Modulation besprochen. Kapitel 3 beschreibt den persistenten Photoeffekt und damit den Mechanismus, der das Interferenzmuster in der Probe dauerhaft „einfriert“. Dabei wird sowohl auf dessen mikroskopischen Ursprung, die DX-Zentren, als auch die Anwendung in der *in-situ*-interferometrischen Belichtung eingegangen. Kapitel 4 gibt einen Überblick über die verwendeten Probenmaterialien sowie deren Prozessierung. Außerdem wird der Messaufbau, bestehend aus Tieftemperatursystem, optischem Aufbau und Messelektronik, detailliert vorgestellt. Ein Großteil dieser Aufbauten wurde innerhalb dieser Arbeit konzipiert bzw. zum ersten Mal verwendet. In Kapitel 5 folgt die Beschreibung der Experimente sowie deren Auswertung. Dabei werden zunächst einige grundlegende Strategien beim Einsatz der interferometrischen Belichtung vorgestellt. Zudem wird die Bestimmung der Probenparameter, insbesondere der Quantenstreuzeit, besprochen und der Umgang mit Inhomogenitäten in der Ladungsträgerdichte dargestellt. Die danach gezeigten Messungen von Kommensurabilitätsoszillationen um $B=0$ dienen vor allem dem Zweck, die Tauglichkeit des Messaufbaus unter Beweis zu stellen, sowie einen Vergleich zu bestehenden Kommensurabilitätsexperimenten zu ziehen. Darüberhinaus wird eine Auswertmethode zur Bestimmung der Modulationsamplitude vorgestellt. Es folgen in Abschnitt 5.3 die temperaturabhängigen Messungen von ρ_{yy} und ein detaillierter Vergleich mit der Theorie der Elektron-Elektron-Wechselwirkung. Abschnitt 5.4 stellt die Messungen im Regime der *Composite Fermions* vor. Kapitel 6 fasst alle wichtigen Ergebnisse zusammen.

Zum besseren Vergleich mit der Literatur sind alle Werte für die Elektronenbeweglichkeit in cm^2/Vs , Flächen- und Raumdichten in cm^{-2} beziehungsweise cm^{-3} angegeben. Ansonsten wird das MKSA-Einheitensystem verwendet.

Kapitel 1

Grundlagen

1.1 Einleitung

Die Quantenmechanik ist eine der beiden herausragenden physikalischen Theorien des letzten Jahrhunderts und hat zu einem völlig neuen Grundverständnis der mikroskopischen Zusammenhänge in der Natur geführt. Um Quanteneffekte im Experiment sichtbar zu machen, müssen Systeme erdacht und realisiert werden, in denen die oft extrem kleinen Implikationen dieser Quanteneffekte hervorgehoben und zum Tragen gebracht werden können. Ein gängiges Beispiel ist das zweidimensionale Elektronengas (2DEG). In diesem wird die Bewegung von Elektronen in einer Richtung auf einen Bereich kleiner der de Broglie-Wellenlänge der Elektronen eingeschränkt. Die Elektronenenergien für die Bewegung senkrecht zur Begrenzung sind deswegen quantisiert. Ein 2DEG ist in diesem Sinne an sich schon eine Manifestierung von grundlegenden quantenmechanischen Prinzipien, darüberhinaus kann es auch als Ausgangsbasis für weiterführende Experimente gebraucht werden. Bewährt haben sich in dieser Hinsicht Magnetotransportexperimente, in denen Komponenten des spezifischen Widerstands des 2DEGs in Abhängigkeit des Magnetfeldes aufgenommen werden. Grundlagen des Magnetotransports in zweidimensionalen Elektronengasen sollen in den folgenden Abschnitten dargestellt werden.

1.1.1 Längenskalen und Größenverhältnisse

In den untersuchten Festkörpersystemen existieren und konkurrieren verschiedene Längenskalen. Dies sind

- die de Broglie-Wellenlänge λ_F der Elektronen. Sie ist in zweidimensionalen Systemen eng mit der Ladungsträgerdichte n_s verknüpft:

$$\lambda_F = \sqrt{2\pi/n_s} \quad . \quad (1.1)$$

Bei Metallen liegt sie im Ångstrom-Bereich, bei Halbleitern für typische Dichten von etwa $n_s = 2,5 \cdot 10^{11} \text{cm}^{-2}$ bei 50 nm.

- die mittlere freie Weglänge l_e , definiert als die mittlere Wegstrecke, die Elektronen zurücklegen können, bevor sie gestreut werden.
- die Phasenkohärenzlänge l_φ , definiert als die maximale Länge auf der es möglich ist, Quanteninterferenzeffekte zu beobachten.
- die Probenabmessungen L_x , L_y und L_z .
- die magnetische Länge l_m , definiert als $l_m = \sqrt{\hbar/e \cdot B}$. Sie ist verknüpft mit der Ausdehnung der Wellenfunktion im Magnetfeld. Bei einem Magnetfeld von 5 T beträgt $l_m \approx 10$ nm.

In makroskopischen Proben gilt bei tiefen Temperaturen für die Größenverhältnisse:

$$L_x, L_y, L_z \gg l_e \approx l_\varphi \gg \lambda_F \quad .^1 \quad (1.2)$$

Jede Änderung eines dieser Größenverhältnisse bringt gleichzeitig ein Abweichen vom normalen, gewohnt makroskopischen Verhalten einer Probe mit sich. Wird zum Beispiel die mittlere freie Weglänge größer als die Probenabmessungen, geht das ohmsche Verhalten verloren. Werden die Probenabmessungen gar kleiner als λ_F , so treten Quanteneffekte auf. Die zugrundeliegende Physik wird *mesoskopische Physik* genannt.

Halbleiter eignen sich besonders gut zur Untersuchung mesoskopischer Effekte. Aufgrund einer über mehrere Größenordnungen variablen Ladungsträgerdichte kann die de Broglie-Wellenlänge über einen weiten Bereich variiert werden. Außerdem lassen sich Schichtsysteme von Halbleitern heutzutage kristallographisch extrem sauber herstellen und durch den Trick der Modulationsdotierung können freie Weglängen im Bereich von 100 μm erzielt werden. Man unterscheidet zwischen verschiedenen Transportregimen, je nachdem, ob die mittlere freie Weglänge größer (ballistischer Transport) oder kleiner (diffusiver Transport) als die Probenabmessungen oder andere transportrelevante Strukturen ist.

In den in dieser Arbeit untersuchten Halbleiterschichtstrukturen ist die Bewegungsfreiheit der Elektronen in einer Richtung stark eingeschränkt, $L_z \ll \lambda_F$, während die Probenabmessungen in den beiden anderen Richtungen groß sind, $L_x, L_y > l_e$. Durch Anlegen eines Magnetfeldes kommt in diesem zweidimensionalen System eine weitere Längenskala ins Spiel, die die Bewegung der Elektronen auf effektiv eine Dimension einschränkt und den Quanten Hall Effekt hervorruft. Schließlich werden die Elektronen einem zusätzlichen periodischen Potential unterworfen, dessen Periodizität im Zusammenspiel mit dem Zyklotrondurchmesser zu so genannten Kommensurabilitätseffekten führt.

¹Tatsächlich ist $l_e \approx l_\varphi$ die am wenigstens strikte Bedingung und nur in hochbeweglichen Halbleitern erfüllt.

1.1.2 Das zweidimensionale Elektronengas

Die deutliche Mehrheit der Experimente an 2DEGs findet heute in Halbleitersystemen statt. Dabei handelt es sich entweder um Feldeffekt-Transistoren auf Siliziumbasis, oder um Kombinationen von Halbleitern verschiedener Bandlücken. Je kleiner die Unterschiede in den Gitterkonstanten der beiden Halbleiter sind, desto fehlerloser und verzerrungsfreier ist auch die resultierende Schichtstruktur. So können mit Hilfe der Molekularstrahlepitaxie heute perfekte Schichtübergänge innerhalb einer Atomlage erzeugt werden. Die besten Ergebnisse werden mit Heterostrukturen aus GaAs (Gitterkonstante: $5,65 \text{ \AA}$) und AlAs ($5,66 \text{ \AA}$) bzw. der ternären Verbindung $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ erzielt. Ein typischer Schichtaufbau zusammen mit einem schematischen Bandverlauf ist in Abbildung 1.1 gezeigt.

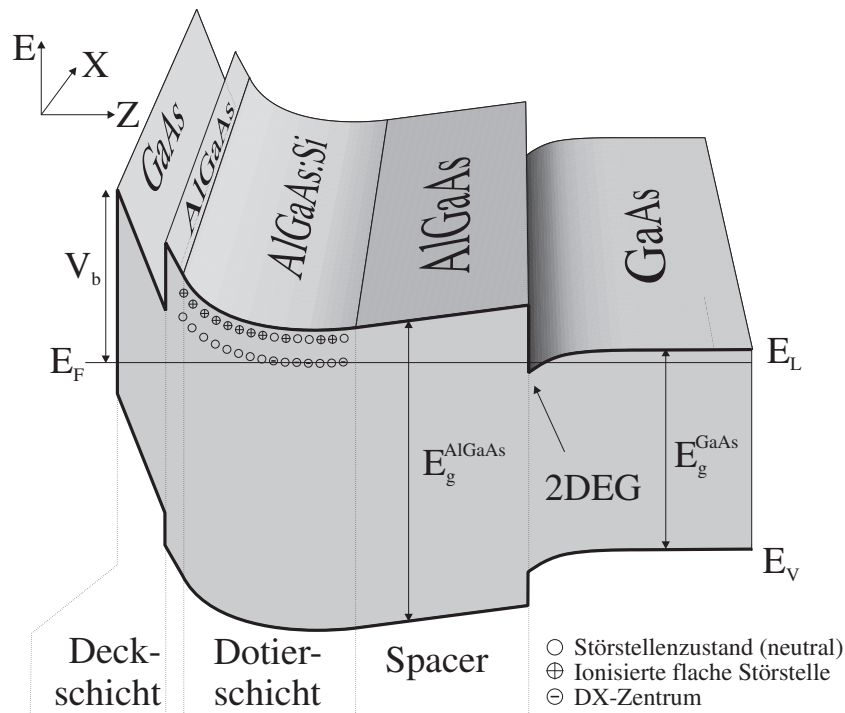


Abbildung 1.1: Bandverlauf einer typischen AlGaAs/GaAs-Heterostruktur: In Wachstumsrichtung $-z$ folgen auf das Substrat und ein AlGaAs/GaAs-Übergitter (nicht eingezeichnet) eine GaAs-Schicht mit dem 2DEG am Übergang zur AlGaAs-Schicht. Die Spacerschicht dient der räumlichen Trennung von Störstellen und freien Elektronen und sorgt für hohe Beweglichkeiten. Das Leitungsband fällt linear bis zur Dotierschicht, wo sich aufgrund der angehäuften Ladungen ein parabolischer Bandverlauf ergibt. Es sind sowohl flache als auch tiefe Störstellen (DX-Zentren) eingezeichnet. Nach einer weiteren undotierten AlGaAs-Schicht, folgt die Deckschicht aus GaAs an der Oberfläche der Struktur. Eine sehr große Anzahl von Oberflächenzuständen $V_b \approx 0,7 \text{ eV}$ unterhalb der Leitungsbandkante sorgt für ein Pinning des Fermi-niveaus.

Wächst man n-dotiertes AlGaAs auf undotiertes GaAs, so fließen wegen der wesentlich größeren Bandlücke des AlGaAs Elektronen von dort ins GaAs. Die ortsfesten Donatorrümpfe bleiben im AlGaAs. Durch diese Ladungstrennung entstehen hohe elektrische Felder, welche die Elektronen an der Grenzfläche einsperren: Die Leitungsbänder werden verbogen und es entsteht ein annähernd dreiecksförmiger Potentialtopf. Parallel zur Grenzschicht können sich die Ladungsträger frei bewegen. Die atomar perfekten Grenzflächen haben eine hohe Elektronenbeweglichkeit zur Folge, welche weiter gesteigert werden kann, indem zwischen der Grenzfläche und der dotierten AlGaAs-Schicht zunächst eine undotierte AlGaAs-Schicht gewachsen wird; durch die räumliche Trennung der freien Elektronen von den Störstellenrümpfen wird die Streuung vermindert (Modulationsdotierung). In der Praxis werden diese Schichten auf der Oberseite meist noch mit einer Deckschicht aus GaAs versehen, um Oxidation zu verhindern. Nach unten schließt sich an die (meist mehrere hundert μm dicke) GaAs-Schicht noch ein undotiertes AlGaAs/GaAs-Übergitter und schließlich das Substrat an. Das Übergitter soll eventuelle Gitterverzerrungen beim Wachstumsstart auf dem Substrat relaxieren.

Bemerkenswert ist das Verhalten an der Oberfläche der Struktur. GaAs besitzt eine sehr große Zahl an Oberflächenzuständen, die etwa $V_b \approx 0,7 \text{ eV}$ unterhalb der Leitungsbandkante liegen (sowohl bei einer freien Oberfläche, als auch bei einer metallisierten). Ein Großteil der von den Donatoren zur Verfügung gestellten Elektronen gelangen nicht ins 2DEG, sondern füllen diese Oberflächenzustände und legen damit die Fermienergie im gesamten Schichtsystem fest. Beim Aufbringen von metallischen Kontakten auf die Oberfläche sorgen diese Oberflächenzustände für die Bildung einer Schottky-Barriere, welche die Herstellung von ohmschen Kontakten zu einem schwierigen Unterfangen werden lässt.

1.2 Energiespektrum und Zustandsdichte

Der Einschluss der Elektronen in z -Richtung im Potentialtopf am Schichtübergang GaAs/AlGaAs erzeugt gebundene Elektronenzustände. Die quantisierten Energien E_s in diesem annähernd dreiecksförmigen Potential sind z. B. in [5] berechnet. Die dazugehörigen Wellenfunktionen (genauer: der z -abhängige Anteil der Wellenfunktionen) haben nur einen sehr geringen Überlapp ins AlGaAs, das Maximum befindet sich etwa 8 nm von der Grenzschicht entfernt im GaAs. Die Gesamtenergie der Elektronen im Potentialtopf setzt sich aus dem quantisierten Anteil der z -Richtung und zwei Energieparabeln zusammen, welche die freie Ausbreitungsmöglichkeit parallel zur Grenzschicht ausdrücken:

$$E = E_s + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m^*} . \quad (1.3)$$

Die effektive Masse m^* unterscheidet sich aufgrund der Wechselwirkung mit

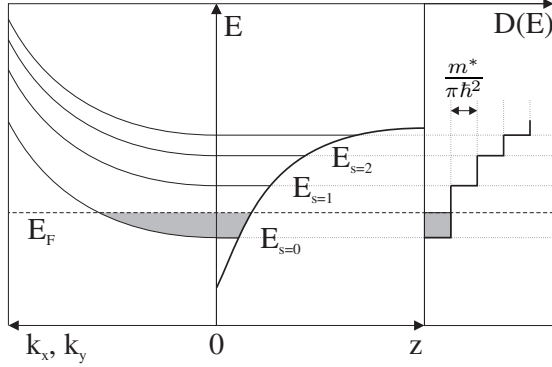


Abbildung 1.2: Subbandstruktur bei $B = 0$. Von links nach rechts: Energiedispersion der freien Elektronen in der x-y-Ebene, Subbandenergien im Potentialtopf des Leitungsbandes am Schichtübergang und Zustandsdichte. Bei $T=0$ ist das unterste Subband bis zur Fermienergie besetzt (nach [6]).

dem Gitterpotential von der Masse freier Elektronen, $m^* = 0,067 \cdot m_0$. Der Energienullpunkt wird im folgenden auf $E_{s=0}$ verschoben.

Die Zustandsdichte $D(E) = dZ(E)/dE$ ist die Ableitung der Anzahl von Zuständen (pro Flächeneinheit) mit einer Energie kleiner als E . Im k -Raum liegen diese Zustände innerhalb eines Kreises mit der Fläche $A = 2\pi m^* E / \hbar^2$, die eine Anzahl von $g_s A / (2\pi)^2$ Zuständen enthält ($g_s = 2$ trägt der Spinartung Rechnung; im hohen Magnetfeld wird diese Entartung aufgehoben und $g_s = 1$). Man erhält $Z(E) = g_s m E / 2\pi \hbar^2$ und damit zeigt sich, dass die Zustandsdichte in einem einzelnen Subband E_s im 2DEG erstens konstant und zweitens unabhängig von der Energie ist [3]:

$$D(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} = \text{const.} \quad (1.4)$$

Die gesamte Zustandsdichte bei einer gegebenen Energie ergibt sich aus dem Produkt von $\frac{m^*}{\pi \hbar^2}$ mit der Anzahl der besetzten k_z -Zustände bei dieser Energie. Bei den verwendeten Heterostrukturen ist stets nur das unterste Subband besetzt. Insbesondere wird die Fermienergie immer von diesem Nullpunkt gemessen. Dispersionrelation, Potentialtopf und Zustandsdichte sind in Abb. 1.2 dargestellt.

Bei den verwendeten tiefen Temperaturen gilt $k_B T \ll E_F$ und so kann man in guter Näherung davon ausgehen, dass gerade alle Zustände bis zur Fermienergie besetzt sind. Wegen der konstanten Zustandsdichte ist dann die Elektronendichte n_s im 2DEG direkt proportional zur Fermienergie $n_s = E_F m^* / \pi \hbar^2$ und der Fermiwellenvektor $k_F = \sqrt{2m^* E_F} / \hbar$ ist über

$$k_F = \sqrt{2\pi n_s} \quad (1.5)$$

mit der Ladungsträgerdichte verknüpft. Fermienergie, Fermiwellenvektor und Fermiwellenlänge lassen sich dadurch einfach aus der experimentell zugänglichen Ladungsträgerdichte bestimmen.

2DEG im Magnetfeld

Das Energiespektrum des 2DEGs in einem äußeren Magnetfeld \vec{B} berechnet sich aus der Schrödingergleichung mit folgendem Hamiltonoperator:

$$H = \frac{1}{2m^*}(\vec{p} + e\vec{A})^2 \quad . \quad (1.6)$$

Im Experiment steht das Magnetfeld stets senkrecht auf der 2DEG-Ebene $|\vec{B}| = B_z = B$ und lässt sich mit dem Vektorpotential $\vec{A} = (-By, 0, 0)$ beschreiben. Der Hamiltonoperator kann nun auf die Form eines harmonischen Oszillators gebracht werden, dessen Eigenenergien diskrete Werte annehmen:

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega_c, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad . \quad (1.7)$$

$\omega_c = eB/m^*$ wird mit Zyklotronfrequenz bezeichnet. Die zugehörigen Wellenfunktionen

$$\psi_{ny_k} \propto e^{ik_x x} \phi_n(y - y_k) \quad (1.8)$$

sind Überlagerungen aus einer ebenen Welle und einer harmonischen Oszillatorfunktion ϕ_n , welche um die Zentrumsordinate $y_k = -l_m^2 k_x$ auf der y-Achse vom Nullpunkt verschoben ist (l_m ist die schon erwähnte magnetische Länge). Die räumliche Ausdehnung der Wellenfunktion in y-Richtung hängt vom Energieindex n (Landaubandindex, siehe unten) und der magnetischen Länge ab und ist vergleichbar mit dem klassischen Zyklotronradius R_c :

$$R_n = l_m \sqrt{2n + 1} \approx R_c = v/\omega_c \quad . \quad (1.9)$$

Die kontinuierliche Energiedispersion wird also im Magnetfeld durch diskrete Energieniveaus ersetzt. Sie werden als Landauniveaus bezeichnet und sind hoch entartet. Im k -Raum ziehen sich die vorher auf einem rechteckigen Punktraster befindlichen Zustände auf Kreislinien mit Radius $\sqrt{2n + 1}/l_m$ zusammen. Der Entartungsgrad der Landauniveaus n_L entspricht demnach der Anzahl an Zuständen zwischen diesen Kreisen (ohne Magnetfeld). Es ergibt sich pro Flächeneinheit:

$$n_L = g_s \frac{eB}{h} \quad . \quad (1.10)$$

Wenn man davon absieht, dass die Landauniveaus in der Realität durch Streuprozesse verbreitert sind, lässt sich die Zustandsdichte im Magnetfeld als Folge von δ -Peaks beschreiben:

$$D(E) = n_L \sum_{n=0}^{\infty} \delta(E - E_n) \quad . \quad (1.11)$$

Die in 1.10 und 1.11 enthaltene Spinentartung wird in hohen Magnetfeldern aufgehoben. Die Zeeman-Aufspaltung $g\mu_B B$ sorgt dort für eine Trennung der einzelnen Landauniveaus in jeweils zwei spinpolarisierte Niveaus ($\mu_B = e\hbar/2m_0$ ist das Bohr'sche Magneton; der Landéfaktor g ist eine komplizierte Funktion des Magnetfeldes).

1.3 Magnetotransport

Im Transportexperiment wird die Reaktion des Systems auf das Anlegen einer elektrischen Spannung oder auf das Aufprägen eines Stromes untersucht. Im Magnetotransport wird zusätzlich die Abhängigkeit dieser Reaktion von einem Magnetfeld studiert. Die grundlegenden Messwerte dieser Experimente sind die Komponenten des spezifischen Widerstands ρ bzw. der elektrischen Leitfähigkeit σ . Diese sind über folgende Zusammenhänge definiert:

$$\vec{j} = \overset{\leftrightarrow}{\sigma} \vec{E} \quad (1.12)$$

beziehungsweise

$$\vec{E} = \overset{\leftrightarrow}{\rho} \vec{j} \quad (1.13)$$

\vec{E} ist das elektrische Feld, \vec{j} die Stromdichte. Die Leitfähigkeit und der spezifische Widerstand sind allgemein über folgende Relation verknüpft:

$$\begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{yx}\sigma_{xy}} \begin{pmatrix} \sigma_{yy} & -\sigma_{xy} \\ -\sigma_{yx} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

In einem isotropen System gilt $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$, zusätzlich gilt die Onsager-Relation $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$ [8, 9], und 1.14 vereinfacht sich zu:

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \quad , \quad (1.15)$$

$$\rho_{xy} = \frac{-\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \quad (1.16)$$

In dieser Arbeit wird der Probe ein Strom aufgeprägt und die Komponenten des spezifischen Widerstands gemessen. Es werden ausschließlich Messungen an Proben in der so genannten Hallbar-Geometrie vorgestellt, deren systematischer Aufbau in Abbildung 1.3 dargestellt ist. Aus den gemessenen Spannungen werden mit Hilfe der Probengeometrie die beiden Komponenten des spezifischen Widerstandstensors berechnet:

$$\rho_{xx} = \frac{L_y U_x}{L_x I} \quad \text{und} \quad \rho_{xy} = \frac{U_H}{I} \quad (1.17)$$

In zwei Dimensionen ist die Einheit des spezifischen Widerstands schlicht Ω . Zum Hinweis darauf, dass es sich tatsächlich um einen *spezifischen* Widerstand handelt, wird dieser stets als Ω/\square angegeben.

1.3.1 Grundlegende Transporttheorien

Transporttheorien sollen aufgrund mikroskopischer oder phenomologischer Modelle Aussagen über makroskopische Transportgrößen wie z. B. den spezifischen Widerstand gestatten. An dieser Stelle sollen die drei wichtigsten Vertreter vorgestellt werden.

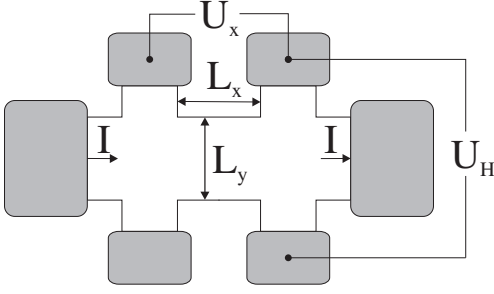


Abbildung 1.3: Schematische Geometrie einer Hallbar. Ein konstanter Strom I wird längs durch die Struktur geleitet, Spannungen werden parallel (U_x) oder senkrecht dazu (U_H) auf einem Teilstück der Länge L_x und Breite L_y abgegriffen. Die grau unterlegten Flächen stellen ohmsche Kontakte zum 2DEG dar.

Drude Theorie

In Analogie zur kinetischen Gastheorie konstruierte Drude sein Modell vom Elektronentransport im Festkörper, indem er alle Wechselwirkungen außer Stößen vernachlässigte [10]. Die Teilchen nehmen im elektrischen Feld \vec{E} Impuls auf und geben diesen bei Streuprozessen wieder ab. Sie erreichen dadurch eine mittlere Driftgeschwindigkeit \vec{v} , und zwar innerhalb einer Streuzeit τ nach dem letzten Stoß. Die Streuung wird durch Aufnahme des Streuterm $m^*\vec{v}/\tau$ in die klassische Bewegungsgleichung modelliert:

$$\frac{m^* d\vec{v}}{dt} + \frac{m^*\vec{v}}{\tau} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad . \quad (1.18)$$

Im Gleichgewicht sind die Raten der Impulsauf- und -abnahme gleich: $d\vec{v}/dt = 0$. Die Driftgeschwindigkeit ist über $\vec{j} = en_s\vec{v}$ mit der Stromdichte \vec{j} (pro Einheitsbreite) verknüpft. Durch einen Vergleich mit $\vec{E} = \overleftrightarrow{\rho}\vec{j}$ ergeben sich die Komponenten des Widerstandstensors:

$$\rho_{xx} = \frac{m^*}{n_s e^2 \tau} \quad \text{und} \quad \rho_{xy} = \frac{B}{en_s} \quad . \quad (1.19)$$

τ wird Transportstreuzeit genannt und gibt die (mittlere) Zeit zwischen zwei Streuprozessen an. Eine wichtige Größe zur Charakterisierung von Probenmaterialien ist die Elektronenbeweglichkeit μ . Sie ist definiert als Proportionalitätskonstante zwischen Driftgeschwindigkeit \vec{v} und elektrischem Feld \vec{E} und ergibt sich zu:

$$\mu \equiv \frac{|\vec{v}|}{|\vec{E}|} = \frac{e\tau}{m^*} \quad . \quad (1.20)$$

Zusätzlich wird die Einführung einer mittleren freien Weglänge l_e plausibel. Sie ist definiert als Produkt aus mittlerer Geschwindigkeit und Streuzeit:

$$l_e = v\tau \quad . \quad (1.21)$$

Die Drude Theorie hat nur einen eingeschränkten Gültigkeitsbereich. Der von ihr vorhergesagte lineare Anstieg von ρ_{xy} mit dem Magnetfeld bzw. der konstante Längswiderstand ρ_{xx} wird nur bei kleinen Magnetfeldern im Experiment beobachtet. In ρ_{xx} treten selbst bei kleinen Feldern Abweichungen auf,

die von Auswirkungen der endlichen Größe der Probe, von Elektron-Elektron-Wechselwirkung oder von Quanteninterferenz (schwache Lokalisierung) stammen können [3].

Elektronentrajektorien

Bei Vernachlässigung der Streuung ergibt sich aus Gleichung 1.18 eine kreisförmige Bahn für Elektronen im senkrechten Magnetfeld ($|\vec{E}| = 0$). Diese Bahn wird Zyklotronbahn genannt und ihr Radius ist gegeben durch:

$$R_C = \frac{\hbar k_F}{eB} . \quad (1.22)$$

Die Hinzunahme eines elektrischen Feldes senkrecht zum Magnetfeld in x-Richtung führt zu einer zusätzlichen Driftbewegung der Elektronen in y-Richtung, der sogenannten $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift. Sie ist verantwortlich für die Ausbildung der Hallspannung.

Die mit dem Umlauf einer Zyklotronbahn verknüpfte Frequenz $\omega_C \propto B$ wächst mit steigendem Magnetfeld. Für $\omega_C \tau > 1$ kann das Elektron einen Zyklotronumlauf ohne Streuung vollenden und es treten quantenmechanische Effekte wie die Bohr-Sommerfeld'sche Quantisierungsregel in Kraft. Diese werden ausführlich in Abschnitt 1.3.3 behandelt.

Boltzmann-Gleichung

Eine semiklassische Beschreibungsmöglichkeit von Transportphänomenen bietet die Boltzmann-Gleichung [11, 12]. Sie beschreibt die Entwicklung einer Verteilungsfunktion $f(\vec{r}, \vec{k}, t)$, wobei $f(\vec{r}, \vec{k}, t) \cdot D(E(\vec{k})) \cdot d\vec{r}d\vec{k}$ die Anzahl der Elektronen im Volumenelement $d\vec{r}$ mit einem Impuls aus $d\vec{k}$ angibt. Sämtliche Informationen über die Elektronen sind in $f(\vec{r}, \vec{k}, t)$ enthalten, und Transportgrößen wie die thermische oder die elektrische Leitfähigkeit lassen sich aus f berechnen. Die Boltzmann-Gleichung beschreibt den Verlauf der Teilchen durch den Phasenraum und ist in diesem Sinne als Kontinuitätsgleichung aufzufassen: In einer infinitesimal kleinen Zeit dt ändert sich ein Phasenvolumen nicht, außer durch hinein- oder herausgestreute Zustände:

$$f(\vec{r} + d\vec{r}, \vec{k} + d\vec{k}, t + dt) = f(\vec{r}, \vec{k}, t) + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{Stoß}} dt . \quad (1.23)$$

Daraus ergibt sich die Boltzmann-Gleichung:

$$\vec{v} \cdot \nabla_r f + \dot{\vec{k}} \nabla_k f + \frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{Stoß}} . \quad (1.24)$$

Beim Transport im elektrischen und magnetischen Feld setzt man im mittleren Summanden $\dot{\vec{k}} = \frac{1}{\hbar} e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$. Mehr Schwierigkeiten bereitet die Formulierung von $\left(\frac{\partial f(\vec{k})}{\partial t} \right)_{\text{Stoß}}$: Im Allgemeinen muss über alle \vec{k}' -Zustände integriert

werden, die als Ausgangs- oder Endzustand für Streuungen mit einem Teilchen im Zustand \vec{k} dienen können. Dabei müssen zusätzlich die entsprechenden Übergangswahrscheinlichkeiten und die Besetzungsverhältnisse $f(\vec{k})$ beachtet werden. Die Boltzmann-Gleichung wird damit zu einer nichtlinearen Integrodifferentialgleichung und ist meist nur numerisch lösbar.

Im der so genannten Relaxationszeit-Näherung umgeht man diese Schwierigkeit durch den Ansatz

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{StoB}} = -\frac{f - f_0}{\tau(\vec{k})} . \quad (1.25)$$

Dies beschreibt ein System im Ungleichgewichtszustand f , aus dem das System in einer charakteristischen Zeit $\tau(\vec{k})$ wieder ins Gleichgewicht f_0 (hierbei ist f_0 die Fermi-Dirac-Verteilung) relaxiert. Dieser Ansatz liefert eine gute Beschreibung der meisten Streuprozesse im Halbleiter [13]. Aus einer Lösung $f(\vec{r}, \vec{k}, t)$ der Boltzmann-Gleichung 1.24 lässt sich die Stromdichte wie folgt berechnen:

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = -2e \int \vec{v}(\vec{k}) f(\vec{r}, \vec{k}, t) d\vec{k} , \quad (1.26)$$

woraus schließlich die Transportkoeffizienten durch Vergleich mit dem ohmschen Gesetz 1.12 gewonnen werden können. Eine Lösung der Boltzmann-Gleichung in der Relaxationszeit-Näherung für $B=0$ ergibt

$$j_x = n_s e^2 \frac{\tau(E_F)}{m^*} \vec{F} \quad (1.27)$$

und reproduziert damit das Ergebnis 1.20 des Drude-Modells.

Semiklassisch ist der Boltzmann-Formalismus in der Hinsicht, dass er zwar auf den klassischen Phasenraum zurückgreift, als Verteilungsfunktion im Gleichgewicht aber die Fermi-Dirac-Verteilung verwendet und damit das Pauli-Prinzip impliziert wird. Außerdem werden die Übergangswahrscheinlichkeiten im Stoß-Term normalerweise mit Fermis Goldener Regel berechnet.

Landauer-Büttiker Formalismus

In einer makroskopischen Probe wird die Leitfähigkeit eines Leiterstücks der Länge L_x und der Breite L_y berechnet nach

$$G = \sigma \frac{L_y}{L_x} , \quad (1.28)$$

wobei die spezifische Leitfähigkeit σ ein Materialparameter ist, der unabhängig von den Abmessungen ist. Dieses Gesetz impliziert ein stetes Anwachsen des Leitwertes mit Verringerung der Probenlänge. Experimentell findet man jedoch für Probenlängen unterhalb der mittleren freien Weglänge einen maximalen Sättigungswert der Leitfähigkeit. Im Landauer-Büttiker-Formalismus wird dieses Verhalten erklärt.

Das betrachtete physikalische System setzt sich aus einem ballistischen Leiter ($L_x, L_y \ll l_e$) und zwei reflexionsfreien Kontakten an beiden Enden des Leiters zusammen (die Reflexionsfreiheit muss dabei nur in Richtung vom Halbleiter zum Kontakt gegeben sein). Die endliche Breite L_y des Leiterstücks bewirkt eine Aufspaltung der Elektronenenergien in Subbänder, den so genannten transversalen Moden. Deren Anzahl lässt sich allgemein abschätzen [14]:

$$M = \text{Int} \left(\frac{L_y}{\lambda_F/2} \right) . \quad (1.29)$$

$\text{Int}(x)$ ist die nächstkleinere ganze Zahl zu x . Für einen ballistischen Leiters berechnet sich der Leitwert pro Mode zu

$$G_C = \frac{2e^2}{h} . \quad (1.30)$$

Der Widerstand eines ballistischen Leiters beträgt demnach

$$G_C^{-1} = \frac{h}{2e^2 M} = \frac{12,9 \text{ k}\Omega}{M} . \quad (1.31)$$

Dieser Widerstand wird als Kontaktwiderstand bezeichnet, weil er mit dem Widerstand, der beim Übergang vom ballistischen Leiter zu den Kontakten auftritt, identifiziert werden kann. Auffällig wird dieser Kontaktwiderstand bei Proben mit einer geringen Anzahl von transversalen Moden. Nach 1.29 ist dafür Halbleitermaterial mit seiner vergleichsweise großen de Broglie-Wellenlänge (an der Fermikante) prädestiniert. Dennoch ist ein erheblicher experimenteller Aufwand nötig, um die benötigten kleinen Abmessungen zu realisieren. Meist wird die so genannte Split-Gate-Technik angewendet, um aufgrund von Elektronenverarmung unter zwei Gatefingern die Breite eines Leiters einzuschränken. Mit Hilfe dieser Technik konnte die Leitwertquantisierung experimentell nachgeprüft werden [15].

Geht man noch einen Schritt weiter und denkt sich den ballistischen Leiter aus zwei Teilstücken zusammengesetzt, deren Grenze die Elektronen mit einer mittleren Wahrscheinlichkeit T passieren, so muss 1.30 zur Landauer-Formel erweitert werden:

$$G = \frac{2e^2}{h} M T . \quad (1.32)$$

Der Leitwert eines Leiters wird damit auf die Wahrscheinlichkeit zurückgeführt, dass ein Elektron diesen Leiter durchqueren kann. Der damit verbundene Widerstand setzt sich aus dem Kontaktwiderstand G_C^{-1} und dem tatsächlichen Widerstand im Leiter zusammen:

$$G^{-1} = \frac{h}{2e^2 M} \frac{1}{T} = \underbrace{\frac{h}{2e^2 M}}_{G_C^{-1}} + \underbrace{\frac{h}{2e^2 M} \frac{1-T}{T}}_{\text{tatsächlicher Widerstand}} . \quad (1.33)$$

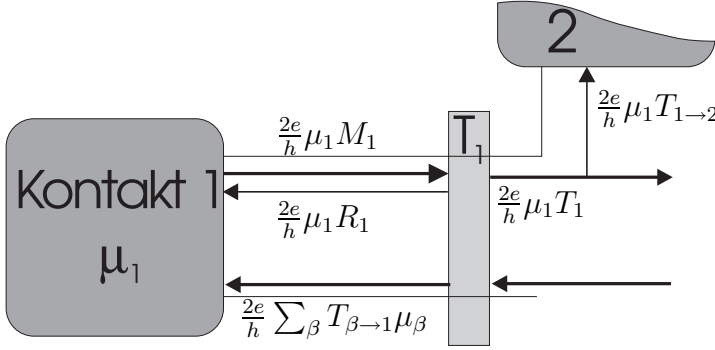


Abbildung 1.4: Teilströme in einem Leiterstück mit beliebig vielen Kontakten. Kontakt 1 befindet sich auf dem chemischen Potential μ_1 . Sämtliche Teilströme in der Kontaktleitung 1 sind angegeben, die sich zum Gesamtstrom I_1 aufsummieren (vgl. Formel 1.34).

Büttiker verallgemeinerte diesen Ansatz auf eine beliebige Zahl von Kontakten [16]. Ein Kontakt α auf einem chemischen Potential μ_α injiziert einen Strom $(2e/h)M_\alpha\mu_\alpha$ in die Kontaktleitung (M_α gibt die Anzahl der Moden in der Kontaktleitung α an). Ein Teil $T_{\alpha\rightarrow\beta}/M_\alpha$ erreicht den Kontakt β und ein Teil R_α/M_α wird zurückgestreut nach α . Der Strom in Kontaktleitung α wird darüberhinaus reduziert durch entgegenlaufende Ströme aus den anderen Kontakten $(2e/h)T_{\beta\rightarrow\alpha}\mu_\beta$. Wie in Abbildung 1.4 veranschaulicht, ergibt sich der gesamte Nettostrom in Kontaktleitung α zu:

$$I_\alpha = \frac{2e}{h} \left[(M_\alpha - R_\alpha) \mu_\alpha - \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\beta \rightarrow \alpha} \mu_\beta \right]. \quad (1.34)$$

Mit dieser Formel kann man beliebige Vierpunkt-Widerstände $R_{\alpha\beta,\gamma\delta} = V/I$ berechnen (Strom von α nach β , Spannungsabgriffe bei γ und δ). Man setzt dazu $I_\alpha = I = -I_\beta$ und alle anderen Ströme gleich Null. Zusätzlich wählt man ein chemisches Potential als Referenzpotential gleich Null und löst das lineare Gleichungssystem. Man erhält den Vierpunkt-Widerstand $R_{\alpha\beta,\gamma\delta} = (\mu_\gamma - \mu_\delta)/(eI)$ als eine Funktion der Transmissions- und Reflexionswahrscheinlichkeiten. Ausführliche Darstellungen zum Landauer-Büttiker-Formalismus finden sich in [14] und [3].

1.3.2 Streumechanismen

Zweidimensionale Elektronengase zeichnen sich durch die sehr großen mittleren freien Weglängen der Ladungsträger aus. Streuung im Coulombpotential der ionisierten Störstellen wird durch die Modulationsdotierung vermindert, Grenzflächenstreuung wird durch hochentwickelte Wachstumstechnologie minimiert und bei Verwendung von tiefen Temperaturen spielt die Streuung an Phononen keine Rolle. Trotzdem bleiben eine Reihe von Streumechanismen, die in jeweils charakteristischer Weise das Verhalten der Elektronengesamtheit beeinflus-

sen. Tatsächlich hat das Zusammenspiel der unterschiedlichen Streumechanismen einen entscheidenden Einfluss auf das Transportverhalten der Elektronen.

Zu den wichtigsten Streumechanismen im 2DEG zählen:

- Streuung an entfernten Störstellen (*remote impurity scattering*): Wegen der räumlichen Trennung der Störstellen von der 2DEG-Ebene durch die Spacerschicht bewegen sich die Elektronen in einem schwach fluktuierenden Streupotential, welches von den ionisierten Störstellenrümpfen herrührt. Anders als starre Streuzentren führen diese sanften Potentialfluktuationen vornehmlich zu einer schwachen Ablenkung der Elektronenbahnen. Diese Kleinwinkelstreuung ist ein Charakteristikum des *remote impurity scattering*. Dieser Mechanismus stellt in sehr hochbeweglichen Systemen den dominierenden Streumechanismus dar.
- Streuung an Hintergrundfremdatomen: Obwohl die Zahl dieser ungewollten Fremdatome vergleichsweise gering ist ($\leq 10^{15} \text{ cm}^{-3}$), können sie durch ihre Nähe zum 2DEG einen erheblichen Anteil der Gesamtstreuung ausmachen. Durch eine eher isotrope Streuwinkelverteilung kann man die Streuung an Hintergrundfremdatomen experimentell von der an entfernten Störstellen unterscheiden. Besonders in Systemen mit sehr dicken Spacerschichten stellt dieser Streumechanismus den limitierenden Faktor dar [17].
- Streuung an Phononen: Phononen dominieren die Streuung bei hohen Temperaturen, typischerweise oberhalb von 80 K, in hochreinem Material auch bei tieferen Temperaturen. Bei Heliumtemperaturen kann man sie jedoch vernachlässigen.
- Streuung im AlGaAs (*alloy scattering*): Der Überlapp der 2DEG-Wellenfunktion ins AlGaAs eröffnet eine weitere Streumöglichkeit. Durch die willkürliche Verteilung der Al-Atome auf die Ga-Plätze im Gitter können Elektronen gestreut werden. Da der Überlapp der Wellenfunktion vom GaAs ins AlGaAs aber gering ist, hat dieser Effekt nur einen schwachen Einfluss.
- Weitere Mechanismen wie die Streuung an Rauigkeiten im Schichtübergang oder Inter-Subband-Streuung haben in den hier untersuchten Strukturen keine Bedeutung.

Sollen die erwähnten Streumechanismen mit den Streuzeiten aus der Transporttheorie identifiziert werden, so muss deren unterschiedlicher Effektivität in Bezug auf die Zerstörung von Impuls entlang der Stromrichtung Rechnung getragen werden. Es hat sich dabei bewährt, zwei unterschiedliche Streuzeiten zu betrachten. Die so genannte Quanten-Streuzeit τ_q (auch *single particle* Streuzeit) bezeichnet die mittlere Zeit von einem Streuprozess zum nächsten, unabhängig vom Streuwinkel ϕ (definiert als der Winkel zwischen den \vec{k} -Vektoren von einfallenden und

auslaufenden Zuständen).

$$\frac{1}{\tau_q} = \frac{m^*}{\hbar^2} \int_0^{2\pi} W(\phi) \frac{d\phi}{2\pi} \quad (1.35)$$

Die Transportstreuzeit τ dagegen gewichtet die Streuprozesse mit einem großen Streuwinkel stärker:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{m^*}{\hbar^2} \int_0^{2\pi} W(\phi)(1 - \cos \phi) \frac{d\phi}{2\pi} \quad . \quad (1.36)$$

Dabei bezeichnet $W(\phi)$ jeweils den Streuquerschnitt in eine bestimmte Richtung. Die Transportstreuzeit τ wird mit der in der Drude- und Boltzmann-Theorie auftauchenden Streuzeit identifiziert. Für eine isotrope Verteilung der Streuwinkel hat die Gewichtung in 1.36 keine Auswirkung und die beiden Streuzeiten sind identisch $\tau_q = \tau$. In hochbeweglichen Heterostrukturen, in denen die Streuung an entfernten Störstellen und damit die Kleinwinkelstreuung überwiegt, kann das Verhältnis von τ/τ_q dagegen eine Größe von 100 erreichen.

1.3.3 Oszillierende Fermienergie und streuverbreiterte Landauniveaus

Der Transport in zweidimensionalen Elektronensystemen im senkrechten Magnetfeld wird bestimmt durch das Energiespektrum der Landauniveaus. Wie bereits beschrieben liegen die elektronischen Zustände auf äquidistanten Energieniveaus $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega_C$ mit dem Entartungsgrad $n_L = g_s eB/h$. Die Landauniveaus sind bei einem festen Magnetfeld bis zu einem maximalen Niveau $\text{Int}(n_s/n_L)$ gefüllt, dessen Energie die Fermienergie definiert. Beim Erhöhen des Magnetfeldes treten zwei gegenläufige Effekte auf: Während sich der Abstand $\hbar\omega_C \propto B$ der Niveaus vergrößert, steigt gleichzeitig die Aufnahmekapazität n_L aller Niveaus und die Elektronen werden auf tieferliegende Niveaus verteilt². Bei einem bestimmten Magnetfeld wird das oberste besetzte Niveau gerade entvölkert und die Fermienergie springt ins nächsttiefere Niveau. Die grafische Darstellung der unstetigen Fermienergie ist in Abbildung 1.5 gezeigt.

Die Anzahl der besetzten Landauniveaus wird als Füllfaktor ν bezeichnet. Allgemein kann dieser kontinuierliche Werte annehmen:

$$\nu = \frac{n_s}{n_L} = \frac{\hbar n_s}{eB} \quad . \quad (1.37)$$

Da man von Füllfaktoren meist im Zusammenhang mit großen Magnetfeldern spricht, in denen die Landauniveaus aufgrund der Zeeman-Energie aufspalten,

²Dies geschieht in einem Maß, so dass die Gesamtenergie aller Elektronen konstant bleibt, da ein Magnetfeld senkrecht zur Bewegung einem Elektron keine Energie zuführen kann.

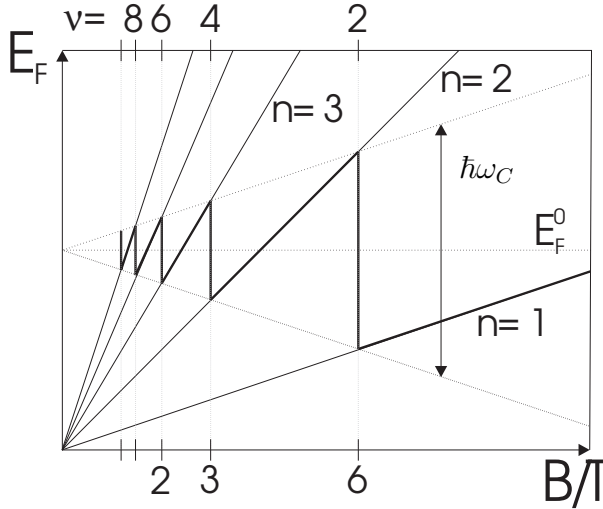


Abbildung 1.5: Fermienergie in Abhängigkeit des Magnetfeldes für ein 2DEG mit der Ladungsträgerdichte von $2,9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ (Spinaufspaltung vernachlässigt). Die dünnen Linien zeigen die einzelnen Landau-niveaus. Die Fermienergie springt bei geradzahligem Füllfaktoren $\nu = 2, 4, 6, \dots$ und zeigt dabei ein $1/B$ -periodisches Verhalten.

wird in dieser Definition der Spinentartungsfaktor g_s aus 1.10 gleich 1 gesetzt. Das bedeutet z.B., dass bei Füllfaktor $\nu = 2$ genau die beiden spinpolarisierten Niveaus $1 \uparrow$ und $1 \downarrow$ des *ersten* Landau-niveaus besetzt sind. Diese Konvention wird mehrheitlich in der Literatur verwendet. Identifiziert man h/e mit dem magnetischen Flussquant ϕ_0 , so gibt der inverse Füllfaktor die Anzahl der Flussquanten pro Elektron an:

$$\nu^{-1} = \frac{B/\phi_0}{n_s} . \quad (1.38)$$

Bei allen geradzahligem Werten von ν zeigt die Fermienergie eine Diskontinuität (für aufgehobene Spinentartung: bei allen ganzzahligen Füllfaktoren). Die Periodizität dieser Sprünge ergibt sich aus 1.37 zu

$$\Delta \left(\frac{1}{B} \right) = \frac{eg_s}{hn_s} . \quad (1.39)$$

Viele von der Fermienergie abhängige Größen zeigen deswegen $1/B$ -periodische Oszillationen.

Die bisher gemachte Annahme von δ -förmigen Landau-niveaus impliziert eine unendlich lange Lebensdauer der Elektronen in diesen Zuständen. In der Realität wird dies jedoch durch Streuprozesse verhindert und die Landau-niveaus erlangen eine endliche Breite Γ , die über $\Gamma = \hbar/2\tau_q$ mit der Quantenstreuzeit verknüpft ist. Die konstante Zustandsdichte bei $B = 0$ erhält also mit wachsendem Magnetfeld zunächst eine oszillierende Komponente, bevor sie für $\hbar\omega_C > \Gamma$ in eine Reihe streuverbreiteter Landau-niveaus übergeht, zwischen denen die Zustandsdichte tatsächlich verschwindet (siehe Abbildung 1.6).

Die Auswirkung dieser durch das Magnetfeld veränderten Zustandsdichte auf das Transportexperiment sind enorm, obwohl in der Drude- wie in der Boltzmann-Theorie der Längswiderstand $\rho_{xx} = m^*/(n_s e^2 \tau)$ nicht explizit von B abhängt.

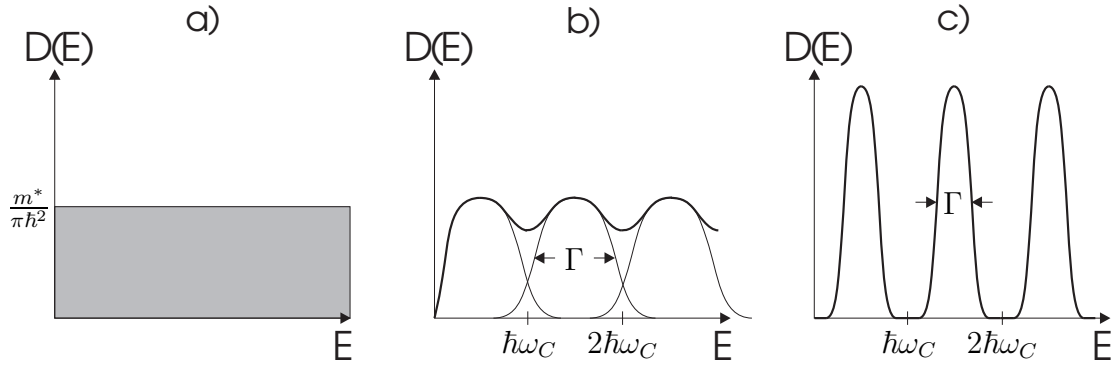


Abbildung 1.6: 2D-Zustandsdichte ohne (a) und mit (b, c) Magnetfeld (ohne Spinaufspaltung). (b) Verbreiterte Landauniveaus in einem kleinen Magnetfeld $\hbar\omega_C < \Gamma$: Die einzelnen Niveaus überlappen und bilden eine oszillierende Struktur. (c) Wird der Abstand der Landauniveaus größer als deren Breite, $\hbar\omega_C > \Gamma$, so verschwindet die Zustandsdichte zwischen den Niveaus.

