

# Transportuntersuchungen an strukturierten Halbleiter- heterostrukturspaltkanten

DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften  
(Dr. rer. nat.)  
der naturwissenschaftlichen Fakultät II - Physik  
der Universität Regensburg

vorgelegt von  
**Markus Lerner**  
aus Regensburg

Februar 2006

Promotionsgesuch eingereicht am: 27.02.2006

Die Arbeit wurde angeleitet von: Prof. Dr. Dieter Weiss

Datum des Promotionskolloquiums: 21.07.2006

Prüfungsausschuss:	Vorsitzender:	Prof. Dr. Vladimir Braun
	Erstgutachter:	Prof. Dr. Dieter Weiss
	Zweitgutachter:	Prof. Dr. Werner Wegscheider
	Weiterer Prüfer:	Prof. Dr. Christian Schüller

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Die Wachstumsschritte</b>	<b>5</b>
2.1	CEO-Technik . . . . .	5
2.2	Probengeometrie . . . . .	5
2.3	Erster Wachstumsschritt . . . . .	6
2.4	Vorstrukturierung . . . . .	8
2.5	Zweiter Wachstumsschritt . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Strukturierung auf der Spaltfläche</b>	<b>13</b>
3.1	Herstellung der CE-Hallbar . . . . .	13
3.1.1	Methode 1: flüssige Lacksysteme . . . . .	13
3.1.2	Methode 2: verdampfbare Lacksysteme . . . . .	17
3.2	Strukturierung der lateralen 'Mesa' . . . . .	18
3.3	Feinstrukturierung . . . . .	19
3.3.1	Methode 1: QSR5 . . . . .	19
3.3.2	Methode 2: LiF-AlF <sub>3</sub> . . . . .	21
3.3.3	Methode 3: EBID . . . . .	23
3.3.4	Methode 4: ODT . . . . .	24
3.3.5	Methode 5: LAO . . . . .	27
3.4	Zusammenfassung . . . . .	30

<b>4</b>	<b>Das Übergitter-Substrat</b>	<b>31</b>
4.1	Probenpräparation . . . . .	31
4.2	Kronig-Penney-Bandstrukturechnungen . . . . .	32
4.3	Transportmodelle . . . . .	33
4.3.1	Bloch-Minibandtransport . . . . .	33
4.3.2	Wannier-Stark-Lokalisierung . . . . .	35
4.4	Injektion von Ladungsträgern . . . . .	36
4.5	Kennlinien . . . . .	40
4.6	Transport im externen Magnetfeld . . . . .	42
4.6.1	Stark-Zyklotron-Resonanz . . . . .	42
4.6.2	Stromunterdrückung . . . . .	45
4.7	Zusammenfassung . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Das unmodulierte CE-2DES</b>	<b>49</b>
5.1	Realisierung . . . . .	49
5.2	Der integrale Quanten-Hall-Effekt . . . . .	51
5.3	Messaufbau . . . . .	53
5.4	Diskussion des Magnetowiderstandes . . . . .	54
5.5	Magnetotransportmessungen . . . . .	56
5.6	Kontaktqualität . . . . .	59
5.7	SL-FETs . . . . .	62
5.8	Zusammenfassung . . . . .	64
<b>6</b>	<b>1-dimensionale Modulation</b>	<b>65</b>
6.1	Selbstkonsistente Rechnungen . . . . .	65
6.2	Bestimmung der Modulationsstärke . . . . .	66
6.3	Bandstrukturechnungen . . . . .	69
6.4	Tunnelprozesse im $k$ -Raum . . . . .	70

6.5	Gesamtwahrscheinlichkeit eines Orbits . . . . .	71
6.6	Quanteninterferenz in geschlossenen Orbits . . . . .	72
6.7	Quanteninterferenz zwischen offenen Orbits . . . . .	73
6.8	Diskussion der Theorie . . . . .	74
6.9	Quantentheorie der Kommensurabilitätsoszillationen . . . . .	75
6.10	Messungen anhand der Vorstrukturierungen . . . . .	77
6.11	Messungen in CE-Hallbar-Geometrie . . . . .	82
6.12	Messungen bei mK-Temperaturen . . . . .	85
6.13	Zusammenfassung . . . . .	87
<b>7</b>	<b>2-dimensionale Modulation</b>	<b>89</b>
7.1	Realisierung . . . . .	89
7.2	Das Hofstadter-Energiespektrum . . . . .	89
7.3	Minibandstruktur . . . . .	91
7.4	Tunnelprozesse im k-Raum . . . . .	95
7.5	Gesamtwahrscheinlichkeit eines Orbits . . . . .	97
7.6	Magnetotransportuntersuchungen . . . . .	98
7.7	Messungen bei mK-Temperaturen . . . . .	103
7.8	Zusammenfassung . . . . .	109
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>111</b>



# Kapitel 1

## Einleitung

Am 29. Dezember 1959 hielt der amerikanische Physiker und Nobelpreisträger Richard Feynman anlässlich des Jahrestreffens der Amerikanischen Physikalischen Gesellschaft einen berühmt gewordenen Vortrag mit der Überschrift

*'There's Plenty of Room at the Bottom'.*

Feynman thematisiert die Möglichkeiten fortschreitender Miniaturisierung, und skizziert die kühne Idee der gezielten Manipulation einzelner Atome. Heutzutage ist es tatsächlich möglich, unterschiedliche Materialsysteme im Nanometer-Bereich so zu kombinieren, dass ihre elektronischen Eigenschaften gezielt beeinflusst werden können. Die Physik dimensionsreduzierter Halbleiterheterostrukturen hat durch die Entwicklung moderner Epitaxie- und Strukturierungsverfahren einen zentralen Platz in der Festkörperphysik eingenommen. Epitaktisches Halbleiterwachstum ermöglicht das Aufwachsen unterschiedlicher Materialien mit einer Präzision im Bereich von einzelnen Atomlagen. Mit diesen Heterostrukturen lassen sich, durch gezieltes Einstellen von Bandverlauf und Dotierungsprofil, sowohl grundlegende physikalische Effekte untersuchen, als auch millionenfach bewährte Bauelemente realisieren. Die Entwicklung derartiger Strukturen wurde von L. Esaki durch die Erfindung des Halbleiter-Übergitters und der darauf basierenden, und nach ihm benannten, Esaki-Tunneldiode eingeläutet [1]. Solch ein Wachstumsübergitter besteht aus einer periodischen Schichtfolge von Halbleitermaterialien und bildet durch Kopplung der quantenmechanischen Zustände zwischen den Schichten ein Gitter über dem Kristallgitter.

Im Rahmen dieser Arbeit werden vertikale, in kristallographischer [001]-Richtung gewachsene GaAs/AlGaAs-Übergitter mit der sogenannten Cleaved-Edge-Overgrowth (CEO)-Methode auf ihrer (110)-Spaltfläche mit einer zweiten, leitfähigen Schichtfolge überwachsen. Durch geeignete Wahl dieser zweiten Schichtfolge koppelt das

auf der Spaltfläche etablierte 2-dimensionale Elektronensystem (2DES) an die Zustände des vergrabenen Übergitters. Ein in einer räumlichen Dimension modulierte 2-dimensionales Elektronensystem entsteht. Ziel dieser Arbeit ist es, die überwachene Spaltfläche so zu strukturieren, dass Magnetotransportuntersuchungen in voller 4-Punkt-Geometrie durchgeführt werden können. Ohne weitergehende Strukturierung erlaubt die CEO-Probengeometrie nur 2-Punkt-Messungen durch einen breiten und kurzen Transportkanal, von einer vorderen Zuleitungsschicht in eine hintere Zuleitungsschicht. Die Strukturierung einer Hallbar-Geometrie auf der Spaltfläche erlaubt hingegen 4-Punkt-Messungen durch einen langen und schmalen Transportkanal, an dem Potentialdifferenzen abgegriffen werden können. Die Hallbar-Geometrie ermöglicht so die direkte Messung der Widerstandskomponenten  $\rho_{xx}$  bzw.  $\rho_{yy}$  und  $\rho_{xy}$  bzw.  $\rho_{yx}$  im externen Magnetfeld. Insbesondere sind Magnetotransportmessungen entlang eines 1-dimensionalen Modulationspotentials möglich. Die zusätzliche, quasi-konventionelle Strukturierung eines Liniengitters kleiner Periode senkrecht zum vergrabenen Übergitter, erlaubt die Herstellung eines 2-dimensionalen Modulationspotentials, dessen Einheitszelle in Übergitter-Richtung atomar genau definiert ist.

Inhaltlich gliedert sich die vorliegende Arbeit wie folgt: Im Anschluss an diese Einleitung wird in KAPITEL 2 die Technik des Cleaved-Edge-Overgrowth vorgestellt. Die Geometrie der strukturierten CEO-Proben wird motiviert, und die einzelnen Wachstumsschritte werden im Detail besprochen.

KAPITEL 3 befasst sich mit der zentralen experimentellen Herausforderung dieser Arbeit - der Strukturierung auf der Spaltfläche. Es werden Methoden zur Definition einer Hallbar auf der Spaltfläche, sowie Techniken zur weitergehenden Feinstrukturierung der aktiven Fläche dieser Hallbar präsentiert.

KAPITEL 4 ist der elektrischen Charakterisierung des Übergitter-Substrats gewidmet. Durch einfache Transportmessungen, mit oder ohne extern angelegtes Magnetfeld, können Signaturen der Bandstruktur des nicht überwachsenen Übergitters sichtbar gemacht werden. Dass die beobachteten Phänomene über eine Länge von bis zu  $10\ \mu\text{m}$  deutlich werden, spricht für die Qualität der verwendeten Schichtsysteme.

KAPITEL 5 präsentiert Magnetotransportmessungen in Hallbar-Geometrie am unmodulierten 2-dimensionalen Elektronengas auf der Spaltfläche. Es werden zwei Grenzfälle diskutiert. Zum einen die lange und schmale Geometrie der Standard-Hall-Messung, und zum anderen die kurze und weite Geometrie unstrukturierter CEO-Proben. Darüberhinaus wird auf den Zusammenhang zwischen der Breite und dem Widerstand der Finger eingegangen, die die Proben kontaktieren.

KAPITEL 6 hat das 1-dimensional modulierte Elektronensystem auf der Spaltfläche zum Thema. Die Möglichkeit, den Messstrom parallel zum gewachsenen Übergit-



ter zu treiben, macht die Widerstandskomponente  $\rho_{yy}$  experimentell zugänglich. In Übereinstimmung mit der Standard-Theorie schwach modulierter 2-dimensionaler Elektronensysteme, treten in  $\rho_{yy}$  bei Temperaturen im Kelvin-Bereich zu  $\rho_{xx}$  gegenphasige Magnetowiderstandssoszillationen auf. Für Temperaturen im Millikelvin-Bereich sind im Fourierspektrum des  $1/B$ -periodischen Widerstandsverlaufs, Frequenzen erkennbar, die den Oszillationen um die prominentesten Fermikonturen der 1D-Minibandstruktur des Systems zugeordnet werden können.

KAPITEL 7 hat das 2-dimensional modulierte Elektronensystem auf der Spaltfläche zum Thema. Bei Temperaturen im Kelvin-Bereich sind Widerstandssoszillationen erkennbar, die zur Periode des gewachsenen Übergitters und zur Periode des strukturierten Liniengitters kommensurabel sind. Vor allem bei Temperaturen im Millikelvin-Bereich zeigt sich, dass das aus der Feinstrukturierung der Hallbar resultierende Modulationspotential keine einfache Überlagerung zweier Linienpotentiale darstellt, sondern auch entlang der Raumdiagonalen Fourierkomponenten besitzt. Im Magnetowiderstand sind daher Frequenzen erkennbar, die Kombinationen von Fermikonturen in  $x$ -Richtung, in  $y$ -Richtung und entlang der Raumdiagonalen in  $xy$ -Richtung zugeordnet werden können. Die 2D-Minibandstruktur des Systems wird deutlich.



# Kapitel 2

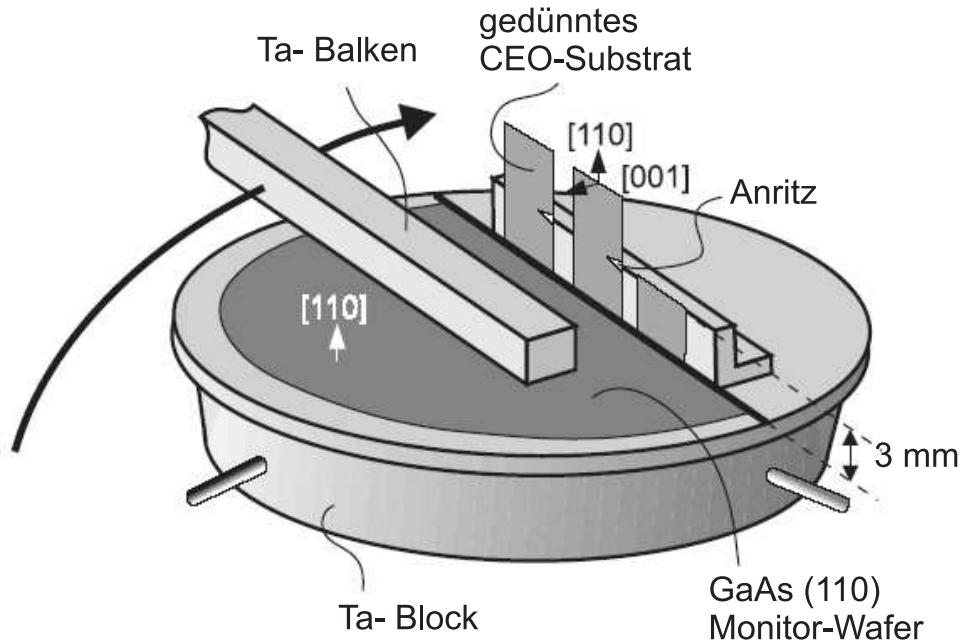
## Die Wachstumsschritte

### 2.1 CEO-Technik

Die Proben wurden mithilfe der sogenannten Cleaved-Edge-Overgrowth (CEO)-Technik hergestellt, die von L. Pfeiffer et al. an den Bell Laboratories entwickelt wurde [2]. Abbildung 2.1 zeigt das Herstellungsverfahren in schematischer Darstellung. Die Einzigartigkeit der CEO-Technik liegt darin begründet, dass niederdimensionale Elektronensysteme mit atomarer Genauigkeit nicht nur in einer, sondern auch in zwei oder drei zueinander senkrechten räumlichen Dimensionen hergestellt werden können, und dass diese Systeme, unbeeinflusst von Oberflächeneffekten, in einem Festkörper vergraben sind. Beispiele dergestalt hergestellter Proben umfassen zweidimensionale Elektronensysteme (2DES), eindimensionale ballistische Systeme (Quantendrähte) [3] und nulldimensionale Systeme (Quantenpunkte) [4].

### 2.2 Probengeometrie

Abbildung 2.2 veranschaulicht den schematischen Aufbau der hier verwendeten Proben. Durch CEO-Technik wird ein vertikales GaAs/AlGaAs-Übergitter, das zwischen zwei hoch dotierten Zuleitungsschichten liegt, in einer Molekularstrahlepitaxie-Anlage (MBE), mit einer leitfähigen Heterostruktur in [110]-Richtung überwachsen. Ziel dieser Arbeit ist es, auf der überwachsenen Spaltfläche einer CEO-Probe, eine Hallbar-Struktur zu definieren und diese zu kontaktieren (vgl. schwarz eingezeichnete Schicht in Abb. 2.2). Herkömmliche CEO-Proben erlauben ohne weitergehende Strukturierung nur Transportuntersuchungen in 2-Punkt-Geometrie, von der vorderen Zuleitungsschicht über den weiten und kurzen Transportkanal der

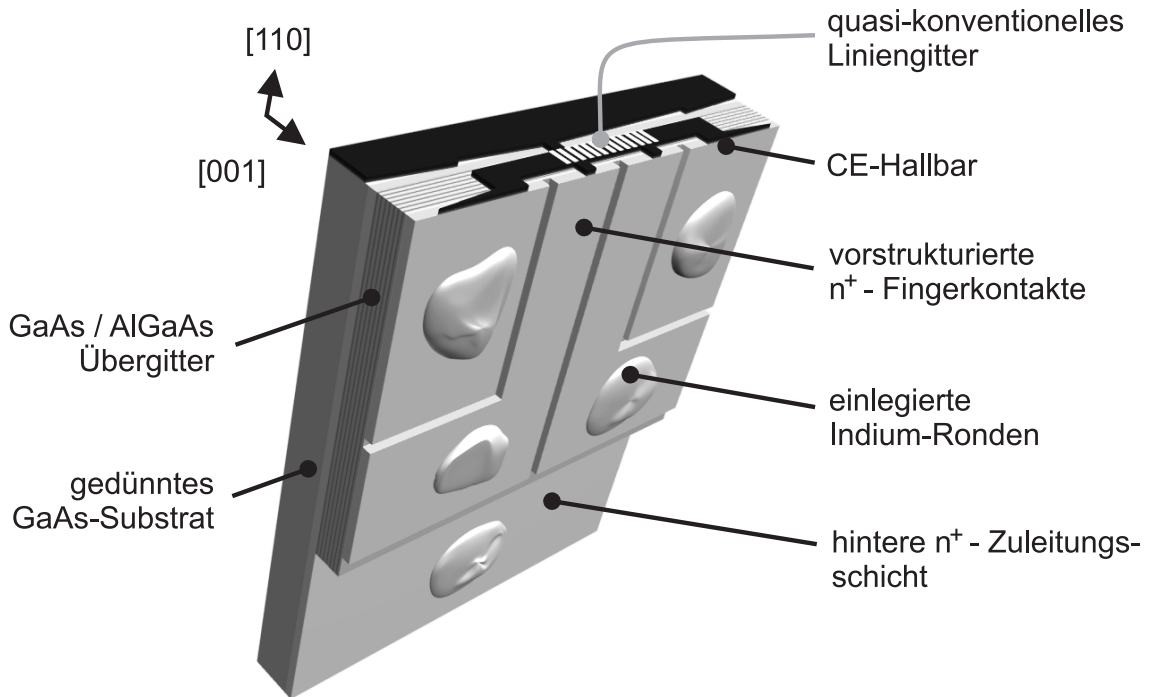


**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung der CEO-Technik. Die auf dem Tantal-Halter fixierten Proben werden durch Drehung des Halters *in-situ* an einem Balken gebrochen. Die entstandene Spaltfläche wird anschließend mit einer GaAs/AlGaAs-Heterostruktur überwachsen. (Zeichnung W. Wegscheider)

überwachsenen Heterostruktur in die hintere Zuleitungsschicht. Die Definition einer Hallbar auf der Cleaved-Edge (CE) ermöglicht Messungen in voller 4-Punkt-Geometrie, und erlaubt somit die direkte Bestimmung der Widerstandskomponenten  $\rho_{xx}$  und  $\rho_{xy}$  entlang und senkrecht zum Stromfluss auf der Spaltfläche. Koppelt das auf der Spaltfläche etablierte 2DES an das vergrabene GaAs/AlGaAs-Übergitter, sind Magnetotransportmessungen entlang eines durch das Übergitter gegebenen 1-dimensionalen Modulationspotentials möglich. Die zusätzliche quasi-konventionelle Strukturierung eines Liniengitters senkrecht zum vergrabenen Übergitter, erlaubt die Herstellung eines 2-dimensionalen Modulationspotentials, dessen Einheitszelle in Übergitter-Richtung atomar genau definiert ist. Die einzelnen Herstellungsschritte werden im Folgenden genauer beschrieben.

## 2.3 Erster Wachstumsschritt

Im Rahmen dieser Arbeit wurden undotierte, vertikale Übergitter mit einer Periode von 15 nm und einer Periode von 100 nm gewachsen. Die Gesamtdicke der Übergitter beträgt jeweils 10  $\mu\text{m}$ . Die 15 nm periodischen Übergitter bestehen aus einer sich wie-



**Abbildung 2.2:** Schematische Darstellung der strukturierten CEO-Probengeometrie. In den Wachstumschritten wird ein GaAs/AlGaAs-Übergitter, das zwischen zwei hoch n-dotierten Zuleitungsschichten liegt, auf der Spaltfläche mit einer leitfähigen Heterostruktur versehen. Das anschließende, teilweise Entfernen der überwachsenen Heterostruktur (schwarz eingezeichnet) definiert eine Hallbar, die durch vorstrukturierte  $n^+$ -Finger kontaktiert wird. Die weiß eingezeichneten Linien kennzeichnen ein quasi-konventionell strukturiertes Liniengitter, senkrecht zum gewachsenen Übergitter.

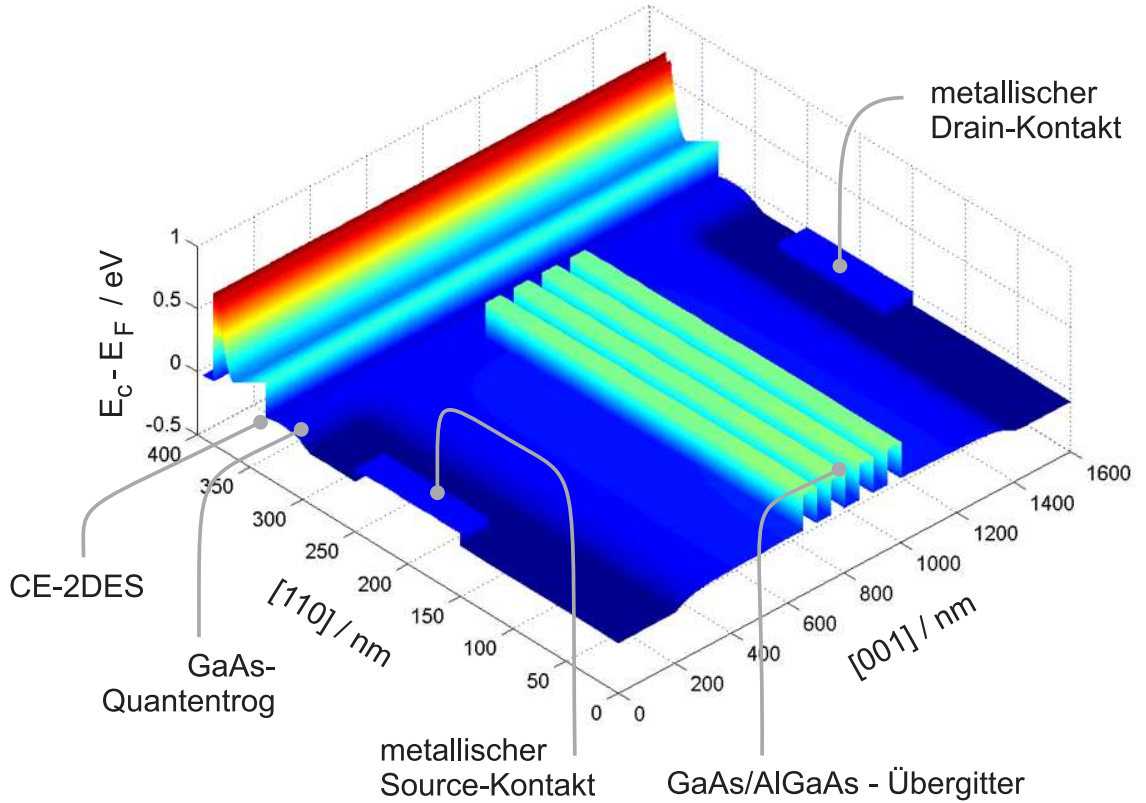
derholenden Abfolge von 12 nm GaAs und 3 nm  $\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$ , die 100 nm periodischen Übergitter aus einer Schichtfolge von 50 nm GaAs und 50 nm  $\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$ . Zwischen den 1  $\mu\text{m}$  dicken, hoch n-dotierten GaAs-Zuleitungsschichten ( $n > 3 \cdot 10^{18} / \text{cm}^3$ ) und dem eigentlichen Übergitter wird die Dotierkonzentration so gewählt, dass diese innerhalb von 220 nm exponentiell bis auf  $n < 1 \cdot 10^{17} / \text{cm}^3$  abnimmt und weitere 200 nm nominell undotiert bleiben. Die dergestalt in [100]-Richtung auf semiisolierendes GaAs gewachsenen Strukturen, werden in einem zweiten Wachstumschritt *in-situ* gespalten und auf der (110)-Fläche überwachsen. Um eine idealerweise atomar glatte Bruchfläche zu erzeugen, wird das Substrat rückseitig, unter Zuhilfenahme eines Brom-Methanol-Gemisches, chemisch-mechanisch auf unter 100  $\mu\text{m}$  gedünnt.

## 2.4 Vorstrukturierung

Um das in einem zweiten Wachstumsschritt auf die Spaltfläche gewachsene CE-2DES zu kontaktieren, werden durch Unterbrechungen in der vorderen Zuleitungsschicht Fingerkontakte an das CE-2DES geschaffen (vgl. Abb. 2.2). Diese Unterbrechungen können prinzipiell vor oder nach dem Überwachsen strukturiert werden. Die Probe nach dem Überwachsen lateral zu belackern, und die Unterbrechungen optisch zu definieren scheitert, weil auch stark verdünnte Lacke den sensiblen Randbereich der Probe nicht vollständig bedecken, und ein nachfolgender Ätzschritt den freiliegenden Randbereich angreift und schädigt. Auch Versuche mit elektrolytisch verstärkten Cu-Schattenmasken und strukturierten  $\text{Si}_3\text{N}_4$ -Membranen liefern kein befriedigendes Ergebnis, da die Masken i.d.R. nicht planar aufliegen, und beim trockenchemischen Ätzen der Strukturen reaktives  $\text{SiCl}_4$  an die überwachsene Spaltkante gelangt. Als praktikabel erweist sich daher ausschließlich die Strukturierung der lateralen Unterbrechungen vor dem zweiten Wachstumsschritt. Die auf eine Größe von ca.  $6.5 \times 7.0 \text{ mm}^2$  zurechtgeritzten Stücke des gedünnten Substrats werden zur einfacheren Handhabung mit acetonlöslichem, leicht schmelzbarem Wachs auf Glasträger geklebt und mit dickflüssigem optischen Lack bedeckt. Nach Belichtung und Entwicklung der Vorstrukturierungen werden etwaig verbliebene Lackrückstände in einem Sauerstoff-Plasma entfernt, und gebildete Oberflächenoxide in verdünnter HCL gelöst. Die Vorstrukturierungen werden anschließend trockenchemisch durch ein  $\text{SiCl}_4$ -Plasma in die vordere Zuleitungsschicht, bis in eine Tiefe von typischerweise  $1.3 \mu\text{m}$ , übertragen. Nach dem Strippen der Lackschicht werden die Übergittersubstrate im Randbereich angeritzt und sind nach mehreren Reinigungsschritten in Aceton und Methanol bereit für den zweiten Wachstumsschritt.

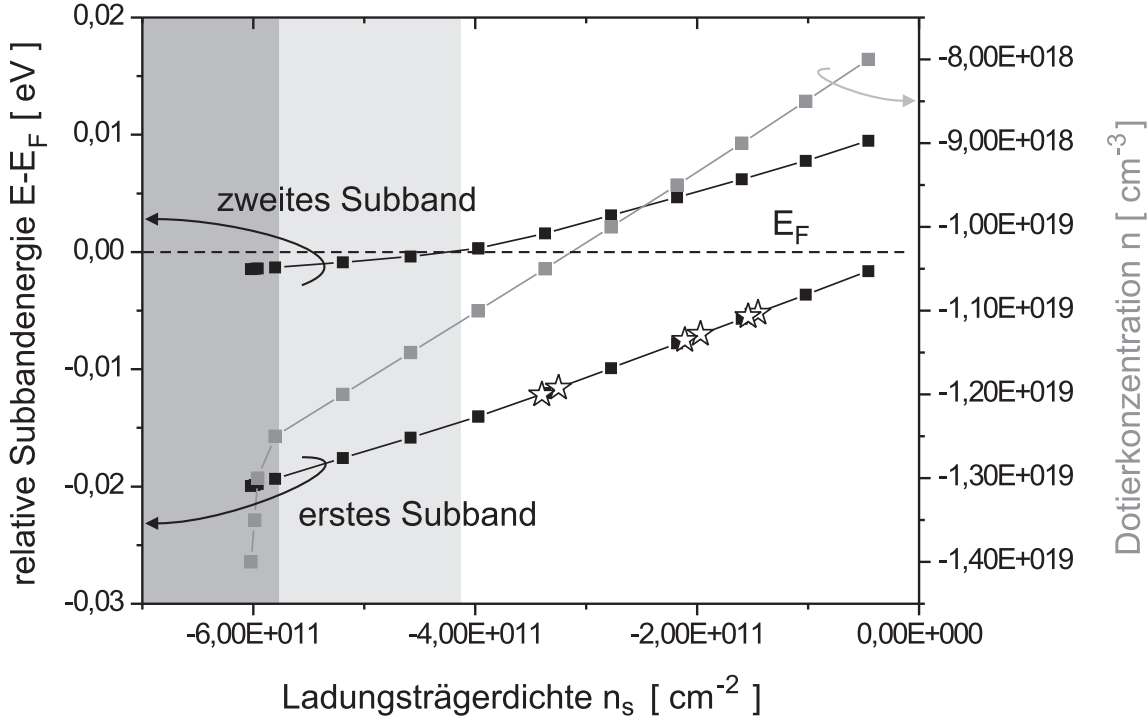
## 2.5 Zweiter Wachstumsschritt

Die auf dem Tantalhalter fixierten Proben werden in der MBE-Kammer unter UHV-Bedingungen entlang des *ex-situ* vorgenommenen Anritzes gebrochen. Sofern das CEO-Substrat eine Dicke von weniger als  $100 \mu\text{m}$  besitzt, erscheint die Bruchfläche i.d.R. auch bei vorhandener lateraler Vorstrukturierung atomar glatt. Die so gewonnene Spaltfläche wird nun entweder mit einer Übergitter-Feldeffekttransistor (SL-FET)-Struktur [7] oder mit einem modulationsdotierten 2DES überwachsen. Die Schichtfolge der verwendeten SL-FET Struktur lautet:  $25 \text{ nm}$  undotiertes GaAs, das als Quantentrog fungiert und den Abstand zum vergrabenen Übergitter regelt,  $100 \text{ nm}$  undotiertes  $\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$  Barrierenmaterial,  $5 \text{ nm}$  undotiertes GaAs und  $200 \text{ nm}$  hoch n-dotiertes GaAs als Top-Gate. Durch Anlegen einer positiven



**Abbildung 2.3:** Verlauf des Leitungsbandes einer vereinfachten CEO-Struktur ohne angelegte Source-Drain- Spannung. Die Poisson-Gleichung wird klassisch bei einer Gittertemperatur von 4 K in 2 Dimensionen gelöst [5]. Um das Verhalten des Bauteils unter Gate-Spannung zu untersuchen, ist zusätzlich ein metallisches Top-Gate eingefügt, das durch eine Schottky-Barriere der Höhe 0.7 eV von der GaAs Deckschicht getrennt ist. Deutlich ist der Verlauf des CE-2DES erkennbar, das durch einen GaAs-Quantentrog vom Übergitter separiert ist.

Gatespannung wird in dieser Heterostruktur an der Grenzschicht zwischen GaAs-Quantentrog und AlGaAs-Barriere ein 2-dimensionales Elektronengas induziert [7]. Beim Wachstum modulationsdotierter Proben kann auf ein Top-Gate verzichtet werden. Die erforderlichen freien Ladungsträger werden durch ionisierte Störstellen in den AlGaAs-Dotierschichten zur Verfügung gestellt. Die Schichtfolge der modulationsdotierten Proben lautet: 2-35 nm undotierter GaAs Quantentrog, 30.5 nm undotiertes  $\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$ , 14.5 nm  $\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$ , das 14  $\delta$ -Dotierungsschichten enthält, und eine 5 nm dicke Deckschicht aus GaAs. Abbildung 2.3 zeigt den Verlauf des Leitungsbandes der CEO-Struktur ohne zwischen den Zuleitungsschichten angelegte Source-Drain- Spannung. Die Poisson-Gleichung wird klassisch bei einer Gittertemperatur von 4 K in 2 Dimensionen gelöst [5]. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden lediglich 4 Übergitterperioden berechnet, und die  $n^+$ -Zuleitungen sind mit



**Abbildung 2.4:** Durch selbstkonsistente Lösung der Poisson- und Schrödingergleichung [6] entlang der [110]-Richtung berechneter Verlauf der Subbandenergien für unterschiedliche Dotierkonzentrationen bei voller Ionisierung. Mit der für modulationsdotierte Proben verwendeten Schichtfolge lassen sich Ladungsträgerdichten von ca.  $1 \cdot 10^{11}/\text{cm}^2$  bis  $4 \cdot 10^{11}/\text{cm}^2$  ohne Besetzung eines weiteren Subbandes realisieren.

einer Dicke von 200 nm angenommen. Um das Verhalten des Bauteils unter Gate-Spannung zu untersuchen, wird zusätzlich ein metallisches Top-Gate auf Nullpotential eingefügt, das durch eine Schottky-Barriere der Höhe 0.7 eV von der GaAs Deckschicht getrennt ist. Im Hinblick auf die Realisierung 2-dimensionaler Modulation auf der Spaltfläche ist das Design eines oberflächennahen 2DES ( $\leq 50$  nm) von entscheidender Bedeutung. Abbildung 2.4 verdeutlicht, dass die verwendete Schichtfolge dazu geeignet ist, 50 nm unterhalb der Oberfläche ein 2-dimensionales Elektronensystem mit einer Ladungsträgerdichte von ca.  $1 \cdot 10^{11}/\text{cm}^2$  bis  $4 \cdot 10^{11}/\text{cm}^2$  zu erzeugen, ohne ein weiteres, durch das Einschlusspotential des Quantentrog hervorgerufenen, Subband zu besetzen. Der Verlauf der Subbandenergien  $E$  relativ zur Fermienergie  $E_F$  wird durch selbstkonsistente Lösung der Poisson- und Schrödingergleichung [6] entlang der [110]-Richtung berechnet. Für höhere Dotierkonzentrationen findet sukzessive, elektronischer Transport in einem zweiten Subband (hellgrau hinterlegter



Bereich) und schließlich in der Dotierschicht der AlGaAs-Barriere statt (dunkelgrau hinterlegter Bereich). Die durch Sternchen markierten Positionen kennzeichnen exemplarisch, experimentell durch kurzzeitige Belichtung von Probenstrukturen unterschiedlicher Ausgangsdotierkonzentration erzielte Ladungsträgerdichten.