Die Magnetfeldabhängigkeit wird durch die Streurrate τ^{-1} vermittelt, die in der Born'schen Näherung proportional zur Zustandsdichte $D(E)$ ist:

$$\tau^{-1} = \frac{\pi}{\hbar} D(E_F) c_i u^2 \quad . \quad (1.40)$$

Dabei bezeichnet c_i die Flächendichte der Störstellen und das Störstellenpotential ist angenähert durch eine 2D- δ -Funktion der Stärke u [3]. In dieser Näherung gilt demnach $\rho_{xx} \propto D(E_F)$ und dadurch werden Oszillationen in der Zustandsdichte an der Fermikante als Oszillationen im Längswiderstand sichtbar. Das in Abbildung 1.5 dargestellte Queren der Fermienergie durch die Landauniveaus führt zu $1/B$ -periodischen Oszillationen in ρ_{xx} , den *Shubnikov-de Haas-Oszillationen* (SdH-Oszillationen).

1.3.4 Quanten Hall Effekt

Das markanteste Merkmal in Magnetotransportmessungen an 2D-Systemen ist fraglos der Quanten Hall Effekt (QHE), begleitet von den Shubnikov-de Haas-Oszillationen. In Abbildung 1.7 sind beide Effekte dargestellt. Als Quanten Hall Effekt bezeichnet man dabei die Bildung von Plateaus im ansonsten linear mit dem Magnetfeld steigenden Hallwiderstand ρ_{xy} . Die Plateaus liegen exakt auf Widerstandswerten, welche durch grundlegende Naturkonstanten ausgedrückt werden können und vollkommen unabhängig von allen Materialparametern sind:

$$R_H = \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2} \quad . \quad (1.41)$$

Im longitudinalen Widerstand ρ_{xx} treten im Magnetfeldbereich der Hallplateaus Oszillationsminima auf, deren Widerstand mit steigendem Magnetfeld fällt und

schließlich ganz verschwindet. Der Quanten Hall Effekt wird wegen der Möglichkeit zur exakten Reproduktion von Widerständen heute als Widerstandsnormale gebraucht, was von Klitzing bereits bei seiner Entdeckung vorgeschlagen hat [1].

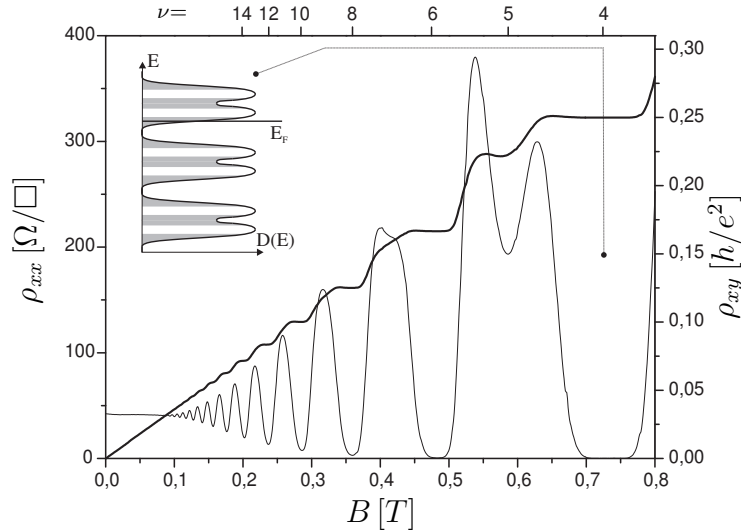


Abbildung 1.7: Quanten Hall Effekt und Shubnikov-de Haas-Oszillationen. Im Hallwiderstand ρ_{xy} (dicke Linie) treten Plateaus auf, der Längswiderstand ρ_{xx} (dünne Linie) zeigt gleichzeitig SdH-Minima, die für hohe Felder $B > 0,45 T$ bis auf Null gehen. Für sehr kleine Felder $B < 0,1 T$ ist der Längswiderstand konstant und der Hallwiderstand proportional zu B . (Probenmaterial Wegscheider D040326A, $n_s = 0,67 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu = 2,2 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $T = 250 \text{ mK}$)

In der Theorie des QHE spielen die so genannten Randkanäle eine bedeutende Rolle. Randkanäle sind elektronische Zustände, die durch den Einfluss des Randpotentials entstehen. Nach Formel 1.9 zentrieren sich die entarteten Zustände innerhalb eines Landauniveaus räumlich um eine Zentrumsordinate y_k . Für Zustände mit großem y_k (am Probenrand) wird die Entartung durch die Einwirkung des Randpotentials aufgehoben und das Landauniveau wird nach oben gebogen (siehe Abbildung 1.8). Dadurch entstehen, egal wie die Fermienergie gerade relativ zu den Landauniveaus liegt, immer leitende Zustände an der Fermikante. Diese Zustände werden Randkanäle genannt. Eine wichtige Eigenschaft der Randkanäle ist, dass sie den Strom auf gegenüberliegenden Seiten der Probe in entgegengesetzte Richtungen transportieren. Dies folgt sofort aus der Berechnung der Gruppengeschwindigkeit durch $v = 1/\hbar \partial E / \partial k$ und der Einsicht, dass die Dispersionsrelation $E(k)$ dasselbe Aussehen wie $E(y_k)$ hat. Rechnungen dazu finden sich zum Beispiel in [14].

Randkanäle bestimmen den Transport, sobald die Fermienergie zwischen zwei Landauniveaus liegt. In diesem Fall stellen die Randkanäle die einzigen stromtragenden Zustände dar. Die Wahrscheinlichkeit für eine richtungsändernde Streu-

ung ist wegen der räumlichen Trennung und dem damit verbundenen minimalen Überlapp der Wellenfunktionen verschwindend klein. Alle Arten von Streuung, die einen Widerstand erzeugen, sind damit ausgeschaltet und ρ_{xx} geht gegen Null. Sobald sich die Fermienergie mit einer Veränderung des Magnetfeldes wieder in einem Landauniveau befindet, stehen auf der gesamten Probenbreite Zustände für Streuung zur Verfügung und der Widerstand nimmt einen endlichen Wert an. Die SdH-Oszillationen stellen sich aus dieser Sicht als periodischer Wechsel zwischen Randkanal- und *bulk*-Transport dar.

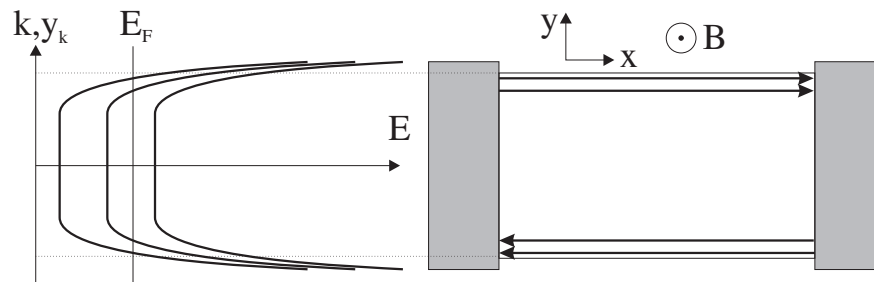


Abbildung 1.8: Landauniveaus werden durch den Einfluss des Probenrandes nach oben gebogen (links). Dadurch entstehen Zustände an der Fermienergie, die so genannten Randkanäle. Diese transportieren den Strom an gegenüberliegenden Rändern in entgegengesetzte Richtungen (rechts). Die Dispersionsrelations ist ebenfalls links dargestellt; die Richtungsaufteilung folgt aus $v = 1/\hbar \partial E / \partial k$.

Randkanäle können auch als ballistische Transportkanäle verstanden werden, wie sie im Landauer-Büttiker-Formalismus Verwendung finden. Da sich pro besetztem Landauniveau gerade zwei Randkanäle bilden (bei aufgehobener Spinartung), ist die Zahl der Randkanäle gleich dem Füllfaktor ν . Der zwischen zwei Stromkontakten (siehe z. B. Abb. 1.8) abgegriffene Widerstand lässt sich nach 1.31 leicht berechnen³:

$$R = G_C^{-1} = \frac{h}{e^2} \frac{1}{\nu} = \frac{25,813 \text{ k}\Omega}{\nu} \quad . \quad (1.42)$$

Bei einer Probe mit mehreren Kontakten befinden sich alle Spannungskontakte im Randkanaltransport immer auf dem chemischen Potential eines der beiden Stromkontakte (falls die Spannungen stromlos gemessen werden). In Abbildung 1.9 liegen die Kontakte 2 und 3 auf dem chemischen Potential von Stromkontakt 1, da aufgrund des reibungslosen Ladungstransportes in den Randkanälen am oberen Rand keine Spannung abfällt. Genauso liegen Kontakte 4, 5 und 6 auf demselben chemischen Potential. Im Experiment misst man also zwischen allen

³Der Leitwert eines spinaufgespaltenen Kanales ist nur halb so groß wie in 1.31 angegeben, da nur halb so viele Elektronen am Transport teilnehmen.

möglichen Kontaktkombinationen $1, 2, 3 \rightarrow 4, 5, 6$ dieselbe Spannung. Insbesondere sind deswegen die Vierpunktwidestände $R_H = R_{14,26} = R_{14,35}$ mit 1.42 identisch.

Die Rolle der eindimensionalen Transportmoden im ballistischen Leiter wird im QHE-Regime von den Randkanälen eingenommen. Bemerkenswert ist, dass der Transport über die gesamte Länge der Hallbar ohne Magnetfeld keineswegs ballistisch ist, sondern die Streullosigkeit über sehr große Distanzen erst durch das Magnetfeld periodisch induziert wird. Die räumliche Trennung der Randkanäle ist der Grund für die überraschende Stabilität des Quanten Hall Effektes.

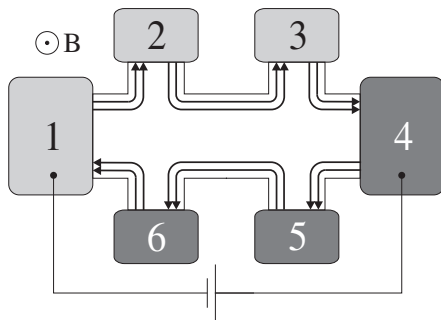


Abbildung 1.9: Randkanäle bei $\nu = 2$: Durch den widerstandsfreien Ladungstransport befinden sich Kontakte 1, 2 und 3 sowie 4, 5 und 6 jeweils auf demselben chemischen Potential. Die quantisierten Widerstände im QH-Regime können deshalb sowohl in Zweipunktmessung zwischen 1 und 4, als auch in Vierpunktmessung $R_{14,26} = R_{14,35}$ abgegriffen werden.

Grundsätzlich gibt es zwei verschiedene Arten von Zuständen innerhalb eines streuverbreiterten Landauniveaus. Im Zentrum der Landauniveaus befinden sich die so genannten ausgedehnten Zustände, die den Stromtransport durch die Probe ermöglichen. Im Gegensatz dazu befinden sich die lokalisierten Zustände an den Seitenflügeln der Landauniveaus (siehe Insert in Abbildung 1.7). Sie entstehen durch Potentialfluktuationen aufgrund von Unordnung, die manche Elektronen auf geschlossenen Bahnen einfangen. Bemerkenswerterweise sind es genau diese lokalisierten Zustände, die eine Beobachtung des QHE ermöglichen, indem sie zum Stabilisieren der Fermienergie zwischen den ausgedehnten Zuständen der Landau-niveaus dienen. Befindet sich die Fermienergie bei einem bestimmten Magnetfeld innerhalb der lokalisierten Zustände, so tragen ausschließlich die Randkanäle zum Transport bei; der Hallwiderstand ist dann quantisiert und der Längswiderstand verschwindet. Die Anzahl der lokalisierten Zustände (und damit das Maß an Unordnung in einer Probe) korreliert mit der Breite des Magnetfeldbereiches, in dem die Plateaus in ρ_{xy} auftreten und die SdH-Minima in ρ_{xx} verschwinden: Je mehr Unordnung, desto breiter die Plateaus. Bei sehr hochbeweglichen Proben sind deshalb die Plateaus nur schwach ausgeprägt und die SdH-Minima sehr schmal. Dadurch ist es möglich, die Qualität verschiedener Proben (bei gleicher Temperatur) auf einen Blick abzuschätzen.

1.3.5 Fraktionaler Quanten Hall Effekt

Die charakteristischen Merkmale des Quanten Hall Effekts - Hallplateaus und verschwindender Längswiderstand - treten bei ganzzahligen Werten des Füllfaktors auf. Oft spricht man deswegen vom integralen Quanten Hall Effekt (IQHE). Tiefere Temperaturen und eine weitere Steigerung der Probenqualität bringen diese Merkmale auch bei gebrochenzahligen Füllfaktoren zum Vorschein (*fraktionaler* oder *gebrochenzahliger Quanten Hall Effekt* (FQHE) [18]). Die Füllfaktoren gehorchen der folgenden Regel⁴:

$$\nu = p/q \quad \text{mit} \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad q = 1, 3, 5, \dots \quad . \quad (1.43)$$

Die prominentesten Vertreter der FQHE-Zustände wie $\nu = 1/3$, $2/3$ und $2/5$ liegen alle im unvollständig gefüllten untersten Landauniveau. Im Einteilchenbild des IQHE sind hier keine weiteren Besonderheiten im Magnetowiderstand zu erwarten. Der FQHE dagegen ist ein Vielteilchen-Effekt. Die Coulombwechselwirkung zwischen den Elektronen, deren charakteristische Energieskala durch $e^2/(4\pi\epsilon\epsilon_0 l_m) \propto B^{1/2}$ gegeben ist, gewinnt mit wachsendem Magnetfeld an Einfluss und öffnet schließlich Energielücken im Anregungsspektrum, die zum fraktionalen Quanten Hall Effekt führen. In Abbildung 1.10 ist eine Messung dargestellt, in der eine Vielzahl von FQHE-Zuständen aufgelöst ist. Die Plateaus bilden sich in analoger Weise zum integralen Quanten Hall Effekt bei Widerstandswerten von $R_H = 1/\nu \cdot h/e^2$.

Die Vielfalt an beobachteten Zuständen lässt sich in so genannte Serien ordnen. Eine Serie besteht aus Paaren von Zuständen, die sich symmetrisch um ein bestimmtes Magnetfeld gruppieren, welches einem Füllfaktor mit geradzahligem Nenner zugeordnet werden kann. Diese zentralen Zustände zeichnen sich weder durch Ausbildung eines Hallplateaus noch durch ausgeprägte Minima im Längswiderstand aus, und doch sind sie zum Verständnis des FQHE von zentraler Bedeutung. Die wichtigste und am meisten untersuchte Serie besteht aus den Zuständen

$$\nu = \frac{p}{2p \pm 1} \quad \text{mit} \quad p = 1, 2, 3 \dots \quad , \quad (1.44)$$

welche sich um Füllfaktor $1/2$ gruppieren. Weitere Serien finden sich um die Zustände $3/2$, $3/4$, $1/4$ und vor kurzem wurden sogar Zustände um $3/8$ gefunden [20]. Die FQHE-Zustände einer Serie offenbaren eine augenscheinliche Ähnlichkeit zu den SdH-Oszillationen um $B=0$. Jain inspirierte diese Ähnlichkeit zu seiner Theorie der *Composite Fermions* [21]. Diese fermionischen Quasiteilchen bestehen aus einem Elektron und zwei magnetischen Flussquanten. Durch das Zusammenfassen der Flussquanten mit den stromtragenden Teilchen bewegen sich die *Composite Fermions* in einem verminderten effektiven Magnetfeld, das genau an den zentralen Zuständen einer Serie verschwindet. Die FQHE-Zustände der Serie

⁴Als einzige Ausnahme dieser Regel ist heute der FQHE-Zustand bei $\nu = 5/2$ bekannt [19].

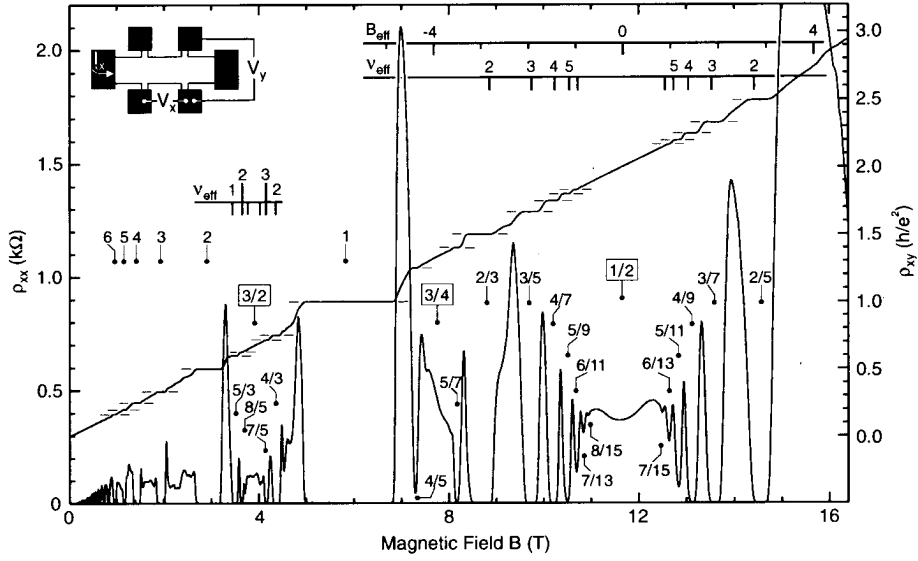


Abbildung 1.10: Der fraktionale Quanten Hall Effekt. Um die Zustände mit geradzahligem Nenner $1/2$ und $3/2$ gruppieren sich Serien von FQHE-Zuständen. Mit der Einführung einer effektiven Magnetfeldskala B_{eff} (am oberen Rand der Darstellung) wird die Ähnlichkeit zum integralen Quanten Hall Effekt deutlich. Aus [26].

können dann als SdH-Oszillationen im effektiven Magnetfeld interpretiert werden und der fraktionale Quanten Hall Effekt lässt als integraler QHE von *Composite Fermions* auffassen.

Ausgangspunkt dieser Theorie ist die Chern-Simons-Eichtransformation. Durch sie wird das System aus wechselwirkenden Elektronen im starken Magnetfeld auf ein mathematisch äquivalentes System abgebildet. Das Vektorpotential \vec{a} , das dem Vektorpotential \vec{A} des externen Magnetfeldes hinzuaddiert wird, hat für die Serie um Füllfaktor $1/2$ die folgende Form⁵:

$$\vec{a} = \frac{-2\phi_0}{2\pi} \sum_{j \neq k} \frac{\vec{e}_z \times (\vec{r}_j - \vec{r}_k)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_k|^2} . \quad (1.45)$$

Die Vektoren \vec{r}_j stellen dabei die Raumkoordinaten der Elektronen dar. Dieses Vektorpotential erzeugt ein zusätzliches, fiktives Magnetfeld \vec{b} (das so genannte Eichfeld), welches sich genau auf die Elektronenpositionen konzentriert:

$$\vec{b} = \nabla \times \vec{a} = -2\phi_0 \sum_{j \neq k} \delta(\vec{r}_j - \vec{r}_k) . \quad (1.46)$$

Jedem Elektron werden auf diese Weise zwei magnetische Flussquanten angehängt, in Gegenrichtung zum äußeren Feld. Jain taufte diese Hybridobjek-

⁵ \vec{a} lässt sich als Gradient einer skalaren Funktion schreiben, so dass es sich tatsächlich um eine korrekte Eichtransformation handelt.

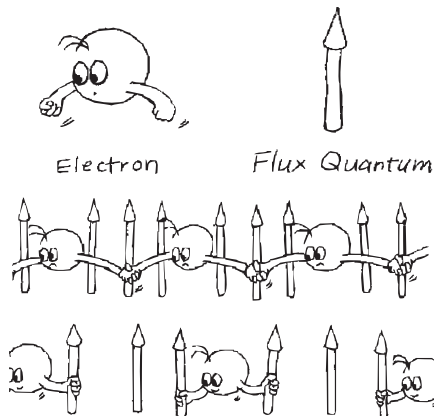


Abbildung 1.11: *Composite Fermions*: Wechselwirkende Elektronen im Magnetfeld (zweite Reihe) werden transformiert in schwach wechselwirkende Hybridteilchen aus einem Elektron und zwei Flussquanten in einem reduzierten Magnetfeld. Aus [23].

te *Composite Fermions*, weil sie der Fermi-Statistik gehorchen. Ihre Dichte ist gleich der Elektronendichte und sie tragen eine Elementarladung e . Bemerkenswerterweise scheint dieses Anhängen von fiktiven Flussschläuchen den Effekt der Elektron-Elektron-Wechselwirkung zu kompensieren [22], so dass man es jetzt mit einem System von gar nicht oder nur schwach wechselwirkenden Quasiteilchen zu tun hat.

Das singuläre Eichfeld \vec{b} aus 1.46 kann in einer *mean field*-Näherung ersetzt werden durch:

$$\langle b \rangle = -2\phi_0 n_s \quad . \quad (1.47)$$

Das Eichfeld wird demnach ausgeschmiert zu einem homogenen Feld in Gegenrichtung zum äußeren Feld. Die *Composite Fermions* bewegen sich in einem reduzierten effektiven Magnetfeld

$$B_{\text{eff}} = B - 2\phi_0 n_s = B - B_{\nu=1/2} \quad . \quad (1.48)$$

Genau bei Füllfaktor $1/2$ wird das äußere Feld exakt kompensiert und die *Composite Fermions* bewegen sich wie Elektronen bei $B=0$. Zusammengefasst bewirkt die Chern-Simons-Eintransformation die Abbildung eines Systems von wechselwirkenden Elektronen im äußeren Magnetfeld zu einem System von nur schwach wechselwirkenden Quasiteilchen in einem reduzierten Magnetfeld, das bei Füllfaktor $1/2$ gerade verschwindet (siehe Abbildung 1.11). Der Zustand des halbgefüllten untersten Landauniveaus wurde von Halperin et al. theoretisch untersucht [24] und es wurde ein metallischer Zustand mit einer definierten Fermifläche vorausgesagt. Die *Composite Fermions* liegen im Impulsraum innerhalb des Fermikreises, dessen Radius wegen der Aufhebung der Spinentartung nun durch

$$k_F^{CF} = \sqrt{4\pi n_s} \quad (1.49)$$

gegeben ist.

Im endlichen effektiven Magnetfeld B_{eff} durchlaufen *Composite Fermions* se-

miklassische Zyklotronbahnen mit dem Radius

$$R_C^{CF} = \frac{\hbar k_F^{CF}}{e B_{\text{eff}}} \quad . \quad (1.50)$$

Das Energiespektrum der *Composite Fermions* besteht analog zu den Elektronen aus Landauniveaus, deren Füllfaktor ν_{eff} durch das effektive Magnetfeld bestimmt wird: $\nu_{\text{eff}} = n_s \phi_0 / B_{\text{eff}}$. Die Landauniveaus erzeugen einen integralen Quanten Hall Effekt für ganzzahlige Werte des effektiven Füllfaktors ν_{eff} . Eine Rückführung auf die ursprüngliche Magnetfeldskala weist die ganzzahligen Füllfaktoren der *Composite Fermions* exakt als die beobachteten FQHE-Zustände der Serie um $\nu = 1/2$ aus (vergleiche Formel 1.44):

$$\nu = \frac{|\nu_{\text{eff}}|}{2\nu_{\text{eff}} \pm 1} \quad . \quad (1.51)$$

Das Anhängen von Flussschläuchen an Elektronen erleichtert somit nicht nur die theoretische Behandlung des Problems, sondern trägt auch der offensichtlichen Ähnlichkeit zwischen integralem und fraktionalem Quanten Hall Effekt Rechnung, indem die fraktionalen Zustände auf integrale Zustände von Quasiteilchen zurückgeführt werden; eine einheitliche Darstellung beider Effekte wird möglich. Das Konzept der Hybridteilchen lässt sich auch auf andere FQHE-Serien anwenden: Alle Zustände um Füllfaktor $1/2m$ (m ganzzahlig) lassen sich als IQHE-Zustände von *Composite Fermions* aus einem Elektron und $2m$ Flussschläuchen beschreiben.

Das Anhängen einer ungeraden Anzahl von Flussquanten ändert dagegen die Statistik; die entstehenden Verbundteilchen sind Bosonen. Grundlegende FQHE-Zustände wie $1/3$, $1/5$ oder $1/7$ können als Manifestierung solcher Composite Bosons aufgefasst werden. Die Bosonen spüren bei diesen Füllfaktoren kein äußeres Magnetfeld und gehen deswegen in ihren Grundzustand über, der durch eine Energielücke von allen Anregungen getrennt ist. Dieser inkompressible Zustand führt zu den beobachteten Effekten der Hallquantisierung und des verschwindenden Längswiderstandes. Laughlin fand die passenden Wellenfunktionen [25] bereits vor der Einführung der *Composite Fermions*. Der Zustand bei $\nu = 1/3$ kann somit von zwei Seiten betrachtet werden: Einmal als Kondensation von Bosonen in Abwesenheit eines Magnetfeldes. Zum zweiten aber auch als integraler QHE-Zustand mit Füllfaktor $\nu_{\text{eff}}=1$ von Composite Fermions, deren Magnetfeldnullpunkt weit entfernt liegt (nämlich bei $\nu = 1/2$).

Eine Übersicht zu Experimenten an *Composite Fermions* findet sich bei Smet [26] und Willet [27]. Der Wert der effektiven Masse m_{CF}^* wird heute noch kontrovers diskutiert. Fest steht einzig, dass $m_{CF}^* > m_e^*$ ist.

Kapitel 2

Kommensurabilitätseffekte

Das in Kapitel 1 beschriebene Zusammenspiel verschiedener Längenskalen kann um einen weiteren Faktor bereichert werden, indem man den 2D-Elektronen lateral ein periodisches Potential aufprägt. Besonders interessant ist die Interaktion zwischen der Periodizität a des Potentials mit der magnetischen Länge bzw. dem Zyklotronradius R_C , der durch Variation des Magnetfeldes durchgestimmt werden kann. Alle möglichen Verhältnisse von a/R_C sind damit zugänglich und tatsächlich wird der Magnetotransport für $a/R_C \sim 1$ maßgeblich durch dieses Verhältnis bestimmt, sofern die mittlere freie Weglänge groß gegenüber a ist. Effekte, die auf das Zusammenspiel von a und R_C zurückgehen, werden als *Kommensurabilitätseffekte* bezeichnet.

2.1 Überblick

Das Transportverhalten von Elektronen kann man grundsätzlich sowohl durch ein elektrostatisches Modulationspotential, als auch durch ein periodisches Magnetfeld beeinflussen. Die Forderung nach ballistischem Transport begrenzt dabei die Modulationsperiode nach oben hin auf wenige μm , was den Einsatz von Methoden zur Mikro- und Nanostrukturierung notwendig macht. Naheliegend ist der Gedanke, die Modulation durch Aufbringen periodischer Strukturen auf die Probenoberfläche zu realisieren. Die Beeinflussung der Elektronen im 2DEG kann dabei auf unterschiedlichen Mechanismen beruhen: Strukturierte Ferromagneten auf der Oberfläche erzeugen zum Beispiel durch Streufelder eine magnetische Modulation der Potentiallandschaft der Elektronen im 2DEG. Eine elektrostatische Modulation kann durch Aufbringen strukturierter metallischer Gates erzielt werden. Alle Techniken, bei denen Material auf die Probenoberfläche aufgebracht wird, bringen jedoch zwei Nachteile mit sich: erstens kommt es aufgrund unterschiedlicher thermischer Ausdehnungskoeffizienten zu Verspannungen in der Probe beim Abkühlen. Durch den piezoelektrischen Effekt entsteht daraufhin grundsätzlich eine elektrostatische Modulation. Diese ist jedoch durch die Aniso-

tropie des piezoelektrischen Effektes nicht deckungsgleich mit dem ursprünglichen Muster des aufgetragenen Materials. Dies führt, vor allem bei einer gewünschten magnetischen Modulation, zur Überlagerung unterschiedlicher Modulationen, was die Auswertung der Messungen erschwert. Als zweiter Nachteil stellt sich durch die aufwändige Prozessierung der Probe eine Degradierung der Probenqualität ein.

Eine schonendere Methode stellt die *in-situ*-interferometrische Belichtung dar, die in dieser Arbeit angewandt wurde. Ausgangspunkt ist das Interferenzmuster zweier Laserstrahlen, das bei tiefen Temperaturen auf der Probenoberfläche erzeugt wird. Dieses Interferenzmuster wird durch den persistenten Photoeffekt in der Probe eingefroren und führt zur gewünschten Modulation des Leitungsbandes. Diese Technik wird in Kapitel 3 ausführlich beschrieben.

Entscheidend für die theoretische Beschreibung des Transports in modulierten Systemen ist die Modulationsstärke. Diese wird angegeben als Verhältnis der Modulationsamplitude V_0 zur Fermienergie E_F . Die *in-situ*-interferometrische Belichtung erzeugt eine schwache Modulation mit einem Verhältnis $V_0/E_F < 6\%$.

2.2 1D elektrostatische Modulation

2.2.1 Experiment

Abbildung 2.1 zeigt die Auswirkung einer schwachen eindimensionalen Modulation im Transportexperiment. Die rechts dargestellte Bezeichnung der Komponenten des spezifischen Widerstands wird im Folgenden stets verwendet: ρ_{xx} bezeichnet die Komponente, wenn die Äquipotentiallinien der Modulation senkrecht zum Stromfluss orientiert sind. Fließt der Strom parallel zur Modulation, heißt die zugehörige Widerstandskomponente ρ_{yy} . Die Messung stammt aus einem Experiment von Weiss et al., bei dem die Modulation per *in-situ*-interferometrischer Belichtung realisiert wurde [28]. Im Magnetotransport treten deutliche Oszillationen hervor, die als Kommensurabilitäts- oder Weissoszillationen bezeichnet werden.

Die experimentellen Befunde lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Im Bereich kleiner Magnetfelder treten Oszillationen sowohl in ρ_{xx} als auch in ρ_{yy} auf. Sie weisen beide dieselbe $1/B$ -Periodizität auf, die sich von der Periodizität der SdH-Oszillationen um etwa eine Größenordnung unterscheidet. Die SdH-Oszillationen werden erst ab höheren Magnetfeldern aufgelöst und überlagern dort die Kommensurabilitätsoszillationen.
- Die Weissoszillationen in ρ_{xx} sind stärker ausgeprägt als in ρ_{yy} und zusätzlich um 180° phasenverschoben. Die Minima in ρ_{xx} lassen sich durch fol-

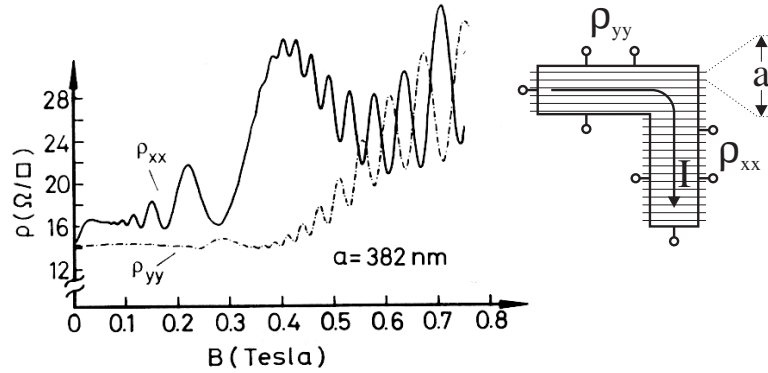


Abbildung 2.1: Links: Kommensurabilitätsoszillationen aufgrund einer schwachen eindimensionalen elektrostatischen Modulation (aus [28]). Die Komponente senkrecht zur Modulation ρ_{xx} zeigt deutlich ausgeprägte Oszillationen, die Komponente parallel zur Modulation ρ_{yy} schwache, gegenphasige Oszillationen. Ab 0,4 T werden zusätzlich SdH-Oszillationen sichtbar. Rechts: Probegeometrie.

gende Formel beschreiben:

$$2R_C = \left(\lambda - \frac{1}{4} \right) a \quad \text{mit} \quad \lambda = 1, 2, 3, \dots \quad (2.1)$$

- In ρ_{xx} tritt bei sehr kleinen Magnetfeldern (in Abb. 2.1 bis etwa 0,03 T) ein positiver Magnetowiderstand auf.
- Kommensurabilitätsoszillationen können bis zu Temperaturen von 40 K beobachtet werden [6, 29]. SdH-Oszillationen können bei diesen Temperaturen nicht mehr aufgelöst werden.

Besonders die stark ausgeprägten Oszillationen in ρ_{xx} waren häufig Gegenstand experimenteller Untersuchungen. Dabei konnten die oben dargestellten Ergebnisse sowohl in weiteren Messungen mit in-situ-interferometrischer Belichtung [30], als auch durch strukturierte Gates reproduziert werden [31, 32, 33]. Insbesondere herrscht Einigkeit über die Lage der Minima, welche durch Gleichung 2.1 beschrieben wird. Diese Gleichung verdeutlicht das Zusammenspiel zwischen Zyklotrondurchmesser und Modulationsperiode. Mittlerweile werden Kommensurabilitätsoszillationen dazu benutzt, anisotrope Fermikonturen in Lochgasen [34] oder in AIs Quantentrogstrukturen [35] zu untersuchen.

2.2.2 Theorie

Quantentheorie

Eine quantenmechanische Theorie der Kommensurabilitätsoszillationen in ρ_{xx} wurde zunächst von Gerhardt et al. [30] und Winkler et al. [31] vorgestellt. Diese Theorien wurden von Zhang und Gerhardt [36] und Peeters und Vasilopoulos [37] weiterentwickelt und auf die Oszillationen in ρ_{yy} ausgedehnt. Alle Autoren führen das Auftreten der Weissoszillationen auf eine durch die Modulation veränderte Struktur der Landauniveaus zurück.

Als Ausgangspunkt dient der Hamiltonoperator 1.6 von freien Elektronen im Magnetfeld. In der Theorie der Kommensurabilitätsoszillationen wird das Vektorpotential in Landau-Eichung benutzt, $\vec{A} = (0, Bx, 0)$. Die Wellenfunktionen haben dann die Gestalt

$$|nx_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{L_y}} e^{ik_y y} \phi_n(x - x_0) \quad . \quad (2.2)$$

X_0 wird Zentrumsordinate genannt und ist durch $x_0 = l_m^2 k_y$ gegeben. Das Modulationspotential $eU(x) = V_0 \cos(qx)$ mit $q = 2\pi/a$ wird störungstheoretisch einbezogen, da es sich um eine schwache Modulation handelt. Mit $u = q^2 l_m^2$ erhält man in erster Ordnung

$$E_{n,k_y} = (n + 1/2)\hbar\omega_C + \underbrace{V_0 e^{-u/2} L_n(u)}_{W_n} \cos(qx_0) \quad . \quad (2.3)$$

L_n bezeichnet ein Laguerrepolynom n -ten Grades. Zwei wichtige Konsequenzen der Modulation werden anhand von 2.3 deutlich: erstens wird die Entartung der Landauniveaustände bezüglich x_0 aufgehoben; die Landauniveaus verbreitern sich zu Landaubändern mit der Breite $2W_n$. Zweitens sorgt der \cos -Term für Dispersion in k_y und damit für eine Gruppengeschwindigkeit in y -Richtung. Dieser zusätzliche Beitrag zur Leitfähigkeit wird als Bandleitfähigkeit bezeichnet. Anhand der Tensorinversion (1.14) übersetzt man die Bandleitfähigkeit in einen additiven Beitrag zum spezifischen Widerstand. Im fraglichen Magnetfeldbereich gilt $\sigma_{yx}\sigma_{xy} \approx \sigma_{xy}^2 \gg \sigma_{xx}\sigma_{yy}$ und damit ist $\rho_{xx} \approx \sigma_{yy}/\sigma_{xy}^2$ und $\rho_{yy} \approx \sigma_{xx}/\sigma_{xy}^2$. Die Bandleitfähigkeit $\Delta\sigma_{yy}$ wirkt sich also nur auf ρ_{xx} aus. Sie verschwindet, wenn die Breite W_n des Landaubandes an der Fermikante gegen Null geht. Dies ist bei den Nullstellen der Laguerrepolynome der Fall. Eine Auswertung dieser Nullstellen führt (für große n) zur bekannten Beziehung (2.1). An diesen Stellen ist die modulationsbedingte Verbreiterung der Landauniveaus aufgehoben und (2.1) wird deswegen als *Flachbandbedingung* bezeichnet.

Die Breite eines Landaubandes oszilliert in Abhängigkeit des Magnetfeldes und hängt überdies von der Modulationsperiode a ab. Die Form eines Landaubandes wird dabei wesentlich vom Verhältnis von Streuverbreiterung Γ zu Modulationsverbreiterung ab : Ist Γ vergleichsweise klein (hohe Beweglichkeiten), so

treten an den Bandkanten von Hove-Singularitäten auf und die Landaubänder weisen eine charakteristische Doppelppeakstruktur auf. Für kleine Beweglichkeiten wird die Modulationsverbreiterung durch die Streuverbreiterung verdeckt und die Kommensurabilitätsoszillationen können nicht mehr aufgelöst werden. Die Landaubandstruktur für hohe Beweglichkeiten in Abhängigkeit des Magnetfeldes ist in Abbildung 2.2 dargestellt.

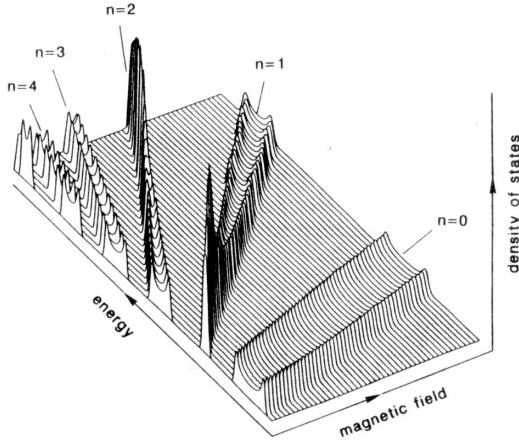


Abbildung 2.2: Modulationsverbreiterte Landauniveaus in Abhängigkeit des Magnetfeldes und der Energie: deutlich sichtbar sind Übergänge von der Doppelppeakstruktur zu δ -förmigen Spitzen (Flachbandpositionen). Die Streuverbreiterung ist klein gegen die Modulationsverbreiterung. Aus [6].

Zusätzlich zur Bandleitfähigkeit führt die veränderte Form der Landauniveaus zu einem weiteren Beitrag, der Streuleitfähigkeit genannt wird. Wie bereits in Abschnitt 1.3.3 beschrieben, hängt die Leitfähigkeit über die Streurrate von der Zustandsdichte an der Fermienergie ab. In [36] wird der entsprechende Zusammenhang folgendermaßen ausgedrückt ($\mu = x$ oder y):

$$\sigma_{\mu\mu}(E) = \frac{\hbar e^2}{l_m^2} \int_0^a dx_0 \frac{1}{a} \sum_{n,n'} |\langle x_0 n | v_\mu | x_0 n' \rangle|^2 A_{nx_0}(E) A_{n'x_0}(E) \quad . \quad (2.4)$$

A_{nx_0} ist eine Spektralfunktion, deren Quadrat sich wie das Quadrat der Zustandsdichte verhält. Somit ist $\sigma_{xx} \propto D^2(E)$ und die Streuleitfähigkeit bildet ein Maximum bei maximaler Zustandsdichte. Dies ist genau bei der Flachbandbedingung der Fall, da ein Landauband hier am schmalsten und damit am höchsten ist (der Entartungsfaktor ist für alle Landauniveaus gleich). Die Streuleitfähigkeit erzeugt also genau dann ein Maximum in der Leitfähigkeit (und über 1.14 gleichzeitig im Widerstand), wenn der zusätzliche Beitrag der Bandleitfähigkeit verschwindet. Sie ist somit für die gegenphasigen Oszillationen in ρ_{yy} verantwortlich und obwohl sie auch in ρ_{xx} auftritt, wird sie dort von der Bandleitfähigkeit dominiert.

Die vorgestellten quantenmechanischen Theorien können die Lage der Oszillationsminima gut vorhersagen und liefern mit Band- und Streuleitfähigkeit überzeugende Ursachen für die Kommensurabilitätsoszillationen. Der Versuch einer quantitativen Beschreibung der Oszillationen gelingt jedoch nicht (siehe Abschnitt 5.2 und [38]). Die Abweichungen sind vor allem auf die Vernachlässi-

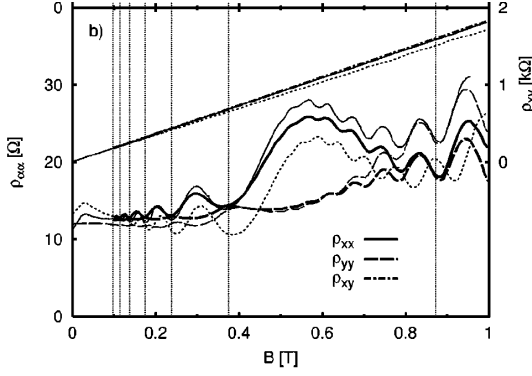


Abbildung 2.3: Vergleich zwischen Theorie (dicke Linien) und Experiment (dünne bzw. gepunktete Linien): Sowohl die dominierenden Oszillationen in ρ_{xx} als auch die schwächeren gegenphasigen Oszillationen in ρ_{yy} werden gut reproduziert. Die gepunktete Linie zeigt eine Messung von ρ_{xx} , die dünne durchgezogene Linie stellt dieselbe Messung nach Kompensation von Ladungsträgerinhomogenitäten dar. Aus [38].

gung anisotroper Streuung zurückzuführen, die in ein analytisches quantenmechanisches Modell nicht zu integrieren ist. In einer Arbeit von Groß und Gerhardts [38] wird deswegen auf numerische Methoden zurückgegriffen, um den Einfluss anisotroper Streuung zu untersuchen. Ein Vergleich dieser Rechnungen mit den Messungen von Weiss zeigt eine sehr gute Übereinstimmung (siehe Abbildung 2.3).

Semiklassische Theorien

Die Flachbandbedingung 2.1 weist die Kommensurabilitätsoszillationen als eine Auswirkung des Zusammenspiels zwischen Zyklotrondurchmesser und Modulationsperiode aus. Dass dies in den quantenmechanischen Theorien nicht explizit zum Ausdruck kommt, war ein Anstoßpunkt für die Entwicklung einer semiklassischen Theorie von Beenakker, welche die Oszillationen als direkte Folge der durch die Modulationen veränderten Elektronenbahnen beschreibt [39]. Der Effekt in ρ_{xx} wird darin auf eine $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift des Zyklotronmittelpunktes aufgrund des periodischen Potentials zurückgeführt. Beenakker bezeichnet die Flachbandbedingung als nicht-resonanten Fall. Hier hat das periodische Potential keine Auswirkungen auf den Zyklotronmittelpunkt; die Zyklotronbahn ist geschlossen (siehe Abbildung 2.4). Anders jedoch bei $2R_C = (\lambda + 1/4)$: Hier bewirkt das periodische Potential eine Verschiebung des Zyklotronmittelpunktes in y-Richtung (resonanter Fall). Diese zusätzliche $\vec{E} \times \vec{B}$ -Driftbewegung aufgrund der Modulation $|\vec{E}| = -dU/dx$ bewirkt eine Erhöhung von ρ_{xx} .

Die Theorie von Beenakker reproduziert die Periodizität und Phasenlage der ρ_{xx} -Oszillationen, die gegenphasigen Oszillationen in ρ_{yy} können jedoch nicht beschrieben werden. Die Dämpfung der Oszillationsamplituden in ρ_{xx} wird als linear mit dem Magnetfeld vorausgesagt. Im Experiment ist die Dämpfung jedoch wesentlich stärker. Als Ursprung dieser Diskrepanz kommt die in Beenackers Theorie als isotrop angenommene Streuung in Frage. Tatsächlich zeigen Monte Carlo Simulationen [41] sowie numerische Lösungen der Boltzmann-Gleichung [40], dass die Einbeziehung von Kleinwinkelstreuung zu einer stärkeren Dämpfung

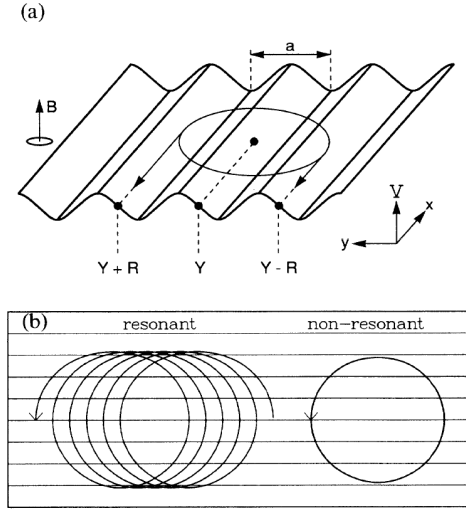


Abbildung 2.4: Kommensurabilitätsoszillationen als oszillierende $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift des Zyklotronmittelpunktes: Im resonanten Fall $2R_C = (\lambda + 1/4)$ (links in (b)) ergibt sich eine Erhöhung von ρ_{xx} , im nicht-resonanten Fall $2R_C = (\lambda - 1/4)$ (rechts in (b)) bleiben die Zyklotronbahnen geschlossen. Zu beachten: im Vergleich mit den Konventionen in dieser Arbeit sind in dieser Abbildung x und y vertauscht. Aus [39].

der Kommensurabilitätsoszillationen führt. Mirlin und Wölfle berücksichtigen die anisotrope Streuung und geben analytische Formeln für die Weissoszillationen in ρ_{xx} an. Sie unterteilen dabei den Magnetfeldbereich, in dem die Oszillationen auftreten, in zwei Bereiche, deren Übergang in etwa bei einem Feld

$$B_1 = \frac{q\hbar k_F}{e\sqrt{2\tau/\tau_q}} \quad (2.5)$$

stattfindet. Für Felder $B > B_1$ gilt:

$$\frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_0} = \eta^2 \frac{e\mu^2 B^3}{\pi q\hbar k_F} \cos^2(qR_C - \pi/4) \quad . \quad (2.6)$$

Die Modulationsstärke wird dabei über $\eta = V_0/E_F$ ausgedrückt. Bei kleinen Feldern $B < B_1$ gilt:

$$\frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_0} = \frac{\eta^2}{4} \frac{q\hbar k_F \mu}{e} [1 + 2e^{-\pi\mu_q B} \sin(2qR_C)] \quad . \quad (2.7)$$

Dabei ist $\mu_q = e\tau_q/m^*$ die der Quantenstreuzeit zugeordnete Beweglichkeit. Nach 2.6 und 2.7 werden die Weissoszillationen zu kleinen Feldern hin zuerst mit B^3 und danach exponentiell gedämpft. Damit lassen sich die Originalmessungen von Weiss *et al.* [28] sehr gut reproduzieren¹ (siehe Abbildung 2.5). Allerdings liefert auch diese Theorie kein Ergebnis für die Oszillationen in ρ_{yy} .

Obwohl die Weissoszillationen in ρ_{xx} eindeutig als klassischer Effekt verstanden werden können, entziehen sich die gegenphasigen Oszillationen in ρ_{yy} bis jetzt jeder semiklassischen Beschreibung. Auch der Versuch von Menne und

¹Allerdings befindet sich ein Fehler in Formel (50) von [42]: statt eines einzelnen Faktors Q müsste dort Q^2 stehen [43].

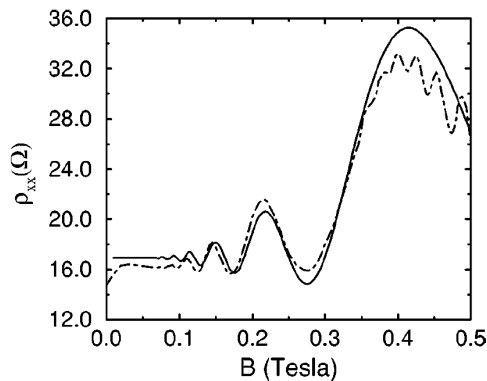


Abbildung 2.5: Vergleich der semiklassischen Theorie von Mirlin und Wölfle [42] (durchgezogene Linie) mit den Originalmessungen von Weiss *et al.* [28] (gestrichelte Linie). Der Übergang zwischen den Regimen aus kubischer und exponentieller Dämpfung liegt bei etwa $B_1 = 0,28 T$. Aus [42].

Gerhardts [40], diese auf eine räumlich modulierte Dichte von Streuzentren (*mobility modulation*) zurückzuführen, schlug fehl. Sowohl in einer analytischen, als auch in einer numerischen Lösung der Boltzmann-Gleichung entstehen aufgrund einer *mobility modulation* zwar schwache Oszillationen in ρ_{yy} , diese sind jedoch in Phase mit den Oszillationen in ρ_{xx} und können damit das Experiment nicht beschreiben. Die quantenmechanische Erklärung als eine Folge der Streuleitfähigkeit bleibt damit der einzige Zugang.

Positiver Magnetowiderstand

Eine weitere charakteristische Eigenschaft von modulierten Systemen ist der positive Magnetowiderstand in ρ_{xx} bei sehr kleinen Feldern. Die bisher erwähnten Theorien können diesen Effekt nicht beschreiben. Er wurde zuerst im Bild des magnetischen Durchbruchs verstanden [32, 33]. Für kleine Magnetfelder existieren neben den Zyklotronorbits noch weitere, nicht geschlossene Trajektorien (*channeled orbits*), welche in Richtung der Äquipotentiallinien der Modulation laufen. Diese kommen dadurch zustande, dass die Lorentzkraft $ev_F B$ kleiner ist als die Kraft $e|\vec{E}| = dU(x)/dx$, welche aus dem periodischen Potential resultiert. Diese offenen Trajektorien (*channeled orbits*) erhöhen den Widerstand ρ_{xx} bis zu einem Magnetfeld B_0 , an dem Gleichgewicht zwischen beiden Kräften erreicht ist:

$$B_0 = \frac{2\pi V_0}{eav_F} \quad (2.8)$$

Mit dieser Gleichung kann über die Messung von B_0 die Modulationsamplitude bestimmt werden. Dieses Ergebnis muss jedoch modifiziert werden, wie eine detailliertere Analyse von Mirlin *et al.* [44] ergibt. Unter Einbeziehung anisotroper Streuung wird darin der Beitrag der offenen Bahnen zum Widerstand ρ_{xx} in Abhängigkeit des Magnetfeldes berechnet. Dabei zeigt sich, dass das Maximum im Magnetowiderstand bereits unterhalb des durch 2.8 definierten B_0 erreicht wird. Eine aus 2.8 berechnete Modulationsamplitude liefert deswegen ein zu kleines Ergebnis. Für den exakten Verlauf des Widerstandes geben Mirlin *et al.* analytische Formeln an, deren Gültigkeitsbereich durch die Modulationsstärke bestimmt

wird. Für eine genügend starke Modulation $\eta \gg \tau_q/\tau$ gilt:

$$\frac{\Delta\rho_{xx}^{ch}}{\rho_0} = \sqrt{\frac{2}{\pi^2}} \eta^{7/2} (ql_e)^2 F_{ch}(\beta) \quad . \quad (2.9)$$

Dabei ist $\beta = B/B_0$ und $F_{ch}(\beta)$ eine vom Magnetfeld abhängige Funktion, die den Beitrag der offenen Bahnen am Widerstand beschreibt. Wie in Abbildung 2.6 dargestellt, hat F_{ch} ihr Maximum bei etwa $0,4B_0$. Für diesen Fall unterschätzt die Formel 2.8 die Modulationsamplitude um den Faktor 2,5.

Eine schwächere Modulation $\eta < \tau_q/\tau$ liefert ein etwas anderes Ergebnis:

$$\frac{\Delta\rho_{xx}^{ch}}{\rho_0} = \frac{2^{3/2}}{\pi^2} \eta^{5/2} q^2 l_e l_q F'_{ch}(\beta) \quad . \quad (2.10)$$

Hier ist $l_q = v_F \tau_q$ eine der Quantenstreuzeit zugeordnete freie Weglänge und $F'_{ch}(\beta)$ eine zu $F_{ch}(\beta)$ ähnliche Funktion mit dem Maximum bei $0,6B_0$. In diesem Fall liegt 2.8 um den Faktor $5/3$ zu niedrig.

Für noch schwächere Modulationen $\eta^{3/2} ql_e \ll 1$ (in der Praxis bedeutet das etwa $\eta \leq 1-2\%$) tritt laut der Theorie gar kein positiver Magnetowiderstand auf, da hier Streueffekte die Auswirkungen des periodischen Potentials dominieren. Ein Vergleich mit einem Experiment ist in Abbildung 2.6 zu sehen: die Übereinstimmung ist sehr gut und auch die Modulationsstärke ergibt sich konsistent aus zwei Implikationen der Theorie: einmal aus der B -Position des Maximums und zusätzlich aus der Höhe dieses Maximums.

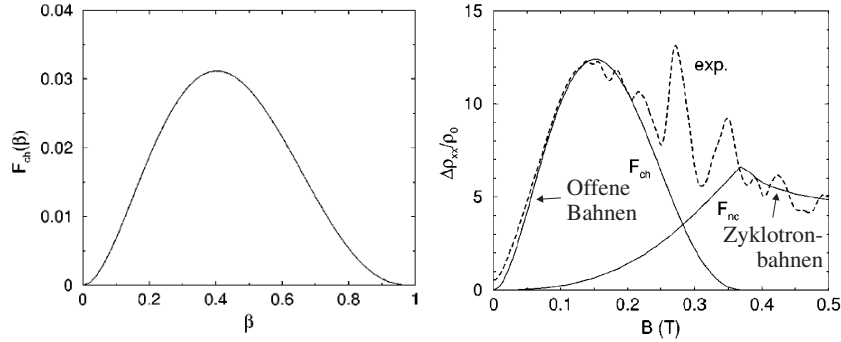


Abbildung 2.6: Links: Die Funktion $F_{ch}(\beta)$, die den Beitrag der offenen Trajektorien zum Widerstand ρ_{xx} in Abhängigkeit des Magnetfeldes beschreibt. Das Maximum liegt bei etwa $0,4B_0$. Rechts: Vergleich zwischen Theorie [44] und Experiment [45]. Der positive Magnetowiderstand stammt von den offenen Bahnen, erst bei größeren Feldern dominieren Zyklotronbahnen den Magnetowiderstand. Aus [44].

Insgesamt bieten die Theorien von Mirlin et al. [42, 44] eine komplette analytische Beschreibungsmöglichkeit der Kommensurabilitätsoszillationen in ρ_{xx} . Im

Kontrast zu den quantenmechanischen Modellen liefert ein Vergleich von Theorie und Experiment eine um zwei- bis dreifach höhere Modulationsamplitude V_0 . Mirlin et al. führen das darauf zurück, dass die in der Quantentheorie vernachlässigte Kleinwinkelstreuung die Oszillationen stärker dämpft und dadurch die Modulationsstärke unterschätzt wird. Wie bereits erwähnt, wird dieses Argument durch Untersuchungen unterstützt, in denen anisotrope Streuung numerisch in eine quantenmechanische Theorie integriert wird [38].

2.3 1D magnetische Modulation

Ebenso wie ein periodisches elektrostatisches Potential zeigt ein räumlich periodisch oszillierendes Magnetfeld Auswirkungen im Transportexperiment. Das Wechselspiel der Modulationsperiode mit dem Zyklotrondurchmesser sorgt wieder für $1/B$ -periodische Oszillationen, die sich jedoch aufgrund ihrer Phasenlage deutlich von den elektrischen Kommensurabilitätsoszillationen abgrenzen lassen.

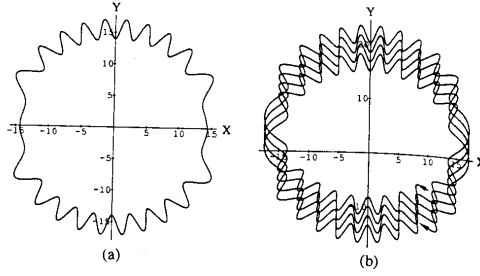


Abbildung 2.7: Deformation der Zyklotronbahnen durch ein periodisch moduliertes Magnetfeld. Links: bei der magnetischen Flachbandbedingung $2R_C/a = 10 + 1/4$ ergeben sich geschlossene Trajektorien. Rechts: ansonsten entsteht eine Driftbewegung, die zu einer Erhöhung von ρ_{xx} führt. Aus [46].

Zunächst zur Theorie: Quantenmechanische Rechnungen stammen von Xue und Xiao [46], sowie von Peeters und Vasilopoulos [47]. Das periodische Magnetfeld wird über ein Vektorpotential $\vec{A} = (0, Bx + (B_m/q) \sin(qx), 0)$ berücksichtigt, wobei B_m die Amplitude der Modulation angibt. Analog zum elektrischen Fall wird die schwache Modulation störungstheoretisch behandelt, wodurch sich wiederum eine oszillierende Landaubandbreite ergibt, deren Auswertung (für hohen Landauniveauindex) jedoch zu einer anderen Flachbandbedingung führt:

$$2R_C = \left(\lambda + \frac{1}{4} \right) a \quad . \quad (2.11)$$

Die Landauniveauverbreiterung ist bei gleicher Modulationsstärke ($V_0 = \hbar\omega_m$ mit $\omega_m = eB_m/m^*$) um den Faktor $ak_F/2\pi$ größer als im elektrischen Fall [47]. Die oszillierende Landaubandbreite hat auch hier zwei Konsequenzen: Einerseits führt die Verbreiterung zu einer Dispersion und damit zu einem zusätzlichen Beitrag zum Widerstand $\Delta\rho_{xx}$. Andererseits entstehen bei der Flachbandbedingung Maxima in der Zustandsdichte und daraus resultieren Maxima der Streuleitfähigkeit in ρ_{xx} und ρ_{yy} . Was die Quantentheorie betrifft, werden demnach genau wie

im elektrischen Fall ausgeprägte Oszillationen in ρ_{xx} und kleinere gegenphasige Oszillationen in ρ_{yy} vorhergesagt. Als einziger Unterschied bleibt die veränderte Flachbandbedingung.

In Anlehnung an die semiklassische Theorie zur elektrischen Modulation von Beenakker [39] wurden auch für den magnetischen Fall Theorien entwickelt, welche die Kommensurabilitätsoszillationen in ρ_{xx} als Folge einer modulationsbedingten Drift des Zyklotronmittelpunktes darstellen. Die Driftbewegung stammt hier von der Deformation der Zyklotronbahnen durch das periodische Magnetfeld (siehe Abbildung 2.7). Diese semiklassischen Theorien [46, 55, 40] reproduzieren für ρ_{xx} die Lage der Minima 2.11. Für ρ_{yy} werden keine Auswirkungen der Modulation vorausgesagt.

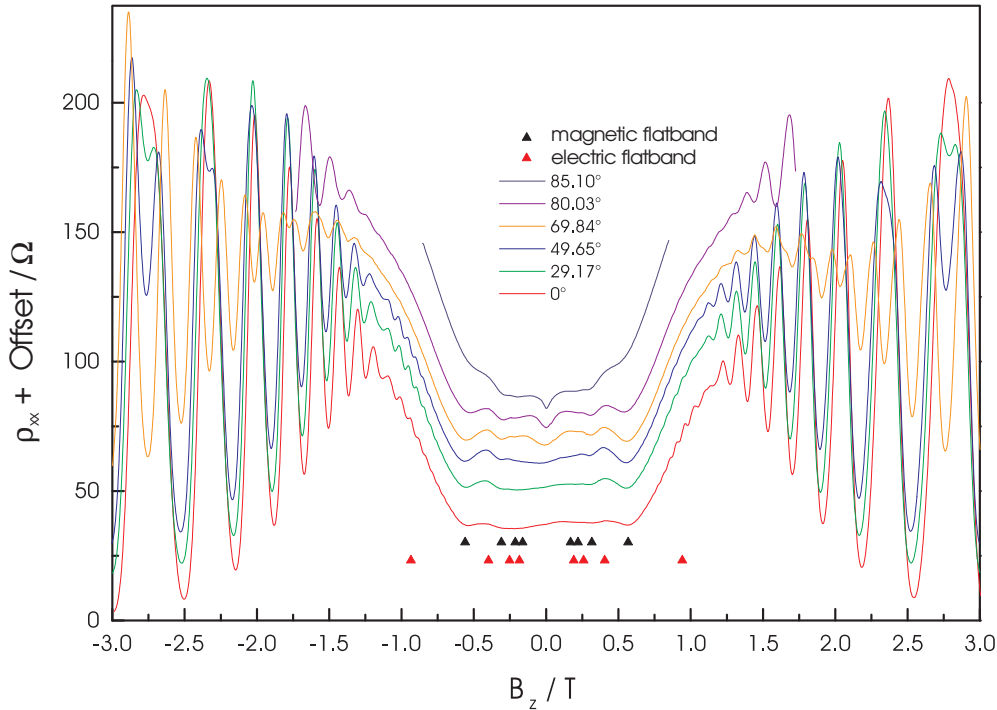


Abbildung 2.8: Magnetische Modulation senkrecht zur Stromrichtung. Mit steigendem Verkippungswinkel wird die Modulationsstärke erhöht und mehr Kommensurabilitätsoszillationen können aufgelöst werden. Zur besseren Lesbarkeit wurde jede Kurve mit einem Offset versehen. Aus [51].

Experimente von Ye et al. [48], Lerner [51] und Carmona et al. [49] benutzen ferromagnetische bzw. supraleitende Streifen zur Erzeugung einer magnetischen Modulation. In allen drei Arbeiten treten die erwarteten Kommensurabilitätsoszillationen in ρ_{xx} auf. Aufgrund einer Überlagerung von magnetischer und elektrischer Modulation ist die Identifizierung der Flachbandpositionen jedoch schwierig (die elektrostatische Modulation ist dabei eine unerwünschte Folge des Aufbringens von Strukturen auf die Probenoberfläche). Nur für die größten Modulati-

onsstärken (bei Y_e ca. 40 mT) kann man den elektrischen Anteil vernachlässigen und die Minima der Oszillationen liegen tatsächlich bei der magnetischen Flachbandbedingung 2.11 (siehe Abbildung 2.8). Eine Überlagerung von elektrischer und magnetischer Modulation wird weiter unten beschrieben.

Weitere Arbeiten [50, 51, 52] untersuchen auch den Fall, bei dem die magnetische Modulation parallel zur Stromflußrichtung orientiert ist. Die theoretisch vorhergesagten gegenphasigen ρ_{yy} -Oszillationen können jedoch nicht gefunden werden. Es werden Schwebungen und Unregelmäßigkeiten in den SdH-Oszillationen beobachtet, die als Folge der Modulationen interpretiert werden. Insbesondere findet ein als *even-odd transition* bezeichneter Übergang statt, bei dem die Minima der SdH-Oszillationen von geradzahigen Füllfaktoren zu ungeradzahigen Füllfaktoren wechseln [52]. Dieser Übergang tritt genau bei den Schwebungsminima auf und wird in einer Theorie von Shi et al. [53] einem Überlappen der modulationsverbreiterten Landauniveaus zugeschrieben. Ein ähnlicher even-odd Übergang wird auch in stark elektrisch modulierten Systemen beobachtet [54].

2.4 Überlagerung von magnetischer und elektrischer Modulation

Bei der Erzeugung von periodischen Magnetfeldern im 2DEG wird stets strukturiertes Material auf die Probenoberfläche aufgebracht. Beim Abkühlen werden Verspannungen ins 2DEG-Material induziert, die über den piezoelektrischen Effekt zu einer, meist unerwünschten, elektrischen Modulation führen. Eine rein magnetische Modulation ist daher experimentell nicht zu verwirklichen, und die Auswertung einer Überlagerung beider Modulationsarten bedarf einer theoretischen Vorbetrachtung. Die Auswirkung der Überlagerung hängt dabei von zwei Faktoren ab: erstens vom Verhältnis der Modulationsstärken, welches meist durch $\delta = 2\pi V_0 / ak_F \hbar \omega_C$ ausgedrückt wird, und zweitens von der relativen Phase der beiden Modulationen. Semiklassische Theorien [40, 55] sowie quantenmechanische Rechnungen [47] gelangen bei der Auswertung zu qualitativ gleichen Ergebnissen: Bei gleichphasigen Modulationen hängt die Flachbandbedingung und damit die Lage der Minima vom Verhältnis der Modulationsstärken ab [47]:

$$2R_C = \left(\lambda + \frac{1}{4} - \frac{1}{\pi} \arctan \delta \right) a \quad . \quad (2.12)$$

Dieses Verhalten wird in einer Arbeit von Endo et al. [56] experimentell bestätigt. Ein anderer interessanter Fall tritt bei einer Phasenverschiebung von $\pi/2$ zwischen magnetischer und elektrischer Modulation auf. Dies führt zu einer additiven Überlagerung der entsprechenden Oszillationen, was zu einem kontinuierlichen Invertieren der Kommensurabilitätsoszillationen führt (ohne Phasenverschiebung der Minima).

2.5 2D Modulation

Der Übergang von ein- zu zweidimensionaler Modulation bereichert das Energiespektrum der Elektronen im 2DEG um weitere Energielücken und führt zu einer Aufspaltung der Landaubänder. Das bereits 1976 von Hofstadter berechnete Spektrum hat ein fraktales Aussehen und wird als Hofstadter-Schmetterling bezeichnet [57]. Im Fall einer schwachen zweidimensionalen Modulation wird der Hofstadter-Schmetterling auf die modulationsverbreiterten Landaubänder projiziert und sorgt so für die Aufspaltung in Subbänder [58].

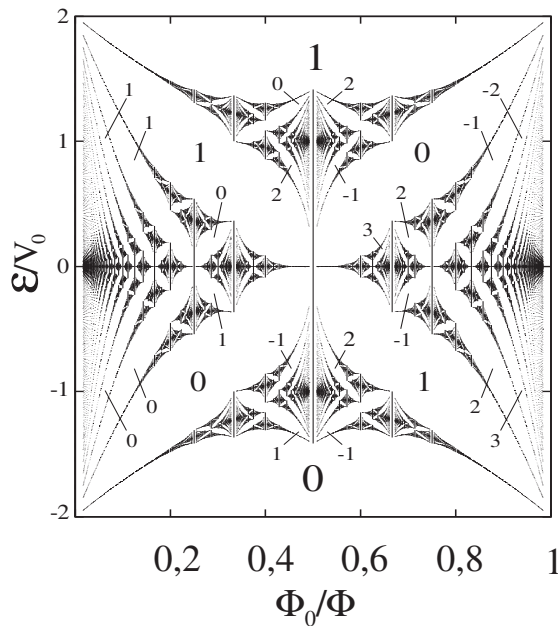


Abbildung 2.9: Der Hofstadter-Schmetterling, das fraktale Energiespektrum eines zweidimensional modulierten 2DEGs im Magnetfeld. Im Experiment können höchstens die größten Strukturen nachgewiesen werden. Die Zahlen geben die Beiträge der Subbänder zur Hall-Leitfähigkeit in Einheiten von e^2/h wieder. Nicht-monotone Zahlenfolgen der (aufgelösten) Energielücken vertikal durch das Energiespektrum führen zu nicht-monotonem Verhalten der Hall-Leitfähigkeit. Nach [59].

Die Aufspaltung der Landaubänder ist dabei abhängig von der Größe des magnetischen Flusses $\phi = Ba^2$ durch eine Einheitszelle des Modulationsübergitters mit der Kantenlänge a . Wie in Abbildung 2.9 dargestellt, kommt es bei bestimmten Abszissen zur Ausbildung von beliebig vielen Energielücken unterschiedlicher Größe. Im Experiment werden die meisten dieser Strukturen aber durch die Streuverbreiterung ausgeschmiert und nur die größten Energielücken bieten die Chance einer Auflösbarkeit in der Messung. Dies äußert sich in einem Aufspalten der zugehörigen SdH-Maxima. Dieser Mechanismus wird an der Flachbandbedingung unterbunden, weil dort die Modulationsverbreiterung der Landaubänder verschwindet und die Subbandaufspaltung deshalb nicht zum Tragen kommt. Weitere Auswirkungen des Hofstadter-Schmetterlings zeigen sich im Hallwiderstand bzw. der Hall-Leitfähigkeit. Diese ist beim Durchgang der Fermienergie durch eine Subbandenergielücke stets in ganzzahligen Einheiten von e^2/h quantisiert [60]. Darüberhinaus geben unterschiedliche Energielücken unterschiedliche Beiträge zur Hall-Leitfähigkeit, wie in Abbildung 2.9 dargestellt [61]. Dies führt zu einem nicht-monotonen Verhalten der Hall-Leitfähigkeit, was im Experiment

zusammen mit der SdH-Aufspaltung als sicheres Indiz für Auflösung des Hofstadter'schen Energiespektrums gelten darf. Tatsächlich wurden solche Experimente erfolgreich durchgeführt [62, 63].

Ein Großteil der Experimente an zweidimensional modulierten Systemen kann jedoch die Auswirkung des Hofstadter-Schmetterlings nicht direkt zum Vorschein bringen, da hierfür sehr kleine Modulationsperioden und hohe Beweglichkeiten notwendig sind [64]. Als einzige Folge der Modulation bleiben Kommutabilitätsoszillationen im Magnetowiderstand, deren Phasenlage nur indirekte Hinweise auf die Subbandstruktur der Landauniveaus gibt: bei großer Streuverbreiterung werden die Energielücken innerhalb eines Landaubandes komplett geschlossen. Wie im eindimensionalen Fall führt dann eine oszillierende Landaubandbreite zu Bandleitfähigkeits-Oszillationen mit Minima bei der Flachbandbedingung 2.1 [65]. Bei höheren Beweglichkeiten (kleinere Streuverbreiterung) beginnen sich die Energielücken der Subbänder auszubilden und unterdrücken die Bandleitfähigkeit; Widerstandsoszillationen mit Maxima bei der Flachbandbedingung werden beobachtet [66, 67].

Kapitel 3

Persistenter Photoeffekt und interferometrische Belichtung

Die in dieser Arbeit verwendete Technik der *in-situ*-interferometrischen Belichtung beruht auf dem Einfrieren eines räumlichen Musters von ionisierten Störstellen, welches durch einen kurzen Lichtpuls erzeugt wird. Dieses Einfrieren wird durch den persistenten Photoeffekt vermittelt, der dafür sorgt, dass bei tiefen Temperaturen durch Photoionisation erzeugte Ladungsträger auch nach dem Ausschalten der Lichtquelle erhalten bleiben. Wie sich herausstellt, ist der persistente Photoeffekt eng verknüpft mit einer Bistabilität in der Störstellenkonfiguration, den so genannten DX Zentren.

3.1 Der persistente Photoeffekt

Der persistente Photoeffekt tritt in $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Legierungen mit einem Aluminiumanteil von $x > 0,22$ bei Temperaturen unterhalb von etwa 150 K auf. Die durch Photoionisation erzeugten Ladungsträger bleiben nach dem Ausschalten der Lichtquelle über einen Zeitraum von Tagen erhalten und können nur durch ein Erwärmen der Probe auf über 150 K wieder aus dem Leitungsband entfernt werden. In Abbildung 3.1 ist die Abhängigkeit der Ladungsträgerdichte von der Temperatur vor und nach einer Belichtung dargestellt.

In der gewählten halblogarithmischen Auftragung der Ladungsträgerdichte gegen die inverse Temperatur werden Besetzungsverhältnisse Boltzmannverteilter Energieniveaus verdeutlicht. Die durchgezogene Linie beruht auf einem 2-Niveau-Modell, in dem jede Störstelle ein Elektron entweder in einen energetisch tiefen oder in einen energetisch flachen Zustand einfangen kann. Die exzellente Übereinstimmung der experimentellen Daten mit diesem Modell legt eine Bistabilität des Donators nahe. Desweiteren fällt die bei tiefen Temperaturen um Größenordnungen höhere Ladungsträgerkonzentration nach Beleuchten auf. Sie deutet auf einen Mechanismus hin, der die Rekombination freier Elektronen

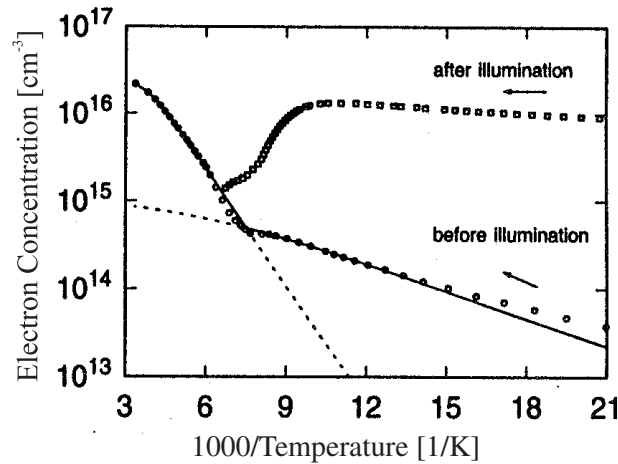


Abbildung 3.1: Der persistente Photoeffekt in Si-dotiertem $\text{Al}_{0,29}\text{Ga}_{0,71}\text{As}$: Nach Belichtung bei tiefen Temperaturen bleibt die erhöhte Ladungsträgerkonzentration bis zu hohen Temperaturen erhalten (aus [73]).

mit ionisierten Störstellen verhindert. Beide Merkmale, die Bistabilität und die Rekombinationsbarriere, können anhand der heute bekannten mikroskopischen Eigenschaften der Störstellen erklärt werden.

In einem einfachen Modell berechnet man die Bindungsenergien der äußeren Elektronen von Fremdatomen im Halbleitergitter in Analogie zur Bindungsenergie des Wasserstoffs (13,6 eV). Man ersetzt die freie Elektronenmasse durch die effektive Elektronenmasse des Wirtskristalls und trägt dem reduzierten Bindungspotential im Kristall durch das Einfügen der dielektrischen Konstante Rechnung [7]. Dadurch verändert sich der Wert der Bindungsenergie um einen Faktor $\frac{m^*}{m_e}\epsilon^{-2}$. Für Si-Donatoren in GaAs beträgt dieser Faktor ungefähr 10^{-4} , die Bindungsenergie der überschüssigen Elektronen liegt also im einstelligen *meV*-Bereich. Diese flachen Störstellen sind für die nicht verschwindende Leitfähigkeit von dotierten Halbleitern verantwortlich. Sie erzeugen das flachere Teilstück der durchgezogenen Linie in Abb. 3.1. Die energetisch tieferliegenden Zustände rühren von einer anderen Konfiguration derselben Störstellen her, den so genannten DX-Zentren.

3.1.1 DX-Zentren

Beim Dotieren von GaAs mit Silizium wird die Mehrheit der Si-Atome auf Gallium-Plätzen ins Kristallgitter eingebaut ($\frac{[\text{Si}]_{\text{Ga}}}{[\text{Si}]_{\text{As}}} \approx 10$) und fungiert daher als Donator [68]. In $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Legierungen mit einem Aluminiumanteil $x > 0,22$ existiert eine weitere energetisch günstige Möglichkeit, die Donatoratome ins Gitter zu integrieren: Durch das Abrücken von einem symmetrischen Gitterplatz minimiert das Si-Atom *unter Aufnahme eines zusätzlichen Elektrons* seine Ener-

gie. Das Si-Atom bewegt sich etwa 1 \AA entlang der $\langle 111 \rangle$ -Achse auf einen interstitiellen Platz (siehe Abbildung 3.2). Rechnungen zeigen, dass diese negativ geladene Konfiguration stabil ist [69, 70]. Je nach Ladungszustand kann der Donator also verschiedene Positionen im Kristall einnehmen, wobei man die interstitielle Konfiguration mit DX-Zentrum bezeichnet¹.

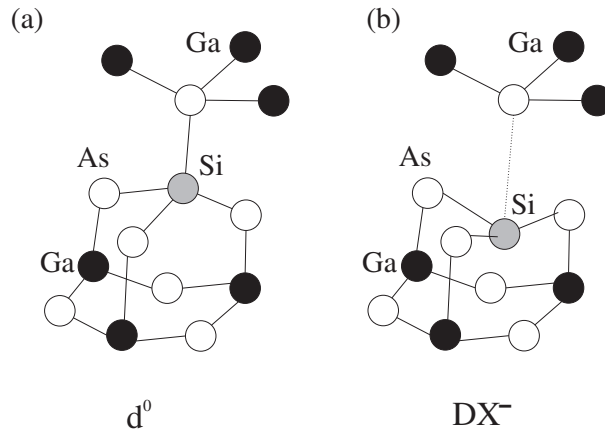


Abbildung 3.2: Ein Si-Atom wird in ein GaAs-Gitter an Stelle eines Ga-Atoms eingebaut. Neben der symmetrischen Lage im Gitter (a) existiert auch eine asymmetrische Gleichgewichtslage (b). Diese liegt unter Umständen energetisch günstiger und wird als DX-Zentrum bezeichnet (nach [69]).

Der Übergang vom negativ geladenen interstitiellen DX^- -Zustand in einen neutralen (d^0) oder ionisierten (d^+) Zustand auf einem symmetrischen Gitterplatz ist demnach stets mit einer Verzerrung des Kristallgitters verbunden. Gleiches gilt für den umgekehrten Vorgang der Rekombination von Elektronen mit ionisierten Störstellen, was das Auftreten einer Energiebarriere für diese Vorgänge plausibel macht. Eine schematische Übersicht der Energielandschaft einer tiefen Störstelle ist in Abbildung 3.3 gezeigt. Die Gesamtenergie des Donators ist gegen eine generalisierte Koordinate Q aufgetragen, welche ein Gesamtmaß für alle Änderungen in den Koordinaten der Störstelle und deren Nachbarn darstellt. Die um Q_0 zentrierte Parabel zeigt die Gesamtenergie des Donators, wenn dieser ionisiert ist und damit auf einem symmetrischen Gitterplatz steht. Die Parabel um Q_{DX} stellt die Energie des DX-Zentrums im interstitiellen Zustand DX^- dar. Um das DX-Zentrum thermisch zu ionisieren, ist die Energie E_e von Nöten, bei der Rekombination muss die Energiebarriere E_b überwunden werden. Nach dem Frank-Condon-Prinzip wird ein optischer Übergang in einem solchen Diagramm durch vertikale Übergänge dargestellt, bei der Photoionisation eines DX-Zentrums wird demnach eine Energie größer E_0 benötigt.

Die Zustände DX^0 und DX^+ einer interstitiellen Konfiguration ohne ein

¹Anfangs wurde vermutet, es handle sich um eine Wechselwirkung eines Donators (D) mit einem Kristalldefekt (X), daher der Name [71].

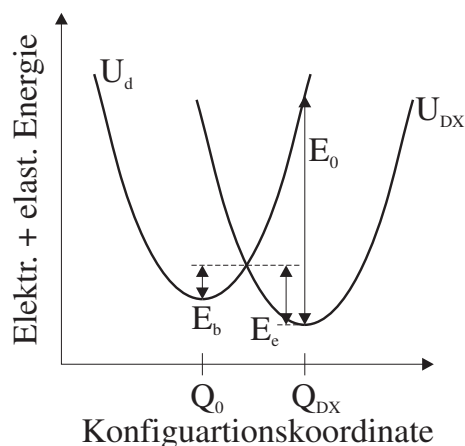


Abbildung 3.3: Energieschema einer Störstelle mit Gitterdefekt in $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$ (DX-Zentrum): die beiden Parabeln repräsentieren die Energien im ionisierten (Q_0) bzw. im nicht ionisierten Zustand (Q_{DX}). E_e und E_b sind thermische Aktivierungsenergien für Elektronenabgabe und -einfang. E_0 ist die Photoionisationsenergie (nach [73]).

zusätzliches Elektron sind nicht stabil und treten höchstens als temporäre Übergangszustände bei der Photoionisation auf. Das zur Bildung eines DX-Zentrums benötigte Elektron wird von einer flachen Störstelle zur Verfügung gestellt:



Das bedeutet, dass sich höchstens die Hälfte aller Donatoren in einem interstitiellen DX-Zustand befinden können. Die Photoionisation geht in zwei Schritten vor sich: zuerst geht das Donatoratom unter Abgabe eines Elektrons in den instabilen DX^0 -Zustand über. Von da aus kann das Donatoratom ein weiteres Elektron ins Leitungsband abgeben und dabei selber auf einen symmetrischen Gitterplatz relaxieren (die Aktivierungsenergie für diesen Vorgang ist wesentlich kleiner als beim DX^- -Zustand). Weitere Möglichkeiten eines Zerfalls des temporären DX^0 -Zustandes sind die weitere Photoionisation oder der Einfang eines Elektrons aus dem Leitungsband und der damit einhergehende Rückgang in den DX^- -Zustand. Offenbar sind die beiden letzteren Mechanismen vergleichsweise langsam gegenüber der thermischen Relaxation in einen d^+ -Zustand, so dass bei einem Großteil der Fälle durch ein Photon zwei Elektronen ins Leitungsband abgegeben werden [72].

Die Größen der involvierten Energien werden durch den Aluminiumanteil der Legierung bestimmt. Ab einem Anteil von $x > 0,22$ nimmt die Bindungsenergie der DX-Zentren stetig zu bis zu einem Anteil von etwa 0,4 (Übergang vom direkten zum indirekten Halbleiter). Für höhere Aluminiumkonzentrationen nimmt die Bindungsenergie wieder kontinuierlich ab. In seiner interstitiellen Lage befindet sich das Donatoratom in räumlicher Nähe zu drei Ga-Atomen (siehe Abb.

3.2). Mit zunehmenden Molanteil des Aluminiums wird es immer wahrscheinlicher, dass eines, zwei oder alle drei dieser Ga-Atome durch Al-Atome ersetzt sind, was zu insgesamt vier diskreten DX-Energieniveaus führt (siehe Abb. 3.4).

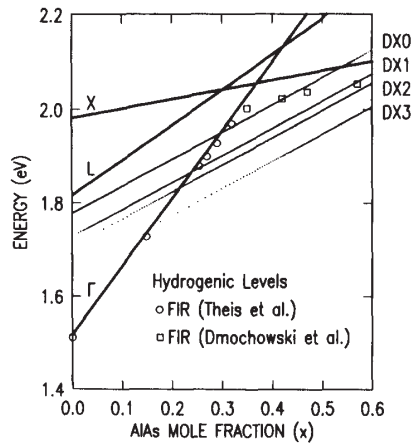


Abbildung 3.4: Bandkanten und wichtige tiefe und flache Energieniveaus von Störstellen in $Al_xGa_{1-x}As$ in Abhängigkeit des Aluminiumanteils. Die Dichte der Punkte ist proportional zur vorhandenen Anzahl der Konfiguration in der Legierung (aus [72]).

Der persistente Photoeffekt und seine mikroskopischen Ursachen in n-dotierten Halbleiterlegierungen sind heutzutage gut verstanden. Bei Anwendung des Effektes in modulationsdotierten Halbleiterheterostrukturen stellt sich allerdings die Frage, wie die Elektronen aus dem Leitungsband des AlGaAs über die Energiebarriere ins 2DEG gelangen. Gleich nach der Anregung haben die Elektronen zwar genug Energie, um ins 2DEG zu gelangen, sie relaxieren aber sehr schnell und es ist nicht anzunehmen, dass alle angeregten Elektronen sofort die Energiebarriere überwinden. Befinden sie sich einmal auf dem Boden des Leitungsbandes im AlGaAs bleibt nur die Möglichkeit, die Energiebarriere zu durchtunneln oder durch die ohmschen Kontakte ungehindert ins 2DEG zu gelangen [75].

3.2 In-situ-interferometrische Belichtung

Mit Hilfe des persistenten Photoeffektes können Störstellen dauerhaft ionisiert werden. Die ionisierten Störstellenrümpfe sind ortsfest und verändern durch ihre positive Ladung die Potentiallandschaft der Elektronen im 2DEG. Will man die Elektronen einem räumlich periodischen Potential unterwerfen, bietet es sich an, den persistenten Photoeffekt in Kombination mit dem streifenförmigen Interferenzmuster zweier kohärenter Lichtstrahlen zu benutzen. Dieses Verfahren nennt man *in-situ*-interferometrische Belichtung. Es ist die Grundlage aller in dieser Arbeit gemachten Messungen.

Die Probe wird dabei im Dunkeln auf Temperaturen unter 5 K abgekühlt. Dann wird sie einem kurzen Lichtpuls zweier kohärenter aufgeweiteter Laserstrahlen ausgesetzt, die auf der Probenoberfläche überlappen und dort ein Interferenzmuster bilden. Dieses Interferenzmuster erzeugt mittels des persistenten

Photoeffektes eine periodische Modulation des Leitungsbandes im 2DEG (siehe Abb. 3.5). Anschließend können in Magnetotransportmessungen die Auswirkungen der Modulation untersucht werden, solange bis die Probe wieder einer Temperatur über 150 K ausgesetzt wird und das modulierende Muster gelöscht wird.

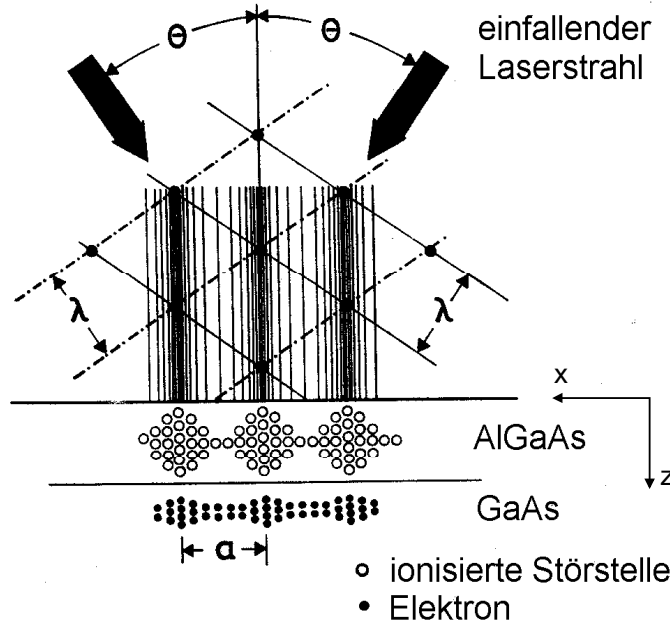


Abbildung 3.5: Die interferometrische Belichtung sorgt für eine räumlich periodische Ionisation tiefer Störstellen, deren kosinusförmiger Verlauf sich auf das Leitungsband überträgt. Aus [6].

Die Lichtstrahlen werden durch ebene Wellen beschrieben

$$\vec{E}_j = \vec{A}_j e^{i(\vec{k}_j \vec{r} - \omega t)} \quad , \quad (3.2)$$

die in Richtung \vec{A}_j linear polarisiert sind. Die Strahlen fallen von gegenüberliegenden Seiten unter einem Winkel Θ zur Probennormalen ein. Mit dem in Abb. 3.5 definierten Koordinatensystem haben die Wellenvektoren \vec{k}_j folgendes Aussehen:

$$\vec{k}_1 = \begin{pmatrix} k \sin \Theta \\ 0 \\ k \cos \Theta \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{k}_2 = \begin{pmatrix} -k \sin \Theta \\ 0 \\ k \cos \Theta \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad k = 2\pi/\lambda \quad . \quad (3.3)$$

Eine Berechnung der Intensitätsverteilung in der $z = 0$ -Ebene ergibt:

$$I(x, y) = |\vec{E}_1 + \vec{E}_2|_{z=0}^2 = \vec{A}_1^2 + \vec{A}_2^2 + 2\vec{A}_1 \vec{A}_2 \cos(2kx \sin \Theta - \Phi) \quad . \quad (3.4)$$

Φ ist die Phasenverschiebung der beiden einfallenden Strahlen. Das Interferenzmuster besitzt also eine kosinusförmige Intensitätsverteilung in einer Richtung,

das erwartete Streifenmuster. Die Periodenlänge a ergibt sich zu:

$$a = \frac{\lambda}{2 \sin \Theta} \quad . \quad (3.5)$$

Wichtig für das Experiment ist auch die relative Polarisationsrichtung beider Strahlen: optimalen Kontrast mit verschwindender Intensität bei den Minima erhält man nur bei exakt paralleler Polarisation der einfallenden Strahlen.

Die Idee der interferometrischen Belichtung wurde zuerst von Tsubaki *et al.* angewendet, um die Ladungsträgerdichte im 2DEG lateral zu modulieren [74]. Zweidimensionale Modulationen wurden zum ersten Mal von Weiss *et al.* realisiert, indem zwei aufeinanderfolgende Belichtungen aus um 90° gedrehten Richtungen gemacht wurden [66].

Kapitel 4

Proben und Messaufbau

Will man den fraktionalen Quanten Hall Effekt im Experiment sichtbar machen, werden hohe Anforderungen an Probenqualität und Messaufbau gestellt: Beweglichkeiten von über $10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, Temperaturen im Millikelvinbereich und Magnetfelder über 10 T stellen für den FQHE ein Mindestmaß dar. Diese Anforderungen setzen den Rahmen für die praktische Umsetzung: Die tiefen Temperaturen können nur bei ausreichend kleinen Messströmen erreicht werden. Dies impliziert kleine Spannungssignale und macht den Einsatz von Lock-In-Verstärkern und Maßnahmen zur Rauschunterdrückung nötig. Die hohen Magnetfelder und tiefen Temperaturen begrenzen in der Praxis den für Experimente zur Verfügung stehenden Raum und stellen enorme Anforderungen an Material und Feinwerktechnik. Proben höchster Qualität wurden von den weltweit führenden MBE-Labors zur Verfügung gestellt. Details der verwendeten Techniken und Aufbauten werden in den folgenden Abschnitten dargestellt.

4.1 Proben

4.1.1 Material

Alle in dieser Arbeit verwendeten Proben bestehen aus Schichtstrukturen von GaAs und AlGaAs, wie sie in Abschnitt 1.1.2 grundlegend vorgestellt wurden. Die Dotierung ist über eine gewisse Schichtdicke ausgedehnt, da der Erfahrung nach Proben mit δ -Dotierung mit der interferometrischen Belichtung nicht funktionieren. Details der verwendeten Proben sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

4.1.2 Prozessierung

Die Probenprozessierung geschieht größtenteils im Reinraum. Zuerst wird das Material in kleinere Teile gebrochen, auf denen mehrere Hallbar-Strukturen definiert werden. Anfangs wird durch optische Lithographie und nasschemisches

Wafer Nr.	Quelle	Al- anteil x	2DEG- Tiefe [nm]	dunkel		nach Beleuchten	
				n_s [cm ⁻²]	μ [cm ² /Vs]	n_s [cm ⁻²]	μ [cm ² /Vs]
8790	Eberl	0,33	100	$2,23 \cdot 10^{11}$	$0,64 \cdot 10^6$	$4,5 \cdot 10^{11}$	$1,18 \cdot 10^6$
4-50	Umansky	0,35	62	$2,5 \cdot 10^{11}$	$1,7 \cdot 10^6$	$4,6 \cdot 10^{11}$	$3,2 \cdot 10^6$
10-10-89.1	Pfeiffer	0,33	297	$1,15 \cdot 10^{11}$	$5,47 \cdot 10^6$	$1,76 \cdot 10^{11}$	$8,13 \cdot 10^6$
D040326A	Wegsch.	0,36	109			$1,84 \cdot 10^{11}$	$10 \cdot 10^6$
D040328A	Wegsch.	0,30	109			$2,05 \cdot 10^{11}$	$11,3 \cdot 10^6$
D040422A	Wegsch.	0,30	89			$2,77 \cdot 10^{11}$	$5,32 \cdot 10^6$

Tabelle 4.1: Übersicht der verwendeten Probenmaterialien. Die angegebenen Ladungsträgerdichten n_s und Beweglichkeiten μ wurden bei einer Temperatur von 4,2 K vom Hersteller gemessen. Einflüsse der Prozessierung und unterschiedliche Belichtungsparameter führen zu abweichenden Messergebnissen.

Ätzen die Hallbar-Mesa erzeugt. Anschließend werden Kontakte auf die Potentialsonden aufgedampft und einlegiert. In einem weiteren Schritt werden diese Kontaktpads ein zweites Mal metallisiert¹. Das nun fertig strukturierte Material wird in einzelne Hallbar-Strukturen gebrochen und in Chipcarrier eingeklebt. Die Chipcarrier dienen der wohldefinierten Aufnahme der Probe im Probenstab. Der elektrische Kontakt zwischen Chipcarrier und Probe wird durch Ultraschall-Bonden von Au- oder Al-Drähten erreicht. Größtenteils wurde hierbei auf bewährte und oft beschriebene Verfahren zurückgegriffen [77, 78]. Im Folgenden wird deswegen lediglich auf Abweichungen und Besonderheiten eingegangen, insbesondere auf das Maskendesign und die Herstellung der ohmschen Kontakte.

Maskendesign

Für die speziellen Anforderungen dieser Arbeit wurde eine neue Maske konzipiert, welche die folgenden Kriterien erfüllt:

- Gleichzeitige Messung von ρ_{xx} und ρ_{yy} durch Benutzung einer L-Form (vgl. Abbildung 4.1). Dabei sind die aktiven Flächen für beide Komponenten räumlich möglichst nahe zusammen, um eine gleichmäßige Ausleuchtung zu gewährleisten.
- Um das Signal-Rausch-Verhältnis zu verbessern, können längere Teilstücke abgegriffen werden. Mit der gewählten Geometrie mit jeweils sechs Potentialsonden pro Arm können entweder Längsspannungen mit Geometriefaktor 1, 4 oder 5 bzw. Längs- und Hallspannung gleichzeitig abgegriffen werden.

¹Bei Schichtdicken der Kontakmetallisierung über 350 nm konnte dieser zweite Metallisierungsschritt entfallen.

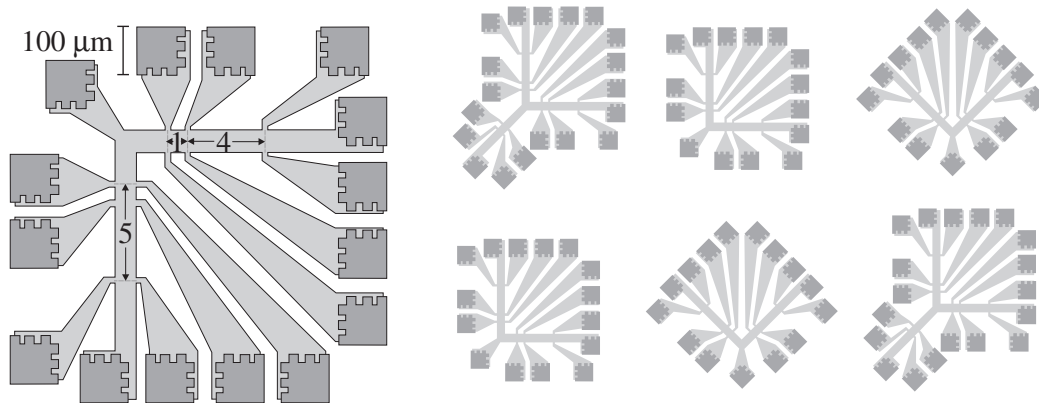


Abbildung 4.1: Die Hallbar-Struktur. Links: durch die L-Form wird das gleichzeitige Messen von ρ_{xx} und ρ_{yy} ermöglicht. Die aktiven Zonen zwischen den Potentialsonden haben einen Geometriefaktor von 1 bzw. 4 bei einer Breite des Strompfades von $50 \mu m$. Die dunkleren Flächen stellen ohmsche Kontakte dar. Rechts: Das komplette Maskenlayout mit je zwei L-, V- und Y-Strukturen.

- Zusätzlich zur L-Form kommen noch zwei weitere Formen zum Einsatz: Die V-Hallbar dient der Untersuchung von Transporteffekten im 45° -Winkel zu den Spaltkanten (sie wird normalerweise so in den Chipcarrier eingeklebt, dass die Modulation wieder senkrecht bzw. parallel zum Strompfad liegt). Mit der Y-Hallbar kann zusätzlich der Transport im 45° Winkel zur Modulation untersucht werden.

Insgesamt leistet dieses Maskendesign hervorragende Dienste. Auf einer Waferfläche von $4 \times 5 \text{ mm}^2$ entstehen sechs Hallbar-Strukturen, die sehr flexibel eingesetzt werden können. Dabei hat sich besonders der Variantenreichtum bewährt, der durch die große Anzahl an Potentialsonden erreicht wird. Die Kontaktpads haben eine gut handzuhabende Größe und sind so angeordnet, dass beim Ultraschallbonden keine Probleme auftreten. Zudem werden durch die große Anzahl von Kontakten die Möglichkeiten der 20-Pin Chipcarrier gut ausgenutzt.

Ohmsche Kontakte

Rideout bezeichnet in seinem Übersichtsartikel [79] das Herstellen von ohmschen Kontakten „bestenfalls als eine pragmatische Kunst denn als Wissenschaft“. Die Schwierigkeiten beruhen dabei auf den in Abschnitt 1.1.2 genannten Oberflächenzuständen des GaAs, die zu einem Pinning der Fermienergie und damit, beim Aufbringen eines Metalls auf die GaAs-Oberfläche, zu einer Schottkybarriere führen. Deren exponentielle Strom-Spannungs-Charakteristik macht diese Form von Kontakt für jede Art von Wechselstrommessung unbrauchbar. Mit steigender Dotierung des Halbleitermaterials nimmt jedoch die Breite der Barriere ab, und Ladungsträger können den Übergang leichter durchtunneln. Dies führt bei hohen

Dotierungen zu annähernd linearen Kennlinien und damit zu den gewünschten ohmschen Kontakten [79]. Das Dotiermaterial wird auf die Probenoberfläche aufgedampft und anschließend durch Erhitzen auf etwa 420 °C einlegiert.

In der Praxis hat sich eine Au/Ge-Legierung als geeignetes Dotiermaterial erwiesen, das typischerweise noch mit einer Ni-Schicht abgedeckt wird, um eine Klumpenbildung zu verhindern. Laut Graumann et al. [80] wird die Güte der Kontakte durch folgende Kriterien beeinflusst:

- **Kontaktgeometrie:** wichtiger als die Fläche der Kontakte scheint die Länge sowie die Orientierung der Grenzlinie zwischen Kontakt und Halbleitermaterial zu sein. In der verwendeten Maske (siehe Abbildung 4.1) wird dem durch die Verwendung von gezackten Kontaktpads Rechnung getragen, die sowohl die Grenzlinie verlängern, als auch die Orientierungseinflüsse herausmitteln.
- **Schichtdicken:** Tiefe 2DEGs benötigen zum Kontaktieren mehr Kontaktmaterial. Ein Standard-2DEG (Tiefe: 110 nm) wird idealerweise durch ein 160 nm dicke Au/Ge- und eine 40 nm Ni-Schicht kontaktiert. Bei tieferen 2DEGs muss die Materialmenge durch folgende Formel hochskaliert werden:

$$\text{Skalierungsfaktor} = \frac{\text{2DEG-Tiefe} + 30 \text{ nm}}{110 \text{ nm}} \quad (4.1)$$

Zuviel Material beeinträchtigt die Funktionsweise der Kontakte nicht.

- **Saubere Probenoberfläche:** Nach dem photolithographischen Öffnen der Kontaktfenster muss die Probenoberfläche von Oxidierungen und sonstigen Verunreinigungen befreit werden. Zu diesem Zweck wird ein 10-sekündiger HCl-Dip (37 %) vorgenommen.

Mit diesen Richtlinien gelang es, sämtliche zur Verfügung stehenden Materialsysteme zu kontaktieren. Die Güte der Kontakte wird bei Raumtemperatur durch Aufnahme der Kennlinie des Gesamtsystems von Eintrittskontakt, 2DEG und Austrittskontakt abgeschätzt; eine lineare Kennlinie und ein ausreichend niedriger Widerstandswert (zwischen 10 und 200 kΩ) dienen als Indikatoren für gute Kontakte. Das Verhalten bei Raumtemperatur war eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für stabiles und niederohmiges Verhalten bei tiefen Temperaturen. Im Quanten-Hall-Regime gelingt es, den Einfluss des 2DEGs auf die gemessenen Widerstände herauszurechnen und so den Widerstand der Kontakte direkt zu bestimmen². Eine Zweipunktmessung beliebiger Kontaktpaare birgt bei

²Im Gegensatz zu Abschnitt 1.3.1 wird hier unter „Kontaktwiderstand“ nicht der Widerstand eines idealen Kontaktes verstanden, der letztlich den Quantisierungswert des Hallwiderstandes bestimmt, sondern der endliche Widerstand eines realen Überganges zwischen Metall und Halbleiter.

Füllfaktor 1 einen Beitrag des 2DEGs von exakt 25,813 k Ω zum Gesamtwiderstand. Dazu addieren sich die beiden Kontaktwiderstände sowie die Zuleitungen. Letztere können durch eine Vierpunktmessung außerhalb der Probe (etwa durch doppelt gebundene Stromkontakte) wieder ausgeblendet werden. Aus der Differenz des Widerstands aus der Zweipunktmessung und dem quantisierten Wert des Hallwiderstands kann der Widerstand eines Kontaktpaares ermittelt werden. Im Experiment wurden Differenzen zwischen 0 und 100 Ω ermittelt. Innerhalb dieses Bereichs arbeiten die Kontakte normal und es wurden keine Auffälligkeiten in den Magnetotransportmessungen beobachtet.

4.2 Messaufbau

Horst Störmer formulierte in seiner Rede zum Nobelpreis 1998 [81]:

Most of the experiments are very simple. Given a high magnetic field, ..., and given a temperature close to absolute zero, ..., only a battery, a resistor, and a voltmeter are required. In reality one employs somewhat more sophisticated instrumentation to increase the data accumulation rate.