# Kapitel 3

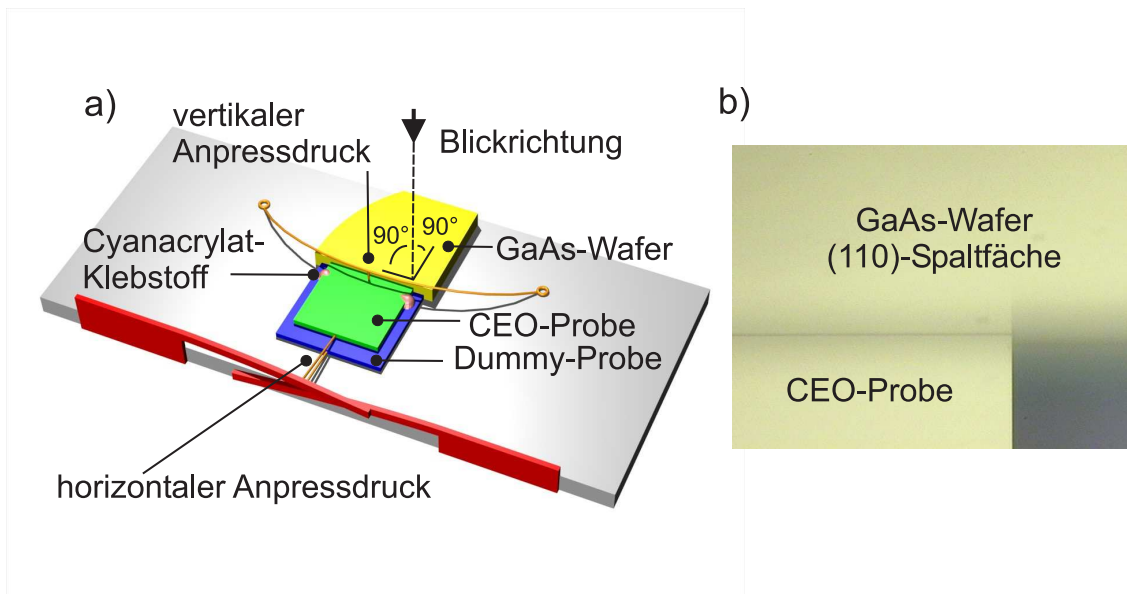
## Strukturierung auf der Spaltfläche

### 3.1 Herstellung der CE-Hallbar

Die elektronenstrahlolithographische Belichtung stellt eine flexible Methode zur Definition einer Hallbar-Struktur auf der Spaltfläche einer CEO-Probe dar. Die Art der Belichtung übt keinen mechanischen Einfluss auf die zerbrechliche Probe aus, und verfügt über die erforderliche Tiefenschärfe. Allerdings ist es hierzu notwendig eine möglichst homogene Lackschicht zu erzeugen. Auf einer typischerweise 100  $\mu\text{m}$  breiten Spaltfläche darf dies als Herausforderung bezeichnet werden. Die Oberflächenspannung flüssigen Polymethylmethacrylat (PMMA)-Lacks verhindert eine Bedeckung des zu strukturierenden 10  $\mu\text{m}$  breiten Übergitterbereiches am Rand der CEO-Probe (vgl. Abb. 2.2). Um diesen Missstand zu überwinden, wurden mehrere Methoden entwickelt.

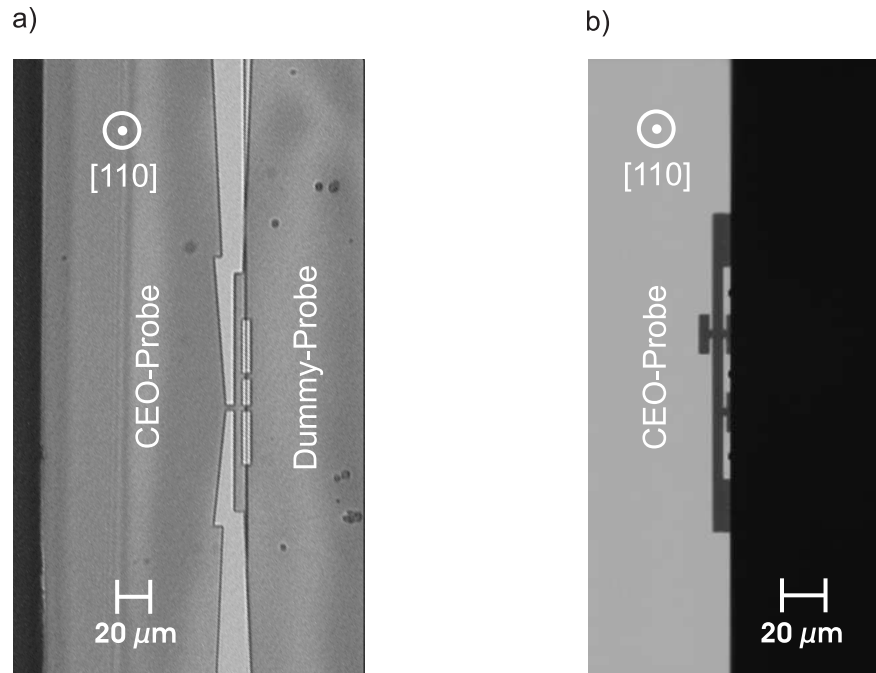
#### 3.1.1 Methode 1: flüssige Lacksysteme

Um flüssige Lacksysteme einsetzen zu können, wird die Probe mit einer maximalen Genauigkeit von 200 nm an der Spaltfläche einer GaAs-Dummy-Probe ausgerichtet, und anschließend mit dieser verklebt. Abbildung 3.1 a) verdeutlicht den Vorgang schematisch. Die erforderliche Genauigkeit wird durch die Beobachtung von Proben-Bild und Proben-Spiegelbild an der Spaltfläche eines GaAs-Wafers der Dicke 300 nm erreicht (vgl. Abb. 3.1 b). Dieser Wafer dient zugleich als Anschlag. Im Detail wird zuerst die Dummy-Probe relativ zum Wafer ausgerichtet. Deckt sich die auszurichtende Kante der Dummy-Probe nicht mit ihrem Bild am spiegelnden Anschlag, wird unter dem Mikroskop manuell nachjustiert. Gleiches geschieht im Anschluss mit der



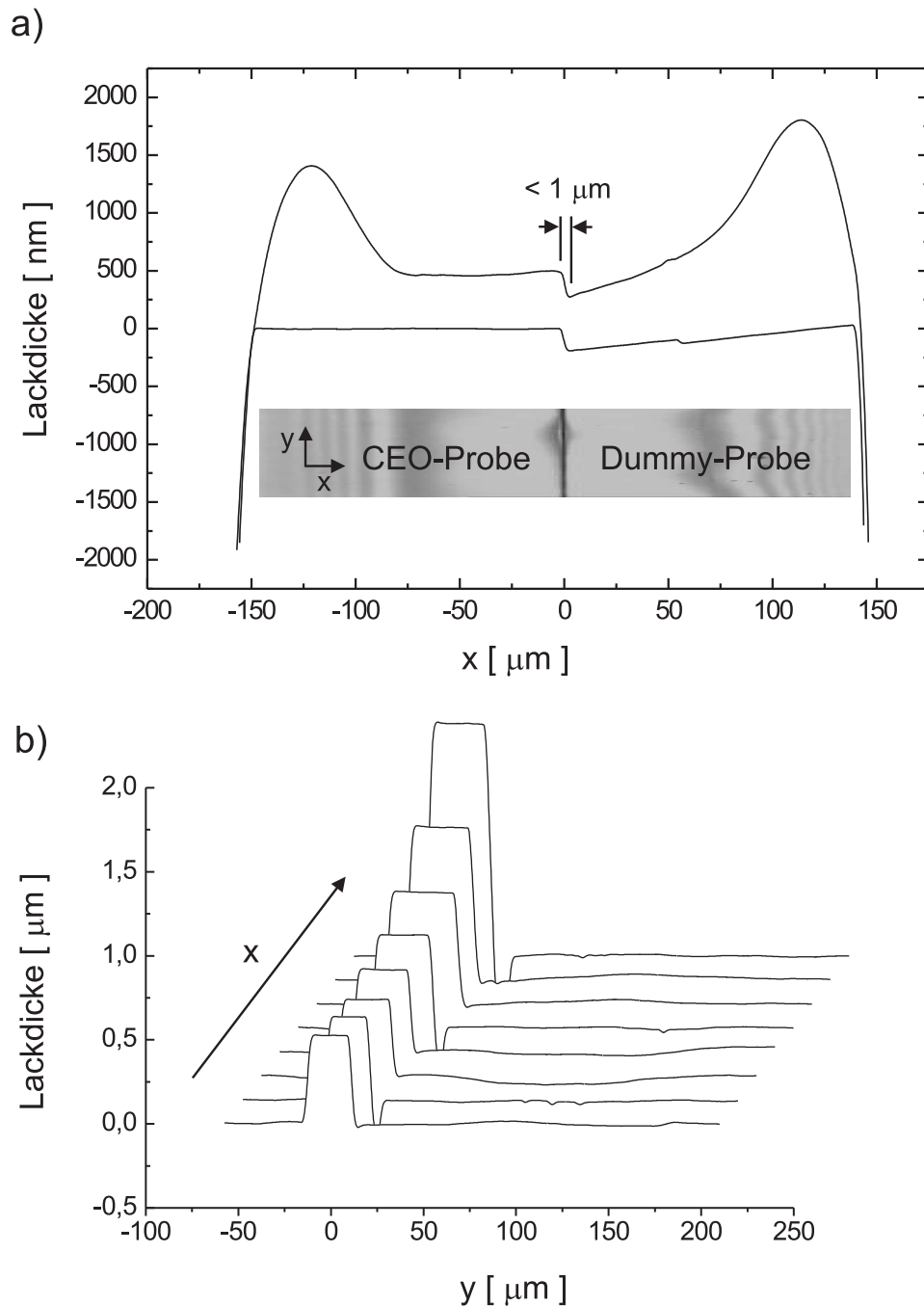
**Abbildung 3.1:** Schematische Darstellung des Ausrichtvorgangs. **a)** Unter dem federnden, horizontalen und vertikalen Anpressdruck von Metallklammern werden CEO-Probe und Dummy-Probe am Wafer-Anschlag ausgerichtet, und mit Cyanacrylat-Klebstoff fixiert. **b)** Mikroskopischer Blick auf die ausgerichtete CEO-Probe. Unter Beobachtung von Proben-Bild und Proben-Spiegelbild, an der als Anschlag dienenden, gebrochenen (110)-Spaltfläche des Wafers, lässt sich die Probe auf die erforderliche Genauigkeit justieren.

auf der Dummy-Probe liegenden eigentlichen Probe. Die justierten Proben werden durch 2 Tropfen Cyanacrylat-Klebstoff aneinander fixiert, und diese Anordnung wird, unter Verwendung eines Winkels, hochkant in die Lackschleuder eingebracht. Auf die verbreiterte Spaltfläche wird langsam verdünnter PMMA aufgeschleudert, und trockenes  $\text{SiCl}_4$ -Plasma-Ätzen des elektronenstrahlolithographisch geschriebenen Musters definiert die Hallbar-Struktur durch teilweises Entfernen der überwachsenen Heterostruktur. Abbildung 3.2 a) zeigt eine mikroskopische Aufnahme des belichteten und entwickelten CE-Hallbar-Musters. Die Hallbar selbst ist  $6\text{ }\mu\text{m}$  breit, hat eine aktive Länge von  $20\text{ }\mu\text{m}$  und wird durch  $3\text{ }\mu\text{m}$  lange und  $2\text{ }\mu\text{m}$  breite Spannungsabgriffe kontaktiert. Nach dem trockenchemischen Ätzen wird verbliebenes PMMA in warmem Aceton gelöst, und gleichzeitig der Cyanacrylat-Klebstoff rückstandsfrei entfernt. Dies bietet den Vorteil, dass die eigentliche CEO-Probe ohne weitere Krafteinwirkung vom GaAs-Dummy gelöst werden kann. Abbildung 3.3 a) zeigt den unter Zuhilfenahme eines Profilometers entlang der  $x$ -Richtung aufgenommenen Oberflächenverlauf der Sandwichstruktur vor und nach dem Aufschleudern von PMMA (7%, 200 k). Das Inset zeigt die zugehörige mikroskopische Aufnahme.

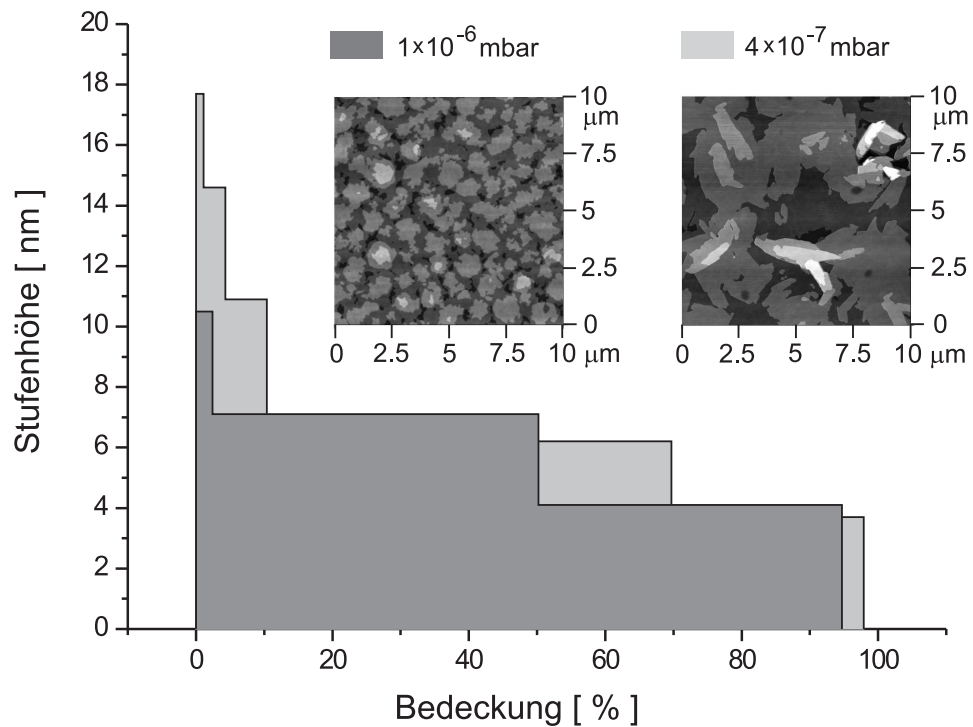


**Abbildung 3.2:** a) Mikroskopische Aufnahme des belichteten und entwickelten CE-Hallbar-Musters auf einer mit PMMA bedeckten Anordnung aus CEO-Probe und Dummy-Probe. b) Durch einen Negativ-Prozess mit QSR5 hergestellte Hallbar auf der Spaltfläche. Das unzersetzt verdampfbare Lacksystem QSR5 bedeckt auch nicht-planare Oberflächen homogen. Das Gegenkleben einer Dummy-Probe entfällt.

Der Lack wurde bei 1000 Umdrehungen/min 20 Sekunden zentrisch, unter anfänglicher Benetzung, aufgeschleudert. Profilverlauf und angegebene Lackdicken ändern sich unter Variation der Schleuderparameter kaum. Lediglich stark verdünnter Lack zeigt bei deutlich verringerten Umdrehungszahlen (300 U/min) die Tendenz homogenere und insgesamt etwas dickere Schichten zu erzeugen. Die Lackdicke (vertikaler Versatz zwischen den Profilverläufen vor und nach dem Aufschleudern) wird aus dem Tiefenverlauf eines Kratzers im Lack bestimmt (vgl. Abb. 3.3 b). Während die Mitte des Sandwiches annähernd homogen mit einer Dicke von 500 nm bedeckt ist, erhöht sich die Lackdicke ca. 50 µm vor dem Sandwich-Rand auf den 3fachen Wert. Die einzelnen Scans des Kratzers sind, ausgehend von der Mitte des Sandwiches bis an den Rand, um jeweils 18 µm in  $x$ -Richtung versetzt, und entlang der  $y$ -Richtung durchgeführt. CEO-Probe und GaAs-Dummy zeigen nach dem Ausrichten einen Höhenversatz von 200-250 nm und liegen eng aneinander (vgl. Abb. 3.3 a). Übersteigt die Spaltbreite zwischen CEO-Probe und GaAs-Dummy die Dicke der Lackschicht deutlich, so bildet sich auch zwischen CEO-Probe und GaAs-Dummy ein unerwünschter Lackrand.



**Abbildung 3.3:** a) Oberflächenprofil der Sandwich-Struktur vor und nach dem Aufschleudern von PMMA (7%, 200 k). Die zu strukturierende Mitte der Sandwich-Struktur ist annähernd homogen mit einer Lackdicke von 500 nm bedeckt. Die hohe Oberflächenspannung des Lacks verursacht jedoch jeweils 50  $\mu\text{m}$  vor der Sandwichkante einen Lackrand von über 1500 nm Dicke. Das Inset zeigt den Ausschnitt einer optischen Aufnahme der belackten Struktur. b) Die absolute Lackdicke wird aus dem Tiefenverlauf eines Kratzers in der Lackschicht bestimmt. Die einzelnen Scans sind jeweils um ca. 18  $\mu\text{m}$  in  $x$ -Richtung versetzt durchgeführt.