Den „etwas raffinierteren“ Messaufbau zu beschreiben, ist Inhalt dieses Abschnitts. Dabei soll zwischen den drei Bereichen Tieftemperatursystem, optischer Aufbau und Messelektronik unterschieden werden.

4.2.1 Tieftemperatursystem

Ein Bestandteil dieser Arbeit war der Aufbau und die Inbetriebnahme eines Mischungskryostatsystems der Firma Oxford. Mit diesem ist es möglich, Temperaturen von etwa 15 mK und Magnetfelder von 19 T zu erzeugen. Zusätzlich bietet das System als *top loading magnet* die Möglichkeit, Proben ohne Demontage oder Aufwärmen des Kryostaten einzuführen und auf Basistemperatur abzukühlen. Die Proben werden mit Hilfe etwa 3 m langer Probenstäbe direkt in die Mischkammer abgesenkt. Ein Einführ- und Abkühlzyklus benötigt nur etwa 7 Stunden von Raumtemperatur zu Basistemperatur.

Kühlprinzip

Standard-Kühlverfahren wie die Erniedrigung des Dampfdruckes über flüssigem Helium stoßen bei Temperaturen im Kelvin-Bereich an ihre Grenze (1,2 K für ^4He , 0,3 K für ^3He). Die Kühlleistung sinkt exponentiell mit der Temperatur und Wärmeeinträge können nicht mehr kompensiert werden. Ein überlegenes Kühlprinzip, das auf einer Mischung aus ^4He und ^3He beruht, erlaubt eine Kühlung bis in den einstelligen Millikelvinbereich im kontinuierlichen Betrieb. Das Prinzip eines $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischungskryostaten soll im Folgenden erläutert werden.

Kühlt man ein Gemisch aus ^3He und ^4He unter eine Temperatur von 0,87 K, so stellt sich eine Separierung der Flüssigkeit in zwei Phasen ein: die untere, schwerere Phase besteht zum Großteil aus ^4He (Mischphase/verdünnte Phase), die leichtere für $T \rightarrow 0$ fast ausschließlich aus ^3He (konzentrierte Phase). Gelingt es, ein ^3He -Atom aus der konzentrierten in die Mischphase zu bewegen, so wird aufgrund einer Enthalpiedifferenz eine Kühlleistung erzeugt, die nur mit zweiter Potenz in T fällt: $\dot{Q} \propto n_3 T^2$. Dabei ist n_3 die Anzahl der über die Phasengrenze bewegten ^3He -Atome pro Zeit. Eine Laune der Natur sorgt dafür, dass dieser Transfer tatsächlich stattfinden kann, nämlich die endliche Löslichkeit der ^3He -Atome in der Mischphase von 6,6 % für $T \rightarrow 0$. Abbildung 4.2 veranschaulicht das Prinzip anhand eines einfachen U-Rohres. Um den Teilchenstrom über die Phasengrenze aufrecht zu erhalten, erhitzt man das von der Phasengrenze entfernte Ende der Mischphase und pumpt über der Flüssigkeit. Aufgrund des wesentlich höheren Dampfdruckes des ^3He gegenüber dem ^4He werden dabei fast ausschließlich ^3He -Atome verdampft. Es entsteht ein Konzentrationsgradient innerhalb der Mischphase, der weitere ^3He -Atome über die Phasengrenze zieht. Detailliertere Ausführungen sind in [82] zu finden.

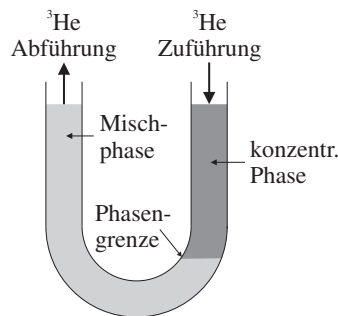


Abbildung 4.2: Das Prinzip eines $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischkryostaten: Die Kühlung erfolgt an der Phasengrenze beim Übergang von ^3He -Atomen aus der konzentrierten in die Mischphase. Durch ein Schließen des ^3He -Kreislaufes kann man eine kontinuierliche Kühlung erzielen.

Praktische Ausführung

Da der Mischkryostat im Rahmen dieser Arbeit zum ersten Mal verwendet wurde, soll er an dieser Stelle etwas detaillierter beschrieben werden. Die größte Schwierigkeit bei der praktischen Umsetzung des Kühlprinzips kommt durch die Wiedereinführung des ^3He in den Kreislauf zu Stande: Das Gas muss kondensiert und auf eine möglichst geringe Temperatur vorgekühlt werden, bevor es in die Mischkammer eingespeist wird. Das ^3He durchläuft deswegen auf seinem Weg vom Pumpenausgang zur Mischkammer eine Reihe von sorgfältig ausgelegten Kühlstufen, welche in Abbildung 4.3 dargestellt und beschrieben sind.

Weitere wichtige Komponenten sind:

1K-Pot: Der 1K-Pot ist ein kleines ^4He -Reservoir, das durch eine Erniedrigung des Dampfdruckes auf einer Temperatur von etwa 1,7 K gehalten wird. Der 1K-Pot ist verantwortlich für die Kühlung und Kondensation des zirkulie-

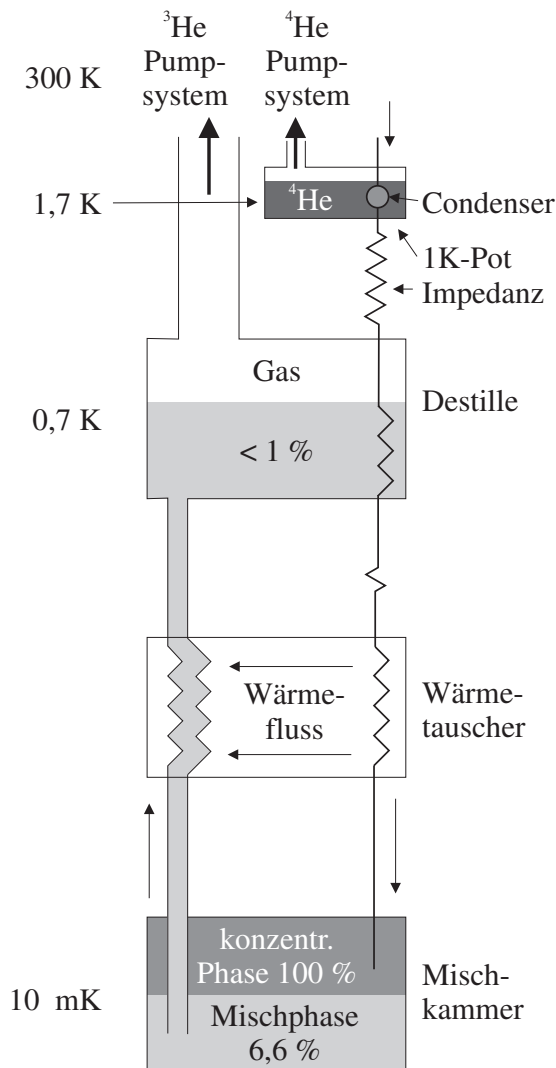


Abbildung 4.3: ^3He -Zirkulation im Mischkryostat: Beginnend bei der Einspeisung in den Condenser (rechts oben) wird das Gas durch thermischen Kontakt mit dem 1K-Pot kondensiert. Die hierfür benötigten Drücke werden durch die Impedanz im Anschluss an den Condenser sichergestellt. Als nächste Kühlstufe dient die Destille mit einer Temperatur von etwa 700 mK. Im Anschluss folgen die Wärmetauscher zur Temperaturenniedrigung in den Millikelvinbereich mit Hilfe der aufströmenden Mischphase. Die Güte dieser Wärmetauscher beeinflusst die Basistemperatur nachhaltig. Durch das Verdampfen von ^3He in der Destille wird ein osmotischer Druck erzeugt, der den Kreislauf über die Phasengrenze in Gang hält. Das Gas wird durch Pumpen aus dem Kryostaten gefördert. Es durchläuft anschließend mehrere Kühlfallen (sowohl auf N_2 -, als auch auf He-Basis), bevor es wieder in den Condenser eingespeist wird.

renden ^3He , zusätzlich trägt er die Haupt-Wärmelast beim Einführen des Probenstabes.

Mischkammer: In der Mischkammer befindet sich die Phasengrenze zwischen Misch- und konzentrierter Phase. Die eingebaute Probe ist direkt in die Mischung eingetaucht. Vier RuO_2 -Sensoren auf verschiedenen Höhen dienen der Temperaturmessung, ein weiterer befindet sich an jedem Probenstab in unmittelbarer Nähe der Probe.

Destille: Durch eine elektrische Heizung wird hier eine Temperatur von etwa 700 mK erzeugt, durch welche bevorzugt ^3He verdampft wird. Typische Heizleistungen liegen zwischen 5 mW und 25 mW. Eine Erhöhung der Temperatur in der Destille sorgt für einen höheren Zirkulationsfluss, also für eine höhere Kühlleistung an der Phasengrenze. Gleichzeitig erhöht

sich jedoch der Wärmeeintrag durch wiedereingeführtes ^3He . Die optimale Heizleistung kann durch Experimentieren ermittelt werden; sie ist abhängig vom benutzten Probenstab und der Temperatur des 1K-Pots.

^3He -Pumpsystem: Eine speziell gedichtete Drehschieber- in Kombination mit einer Roots-Pumpe transportieren das verdampfte ^3He aus dem Kryostaten.

Kühlfallen: Bei Raumtemperatur wird das Gas zunächst durch einen Behälter mit flüssigem N_2 und anschließend durch flüssiges He geschleust. Alle Verunreinigungen der Mischung kondensieren und verbleiben in den Kühlfallen. Diese müssen alle drei Monate aufgewärmt und leergepumpt werden.

Gas-Handling-System: Dort kann der Fluss des Gases außerhalb des Kryostaten reguliert werden. Weiterhin dienen eine Reihe von Druckanzeigen als Indikatoren für den Betriebszustand des Systems.

Dewar: Der in Abbildung 4.3 schematisch dargestellte Einsatz ist umgeben von einem ^4He -Bad, in dem sich auch der Magnet befindet, sowie von einem Kühlschild mit flüssigem N_2 , jeweils getrennt durch ein Isolationsvakuum.

Probenstäbe: Mit ihrer Hilfe werden die Proben in der Mischkammer platziert. Jeder Probenstab ist mit einer Aufnahme für den Chipcarrier, einem RuO_2 -Temperatursensor sowie einem $500\ \Omega$ -Heizwiderstand ausgerüstet. Insgesamt stehen vier Probenstäbe zur Verfügung, die jeweils auf einen speziellen Anwendungsbereich zugeschnitten sind:

1. Standardprobenstab. Er erlaubt den Einbau der Probe senkrecht und parallel zum Magnetfeld. Der Probenstab ist zusätzlich mit einer Infrarot-LED ausgestattet. Die Basistemperatur beträgt etwa 15 mK.
2. ISI-Probenstab zur interferometrischen Belichtung. Dieser Probenstab wird noch im Detail besprochen. Die Basistemperatur beträgt etwa 50 mK.
3. Wegscheider-Probenstab. Es ist ausgestattet mit zwei Aufnahmen für 8-Pin Chipcarrier und einer roten LED. Die Basistemperatur beträgt etwa 15 mK.
4. Swedish Rotator. Dieser bietet die Möglichkeit zur *in situ*-Rotation der Probe zwischen senkrechter und paralleler Stellung zum Magnetfeld. Die Basistemperatur beträgt etwa 30 mK.

Der gesamte Aufbau lässt sich mittels eines Computers steuern und überwachen. Dort sind fertige Prozeduren z.B. zum Einführen des Probenstabes oder zum Auslagern der Mischung in die Vorratsbehälter abgelegt, so dass der Kryostat für den Anwender sehr leicht zu bedienen ist. Zusätzlich übernimmt der Computer Aufgaben wie die Überwachung des ^4He -Standes im 1K-Pot oder die Regelung

von Temperaturen in Mischkammer und Destille und bietet die Möglichkeit, zeitliche Verläufe von Temperaturen, Drücken, Ventilständen und Heizleistungen zu speichern.

4.2.2 Optischer Aufbau

Der optische Aufbau unterteilt sich in zwei Bereiche, welche durch optische Fasern miteinander verbunden sind. Der erste Teil befindet sich bei Raumtemperatur auf einer optischen Bank in räumlicher Nähe zum Kryostaten und enthält Laser, Strahlteiler, Spiegel und Einkoppler. Der zweite Teil ist bei eingebautem Probenstab in der Mischkammer platziert und enthält die Aufnahme für die Faserenden, Kollimationslinsen, Umlenkspiegel sowie die Probe. Der Aufbau ähnelt einem schon am Lehrstuhl vorhandenen Aufbau innerhalb eines ^3He -Systems, der ausführlichst in [83] beschrieben ist.

Optische Bank

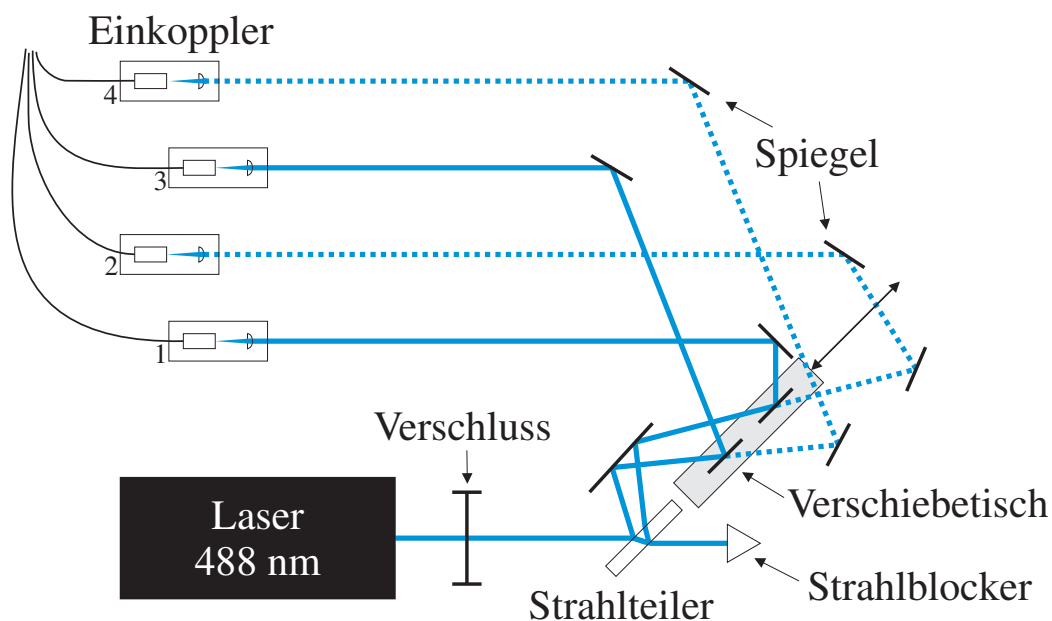


Abbildung 4.4: Der optische Aufbau: Der Laserstrahl wird zweigeteilt und durch Umlenkspiegel auf die Einkoppler gelenkt. Dabei wird der optische Weg beider Strahlen nach Möglichkeit gleich lang gehalten. Durch Bewegung des Verschiebetisches ist es möglich, unterschiedliche Paare von Einkopplern anzusteuern.

Die optische Bank ist auf dem Fundament des Raumes verankert und wird durch eine Styroporplatte gedämpft. Auf eine aufwändigere Schwingungsdämpfung konnte im Hinblick auf die kurzen Belichtungszeiten im Millisekunden-

Bereich verzichtet werden. Die Anordnung auf der optischen Bank ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Alle im Strahlengang befindlichen optischen Komponenten sind auf eine Güte von mindestens $\lambda/10$ geschliffen, um die Interferenzfähigkeit der Strahlen nicht zu zerstören. Als Lichtquelle dient ein Argon-Ionen-Laser mit einer Wellenlänge von 488 nm bei einer variablen Leistung zwischen 2 mW und 35 mW. Da das benötigte Leistungsspektrum in einem wesentlich kleineren Bereich liegt, wird der Hauptstrahl beim Durchgang durch den Strahlteiler ausgeblendet und mit zwei reflektierten Strahlen gearbeitet. Durch eine Variation des Winkels des Strahlteilers gegenüber dem einfallenden Strahl konnte eine vergleichbare Intensität der reflektierten Strahlen erreicht werden. Danach werden die Strahlen über je drei Spiegel auf die Einkoppler gelenkt. Zwei dieser Spiegel sind auf einem Verschiebetisch montiert und können so in den Strahlengang ein- oder ausgeblendet werden. Dadurch wird es möglich, verschiedene Paare von Einkopplern anzusteuern.

Mit den Einkopplern müssen die Strahlen auf den Kern der Lichtwellenleiter fokussiert werden, der einen Durchmesser von nur etwa $5 \mu\text{m}$ besitzt. Dazu kann das Faserende in alle drei Raumrichtungen mit Hilfe von Mikrometerschrauben positioniert werden. Wichtig für die Justage ist, dass der Strahl den Einkoppler nicht nur exakt mittig trifft, sondern zudem die Einfallsrichtung auch möglichst exakt parallel zur Längsachse des Einkopplers verläuft. Die dazu notwendige Justierung der Spiegel ist zwar aufwändig, bleibt aber im Normalbetrieb über Monate stabil. Einzig die Einkoppler benötigen ein tägliches Einstellen während des Messbetriebes.

Als Verschluss wird eine handelsübliche Spiegelreflex-Kamera mit einer minimalen Öffnungszeit von 0,5 ms verwendet. Um die optische Bank vor Erschütterungen beim Auslösen zu schützen, wird die Kamera manuell in den Strahlengang gehalten. Versuche mit einem Photosensor und einem Speicheroszilloskop bezeugen eine gute Reproduzierbarkeit der Belichtungszeit sowie ein schnelles Ansprechverhalten der Blende.

Optische Fasern

In den Originalexperimenten von Weiss et al. sowie in früheren Aufbauten am Lehrstuhl wurden die aufgeweiteten Laserstrahlen durch Fenster in den Kryostaten eingekoppelt. Die damit einhergehende Sichtverbindung von Raumtemperatur zu kryogenen Temperaturen macht diese Art der Einkopplung für den wohlabgeschirmten Mischkryostaten unmöglich. Erst durch den Einsatz von optischen Fasern wird es möglich, das Licht problemlos über weite Strecken zu führen. Dabei erweist sich auch der Einsatz von Vakuumdurchführungen und der hohe Temperaturgradient als unkritisch.

Lichtwellenleiter bestehen aus Glasfaserstrukturen mit einer konzentrischen Schichtung verschiedener Brechungsindizes [84, 85]. Lichtstrahlen werden durch Totalreflexion bis zum Faserende am Austritt gehindert. Durch eine gezielte Wahl

von Geometrie und Brechungsindizes der Faser können diese so abgestimmt werden, dass sich für eine bestimmte Wellenlänge nur einzelne Ausbreitungsmoden ausbilden können. Solche Wellenleiter werden *single mode* Fasern genannt und sind nur für einen eingeschränkten Wellenlängenbereich verwendbar.

Für die Interferenz zweier Strahlen ist eine definierte Polarisationsrichtung unabdingbar, weswegen auf polarisationserhaltende Fasern zurückgegriffen wurde. Eine elliptisch um den Faserkern angeordnete Struktur übt dabei eine mechanische Spannung aus und führt damit zu einer Änderung des Brechungsindex im Kern. Polarisationserhaltende Fasern besitzen zwei zueinander senkrechte Hauptachsen, und Licht kann nur dann in die Faser eingekoppelt werden und sich ausbreiten, wenn dessen Polarisation parallel zu einer dieser Achsen liegt (siehe Abbildung 4.5). Im Idealfall ist am Ende der Faser die Polarisationsrichtung des austretenden Lichts eindeutig definiert und bekannt. Eine Verbiegung der Faser, wie sie in der Praxis immer auftritt, induziert zusätzliche mechanische Spannungen, welche die Brechungsindizes beeinflusst. Dies führt zu einem unvermeidbaren Polarisationsverlust, welcher den Kontrast des Interferenzmusters vermindert.

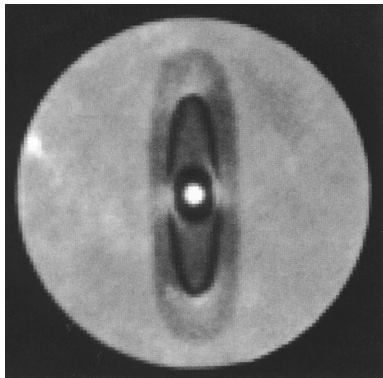


Abbildung 4.5: Polarisationserhaltende Faser im Querschnitt: spannungserzeugende Strukturen führen zu einer Änderung des Brechungsindex im Kern. Aus [83].

Die verwendeten Lichtwellenleiter sind jeweils 6 m lang und befinden sich etwa zur Hälfte innerhalb des Probenstabes. Der 3 m lange äußere Teil erlaubt einen Wechsel des Probenstabes vom Labortisch zum Kryostat ohne ein Trennen der Fasern von den Einkopplern. Dies ist wichtig, da ein Trennen und Wiederanschießen stets eine neue Justierung der Einkoppler erforderlich macht. Die Fasern sind außerhalb des Kryostaten zudem in einem Welschlauch zusammengefasst und geschützt und auf beiden Seiten durch eine Zugentlastung gesichert. Innerhalb des Kryostaten wurde eine dünnere Ummantelung und ein modifizierter Abschluss-Stecker gewählt, um den gegebenen engen Platzverhältnissen Rechnung zu tragen.

Mischkammer

Durch die Verwendung von Lichtwellenleitern wird im Vergleich zum Freistrahlaufbau die Anzahl der optischen Komponenten in der Tieftemperaturumgebung

erhöht. Die Strahlen treten divergent aus der Faser aus und müssen durch eine Kollimationslinse parallelisiert werden. Anschließend werden die Strahlen durch Spiegel aus einem wohldefinierten Winkel auf die Probenoberfläche reflektiert, wo sie überlappen und das Interferenzmuster bilden. Die ausgeleuchtete Fläche ist kreisförmig (bzw. elliptisch infolge des nicht-senkrechten Einfalls) mit einem Durchmesser von 5 mm und damit wesentlich größer als die aktive Fläche zwischen den Potentialsonden auf der Hallbar (etwa $0,35 \times 0,35 \text{ mm}^2$ für beide Arme der L-Hallbar). Dieser Größenunterschied ist im Hinblick auf die Gaußglockenförmige Intensitätsverteilung der Teilstrahlen wichtig.

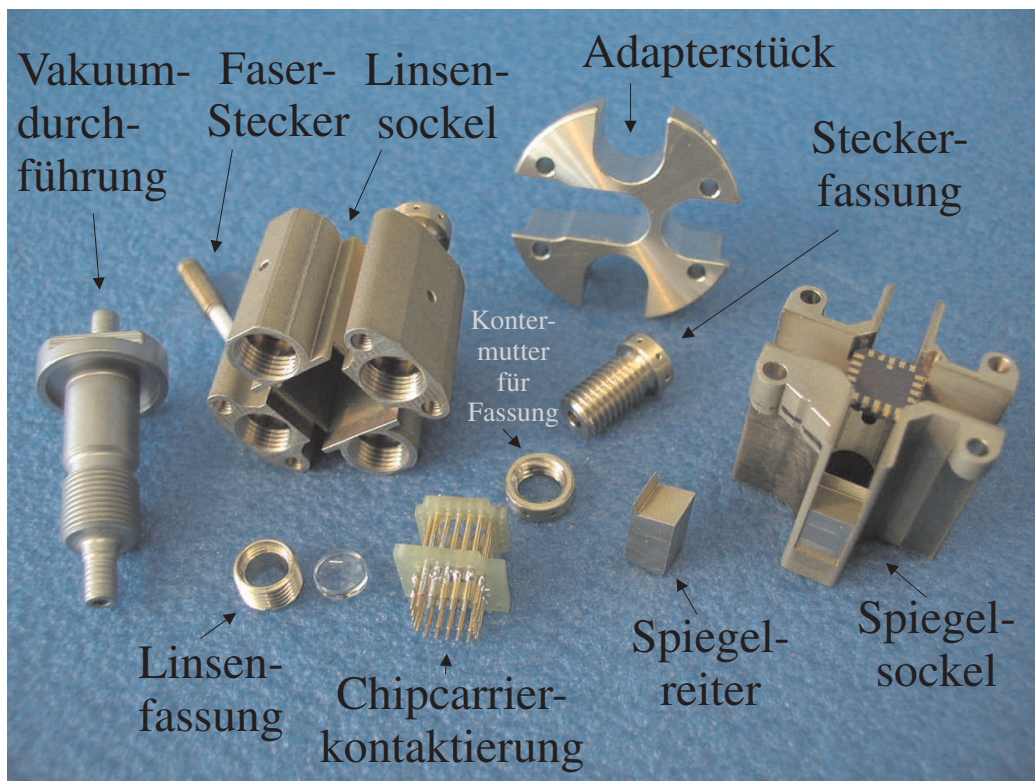


Abbildung 4.6: Die Bauteile zur Aufnahme der Optik in der Mischkammer: die Hauptkomponenten bilden der Linsen- und der Spiegelsockel mit einem maximalen Durchmesser von 34,5 mm.

Alle für die Aufnahme der Fasern, Linsen, Spiegel und Chipcarrier benötigten Bauteile wurden von W. Kangler entworfen und in der mechanischen Werkstatt der Fakultät gefertigt. Als Werkstoff wurde Messing gewählt, da es sich für die hochpräzise Fertigung am besten eignet. Sämtliche Teile wurden so materialsparend wie möglich gefertigt, um den Wärmeeintrag beim Einführen des Probenstabes zu minimieren. Sie sind in Abbildung 4.6 dargestellt.

Das Adapterstück dient zum Anbau des selbstgefertigten Teils an das untere Ende des Probenstabes. Daran schließt sich der Linsensockel an, der neben den

Fassungen für die Kollimationslinsen auch die Steckerfassungen für die optischen Fasern aufnimmt. Diese werden an den Enden poliert und in die Stecker eingeklebt³. Die Stecker werden in die Steckerfassungen geschraubt und diese wiederum in den Linsensockel. Durch diese zweifache Verschraubung mit unterschiedlichen Gewindesteigungen wird es möglich, die Einschraubtiefe (und damit den Abstand vom Faserende zur Linse) ohne ein Verdrehen der Faser zu variieren. Dies ist wichtig, um bei gegebener Polarisationsrichtung das Faserende genau im Brennpunkt der Linse platzieren zu können. Beide Verschraubungen werden mit Kontermuttern fixiert. Die Linse selbst sitzt auf einer festen Höhe innerhalb des Linsensockels in einer passgenauen Fassung. Zusätzlich wird eine Platine mit gefederten Stiften zur elektrischen Kontaktierung des Chipcarriers in den Linsensockel eingesteckt.

Unterhalb des Linsensockels befindet sich schließlich der Spiegelsockel. Er dient der Aufnahme der Spiegelreiter sowie des Chipcarriers mit der Probe. Es existieren neun Sätze an Spiegelreitern, welche eine Palette an Einfallswinkeln von 15° bis 35° in $2,5^\circ$ -Schritten abdecken. Für jeweils drei dieser Sätze steht ein eigener Spiegelsockel mit einer passenden Höhe bereit. Damit lassen sich Modulationsperioden zwischen 260 und 490 nm realisieren. Die Spiegel werden mit einer dünnen Schicht Vakuumfett auf den Reitern befestigt und diese werden durch ein Langloch im Spiegelsockel angeschraubt. Durch das Langloch wird eine letzte Justage des Strahls auf der Probe durch horizontales Verschieben der Reiter ermöglicht. Der Chipcarrier wird mit der Probenoberfläche nach unten in den Spiegelsockel gelegt und über eine seitliche Plastikschaube arretiert. Der gesamte Spiegelsockel kann durch vier Schrauben am Linsensockel fixiert werden.

Beim Proben- oder Spiegelreiterwechsel bleibt der Linsensockel inklusive der Faserverschraubungen und der Linsen unangetastet und nur der Spiegelsockel wird abgenommen, um die nötigen Änderungen vorzunehmen. Dadurch ist ein schneller und sicherer (in Bezug auf mögliche Dejustierungen) Probenwechsel garantiert. Beim Anschrauben des Spiegelsockels an den Linsensockel wird der Chipcarrier an die Federstifte gepresst und so ein elektrischer Kontakt hergestellt.

4.2.3 Messelektronik

Wie bereits erwähnt, ist das Messprinzip sehr einfach: Der Probe wird ein konstanter Strom aufgeprägt und Spannungen werden an verschiedenen Potentialsonden in Abhängigkeit eines externen Magnetfeldes gemessen. Schwierigkeiten kommen erst durch die benötigten tiefen Temperaturen ins Spiel. Um Heizeffekte durch den Messstrom auszuschließen, muss dieser im nA-Bereich liegen. Dadurch rücken die zu messenden Spannungen in den μV -Bereich. Um diese kleinen Spannungssignale messen zu können, wird mit niederfrequenten Wechselströmen und Lock-In-Technik gearbeitet ($f < 100 \text{ Hz}$). Die Lock-In-Technik erlaubt es, die Messsignale innerhalb eines sehr schmalen Frequenzbereichs zu transportieren

³Diese Arbeit wurde von einer externen Firma durchgeführt.

und dadurch Rauschen auf anderen Frequenzen komplett herauszufiltern. Desweiteren muss auf eine sorgfältige Schirmung des Messaufbaus (insbesondere der Kabel) und auf eine saubere Masseführung geachtet werden.

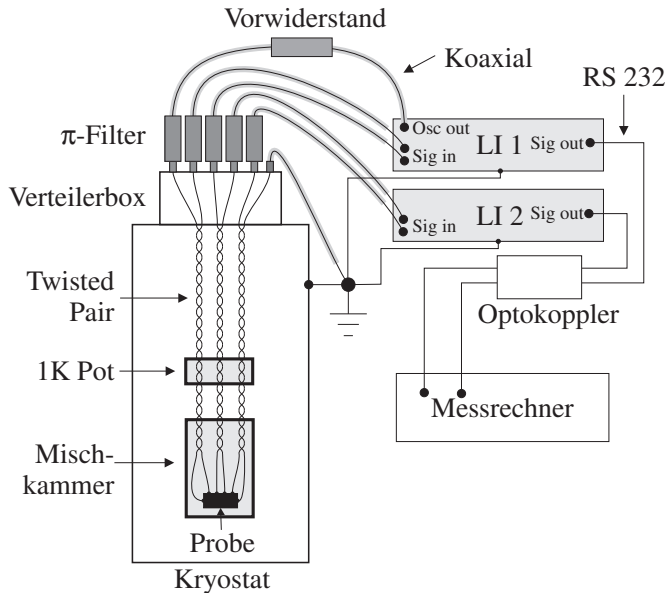


Abbildung 4.7: Verkabelung des Messaufbaus: Der Oszillator eines Lock-Ins dient zusammen mit einem Vorwiderstand im $M\Omega$ -Bereich als Stromquelle. Spannungen werden mit insgesamt vier Lock-In-Verstärkern gemessen (nur zwei abgebildet). Sämtliche elektrische Geräte im Aufbau sind über Trenntransformatoren von der Netzerde getrennt und sternförmig am zentralen Punkt geerdet. Auch die RS232 Verbindung zwischen den Lock-In-Verstärkern und dem Computer sind über Optokoppler galvanisch getrennt.

Der Aufbau ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Es wurden vier Lock-In-Modelle 7265 von Signal Recovery (früher EG&G) eingesetzt mit einem Eingangsrauschen von $5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ bei 1 kHz und einem Eingangswiderstand von $10 \text{ M}\Omega$. Am Oszillatorkausgang eines Lock-Ins wird eine niederfrequente Wechselspannung ausgegeben (typischerweise 1 V) und über einen Vorwiderstand als Stromquelle genutzt. Die an der Probe abgegriffenen Spannungen werden durch vier Lock-Ins gemessen und am Messrechner registriert. Der Messrechner steuert zusätzlich das Netzteil für den supraleitenden Magneten an.

Die Temperatur des zu untersuchenden Elektronensystems kann aufgrund äußerer Einflüsse von der Badtemperatur des Mischkryostaten abweichen, da die Elektron-Phonon-Kopplung zwischen 2DEG und Kristallgitter bei Millikelvin-Temperaturen sehr schwach ist [19, 86]. Insbesondere der Messstrom und hochfrequente Störsignale können zur Erhöhung der Elektronentemperatur führen. Zur Abschirmung von hochfrequenten elektromagnetischen Wellen kann der aus leitendem Material gefertigte Kryostat benutzt werden, wenn sichergestellt ist, dass keine nichtleitenden Öffnungen existieren. Als Faustregel gilt, dass eine Öffnung eine Maximalbreite von $\lambda/20$ haben darf, um Störsignale der Wellenlänge λ abzuschirmen [88]. Zudem müssen alle ins Kryostatgehäuse führenden Kabel mit Hochfrequenzfiltern ausgerüstet und möglichst kurz sein. Im vorhandenen Aufbau ist am Kopf des Probenstabs eine 24-polige Buchse montiert, welche die

Messleitungen herausführt. Direkt anschließend wird eine selbstgefertigte Verteilerbox montiert, welche jede einzelne Messleitung auf eine BNC-Buchse führt. Die Außenleiter der BNC-Buchsen sind mit dem Gehäuse der Verteilerbox verbunden und dieses wiederum mit dem Kryostatgehäuse. Der Übergang zwischen beiden Gehäusen ist mit einer leitenden Überwurfmutter hochfrequenzdicht ausgeführt. Sämtliche benötigten Messleitungen werden am Ausgang der Verteilerbox über π -Filter, die jeweils in einzelnen Kupfergehäusen verschraubt sind, geführt⁴. Nicht benötigte BNC-Buchsen werden mit Abschirmkappen verschlossen. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, einzelne Messleitungen per Schalter auf Gehäusemasse zu legen⁵. Inwieweit die getroffenen Maßnahmen erfolgreich sind, die Elektronentemperatur niedrig zu halten, wird im nächsten Abschnitt beschrieben.

Ein weiteres Hindernis bei der Messung kleinster Spannungssignale stellen niederfrequente Störsignale dar, welche bei der Demodulation im Lock-In das Nutzsignal verfälschen. Das Auftreten von 50 Hz-Rauschen im Nutzsignal kann als Indikator für die Anfälligkeit des Systems gegenüber niederfrequenten Störsignalen dienen. Um niederfrequente Einstrahlungen so gering wie möglich zu halten, muss bei der Erdung aller Komponenten des Messaufbaus die Bildung von Erdschleifen vermieden werden [87]. Zu diesem Zweck wurden folgende Maßnahmen ergriffen: Es wurde ein zentraler Massepunkt eingerichtet, von dem aus sternförmig alle Geräte nur einmal versorgt werden. Alle elektrisch leitenden Verbindungen des Kryostaten zur Peripherie wie z.B. die Pumpleitungen wurden mit Plastikzwischenstücken versehen. Die Lock-In-Verstärker wurden mit Trenntransformatoren von der Netzerde getrennt und zusätzlich über Optokoppler untereinander entkoppelt. Ebenso wurde der Messcomputer vom empfindlichen Teil des Aufbaus abgekoppelt. Die Masseverbindungen vom Kryostaten zu den Lock-In-Verstärkern durch die Außenleiter der Koaxialkabel wurde am Lock-In-Eingang unterbrochen. Die Massen der einzelnen Teile des Systems wurden dann auf einen gemeinsamen Punkt zusammengeführt.

Die Aufnahme der Messdaten geschieht mit einem am Lehrstuhl entwickelten Messprogramm. Dieses übernimmt die Kommunikation mit den Lock-In-Verstärkern und mit dem Netzteil des supraleitenden Magneten und verfügt über die Möglichkeit, mittels Batch-Prozessen die Messungen zu automatisieren. Das Programm wurde im Zuge dieser Arbeit weiterentwickelt, so dass nun beide Kanäle eines Lock-In-Verstärkers ausgelesen werden können (X und Y bzw. R und Θ). Außerdem wurde eine Auswertroutine eingefügt, mit der man schnell grundlegende Probenparameter wie die Ladungsträgerdichte und die Beweglichkeit bestimmen kann. Schließlich wurde die Batchkontrolle um Befehle zur aktiven Steuerung der Lock-In-Verstärker erweitert, so dass es nun möglich ist, Messstrom

⁴Daten der π -Filter: Typ Tusonix 4201-001 mit einer Kapazität von 5500 pF. Dämpfung 14 dB bei 10 MHz, 55 dB bei 100 MHz, 70 dB von 1 bis 10 GHz.

⁵Dies hat sich bewährt, um beim Umstecken an der Verteilerbox die Probe vor Spannungstößen zu schützen, was bei tiefen Temperaturen zu bleibenden Ladungsträgerinhomogenitäten in der Probe führen kann.

und -frequenz, sowie Integrationszeit und AC-Gain automatisiert zu setzen.

4.2.4 Bestimmung der Elektronentemperatur

Aufgrund der Abweichung zwischen Bad- und Elektronentemperatur benötigt man zur Bestimmung der letzteren ein „in die Probe eingebautes“ Thermometer. Dazu nutzt man idealerweise einen Effekt, der im interessierenden Temperaturbereich starke Änderungen in den Messgrößen hervorruft und dessen Temperaturverhalten darüberhinaus bekannt ist. In den verwendeten Proben bietet sich der FQHE als ein solches Elektronenthermometer an. Aus Experimenten ist bekannt, dass der Widerstandswert im Minimum eines FQHE-Zustandes folgender Formel genügt:

$$R_{xx} \propto \exp\left(-\frac{\Delta_{\text{gap}}}{2k_B T}\right) \quad . \quad (4.2)$$

Dabei ist Δ_{gap} eine dem Zustand zugeordnete Aktivierungsenergie [89]. In der Arrhenius-Auftragung $\log(R_{xx})$ gegen $1/T$ ergibt obiger Zusammenhang eine Gerade. Abweichungen von dieser Gerade können als Abweichungen von Bad- und Elektronentemperatur interpretiert werden.

Zuerst soll der Einfluss des Messstroms auf die Elektronentemperatur untersucht werden. Dazu wird der Widerstand im Minimum des $\nu = 7/5$ -Zustandes in Abhängigkeit des Messstroms aufgenommen. Dies ist im Insert von Abbildung 4.8 aufgetragen. Deutlich ist der Anstieg des Minimums mit steigendem Strom zu sehen, was auf eine Erhöhung der Elektronentemperatur rückschließen lässt. Eine Sättigung ist erst unterhalb von 50 nA zu erkennen. Für die folgenden Messungen wird deswegen ein Strom von 10 nA verwendet. Alle weiteren Einflüsse auf die Elektronentemperatur können nun den Hochfrequenzeinstrahlungen zugeordnet werden.

In Abbildung 4.8 ist die temperaturabhängige Messung von vier FQHE-Zuständen dargestellt.

Im verwendeten Badtemperaturbereich von 25 mK bis 250 mK zeigen vor allem die Zustände $4/3$, $7/5$ und $8/5$ eine ausgeprägte Temperaturabhängigkeit. Selbst zwischen den beiden niedrigsten Werten von 35 und 25 mK ist ein deutlicher Unterschied in den Kurven zu erkennen, so dass man nicht von einer kompletten Sättigung der Elektronentemperatur ausgehen kann. Trotzdem bleibt die Frage bestehen, inwieweit die Elektronentemperatur tatsächlich gleichmäßig mit der Badtemperatur sinkt. Um diese Frage quantitativ zu beantworten, wird auf das Gesetz 4.2 zurückgegriffen und die Minimawerte in der Arrhenius-Auftragung dargestellt (siehe Abbildung 4.9). Für hohe Temperaturen liegen die Messpunkte sehr gut auf einer Geraden. Abweichungen treten erst ab etwa 65 mK auf. Bei dieser Temperatur beginnt die Elektronen- von der Badtemperatur abzuweichen. Die Elektronentemperatur sättigt schließlich bei etwa 50 mK. Dies stellt in Anbetracht des geringen Filteraufwandes einen sehr guten Wert dar. Um noch

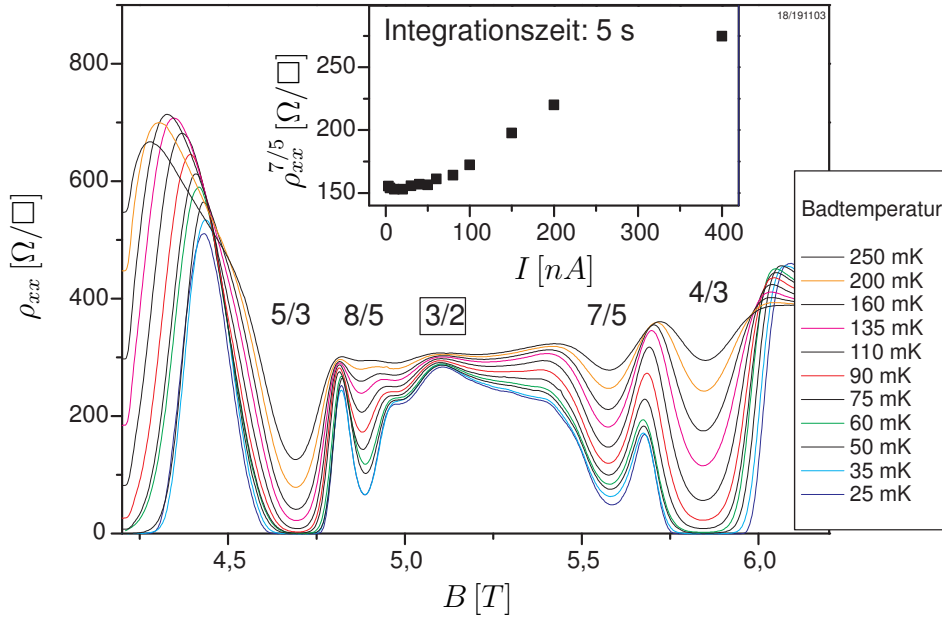


Abbildung 4.8: Magnetotransport zwischen Füllfaktor 1 und 2: Die FQHE-Minima sind stark temperaturabhängig und werden als Elektronenthermometer benutzt. Im Insert ist die Abhängigkeit des Widerstands bei $\nu = 7/5$ vom Messstrom dargestellt. Eine Sättigung ist bei $T=25$ mK erst unterhalb von 50 nA zu erkennen. (Probe Pfeiffer 10-10-89.1 Daten: $I = 10$ nA, $f = 13,2$ Hz, $n_s = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu = 8,0 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$).

tieferen Elektronentemperaturen zu erreichen, sind zusätzliche Filterstufen nötig, die auf verschiedenen Temperaturen in die Messleitungen zu integrieren sind. Der Aufwand und die Defektanfälligkeit sollte jedoch vermieden werden.

Abschließend folgt eine quantitative Auswertung der Aktivierungsenergien: Für die Probe mit einer Ladungsträgerdichte von $n_s = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und einer Beweglichkeit von $\mu = 8,0 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ wurden folgende Werte ermittelt:

$$\begin{aligned}\Delta_{\text{gap}}(\nu = 4/3) &= 0,44 \text{ K} \quad , \\ \Delta_{\text{gap}}(\nu = 7/5) &= 0,10 \text{ K} \quad , \\ \Delta_{\text{gap}}(\nu = 8/5) &= 0,09 \text{ K} \quad .\end{aligned}$$

Ersterer liegt nahe an dem von Boebinger et al. gemessenen Wert von $\Delta_{4/3} = 0,4$ K für Proben mit einer Beweglichkeit von etwa $10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ [90]. Bei Du et al. ergeben sich mit $\Delta_{4/3} = 1,5$ K, $\Delta_{7/5} = 0,65$ K und $\Delta_{8/5} = 0,6$ K wesentlich höhere Aktivierungsenergien, wobei Proben mit vergleichbarer Beweglichkeit, aber wesentlich niedrigerer Ladungsträgerdichte verwendet wurden ($n_s = 1,13 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu = 6,8 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$) [91]. Schließlich geben Eisenstein et al. für eine Probe mit ähnlichen Probenparametern $\Delta_{8/5} = 0,45$ K an ($n_s = 2,3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu = 7 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$) [92]. Weitere Messungen von Aktivierungsenergien dieser FQHE-Zustände sind nicht bekannt. Der Grund für die

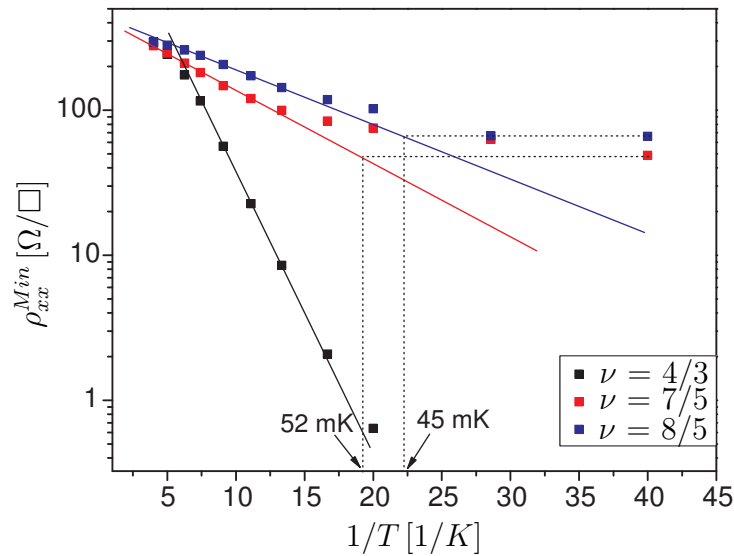


Abbildung 4.9: Die Widerstandswerte einzelner FQHE-Zustände in der Arrhenius-Auftragung. Ein Abweichen der Elektronen- von der Badtemperatur ist an einem Abweichen der Messpunkte von der Ausgleichsgeraden zu erkennen. Die minimale Elektronentemperatur liegt bei etwa 50 mK.

Abweichungen zu der hier vorgestellten Messung bleibt unklar, jedoch zeigt die experimentelle Erfahrung, dass solche Abweichungen nicht ungewöhnlich sind. Neben Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit scheinen weitere Probenparameter ausschlaggebend für diese Unterschiede zu sein. Jüngste Theorien sagen z. B. eine Abhängigkeit der Aktivierungsenergie von der Schichtdicke des 2D-Systems voraus [93]. Zum Vergleich der vorgestellten Messungen mit der Literatur fehlen indes die Daten.

Kapitel 5

Experimente und Auswertung

5.1 Grundsätzliches

5.1.1 Der Messzyklus

Als Messzyklus bezeichnen wir den vollständigen Prozess von der Justage der Laserstrahlen bis zum Wiederaufwärmen der Probe. Neben der Aufnahme der primär interessierenden Daten beinhaltet er vor allem Aufwärm- und Abkühlprozesse, Routinemessungen zur Bestimmung der Probenparameter sowie die Belichtung der Probe. Die vorgestellten Experimente wurden entweder im beschriebenen Mischungskryostatsystem oder in einem ^3He -System durchgeführt. Details zur Tieftemperaturtechnik des ^3He -Systems können [94] und [76] entnommen werden. Ein Vorläufer des jetzt installierten optischen Systems ist in [83] dokumentiert, die aktuelle Version unterscheidet sich nur unwesentlich vom dort beschriebenen Aufbau. Insbesondere werden dieselben optischen Fasern mit den dazugehörigen Einkopplern verwendet, und auch die Spiegel und Linsen im Tieftemperaturteil sind identisch. Lediglich der Laser arbeitet - bei gleicher Wellenlänge - in einem niedrigeren Leistungsbereich, so dass das Ausblenden des Primärstrahls unterbleiben kann. Den größten Unterschied zwischen dem ^3He - und dem Mischkryostatsystem stellt die optimale Belichtungsintensität dar. Diese lässt sich nur näherungsweise vom jeweils anderen System ableiten und muss deswegen stets neu ermittelt werden.

Der Messzyklus beginnt stets mit der Justage der optischen Komponenten, die im nächsten Abschnitt detailliert beschrieben ist. Daraufhin folgt der Abkühlvorgang. Nach dem Erreichen von ^4He -Temperaturen werden die Kontakte überprüft und es wird eine Messung im unbeleuchteten Probenzustand vorgenommen. Durch diese Messung wird sichergestellt, dass sich die Probe in einem wohldefinierten und vergleichbaren Ausgangszustand befindet. Es wird vor allem die Symmetrie der Messkurven bezüglich der $B=0$ -Achse kontrolliert sowie die Ladungsträgerdichte bestimmt um sicherzustellen, dass eventuelle vorherige Modulationen tatsächlich gelöscht sind. Anschließend wird die Belichtung durchgeführt

und daraufhin alle interessanten Messkurven aufgenommen. Bevor das System wieder aufgewärmt wird, kann eine weitere nicht-interferometrische Belichtung zur Feststellung der maximalen Ladungsträgerdichte durchgeführt werden. Danach wird die Probe auf mindestens 200 K erwärmt, nötigenfalls die Einkoppler nachjustiert und der nächste Messzyklus gestartet.

Ein wesentlicher Faktor bei der Effizienz der Messungen ist die Zeit, die für einen Aufwärm-Abkühl-Zyklus zum Löschen der Modulation benötigt wird. Diese Zeit wird vor allem dadurch bestimmt, wie gut es gelingt, allein die Probe und nicht die Umgebung zu heizen. Im ^3He -System wird dies durch Abpumpen des ^3He -Gases bewerkstelligt, was zu einer thermischen Entkopplung der Probe von der Umgebung führt. Zusammen mit einer direkt an den Kontaktstiften angebrachten Heizung ermöglicht dies einen Temperaturzyklus innerhalb von 30 Minuten. Im Mischungskryostaten, in dem die Probe von Flüssigkeit umspült ist, gelingt eine solche Abkopplung nicht. Der Probenstab muss vollständig aus dem Kryostaten gezogen werden, was einen erneuten Einführ- und Abkühlvorgang nötig macht. Nach etwa 2,5 h befindet sich die Probe wieder bei 1 K. Zur Untersuchung von *Composite Fermions* bei Füllfaktor $1/2$ müssen weitere 2 bis 4 h zum Erreichen tiefer Temperaturen aufgewendet werden. Aufgrund begrenzter Sweepraten muss eine weitere Stunde für das Hochfahren des Magneten kalkuliert werden. Selbst bei optimalem Verlauf ist somit nicht mehr als 1 Messzyklus pro Tag durchzuführen, was das systematische Experimentieren mit variierenden Belichtungen erheblich einschränkt.

5.1.2 Justage der Laserstrahlen

Wie bereits erwähnt, muss ein kollimierter Laserstrahl zum Einkoppeln in eine optische Faser genau auf den Faserkern mit einem Durchmesser von etwa $5\ \mu\text{m}$ fokussiert sein. Die Einkoppler erlauben deshalb ein Verschieben des Faserendes mittels Mikrometerschrauben, sowohl senkrecht zum einfallenden Strahl als auch parallel dazu zur Optimierung des Brennpunkts. Trifft der Laserstrahl das Faserende nicht optimal, nimmt die eingekoppelte Intensität ab und verschwindet schließlich.

Besonders wenn die Fasern längere Zeit von den Einkopplern getrennt waren, können diese soweit dejustiert sein, dass der Strahl nicht mehr einkoppelt. In diesem Fall hat man keinerlei Anhaltspunkte, in welcher Richtung das Faserende zu bewegen ist. Es empfiehlt sich folgende Vorgehensweise, falls bereits eine beliebige andere Faser justiert ist: Mit einer losen optischen Faser leitet man einen Strahl vom „guten“ zum „schlechten“ Einkoppler. Der Strahl tritt aus dem schlechten Einkoppler aus und kann mit einem Stück Papier im Strahlengang sichtbar gemacht werden. Von der anderen Seite trifft der dejustierte Strahl auf das Papier. Durch einfaches Übereinanderbringen der beiden Lichtpunkte ist eine gute Voreinstellung möglich.

Zur Feineinstellung werden zunächst (bei entferntem Spiegelsockel) alle aus-

tretenden Strahlen einzeln mit Hilfe eines Leistungsmessers auf maximale Intensität justiert. Dabei kann auch durch Verwendung eines Polarisators die Polarisationsrichtung der Strahlen überprüft und gegebenenfalls nachjustiert werden. Anschließend wird der Spiegelsockel mit eingebauter Probe eingesetzt. Als entscheidendes Kriterium für die Güte der Justage dient der Vierpunkt-widerstand der Probe. Auf diese Weise wird die einfallende Lichtintensität genau dort gemessen und verglichen, wo später das Messsignal abgegriffen wird¹. Die Laserstrahlen werden nun einzeln solange nachjustiert, bis der Probenwiderstand minimiert ist. Idealerweise liegt das Optimum aller vier Strahlen jeweils beim selben Minimalwert, was in der Praxis nur selten zu erreichen ist. Differieren die Minimalwerte eines Strahlenpaares mehr als 2 %, so wird der bessere durch Dejustage an den schlechteren angeglichen. Insgesamt reagieren verschiedene Probenmaterialien sehr unterschiedlich auf Beleuchtung: der maximale Rückgang des Widerstandes kann bei Raumtemperatur zwischen 10 % und 60 % betragen.

Auf die Justage wurde stets größte Sorgfalt verwendet. Die Verwendung von optischen Fasern vereinfacht im Vergleich zum Freistrahlaufbau [76] diesen Schritt im Messzyklus zwar wesentlich, trotzdem stellt die Justage immer noch eine der wichtigsten Voraussetzungen für ein erfolgreiches Experiment dar. Vor jedem Neueinbau des Probenstabes werden zusätzlich die Spiegel im Tieftemperaturteil penibel gereinigt². Nach Einbau des Probenstabes wird die Justierung nochmal überprüft und schließlich mit dem Abkühlen fortgefahren.

5.1.3 Die Belichtung

Bei der interferometrischen Belichtung bewährte es sich, den zeitlichen Verlauf des Widerstandes nach der Belichtung zu überwachen. Eine Reihe von Aussagen über die Güte der erzeugten Modulation kann bereits anhand dieses Widerstandsverlaufes getroffen werden.

Als Belichtungsdauer wird meist 1 ms gewählt. Die gesamte auf die Probe eingestrahlte Energiedosis kann kontinuierlich mit Hilfe der Laserleistung reguliert werden. Die Belichtung wird stets bei ausgeschaltetem Magnetfeld und bei Temperaturen zwischen 3 K und 4 K (³He-System) beziehungsweise 0,6 K und 1 K (Mischungskryostat) ausgeführt. In Abbildung 5.1 sind vier Beispiele für den zeitlichen Verlauf des Widerstandes nach erfolgter Belichtung bei $t=0$ dargestellt.

- a) Der Widerstand wird durch die Belichtung erhöht. Kommensurabilitätsoszillationen wurden in diesem Fall nie beobachtet.

¹Meist wird als aktive Fläche die Hallbar innerhalb der äußersten Potentialsonden gewählt (inklusive des 90°-Knicks). Zur genaueren Justage können aber auch einzelne Arme der Hallbar abgegriffen und verglichen werden.

²Die Spiegel auf der optischen Bank dagegen sind nicht sehr sensibel für Verschmutzungen: die optische Faser an sich wirkt wie ein in anderen Interferenzexperimenten verwendetes Pinhole, welches nicht-parallele Strahlanteile herausfiltert. Alle optischen Komponenten vor diesem Pinhole können die Interferenzfähigkeit der Strahlen durch Verschmutzung also nicht gefährden.

- b) Der Widerstand steigt zunächst und sättigt dann auf einer Zeitskala von mindestens 10 s auf einem Wert, der niedriger ist als der Ausgangswert. Es wurden bestenfalls sehr schwache Kommensurabilitätsoszillationen beobachtet.
- c) Der Widerstand fällt sofort, sättigt aber nur langsam.
- d) Der Widerstand fällt und sättigt auch sofort³.

Die beiden Prototypen c) und d) stellen eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für gute Belichtungen mit vergleichsweise starker Modulation dar. Die Gründe für die langsame Sättigung in a), b) und c) bleiben unklar, wobei b) vor allem bei vergleichsweise schwachen Belichtungs Dosen auftritt. Auch für das Anwachsen des Widerstands in a) ist keine Erklärung bekannt.

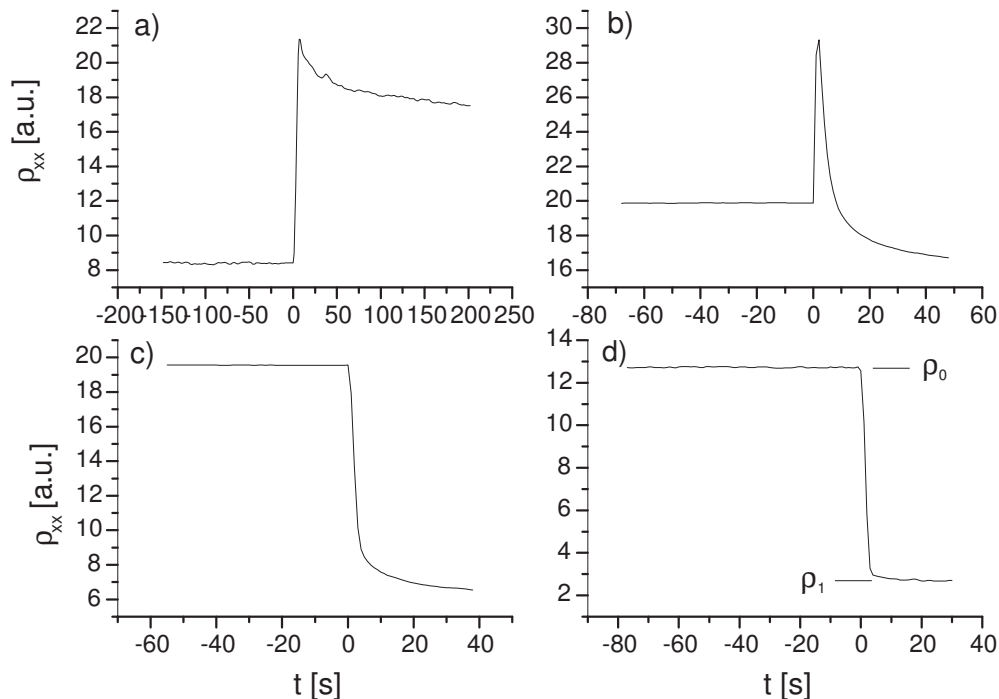


Abbildung 5.1: Vier Belichtungen von je 1 ms auf verschiedenen Proben als Prototypen der zeitlichen Verläufe des Widerstandes nach der Belichtung bei $t=0$. Auswirkungen: a) keine Modulation b) keine oder schwache Modulation c) gute Modulation d) optimale Belichtung.

Neben der Form der Widerstandsänderung bei der Belichtung ist die Größe der Widerstandsänderung ein weiteres Indiz für die Güte der Belichtung. Dies ist anhand von Abbildung 5.2 verdeutlicht. Darin repräsentiert jeder Punkt eine

³Die leichte scheinbare Sättigung kann von der Integrationszeit des Lock-Ins stammen.

Belichtung, die einen Rückgang des Widerstands von ρ_0 auf ρ_1 nach sich zieht. Zuerst fällt auf, dass der prozentuale Rückgang ρ_1/ρ_0 bereits ein gutes Maß für die Änderung der Ladungsträgerdichte darstellt. Für hohe Belichtungsintensitäten tritt eine Sättigung im Widerstandsrückgang auf. Diese Sättigung liegt bei einer Ladungsträgerdichte von etwa $3,2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und damit deutlich unter dem Maximalwert Wert von $4,0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, der mittels einer nicht-interferometrischen Belichtung zustande kommt. Eine Sättigung unterhalb des voll belichteten Zustands bedeutet, dass es gelungen ist, ein kontrastreiches Interferenzmuster auf der Probenoberfläche zu erzeugen. Andererseits scheint der Kontrast bereits vor Erreichen der Sättigung ein Optimum anzunehmen, da die besten Resultate mit einer Intensität von $0,6 \text{ mW/cm}^2$ erzielt wurden, die in einer Ladungsträgerdichte von $2,98 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ resultierte.

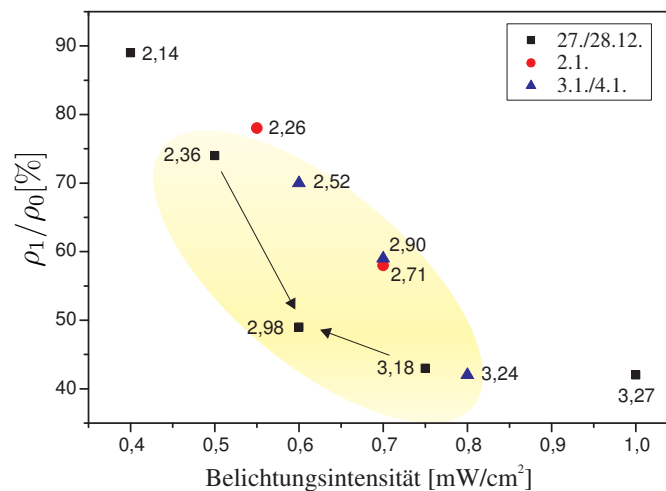


Abbildung 5.2: Rückgang des Probenwiderstandes von ρ_0 auf ρ_1 bei der Belichtung einer Probe des Materials Eberl 8790. Jeder Punkt markiert eine Belichtung, die nebenstehende Zahl gibt die resultierende Ladungsträgerdichte in 10^{11} cm^{-2} an. Die unterschiedlichen Symbole bezeichnen verschiedene Justierzustände. Im gelb unterlegten Bereich führten die Belichtungen zu Kommensurabilitätsoszillationen, die höchste Modulationsstärke wurde bei einer Dichte von $2,98 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ erreicht.

Nach allen Belichtungen innerhalb des gelb unterlegten Bereichs konnten Kommensurabilitätsoszillationen im Experiment aufgelöst werden. Um eine möglichst hohe Modulationsstärke zu erzielen, muss in einem stark eingeschränkten Intensitätsbereich belichtet werden, der darüberhinaus vom Justagezustand der optischen Komponenten abhängt. Drei verschiedene Symbole verdeutlichen in Abbildung 5.2, inwieweit sich verschiedene Justagezustände auswirken können. Das Belichtungsverhalten ist für jede Probe charakteristisch, was bei der Verwendung von neuen Probenmaterialien eine aufwändige Prozedur zur Ermittlung der optimalen Belichtungsparameter nach sich zieht.

Trotz dieser prinzipiellen Schwierigkeiten stellt der vorhandene Aufbau mit optischen Fasern einen wesentlichen Fortschritt gegenüber dem Freistrahlaufbau dar. Dessen Belichtungsergebnisse waren so wenig reproduzierbar, dass eine sinnvolle Auswertung eines Diagramms wie oben dargestellt nicht möglich war.

5.1.4 Bestimmung der Probenparameter

Durch die Verwendung von 4 Lock-In-Verstärkern ist es möglich, eine Kombination von Hall- und longitudinalen Spannungen gleichzeitig aufzunehmen. Abbildung 5.3 zeigt eine häufig verwendete Kombination. Zur Berechnung des spezifischen Widerstands werden Spannung, Strom und Geometriefaktor benötigt. Um das Signal-Rauschverhältnis zu verbessern, wird in der Praxis bei dieser Berechnung nicht auf den gemessenen Strom, sondern auf einen nominellen Stromwert zurückgegriffen. Die Messwerte dienen lediglich dazu, das Ergebnis zu verifizieren.

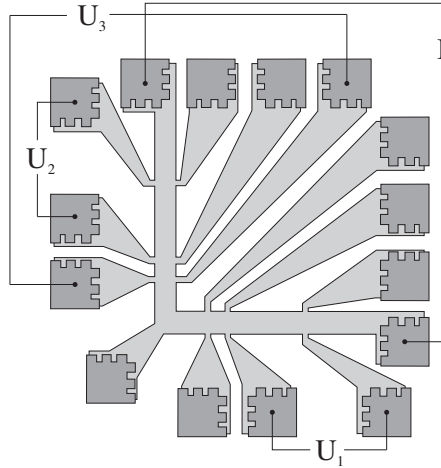


Abbildung 5.3: Ein häufig benutztes Abgriffschema: Zwei Längsspannungen mit Geometriefaktor 4 an beiden Armen, sowie eine Hallspannung und der Messstrom.

Die verwendeten hochbeweglichen Proben zeigen bei ^4He -Temperaturen SdH-Oszillationen bereits unterhalb von 1 T. Aus deren $1/B$ -Periodizität lässt sich die Ladungsträgerdichte bestimmen:

$$n_s = \frac{2e}{h} \frac{1}{\Delta\left(\frac{1}{B}\right)} . \quad (5.1)$$

Für spinaufgespaltene SdH-Oszillationen entfällt die 2 im Zähler. Die Beweglichkeit erhält man anschließend aus:

$$\mu = \frac{1}{\rho_{xx}|_{B=0} \cdot en_s} . \quad (5.2)$$

Gerade die Auswertung der SdH-Periodizität ist dabei ohne technische Hilfsmittel langwierig und fehleranfällig. Deswegen wurde das Messprogramm um eine Routine erweitert, welche automatisch die Minimumpositionen bestimmt und die

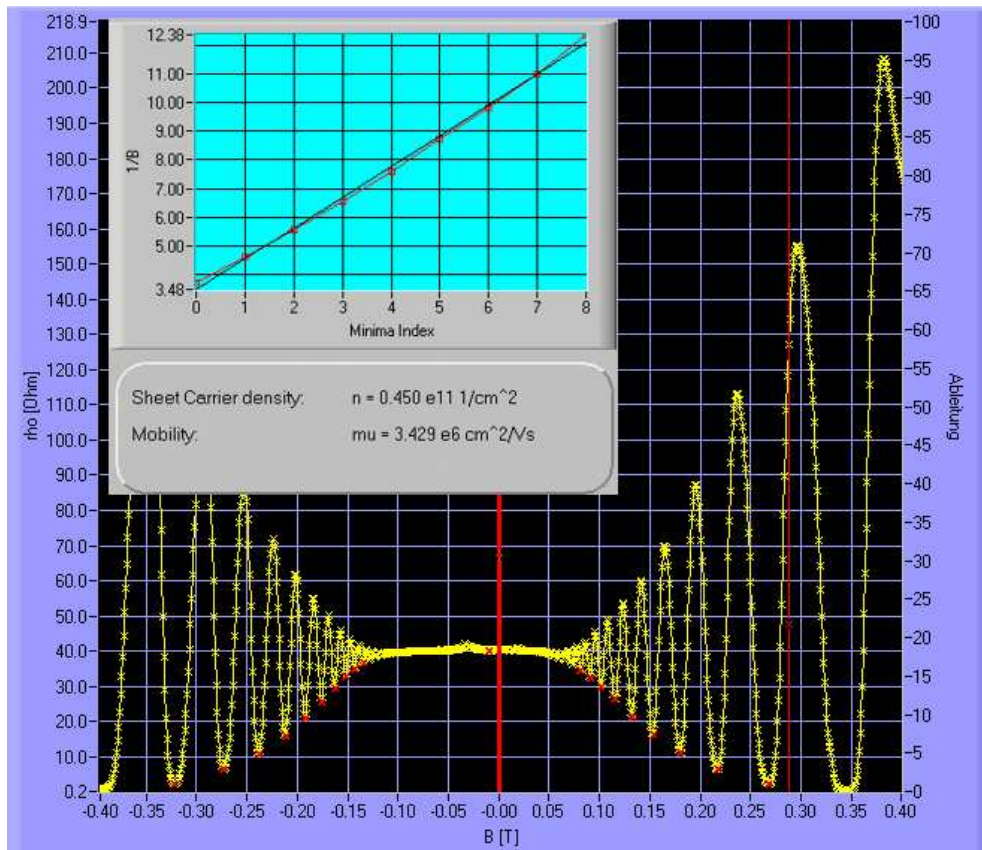


Abbildung 5.4: Erweiterung des Messprogramms zur Bestimmung der Probenparameter: die roten Kreuze markieren die vom Programm gefundenen Minima. Deren Auswertung erfolgt zwischen den beiden verschiebbaren vertikalen roten Linien. Im Insert sieht man die berechneten Werte zusammen mit einer Auftragung des Minimum-Index gegen das inverse Magnetfeld. Im dargestellten Fall ist ein offensichtlicher Magnetfeldoffset von -32 mT noch nicht korrigiert. Die inversen Minimumpositionen krümmen sich deswegen um die Ausgleichsgerade und die tatsächliche Ladungsträgerdichte von $0,70 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ wird weit unterschätzt.

notwendigen Berechnungen vornimmt. Zusätzlich wird ein Diagramm erzeugt, in dem die inversen Minimumpositionen gegen einen ganzzahligen Index aufgetragen werden (siehe Abbildung 5.4). Durch diese Punkte wird eine Gerade eingepasst. Abweichungen von der $1/B$ -Periodizität durch einsetzende Spinaufspaltung oder einen Magnetfeldoffset werden dadurch sofort offensichtlich und Fehler können vermieden werden.

Ein Magnetfeldoffset kann zwei Gründe haben:

1. Eine zu hohe Sweep rate für die verwendete Integrationszeit am Lock-In-Verstärker: Hier muss ein Kompromiss zwischen hoher Integrationszeit (weniger Rauschen) und schneller Datenaufnahme eingegangen werden. In der

Praxis wurde für die Integrationszeit 1 s gewählt und maximal 3 mT/s für die Sweepgeschwindigkeit⁴.

2. Hysterese-Effekte im supraleitenden Magneten: Die verwendeten Magneten mit einem Maximalfeld von 16 T und 19 T zeigen hysteretisches Verhalten. Die Remanenzfeldstärken können dabei je nach Vorgeschichte bis zu 35 mT betragen. Sie sind damit deutlich stärker als die Fehler durch eine zu hohe Sweeprate.

Eine Vernachlässigung des Magnetfeldoffsets kann zu Fehlern von bis zu 35 % bei der Bestimmung der Ladungsträgerdichte führen. In der Auftragung der inversen Minimumpositionen gegen den Index macht sich der Offset durch eine Krümmung der Kurve aus allen Messpunkten bemerkbar (siehe Insert in Abbildung 5.4). Der Offset kann experimentell bestimmt werden, indem man den Nullpunkt einer gleichzeitig aufgenommenen Hallwiderstandskurve ermittelt: der Magnetfeldwert des Nullpunkts entspricht dem Offset, welcher nun eliminiert werden kann. Dies wurde in allen in dieser Arbeit präsentierten Messungen durchgeführt, wodurch die Werte für die Ladungsträgerdichte auf zwei Nachkommastellen genau bestimmt werden konnten.

Die Quantenstreuzeit

Die Quantenstreuzeit τ_q liefert wichtige Informationen über die dominierenden Streucharakteristiken in einer Probe. Leider ist sie im Experiment wesentlich schlechter zugänglich als die Transportstreuzeit τ , die sich direkt aus der Beweglichkeit mittels $\tau = m^* \mu / e$ erschließt. Der notwendige Anknüpfungspunkt zum Experiment ist durch den Zusammenhang $\Gamma = \hbar / 2\tau_q$ zwischen der Quantenstreuzeit und der Breite der Landauniveaus gegeben. Bei der Ausbildung der SdH-Oszillationen konkurriert die Landauniveaubreite mit dem Abstand der Landauniveaus, so dass sich aus der Entwicklung der SdH-Oszillationen mit steigendem Magnetfeld Aussagen über die Quantenstreuzeit gewinnen lassen. Zwei Arbeiten von Coleridge et al. [103, 104] haben die folgende Methode der Auswertung etabliert: Im so genannten *Dingle-Plot* werden die SdH-Amplituden halblogarithmisch gegen das inverse Magnetfeld aufgetragen. Die Auswertung geschieht dann über die Formel:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = 4X(T) \exp\left(-\frac{\pi}{\omega_c \tau_q}\right) \quad . \quad (5.3)$$

$\Delta\rho$ ist die Amplitude eines SdH-Extremums, gemessen vom Extremwert nach ρ_0 (siehe Abbildung 5.5). ρ_0 ist abhängig vom Magnetfeld und repräsentiert den

⁴Bei Badtemperaturen unterhalb von 100 mK würde eine höhere Sweeprate außerdem zu Heizeffekten aufgrund von induzierten Wirbelströmen in den leitenden Teilen des Chipsockels führen.

Widerstand der Probe *ohne* SdH-Oszillationen. Da dieser nicht mit $\rho(B = 0)$ übereinstimmen muss, wird er durch Mittelung eines Extremalwerts mit der linearen Interpolation der beiden angrenzenden Extremwerte berechnet [105]. In Abbildung 5.5 ist dies für zwei benachbarte Extremalwerte dargestellt. Der thermische Dämpfungsfaktor $X(T)$ trägt der endlichen Temperatur Rechnung:

$$X(T) = \frac{2\pi^2 k_B T / \hbar \omega_c}{\sinh(2\pi^2 k_B T / \hbar \omega_c)} \quad (5.4)$$

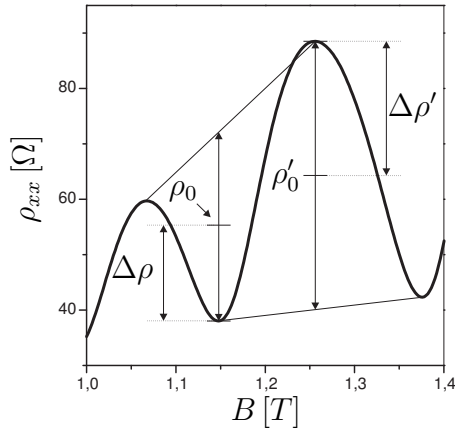


Abbildung 5.5: Zur Bestimmung der Amplitude von SdH-Oszillationen: die Amplituden werden immer in Referenz zu einem B-abhängigen ρ_0 -Wert berechnet. Dieser ist der Mittelwert zwischen dem Extremalwert und der linearen Interpolation der beiden benachbarten Extrema.

Trägt man die reduzierte Amplitude $\Delta\rho/\rho_0 X(T)$ gegen das inverse Magnetfeld auf, so ergibt sich eine Gerade, aus deren Steigung die Quantenstreuzeit bestimmt werden kann. Die Gerade schneidet die $\Delta\rho$ -Achse beim Wert 4. In Abbildung 5.6 ist ein Dingle-Plot dargestellt. Die Messung wurde an einer unbeleuchteten Probe vorgenommen, um Ladungsträgerinhomogenitäten zu vermeiden. Wie der Dingle-Plot zeigt, liegen die Punkte sehr gut auf der Ausgleichsgeraden und der Achsenabschnitt liegt mit 3,7 nahe beim theoretisch erwarteten Wert von 4. Die aufwändige Auswertung der SdH-Amplituden wurde dabei von einem selbstentwickelten Programm übernommen. Die Quantenstreuzeit wurde zu $\tau_q = 0,53$ ps bestimmt. Damit ergibt sich ein Verhältnis von $\tau/\tau_q = 56$, was auf bevorzugte Kleinwinkelstreuung hindeutet, wie es für hochbewegliche Proben typisch ist.

Die Auswertung von Dingle-Plots ist oft problematisch. So führen etwa Gradienten in der Ladungsträgerdichte zu einer Überlagerung von verschiedenen SdH-Periodizitäten, welche die Amplituden stark beeinflussen. Im Dingle-Plot erkennt man dies durch Krümmung der Messpunkte um die Ausgleichsgerade und einen Achsenabschnitt größer 4 [104]. Ein theoretisches Beispiel von Syed et al. belegt zudem, dass es auch spezielle Konfigurationen von Dichtegradienten geben kann, die selbst bei „guten“ Dingle-Plots einen Fehler von bis zu 600 % bei der Bestimmung der Quantenstreuzeit erzeugen [106]. Eine Realisierung dieser speziellen Konfiguration ist jedoch unwahrscheinlich. In dieser Arbeit führten Ladungsträgerinhomogenitäten, wie sie im nächsten Abschnitt beschrieben werden, stets zu offensichtlichen Mängeln im Dingle-Plot. Darüberhinaus treten vor

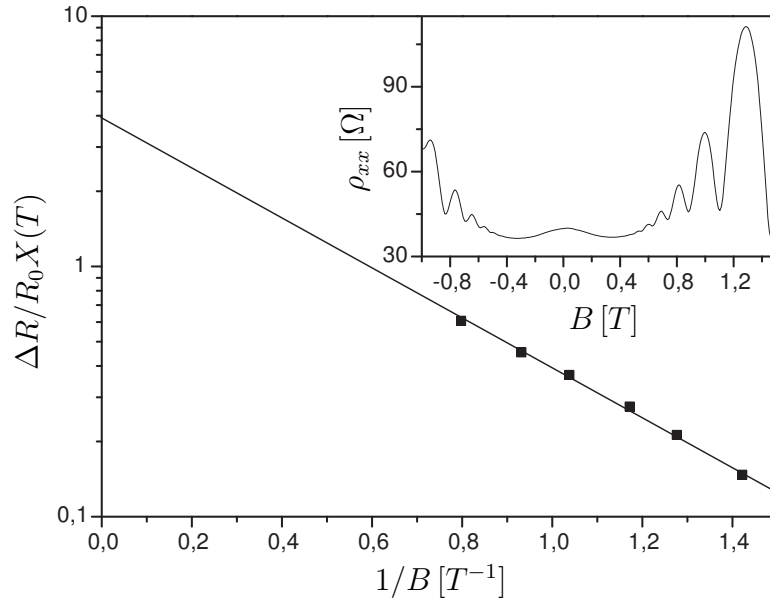


Abbildung 5.6: Dingle-Plot: die Amplituden der SdH-Oszillationen (Insert) liegen auf einer Geraden mit dem Achsenabschnitt 3,7. Die Quantenstreuzeit wird aus der Geradensteigung bestimmt und beträgt 0,5 ps. (Probenmaterial Eberl 8790, $n_s = 2,01 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu = 0,78 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $T=1,7 \text{ K}$)

allen in sehr hochbeweglichen Proben mit niedriger Ladungsträgerdichte, ähnlich den hier verwendeten, Abweichungen gegenüber den theoretischen Erwartungen hervor. Coleridge et al. berichten in [108] von Proben, die bei der vorgestellten Auswertung negative Werte für die Quantenstreuzeit produzieren. Eine Veröffentlichung von Hayne et al. [107] beschreibt Schwierigkeiten bei der Verwendung des thermischen Dämpfungsfaktors $X(T)$: Während die Messwerte ohne $X(T)$ einen „guten“ Dingle-Plot erzeugen, bringt die Einbeziehung des Dämpfungsfaktors starke Abweichungen sowohl von der Linearität der Messpunkte, als auch vom erwarteten Achsenabschnitt mit sich. Die Gründe für diese Abweichungen bleiben unklar. Ähnlich problematische Fälle traten während dieser Arbeit bei der Auswertung von Dingle-Plots auf. Oft wurden bessere Ergebnisse erzielt, wenn die Proben vor der Belichtung analysiert wurden. Auf diese Weise erhält man zumindest eine untere Grenze für die Quantenstreuzeit.

5.1.5 Ladungsträgerinhomogenitäten

Inhomogenitäten in der Ladungsträgerdichte können prinzipiell zwei Ursachen haben:

1. Unregelmäßigkeiten beim Wachstumsprozess der Heterostruktur, insbesondere bei der Dotierung: Um diese Fehler so gering wie möglich zu halten, werden die Wafer während des Wachstums in Rotation versetzt. Trotzdem

sind Konzentrationsgradienten von 1-2 %/cm nicht zu vermeiden [97]⁵.

2. Inhomogene Ionisierung von DX-Zentren bei tiefen Temperaturen: Dies kann vor allem durch eine inhomogene Intensität beim Belichten begründet sein, aber auch durch Umsteckvorgänge produzierte Spannungstöße lassen die Probe oft in einem Zustand zurück, der auf extrem inhomogene Dichtekonzentrationen schließen lässt.

Grundsätzlich werden in diesem Abschnitt Inhomogenitäten auf einer Längenskala größer der mittleren freien Weglänge behandelt. Die periodische Dichtemodulation aufgrund der *in-situ*-interferometrischen Belichtung gehört nicht dazu. Es kommt jedoch gerade bei der Überlappung von zwei Laserstrahlen häufig zu unerwünschten Inhomogenitäten, so dass ein Gradient in der Ladungsträgerdichte in der Mehrzahl der Messungen vorhanden ist.

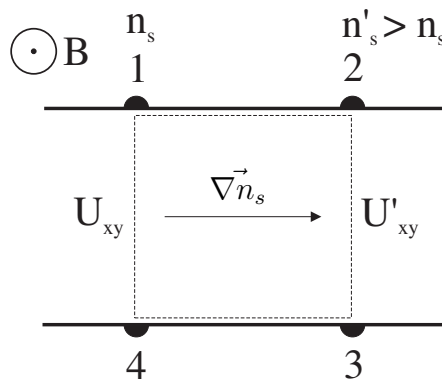


Abbildung 5.7: Ein Dichtegradient parallel zur Stromrichtung führt im Magnetfeld zu unterschiedlichen Potentialdifferenzen am oberen und unteren Probenrand.

Zuerst wird der Fall betrachtet, in dem der Gradient in der Ladungsträgerkonzentration parallel zur Stromrichtung verläuft (siehe Abbildung 5.7). Außerdem sei die Ladungsträgerdichte bei den Kontakten 2 und 3 größer als bei den Kontakten 1 und 4. Die Hallspannung U_{23} ist deshalb kleiner als U_{14} . Nach dem Faraday'schen Gesetz müssen sich alle Spannungen längs des in der Abbildung eingezeichneten gestrichelten Weges zu Null addieren: Daraus folgt, dass die Spannungen U_{12} und U_{34} , die man am oberen bzw. unteren Probenrand abgreift, nicht identisch sind. Bei einer Umkehr der Magnetfeldrichtung ändern die Hallspannungen U_{23} und U_{14} ihr Vorzeichen und die Längsspannungen U_{12} und U_{34} vertauschen ihre Rollen. Ein Gradient $\vec{\nabla}n_s \parallel I$ hat demnach folgende Auswirkungen auf ein Magnetotransportexperiment:

1. Longitudinale Widerstände sind nicht symmetrisch zur $B=0$ -Achse.
2. Widerstände, die vom oberen bzw. unteren Probenrand desselben Teilstücks abgegriffen werden, sind nicht identisch. Es gilt stattdessen die Symmetriebeziehung

$$\rho_{xx}^{(1-2)}(B) = \rho_{xx}^{(3-4)}(-B) \quad . \quad (5.5)$$

⁵In dieser Veröffentlichung von Pan et al. wird sogar vermutet, dass Dichtegradienten den kompletten Verlauf von R_{xx} bei hohen Magnetfeldern bestimmen.

Lediglich der Mittelwert $(\rho_{xx}^{(1-2)} + \rho_{xx}^{(3-4)})/2$ besitzt die erwartete Symmetrie bezüglich $B=0$.

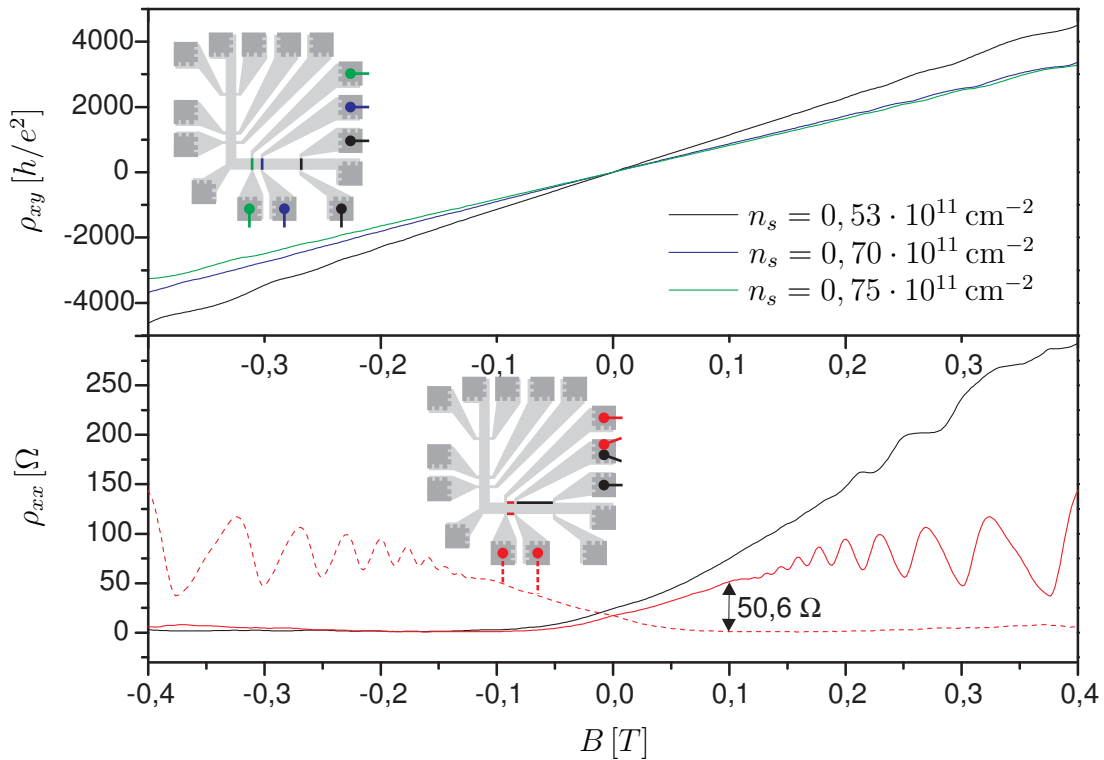


Abbildung 5.8: Auswirkungen einer Ladungsträgerinhomogenität auf das Transportexperiment. Unten: Drei verschiedene Längswiderstände vom selben Arm der Hallbar. Gegenüberliegende Abgriffe (rot/durchgezogen und rot/gestrichelt) erzeugen bei Mittelung ein symmetrisches Signal bezüglich der $B=0$ -Achse. Längere Abgriffe bilden eine stärkere Asymmetrie. Oben: alle Hallwiderstände des betrachteten Arms. Die Ladungsträgerinhomogenität zeigt sich direkt in den unterschiedlichen Steigungen der Geraden. (Probenmaterial D040326A, $\mu = 6 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $T=300 \text{ mK}$)

In Abbildung 5.8 sind Messungen an einer stark inhomogenen Probe dargestellt. Der Zustand resultierte aus einer interferometrischen Belichtung, die bei den dargestellten Messungen eine Modulation parallel zur Stromrichtung produzierte, deren Auswirkung in der gewählten Auftragung aber kaum zu erkennen ist. Im oberen Teil sind drei Hallwiderstandskurven gezeigt, deren unterschiedliche Steigungen einen Dichtegradienten parallel zum Stromfluss ausweist. Die angegebenen Ladungsträgerdichten wurden aus den Steigungen der Hallgeraden bestimmt. Sie demonstrieren eine Dichteschwankung von fast 30 % auf einer Länge von $250 \mu\text{m}$. Die Auswirkungen auf die Längswiderstände (Abbildung 5.8 unten) sind enorm: eine starke Asymmetrie bezüglich der $B=0$ -Achse ist in allen

gezeigten Messkurven zu sehen; die Stärke der Asymmetrie nimmt mit der Länge des abgegriffenen Teilstücks zu (rote und schwarze Kurve).

Die beiden an gegenüberliegenden Probenrändern desselben Teilstücks aufgenommenen Kurven (rot/durchgezogen und rot/gestrichelt) demonstrieren die Symmetrierelation nach 5.5. Bei einem Magnetfeld von 100 mT unterscheiden sich die beiden Kurven um 50,6 Ω . Nach den gewonnenen Erkenntnissen anhand von Abbildung 5.7, muss dies genau dem Unterschied der beiden angrenzenden Hallwiderstände bei gleichem Magnetfeld entsprechen. Diese Differenz zwischen der blauen und der grünen Kurve beträgt in der Messung 50,4 Ω und bestätigt damit die Überlegung (Aufgrund des Maßstabs ist diese Differenz in der Darstellung nicht zu erkennen). Damit ist es möglich, auch ohne die Aufnahme mehrerer Hallwiderstände ein quantitatives Maß für die Größe einer Ladungsträgerinhomogenität zu ermitteln. Man misst dazu bei festem Magnetfeld B_0 zwei Längswiderstände $\rho_{xx}^{(1)}$ und $\rho_{xx}^{(2)}$ von gegenüberliegenden Abgriffen eines Teilstücks und berechnet $\Delta\rho$ nach:

$$|\rho_{xx}^{(1)} - \rho_{xx}^{(2)}| = |\rho_{xy}^{(1)} - \rho_{xy}^{(2)}| = \Delta\rho \quad .$$

Mit Hilfe der Drude-Formel 1.19 lässt sich eine Beziehung zwischen der Widerstandsdifferenz $\Delta\rho$ und dem Dichtegradienten, der als $\Delta n/\bar{n}$ ausgedrückt wird, herstellen:

$$\begin{aligned} \Delta\rho &= \frac{B_0}{e} \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right) = \frac{B_0}{e} \left(\frac{n_2 - n_1}{n_1 n_2} \right) \approx \frac{B_0}{e} \frac{\Delta n}{\bar{n}^2} \\ \Rightarrow \frac{\Delta n}{\bar{n}} &= \frac{e\bar{n}}{B_0} \Delta\rho \quad . \end{aligned} \quad (5.6)$$

In dieser Rechnung bezeichnen n_1 und n_2 die Ladungsträgerdichten an den Grenzen des untersuchten Teilstücks, \bar{n} deren Mittelwert. Dieser kann durch eine Auswertung der SdH-Oszillationen bestimmt werden. Für die rote Kurve in Abbildung 5.8 ergibt eine solche Auswertung eine Ladungsträgerdichte \bar{n} von $0,73 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Mit obiger Formel 5.6 errechnet sich daraus ein Dichtegradient von 5,9 %. Dieser Wert stimmt gut mit dem Wert überein, der direkt aus den Steigungen der beiden Hallgeraden ermittelt wird (6,9 %). Der Vorteil von Formel 5.6 besteht darin, dass man zur quantitativen Bestimmung des Dichtegradienten lediglich auf zwei Longitudinalwiderstände zurückgreifen muss. Dabei kann man entweder zwei Widerstände von gegenüberliegenden Seiten der Hallbar bei einem festen Magnetfeld verwenden, oder durch die Ausnutzung der Symmetrierelation 5.5 zwei Widerstandswerte von einer beliebigen Seite bei den Magnetfeldern B_0 und $-B_0$. Der Feldwert B_0 muss hinreichend klein sein, so dass noch keine SdH-Oszillationen auftreten.

In Abbildung 5.8 fällt weiterhin auf, dass bei den asymmetrischen Längswiderständen ρ_{xx} in einer Magnetfeldrichtung die SdH-Oszillationen komplett unterdrückt sind, während sie bei entgegengesetzter Magnetfeldrichtung erst bei

vergleichsweise hohen Feldstärken einsetzen (schwarze Kurve). Letzteres ist eine Folge der Überlagerung von SdH-Serien mit Periodizitäten, die mit der kontinuierlich variierenden Ladungsträgerdichte einhergehen. Die fast vollständige Unterdrückung der SdH-Oszillationen auf der Seite mit dem geringeren Widerstand kann im Landauer-Büttiker-Formalismus verstanden werden. Die Inhomogenität wird darin als ein Probenstück mit zwei verschiedenen Füllfaktoren modelliert. Die Rechnung ist in [98] ausgeführt.

Die Symmetrie 5.5 ist auch in anderen Experimenten beobachtet worden [99, 100, 101]. Laut einer theoretischen Arbeit von Karmakar et al. tritt sie für alle Orientierungen des Dichtegradienten auf, solange die Inhomogenität eine lineare Ortsabhängigkeit aufweist [102]. Nichtlinearitäten können zu Magnetowiderstandseffekten im Mittelwert $(\rho_{xx}^{(1-2)} + \rho_{xx}^{(3-4)})/2$ bei kleinen Magnetfeldern führen. Die angegebenen funktionalen Abhängigkeiten sind experimentell jedoch nicht zugänglich.

5.1.6 Einfluss des endlichen Eingangswiderstands der Lock-In-Verstärker

In Abbildung 5.9 ist eine QHE-Messung bei einer Temperatur von 1,4 K dargestellt. In beiden Magnetfeldrichtungen sind Längs- und Hallwiderstand bis einschliesslich Füllfaktor 1 aufgetragen. Aufgrund der sehr hohen Beweglichkeit der Probe von $6,6 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ sind die Minima und die dazugehörigen Hallplateaus sehr schmal. In positiver Feldrichtung zeigen sich verschwindende Widerstände bei den Füllfaktoren 6, 4, 2 und 1. In negativer Feldrichtung erreichen die korrespondierenden Minima den Widerstandswert 0 nicht, sondern bilden Plateaus bei $66 \text{ } \Omega$ (Füllfaktor 1, siehe Insert) bzw. bei $16 \text{ } \Omega$ (Füllfaktor 2).

Nicht-verschwindende SdH-Minima können durch einen leitenden Kanal parallel zum 2DEG verursacht werden [95]. Diese Ursache kann hier jedoch ausgeschlossen werden, da die SdH-Minima nur in einer Magnetfeldrichtung nicht verschwinden. Der Grund für diesen Effekt liegt vielmehr im Bereich der Messtechnik, genauer in den endlichen Eingangswiderständen der Lock-In-Verstärker.

Bei einer Messung des Quanten Hall Effekts liegen die beiden Probenränder aufgrund der Hallspannung auf unterschiedlichen Potentialen. Im Randkanal-Regime bei ganzzahligen Füllfaktoren fällt entlang der Probenränder keine Spannung ab. Eine Probenseite liegt dann komplett auf dem Potential des Source-Kontaktes (*high potential side*), die andere Seite liegt auf dem Potential des Drain-Kontaktes (*low potential side*), das heißt auf Massepotential (vgl. Abbildung 1.9). Allein die Richtung des Magnetfeldes entscheidet darüber, welche Seite auf welchem Potential liegt, die Richtung des Stromes ist dagegen unerheblich. Verbindet man die Kontakte der *high potential side* mit einem Messgerät mit endlichem Eingangswiderstand R_{in} , so fließt aufgrund der Potentialdifferenz ein Strom über das Messgerät nach Masse (siehe Insert Abbildung 5.10), während

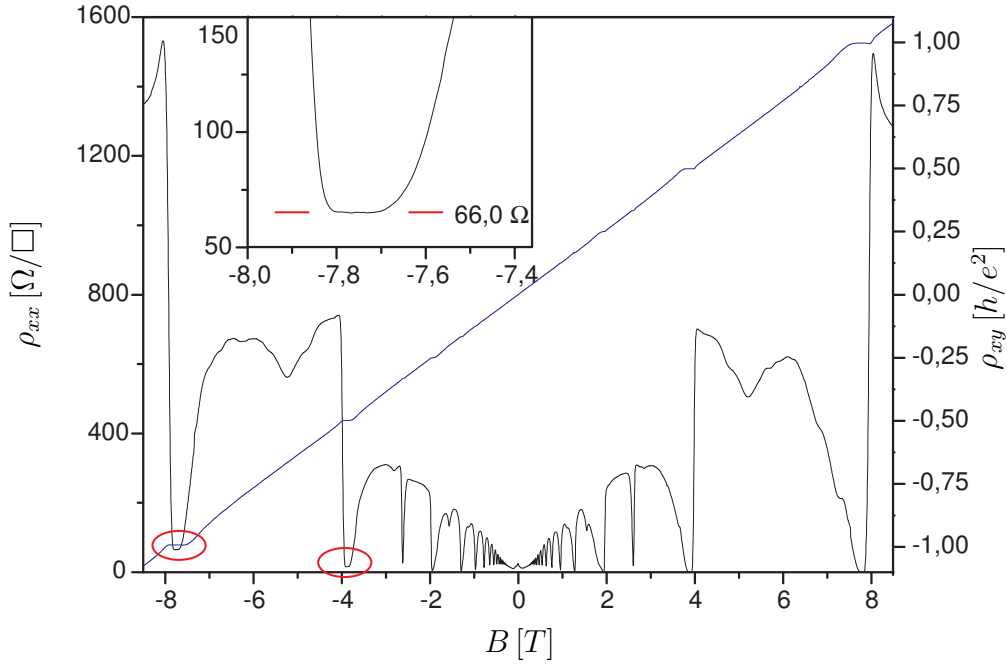


Abbildung 5.9: Der endliche Eingangswiderstand der Lock-In-Verstärker produziert asymmetrische Messungen. Insbesondere die Füllfaktoren 1 und 2 bei $-7,75$ T bzw. $-3,9$ T sind davon betroffen: statt eines verschwindenden Widerstands bilden sich Plateaus bei endlichen Widerstandswerten in ρ_{xx} . Im Insert ist Füllfaktor 1 vergrößert dargestellt. (Probe D040326A12; $n_s = 1,78 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu = 6,6 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $T = 1,4 \text{ K}$)

auf der *low potential side* tatsächlich stromlos gemessen werden kann. Fischer und Grayson [96] berechnen den daraus resultierenden Widerstand zwischen zwei Potentialsonden auf der *high potential side* in einem SdH-Minimum zu:

$$R_{xx} = \frac{R_{xy}^2}{R_{in}} . \quad (5.7)$$

Dieser Widerstand entsteht allein durch den Strom, der durch die Lock-In-Verstärker abfließt. Er tritt nicht auf, wenn die Spannung auf der gegenüberliegenden Probenseite abgegriffen wird. Der Verluststrom lässt sich direkt messen. Dazu wird bei Füllfaktor 1 der Strom durch die Probe in Abhängigkeit der Anzahl von Potentialsonden gemessen, die auf der *high potential side* an einen Lock-In-Verstärker angeschlossen sind. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.10 dargestellt. Die Steigung der Ausgleichsgerade beträgt $0,256 \text{ nA/Potentialsonde}$ und stimmt damit sehr genau mit dem erwarteten Verluststrom I_V überein, der sich aus $I_V = \frac{h/e^2 \cdot I_{Ges}}{R_{in}} = 0,258 \text{ nA}$ berechnet. Beim Abstecken eines Lock-In-Verstärkers von der *low potential side* ändert sich der Messstrom wie erwartet nicht.

Der in Formel 5.7 berechnete Widerstand lässt sich nun mit den Messwerten vergleichen: Bei Füllfaktor 1 ergibt sich für R_{xx} $66,6 \text{ } \Omega$ und für Füllfaktor 2 $16,7 \text{ } \Omega$,

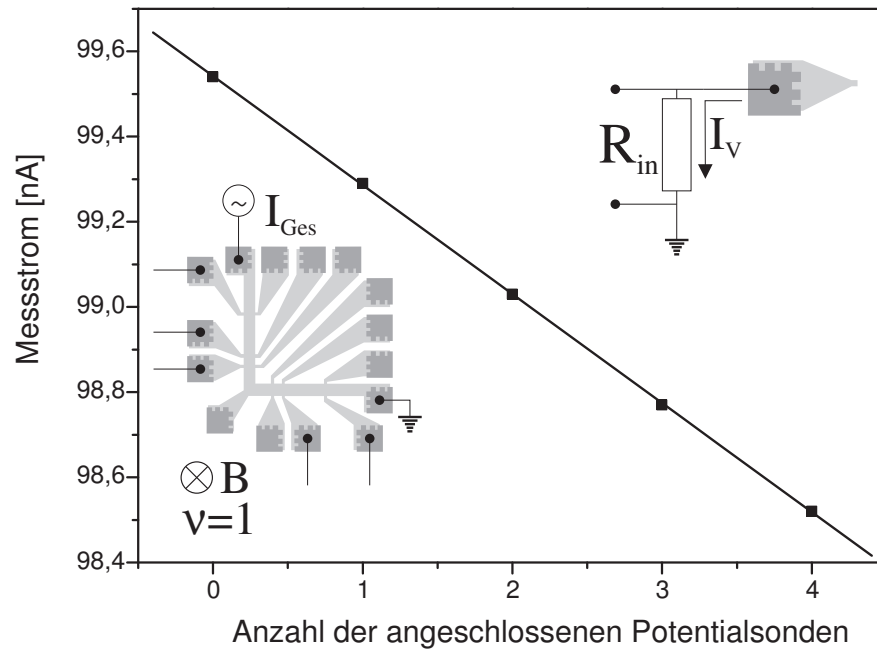


Abbildung 5.10: Strom durch eine Probe bei Füllfaktor 1 in Abhängigkeit der Anzahl von Potentialsonden, die von der *high potential side* an den Lock-In-Verstärker angeschlossen sind. Unten links sind Probengeometrie und Magnetfeldrichtung dargestellt, oben rechts die Eingangsstufe des Lock-In-Verstärkers mit dem Eingangswiderstand.

in sehr guter Übereinstimmung mit den gemessenen Werten von $66,0 \Omega$ bzw. $16,5 \Omega$. Eine weitere Beobachtung passt gut zu der hier vorgestellten Ursache der nichtverschwindenden SdH-Minima: Der endliche Widerstand R_{xx} im Minimum ist unabhängig von der Länge des abgegriffenen Teilstücks der Hallbar. Diese Verletzung der grundlegenden Formel $\rho_{xx} = \frac{\text{Breite } U_{xx}}{\text{Länge } I}$ ist leicht durch die Tatsache erklärbar, dass der Widerstand nicht durch die Hallbar selbst, sondern durch den Verluststrom produziert wird.