**Abbildung 3.4:** Oberflächenmorphologien von thermisch bei einem Basisdruck von  $1 \cdot 10^{-6}$  mbar (dunkelgrau markiert) und bei einem durch Gettern mit Titan erzeugten Druck von  $4 \cdot 10^{-7}$  mbar (hellgrau markiert) aufgedampften QSR5-Schichten. Beide Schichten sind mit mittleren Höhenunterschieden von 4.0 nm bzw. 6.7 nm für die benötigte lithographische Auflösung ausreichend glatt.

### 3.1.2 Methode 2: verdampfbare Lacksysteme

Probleme die sich aus der hohen Oberflächenspannung flüssiger Lacksysteme ergeben, können durch Verwendung eines unter Normalbedingungen festen, unzersetzten verdampfbaren Lacks umgangen werden. Die Firma Quantiscript Inc. [8] vertreibt heterozyklische Verbindungen auf Sterol-Basis (QSR-5/15), deren ungesättigte Bindungen unter Elektronenbeschuss verketteten. Abbildung 3.2 b) zeigt eine durch den Negativ-Prozess bei einer Flächendosis von  $1100 \mu\text{C}/\text{cm}^2$  und einer Energie von 25 kV erzeugte CE-Hallbar auf der Spaltkante. Das Gegenkleben einer GaAs-Dummy-Probe entfällt. Die gezeigte Hallbar verfügt über die gleichen nominellen Abmessungen wie die mit Methode 1 hergestellte, besitzt jedoch eine aktive Länge von  $40 \mu\text{m}$ . Bei einem Basisdruck von  $4 \cdot 10^{-7}$  mbar, erzeugt durch die Getterwirkung verdampften Titans, schmilzt QSR-5 bei einer Temperatur von  $> 70^\circ\text{C}$  auf, und beginnt mit niedriger Rate zu verdampfen ( $4\text{-}15 \text{ \AA}/\text{s}$ ). Die Temperatur der speziellen Ver-

dampferquelle muss hierzu in engen Grenzen konstant gehalten werden. Abbildung 3.4 verdeutlicht typische Oberflächenmorphologien anhand einer bei  $1 \cdot 10^{-6}$  mbar Basisdruck ohne Gettern, und einer bei  $4 \cdot 10^{-7}$  mbar Basisdruck mit Gettern aufgedampften QSR-5 Schicht. Die Insets zeigen die ausgewerteten AFM-Aufnahmen der beiden 96 nm bzw. 80 nm dicken Schichten. Beide Schichten sind mit mittleren Höhenunterschieden von 6.7 % bzw. 5 % für die benötigte lithographische Auflösung ausreichend glatt. Die terrassenförmig aufgewachsenen Cluster der durch Titan gegetternen Proben sind, bedingt durch den niedrigeren Basisdruck, großflächig aufgewachsen. Die Schichten weisen jedoch punktuelle Verunreinigungen auf, die vermutlich von verdampftem Titan herrühren. Die bei einem höheren Basisdruck von  $1 \cdot 10^{-6}$  mbar gedampften Schichten besitzen keine Spitzen im Stufenprofil, zerfallen jedoch in kleinere Cluster. Zur Herstellung großflächig zusammenhängender Schichten empfiehlt sich daher ein niedriger Basisdruck und eine Kammer, die frei von anorganischen und organischen Rückständen ist. Nach der Belichtung der CE-Hallbar werden die unbelichteten Lackbereiche in einem 30 °C warmen, viskosen Lösungsmittelgemisch (QSD-5) unter Rühren entfernt. Die ungeschützten Bereiche des CE-2DES werden, nach gründlichem Spülen in deionisiertem Wasser, in einem  $\text{SiCl}_4$ -Plasma abgetragen. Die Beständigkeit des verketteten Lacks ist für die verwendete Ätzdauer von 20 Sekunden augenscheinlich gegeben. Der im Magnetotransport beobachtete deutliche Rückgang an Beweglichkeit von typischerweise  $500000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  auf  $< 100000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ , lässt jedoch auf eine Schädigung des verbliebenen CE-2DES schließen. Auf eine abschließende Reinigung der CEO-Oberfläche in einem Sauerstoffplasma wird verzichtet um weitere Schädigungen zu vermeiden. Als Nachteil der Herstellungsmethode muss daher das Verbleiben der verketteten Lackschicht auf der Probenoberfläche angesehen werden. Eine weitergehende Feinstrukturierung der Hallbar-Struktur wird hierdurch unmöglich gemacht.

## 3.2 Strukturierung der lateralen 'Mesa'

Die typischerweise 5 Hallbar-Strukturen umfassende CEO-Probe wird in  $750 \mu\text{m}$  breite Streifen vereinzelt. Diese werden zur einfacheren Handhabung mit Epoxydharz auf Glasträger geklebt. Die äußeren Fingerkontakte einer Probe dienen als Source und Drain für den Messstrom, die inneren Spannungsabgriffe dienen der Messung des longitudinalen Widerstandes. Um die hintere Zuleitungsschicht, die zu einem der Hall-Spannungsabgriffe führt, kontaktieren zu können, muss das  $10 \mu\text{m}$  dicke Übergitter im unteren Teil der Probe entfernt werden (vgl. Abb. 2.2). Ein gegenüber naßchemischen Ätzlösungen langzeitstabiles Wachs schützt die empfindliche Hallbar-Struktur im oberen Teil der Probe. Um ein nichtplanares Angreifen der



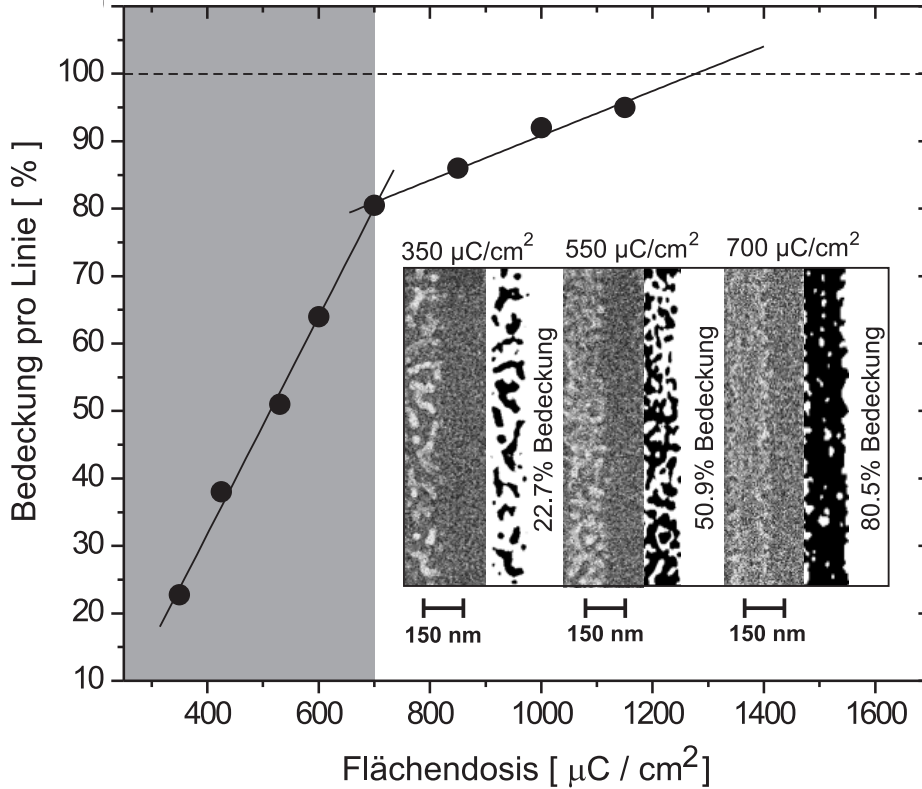
Ätzlösung zu verhindern, kommt nach einem Dip in verdünnter Salzsäure eine leicht AlGaAs-selektive Mischung aus Zitronensäure und Wasserstoffperoxid zum Einsatz, die das Übergitter mit einer Rate von durchschnittlich 240 nm/min von Quantentrog zu Quantentrog entfernt. Nach der erforderlichen Ätzdauer von 50 Minuten liegt der Source-Drain-Widerstand überwachsender Proben bei Raumtemperatur typischerweise im 100  $\Omega$ -Bereich. Nach dem Entfernen der Wachsschicht, geschieht die Metallisierung der hoch n-dotierten Kontakte durch Einlegieren kleiner Indiumronden bei 370 °C für eine Dauer von 40 Sekunden. Abschließend wird die Probe mit versilbertem Kupferdraht und Leitsilber per Hand im Chip-Carrier kontaktiert. Die Verwendung eines Ultraschallbonders führt zur Zerstörung der 100  $\mu$ m dünnen Probe.

### 3.3 Feinstrukturierung

Zur Erzeugung eines effektiv 2-dimensional modulierten Elektronensystems auf der Spaltfläche, ist die Herstellung eines zusätzlichen Streifenmusters im Bereich der aktiven Fläche der CE-Hallbar notwendig (vgl. Kap. 2.2). Die Verwendung konventioneller Lithographietechniken erfordert das erneute Aufschleudern von elektronenstrahlempfindlichem Lack. Die in Kapitel 3.1.1 beschriebene Methode für flüssige Lacksysteme resultiert jedoch in einer dicken PMMA-Schicht, die die lithographische Auflösung auf  $> 1 \mu$ m begrenzt. Desweiteren zerstört ein erneutes manuelles Ausrichten der Probe i.d.R. die zerbrechliche Hallbar-Struktur auf der Spaltfläche. Um die aktive Fläche der Hallbar feiner zu strukturieren wurden daher alternative Methoden erprobt.

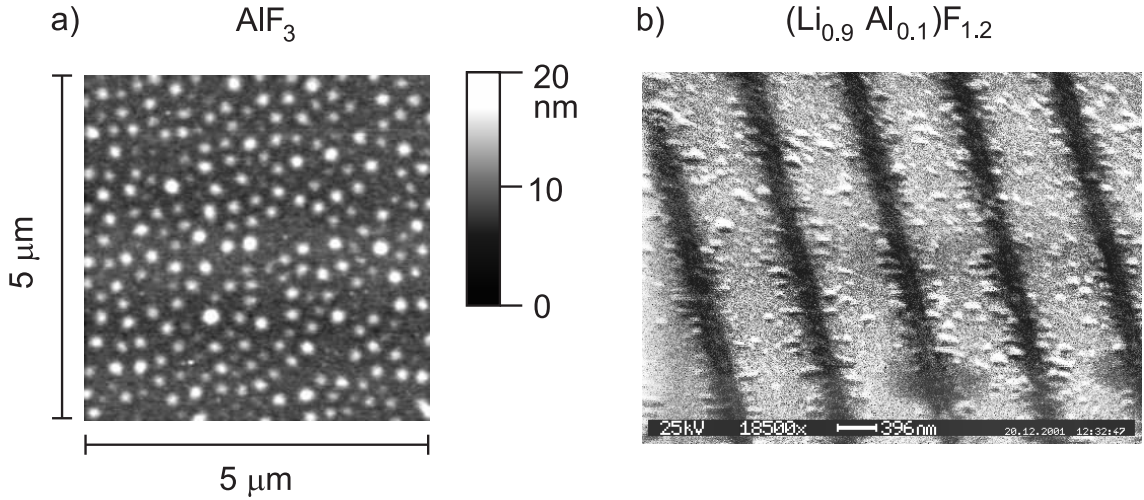
#### 3.3.1 Methode 1: QSR5

Im Folgenden wird von einer CE-Hallbar ausgegangen, die mit der in Kapitel 3.1.1 beschriebenen Sandwich-Methode hergestellt ist. Auf die CE-Hallbar wird eine dünne Schicht QSR5 aufgedampft, und in diese Schicht elektronenstrahlolithographisch ein Liniengitter kleiner Periode geschrieben. Das Inset zu Abbildung 3.5 zeigt rasterelektronenmikroskopische Aufnahmen je einer Linie aus Liniengittern der Periode 300 nm, die bei unterschiedlicher Flächendosis in eine 80 nm dicke QSR5-Schicht geschrieben wurden. Zur Kontrastverbesserung der entwickelten Linien gegenüber dem GaAs-Top-Layer Material sind die Strukturen mit einer 20 nm dicken Goldschicht bedampft. Jeweils rechts neben den Bildausschnitten ist die Maske gezeigt aus deren Schwarz-Weiss-Verteilung die zusammenhängende Bedeckung der entwickelten



**Abbildung 3.5:** Rasterelektronenmikroskopie (REM)-Aufnahmen von mit Gold überdampften QSR5 Linien aus unterschiedlich lang belichteten Feldern von Linien der Periode 300 nm. Aus der Schwarz-Weiß-Verteilung der Masken rechts neben den Bildausschnitten wird die zusammenhängende Bedeckung des entwickelten Lacks ermittelt.

QSR5-Schicht ermittelt wird. Die Bedeckung wächst bis zu einem Wert von 85% erwartungsgemäß linear mit der Flächendosis (grau hinterlegter Bereich). Ab einer Dosis von  $700 \mu\text{C} / \text{cm}^2$  wird die Schicht durch den sich bemerkbar machenden Proximity-Effekt [9] zusehends flächig belichtet, wodurch die Bedeckung pro Linie langsamer mit der Flächendosis zunimmt. Bei der für 100 % Bedeckung notwendigen Dosis von ca.  $1300 \mu\text{C} / \text{cm}^2$  ist eine angestrebte Linienbreite von 150 nm nicht mehr erreichbar. Durch Verringerung der Beschleunigungsspannung kann die Zahl der rückgestreuten Sekundärelektronen verringert, und so die erreichbare Auflösung erhöht werden, es zeigt sich jedoch, dass auch für eine Bedeckung von 100 % die Verspannung des verketteten Lacks gegenüber dem GaAs-Cap-Layer nicht ausreicht,



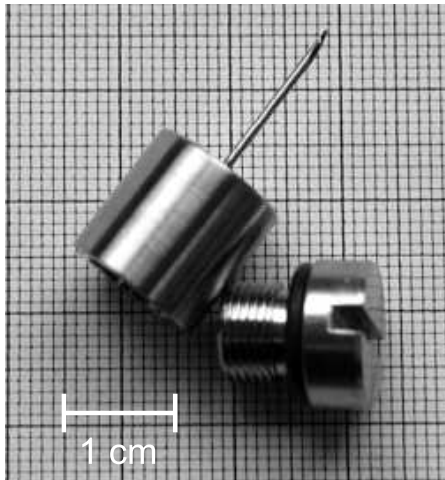
**Abbildung 3.6:** a) Rasterkraftmikroskopie (AFM)-Aufnahme einer 25 nm dicken  $\text{AlF}_3$ -Schicht. Mit  $\text{AlF}_3$  dotierte LiF-Schichten zeigen eine geringere Korngröße und dadurch erhöhte Sensitivität gegenüber Elektronenbeschuss. b) Ein durch elektroneninduzierte Desorption erzeugtes Liniengitter der Periode  $1\ \mu\text{m}$  in einer  $(\text{Li}_{0.9}\text{Al}_{0.1})\text{F}_{1.2}$  Metallhalogenidschicht. Die durch thermisches Verdampfen aufgebraute Schicht ist für die erforderliche lithographische Auflösung noch nicht ausreichend homogen.

um durch piezoelektrische Effekte eine hinreichend starke elektrische Modulation zu erzeugen. Im Magnetotransport sind keine Signaturen einer durch verketteten QSR5 erzeugten Übergitterperiodizität erkennbar.