Zusammenfassend kann die beobachtete Asymmetrie eindeutig als Auswirkung des endlichen Eingangswiderstandes der Lock-In-Verstärker identifiziert werden. Um diesen Fehler bei der Messung zu vermeiden, können zwei gegenüberliegende Potentialsonden benutzt, die Magnetfeldrichtung umgekehrt oder die Stromkontakte vertauscht werden. Bei allen im Folgenden gezeigten Messungen wurde eine dieser drei Maßnahmen verwendet.

5.2 Kommensurabilitätsoszillationen um $B=0$

Abbildung 5.11 zeigt die Auswirkung einer eindimensionalen Modulation auf das Transportexperiment. Deutlich sind zwei verschiedene Oszillationsarten zu erkennen: bei kleinen Magnetfeldern $B < 0,6$ T dominieren die Kommensurabilitätsoszillationen den Transport, bei höheren Feldern werden sie von SdH-Oszillationen überlagert. Die mit ρ_{xx} bezeichnete Messkurve stammt von einer Modulation senkrecht zum Stromfluss, ρ_{yy} bezeichnet den Fall der Modulation parallel zum Strom. Beide Modulationen stammen von derselben Belichtung. Die Messung wurde im ^3He -System aufgenommen. In ρ_{xx} zeigen sich wie erwartet die deutlich stärkeren Oszillationen mit Minima an den Flachbandpositionen. Die Oszillationen in ρ_{yy} sind schwächer ausgeprägt und exakt gegenphasig zu denen in ρ_{xx} . In den Hallspannungen ρ_{xy} bzw. ρ_{yx} sind keine Abweichungen vom linearen Verlauf zu erkennen. Bei sehr kleinen Magnetfeldern $B < 60$ mT tritt in ρ_{xx} ein positiver Magnetowiderstand auf, der in ρ_{yy} nicht beobachtet wird. Insgesamt reproduzieren diese Messungen sehr exakt das Verhalten der Messungen von Weiss [6, 28]. Die leichten Asymmetrien bezüglich der $B=0$ -Achse können auf Dichtegradienten von $\Delta n/\bar{n} = 0,3$ % für ρ_{xx} und $\Delta n/\bar{n} = 0,1$ % für ρ_{yy} zurückgeführt werden.

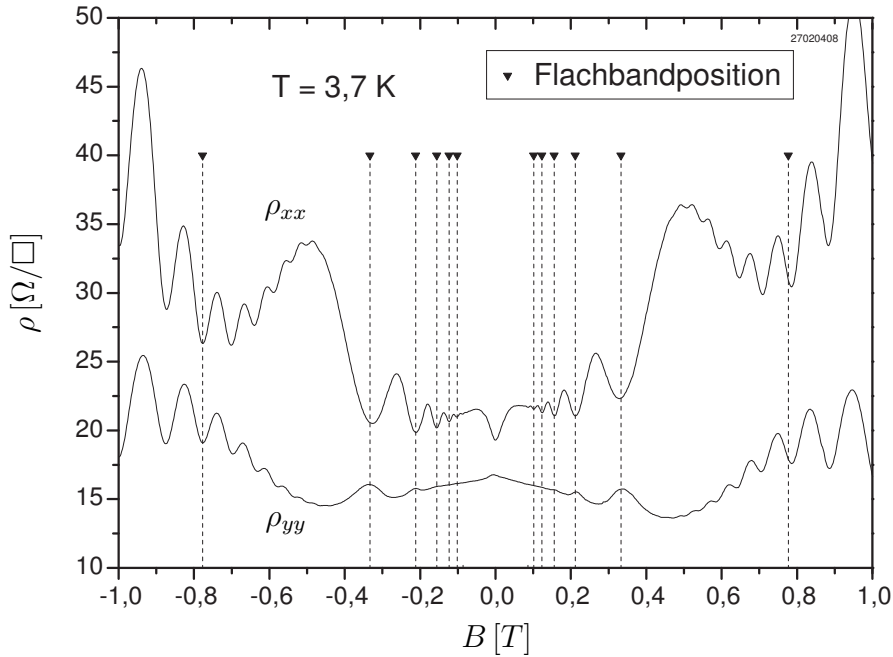


Abbildung 5.11: Kommensurabilitätsoszillationen einer eindimensionalen Modulation mit der Periode $a=335$ nm. Die Messung wurde bei einer Temperatur von 3,7 K im ^3He -System aufgenommen. (Probenmaterial Eberl 8790, $n_s = 3,45 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu(\rho_{xx}) = 0,9 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu(\rho_{yy}) = 1,1 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$).

Die Flachbandpositionen wurden für eine Modulationsperiode von 335 nm berechnet. Aus der Geometrie der verwendeten Spiegelreiter folgt zwar eine Modula-

tionsperiode von 319 nm, jedoch ist die Abweichung von $1,6^\circ$ in der Spiegelneigung wahrscheinlich auf eine Ungenauigkeit in der Fertigung der Spiegelreiter zurückzuführen. Alle Kommensurabilitätsoszillationen zeigen mit diesem Satz Spiegelreiter höhere Modulationsperioden als erwartet. Darüberhinaus können kleinere Ungenauigkeiten durch das Aufkleben der Spiegel auf die Spiegelreiter entstehen.

In Abbildung 5.12 ist eine Messung dargestellt, die im Mischungskryostat durchgeführt wurde. Die Temperatur ist vergleichsweise hoch gewählt, damit die Kommensurabilitätsoszillationen nicht vollständig durch SdH-Oszillationen überlagert werden. Die Messung zeigt sehr ähnliche Eigenschaften wie die oben beschriebene und weist überdies keine Anzeichen von Asymmetrie auf. Es sind insgesamt 12 Oszillationsperioden in ρ_{xx} sichtbar, was auf gut gewählte Belichtungsparameter sowie auf eine hohe Probenqualität schließen lässt. Bei tieferen Temperaturen können bis zu 16 Maxima aufgelöst werden. Im Insert ist ρ_{xx} gegen $1/B$ aufgetragen, wodurch die Periodizität der Oszillationen verdeutlicht wird.

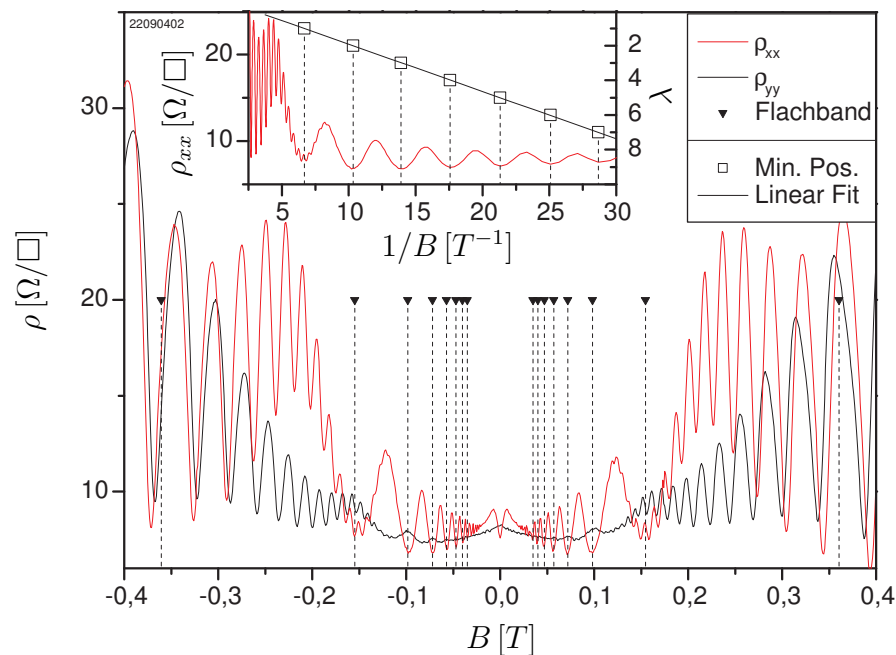


Abbildung 5.12: Kommensurabilitätsoszillationen im Mischungskryostat bei einer Temperatur von 500 mK und einer Modulationsperiode von 440 nm. Im Insert wird die $1/B$ -Periodizität der Oszillationen deutlich: die Minimumindizes liegen auf einer Geraden gegen $1/B$. (Probe Wegscheider D040422A, $n_s = 1,28 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu(\rho_{xx}) = 6,4 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu(\rho_{yy}) = 5,9 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$).

Mit diesen Messungen wurde der Nachweis erbracht, dass in beiden verwendeten Aufbauten mit Hilfe der optischen Fasern ein kontrastreiches Interferenzmuster bei kryogenen Temperaturen erzeugt werden kann. Insbesondere in einem Mischungskryostatsystem ist dieser Aufbau einzigartig. Die niedrigste Badtem-

peratur erhöht sich zwar durch den Wärmeeintrag der Fasern auf etwa 50 mK, trotzdem konnte im Vergleich zum ^3He -System die Temperatur um fast eine Größenordnung gesenkt werden.

Modulationsstärke

Zur Bestimmung der Modulationsstärke V_0/E_F muss das Experiment mit einer Theorie verglichen werden, welche die Oszillationen in ρ_{xx} quantitativ beschreibt. Es bieten sich drei Theorien an, wobei zwei davon zu demselben Ergebnis kommen: sowohl die semiklassische Rechnung von Beenakker [39], als auch die quantenmechanische Theorie von Zhang und Gerhardtts [36] (letztere im Limes hoher Quantenzahlen und hoher Temperaturen $\hbar\omega_c < k_B T$) gelangen zu folgender Formel:

$$\frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_0} = \left(\frac{V_0}{E_F}\right)^2 \frac{l_e^2}{aR_C} \cos^2(2\pi R_C/a - \pi/4) \quad . \quad (5.8)$$

Mirlin et al. kommen in ihrer Theorie unter Berücksichtigung anisotroper Streuung auf die bereits beschriebenen Ergebnisse 2.6 und 2.7, die sich zu folgender Formel zusammenfassen lassen:

$$\frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_0} = \left(\frac{V_0}{E_F}\right)^2 \frac{\pi^2 R_C^2 \mu_q}{a} B \frac{\pi}{\sinh(\pi p)} J_{ip}(2\pi R_C/a) J_{-ip}(2\pi R_C/a) \quad . \quad (5.9)$$

Dabei ist J_ν die Besselfunktion mit komplexwertigem Index ν und

$$p = \frac{1}{\mu_q B} \left[1 - \left(1 + \frac{\tau_q}{\tau} (2\pi R_C/a)^2 \right)^{-1/2} \right] \quad . \quad (5.10)$$

Zur Auswertung der Funktion 5.9 wurde ein Maple-Skript geschrieben.

Beim Vergleich der Messungen mit den Theorien (Abbildungen 5.13 und 5.14) fällt zunächst auf, dass die Beenakker'sche Rechnung die Dämpfung der Kommensurabilitätsoszillationen mit höherem Index weit unterschätzt. In Wirklichkeit werden die Amplituden stärker als linear mit dem Magnetfeld gedämpft. In Abbildung 5.13 sind zwei verschiedene Versionen eingezeichnet: einmal ein Fit an das erste, höchste Maximum und einmal an das zweite. Beide liefern zu kleinen Magnetfeldern hin keine überzeugenden Ergebnisse. Die Theorie von Mirlin dagegen erzeugt eine gute Annäherung, auch wenn die Dämpfung bei kleinen Magnetfeldern stärker ist als im Experiment. Die Messung an der Wegscheider-Probe können beide Theorien nicht überzeugend reproduzieren. Bei Mirlin ergibt sich mit der gemessenen Quantenstreuzeit von 4 ps eine zu starke Dämpfung: es werden nur 6 Oszillationsmaxima produziert statt der gemessenen 12. Ein Grund kann in einer fehlerhaften Bestimmung der Quantenstreuzeit liegen. Eine zweite Version des Fits mit einer Quantenstreuzeit von 8 ps reproduziert zumindest 10 der 12 Maxima. Für die Abschätzung der Modulationsamplitude spielen diese

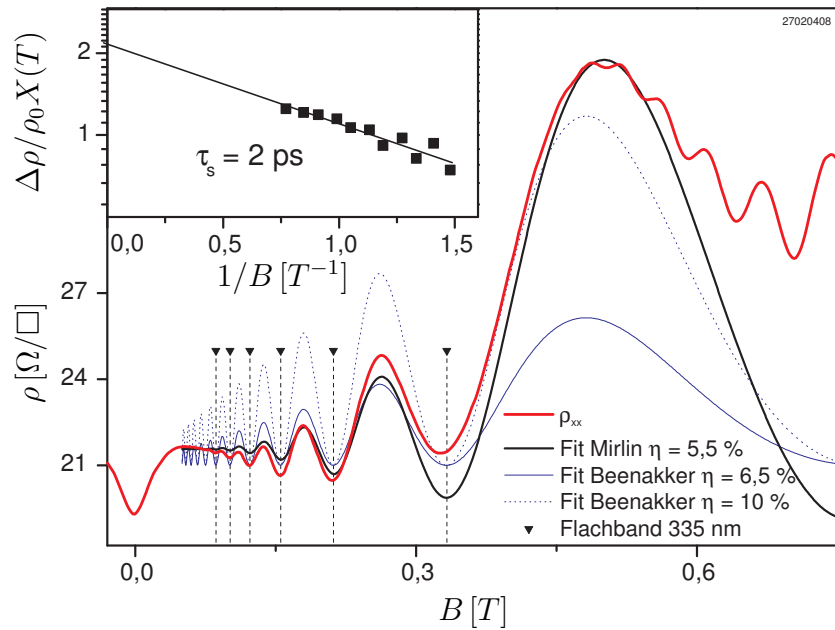


Abbildung 5.13: Vergleich der Messung aus Abbildung 5.11 (Probe Eberl) mit der Theorie: der beste Fit wird mit der Theorie von Mirlin erreicht. Die Modulationsstärke beträgt 5,5 %.

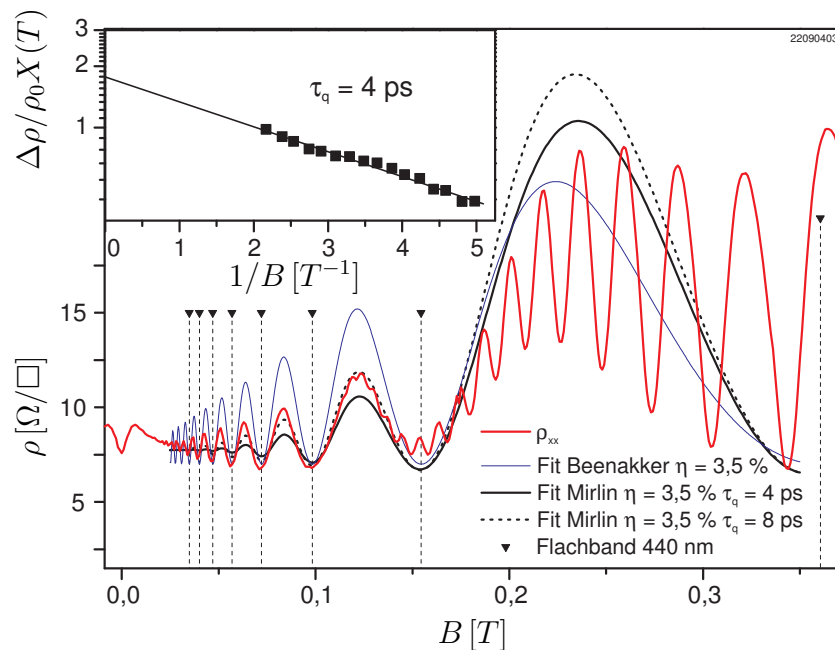


Abbildung 5.14: Vergleich der Messung aus Abbildung 5.12 (Probe Wegscheider) mit der Theorie. Die Modulationsstärke beträgt 3,5 %.

Unterschiede jedoch kaum eine Rolle: Sie wird zu 3,5 % bestimmt. Dieses Ergebnis wird auch mit der Theorie von Beenakker produziert, wobei wiederum die

Dämpfung unterschätzt wird.

An dieser Stelle soll kurz auf die Bestimmung der Quantenstreuzeit eingegangen werden, da diese für die Auswertung der Theorie von Mirlin erforderlich ist. Die Dingle-Plots für die Messungen sind in den Inserts der Darstellungen 5.13 und 5.14 zu sehen. Beide Dingle-Plots sind insofern problematisch, als dass die Messpunkte um die Ausgleichsgerade streuen und der Achsenabschnitt von 4 nicht erreicht wird. Der Achsenabschnitt liegt bei 2,2 für die Eberl-Probe und bei 1,8 für die Wegscheider-Probe. Ladungsträgerinhomogenitäten können für die Abweichungen kaum aufkommen, da sie erstens den Achsenabschnitt meist erhöhen und nicht senken, und zweitens, insbesondere bei der Messung an der Wegscheider-Probe, kaum Anzeichen von Inhomogenitäten zu erkennen sind. Die Gründe für die Abweichungen bleiben unklar und die Quantenstreuzeiten werden auf nur eine Stelle zu 2 ps bzw. 4 ps bestimmt.

Eine weitere Möglichkeit die Modulationsamplitude zu bestimmen liegt in der Auswertung des positiven Magnetowiderstandes bei sehr kleinen Feldern. Dazu wird das Magnetfeld B_0 der Sättigung des Anstiegs betrachtet. Für die Eberl-Probe liegt dieser Wert nach Mittelung über beide Seiten bei 54 mT, was nach der Theorie von Mirlin [44] in eine Modulationsstärke von über 10 % resultiert. Dieser hohe Wert scheint nicht realistisch. Gleichzeitig stellt der Wert von $B_0 = 54$ mT den höchsten Wert dar, der während dieser Arbeit gemessen wurde; andere Messungen mit vergleichbaren Kommensurabilitätseffekten zeigten weit kleinere B_0 . Es ist daher anzunehmen, dass aufgrund von Überlagerungen durch andere Effekte das Sättigungsmagnetfeld B_0 nicht richtig bestimmt werden konnte.

Für die Wegscheider-Probe liegt der Sättigungspunkt bei 7 mT, was im Bild des klassischen magnetischen Durchbruchs nach Formel 2.8 einer Modulationsamplitude von 1,6 % entspricht. Die exaktere Rechnung von Mirlin ergibt einen zusätzlichen Faktor von 2,5 und der damit errechnete Wert von 4,0 % liegt nahe an dem Wert von 3,5 %, der aus dem Anpassen der Oszillationsamplituden entnommen wurde.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die beiden Arbeiten von Mirlin et al. [42, 44] eine gute Beschreibungsmöglichkeit der Kommensurabilitätsoszillationen in ρ_{xx} bieten. Zwar wird die Dämpfung der Kommensurabilitätsoszillationen bei kleinen Magnetfeldern überschätzt, trotzdem bieten die beiden Theorien konsistente Resultate bezüglich der Modulationsstärke. Beim Fit der Weissoszillationen muss dabei das Hauptaugenmerk auf den größten Oszillationsmaxima liegen. Die Theorie von Beenakker ist für eine quantitative Analyse weniger geeignet: ihr fehlen von theoretischer Seite die Einbeziehung der Kleinwinkelstreuung; dies führt zu einer Unterschätzung der Oszillationsdämpfung.

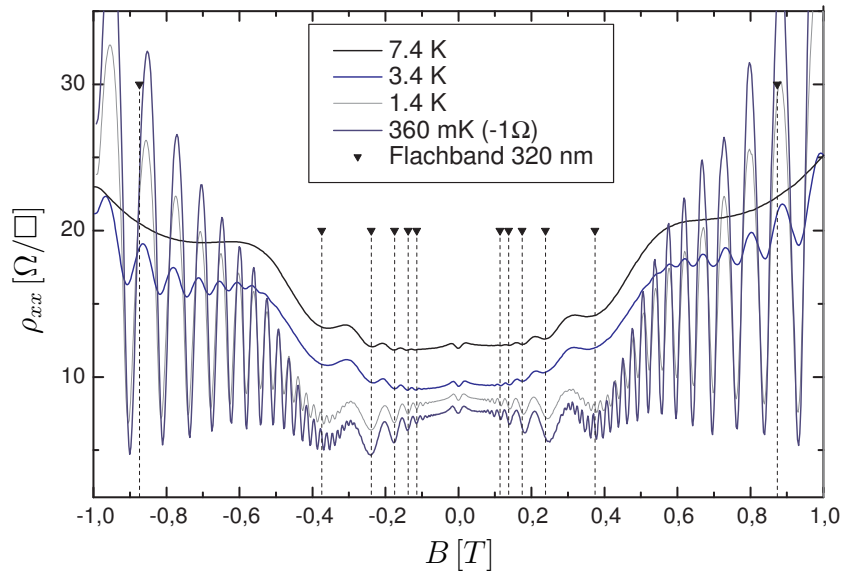


Abbildung 5.15: Temperaturabhängigkeit der Komensurabilitätsoszillationen in ρ_{xx} . Leichte Veränderungen in der Oszillationsamplitude sind die einzige Auswirkung einer Temperaturänderung. Im Gegensatz dazu sind die SdH-Oszillationen weit stärker von der Temperatur abhängig (Probenmaterial Umansky 4-50, $a=320$ nm, $n_s = 4,00 \cdot 10^{11}$ cm $^{-2}$, $\mu(3,4$ K) = $1,3 \cdot 10^6$ cm 2 /Vs).

5.3 Temperaturabhängigkeit

In Abbildung 5.15 sind vier Messungen bei verschiedenen Temperaturen dargestellt, die an einer eindimensional senkrecht zum Strom modulierten Probe aufgenommen wurden. Die Temperaturabhängigkeit der Komensurabilitätsoszillationen ist dabei sehr schwach: lediglich eine leichte Erhöhung der Amplitude mit sinkender Temperatur ist feststellbar. Dies stimmt mit den Ergebnissen anderer Experimente überein [6, 29], bei denen die Oszillationen in ρ_{xx} bei Temperaturen bis zu 40 K ausgewertet wurden. Der Unterschied zu den SdH-Oszillationen, die bei steigender Temperatur wesentlich schneller verschwinden, liegt in der relevanten Energieskala. Die thermische Verschmierung $k_B T$ der Elektronenenergien an der Fermikante muss zum Auflösen der SdH-Oszillationen kleiner als $\hbar\omega_C$ sein. Für die Komensurabilitätsoszillationen ist diese Bedingung um den Faktor $k_F a/2$ erweitert: $k_B T \leq \hbar\omega_C k_F a/2$. Dies folgt aus einer Überlegung von Beton et al. [29], nach der die Weissoszillationen erst dann verschwinden, wenn die Unschärfe der Zyklotronradien aufgrund der thermischen Verschmierung größer als die Modulationsperiode wird. Im dargestellten Fall ist $k_F a/2 \approx 25$.

Eine wesentlich interessantere Temperaturabhängigkeit zeigt der Fall, wenn die Modulation parallel zum Strom verläuft. Hier zeigen sich, wie in Abbildung 5.16 aufgetragen, bei hohen Temperaturen die schon beschriebenen, schwachen Oszillationen mit Maxima bei der Flachbandbedingung. Beim Erniedrigen der

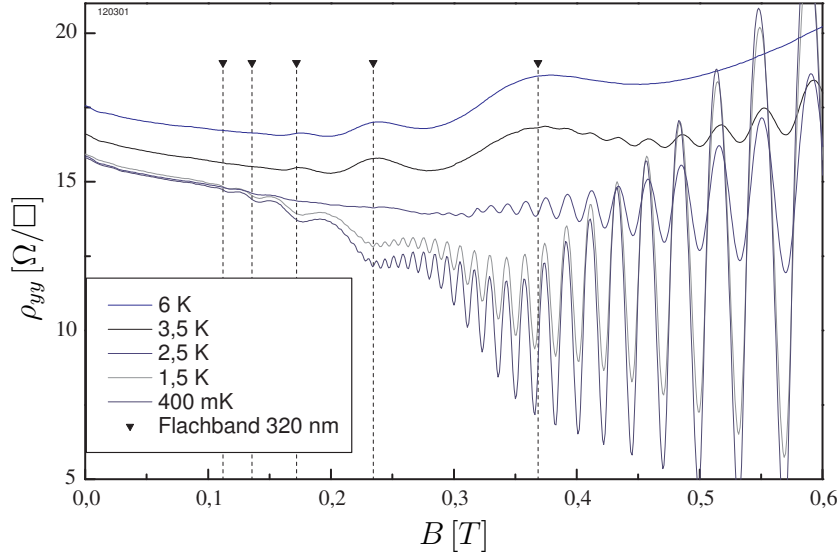


Abbildung 5.16: Temperaturabhängigkeit der Komensurabilitätsoszillationen in ρ_{yy} . Bei hohen Temperaturen zeigen sich Maxima bei der Flachbandbedingung. Die Oszillationen verschwinden bei 2,5 K und tauchen für tiefere Temperaturen mit umgekehrter Phasenlage wieder auf, d. h. mit Minima an den Flachbandpositionen (Probenmaterial Umansky 4-50, $a=320$ nm, $n_s = 3,79 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu(3,5 \text{ K}) = 1,0 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$).

Temperatur auf 2,5 K verschwinden diese Oszillationen jedoch aus dem Magnetowiderstand, und tauchen darunter in umgekehrter Phasenlage wieder auf. Bei der Flachbandbedingung liegen nun die Oszillationsminima, wie in ρ_{xx} . Dieses Umklappen der Oszillationsphase kann durch Erhöhen der Temperatur wieder rückgängig gemacht werden.

Im Hinblick auf die zugrundeliegende Theorie ist dieses Verhalten überraschend: die Oszillationen in ρ_{yy} werden durch die Streuleitfähigkeit induziert. Diese ist proportional zum Quadrat der Zustandsdichte und damit maximal an den Flachbandpositionen (vgl. Abbildung 2.2 auf Seite 33) [36, 37]. Die Flachbandbedingung selbst zeigt keine Temperaturabhängigkeit. Der andere in der Theorie der Komensurabilitätsoszillationen wichtige Beitrag zur Leitfähigkeit, die Bandleitfähigkeit, zeigt zwar Minima an den Flachbandpositionen, sie liefert jedoch keinen Beitrag zu ρ_{yy} . Ein temperaturabhängiges Umklappen der Phasenlage ist damit in den bisher beschriebenen Modellen ausgeschlossen. Trotzdem wurde der Effekt im Laufe dieser Arbeit an einer Reihe von Proben aus drei verschiedenen MBE-Labors reproduziert. Die Beobachtungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die Temperatur, bei der für eine bestimmte Probe die Oszillationen gerade verschwinden (Umklapptemperatur), hängt von der Modulationsstärke ab.
- Die Umklapptemperatur sinkt mit wachsender Beweglichkeit der Probe.

Aus der Literatur sind keine weiteren Beobachtungen dieses Effekts bekannt. Dies ist nicht verwunderlich, da allgemein keine temperaturabhängige Untersuchung der ρ_{yy} -Oszillationen existiert.

Die Änderung der Phasenlage geht dabei stets mit der Ausbildung eines negativen Magnetowiderstandes einher (siehe Abbildung 5.16). Ein solcher negativer Magnetowiderstand wurde bereits 1983 von Paalanen et al. an unmodulierten Proben beobachtet und einem Elektron-Elektron-Wechselwirkungseffekt zugeschrieben [109]. Wie sich herausstellt, kann dieser Wechselwirkungseffekt auch für das Umklappen der Phase der Kommensurabilitätsoszillationen verantwortlich gemacht werden.

5.3.1 Elektron-Elektron-Wechselwirkung

Für kleine Magnetfelder $\omega_C \tau_q \ll 1$ kann der Einfluss der Elektron-Elektron-Wechselwirkung als eine Korrektur zum konstanten Drude-Widerstand in die Theorie integriert werden. Zuerst von Altshuler und Aronov in [110] berechnet, konnte diese Korrektur in einer Arbeit von Gornyi und Mirlin [111, 112] auf einen größeren Gültigkeitsbereich erweitert werden. Dabei werden grundsätzlich zwei Regime unterschieden: das diffusive Regime mit $k_B T \tau / \hbar \ll 1$ und das ballistische Regime, das über $k_B T \tau / \hbar \gg 1$ festgelegt ist. Die Theorie von Gornyi und Mirlin ist zwar im gesamten $k_B T \tau / \hbar$ -Bereich gültig, jedoch weisen die beiden Regime jeweils charakteristisches asymptotisches Verhalten auf und werden meist gesondert besprochen. Was den Magnetfeldbereich betrifft, liegt das Hauptaugenmerk der Theorie auf dem Bereich klassisch starker Felder $\omega_c \tau \gg 1 \gg \omega_c \tau_q$. Gleichwohl sind in der Arbeit auch Ergebnisse für kleinere Magnetfelder sowie für $B=0$ enthalten.

Die Auswirkung der Wechselwirkung wird jeweils durch zwei Terme bestimmt, den Fock- und den Hartree-Term. Für eine isotrope, unmodulierte Probe mit Coulomb-Wechselwirkung hat der Fock-Term die Gestalt:

$$\frac{\delta \rho_{xx}^F(B)}{\rho_0} = -\frac{(\mu B)^2}{\pi k_F l_e} G_F(T\tau) \quad (5.11)$$

mit

$$G_F(T\tau) = \frac{c_0}{2} (k_B T \tau / \hbar)^{-1/2} \quad \text{für } k_B T \tau / \hbar \gg 1. \quad (5.12)$$

5.11 ist der Fock-Term im ballistischen Regime, welches für die Messungen ausschlaggebend ist. c_0 ist eine Konstante mit dem Wert $c_0 \simeq 0,276$. Der Hartree-Term hat die Gestalt:

$$\frac{\delta \rho_{xx}^H(B)}{\rho_0} = \frac{(\mu B)^2}{\pi k_F l_e} G_H(T\tau) \quad (5.13)$$

mit (für $k_B T \tau / \hbar \gg 1$):

$$G_H(T\tau) = \begin{cases} \frac{\kappa}{k_F} \ln^2 \left[\frac{\kappa}{k_F} (k_B T \tau / \hbar)^{1/2} \right], & 1 \ll k_B T \tau / \hbar \ll 1 / \left(\frac{\kappa}{k_F} \right)^2 \\ \pi c_0 (k_B T \tau / \hbar)^{-1/2}, & k_B T \tau / \hbar \gg 1 / \left(\frac{\kappa}{k_F} \right)^2 \end{cases} \quad (5.14)$$

Dabei ist $\kappa = \frac{2m^* \epsilon^2}{4\pi \epsilon \epsilon_0 \hbar^2}$ und hat für GaAs den Wert $193,30 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$. Das Verhältnis $\frac{\kappa}{k_F}$ ist ein Maß für die Stärke der Wechselwirkung⁶ und hängt nur von der Ladungsträgerdichte ab: $\frac{\kappa}{k_F} \propto n_s^{-1/2}$. Die Formel 5.13 gilt dabei nur für schwache Wechselwirkung $\frac{\kappa}{k_F} \ll 1$. Für den Fall starker Wechselwirkung $\frac{\kappa}{k_F} \gg 1$ muss 5.14 durch folgenden Term ersetzt werden:

$$G_H(T\tau) = -\frac{c_0}{2} \left[\sum_{m \neq 0} \frac{F_m^\rho}{1 + F_m^\rho} + 3 \sum_m \frac{F_m^\sigma}{1 + F_m^\sigma} \right] (k_B T \tau / \hbar)^{-1/2} \quad (5.15)$$

Die Werte $F_m^{\sigma,\rho}$ stammen aus der Theorie der Fermiflüssigkeiten und sind nicht bekannt. Wegen fehlender Alternativen wird meist die Summe nur durch den ersten Parameter F_0^σ ausgedrückt und dieser als Fitparameter verwendet. Der Hartree-Term hat dann ein sehr ähnliches Aussehen wie der Fock-Term in 5.11; beide sind in Abbildung 5.17 für verschiedene Werte von F_0^σ dargestellt.

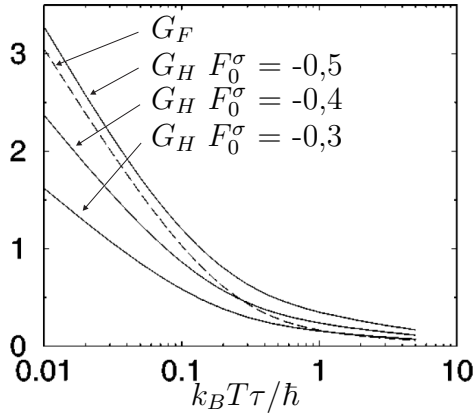


Abbildung 5.17: Hartree-Terme für $\frac{\kappa}{k_F} \gg 1$ im Vergleich mit dem Fock-Term für verschiedene Parameter F_0^σ . Aus [112].

Zusammenfassend entsteht durch die Elektron-Elektron-Wechselwirkung im ballistischen Regime stets ein quadratischer Magnetowiderstand $\delta\rho_{xx} = \delta\rho_{xx}^F + \delta\rho_{xx}^H$. Das Vorzeichen dieses Magnetowiderstandes hängt für schwache Wechselwirkung $\frac{\kappa}{k_F} \ll 1$ davon ab, ob der Fock-Term 5.11 mit seinem negativen Vorzeichen den positiven Hartree-Term 5.13 überwiegt. Der Übergang von positiv nach negativ findet dabei bei einer Temperatur $T_H \approx \tau^{-1} (k_F / \kappa)^2$ statt. Für starke

⁶Ein gebräuchlicheres Maß für die Stärke der Wechselwirkung ist der Wechselwirkungsparameter r_s . Dieser ist definiert als das Verhältnis von Coulomb- zu Fermienergie und hängt über $r_s = 1/\sqrt{2} \frac{\kappa}{k_F}$ mit dem hier verwendeten Wert zusammen.

Wechselwirkung $\frac{\kappa}{k_F} \gg 1$ ist der induzierte Magnetowiderstand auf alle Fälle negativ. Der exakte Wert des Koeffizienten des Hartree-Terms lässt sich dabei wegen der Unkenntnis von F_0^σ nicht angeben.

Mixed disorder Modell

Für den Vergleich der Theorie mit dem Experiment ist das so genannte *mixed disorder* Modell wichtig. Darin wird von zwei verschiedenen Beiträgen zur Streuung ausgegangen: Einmal von einem schwach fluktuierenden Hintergrundpotential der ionisierten Donatoren, welches zu einer Streuzeit τ_{sm} bzw. zu einer Quantenstreuzeit $\tau_{sm,q}$ führt. Dieses Hintergrundpotential ist hauptsächlich für Kleinwinkelstreuung verantwortlich. Daneben existieren isotrope Streumechanismen (siehe Abschnitt 1.3.2), die durch die Streuzeit τ_{wn} ausgedrückt werden⁷. Im *mixed disorder* Modell innerhalb der Theorie [112] von Gornyi und Mirlin wird nun davon ausgegangen, dass die Gesamtstreurate $\tau^{-1} = \tau_{wn}^{-1} + \tau_{sm}^{-1}$ durch den isotropen Streuanteil bestimmt wird, $\tau_{wn} \ll \tau_{sm}$, während die Dämpfung der SdH-Oszillationen weiterhin dem fluktuierenden Hintergrundpotential unterliegt, $\tau_{sm,q} \ll \tau_{wn}$.

Die Auswirkungen dieses Modells auf die Korrekturterme bestehen (im ballistischen Regime) in einem Einfügen des Faktors $4(\tau_{sm}/\tau)^{1/2} \gg 1$ sowohl in den Fock-Term 5.11, als auch in den Hartree-Term. Letzterer hat dann (für starke Wechselwirkung) das folgende Aussehen:

$$\frac{\delta\rho_{xx}^{H,mix}(B)}{\rho_0} = -6 \frac{(\mu B)^2}{\pi k_F l_e} c_0 \frac{F_0^\sigma}{1 + F_0^\sigma} 4(\tau_{sm}/\tau)^{1/2} (k_B T \tau / \hbar)^{-1/2} . \quad (5.16)$$

Der Wert von τ_{sm}/τ ist dabei als Fitparameter anzusehen.

5.3.2 Wechselwirkungseffekte in der unmodulierten Probe

Bevor weiter auf das Umklappen der ρ_{yy} -Oszillationen eingegangen wird, soll an dieser Stelle zunächst der bisher beschriebene Teil der Theorie mit dem Experiment verglichen werden. Dazu wurden bei 18 verschiedenen Temperaturen zwischen 12 K und 0,4 K der Magnetowiderstand einer unmodulierten Probe aufgenommen⁸. Die Probe wurde davor nicht-interferometrisch mit einer mittleren Dosis belichtet, so dass eine ähnliche Ladungsträgerdichte wie im modulierten Fall erzielt wurde. Bei der Belichtung entstand ein Dichtegradient von $\Delta n/\bar{n}=0,3\%$. Die daraus resultierende Asymmetrie des Magnetowiderstandes in Bezug auf die

⁷Die Indizes *sm* und *wn* stehen dabei für *smooth* bzw. *white noise*.

⁸Im ³He-System wurde die Temperatur mittels eines *RuO₂*-Sensors für $T < 1,5$ K bzw. mittels einer Si-Diode für $T > 1,5$ K bestimmt. Im Mischkryostatsystem wird ein *RuO₂*-Sensor mittels eines *Femtopower*-Systems ausgelesen. Die Temperatursensoren befinden sich jeweils in unmittelbarer Probennähe.

B=0-Achse wurde in den folgenden Darstellungen durch eine Mittelung über Spannungsabgriffe vom unteren und oberen Probenrand entfernt. Abbildung 5.18 zeigt den Widerstand ρ_{xx} in Abhängigkeit des Magnetfeldes (a) bzw. von B^2 (b). Dabei fällt auf, dass im dargestellten Magnetfeldbereich tatsächlich zwei Bereiche mit parabolischem Magnetowiderstand auftreten. Zunächst bei kleinen Magnetfeldern bis etwa 150 mT: Hier hat die Parabel einen negativen Koeffizienten, der sich nur leicht mit der Temperatur ändert. Für höhere Felder $B > 200$ mT tritt, bei tiefen Temperaturen überlagert von SdH-Oszillationen, ein weiterer quadratischer Magnetowiderstand mit weit stärkerer Temperaturabhängigkeit auf. Das Vorzeichen wechselt dabei im betrachteten Temperaturbereich von Plus nach Minus.

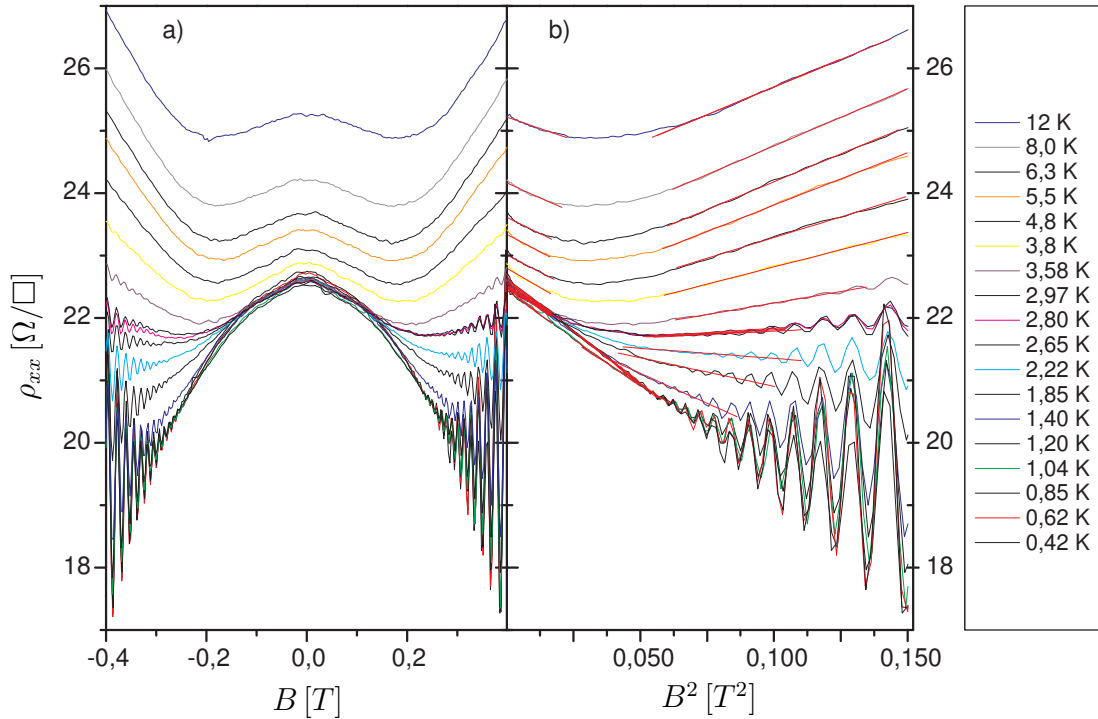


Abbildung 5.18: a) Temperaturabhängige Messung des Magnetowiderstands einer unmodulierten Probe im Bereich von 0,4 bis 12 K. b) Widerstand gegen B^2 : Es zeigen sich zwei Bereiche, in denen der Magnetowiderstand quadratisch vom Feld abhängt. (Probenmaterial Umansky 4-50, $n_s = 3,70 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu(3,8 \text{ K}) = 0,8 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, Dichtegradient $\Delta n/\bar{n} = 0,3 \%$, in der Darstellung durch Mittelung ausgeglichen)

Zum Vergleich mit der Theorie muss zunächst das Temperaturregime spezifiziert werden. Aus der Beweglichkeit errechnet sich eine Streuzeit $\tau = 30 \text{ ps}$, damit ergibt sich für $k_B T \tau / \hbar$ ein Bereich von 1,6 bis $47 \gg 1$, die Messungen liegen also im ballistischen Regime. Der für die Wechselwirkungsstärke ausschlaggebende Parameter $\frac{\kappa}{k_F} = 1,27 > 1$ weist eher in den Bereich für starke Wechselwirkung.

Der Magnetfeldbereich ist in der Theorie über $\omega_c\tau \gg 1 \gg \omega_c\tau_q$ festgelegt, was mit $\tau_q = 2$ ps auf $12 \text{ mT} < B < 190 \text{ mT}$ führt. Von den beiden Bereichen mit quadratischem Magnetowiderstand kommt demnach nur der bei kleineren Feldern als Auswirkung der Elektron-Elektron-Wechselwirkung in Frage. Zusätzlich spricht dafür, dass im starken Wechselwirkungsregime kein Vorzeichenwechsel des quadratischen Magnetowiderstandes erwartet wird, wie er bei höheren Feldern auftritt.

Die Ursache des Magnetowiderstandes bei Feldern größer 200 mT ist unklar. Es existiert zwar eine Reihe von Effekten, die zu einem nichttrivialen Magnetowiderstand in diesem Magnetfeldbereich führen können [113, 114, 115], keiner von diesen kann jedoch die beobachteten Phänomene (starke T-Abhängigkeit und quadratische Abhängigkeit vom Magnetfeld) erklären. Denkbar ist dagegen ein Magnetowiderstand aufgrund des Dichtegradienten von 0,3 %. Durch die Überlagerung von SdH-Oszillationen könnte es bei hohen Temperaturen zu einer Unterdrückung der Oszillationen bei kleinen Feldern und einer damit einhergehenden Erhöhung des Widerstands kommen. Dieser Effekt würde sich auch durch die vollzogene Mittelung nicht wegheben. Ob er quantitativ für die Beobachtungen aufkommen kann, liegt jedoch außerhalb der Zielsetzung dieser Arbeit.

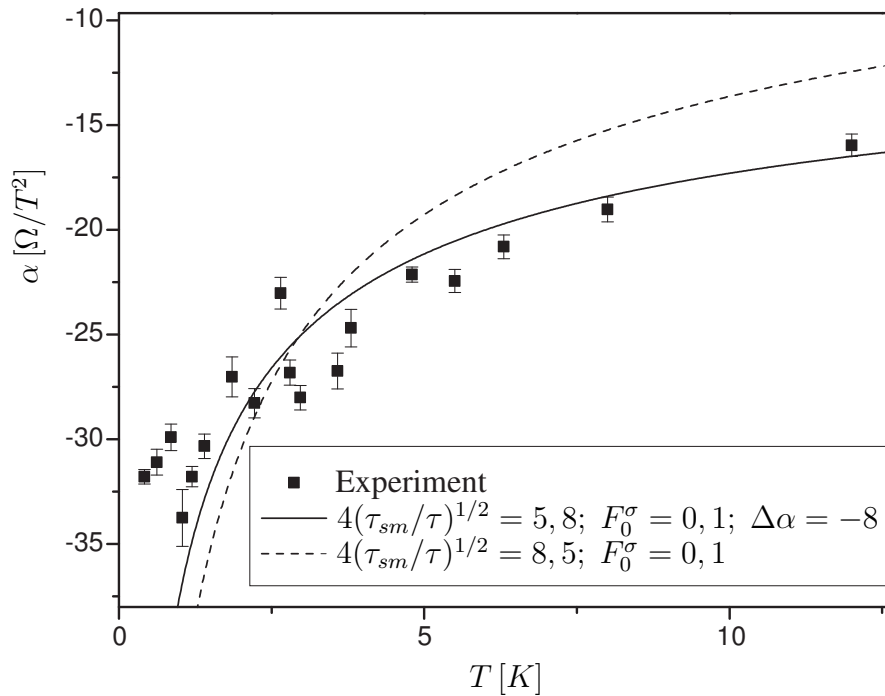


Abbildung 5.19: Vergleich der Koeffizienten α des negativen Magnetowiderstandes mit der Theorie. Die gestrichelte Linie stellt den Fit nach der Theorie [112] dar. Die durchgezogene Linie beinhaltet einen konstanten Versatz von $\Delta\alpha = -8$ durch einen zusätzlichen Effekt (siehe Text).

Zur quantitativen Auswertung des negativen Magnetowiderstandes bei kleinen

Magnetfeldern werden zunächst die Messkurven an die Funktion $\rho_{xx} = \alpha B^2 + \rho_0$ gefittet und die erhaltenen α -Werte gegen die Temperatur aufgetragen (siehe Abbildung 5.19). Die eingezeichneten Fehlerbalken stellen nur den Fehler dar, der aufgrund dieser Fit-Prozedur entstehen kann. Zum Vergleich mit der Theorie werden die Formeln 5.11 (inklusive des Faktors $4(\tau_{sm}/\tau)^{1/2}$) und 5.16 zusammengefasst und auf folgende Form gebracht:

$$\rho_{xx} = -\rho_0 \frac{\mu^2 c_0}{\pi k_F l_e} (k_B T \tau / \hbar)^{-1/2} 4(\tau_{sm}/\tau)^{1/2} \left(6 \frac{F_0^\sigma}{1 + F_0^\sigma} + 1/2 \right) \times B^2 + \rho_0 \quad . \quad (5.17)$$

Der Koeffizient vor dem B^2 , der zum Fit an die α -Werte verwendet wird, enthält zwei Parameter: $4(\tau_{sm}/\tau)^{1/2}$ und F_0^σ . Diese sind zwar zunächst unbekannt, können jedoch durch ihre physikalische Bedeutung auf bestimmte Bereiche eingeschränkt werden. Zwei Ergebnisse von Formel 5.17 sind in Abbildung 5.19 dargestellt. Die gestrichelte Linie wurde aus 5.17 mit $4(\tau_{sm}/\tau)^{1/2} = 8,5$ und $F_0^\sigma = 0,1$ gewonnen. Aus $4(\tau_{sm}/\tau)^{1/2} = 8,5$ ergibt sich $\tau_{sm}/\tau = 4,5$ und schließlich $\tau_{wn}/\tau_{sm} = 0,3$, was einen realistischen Wert für dieses Verhältnis darstellt. Auch $F_0^\sigma = 0,1$ vergleicht sich gut mit einem von Li et al. anhand von Proben mit ähnlicher Ladungsträgerdichte abgeschätzten Wert von $F_0^\sigma < 0,2$ [116]. Da die beiden Fitparameter gleichwertig in die Formel eingehen, können verschiedene Paare gefunden werden, die zum gleichen Ergebnis führen. Für einen reinen Fock-Term ($F_0^\sigma = 0$) ergibt sich $\tau_{sm}/\tau = 19$. Andererseits findet man für $4(\tau_{sm}/\tau)^{1/2} = 1$ keinen Wert für F_0^σ , mit dem sich eine gute Übereinstimmung ergäbe: das *mixed disorder* Modell ist also eine notwendige Voraussetzung für den erfolgreichen Vergleich der Theorie mit dem Experiment.

Die durchgezogene Linie in Abbildung 5.19 stellt eine weitere, bessere Annäherung dar. Dies wurde durch die Hinzunahme eines konstanten Versatzes von $\Delta\alpha = -8$ erzielt. Das Verhältnis von τ_{wn}/τ_{sm} ist in diesem Fall 0,9. Die Hinzunahme eines Versatz hat den Hintergrund, dass möglicherweise ein temperaturunabhängiger quadratischer Magnetowiderstand den bisher beschriebenen Effekt überlagert. Tatsächlich steht in der Theorie ein weiterer Kandidat bereit: nach einer Arbeit von Mirlin et al. [115] kann, unabhängig von der Elektron-Elektron-Wechselwirkung und ihrer (quantenmechanischen) Korrektur, auch aufgrund eines klassischen *memory* Effektes ein quadratischer Magnetowiderstand auftreten. Die Voraussetzung dafür ist, dass die Streuung durch ein Zusammenspiel von kurz- und langreichweitigen Komponenten bestimmt wird. Da diese Voraussetzung auch für das *mixed disorder* Modell gilt, ist es, in Anbetracht dessen Erfolgs, sicher erfüllt. Der aus dem *memory* Effekt resultierende klassische Magnetowiderstand ist quadratisch in B und hat die Form:

$$\delta\rho_{xx}^{klass}/\rho_0 = -\omega_C^2/\omega_0^2 \quad . \quad (5.18)$$

Dabei ist $\omega_0 = (2\pi n_i)^{1/2} v_F (2\tau_{wn}/\tau_{sm})^{1/4}$ und n_i ist die Flächendichte von Streuzentren in der 2DEG-Ebene. Als Voraussetzungen für die Gültigkeit von 5.18

wird in [115] $\tau_{sm} \gg \tau_{wn}$ und $\omega_C \ll \omega_0$ angegeben: Beides ist in den hier untersuchten Proben im interessierenden Magnetfeldbereich erfüllt. Die Auswertung von $\Delta\alpha = -8$ führt, benutzt man für τ_{wn}/τ_{sm} den bereits gefundenen Wert von 0,9, auf eine Flächendichte der Streuzentren von $n_i \approx 10^9 \text{ cm}^{-2}$ beziehungsweise eine Raumdichte von 10^{15} cm^{-3} . Dieser Wert ist typisch für die untersuchten Heterostrukturen [17], was die Gültigkeit der durchgeführten Auswertung bestätigt.

Zusammenfassend führt die Theorie von Gornyi und Mirlin [112] zu einer guten Übereinstimmung mit dem Experiment an unmodulierten Proben, insbesondere wenn man neben der Elektron-Elektron-Wechselwirkung weitere Ursachen von nichttrivialem Magnetowiderstand einbezieht. Aufgrund der Auswertung kann auf ein Verhältnis von $\tau_{wn}/\tau_{sm} \approx 0,9$ geschlossen werden. Darüberhinaus wurde die Flächendichte von Streuzentren im 2DEG zu 10^9 cm^{-2} abgeschätzt.

5.3.3 Wechselwirkungseffekte mit 1D-Modulation

Zusätzlich zum negativen Magnetowiderstand kommt bei einer Störung der Isotropie des 2D-Systems ein weiterer durch die Elektron-Elektron-Wechselwirkung verursachter Effekt zum Tragen. Die Komponenten des Widerstandstensors $\rho_{xx} \neq \rho_{yy}$ beginnen sich durch die Wechselwirkung gegenseitig zu beeinflussen und ein Magnetowiderstandseffekt in ρ_{xx} spiegelt sich, mit sinkender Temperatur in zunehmendem Maße, auch in ρ_{yy} wieder. Im Hinblick auf Kommensurabilitätsoszillationen geht man bei genügend hohen Temperaturen von der folgenden Situation aus: In ρ_{xx} zeigen sich die dominierenden Oszillationen $\Delta\rho_{xx}$ aufgrund der Bandleitfähigkeit, während in ρ_{yy} die schwächeren, durch die Streuleitfähigkeit induzierten gegenphasigen Oszillationen auftreten. Mit sinkender Temperatur sorgt die Wechselwirkung dafür, dass $\Delta\rho_{xx}$ immer stärker in ρ_{yy} eingeblendet wird. Durch die gegensätzliche Phasenlage der beiden Oszillationen führt dies erst zu einer Auslöschung der ursprünglichen ρ_{yy} -Oszillationen, und schließlich zum Hervortreten der Bandleitfähigkeits-Oszillationen in ρ_{yy} , mit den Minima bei der Flachbandbedingung. Die experimentellen Beobachtungen sind innerhalb dieses Konzeptes leicht verständlich und nachvollziehbar.

Die Formel, die diesen Vorgang beschreibt, hat nach [112] die Gestalt:

$$\frac{\delta\rho_{yy}}{\rho_0} = \frac{(\mu B)^2}{2\pi k_F l_e} \frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_0} 4(\tau_{sm}/\tau)^{1/2} \frac{c_0}{4} (k_B T \tau / \hbar)^{-1/2} . \quad (5.19)$$

Sie ist im ballistischen Regime $k_B T \tau / \hbar \gg 1$ gültig. Das *mixed disorder* Modell ist durch den Faktor $4(\tau_{sm}/\tau)^{1/2}$ bereits enthalten. Eine zusätzliche Einschränkung des Gültigkeitsbereichs betrifft die Temperatur: $T \ll T_{ad} \approx \hbar / (\tau k_B) \cdot (R_C/a)^2$. Die Formel 5.19 beschreibt den Fock-Term der Wechselwirkungskorrektur im anisotropen Fall, der entsprechende Hartree-Term ist in [112] nicht angegeben.

Zum Vergleich der Theorie mit dem Experiment wurde eine eindimensionale Modulation bei 24 verschiedenen Temperaturen zwischen 0,4 K und 8 K aufge-

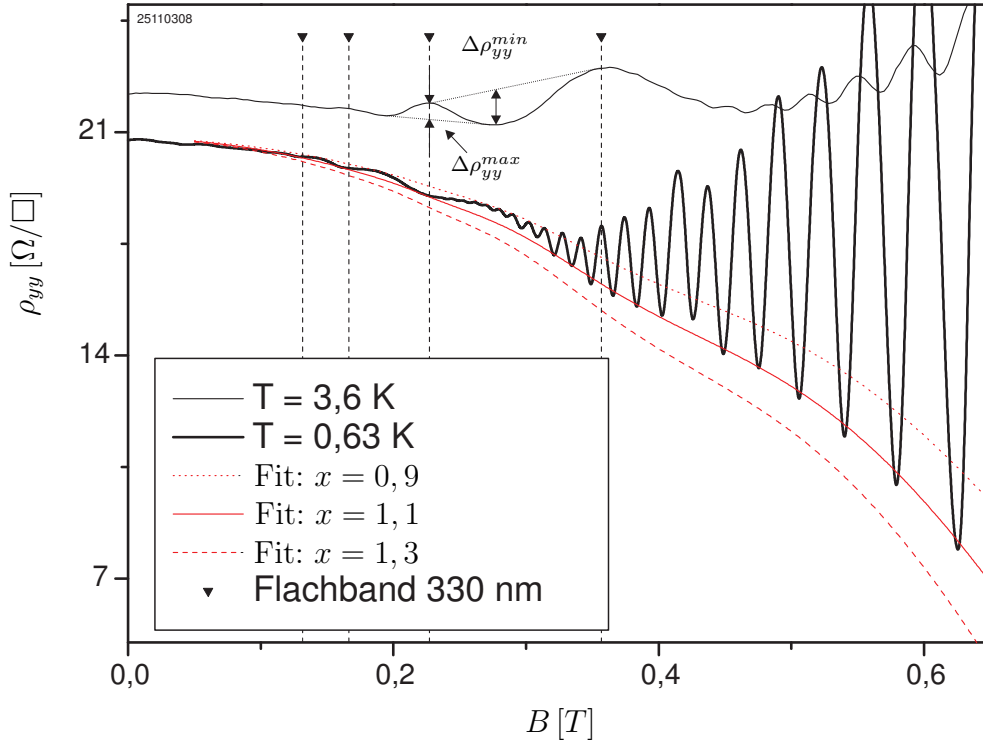


Abbildung 5.20: Zwei Messkurven einer Modulation parallel zum Strom (schwarze Linien). Bei der höheren Temperatur finden sich Maxima bei der Flachbandbedingung, bei der niedrigeren ist die Phasenlage umgeklappt. Die roten Kurven bilden das theoretische Modell, ausgedrückt durch Formel 5.20 ab. Der Fitparameter x ist in 5.21 definiert. (Probenmaterial Umansky 4-50, $n_s = 3,9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu(3,6 \text{ K}) = 0,8 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, Dichtegradient $\Delta n/\bar{n} = 0,3 \%$, in der Darstellung durch Mittelung ausgeglichen)

nommen. In ρ_{yy} zeigt sich das erwartete Verschwinden der Streuleitfähigkeits-Oszillationen bei etwa 1,1 K, darunter tauchen schwache Oszillationen mit Minima bei der Flachbandbedingung auf. Zwei der 24 Messungen sind exemplarisch in Abbildung 5.20 dargestellt. Zum Vergleich mit der Theorie nach Formel 5.19 wird darüberhinaus der Oszillationsanteil $\Delta\rho_{xx}$ benötigt. Die Daten für ρ_{xx} wurden gleichzeitig mit ρ_{yy} aufgenommen. Beim Vergleich der Oszillationsamplituden von ρ_{xx} und ρ_{yy} fällt auf, dass die im Normalfall um mindestens einen Faktor 10 größeren Amplituden $\Delta\rho_{xx}$ in diesem Fall einen mit $\Delta\rho_{yy}$ vergleichbaren Wert haben. Es ist deswegen davon auszugehen, dass eine inhomogene Belichtung zu zwei verschiedenen starken Modulationen auf den verschiedenen Armen der Hallbar geführt hat, was einen Vergleich nicht sinnvoll erscheinen lässt. Deswegen wurde auf Formel 5.9 zur Berechnung von $\Delta\rho_{xx}/\rho_0$ mit einer typischen Modulationsstärke von $\eta = 5\%$ zurückgegriffen. Darüberhinaus wurden die aus dem Experiment extrahierten Werte $\tau = 30 \text{ ps}$, $\tau_q = 2 \text{ ps}$ und $a = 330 \text{ nm}$ verwendet.

Der Vergleich mit der Theorie geschieht mit Hilfe der folgenden Formel, die

den Fock-Term des isotropen Falls 5.11 mit Formel 5.19 zusammenfasst:

$$\delta\rho_{yy}^{Ges} = \rho_0 \frac{(\mu B)^2}{2\pi k_F l_e} x \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_0} - 2 \right) + \rho_0 \quad . \quad (5.20)$$

Als Fitparameter wird

$$x = 2c_0 \left(\frac{\hbar\tau_{sm}}{k_B T \tau^2} \right)^{1/2} \quad (5.21)$$

verwendet. In Formel 5.20 dient der Fitparameter x der gleichzeitigen Anpassung des negativen Magnetowiderstandes als auch der Amplituden des eingeblendeten ρ_{xx} -Anteils.

Zurück zu Abbildung 5.20: die roten Linien stellen drei Versuche dar, mit Hilfe von Formel 5.20 die experimentellen Daten nachzubilden. Obwohl die Kurve mit dem Fitparameter $x = 1,1$ den negativen Magnetowiderstand sehr genau reproduziert und sogar die Minima der SdH-Oszillationen gut trifft, sind die aus ρ_{xx} induzierten Oszillationen kaum zu erkennen, ihre Amplitude viel zu klein. Und dies, obwohl die intrinsischen ρ_{yy} -Oszillationen, die in der Realität mit sinkender Temperatur zunächst kompensiert werden müssen, in der Rechnung nicht enthalten sind und die Amplitude der induzierten Oszillationen deswegen überschätzt werden müsste.

Um ein detaillierteres Bild zu erhalten, werden die Amplitude einzelner Oszillationsextrema genauer analysiert. Zu diesem Zweck werden die beiden Extrema bei 0,227 T und 0,278 T herangezogen, deren Amplitude wie in Abbildung 5.20 gezeigt bestimmt werden. Andere Extrema sind im unteren Temperaturbereich so stark von SdH-Oszillationen überlagert, dass eine sinnvolle Auswertung nicht möglich ist. Die Veränderung eines Minimums in ρ_{yy} ist ein direktes Maß für den Anteil $\Delta\rho_{xx}$, der durch die Wechselwirkung eingeblendet wird und ist - im Gegensatz zum Fit über den ganzen Magnetfeldbereich in Abbildung 5.20 - unabhängig vom isotropen Wechselwirkungsanteil 5.11. Das Maximum (bei 0,278 T) wird durch die umgebenden Minima definiert und kann deswegen derselben Auswertungsmethode unterzogen werden. Die Amplituden der beiden Extrema sind in Abbildung 5.21 in Abhängigkeit der Temperatur aufgetragen. Dazu ist jeweils eine nach 5.19 berechnete Kurve dargestellt. Die intrinsischen Oszillationen in ρ_{yy} werden durch einen konstanten Offset in den berechneten Kurven berücksichtigt. Für das Minimum bei 278 mT ergibt sich ein Wert von $-2,4 \Omega/\square$ und für das Maximum bei 227 mT ein Wert von $1,6 \Omega/\square$. Als Fitparameter dient $4(\tau_{sm}/\tau)^{1/2}$.

Die Messwerte sind zusammen mit den Kurven aus der Theorie in Abbildung 5.21 dargestellt. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Die Abweichung bei hohen Temperaturen können durch eine Temperaturabhängigkeit der intrinsischen ρ_{yy} -Oszillationen erklärt werden, die bei diesem Vergleich vernachlässigt wird. Die Theorie reproduziert das Umklappen der Oszillationsphasen sehr gut, vor allem in Hinblick darauf, dass für beide Kurven derselbe Fitparameter verwendet werden konnte.

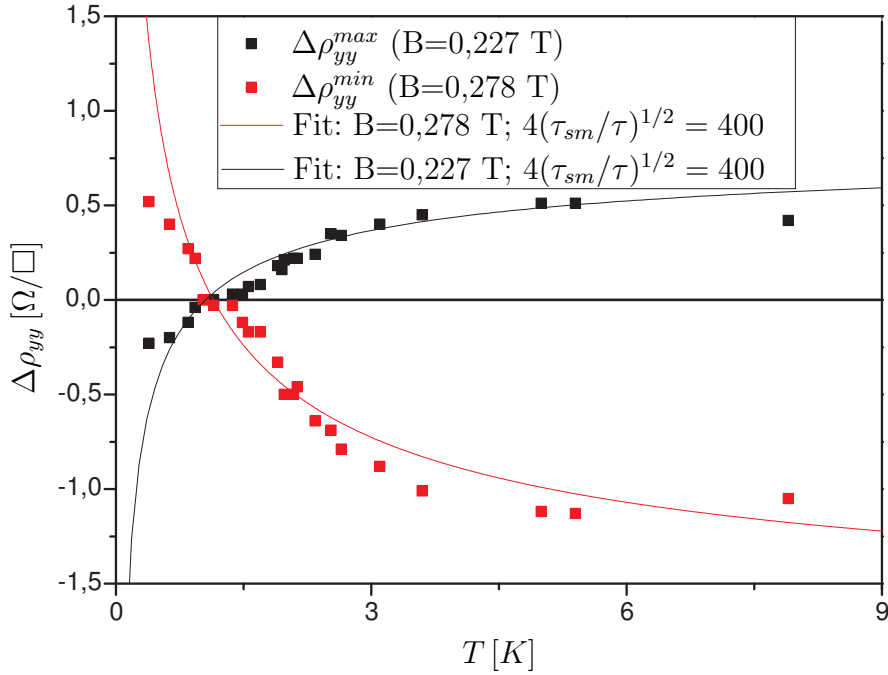


Abbildung 5.21: Temperaturabhängigkeit zweier Oszillationsextrima in ρ_{yy} . Die nach der Theorie eingepassten Kurven stellen eine gute Näherung des Experiments dar, allein der für die Berechnung notwendige Fitparameter impliziert ein physikalisch fragwürdiges Ergebnis.

Jedoch ist der Wert des Fitparameters mit $4(\tau_{sm}/\tau)^{1/2} = 400$ überraschend hoch. Er impliziert ein Verhältnis $\tau_{wn}/\tau_{sm} = 10^{-4}$ und damit eine ausgeprägte Dominanz von kurzreichweitigen Streuzentren auf den Transport im 2DEG. Dies steht im Gegensatz zum experimentellen Befund, dass langreichweitige Potentiale den überwiegenden Anteil der Streuung hervorrufen, was sich im messbaren Verhältnis $\tau/\tau_q \gg 1$ manifestiert. Außerdem verletzt dieses Verhältnis die Voraussetzung des *mixed disorder* Modells $\tau_{sm,q} \ll \tau_{wn} \ll \tau_{sm}$, da in diesem Fall $\tau_{wn} \ll \tau_{sm,q}$ ist. Vor diesem Hintergrund muss das Ergebnis von $\tau_{wn}/\tau_{sm} = 10^{-4}$ kritisch bewertet werden.

Die Tendenz wird schon in Abbildung 5.20 deutlich: Die Theorie unterschätzt die Amplitude der eingblendeten Oszillationen stark. Für den dort angegebenen Fitparameter $x = 1,1$ ergibt sich $\tau_{wn}/\tau_{sm} = 0,12$. Die Amplitude steigt nur mit $(\tau_{sm}/\tau)^{1/2} \approx (\tau_{wn}/\tau_{sm})^{-1/2}$ und zusätzlich müssen die intrinsischen gegenphasigen Oszillation erst kompensiert werden. Um numerische Fehler zu vermeiden, wurde bei allen Auswertungen mit einem Maple-Skript gearbeitet, welches anhand von den in [112] angegebenen Beispielen verifiziert wurde.

Zur Überprüfung des Gültigkeitsbereichs von 5.19 soll nun die Bedingung $T \ll T_{ad}$ ausgewertet werden. T_{ad} ist eine Funktion des Magnetfeldes $T_{ad} \propto B^{-2}$. Für den relevanten Magnetfeldbereich zwischen 200 mT und 300 mT liegt T_{ad}

Probenmaterial	Umansky 4-50	Eberl 8790	Wegscheider D040326A
n_s [10^{11} cm^{-2}]	3,9	4,0	1,2
τ [ps]	30	42	260
τ_q [ps]	2	3	4
κ/k_F	1,2	1,2	2,2
$k_B T \tau / \hbar$	1,6 - 31	9,9 - 20	3,4 - 27
$4(\tau_{sm}/\tau)^{1/2}$	400	700	100
τ_{wn}/τ_{sm}	$1 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 5.1: Ergebnisse der Auswertung von eindimensional modulierten Proben anhand der Theorie [112]. Die ersten drei Zeilen charakterisieren die Proben nach den grundlegenden experimentell zugänglichen Eigenschaften n_s , τ und τ_q . Zeilen 4 und 5 sind daraus abgeleitete Werte, die für die Analyse, insbesondere für die Festlegung der Gültigkeitsbereiche ausschlaggebend sind. Zeile 6 gibt den Fitparameter bei der Auswertung an (vergleiche Abbildung 5.21). Zeile 7 schließlich enthält das daraus errechnete Verhältnis der beiden Streuzeiten τ_{wn} und τ_{sm} im Rahmen des *mixed disorder* Modells.

zwischen 600 mK und 300 mK und verletzt damit die Bedingung $T \ll T_{ad}$. In der Theorie wird für diesen Fall eine Unterdrückung der eingeblendeten Oszillationen um einen Faktor $\sim T_{ad}/T$ vorhergesagt [112]. Im Hinblick auf das bisherige Ergebnis, dass die Oszillationsamplituden zu niedrig berechnet werden, wird durch diese Tatsache die Differenz zwischen Theorie und Experiment noch vergrößert.

Die gleiche Analyse wurde für Messungen an unterschiedlichen Proben durchgeführt. Tabelle 5.1 fasst die Ergebnisse zusammen. Grundsätzlich lassen sich mit der Theorie ähnlich gute Reproduktionen der Messwerte wie in Abbildung 5.21 erzielen. Jedoch bleiben die dazu benötigten Fitparameter gleichbleibend hoch und die daraus errechneten Verhältnisse der Streuzeiten τ_{wn}/τ_{sm} dementsprechend klein. Es soll hier noch einmal bemerkt werden, dass die Fitparameter bei einer Auswertung mehrerer ρ_{yy} -Extrema stets innerhalb des experimentellen Fehlers gleich bleiben. Dieser Fehler $\frac{\Delta(\tau_{wn}/\tau_{sm})}{\tau_{wn}/\tau_{sm}}$ kann bis zu 200 % betragen. Der größte Beitrag kommt dabei durch die Unsicherheit der Oszillationsamplitude $\Delta\rho_{xx}$ zustande, sofern diese aus der Theorie bestimmt werden musste (wie bereits diskutiert, unterschätzt die Theorie [42] diese Amplitude). Gleichwohl bleiben die erhaltenen Werte von τ_{wn}/τ_{sm} selbst in Anbetracht dieser großen Fehlerquelle unrealistisch niedrig. Nimmt man die erhaltenen Werte ernst, so wird der Transport in diesen hochbeweglichen 2DEGs durch isotrope Streuung dominiert. Die Quantenstreuzeit wäre in einem solchen Fall gleich der Transport-Streuzeit $\tau_q = \tau$, im Widerspruch zu den aus der Messung bestimmten Werten. Eine weitere Inkonsistenz ergibt sich aus der Tatsache, dass das Verhältnis τ_{wn}/τ_{sm} als Fitparameter zum einen für den quadratischen Magnetowiderstand und gleichzeitig für das Ein-

blenden von $\Delta\rho_{xx}$ verantwortlich ist. Wie in Abbildung 5.20 zu sehen ist, resultiert eine konsistente Benutzung des Fitparameters in einer schlechten Annäherung an das Experiment.

Letztendlich vermag die Theorie das Experiment nur dann quantitativ zu beschreiben, wenn man die physikalische Bedeutung des Fitparameters außer Acht lässt. Zwei Gründe kommen für diese Inkonsistenz in Betracht: Erstens der von Seiten der Theorie vernachlässigte Hartree-Term, der einen weiteren Beitrag zum Einblenden der ρ_{xx} -Oszillationen liefern kann. Dadurch würde sich der Wert des Fitparameters erniedrigen. Zweitens geht die Theorie von einer schwachen Anisotropie $\Delta\rho_{xx}/\rho_0 \ll 1$ aus. Dies ist im Experiment nicht über den ganzen Magnetfeldbereich erfüllt. Insgesamt kann jedoch weder der Einfluss des Hartree-Terms, noch die Auswirkung einer starken Anisotropie abgeschätzt werden. Trotzdem bietet die Theorie von Gornyi und Mirlin einen nachvollziehbaren Mechanismus, der das temperaturabhängige Verhalten der Kommensurabilitätsoszillationen in ρ_{yy} gut beschreiben kann.

5.4 Kommensurabilitätsoszillationen von *Composite Fermions*

Composite Fermions bilden das Bindeglied zwischen dem fraktionalen und dem integralen Quanten Hall Effekt. Wie in Abschnitt 1.3.5 beschrieben, wird in der Theorie der *Composite Fermions* der Zustand bei halbgefülltem untersten Landau-niveau auf einen metallischen Zustand mit verschwindendem effektiven Magnetfeld $B_{\text{eff}} = 0$ abgebildet. Die stromtragenden Teilchen sind in diesem Fall *Composite Fermions*, die sich - so die Theorie - bei Magnetfeldern in der Nähe von $\nu=1/2$ sehr ähnlich verhalten wie Elektronen um $B=0$. Insbesondere sagt die Theorie einen wohldefinierten Fermiwellenvektor voraus [24] und es liegt nahe, den *Composite Fermions* semiklassische Zyklotronbahnen mit dem Radius R_C^{CF} zuzuordnen (vgl. 1.50). Bei hohen effektiven Magnetfeldern erzeugt die Landau-quantisierung der *Composite Fermions* den fraktionalen Quanten Hall Effekt, in perfekter Analogie zum integralen QHE der Elektronen. Es stellt sich die Frage, ob man auch den Bereich bei kleinen effektiven Magnetfeldern durch Kommensurabilitätseffekte zum Leben erwecken und dabei gleichzeitig den semiklassischen Charakter im Transport der *Composite Fermions* hervorbringen kann. Eine Vielzahl von Experimenten widmete sich dieser Frage. Dabei wurden aus der Untersuchung von Elektronen bekannte Methoden wie magnetische Fokussierung [117], Transport in Antidot-Übergittern [118, 119] oder die Dämpfung von Oberflächenwellen [120] verwendet. In allen Experimenten wurden deutliche Analogien zum Verhalten von Elektronen gefunden und der semiklassische Charakter der *Composite Fermions* damit etabliert.

Besonders bemerkenswert sind hierbei die Experimente von Jobst an interferometrisch belichteten Proben [121, 122]. Diese bestätigen abermals die Analogien im Verhalten von Elektronen und *Composite Fermions*, darüberhinaus liefern sie starke Hinweise auf eine räumliche Korrelation von Elektronen und magnetischen Flussquanten und können damit als direkter experimenteller Nachweis von *Composite Fermions* gewertet werden. Wegen dieser Besonderheit und aufgrund der Tatsache, dass die Experimente mittels derselben Technik und in derselben Arbeitsgruppe wie die Experimente dieser Arbeit verwirklicht wurden, soll an dieser Stelle näher auf sie eingegangen werden. Grundlage dieser Versuche ist eine periodische Dichtemodulation $\Delta n_s/\bar{n}_s$, wie sie durch die interferometrische Belichtung erzeugt wird. Das effektive Magnetfeld $B_{\text{eff}} = B - B_{1/2} = B - 2n_s\phi_0$ wird durch eine periodisch alternierende Dichte selbst zu einer periodischen Funktion des Ortes. An Orten mit einem Defizit Δn_s an *Composite Fermions* fehlt bei Füllfaktor $1/2$ eine Anzahl $2\Delta n_s\phi_0$ an virtuellen Flussquanten, um das externe Magnetfeld zu kompensieren. An Orten mit einem Überschuss an *Composite Fermions* wird das externe Feld überkompensiert. Es entsteht ein periodisches magnetisches Feld mit der Amplitude

$$\Delta B_{\text{eff}} = B_{1/2}\Delta n_s/\bar{n}_s \quad . \quad (5.22)$$

Die stromtragenden Teilchen bewegen sich um Füllfaktor $1/2$ demnach nicht nur in einem periodischen elektrostatischen Potential, sondern gleichzeitig in einem periodischen Magnetfeld und es kommt zu einer Überlagerung von elektrischer und magnetischer Modulation. Wegen des typischerweise hohen Wertes von $B_{1/2}$ in 5.22 dominiert der magnetische Anteil und man erwartet Anzeichen von magnetischer Modulation im Transport der *Composite Fermions*.

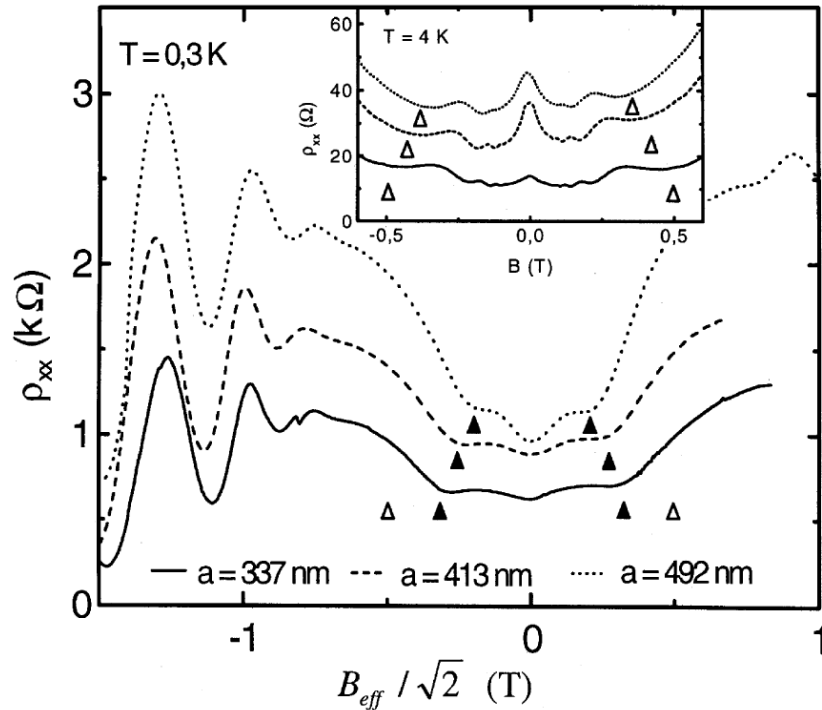


Abbildung 5.22: Kommensurabilitätsoszillationen von *Composite Fermions* für drei verschiedene Modulationsperioden. Die gefüllten Dreiecke markieren die fundamentalen Minima der magnetischen Modulation $2R_C^{CF} = 1,25a$, welche die beobachteten Minima gut beschreiben. Im Insert sind die Daten um $B=0$ dargestellt: Die Kommensurabilitätsoszillationen weisen hier deutlich auf einen elektrischen Ursprung hin (offene Dreiecke). Die Niederfelddaten sind zur besseren Lesbarkeit mit einem Offset von 10Ω (413 nm) bzw. 20Ω (492 nm) versehen. Aus [122].

Darstellung 5.22 zeigt Messungen aus [122]. Der Magnetowiderstand in ρ_{xx} um Füllfaktor $1/2$ zeigt jeweils ein deutlich ausgeprägtes Minimum zu beiden Seiten von $\nu = 1/2$, gefolgt von einem starken Anstieg des Widerstandes. Die Minima liegen genau an den durch die magnetische Flachbandbedingung $2R_C^{CF} = 1,25a$ definierten Positionen (gefüllte Dreiecke) und deutlich abseits der elektrischen Flachbandpositionen, die in der Grafik durch offene Dreiecke markiert sind. Die Kommensurabilitätseffekte sind damit eindeutig einem magnetischen Ursprung

zuzuweisen⁹. Die Oszillationen um $B=0$ zeigen indes, dass tatsächlich eine elektrostatische Modulation der Ursprung dieser Kommensurabilitätseffekte ist. Dieser scheinbare Widerspruch kann allein durch eine räumliche Korrelation zwischen den Positionen der Elektronen und der magnetischen Flussquanten erklärt werden, welche um Füllfaktor $1/2$ zu einer magnetischen Modulation führt. Das Konzept der *Composite Fermions* findet damit eine elegante experimentelle Bestätigung.

Alle Merkmale der Messung können von einer semiklassischen Transporttheorie der *Composite Fermions* reproduziert werden [123]. Dabei wird auf dem Ansatz aus [40] für Elektronen aufgebaut und die *Composite Fermions* als nicht wechselwirkende Teilchen im effektiven Magnetfeld beschrieben. Im einzigen Unterschied zu den Elektronen wird ein zusätzliches elektrisches Feld in die Boltzmann-Gleichung aufgenommen, welches durch die Bewegung der Flussquanten erzeugt wird¹⁰. Diese Maßnahme und die Einbeziehung anderer Streuparameter reproduziert die Lage der Minima, den steilen Anstieg des Widerstandes außerhalb der Minima und den positiven Magnetowiderstand bei kleinem B_{eff} sehr genau. Letzterer wird dabei auf so genannte *snake orbits* zurückgeführt, offene Trajektorien, die parallel zu den Äquipotentiallinien der Modulation verlaufen. Ein quantitativer Vergleich mit den Theorien [123, 124] findet sich in [122, 94]. Es ist bemerkenswert, wie gut diese Theorien den experimentellen Verlauf zu beschreiben vermögen, angesichts der Tatsache, wie unterschiedlich die experimentellen Voraussetzungen zwischen dem Transport um $B=0$ und um Füllfaktor $1/2$ sind. Das Konzept der *Composite Fermions* erweist sich dabei als überaus erfolgreich.

Die Tatsache, dass nur das fundamentale Kommensurabilitätsminimum aufgelöst ist, lässt sich durch eine Analyse der zugrunde liegenden Streumechanismen erklären. Nach [24] besteht für *Composite Fermions* im Vergleich zu Elektronen ein weiterer Streumechanismus, der durch schwache Fluktuationen in der Elektronendichte (ausgelöst durch das fluktuierende Potential der ionisierten Donatoren) verursacht wird. Die Unregelmäßigkeiten in der Elektronendichte führen zu einem fluktuierenden Magnetfeld, an dem die *Composite Fermions* streuen können. Diese Streuung hat einen isotropen Charakter und beschränkt damit die Beweglichkeit der *Composite Fermions* stark. Zudem ist die effektive Masse der *Composite Fermions* höher als die der Elektronen. Als Maß für die Beweglichkeit kann der Widerstand bei $\nu = 1/2$ verwendet werden. Man erhält für das Verhältnis der freien Weglängen:

$$\frac{l_{CF}}{l_e} = \sqrt{2} \frac{\rho_{xx}(0)}{\rho_{xx}(B_{1/2})} . \quad (5.23)$$

⁹Bemerkenswert ist auch die offensichtliche Ähnlichkeit zur magnetischen Modulation von Elektronen, wie sie in Abbildung 2.7 auf Seite 38 dargestellt ist.

¹⁰Dieses elektrische Feld ist auch der Grund für die nicht verschwindende Hallspannung bei Füllfaktor $1/2$.

Das Verhältnis $\rho_{xx}(0)/\rho_{xx}(B_{1/2})$ liegt im Experiment bei etwa 10^{-2} und enthüllt damit eine um zwei Größenordnungen kleinere freie Weglänge der *Composite Fermions*. Angesichts dieser Tatsache ist eine Auflösung weiterer Kommensurabilitätsoszillationen mit größerem Index nicht zu erwarten.

Experimentell konnte die veränderte Streucharakteristik der *Composite Fermions* durch eine Auswertung des Verhältnisses $\tau_{CF}/\tau_{q,CF}$ nachgewiesen werden [125, 126, 127]. Während die Quantenstreuzeit $\tau_{q,CF}$, die in Analogie zur Quantenstreuzeit von Elektronen τ_q aus der Dämpfung der FQHE-Zustände ermittelt wurde¹¹, vergleichbar mit τ_q bleibt, sinkt die Streuzeit τ_{CF} wie in 5.23 beschrieben. Das somit kleinere Verhältnis $\tau_{CF}/\tau_{q,CF}$ bestätigt den eher isotropen Charakter der Streuung für *Composite Fermions*.

In der Arbeit von Jobst wurde auch versucht, den Fall einer Modulation parallel zur Stromrichtung für *Composite Fermions* zu untersuchen [94]. Der Widerstand ρ_{yy} um Füllfaktor 1/2 bleibt jedoch weitgehend konstant, genau wie im unmodulierten Fall. Allerdings sind in den Messungen auch die gegenphasigen Oszillationen um $B=0$ kaum auszumachen, was auf eine sehr kleine Modulationsamplitude schließen lässt¹². Es ist also nicht sicher, ob sich in ρ_{yy} tatsächlich keine Auswirkung der Modulation zeigt oder ob dieser Effekt aufgrund der sehr schwachen Modulation nur nicht aufgelöst werden konnte. Es zeigte sich im Laufe dieser Arbeit, dass die Modulation sehr wohl in ρ_{yy} sichtbar wird.

5.4.1 Experimente um Füllfaktor 1/2

Um ballistische Effekte im Transport um Füllfaktor 1/2 aufzulösen, werden höchste Anforderungen an die Probenqualität gestellt. Die mittlere freie Weglänge der *Composite Fermions* muss weit größer sein als die Modulationsperiode und zusätzlich ist die Ladungsträgerdichte des 2DEGs auf Werte beschränkt, die Füllfaktor 1/2 innerhalb des zugänglichen Magnetfeldbereiches belassen ($B_{1/2} \propto n_s$). Typischerweise liegt die Ladungsträgerdichte deshalb bei $\sim 1,5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, ein vergleichsweise niedriger Wert für höchstbewegliche Proben. Sollen die Proben, wie in dieser Arbeit, mittels der interferometrischen Belichtung untersucht werden, müssen diese zusätzlich über einen ausgedehnten Raumbereich dotiert sein, da die interferometrische Belichtung mit δ -dotierten Proben der Erfahrung nach nicht funktioniert. Obwohl für diese Arbeit eine Reihe von Probenmaterialien von hervorragender Qualität zur Verfügung standen, konnten nur mit einem Material (Wegscheider D040326A) ballistische Effekte um Füllfaktor 1/2 gefunden werden. Ein anderes Wegscheidermaterial (D040328A) zeigte, trotz höherer Beweglichkeit, nur sehr schwache Kommensurabilitätseffekte um $B=0$ und gar keine bei Füllfaktor 1/2. Ein weiteres Material (D040422A) zeigte sehr ausgeprägte

¹¹Allerdings herrschen Zweifel an der Anwendbarkeit der Auswertmethode der Quantenstreuzeit auf *Composite Fermions* [108].

¹²In Ermangelung einer L-förmigen Hallbar-Probe konnte ρ_{yy} nicht gleichzeitig zu ρ_{xx} aufgenommen werden, so dass eine separate Belichtung notwendig war.

Weissoszillationen um $B=0$ (siehe Abbildung 5.12), bei hohen Feldern konnten aber keine Effekte beobachtet werden. Letztlich konnte nicht festgestellt werden, welche Probeneigenschaften zu einem erfolgreichen Experiment bei Füllfaktor $1/2$ qualifizieren. Die Suche nach dem richtigen Material beanspruchte deswegen einen großen Teil der vorliegenden Arbeit¹³.

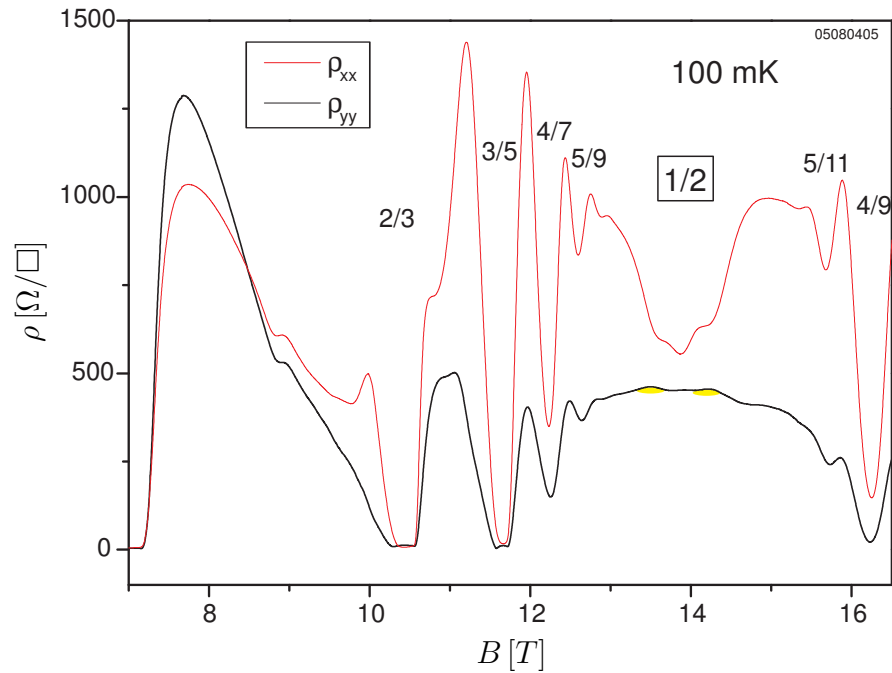


Abbildung 5.23: Magnetowiderstand zwischen Füllfaktor 1 und $4/9$ einer ein-dimensional modulierten Probe. Die Widerstandskomponente ρ_{yy} parallel zur Modulation zeigt zwei Maxima um Füllfaktor $1/2$ (gelb hinterlegt). Begleitend dazu treten in ρ_{xx} Minima auf. (Probenmaterial Wegscheider D040326A, $n_s = 1,6 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu_{yy} = 8,2 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $a=450 \text{ nm}$, $T=100 \text{ mK}$, $\Delta n_{xx}/\bar{n}=0,03 \%$, $\Delta n_{yy}/\bar{n}=0,1 \%$)

Abbildung 5.23 zeigt den Hochfeldwiderstand der Probe D040326A nach einer interferometrischen Belichtung, die eine Modulationsperiode von 450 nm erzeugte. In ρ_{xx} zeigen sich um Füllfaktor $1/2$ die bereits bekannten Merkmale der eindimensionalen Modulation: zwei Minima und daran anschließend ein starker Anstieg des Widerstandes. Im Vergleich dazu bleibt ρ_{yy} weitgehend konstant und zeigt zwei schwache, aber dennoch deutliche Maxima an den korrespondierenden Feldpositionen der Minima in ρ_{xx} . Hier konnten zum ersten Mal gegenphasige Kommensurabilitätsoszillationen um Füllfaktor $1/2$ mittels der interferometrischen Belichtung beobachtet werden. Ähnliche Merkmale sind nur aus einer Messung in einer Arbeit von Willett et al. an periodisch flach geätzten Proben bekannt [128]. Auch dort zeigen sich in ρ_{yy} gegenphasige Oszillationen, die jedoch von den

¹³Die Proben der erfolgreichen Experimente von Jobst waren nicht mehr einsatzfähig.

Autoren nicht dokumentiert werden. Neben den gegenphasigen Oszillationen sind beiden Messungen auch die starke Dämpfung der FQHE-Zustände in ρ_{yy} gemein. Es liegt somit nahe, dass der Grund dieser Dämpfung in der Modulation liegt, die genaue Ursache bleibt jedoch unklar.

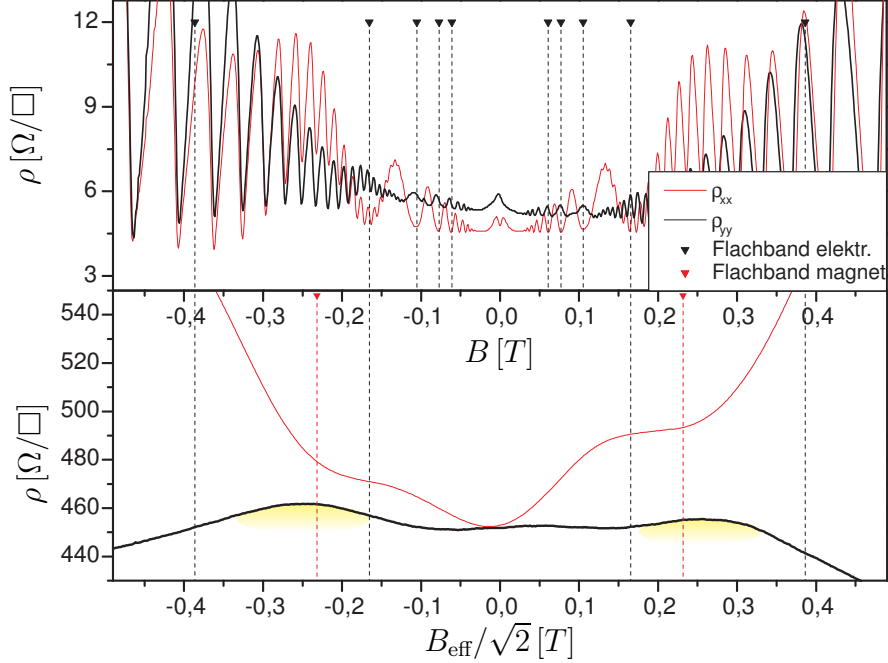


Abbildung 5.24: Vergleich der Kommensurabilitätseffekte von Elektronen (oben, $T=450$ mK) und *Composite Fermions* (unten, $T=100$ mK). Die beiden Messungen zeigen die Auswirkung derselben Belichtung. Während die Oszillationen der Elektronen auf eine elektrische Modulation schließen lassen (Modulationsstärke $V_0/E_F = 2\%$), liegt den Oszillationen der *Composite Fermions* eindeutig eine magnetische Modulation zu Grunde. Zur besseren Lesbarkeit ist unten $\rho_{xx}/2 + 175 \Omega/\square$ aufgetragen. Ansonsten wie in 5.23.

Eine detailliertere Ansicht des Widerstands um Füllfaktor $1/2$ sowie um $B=0$ zeigt Abbildung 5.24. Die Kommensurabilitätseffekte der Elektronen sind sehr stark ausgeprägt. Aus ρ_{xx} kann eine Modulationsstärke von 2% extrahiert werden. In ρ_{yy} finden sich bei einer Temperatur von 450 mK noch deutliche Anzeichen der intrinsischen ρ_{yy} -Oszillationen mit den Maxima an der Flachbandbedingung, obwohl eine Einblendung des ρ_{xx} -Anteils schon zu erkennen ist (etwa an der Schulter bei $0,1$ T). Die Flachbandbedingung beschreibt dabei die Extrema der Kommensurabilitätseffekte sehr genau. Im unteren Bildabschnitt ist der Magnetowiderstand um Füllfaktor $1/2$ gegen das effektive Magnetfeld aufgetragen (skaliert mit einem Faktor $1/\sqrt{2}$, der wegen der Aufhebung der Spinartung nötig ist, um die Flachbandpositionen der *Composite Fermions* an die der Elektronen anzupassen). In ρ_{yy} erkennt man Maxima an den Positionen der magnetischen Flachbandbedingung $2R_C^{CF} = 1,25a$. Begleitend dazu treten in ρ_{xx} Kom-

mesurabilitätsminima auf. Die Lage der Extrema in ρ_{xx} wie in ρ_{yy} lässt auf eine magnetische Modulation schließen, im klaren Gegensatz zu den Oszillationen um $B=0$. Aus den Widerständen bei Füllfaktor $1/2$ von $\rho_{xx}(B_{1/2}) = 555 \Omega/\square$ bzw. $\rho_{yy}(B_{1/2}) = 452 \Omega/\square$ lassen sich mit Formel 5.23 die mittleren freien Weglängen der *Composite Fermions* abschätzen: $l_{CF}^{xx} = 0,7 \mu m$ und $l_{CF}^{yy} = 0,8 \mu m$. Sie liegen damit in der Größenordnung der Modulationsperiode von 450 nm . Dies macht plausibel, warum nur jeweils ein Kommensurabilitätsextremum aufgelöst werden kann.

Auffällig ist die Asymmetrie der ρ_{xx} -Kurve bezüglich der $B_{\text{eff}}=0$ -Achse. In Analogie zum Fall der Elektronen um $B=0$ könnte man Ladungsträgerinhomogenitäten dafür verantwortlich machen. Dem widerspricht die Tatsache, dass im Fall von ρ_{xx} bei kleinen Feldern nur ein sehr geringer Dichtegradient von $\Delta n/\bar{n}=0,03 \%$ über die Länge der aktiven Fläche der Hallbar ausgemacht werden konnte. Ein Dichtegradient hat zudem um Füllfaktor $1/2$ andere Auswirkungen als um $B=0$: zunächst verschmiert der Nullpunkt der effektiven Magnetfeldskala, da $\nu = 1/2$ für verschiedene Dichten bei verschiedenen Magnetfeldern auftritt. Zudem gilt die Symmetrierelation 5.5 nicht für die effektive Magnetfeldskala, da die Hallspannung bei $B_{\text{eff}}=0$ nicht ihr Vorzeichen wechselt. Innerhalb des Konzepts der *Composite Fermions* erzeugt ein Dichtegradient außerdem einen äquivalenten Gradienten in B_{eff} , dessen Auswirkung auf das Transportexperiment aber schwer abzuschätzen ist. Ein quantitativer Vergleich mit den Daten von Jobst in Bezug auf einen Dichtegradienten ist schwierig, da die Messdaten nicht in elektronischer Form zur Verfügung standen. Eine, wenn auch ungenaue, Auswertung der veröffentlichten Messkurven ergibt einen Gradienten von $\Delta n/\bar{n}=0,5 \%$ und damit eine höhere Inhomogenität als in der hier beschriebenen Messung. Ein Dichtegradient als Ursache der Asymmetrie um $B_{\text{eff}}=0$ ist demnach nicht wahrscheinlich.

Eine andere Möglichkeit für den Ursprung der Asymmetrie liegt in der Überlagerung von magnetischer und elektrischer Modulation. In der Theorie von Zwerschke et al. [123] führt die elektrische Modulation im Hintergrund zu einer leichten Asymmetrie um $B_{\text{eff}}=0$. Diese Asymmetrie ist in den Messungen von Jobst sichtbar und kann durch die Rechnungen gut erklärt werden. Allerdings ist die Asymmetrie bei Jobst viel schwächer ausgeprägt als im Fall dieser Messungen, obwohl auch dort von einer Modulationsstärke von 2% ausgegangen wird. Ein weiterer Grund der Asymmetrie kann in den Trajektorien der *Composite Fermions* liegen. Wie in einer Arbeit von Fleischmann et al. anhand von Antidotgittern gezeigt wird, sind die Trajektorien der *Composite Fermions* - im Gegensatz zu denen der Elektronen - nicht symmetrisch bei einem Vorzeichenwechsel des effektiven Magnetfeldes [129]. Dies kann im Fall der Antidotgitter zu einer Asymmetrie im Magnetowiderstand führen. Inwieweit diese Situation auf den Fall einer schwachen eindimensionalen Modulation übertragbar ist, bleibt unklar. Ein quantitativer Vergleich mit den Theorien [123] und [129] ist nur mit exakt an die experimentelle Situation angepassten Parametern möglich und kann aufgrund der aufwändigen numerischen Verfahren nur durch die Autoren selbst

geschehen.

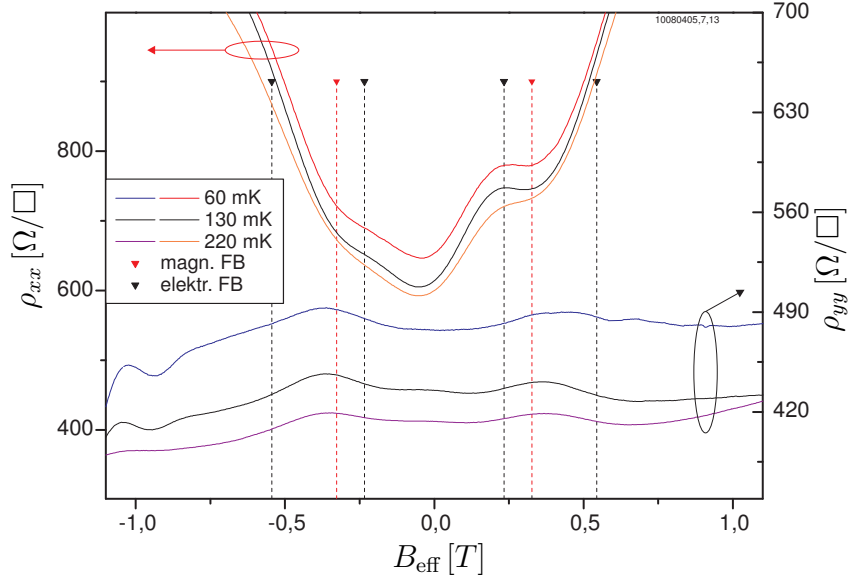


Abbildung 5.25: Temperaturabhängigkeit der Kommensurabilitätsoszillationen von *Composite Fermions*. (Probenmaterial Wegscheider D040326A, $n_s = 1,55 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu = 6,9 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $a=450 \text{ nm}$, $\Delta n_{xx}/\bar{n}=0,2 \%$, $\Delta n_{yy}/\bar{n}=0,2 \%$)

Wie in Abbildung 5.25 zu sehen, ist die Asymmetrie nicht von der Temperatur abhängig. Insgesamt ist die Temperaturabhängigkeit der Oszillationen sowohl in ρ_{xx} als auch in ρ_{yy} schwach. Eine Mischung der Widerstandskomponenten aufgrund einer Elektron-Elektron-Wechselwirkung wie um $B=0$ kann nicht beobachtet werden. Dies ist auch nicht verwunderlich, da die Wechselwirkung durch das Konzept der *Composite Fermions* gerade eliminiert wird. Eine Analogie zum Fall der Elektronen kann nicht bis zu diesem Punkt ausgeweitet werden.