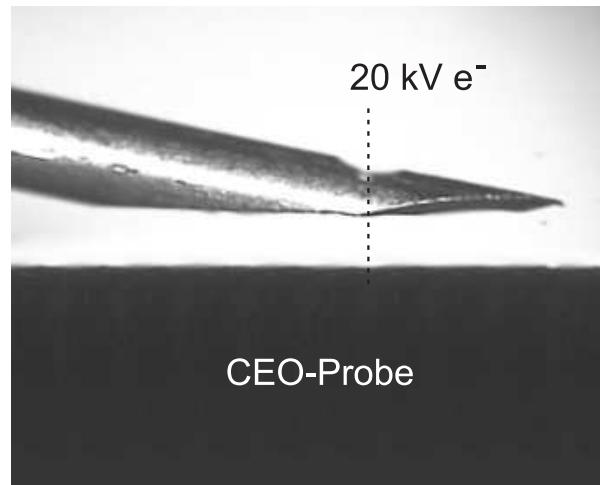
### 3.3.2 Methode 2: LiF- $\text{AlF}_3$

Aufgedampfte Metallhalogenid-Schichten wie z.B. Aluminiumfluorid  $\text{AlF}_3$  [10] oder Lithiumfluorid LiF desorbieren bei Beschleunigungsspannungen von 100 keV und hohen Flächendosen von  $10\ \text{C}/\text{cm}^2$ . Werden beide Substanzen mit konstantem Ratenvverhältnis gleichzeitig verdampft, weisen mit  $\text{AlF}_3$  dotierte LiF-Schichten eine geringere Korngröße auf. Sowohl die erreichbare Auflösung als auch die Sensitivität des anorganischen Lacks werden dadurch positiv beeinflusst [11]. Im Mechanismus der durch Elektronen stimulierten Desorption [12], desorbieren die Halogene nach der Belichtung rasch aus der aufgebraute Schicht. Der Großteil der metallischen Anteile diffundiert jedoch an die Korngrenzen. Eine Reduktion der Korngrößen erhöht die Gesamtoberfläche der Körner und damit die Zahl der möglichen Diffusionspfade. Die Metallhalogenidschicht kann bereits bei niedrigeren Beschleunigungsspannungen und geringeren Dosiswerten entwickelt werden. Die Abbildung 3.6 a) zeigt die Rasterkraftmikroskopie (AFM)-Aufnahmen einer 25 nm dicken  $\text{AlF}_3$ -Schicht. Sie wurde

a)



b)



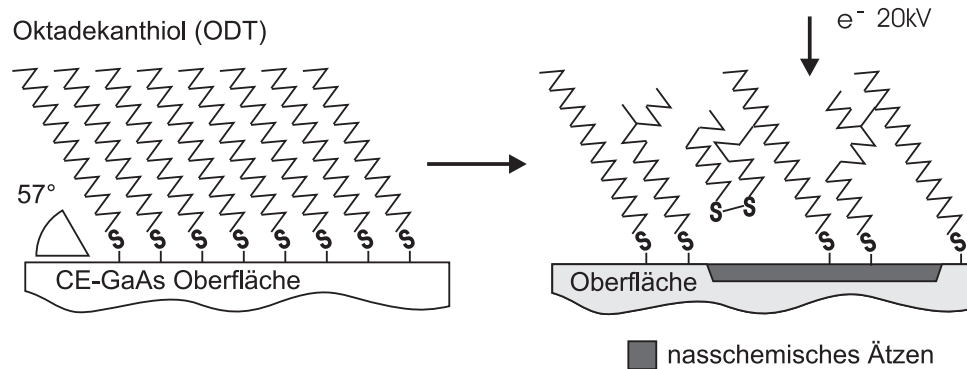
**Abbildung 3.7:** a) Bild der Precursor-Reaktionskammer zur elektronenstrahlinduzierten Deposition (EBID). Das Precursor-Gas gelangt durch die Kapillare mit einem Fluß von typischerweise  $10^{-4}$  mbar l/s an die Probenoberfläche. b) Der Elektronenstrahl tritt in der justierten Anordnung über eine Bohrung von ca.  $600 \mu\text{m}$  Durchmesser ein.

bei einem Basisdruck von  $3 \cdot 10^{-6}$  mbar thermisch aufgedampft, und besitzt eine Unebenheit von annähernd 10 nm. Abbildung 3.6 b) zeigt die rasterelektronenmikroskopische Aufnahme eines Liniengitters der Periode  $1 \mu\text{m}$ , das mit einer Dosis von  $500 \mu\text{C}/\text{cm}^2$  bei einer Beschleunigungsspannung von 30 kV in eine  $(\text{Li}_{0.9}\text{Al}_{0.1})\text{F}_{1.2}$  Schicht geschrieben wurde. Die LiF-Schicht mit einem Anteil von ca. 10%  $\text{AlF}_3$  ist mit einer maximalen Unebenheit von 3.5 nm deutlich glatter als die  $\text{AlF}_3$ -Schicht und weist eine geringere Korngröße auf. Sie scheint jedoch für eine zufriedenstellende Belichtung noch nicht ausreichend homogen aufgebracht zu sein. Die Linien sind stellenweise noch nicht vollständig belichtet, und an anderer Stelle bereits überbelichtet. Darüberhinaus konkurriert der Desorptionsprozess mit Kohlenstoffanlagerungen auf Grund des Hintergrunddrucks in der REM-Kammer. Tritt diese Kontamination auf, scheint die Desorption zum Erliegen zu kommen [13]. Ein erfolgreicher Einsatz von  $(\text{Li}_{1-x}\text{Al}_x)\text{F}_y$  als ein sich selbst entwickelndes Lacksystem wurde 1995 von Fujita et. al. an gesputterten Schichten mit Korngrößen im 10 nm Bereich gezeigt [14]. Strukturen mit der von uns erreichbaren Qualität kommen jedoch als Ätz- oder Schattenmaske nicht in Frage.

### 3.3.3 Methode 3: EBID

Methode 3 nutzt die elektronenstrahlinduzierte Deposition (EBID) metallischer Strukturen aus komplexen Carbonylen oder Acetylacetonaten, die an ein schweres metallisches Zentralatom gebunden sind. Beispiele hierfür sind Molybdän-Hexacarbonyl  $\text{Mo}(\text{CO})_6$  [15] oder Dimethyl-Gold-Trifluoroacetylacetonat  $\text{Me}_2\text{-Au-TFAC}$  [16]. Durch Zersetzung der an die Probenoberfläche adsorbierter Moleküle unter Beschuss mit hochenergetischen Elektronen, lagern sich nanokristalline Metalle oder Metallcarbide, die in eine Matrix von Kohlenstoff eingebettet sind, an der Probenoberfläche an [17]. Der spezifische Widerstand des Deponats liegt typischerweise in der Größenordnung von  $1 \cdot 10^3 \Omega\text{cm}$  [16].

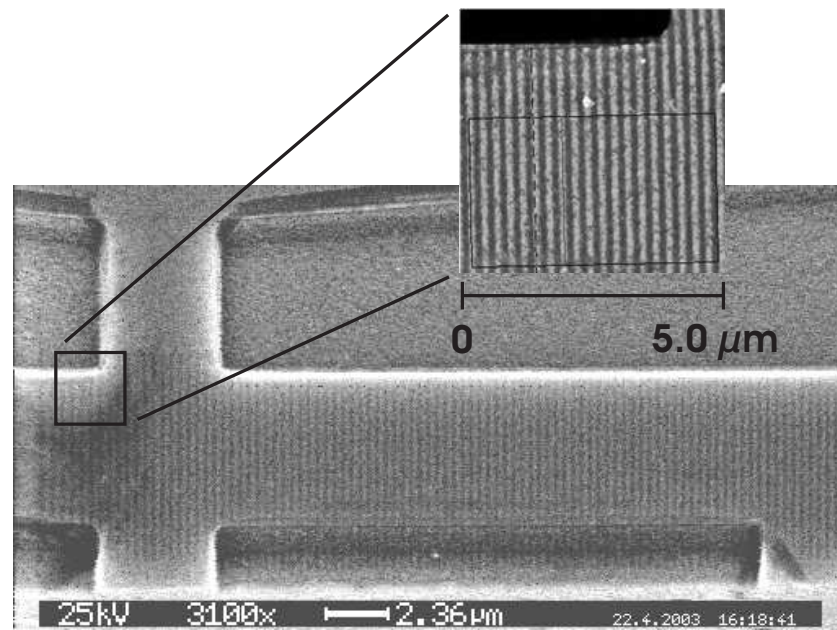
Aus einer mit ca. 10 mg der Precursor-Substanz gefüllten Reaktionskammer (vgl. Abb. 3.7 a) strömt das aus kristalliner Form sublimierte Gas durch eine Kapillare mit 700  $\mu\text{m}$  Innendurchmesser und einer Länge von 20 mm in die auf einem Hintergrunddruck von ca.  $1 \cdot 10^{-6}$  mbar gehaltene REM-Probenkammer. Die Reaktionskammer befindet sich vollständig innerhalb der REM-Probenkammer, und der Elektronenstrahl trifft über eine Bohrung von ca. 600  $\mu\text{m}$  Durchmesser in der Kapillare auf das Substrat. Der Gasfluss der beschriebenen Anordnung liegt im Mittel bei  $10^{-4}$  mbar l/s, so dass die eingebrachte Precursor-Menge nach ca. 1 h verbraucht ist. Unter den angegebenen Bedingungen konnten für  $\text{Me}_2\text{-Au-TFAC}$  bei einer Beschleunigungsspannung von 20 kV und einem Strahlstrom von 100 pA im Spot-Modus unregelmäßige Anlagerungen beobachtet werden, deren Wachstumsrate anfänglich bei ca. 5 nm/s lag, und nach wenigen Sekunden auf unter 1 nm/s sank. Neben dem Partialdruck des umgebenden Precursor-Gases, sind für die Geschwindigkeit des Wachstums auch Adsorptions- und Diffusionsprozesse an der Oberfläche entscheidend. Durch zunehmende Anlagerung wird die Struktur der Oberfläche verändert, und so die Wachstumsrate beeinflusst. Monte-Carlo-Simulationen zeigen, dass eine thermische Zersetzung der Precursor-Moleküle nicht möglich ist. Es wird daher angenommen, dass eine direkte Interaktion zwischen den auftreffenden Elektronen und den Elektronen innerhalb der Bindung, oder eine Kombination mehrerer anregender Prozesse notwendig ist. Für die Erhöhung des Wirkungsquerschnitts ist daher die Adsorption des Precursor-Moleküls an die Oberfläche von entscheidender Bedeutung [18]. Unglücklicherweise adsorbieren die Precursor-Moleküle nicht nur an die Probenoberfläche, sondern auch an die Wände der REM-Kammer und -Säule, so dass nach einer EBID-Sitzung u.U. tagelanges Pumpen der Kammer nötig ist. Ein reibungsloser Betrieb der Anlage bei mehreren Benutzern kann daher nicht gewährleistet werden.



**Abbildung 3.8:** a) Schematische Darstellung der Anlagerung von n-Oktadekanthiol (ODT) an eine GaAs-Oberfläche. b) Durch Beschuss mit hochenergetischen Elektronen gerät die selbstorganisierte Monolage aus ihrer wohldefinierten Ordnung, und bietet in diesen Regionen nasschemischen Ätzlösungen vermehrt Gelegenheit zum Angriff.

### 3.3.4 Methode 4: ODT

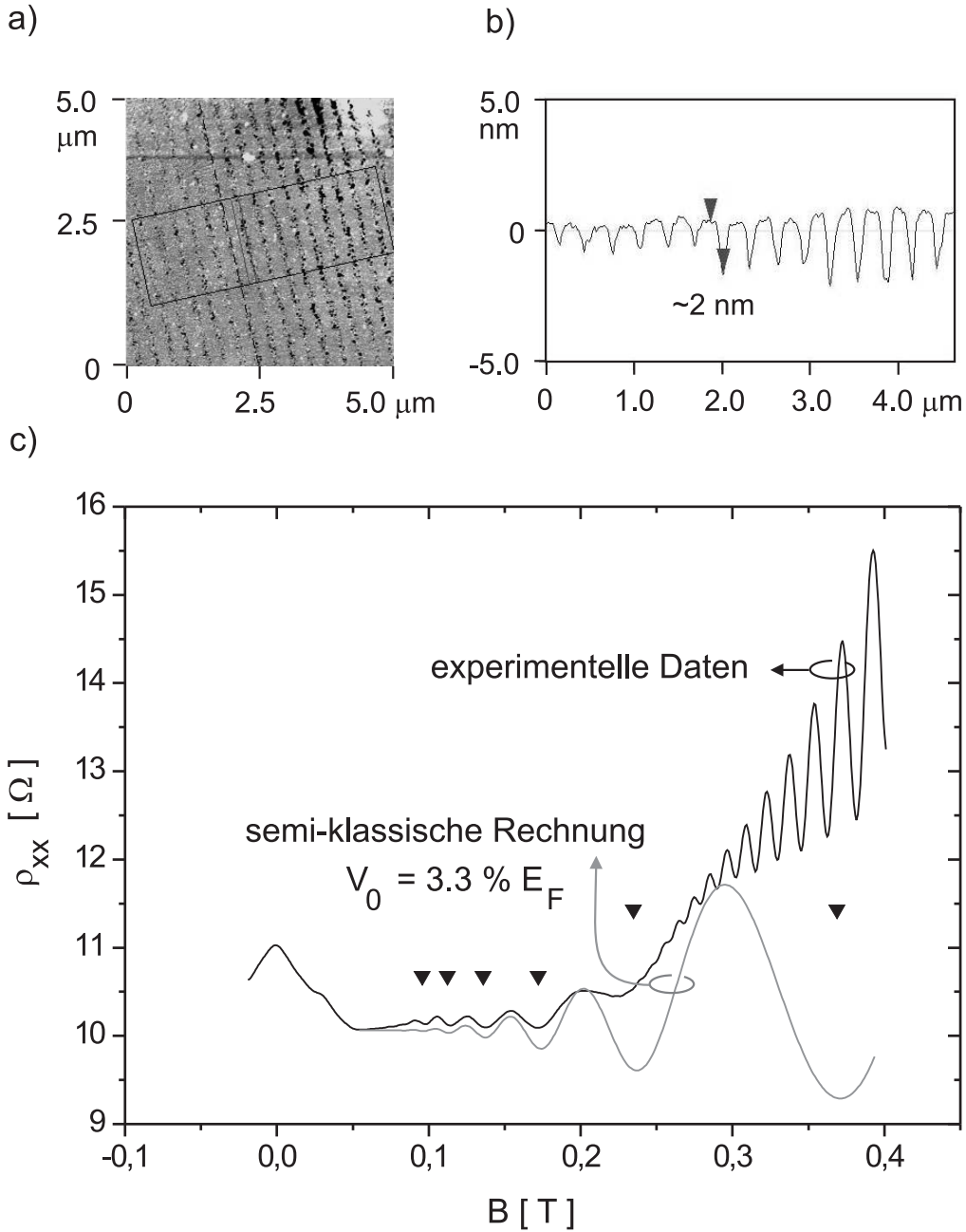
Methode 4 benutzt selbstorganisierte Monolagen (SAMs) aus n-Octadekanthiol ( $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{17}\text{SH}$ , ODT) als ein sich unter Elektronenbeschuss selbst entwickelndes Lacksystem [19]. Hierzu wird eine 5 mM ethanolische Lösung aus ODT, die 2 Vol% Ammoniak enthält, unter permanentem Rühren angesetzt. Der geringe Anteil an gelöstem Sauerstoff wird durch 10 minütiges Spülen mit trockenem Stickstoff aus der Lösung entfernt. Die CEO-Oberfläche wird zur Vorbehandlung für ca. 15 s einer verdünnten Salzsäure ( $\text{HCl}:\text{H}_2\text{O}=1:1$ ) ausgesetzt, und anschließend gründlich mit Ethanol gespült. Nachdem die Probe für ca. 10 h erschütterungsfrei in der ODT-Lösung lagert, wird sie mit reinem Ethanol gespült, und mit trockenem Stickstoff abgeblasen. ODT chemisorbiert in der Lösung an den sauberen GaAs-(110)-Cap-Layer [20], und die Alkylgruppen des ODT orientieren sich in einem bestimmten Winkel zur Oberfläche (vgl. Abb. 3.8). Ellipsometrische Untersuchungen von ODT-Monolagen auf GaAs zeigen eine Schichtdicke von  $1.5 \pm 0.2$  nm, und eine Orientierung unter einem Winkel von  $\approx 57^\circ$  [21]. Die hydrophoben Alkylgruppen dienen der GaAs-Oberfläche als Schutz vor Lösungsmitteln und Ätzlösungen. Oxidiertes Cap-Layer-Material wird durch den  $\text{NH}_4\text{OH}$ -Zusatz in der ODT-Lösung entfernt. Monolagen die mit der beschriebenen Methode hergestellt werden, weisen bei der Benetzung mit Wasser einen großen Kontaktwinkel auf, so dass von einer geringen Anzahl an Defekten ausgegangen werden kann. Die Monolagen werden unter Zuhilfenahme eines Standard-Elektronenstrahl-Lithographie Systems (EBL) bei einer Beschleunigungsspannung von typischerweise 20 kV belichtet [22]. Der Beschuss mit Elektronen verursacht den Verlust molekularer Ordnung, begleitet vom Aufbrechen einzelner C-C- und C-H-Bindungen [23]. Die belichteten Regionen erlauben daher einen schnelleren



**Abbildung 3.9:** Elektronenmikroskopische Aufnahme eines Liniengitters der Periode 300 nm auf einer CE-Hallbar. Die Linien sind unter Verwendung von n-Oktadekanthiol (ODT) bei einer Liniendosis von 800 pC/cm geschrieben. Das Muster wurde durch eine verdünnte Ammoniumhydroxid-Lösung in das darunterliegende GaAs übertragen. Die Rasterkraftmikroskopie (AFM)-Aufnahme im Inset verdeutlicht die Linienbreite von 150 nm bei einer Ätztiefe von 30 nm.

Angriff von Ätzlösungen als die unbelichteten Regionen. Dieser Prozess wird durch eine Änderung der Oberflächeneigenschaften, und einem Zuwachs der Benetzbarkeit in den belichteten Regionen unterstützt [24]. Die belichteten Strukturen werden anschließend nasschemisch durch eine Ammoniumhydroxid-Lösung in den Cap-Layer übertragen [22]. Wasserstoffperoxid, ein für GaAs-Ätzlösungen häufig benutztes Oxidationsmittel, greift die Monolagen an und verursacht eine flächige Aufrauung. Die Verwendung eines verdünnten  $\text{NH}_4\text{OH}:\text{H}_2\text{O} = 1:1$  Gemisches, überträgt das Muster nach ca. 1 min. bis in eine Tiefe von 5 nm. Abbildung 3.9 zeigt eine Anordnung von Linien mit einer Periode von 300 nm auf der CE-Hallbar. Die Rasterkraft-Mikroskopie (AFM)-Aufnahme verdeutlicht eine Linienbreite von 150 nm bei einer Liniendosis von 800 pC/cm und einem Strahlstrom von 50 pA.

Abbildung 3.10 a) zeigt die AFM-Aufnahme eines Liniengitters der Periode 300 nm, das mit identischen Belichtungsparametern geschrieben, und zu Testzwecken nasschemisch in den Epilayer eines GaAs-(110)-Wafers übertragen wurde. Für die Qualität der ODT-Schicht ist eine Oxid-freie, Arsen-reiche GaAs-Oberfläche ent-



**Abbildung 3.10:** a) AFM-Aufnahme eines Liniengitters der Periode 300 nm, das mit den Belichtungsparametern aus Abb. 3.9 in eine unregelmäßige Monolage auf dem GaAs-Cap-Layer eines 69 nm tiefen, lateralen 2DES geschrieben wurde. Die Struktur ist durch eine verdünnte  $\text{NH}_4\text{OH}$ -Lösung in den Cap-Layer übertragen. b) Über die in a) markierte rechteckige Fläche gemittelttes Tiefenprofil der Anätzung. c) Im Magneto-transportexperiment lässt sich die Modulationsstärke  $V_0$  aus der Amplitudenhöhe der Kommensurabilitätsoszillationen zu ca. 3.3% der Fermienergie  $E_F$  abschätzen. Die Positionen der elektrischen Flachbandbedingung für eine Periode von 305 nm sind durch abwärts weisende Dreiecke markiert. Bei 50 nm tiefem 2DES und einer durchgängigen Ätztiefe von 2 nm kann von  $V_0 \approx 10\% E_F$  ausgegangen werden.



scheidend. Arsen-Ionen bilden z.B. mit Dithiolen stabile Komplexverbindungen [25]. Es empfiehlt sich daher Oberflächen die dem Luftsauerstoff über einen längeren Zeitraum ausgesetzt waren, mit konzentrierter Salzsäure (37%) für ca. 1 min. vorzubehandeln [21]. Gelingt es nicht durch Rekombinationen an der Oberfläche einen Arsen-reichen Cap-Layer zu etablieren, wird die in unregelmäßig orientiertes ODT belichtete Struktur unterschiedlich tief durch  $\text{NH}_4\text{OH}$  in den Cap-Layer übertragen. Abbildung 3.10 b) zeigt das über die in 3.10 a) markierte rechteckige Fläche gemittelte Tiefenprofil. Die eingezeichneten Dreiecke markieren die mittlere Ätztiefe von  $\approx 2$  nm. Abbildung 3.10 c) zeigt eine Magnetotransportmessung an der in 3.10 a) gezeigten Struktur bei einer Ladungsträgerdichte von  $3.49 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$  und einer Temperatur von 1.5 K. Hierzu wurde mit Standard-Methoden eine laterale Hallbar in das 69 nm tief liegende 2DES prozessiert. Deutlich sind Kommensurabilitätsoszillationen (COs) erkennbar, die einer Periode von  $a = 305$  nm zugeordnet werden können. Die eingezeichneten Dreiecke kennzeichnen die Position der elektrischen Flachbandbedingung  $2R_c = (\lambda - \frac{1}{4})a$  mit  $\lambda = 1, 2, 3, \dots$ . Der bei kleinen Magnetfeldern zu erwartende positive Magnetowiderstand ist durch einen Lokalisierungsspeak maskiert, so dass die Modulationsstärke  $V_0$  relativ zur Fermienergie  $E_F$  nur aus der Größe der Amplituden der COs abgeschätzt werden kann. Im Rahmen einer semiklassischen Theorie [26] ist die relative Änderung der Amplitude  $\frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_0}$  unter Berücksichtigung anisotroper Streuung gegeben durch

$$\frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_0} = \left(\frac{V_0}{E_F}\right)^2 \frac{\pi^2 R_c^2 \mu_q}{a} B \frac{\pi}{\sinh(\pi p)} J_{ip}(2\pi R_c/a) J_{-ip}(2\pi R_c/a). \quad (3.1)$$

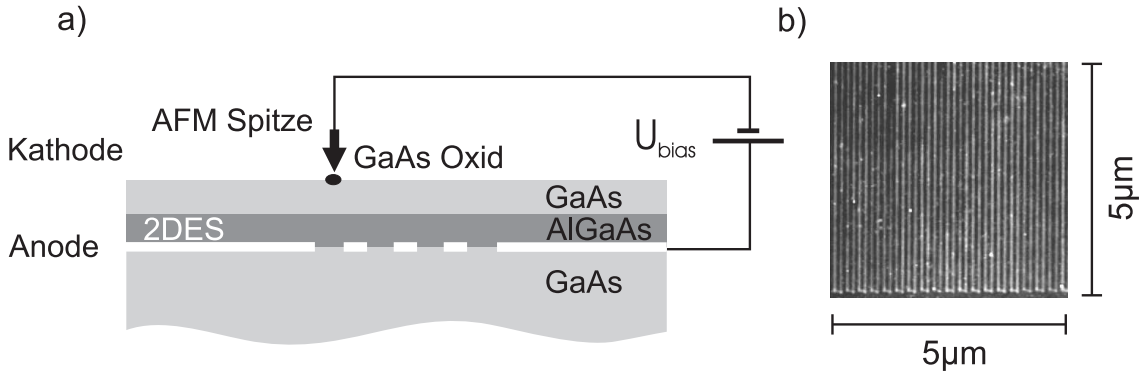
Hierbei ist  $J_\nu$  die Besselfunktion mit komplexwertigem Index  $\nu$  und

$$p = \frac{1}{\mu_q B} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{\tau_q}{\tau} (2\pi R_c/a)^2 \right)^{-1/2} \right]. \quad (3.2)$$

$R_c$  bezeichnet den Zyklotronradius,  $\tau$  die Streuzeit im Nullfeld, und  $\mu_q$  die mit der quantenmechanischen Streuzeit  $\tau_q$  assoziierte Beweglichkeit. Die quantenmechanische Streuzeit  $\tau_q$  wurde gemäß  $\tau_q \approx \frac{m^*}{eB_0}$  aus der Größe des kritischen Magnetfeldes  $B_0$  für das Einsetzen der SdH-Oszillationen bestimmt. Für die hohe Nullfeldbeweglichkeit von  $1.78 \cdot 10^6 / \text{cm}^2$  und eine ermittelte Streuzeit  $\tau_q$  von 1.65 ps ergibt sich der beste Fit für eine Modulationsstärke  $V_0$  von 3.3%  $E_F$ . Bei 50 nm tiefem 2DES und einer durchgängigen Ätztiefe von 2 nm kann, wie weitere Messungen zeigen, von einer Modulationsstärke  $V_0$  von ca. 10% der Fermienergie  $E_F$  ausgegangen werden.

### 3.3.5 Methode 5: LAO

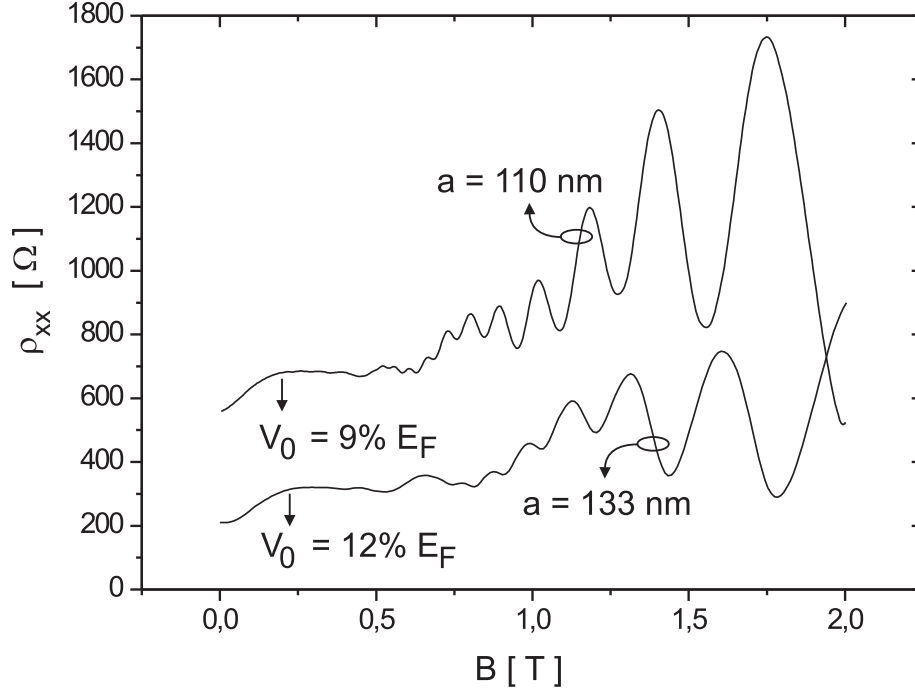
Methode 5 nützt die Technik der sogenannten lokalen anodischen Oxidation (LAO). Ishii et al. [27] oxidierten 1995 erstmals Ga[Al]As Heterostrukturen. Bei der von uns



**Abbildung 3.11:** a) Funktionsweise der lokalen anodischen Oxidation (LAO) des GaAs-Cap-Layers auf der CE-Hallbar. b) AFM-Aufnahme eines durch LAO erzeugten Linienmusters der Periode 130 nm (E. Reinwald).

angewandten Methode werden mit einer dotierten Si-AFM-Spitze unter Spannung flache Linien in die CE-Hallbar geschrieben, wobei die Bandstruktur durch die Oxidation der GaAs-Oberfläche modifiziert wird. Abbildung 3.11 a) zeigt den schematischen Aufbau unseres LAO-Experiments. Das AFM befindet sich, unter Stickstoff Atmosphäre mit einer kontrollierten relativen Luftfeuchtigkeit von 40-50%, in einer abgeschlossenen Kammer. Der sich unter Umgebungsbedingungen auf der Probenoberfläche bildende Wasserfilm dient als Elektrolyt für die GaAs-Oxidation [28]. Die Spitze wird auf typischerweise -10 V relativ zum CE-2DES vorgespannt und mit einer Geschwindigkeit von  $0.5 \mu\text{m/s}$  über die Probe gefahren. Der Abstand zwischen Spitze und Oberfläche wird hierbei durch eine Standard-Rückkopplung im Contact-Modus konstant gehalten. Die Oxidation der Oberfläche nahe der AFM-Spitze, resultiert in modulierenden Oxidlinien der Höhe  $\approx 1 \text{ nm}$ . Die Höhe der Oxidlinien spiegelt das verglichen mit GaAs größere Volumen des Oxids wider. Die Nanostruktur kann direkt nach der Herstellung durch Scannen der Oberfläche ohne angelegte Spannung abgebildet werden. Abbildung 3.11 b) zeigt die AFM-Aufnahme eines Linienmusters der Periode 130 nm.

Der Mechanismus der Band-Modifizierung kann in einem einfachen Bild verständlich gemacht werden. Durch die Oxidation des Cap-Layers, gelangt die Halbleiteroberfläche näher an das 2DES, und die Zahl der Oberflächenzustände vergrößert sich. In Proben bei denen die Oberfläche lediglich 50 nm vom 2DES entfernt ist, wandert nur ein geringer Teil der Elektronen aus der Dotierschicht in das 2DES. Die verbleibenden Elektronen füllen die Oberflächenzustände auf. Eine geringfügige Reduktion des Abstands zwischen Oberfläche und 2DES kann daher das interne elektrische Feld drastisch ändern. So gesehen ist die Methode der lokalen anodischen Oxidation mit dem flachen Anätzen des Cap-Layers durch  $\text{NH}_4\text{OH}$  aus Methode 4 vergleichbar.



**Abbildung 3.12:** Bestimmung der durch LAO erzeugten elektrischen Modulationsstärke. Die Linienarrays sind in ein auf GaAs-(110) gewachsenes 2DES der Tiefe 50 nm geschrieben (E. Reinwald). Aus dem Sättigungsmagnetfeld des positiven Magnetowiderstands ergibt sich eine Modulationsstärke  $V_0$  von  $\approx 10\%$  der Fermienergie  $E_F$ . Die Messkurve für  $a = 110$  nm ist aus Gründen der Übersichtlichkeit vertikal versetzt.

Abbildung 3.12 zeigt Magnetotransportmessungen an LAO-Linienarrays der Periode 133 nm bzw. 110 nm bei einer Ladungsträgerdichte von  $3.4 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$  bzw.  $3.5 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$  und einer Temperatur von 1.5 K. Beide Gitter wurden in ein 50 nm tiefes 2DES geschrieben, das zu Testzwecken auf einem (110)-GaAs-Wafer gewachsen wurde. Die Schichtfolge der gewachsenen Struktur stimmt mit der verwendeten CE-2DES-Struktur überein.

Aus der Theorie des klassischen magnetischen Durchbruchs folgt im Gleichgewicht von Lorenz-Kraft und modulierender elektrostatischer Kraft die Bedingung für die Sättigung des positiven Magnetowiderstandes

$$ev_F B_0 = \frac{2\pi}{a} V_0. \quad (3.3)$$

Hierbei bezeichnet  $v_F$  die Fermi-Geschwindigkeit,  $B_0$  die Sättigungsmagnetfeldstär-

ke,  $a$  die Übergitterperiode und  $V_0$  die elektrische Modulationsstärke. Die LAO-Parameter wurden so eingestellt, dass sich eine Modulationsstärke von ca. 10% (hier 12% bzw. 9%) der Fermienergie ergibt.

### 3.4 Zusammenfassung

Zur Strukturierung einer Hallbar auf der überwachsenen Spaltfläche wurden zwei Methoden entwickelt. Zum einen die in Kapitel 3.1.1 beschriebene Sandwich-Methode bei Verwendung flüssiger Lacksysteme, und zum anderen die Methode des in Kapitel 3.1.2 beschriebene Negativprozesses bei Verwendung fester, verdampfbarer Lacksysteme. Mit beiden Methoden können gute Ergebnisse erzielt werden. Als Nachteil des Negativprozesses muss jedoch das Verbleiben des verketteten Lacks auf der Probenoberfläche angesehen werden, wodurch die Beweglichkeit des CE-2DES erheblich reduziert wird.

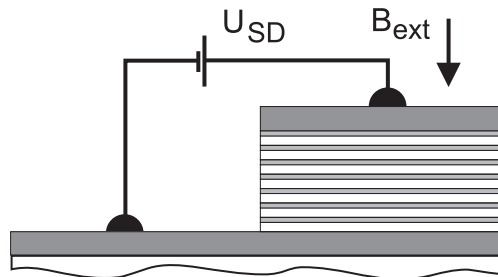
Für die Erzeugung 2-dimensionaler Modulation auf der Spaltfläche kommen die in Kapitel 3.3 beschriebenen Methoden in Frage. Mit QSR5 geschriebene Linien erscheinen jedoch nicht ausreichend kompakt, um durch Verspannung eine hinreichend starke elektrische Modulation zu erzeugen. In Metallhalogenid-Schichten lassen sich nur Liniengitter mit großer Gitterperioden erzielen, und die resultierende Verunreinigung von REM-Kammer und -Säule verbietet einen häufigen Einsatz der elektronenstrahlinduzierten Deposition von metallischen Nanokristalliten. Mit Methode 4, die belichtete Monolagen aus Oktadekanthiol (ODT) als Ätzmaske nutzt, können schöne Gitterstrukturen realisiert werden. Gelingt es jedoch nicht, durch entsprechende Vorbehandlung einen Arsen-reichen GaAs-Cap-Layer zu etablieren, wird die belichtete Struktur unterschiedlich tief in den Cap-Layer übertragen. Methode 4 ist daher für die bereits ohne Feinstrukturierung mit hohem Aufwand verbundene Probenherstellung zu störanfällig. Als geeignetes Mittel wird daher Methode 5, die lokale anodische Oxidation des GaAs-Cap-Layers, gewählt. Die in Kapitel 7 gezeigten Messungen, sind ausschließlich an Proben durchgeführt, die mit dieser Methode feinstrukturiert wurden.

# Kapitel 4

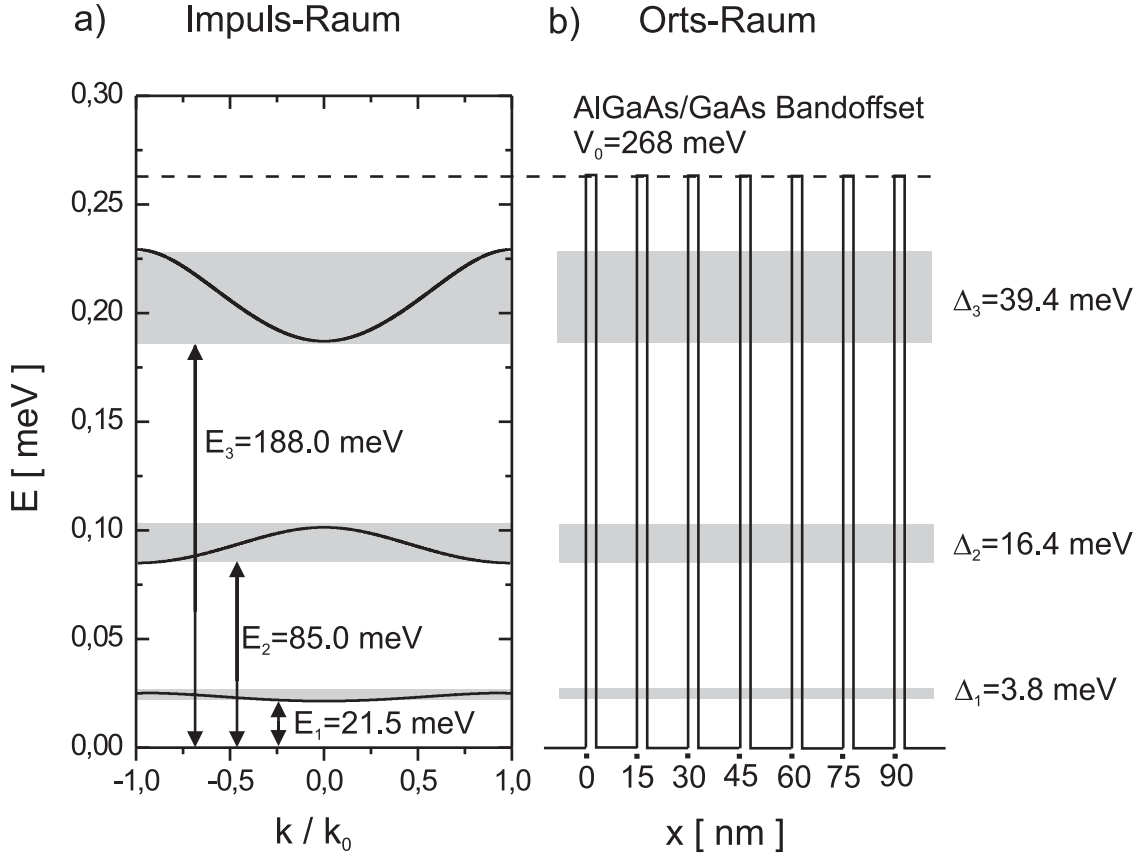
## Das Übergitter-Substrat

### 4.1 Probenpräparation

Im Folgenden werden zunächst die Transporteigenschaften des nicht überwachsenen Übergitter-Substrats der Periode  $d = 15$  nm diskutiert. Diese Transporteigenschaften können auf die dem Übergitter zugrunde liegende Bandstruktur zurückgeführt werden. Zur Herstellung der Proben werden Stücke des Substrats der Größe  $\approx 1 \times 3$  mm<sup>2</sup> zur Hälfte mit säurebeständigem Wachs bedeckt, und anschließend die hintere Zuleitungsschicht durch ein Gemisch aus Zitronensäure und Wasserstoffperoxid freigelegt (vgl. Kap. 3.2). Die Metallisierung der hoch n-dotierten Kontakte geschieht durch Einlegieren kleiner Indium-Ronden bei 370 °C für eine Dauer von 40 Sekunden. Bei einer Temperatur von 1.5 K werden DC-Messungen in 2-Punkt Geometrie mit und ohne in Wachstumsrichtung angelegtes Magnetfeld durchgeführt (vgl. Abb. 4.1).