In einer Reihe von Messungen war die beobachtete Asymmetrie um $B_{\text{eff}}=0$ sogar noch stärker. In Abbildung 5.26 ist ein Beispiel dargestellt. Die Asymmetrie ist hier so stark, dass für $B_{\text{eff}} < 0$ überhaupt kein Minimum in ρ_{xx} ausgemacht werden kann, während eine deutliche Schulter für $B_{\text{eff}} > 0$ erscheint, welche allerdings nicht die magnetische Flachbandposition trifft. Die ρ_{xx} -Messkurve erinnert stark an eine von Smet et al. veröffentlichte Messung an einer schwach eindimensional modulierten Probe [130]. Dort tritt dieselbe Asymmetrie und ein einseitiges Minimum für $B_{\text{eff}} > 0$ auf. Dies wurde in einer späteren Veröffentlichung von Smet et al. einer zu hohen Modulationsstärke zugeschrieben [121]. Auch bei Willett et al. wird beschrieben, dass höhere Modulationsamplituden zu asymmetrischen Minima um $B_{\text{eff}}=0$ führen [128]. Diese Beobachtungen decken sich qualitativ mit den Ergebnissen dieser Messung, für die eine Modulationsstärke von $V_0/E_F = 3,3 \%$ ermittelt wurde. Offensichtlich können die Kommensurabilitätsoszillationen für *Composite Fermions* nur in einem sehr engen Rahmen der Modulationsstärke ge-

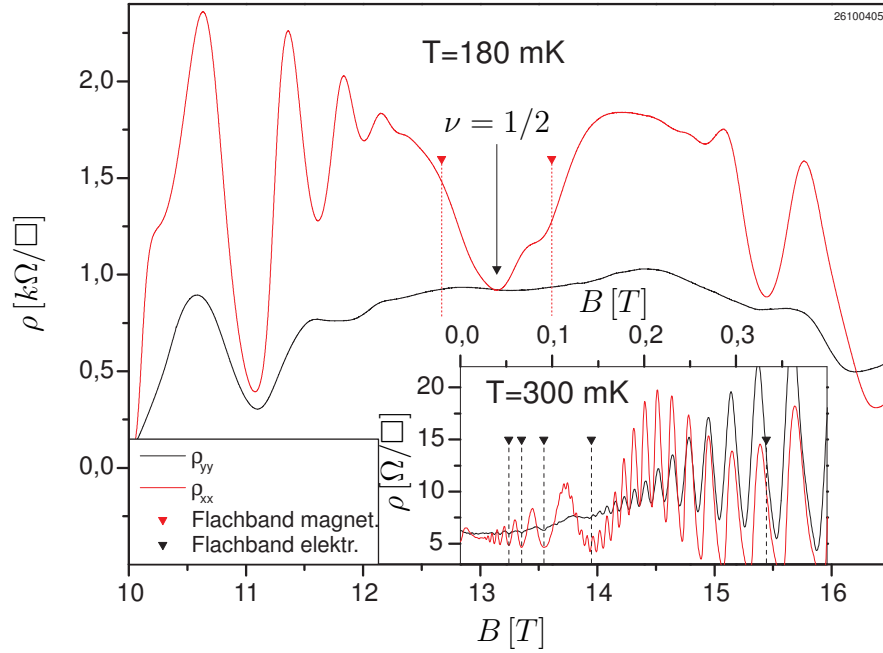


Abbildung 5.26: Messungen um Füllfaktor $1/2$ an einer Probe mit stärkerer Modulation, $V_0/E_F = 3,3$ %. In ρ_{xx} tritt nur für $B_{\text{eff}} > 0$ ein Minimum auf, während ρ_{yy} strukturlos bleibt. Das Minimum in ρ_{xx} passt nicht zur magnetischen Flachbandbedingung (rotes Dreieck). (Probenmaterial Wegscheider D040326A, $n_s = 1,55 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu_{xx} = 7,9 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $a=520 \text{ nm}$, $T=180 \text{ mK}$, $\Delta n_{xx}/\bar{n}=0,1$ %, $\Delta n_{yy}/\bar{n}=0,8$ %)

funden werden. Wird V_0/E_F zu klein, verschwinden die Oszillationen komplett aus dem Magnetowiderstand und als einziges Zeichen der Modulation bildet sich in ρ_{xx} um Füllfaktor $1/2$ ein tiefes Minimum.

In ρ_{yy} sind begleitend dazu überhaupt keine Strukturen zu erkennen. Auch hier scheint es, als müsse die Modulationsstärke genau zwischen 1 % und 2 % liegen, um die gegenphasigen Oszillationen aufzulösen. Insgesamt konnten nur vier Belichtungen erzielt werden, in deren Folge die gegenphasigen Oszillationen in ρ_{yy} auftraten (zwei davon bei derselben Modulationsperiode). Alle weiteren Belichtungen führten entweder zu strukturlosen ρ_{yy} -Kurven um Füllfaktor $1/2$, oder zu einem breiten Minimum bei Füllfaktor $1/2$, ähnlich wie in ρ_{xx} bei sehr schwacher Modulation. Für $V_0/E_F < 1$ % wurden weder in ρ_{xx} noch in ρ_{yy} Kommensurabilitätseffekte um Füllfaktor $1/2$ beobachtet.

In Abbildung 5.27 ist eine Zusammenstellung aller ρ_{yy} -Messungen dargestellt, die gegenphasige Oszillationen zeigen. Die Oszillationsmaxima folgen dabei gut den berechneten Werten der Flachbandbedingung $2R_C^{CF} = 1,15a$ für magnetische Modulation. Nur der Unterschied zwischen den Messungen der Perioden 450 nm und 495 nm ist kaum auszumachen. Die in der Bildunterschrift angefügte Tabelle enthält die wichtigsten Messparameter. Dabei fällt der sehr hohe Dichtegradient

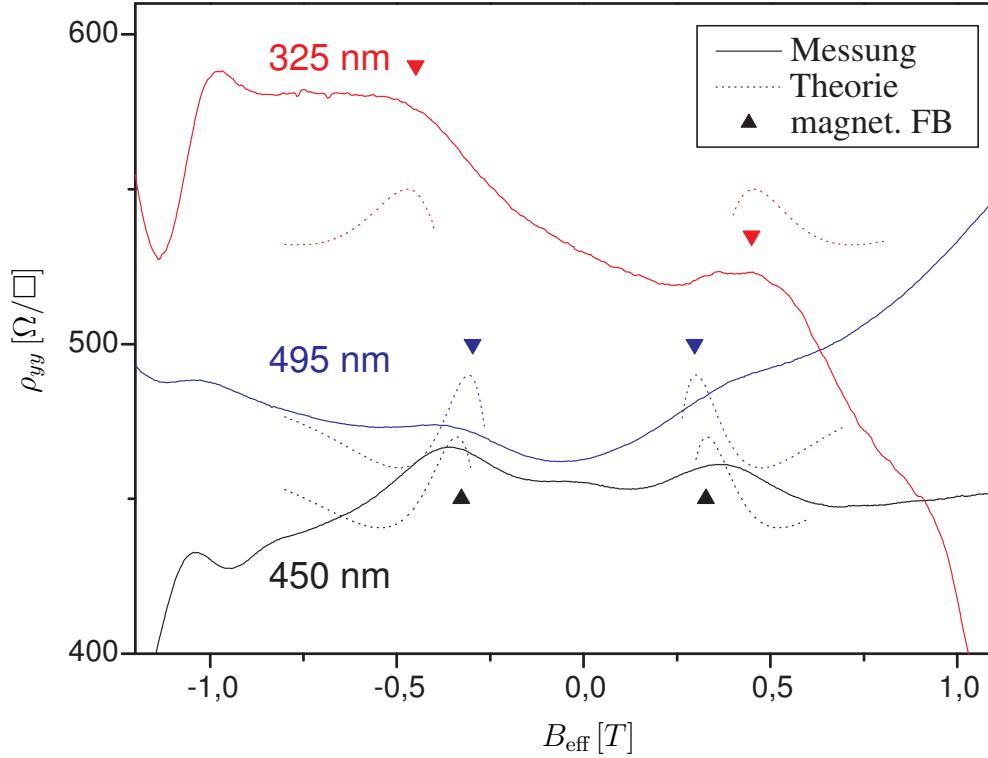


Abbildung 5.27: Oszillationen in ρ_{yy} um Füllfaktor 1/2 in Abhängigkeit der Modulationsperiode. (Probenmaterial: Wegscheider D040326A).

a	V_0/E_F	$n_s [10^{11} \text{ cm}^{-2}]$	$\mu [10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}]$	$\Delta n/\bar{n}$	T
325 nm	2,0 %	1,52	6,7	7,5 %	120 mK
495 nm	1,8 %	1,55	7,3	0,09 %	250 mK
450 nm	2,0 %	1,55	6,9	0,1 %	190 mK

von 7,5 % der Messung der 325 nm-Periode auf. Es scheint plausibel, dass ein so hoher Dichtegradient auch für die beobachtete Asymmetrie der Messkurve um Füllfaktor 1/2 aufkommen kann.

5.4.2 Theorie

Die in Abbildung 5.27 mit „Theorie“ bezeichneten Kurven gehen auf eine Rechnung von Zimbovskaya et al. zurück [131]. Darin werden die *Composite Fermions*, ähnlich wie in Theorien von Zwerschke et al. beziehungsweise Mirlin et al. [123, 124] als nicht wechselwirkende Teilchen angesehen, die bei Füllfaktor 1/2 einen wohldefinierten Fermiwellenvektor besitzen und für $B_{\text{eff}} > 0$ semiklassische Zyklotronbahnen beschreiben. Für eine Dichtemodulation $\Delta n/n = V_0/E_F = \eta$ parallel zum Stromfluss erhalten die Autoren für eine Modulation der Stärke

$\Delta n/n \cdot k_F l_{CF} \sim 1$ ein nicht-triviales Ergebnis:

$$\rho_{yy} = \rho_{yy}(B_{1/2}) \left\{ 1 - \left(\frac{\Delta n}{n} k_F R_C \right)^2 \frac{J_1^2(qR_C)}{1 - J_0^2(qR_C)} \right\} . \quad (5.24)$$

J_0 und J_1 sind Bessel-Funktionen erster Art und $q = 2\pi/a$. Dieses Ergebnis ist überraschend im Hinblick auf die Tatsache, dass es bis dahin nie gelungen ist, Kommensurabilitätsoszillationen in ρ_{yy} innerhalb eines semiklassischen Modells zu erklären, obwohl mehrere Versuche in dieser Richtung unternommen wurden (insbesondere in [40]). Die Autoren von [131] gehen konkret auf die Diskrepanz zu bestehenden Theorien ein und erklären den Unterschied zu [40] in einer anderen Art der Mittelung der Antwortfunktion über eine Modulationsperiode. Beim Vergleich der Rechnung mit den Experimenten (Abbildung 5.27) fällt zunächst die gute Reproduktion der B_{eff} -Werte der beobachteten Maxima auf. Die Oszillationsamplituden werden stark überschätzt, dagegen wird die Breite der Maxima unterschätzt. Für kleinere B_{eff} ist die Theorie nicht gültig, da bei der Herleitung von Formel 5.24 von $\Delta B/B_{\text{eff}} \ll 1$ ausgegangen wird (ΔB ist die Amplitude der durch die Dichtemodulation induzierten magnetischen Modulation, siehe 5.22). In Anbetracht der Tatsache, dass die Theorie von Zimbovskaya verschiedenartige Streucharakteristiken vernachlässigt, die sich in anderen Theorien als entscheidend für eine gute Übereinstimmung mit dem Experiment erwiesen haben, werden diese Abweichungen verständlich. Insgesamt kann die Übereinstimmung zwischen der Theorie von Zimbovskaya und dem Experiment als angemessen bezeichnet werden.

Bislang gibt es keine andere Theorie, welche Oszillationen um Füllfaktor 1/2 in ρ_{yy} aufgrund einer eindimensionalen Modulation voraussagt. Aufgrund der Erfahrungen mit der Theorie der Kommensurabilitätsoszillationen von Elektronen würde man am ehesten ein quantenmechanisches Modell erwarten. Dort werden die Oszillationen als Folge der modulierten Zustandsdichte verstanden. Da man innerhalb des *Composite Fermion*-Konzepts zur Erklärung des FQHE von einer Landauquantisierung ausgeht, liegt auch eine Modellierung der Bandbreite der Landauniveaus durch die Modulation nahe. Diese würde in Analogie zum Verhalten der Elektronen zu Oszillationen mit dem beobachteten Verhalten führen. Ob diese Analogien tatsächlich zutreffen, kann jedoch nur durch eine fundierte Rechnung geklärt werden.

Kapitel 6

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde das Verhalten von Elektronen untersucht, die sich in zwei Dimensionen und unter dem Einfluss eines schwachen eindimensionalen Potentials bewegen. Als Untersuchungsmethode wurden Magnetotransportmessungen durchgeführt: Der elektrische Widerstand wird dabei bei tiefen Temperaturen in Abhängigkeit eines Magnetfeldes aufgenommen. Das eindimensionale Potential wurde durch das Interferenzmuster zweier Laserstrahlen generiert, welches bei tiefen Temperaturen auf der Probenoberfläche erzeugt wird.

Der Magnetowiderstand von zweidimensionalen Elektronengasen zeichnet sich durch eine Vielzahl von nicht-trivialen Merkmalen wie dem Quanten Hall Effekt, dem fraktionalen Quanten Hall Effekt (FQHE) und den Shubnikov-de Haas-Oszillationen aus. Ein eindimensionales Potential bewirkt zusätzliche Strukturen im Magnetowiderstand, die Kommensurabilitätsoszillationen [28]. Diese lassen sich grundsätzlich auf zwei Arten verstehen: In einem quantenmechanischen Bild werden sie durch eine Veränderung der Zustandsdichte hervorgerufen [36, 37], in einem semiklassischen Bild durch ein Wechselspiel des Zyklotronradius mit der Modulationsperiode [39].

Die Kommensurabilitätsoszillationen treten in zwei Erscheinungsformen auf, die von der Orientierung der Modulation zur Stromrichtung abhängen. Die prominenteren Vertreter liefert der Fall einer Modulation senkrecht zur Stromrichtung (Widerstandskomponente ρ_{xx}): Die Oszillationen sind hier stark ausgeprägt und zeigen Minima bei den Magnetfeldwerten, welche durch die so genannte Flachbandbedingung ausgezeichnet sind. Im gegenteiligen Fall, wenn der Strom parallel Modulation fließt, sind die entsprechenden Kommensurabilitätsoszillationen in ρ_{yy} wesentlich schwächer ausgeprägt und zeigen Maxima an der Flachbandbedingung. Häufig wird schlicht von „gegenphasigen Oszillationen“ gesprochen.

In dieser Arbeit wurde vor allem das Verhalten von ρ_{yy} eingehend untersucht. Ein Ausgangspunkt war die überraschende Entdeckung während der vorangehenden Diplomarbeit [76], dass die gegenphasigen Oszillationen mit sinkender Temperatur aus dem Widerstand verschwinden, um dann in umgekehrter Phasenlage wieder aufzutauchen. Für tiefste Temperaturen zeigen sie dann, gleich den

Oszillationen in ρ_{xx} , Minima an den Flachbandpositionen. Zum Zeitpunkt der Entdeckung gab es keine theoretische Erklärung für diesen Effekt. Er konnte jedoch innerhalb dieser Arbeit an einer Reihe von unterschiedlichen Probenmaterialien reproduziert werden. Zudem wurde von Gornyi und Mirlin eine Arbeit vorgelegt, die das Umklappen der Oszillationen im Rahmen einer Theorie der Elektron-Elektron-Wechselwirkung plausibel macht [112]. Normalerweise wird eine solche Wechselwirkung im Regime des Quanten Hall Effekts vernachlässigt, da sich dieser innerhalb eines Einteilchenbildes verstehen lässt. Wie sich zeigt, werden die Auswirkungen der Wechselwirkung sowohl im unmodulierten, wie auch im modulierten System sichtbar: Im unmodulierten Fall entsteht ein temperaturabhängiger quadratischer Magnetowiderstand bei kleinen Magnetfeldern. Im modulierten Fall kommt es zu einer temperaturabhängigen Mischung der Komponenten ρ_{xx} und ρ_{yy} . Im Hinblick auf das Umklappen der Kommensurabilitätsoszillationen bedeutet dies, dass die ausgeprägten Oszillationen von ρ_{xx} in die gegenphasigen Oszillationen eingeblendet werden und diese schließlich, bei tiefsten Temperaturen, dominieren.

Diese Theorie wurde sorgfältig mit dem Experiment verglichen. Dabei wurde mit der Analyse von Messungen an einer unmodulierten Probe begonnen. Diese zeigten den vorausgesagten quadratischen Magnetowiderstand. Um zu einer quantitativen Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zu gelangen, mussten zwei weitere Einflussfaktoren berücksichtigt werden: zum einen das *mixed disorder* Modell, welches verschiedene Streucharakteristiken innerhalb der Theorie der Elektron-Elektron-Wechselwirkung berücksichtigt. Zum anderen scheint ein klassischer *memory* Effekt, wie er in einer weiteren Theorie von Mirlin beschrieben wird [115], einen temperaturunabhängigen quadratischen Magnetowiderstand im Hintergrund zu erzeugen. Durch ein Zusammenwirken dieser drei Effekte konnte eine quantitative Übereinstimmung von Theorie und Experiment erzielt werden. Gleichzeitig konnte darauf geschlossen werden, dass die Transportstreuzeit τ etwa zu gleichen Teilen von kurz- und langreichweitigen Streumechanismen bestimmt wird. Dies ist insofern ein bemerkenswertes Ergebnis, als dass kein anderes Verfahren zur Bestimmung dieses Verhältnisses bekannt ist.

Im modulierten Fall war die Übereinstimmung weniger überzeugend. Die Theorie bestimmt in diesem Fall sowohl den quadratischen Magnetowiderstand, als auch gleichzeitig das Überblenden der ρ_{xx} -Oszillationen nach ρ_{yy} . Ein Fit, der den quadratischen Magnetowiderstand in ρ_{yy} überzeugend reproduzierte, unterschätzte jedoch die Amplitude des eingeblendeten ρ_{xx} -Anteils weit. Umgekehrt produzierte ein direkter Fit an die Modulationsamplitude physikalisch unsinnige Streuzeiten. Qualitativ konnte der temperaturabhängige Verlauf der Überblendung trotzdem überzeugend angenähert werden. Auch lieferten Vergleiche bei verschiedenen Magnetfeldwerten konsistente Ergebnisse. Ursachen für die Diskrepanz wurden diskutiert, konnten aber letztendlich nicht geklärt werden.

Der zweite Aspekt dieser Arbeit bezog sich auf den Transport bei hohen Magnetfeldern. Um die erforderlichen extremen experimentellen Voraussetzungen zu

schaffen, wurde ein Mischungskryostat in Betrieb genommen, mit dem Temperaturen unter 20 mK und Magnetfelder bis 19 T erzeugt werden können. Das Konzept der *in-situ*-interferometrischen Belichtung wurde für dieses System mit Hilfe optischer Fasern erfolgreich adaptiert. Zudem wurde die Messelektronik konzipiert und Software zur Durchführung der Messungen angepasst und weiterentwickelt. Ein kritischer Parameter beim Betrieb eines Mischkryostaten ist die für das Experiment ausschlaggebende Elektronentemperatur, die weit über der niedrigsten Badtemperatur liegen kann. Durch den Einsatz von Hochfrequenzschirmung und -filtern konnte die Elektronentemperatur auf einen guten Wert von 50 mK gesenkt werden. Zur Messung dieser Temperatur wurden die temperatursensiblen FQHE-Zustände analysiert und erfolgreich als „Elektronenthermometer“ eingesetzt.

Weitere Messungen wurden bei hohen Magnetfeldern im Regime des FQHE durchgeführt. Bei diesen hohen Feldern dominieren Wechselwirkungseffekte den Transport und nur eine Vielteilchentheorie vermag den FQHE zu beschreiben. Alternativ wurde das Konzept der *Composite Fermions* entwickelt [21], Quasiteilchen bestehend aus einem Elektron und zwei angehängten magnetischen Flussquanten. Diese Quasiteilchen scheinen den Transport gut zu beschreiben, selbst wenn man von einer Wechselwirkung zwischen den *Composite Fermions* absieht. Dieses theoretische Konzept wurde in einer Reihe von Arbeiten zum ballistischen Transport der *Composite Fermions* bestätigt [117, 118, 120]. Im Rahmen dieser Arbeit konnten zwei Ergebnisse erzielt werden. Erstens konnten Messungen von Jobst bestätigt werden [94], die anhand von Kommensurabilitätsoszillationen von *Composite Fermions* einen direkten experimentellen Nachweis der räumlichen Korrelation zwischen Elektronen und magnetischen Flussquanten erbrachten. Zweitens konnten neue, gegenphasige Oszillationen in ρ_{yy} im Regime der *Composite Fermions* gefunden werden. Ein Vergleich mit der einzigen existierenden Theorie zu diesem Thema ergab eine angemessene Übereinstimmung [131]. Gleichzeitig wurden diese gegenphasigen Oszillationen als instabil klassifiziert, da sie nur für einen engen Bereich der Modulationsstärke auftraten.

Durch diese Kommensurabilitätseffekte wurde einmal mehr der Nachweis erbracht, dass das Konzept der *Composite Fermions* erfolgreich auf den Transport bei hohen Magnetfeldern angewendet werden kann. In diesem Sinne ist ein Schluss vom Speziellen, dem Transport im eindimensionalen Potential, auf das Allgemeine, den Transport im grundlegenden 2D-System, gelungen.

Literaturverzeichnis

- [1] K. v. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper: *New method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance*, Phys. Rev. Lett. **45**(6), 494, (1980).
- [2] S. Das Sarma, A. Pinczuk: *Perspectives in Quantum Hall Effects*, John Wiley & Sons, New York, (1997).
- [3] C. W. J. Beenakker, H. van Houten: *Quantum transport in semiconductor nanostructures*, Solid State Physics **44**, eds. H. Ehrenreich, D. Turnbull, Academic Press, (1991).
- [4] J. H. Davies: *The physics of low-dimensional semiconductors: an introduction*, Cambridge University Press, (1998).
- [5] C. Weisbuch, B. Vinter: *Quantum semiconductor structures: fundamentals and applications*, Academic Press, (1991).
- [6] D. Weiss: *Kommensurabilitätseffekte in lateralen Übergittern*, Habilitationsschrift, Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, Stuttgart, (1992).
- [7] C. Kittel: *Introduction to solid state physics, 7th ed.*, John Wiley & Sons, (1996).
- [8] L. Onsager: *Reciprocal Relations in irreversible processes*, Phys. Rev. **37**, 405, (1931).
- [9] H. B. G. Casimir: *On Onsager's Principle of microscopic Reversibility*, Rev. Mod. Phys. **17**(2), 343, (1945).
- [10] P. Drude, *Annalen der Physik* **3**, 369, (1900).
- [11] N. W. Ashcroft, N. D. Mermin: *Festkörperphysik*, Oldenbourg Verlag, (2001).
- [12] O. Madelung: *Festkörpertheorie*, Springer Verlag, (1972).
- [13] B. Sapoval, C. Hermann: *Physics of semiconductors*, Springer Verlag, (1995).

- [14] S. Datta: *Electronic transport in mesoscopic systems*, Cambridge University Press (1995).
- [15] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, C. T. Foxon: *Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas*, Phys. Rev. Lett. **60**, 848, (1988).
- [16] M. Büttiker: *Four-Terminal Phase-Coherent Conductance*, Phys. Rev. Lett. **57**, 1761, (1986).
- [17] J. J. Harris, J. A. Pals, R. Woltjer: *Electronic transport in low-dimensional structures*, Rep. Prog. Phys. **52**, 1217, (1989).
- [18] D. C. Tsui, H. L. Stormer, A. C. Gossard: *Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit*, Phys. Rev. Lett. **42** (22), 1559, (1982).
- [19] W. Pan, J.-S. Xia, V. Shvarts, D. E. Adams, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, K. W. West: *Exact Quantization of the Even-Denominator Fractional Quantum Hall State at $\nu = 5/2$ Landau Level Filling Factor*, Phys. Rev. Lett. **83**, 3530, (1999).
- [20] W. Pan, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, K. W. West: *Fractional Quantum Hall Effect of Composite Fermions*, Phys. Rev. Lett. **90**, 16801, (2003).
- [21] J. K. Jain: *Composite-Fermion Approach for the Fractional Quantum Hall Effect*, Phys. Rev. Lett. **63** (2), 199, (1989).
- [22] A. Lopez, E. Fradkin: *Fractional quantum Hall effect and Chern-Simons gauge theories*, Phys. Rev. B **44** (10), 5246, (1991).
- [23] O. Heinonen: *Composite Fermions: a unified view of the quantum Hall regime*, World Scientific, Singapore, (1998).
- [24] B. I. Halperin, P. A. Lee, N. Read: *Theory of the half-filled Landau level*, Phys. Rev. B **47** (12), 7312, (1993).
- [25] R. B. Laughlin: *Anomalous Quantum Hall Effect: An Incompressible Quantum Fluid with Fractionally Charged Excitations*, Phys. Rev. Lett. **50** (18), 1395, (1983).
- [26] J. Smet: *Ballistischer Transport von Verbundfermionen in Halbleiternanostrukturen*, Habilitationsschrift, Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, Stuttgart, (1998).

- [27] R. L. Willett: *Experimental evidence for composite fermions*, Adv. Phys. **46**, 447, (1997).
- [28] D. Weiss, K. v. Klitzing, K. Ploog, G. Weinmann: *Magnetoresistance Oscillations in a Two-Dimensional Electron Gas Induced by a Submicrometer Periodic Potential*, Europhys. Lett. **8**, 179, (1989).
- [29] P. H. Beton, P. C. Main, M. Davison, M. Dellow, R. P. Taylor, E. S. Alves, L. Eaves, S. P. Beaumont, C. D. W. Wilkinson: *Temperature dependence of magnetoresistance oscillations in a two-dimensional electron gas subjected to a periodic potential*, Phys. Rev. B **42** (15), 9689, (1990).
- [30] R. R. Gerhardts, D. Weiss, K. v. Klitzing: *Novel Magnetoresistance Oscillations in a Periodically Modulated Two-Dimensional Electron Gas*, Phys. Rev. Lett. **62**(10), 1173, (1989).
- [31] R. W. Winkler, J. P. Kotthaus, K. Ploog: *Landau-Band Conductivity in a Two-Dimensional Electron System Modulated by an Artificial One-Dimensional Superlattice Potential*, Phys. Rev. Lett. **62**(10), 1177, (1989).
- [32] P. H. Beton, E. S. Alves, P. C. Main, L. Eaves, M. W. Dellow, M. Henini, O. H. Hughes, S. P. Beaumont, C. D. W. Wilkinson: *Magnetoresistance of a two-dimensional electron gas in a strong periodic potential*, Phys. Rev. B **42** (14), 9229, (1990).
- [33] P. H. Beton, M. W. Dellow, P. C. Main, E. S. Alves, L. Eaves, S. P. Beaumont, C. D. W. Wilkinson: *Magnetic breakdown of a two-dimensional electron gas in a periodic potential*, Phys. Rev. B **43** (12), 9980, (1991).
- [34] M. Zitzlsperger, *Kommensurabilitätsexperimente mit GaAs(311)A-Lochgasen*, Dissertation, Universität Regensburg, (2000).
- [35] O. Gunawan, Y. P. Shkolnikov, E. P. De Poortere, E. Tutuc, M. Shayegan: *Ballistic Electron Transport in AlAs Quantum Wells*, Phys. Rev. Lett. **93**, 246603, (2004).
- [36] C. Zhang, R. R. Gerhardts: *Theory of magnetotransport in two-dimensional electron systems with unidirectional periodic modulation*, Phys. Rev. B **41** (18), 12850, (1990).
- [37] F. M. Peeters, P. Vasilopoulos: *Electrical and thermal properties of a two-dimensional electron gas in a one-dimensional periodic potential*, Phys. Rev. B **46** (8), 4667, (1992).
- [38] J. Groß, R. R. Gerhardts: *Anisotropic scattering in quantum magnetotransport calculations for two-dimensional electron systems in a one-dimensional superlattice*, Phys. Rev. B **66**, 155321, (2002).

- [39] C. W. J. Beenakker: *Guiding-Center-Drift Resonance in a Periodically Modulated Two-Dimensional Electron Gas*, Phys. Rev. Lett. **62**(17), 2020, (1989).
- [40] R. Menne, R. R. Gerhardts: *Magnetoresistance of a two-dimensional electron gas with spatially periodic lateral modulations: Exact consequences of Boltzmann's equation*, Phys. Rev. B **57** (3), 1707, (1998).
- [41] P. Bøggild, A. Boisen, K. Birkelund, C. B. Sørensen, R. Taboryski, P. E. Lindelof: *Effects of small-angle scattering on Weiss oscillations in a GaAs lateral superlattice*, Phys. Rev. B **51** (11), 7333, (1995).
- [42] A. D. Mirlin, P. Wölfle: *Weiss oscillations in the presence of small-angle impurity scattering*, Phys. Rev. B **58** (19), 12986, (1998).
- [43] A. D. Mirlin: persönliche Mitteilung.
- [44] A. D. Mirlin, E. Tsitsishvili, P. Wölfle: *Magnetotransport in lateral superlattices with small angle impurity scattering: Low-field magnetoresistance*, Phys. Rev. B **64**, 125319, (2001).
- [45] C. Albrecht, J. H. Smet, D. Weiss, K. v. Klitzing, R. Hennig, M. Langenbuch, M. Suhrke, U. Rössler, V. Umansky, H. Schweitzer: *Fermiology of Two-Dimensional Lateral Superlattices*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2234, (1999).
- [46] D. P. Xue, G. Xiao: *Magnetotransport properties of two-dimensional electron gases under a periodic magnetic field*, Phys. Rev. B **45** (11), 5986, (1992).
- [47] F. M. Peeters, P. Vasilopoulos: *Quantum transport of a two-dimensional electron gas in a spatially modulated magnetic field*, Phys. Rev. B **47** (3), 1466, (1993).
- [48] P. D. Ye, D. Weiss, R. R. Gerhardts, M. Seeger, K. v. Klitzing, K. Eberl, H. Nickel: *Electrons in a Periodic Magnetic Field Induced by a Regular Array of Micromagnets*, Phys. Rev. Lett. **74** (15), 3013, (1995).
- [49] H. A. Carmona, A. K. Geim, A. Nogaret, P. C. Main, T. J. Foster, M. Henini, S. P. Beaumont, M. G. Blamire: *Two Dimensional Electrons in a Lateral Magnetic Superlattice*, Phys. Rev. Lett. **74** (15), 3009, (1995).
- [50] P. D. Ye, D. Weiss, R. R. Gerhardts, K. v. Klitzing, K. Eberl, H. Nickel: *Magnetotransport in periodic magnetic fields*, Surf. Science **361/362**, 337, (1996).
- [51] M. Lermer: *Transportuntersuchungen an magnetisch modulierten zweidimensionalen Elektronensystemen*, Diplomarbeit, Universität Regensburg, (2000).

- [52] K. W. Edmonds, B. L. Gallagher, P. C. Main, N. Overend, R. Wirtz, A. Nogaret, M. Henini, C. H. Marrows, B. J. Hickey, S. Thoms: *Magnetoresistance oscillations due to internal Landau band structure of a two-dimensional electron system in a periodic magnetic field*, Phys. Rev. B **64**, 041303, (2001).
- [53] J. Shi, F. M. Peeters, K. W. Edmonds, B. L. Gallagher: *Even-odd transition in the Shubnikov-de Haas oscillations in a two-dimensional electron gas subjected to periodic magnetic and electric modulations*, Phys. Rev. B **66**, 035328, (2002).
- [54] M. Tornow, D. Weiss, A. Manolescu, R. Menne, K. v. Klitzing: *Even-odd filling-factor switching in one-dimensional lateral superlattices*, Phys. Rev. B **54** (23), 16397, (1996).
- [55] R. R. Gerhardts: *Quasiclassical calculation of magnetoresistance oscillations of a two-dimensional electron gas in spatially periodic magnetic and electrostatic fields*, Phys. Rev. B **53** (16), 11064, (1996).
- [56] A. Endo, S. Izawa, S. Katsumoto, Y. Iye: *Magnetoresistance oscillation in a two-dimensional electron gas under periodic modulation of electric and magnetic fields*, Surf. Science **361-362**, 333, (1996).
- [57] D. R. Hofstadter: *Energy levels and wave functions of Bloch electrons in rational and irrational magnetic fields*, Phys. Rev. B **14**(6), 2239, (1976).
- [58] D. Pfannkuche, R. R. Gerhardts: *Theory of magnetotransport in two-dimensional electron systems subjected to weak two-dimensional potentials*, Phys. Rev. B **46**(19), 12606, (1992).
- [59] D. Springsguth, R. Ketzmerick, T. Geisel: *Hall conductance of Bloch electrons in a magnetic field*, Phys. Rev. B **56** (4), 2036, (1997).
- [60] R. B. Laughlin: *Quantized Hall conductivity in two dimensions*, Phys. Rev. B **23** (10), 5632, (1981).
- [61] D. J. Thouless, M. Kohmoto, M. P. Nightingale, M. den Nijs: *Quantized Hall Conductance in a Two-Dimensional Periodic Potential*, Phys. Rev. Lett. **49**, 405, (1982).
- [62] C. Albrecht, J. H. Smet, K. von Klitzing, D. Weiss, V. Umansky, H. Schweizer: *Evidence of Hofstadter's Fractal Energy Spectrum in the Quantized Hall Conductance*, Phys. Rev. Lett. **86**, 147, (2001).
- [63] M. C. Geisler, J. H. Smet, V. Umansky, K. von Klitzing, B. Naundorf, R. Ketzmerick, H. Schweizer: *Detection of a Landau Band-Coupling-Induced Rearrangement of the Hofstadter Butterfly*, Phys. Rev. Lett. **92**, 256801, (2004).

- [64] W. Breuer: *Magnetotransport-Messungen an lateral modulierten zwei-dimensionalen Elektronengasen*, Dissertation, Universität Regensburg, (2003).
- [65] S. Chowdhury, C. J. Emeleus, B. Milton, E. Skuras, A. R. Long, J. H. Davies, G. Pennelli, C. R. Stanley: *Importance of symmetry breaking in two-dimensional lateral-surface superlattices*, Phys. Rev. B **62** (8), 4821, (2000).
- [66] D. Weiss, K. v. Klitzing, K. Ploog, G. Weimann: *Landau level broadening and van Hove singularities in lateral surface superlattices*, Surf. Science **229**, 88, (1990).
- [67] R. R. Gerhardts, D. Weiss, U. Wulf: *Magnetoresistance oscillations in a grid potential: Indication of a Hofstadter-type energy spectrum*, Phys. Rev. B **43** (6), 5192, (1991).
- [68] R. C. Newman: *The lattice locations of silicon impurities in GaAs: effects due to stoichiometry, the Fermi energy, the solubility limit and DX behaviour*, Semicond. Sci. Technol. **9**, 1749, (1994).
- [69] D. J. Chadi, K. J. Chang: *Energetics of DX-center formation in GaAs and $Al_xGa_{1-x}As$ alloys*, Phys. Rev. B **39** (14), 10063, (1989).
- [70] D. J. Chadi, K. J. Chang: *Theory of the Atomic and Electronic Structure of DX Centers in GaAs and $Al_xGa_{1-x}As$ Alloys*, Phys. Rev. Lett. **61** (7), 873, (1988).
- [71] P. M. Mooney: *Deep donor levels (DX centers) in III-V semiconductors*, J. Appl. Phys. **67** (3), R1-R26, (1990).
- [72] P. M. Mooney: *Donor-related levels in GaAs and $Al_xGa_{1-x}As$* , Semicond. Sci. Technol. **6**, B1, (1991).
- [73] P. M. Mooney, T. N. Theis: *The DX Center: A New Picture of Substitutional Donors in Compound Semiconductors*, Comments Cond. Mat. Phys. **16** (3), 167, (1992).
- [74] K. Tsubaki, H. Sakaki, J. Yoshino, Y. Sekiguchi: *Spatially modulated photoconductivity at N-AlGaAs/GaAs heterojunctions and formation of persistent charge patterns with submicron dimensions*, Appl. Phys. Lett **45**, 663, (1984).
- [75] M. Hayne, A. Usher, J. J. Harris, C. T. Foxon: *An elegant verification of the negative charge-state of the DX centre from mobility measurements of 2D electrons*, Surf. Sci. **361/362**, 574-8, (1996).

- [76] C. Mitzkus: *Transportuntersuchungen an dichtemodulierten niederdimensionalen Elektronensystemen*, Diplomarbeit, Universität Regensburg, (2000).
- [77] D. Schuh: *Mikro-Hall-Magnetometrie*, Dissertation, Universität Regensburg, (2000).
- [78] M. Rahm: *Mikro-Hall-Magnetometrie an ferromagnetischen Nanoscheiben*, Dissertation, Universität Regensburg, (2004).
- [79] V. L. Rideout: *A review of the theory and technology for ohmic contacts to group III-V compound semiconductors*, Solid State Electronics **18**, 541, (1975).
- [80] U. Graumann, J. Schmid, U. Wilhelm, J. Wein: *Ohmsche Kontakte zu zweidimensionalen Elektronensystemen*, Stuttgart, 1998.
- [81] H. L. Stormer: *Nobel Lecture: The fractional quantum Hall effect*, Rev. Mod. Phys. **71** (4), 875, (1999).
- [82] F. Pobell: *Matter and methods at low temperature*, Springer, (1996).
- [83] W. Kangler: *In Situ interferometrische Belichtung mittels optischer Fasern*, Diplomarbeit, Universität Regensburg, (2001).
- [84] J. A. Buck: *Fundamentals of optical fibers*, J. Wiley & Sons, New York, (1995).
- [85] H. Murata: *Handbook of optical fibers and cables*, M. Dekker, New York, (1996).
- [86] P. L. Gammel, D. J. Bishop, J. P. Eisenstein, J. H. English, A. C. Gossard, R. Ruel, H. L. Stormer: *Ultralow-temperature behavior of the $\nu = 5/2$ fractional quantum hall effect*, Phys. Rev. B **38**, 10128, (1988).
- [87] C. Wallisser: *Einzelelektronentransistoren im Regime kleiner Widerstände*, Dissertation, Universität Karlsruhe, (2002).
- [88] H. W. Ott: *Noise reduction techniques in electronic systems*, John Wiley & Sons, Inc., (1988).
- [89] Z. F. Ezawa: *Quantum Hall Effects: field theoretical approach and related topics*, World Scientific, Singapore, (2000).
- [90] G. S. Boebinger, H. L. Stormer, D. C. Tsui, A. M. Chang, J. C. M. Hwang, A. Y. Cho, C. W. Tu, G. Weimann: *Activation energies and localization in the fractional quantum Hall effect*, Phys. Rev. B **36**, 7919, (1987).

- [91] R. R. Du, A. S. Yeh, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, K. W. West: *g factor of composite fermions around $\nu = 2$ from angular-dependent activation-energy measurements*, Phys. Rev. B **55**, R7351, (1997).
- [92] J. P. Eisenstein, H. L. Stormer, L. Pfeiffer, K. W. West: *Evidence for a phase transition in the fractional quantum Hall effect*, Phys. Rev. Lett. **62**, 1540, (1989).
- [93] X. Wan, D. N. Sheng, E. H. Rezayi, Kun Yang, R. N. Bhatt, F. D. M. Haldane: *Mobility gap in fractional quantum Hall liquids: Effects of disorder and layer thickness*, Phys. Rev. B **72**, 075325, (2005).
- [94] S. Jobst: *Composite Fermions in lateralen Übergittern*, Dissertation, Universität Regensburg, (2000).
- [95] M. Grayson, F. Fischer: *Measuring carrier density in parallel conduction layers of quantum Hall systems*, J. Appl. Phys. **98**, 013709, (2005).
- [96] F. Fischer, M. Grayson: *Influence of voltmeter impedance on quantum Hall measurements*, J. Appl. Phys. **98**, 013710, (2005).
- [97] W. Pan, J. S. Xia, H. L. Stormer, D. C. Tsui, C. L. Vicente, E. D. Adams, N. S. Sullivan, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, K. W. West: *Quantization of the Diagonal Resistance: Density Gradients and the Empirical Resistance Rule in a 2D System*, Phys. Rev. Lett. **95**, 66808, (2005).
- [98] S. Koch: *Der Metall-Isolator-Übergang im Quanten-Hall-Effekt*, Dissertation, Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, Stuttgart, (1991).
- [99] G. L. J. A. Rikken, J. A. M. M. van Haaren, A. P. van Gelder, H. van Kempen, P. Wyder, H.U. Habermeier, K. Ploog: *Magnetotransport in a two-dimensional electron gas with externally induced spatial inhomogeneities*, Phys. Rev. B **37**, 10229, (1988).
- [100] D. A. Syphers, P. J. Stiles: *Contiguous two-dimensional regions in the quantized Hall regime*, Phys. Rev. B **32**, 6620, (1985).
- [101] L. A. Ponomarenko, D. T. N. de Langa, A. de Visser, V. A. Kulbachinskiib, G. B. Galiev, H. Künzeld, A. M. M. Pruisken: *The effect of carrier density gradients on magnetotransport data measured in Hall bar geometry*, Sol. State Comm. **130**, 705, (2004).
- [102] B. Karmakar, M. R. Gokhalea, A. P. Shaha, B. M. Aroraa, D. T. N. de Langb, A. de Visserb, L. A. Ponomarenkob, A. M. M. Pruisken: *The effects of macroscopic inhomogeneities on the magnetotransport properties of the electron gas in two dimensions*, Physica E **24**, 187, (2004).

- [103] P. T. Coleridge, R. Stoner, R. Fletcher: *Low-field transport coefficients in GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs heterostructures*, Phys. Rev. B **39**, 1120, (1989).
- [104] P. T. Coleridge: *Small-angle scattering in two-dimensional electron gases*, Phys. Rev. B **44**, 3793, (1991).
- [105] F. B. Mancoff, L. J. Zielinski, C. M. Marcus, K. Campman, A. C. Gosard: *Shubnikov-de Haas oscillations in a two-dimensional electron gas in a spatially random magnetic field*, Phys. Rev. B **53**, 7599, (1996).
- [106] S. Syed, M. J. Manfra, Y. J. Wang, R. J. Molnar, H. L. Stormer: *Electron scattering in AlGa_N/Ga_N structures*, Appl. Phys. Lett. **84**, 1507, (2004).
- [107] M. Hayne, A. Usher, J. J. Harris, C. T. Foxon: *Quantum versus semiclassical analysis of the conductivity of two-dimensional electrons in a magnetic field*, Phys. Rev. B **56**, 10446, (1997).
- [108] P. T. Coleridge, M. Hayne, P. Zawadzki, A. S. Sachrajda: *Effective masses in high-mobility 2D electron gas structures*, Surf. Sci. **361/362**, 560, (1996).
- [109] M. A. Paalanen, D. C. Tsui, J. C. M. Hwang: *Parabolic Magnetoresistance from the Interaction Effect in a Two-Dimensional Electron Gas*, Phys. Rev. Lett. **51**, 2226, (1983).
- [110] B. L. Altshuler, A. G. Aronov, in: *Electron-electron Interaction in Disordered Systems*, ed. by A. L. Efros, M. Pollack, Elsevier, Amsterdam, (1985).
- [111] I. V. Gornyi, A. D. Mirlin: *Interaction-Induced Magnetoresistance: From the Diffusive to the Ballistic Regime*, Phys. Rev. Lett. **90**, 076801, (2003).
- [112] I. V. Gornyi, A. D. Mirlin: *Interaction-induced magnetoresistance in a two-dimensional electron gas*, Phys. Rev. B **69**, 45313, (2004).
- [113] A. D. Mirlin, J. Wilke, F. Evers, D. G. Polyakov, P. Wölfle: *Strong Magnetoresistance Induced by Long-Range Disorder*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2801, (1999).
- [114] A. Dmitriev, M. Dyakonov, R. Jullien: *Classical mechanism for negative magnetoresistance in two dimensions*, Phys. Rev. B **64**, 233321, (2001).
- [115] A. D. Mirlin, D. G. Polyakov, F. Evers, P. Wölfle: *Quasiclassical Negative Magnetoresistance of a 2D Electron Gas: Interplay of Strong Scatterers and Smooth Disorder*, Phys. Rev. Lett. **87**, 126805, (2001).
- [116] L. Li, Y. Y. Proskuryakov, A. K. Savchenko, E. H. Linfield, D. A. Ritchie: *Magnetoresistance of a 2D Electron Gas Caused by Electron Interactions in the Transition from the Diffusive to the Ballistic Regime*, Phys. Rev. Lett. **90**, 076802, (2003).

- [117] J. H. Smet, D. Weiss, R. H. Blick, G. Lütjering, K. von Klitzing, R. Fleischmann, R. Ketzmerick, T. Geisel, G. Weimann: *Magnetic Focusing of Composite Fermions through Arrays of Cavities*, Phys. Rev. Lett. **77**, 2272, (1996).
- [118] W. Kang, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, K. W. West: *How real are composite fermions?*, Phys. Rev. Lett. **71**, 3850, (1993).
- [119] J. H. Smet, D. Weiss, K. von Klitzing, P. T. Coleridge, Z. W. Wasilewski, R. Bergmann, H. Schweizer, A. Scherer: *Composite fermions in periodic and random antidot lattices*, Phys. Rev. B **56**, 3598, (1997).
- [120] R. L. Willett, R. R. Ruel, K. W. West, L. N. Pfeiffer: *Experimental demonstration of a Fermi surface at one-half filling of the lowest Landau level*, Phys. Rev. Lett. **71**, 3846, (1993).
- [121] J. H. Smet, S. Jobst, K. von Klitzing, D. Weiss, W. Wegscheider, V. Umansky: *Commensurate Composite Fermions in Weak Periodic Electrostatic Potentials: Direct Evidence of a Periodic Effective Magnetic Field*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2620, (1999).
- [122] S. Jobst, S. Zwerschke, J. H. Smet, R. R. Gerhardts, D. Weiss, K. von Klitzing, V. Umansky: *Composite fermions in a weakly density modulated 2DEG: direct evidence of a periodic magnetic field around $\nu=1/2$* , Physica E **6**, 87, (2000).
- [123] S. D. M. Zwerschke, R. R. Gerhardts: *Positive Magnetoresistance of Composite Fermion Systems with a Weak One-Dimensional Density Modulation*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2616, (1999).
- [124] A. D. Mirlin, P. Wölfle, Y. Levinson, O. Entin-Wohlman: *Velocity Shift of Surface Acoustic Waves due to Interaction with Composite Fermions in a Modulated Structure*, Phys. Rev. Lett. **81**, 1070, (1998).
- [125] R. R. Du, H. L. Stormer, D. C. Tsui, A. S. Yeh¹, L. N. Pfeiffer, K. W. West: *Drastic Enhancement of Composite Fermion Mass near Landau Level Filling $\nu = 1/2$* , Phys. Rev. Lett. **73**, 3274, (1994).
- [126] D. R. Leadley, R. J. Nicholas, C. T. Foxon, J. J. Harris: *Measurements of the effective mass and scattering times of composite fermions from magnetotransport analysis*, Phys. Rev. Lett. **72**, 1906, (1994).
- [127] P. T. Coleridge, Z. W. Wasilewski, P. Zawadzki, A. S. Sachrajda, H. A. Carmona: *Composite-fermion effective masses*, Phys. Rev. B **52**, 11603, (1995).
- [128] R. L. Willett, K. W. West, L. N. Pfeiffer: *Geometric Resonance of Composite Fermion Cyclotron Orbits with a Fictitious Magnetic Field Modulation*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2624, (1999).

- [129] R. Fleischmann, T. Geisel, C. Holzkecht, R. Ketzmerick: *Nonlinear dynamics of composite fermions in nanostructures*, Europhys. Lett. **36**, 167, (1996).
- [130] J. H. Smet, K. von Klitzing, D. Weiss, W. Wegscheider: *dc Transport of Composite Fermions in Weak Periodic Potentials*, Phys. Rev. Lett. **80**, 4538, (1998).
- [131] N. Zimboskaya, G. Gumbs, J. L. Birman: *Theory of the dc Magnetotransport in Laterally Modulated Quanten Hall Systems Near Filling $\nu = 1/2$* , Int. Journal of Mod. Phys. B **18**, 1581, (2004) bzw. cond-mat/0204290, (2002).

Publikationsliste

C. Mitzkus, W. Kangler, D. Weiss, W. Wegscheider, V. Umansky: *Anomalous temperature dependence of commensurability oscillations in one- and two-dimensional lateral superlattices*, Physica E **12**, 208, (2002).

S. Schmult, C. Gerl, U. Wurstbauer, C. Mitzkus, W. Wegscheider: *Carbon-doped high-mobility two-dimensional hole gases on (110) faced GaAs*, Appl. Phys. Lett. **86**, 202105, (2005).

C. Gerl, S. Schmult, H.-P. Tranitz, C. Mitzkus, W. Wegscheider: *Carbon-doped symmetric GaAs/AlGaAs quantum wells with hole mobilities beyond $10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$* , Appl. Phys. Lett. **86**, 252105, (2005).

Danksagung

Vielfältige Hilfe wurde mir in allen Entwicklungsstadien dieser Arbeit zu Teil. Ich möchte mich dafür sehr herzlich bedanken bei

- Prof. Dieter Weiss, der mir das spannende Thema und den Mischkryo anvertraute, der sich stets Zeit für mich nahm und der die Geschicke des Lehrstuhls geschickt leitete.
- den Meistern der MBE, die mich mit exzellentem Probenmaterial versorgten: Prof. Werner Wegscheider, Hans-Peter Trantz und Christian Gerl. Wer hat schon das Glück, einfach ins Nachbarlabor zu gehen, um einen Viertelwaver von der 10-Millionen-Probe mitnehmen zu können? Ebensolcher Dank geht an Karl Eberl, Loren Pfeiffer und Vladimir Umansky.
- Wolfram Kangler, ohne den der ISI-Probenstab nie in dieser Präzision funktionieren würde. Sein Erfindergeist und seine spielerische Art, mit der Physik umzugehen, konnten mich immer begeistern und machten die Arbeit oft zum Vergnügen.
- den Lehrstuhl-Technikern, insbesondere Martin Bachfischer, Martin Furthmayer und Robert Hiltner, auf die man sich immer verlassen konnte. Es war stets eine Freude, mit Euch zusammenzuarbeiten.
- allen Mitarbeitern der elektronischen und mechanischen Werkstatt der Physik-Fakultät, die allen Anfragen hilfsbereit, kompetent und schnell nachkamen. Tatsächlich werden wir sogar von Kollegen aus Harvard um unsere Werkstatt beneidet. Wie ich finde, völlig zu Recht.
- Karl-Heinz Weigert und Bernhard Rother von der Heliumverflüssigung, die immer noch eine Kanne für mich übrig hatten.
- meinen Korrekturleserinnen und -lesern: Patricia Silberhorn, Verena Hermann, Christian Gerl, Tobias Feil, Josef Biberger und Werner Breuer. Vielen Dank für die Zeit und Mühen, die ich Euch aufgehalst habe.
- Igor Gornyi für seine Theorie zu meinen umgeklappten Oszillationen und für den schönen Satz: „From a practical point of view, it is rather inconvenient

to describe the interaction by an infinite set of unknown parameters“ (aus [112]).

- Christian Gerl für den Laborwhiskey und die Nichtraucher-verträglichen Rauchpausen.
- Joachim Stahl für seine konstruktiv problemlösende Art der Computerbetreuung.
- allen Lehrstuhlmitgliedern, die es mir immer verziehen, wenn ich erst später zum Essen gehen wollte.
- meinen Eltern, die mir immer den Rücken freihielten.
- meiner Lieblingskorrekturleserin Patricia Silberhorn für all das, was hier nicht hingehört.

And now I finish sowieso.
K. v. Klitzing