**Abbildung 4.1:** Schematische Darstellung der Mess-Geometrie zur Untersuchung der Transporteigenschaften des Übergitter-Substrats.



**Abbildung 4.2:** a) Kronig-Penney-Bandstrukturrechnung für das verwendete Übergittersubstrat mit einer GaAs-Schichtdicke von 12 nm und einer  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -Schichtdicke von 3 nm. b) Schematische Darstellung des Bänderschemas im Ortsraum.

## 4.2 Kronig-Penney-Bandstrukturrechnungen

Im Kronig-Penney-Modell [29] wird die Schrödingergleichung

$$\left( \frac{p_x^2(x)}{2m^*(x)} + V(x) \right) \Psi = E\Psi \quad (4.1)$$

für ein Potential  $V(x)$  gelöst, das sich aus periodisch wiederholenden Quantentrögen der Tiefe  $V_0$  und Breite  $l_W$ , unterbrochen von Barrieren der Breite  $l_B$ , zusammensetzt. Die Übergitter-Periode  $d$  ist daher durch  $d = l_B + l_W$  gegeben. Die Bandstruktur ergibt sich aus der Lösbarkeit der Stetigkeitsbedingungen für die Einhüllenden der Wellenfunktion  $\Psi$  benachbarter Schichten. Die Einhüllenden sind die Lösung der effektiven Hamiltonfunktion aus Gl. 4.1 in der Bandkanten und effektive Massen po-

sitionsabhängig sind [30]. Die implizite Gleichung

$$\cos(k_x d) = \cos(k_W l_W) \cosh(k_B l_B) - \frac{1}{2} \left( \chi - \frac{1}{\chi} \right) \sin(k_W l_W) \sinh(k_B l_B) \quad (4.2)$$

mit

$$\begin{aligned} k_W &= \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_{GaAs} E(k_x)} \\ k_B &= \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_{AlGaAs} (V_0 - E(k_x))} \\ \chi &= \frac{m_{GaAs} k_W}{m_{GaAs} k_B} \end{aligned}$$

liefert die Energie-Impuls-Beziehung. Die Parameter die den Berechnungen zu Grunde liegen sind:  $m_{GaAs} = 0.067m_e$ ,  $m_{AlGaAs} = m_{GaAs} + 0.083 \cdot x \cdot m_e$  [31] wobei  $x = 0.33$  den Aluminium-Gehalt der Barrieren kennzeichnet und  $V_0$  durch  $0.8 \cdot x$  (eV) gegeben ist [31].

Nur drei Minibänder kommen unterhalb des Barrieren-Potentials  $V_0$  zu liegen. Das Spektrum der Zustände mit  $E > V_0$  ist ebenfalls in Bänder aufgespalten, aber die Energielücken zwischen den Bändern werden zunehmend kleiner, und das Energiespektrum entwickelt sich in ein Kontinuum von Zuständen.

## 4.3 Transportmodelle

### 4.3.1 Bloch-Minibandtransport

Ist nur das unterste Miniband besetzt, lässt sich die Bandstruktur durch eine Cosinus-Funktion annähern (vgl. Abb. 4.2 a)

$$E(k) = \frac{\Delta}{2} (1 - \cos(kd)). \quad (4.3)$$

Dieses Ergebnis erhält man auch im Rahmen eines Tight-Binding-Ansatzes [32]. Aus den semiklassischen Bewegungsgleichungen einer eindimensionalen Kristallstruktur im äußeren Feld  $F$

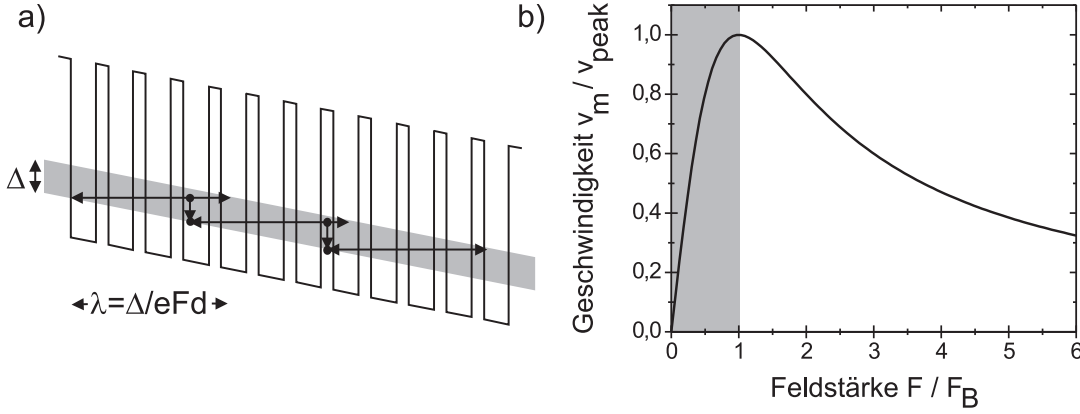
$$\hbar \frac{dk}{dt} = eF \text{ und } v = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}, \quad (4.4)$$

ergibt sich daher eine zeitlich oszillierende Gruppengeschwindigkeit

$$v(t) = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin(\omega_B t) \quad (4.5)$$

mit der Bloch-Frequenz

$$\omega_B = \frac{eFd}{\hbar}. \quad (4.6)$$



**Abbildung 4.3:** a) Veranschaulichung des Bloch-Minibandtransportes. Die Ladungsträger oszillieren räumlich über mehrere Gitterperioden  $\lambda$ , und relaxieren nach einer mittleren Streuzeit  $\tau$ . b) Abhängigkeit der mittleren Driftgeschwindigkeit  $v_m$  von der angelegten Feldstärke  $F$ . Im grau hinterlegten Bereich dominieren Streumechanismen den Transport. Im nicht hinterlegten Bereich dominiert die Blochoszillation, und die mittlere Driftgeschwindigkeit verringert sich durch die mit wachsendem äußeren Feld abnehmende räumliche Amplitude  $\lambda$  der Oszillation.

Streuung wird in diesem Modell durch die Annahme berücksichtigt, daß die Wahrscheinlichkeit ballistischen Transportes zeitlich exponentiell mit einer Streuzeit  $\tau$  abnimmt. Bei einem Relaxationsprozess verliert das Elektron seine im Feld gewonnene Energie (vgl. Abb. 4.3 a). Für die gemittelte Gesamtgeschwindigkeit  $v_m$  ergibt sich daher

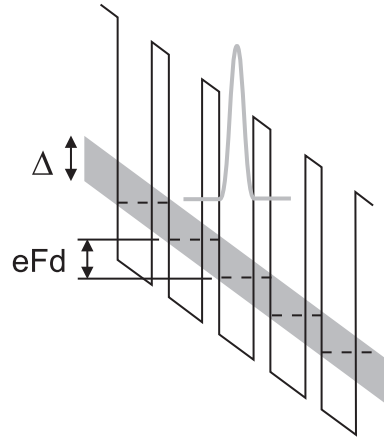
$$v_m = \int_0^\infty \exp(-t/\tau) dv = \frac{eF}{\hbar^2} \int_0^\infty \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \exp(-t/\tau) dt, \quad (4.7)$$

und die cosinusförmige Dispersionsrelation  $E(k)$  liefert

$$v_m = \frac{\mu F}{1 + (F/F_B)^2} \quad (4.8)$$

mit einer Beweglichkeit  $\mu = \frac{e\tau}{m^*}$  und effektiver Masse  $m^* = m(k=0) = \frac{2\hbar^2}{\Delta d^2}$  im Minibandminimum.  $F_B = \frac{\hbar}{e\tau d}$  bezeichnet die kritische Feldstärke oberhalb der die mittlere Elektronengeschwindigkeit bei wachsendem äußeren Feld abnimmt. Abbildung 4.3 b) verdeutlicht den Zusammenhang graphisch. Für niedrige Feldstärken werden die Elektronen gestreut bevor sie merklich beschleunigt worden sind, und es resultiert ein Drude-Driftstrom mit Beweglichkeit  $\mu$ . Für ausreichend hohe Feldstärken erreichen die Elektronen die Brillouin-Zonen-Grenze und werden Bragg reflektiert (vgl. Abb. 4.3 a). Die sich räumlich über mehrere Perioden erstreckende Lokalisierung nimmt





**Abbildung 4.4:** Schamatische Darstellung der Wannier-Stark-Lokalisierung. Für ausreichend hohe Feldstärken spaltet ein Band der Breite  $\Delta$  in Subbänder auf, deren energetischer Abstand durch  $eFd$  gegeben ist.

mit wachsender Feldstärke zu, und man erwartet Signaturen negativen differentiellen Widerstands (NDR), die mit Oszillationen im Terahertz-Bereich einhergehen können. Typische Feldstärkewerte für  $F_B$  liegen in der Größenordnung von 0.1-1 kV/cm [7]. Auch im Transport durch das in dieser Arbeit verwendete Übergitter-Substrat treten NDR-Signaturen auf. Die Position dieser Signaturen liegen jedoch in einem Feldstärkeregime bei dem das erste Miniband bereits so weit verkippt ist, dass keine Blochoszillation mehr stattfinden kann. Die Elektronen sind in einem Quantenwell lokalisiert.

### 4.3.2 Wannier-Stark-Lokalisierung

In einem zum Bloch-Minibandtransport weitgehend äquivalenten Bild zeigte G. H. Wannier [33] bereits 1959, daß ein externes elektrisches Feld die elektronischen Zustände entlang der Feldrichtung in Zustände lokalisiert, deren Ausdehnung  $\lambda = \Delta/eFd$  invers proportional zur angelegten Feldstärke  $F$  ist. Hierbei bezeichnet  $\Delta$  die Breite des Minibandes und  $d$  die Übergitterperiode. Durch Anlegen eines ausreichend hohen elektrischen Feldes ändert sich das Energiespektrum daher drastisch. Jedes Band spaltet in eine Wannier-Stark-Leiter auf, deren Subbänder energetisch durch  $eFd$  getrennt sind (vgl. Abb. 4.4). Wannier-Stark-Lokalisierung wurde ebenso wie die Blochoszillation durch die Einführung des Heterostruktur-Übergitters durch Esaki und Tsu [1] experimentell zugänglich, und wurde in diesen Kristallen durch optische Untersuchungen [34] und Transportmessungen [35] nachgewiesen. Wannier-Stark-Niveaus können nicht aufgelöst werden, wenn ihre Verbreiterung  $\Gamma$

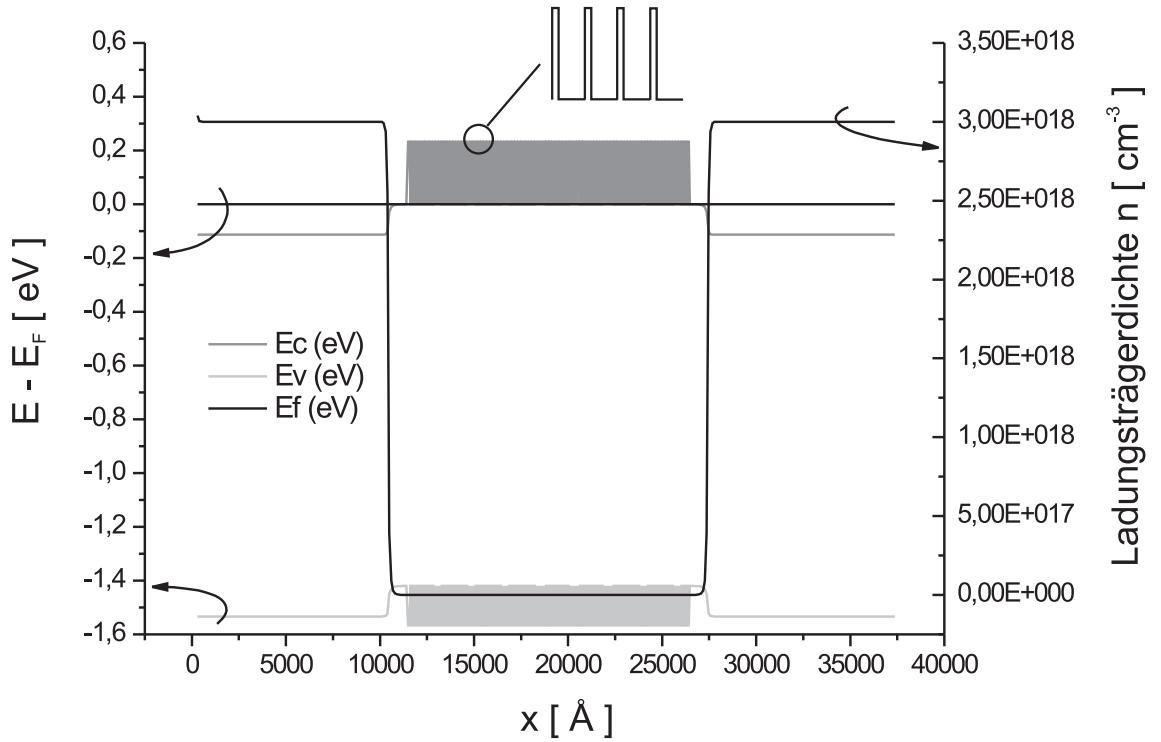
größer ist als ihr energetischer Abstand, d.h. für  $\Gamma > eFd$ . Im Bild des Bloch-Minibandtransports ist die maximale Verbreiterung durch die Breite  $\Delta$  des Minibandes gegeben. Durch dieses Argument kann eine kritische Feldstärke  $F_{WS} = \frac{\Delta}{ed}$  für die Beobachtung vollständig lokalisierter Zustände eingeführt werden. Ebenso wie im Bild der Blochoszillation wächst der Strom für kleine Feldstärken  $F$  und bei kleiner Streuzeit  $\tau$  mit wachsender Stärke des externen Feldes an (vgl. Kap. 4.3.1). Für höhere Feldstärken wird der Stromtransport durch sequentielles Tunneln und Hopping-Mechanismen dominiert [36]. Die zunehmende Lokalisierung führt wie im Falle des Bloch-Minibandtransportes zu einer Stromabnahme bei wachsendem äußeren Feld [35].

Für höhere Feldstärken wird die Schwelle zum Zener-Tunneln überschritten [37]. Die resultierende starke Verkipfung der Minibänder führt zu resonanten Übergängen zwischen einzelnen Minibändern [38]. Aufgrund des großen energetischen Abstandes der Minibänder ( $E_2 - (E_1 + \Delta_1) = 59.7$  meV) ist eine ausreichende Verkipfung ( $F > 40$  kV/cm) ohne irreversible Beeinflussung des Übergitters nicht möglich.

NDR-Signale in reinen GaAs oder AlGaAs-Kristallen rühren i.d.R. vom sogenannten Gunn-Effekt [39] her. Der phononenassistierte Übergang heißer Elektronen vom  $\Gamma$ -Minimum im GaAs-Leitungsband mit kleiner effektiver Masse ( $m_\Gamma^* = 0.067 m_e$ ) zum  $L$ - oder  $X$ -Minimum mit großer effektiver Masse ( $m_L^* \approx m_X^* = 0.85 m_e$ ) [40] kann jedoch als Ursache der hier diskutierten Effekte ausgeschlossen werden. Der durch diesen Mechanismus hervorgerufene Rückgang an Beweglichkeit resultiert letztlich in einer Sättigung der Driftgeschwindigkeit  $v_D$  [41] (vgl. auch Kap. 5.6). Eine Sättigung der Driftgeschwindigkeit, und damit des Source-Drain Stromes  $I_{SD}$  kann jedoch nicht beobachtet werden.

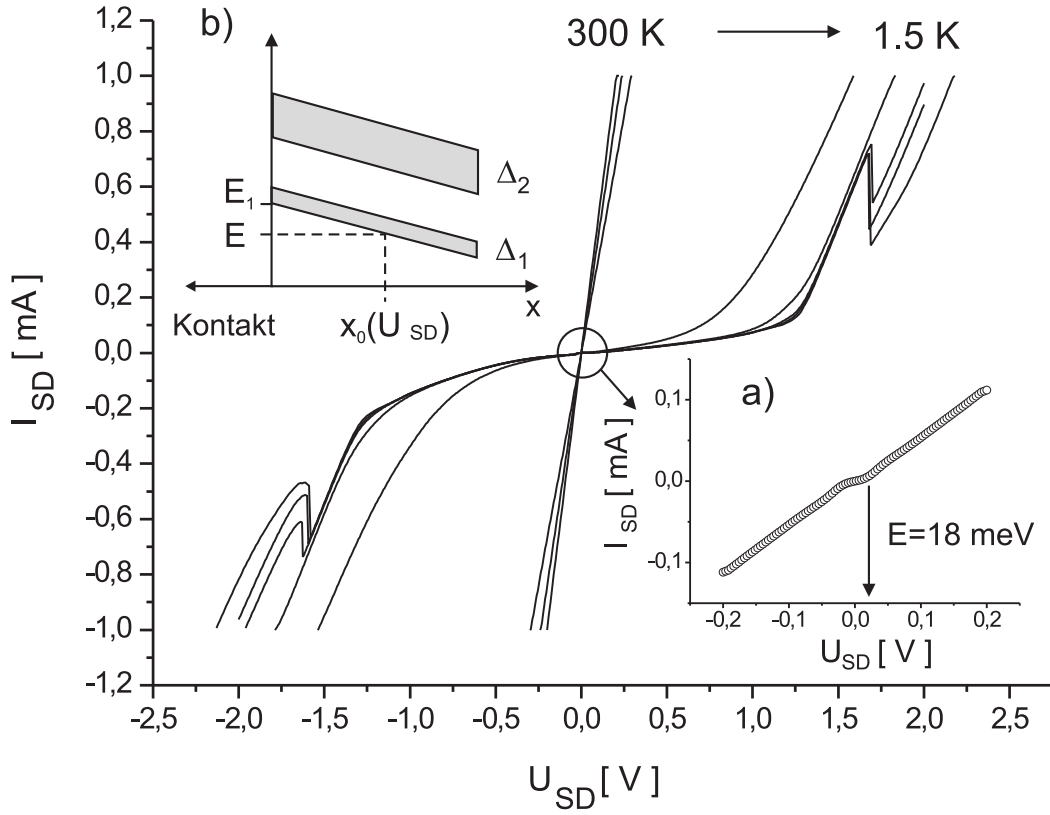
## 4.4 Injektion von Ladungsträgern

Abbildung 4.5 zeigt die berechnete elektronische Bandstruktur eines undotierten  $\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}/\text{GaAs}$ -Übergitters, das durch zwei hoch n-dotierte GaAs-Zuleitungsschichten mit einer Raumladungsträgerdichte von  $3 \cdot 10^{18} / \text{cm}^3$  kontaktiert wird. Die Stärke der Dotierung nimmt im Übergangsbereich zum nominell undotierten Übergitter mit konstantem Gradienten ab. Das System befindet sich im Gleichgewicht, d.h. Source- und Drain-Zuleitung befinden sich auf gleichem Potential. In dieser Situation wurden die Poisson- und Schrödingergleichung selbstkonsistent, bei einer nominellen Temperatur von 4 K und in einer Dimension, gelöst [42]. Innerhalb der Übergitterstruktur befinden sich keine Ladungsträger, die Fermienergie liegt an der Leitungsbandunterkante der GaAs Quantentröge. Der Verlauf des Leitungsbandes zeigt den unveränderten Bandoffset von 268 meV zwischen GaAs und  $\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$ .



**Abbildung 4.5:** Selbstkonsistent berechnete elektronische Bandstruktur des undotierten  $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}/\text{GaAs}$ -Übergitters zwischen zwei hoch n-dotierten Zuleitungsschichten.

Um Transport zu ermöglichen müssen Ladungsträger von der Leitungsbandunterkante der Quantentröge zumindest in das um  $E_1 = 21.5$  meV höher liegende erste Miniband gehoben werden (vgl. Abb. 4.2 a). Wie die Strom-Spannungs Charakteristik eines  $2 \mu\text{m}$  langen Übergitters der diskutierten Schichtfolge in Abb. 4.6 zeigt, ist dies bei Raumtemperatur der Fall ( $k_B \cdot 300 \text{ K} = 25.8$  meV). Die ohmsche Charakteristik geht jedoch für kleinere Temperaturen zusehends in eine Tunnel-Kennlinie über, und zeigt immer deutlicher werdende Signaturen negativen differentiellen Widerstands. Ein Zoom in den Bereich um 0 V Source-Drain-Spannung  $U_{SD}$  (vgl. Inset a) in Abb. 4.6) verdeutlicht, dass bei einer Temperatur von 1.5 K Stromfluss ab einer angelegten Source-Drain-Spannung von ca. 18 mV einsetzt. Dieser Wert liegt in guter Übereinstimmung mit der niedrigsten Energiebarriere  $E_1 = 21.5$  meV. Die geringfügig niedrigere Elektronenenergie kann dadurch erklärt werden, dass ein leitfähiges Band unter angelegter Source-Drain-Spannung im wesentlichen verkippt, und die verbotene Region unterhalb des ersten Minibandes eine fast dreieckige Tunnelbarriere mit



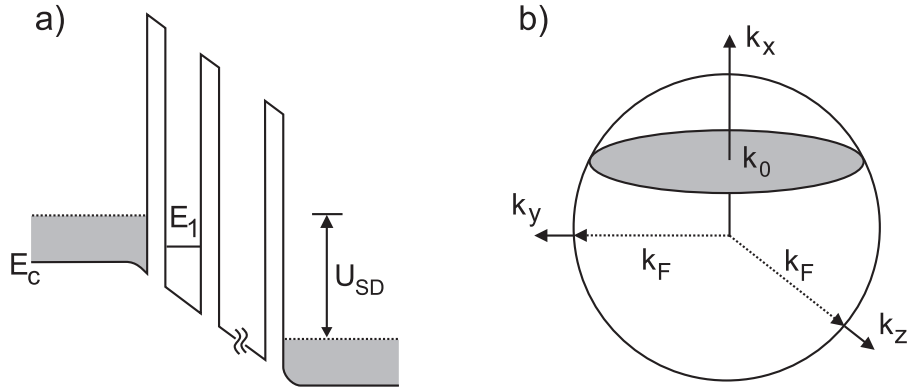
**Abbildung 4.6:** Temperaturabhängigkeit des Kennlinienverlaufs eines  $2\ \mu\text{m}$  langen Übergitters. Die ohmsche Charakteristik geht für niedrigere Temperaturen in eine Tunnelkennlinie über, und zeigt Signaturen negativ differentiellen Widerstands. Inset **a)** Bei einer Temperatur von  $1.5\ \text{K}$  setzt Stromfluss bei einer Spannung  $U_{SD}$  von ca.  $18\ \text{mV}$  ein. Inset **b)** Die verbotene Region unterhalb des ersten Minibands bildet eine fast dreieckige Tunnelbarriere aus.

Transmissionskoeffizient

$$T(E) = \exp\left(-\frac{4\sqrt{2m^*}}{3eF\hbar}(E_1 - E)^{3/2}\right) \quad (4.9)$$

ausformt [43] (vgl. Inset b) in Abb. 4.6). Hier bezeichnet  $F$  die elektrische Feldstärke am Source-Kontakt und  $m^* = 0.08\ m_e$  die effektive Masse eines Elektrons im Übergitter. Diese Art feldunterstützten Tunnelns tritt z.B. auch in Schottky-Dioden im Regime thermionischer Feldemission auf [44].

Für höhere Source-Drain-Spannungen tritt der in Abbildung 4.7 a) schematisch dargestellte Fall ein. Die Leitungsbandunterkante der Kontaktregion kommt knapp unterhalb der energetischen Position des lokalisierten Zustands zu liegen. Die Energie



**Abbildung 4.7:** a) Schematische Darstellung der Funktionsweise einer resonanten Tunneldiode. b) Fermi-Oberfläche des entartet dotierten Source-Kontakts. Unter Erhaltung ihres lateralen Impulses können nur Elektronen deren Impuls innerhalb der grau gezeichneten Schnittfläche liegt, in den 2D-Zustand des ersten Quantentrog tunnelt.

des entartet dotierten Source-Kontakts kann durch

$$E_{3D} = E_c + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m^*} \quad (4.10)$$

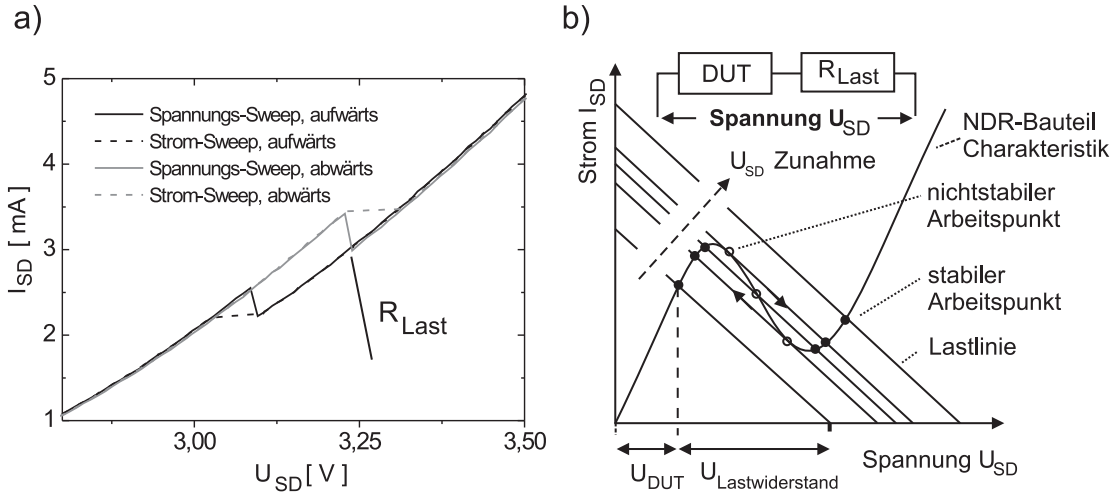
beschrieben werden. Hierbei bezeichnet  $E_c$  die Leitungsbandunterkante,  $k_x$  den Impuls in Wachstumsrichtung des Übergitters und  $k_{\perp} = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}$  den Impuls in der Ebene senkrecht dazu. Die Energie des 2D-Zustandes im ersten Quantentrog ist durch

$$E_{2D} = E_1 + \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m^*} \quad (4.11)$$

gegeben. Hierbei bezeichnet  $E_1$  die Energie des lokalisierten ersten Minibandes. Unter der Annahme, dass die Barrieren frei von Störstellen sind, verlangt die Impulserhaltung des Tunnelvorgangs, dass der letzte Term in Gleichung 4.10 gleich dem letzten Term in Gleichung 4.11 ist. Aus der Energieerhaltung folgt

$$k_x^2 = k_0^2 = \frac{2m^*}{\hbar^2} (E_1 - E_c). \quad (4.12)$$

Tunneln ist daher nur für Elektronen erlaubt, deren Impuls innerhalb der in Abbildung 4.7 b) eingezeichneten Schnittfläche zu liegen kommt. Wird die Source-Drain-Spannung erhöht, schiebt sich die Schnittfläche in Richtung des Ursprungs ( $k_x = 0$ ). Gleichzeitig erhöht sich die Zahl der Elektronen die am Tunnelvorgang teilhaben, und der Tunnelstrom wächst. Die Zahl der pro Einheitsfläche tunnelnden Elektronen erreicht mit  $\frac{m^* E_F}{\pi \hbar^2}$  für  $E_c = E_1$  ihr Maximum. Wenn  $E_c$  größer als  $E_1$  wird, sind keine Elektronen mehr vorhanden die unter Erhaltung ihres lateralen Impulses in den Quantentrog tunnelt können. Der Tunnelstrom reißt schlagartig ab. Die in

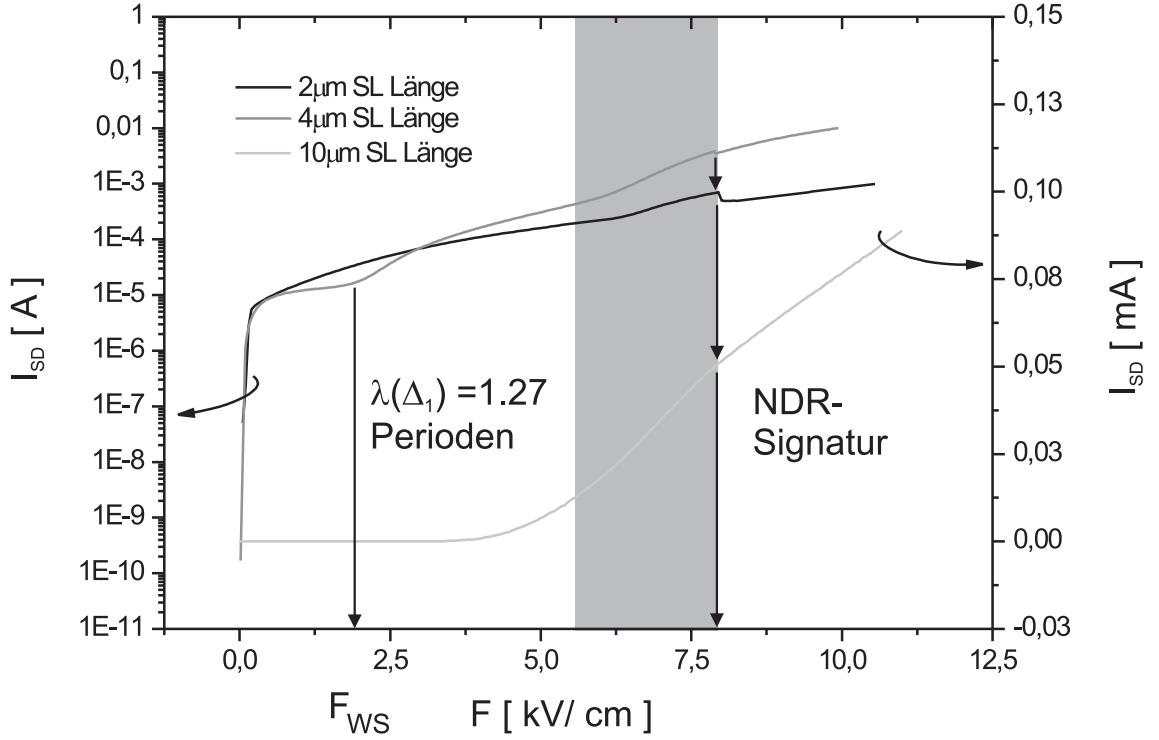


**Abbildung 4.8:** a) Hysteretisches Verhalten der NDR-Signatur eines  $4\ \mu\text{m}$  langen Übergitters. b) Der Verlauf der Kennlinien im strom- und spannungsvorgespannten Fall lässt sich unter Berücksichtigung eines seriellen Lastwiderstandes  $R_{Last}$  verstehen.

der Kennlinie des vorliegenden Bauteils erkennbare Signatur negativ differentiellen Widerstands kann mit hoher Wahrscheinlichkeit auf diesen Mechanismus resonanten Tunnelns zurückgeführt werden. Der typische, dreiecksförmige Kennlinienverlauf von Resonanten-Tunnelndioden [45] deckt sich bei tiefen Temperaturen weitgehend mit dem Kennlinienverlauf des hier betrachteten Übergitters.

## 4.5 Kennlinien

Abbildung 4.8 a) zeigt die Kennlinie eines  $4\ \mu\text{m}$  langen Übergitters bei einer Temperatur von  $1.5\ \text{K}$ , strom- und spannungsvorgespannt im Up- und Down-Sweep. Deutlich ist im spannungsvorgespannten Fall eine charakteristische, steil abfallende Flanke als Signatur negativen differentiellen Widerstands zu erkennen. Die Steilheit der Flanke ist als ein Artefakt der äußeren Beschaltung zu verstehen (vgl. Abb. 4.8 b). Die Lastlinie eines externen Leitungs- oder Kontaktwiderstands schneidet die Charakteristik eines NDR-Bauteils u.U. an mehreren Punkten. Der Bereich instabiler Arbeitspunkte wird daher entlang der Lastlinie durchfahren. Auch im stromvorgespannten Fall springt die über Lastwiderstand und NDR-Bauteil abfallende Spannung von einem stabilen Arbeitspunkt zum nächstmöglichen stabilen Arbeitspunkt. Der Bereich instabiler Arbeitspunkte wird annähernd horizontal durchfahren. Auch Hystereseeffekte wie in Abb. 4.8 a) gezeigt, lassen sich unter Zuhilfenah-



**Abbildung 4.9:** Kennlinienverlauf von Übergittern unterschiedlicher Länge  $L$ , aufgetragen gegen die Feldstärke  $F = U_{SD}/L$ . Bereits bei einer Feldstärke von ca. 2 kV/cm ist das erste Miniband vollständig lokalisiert. Im grau hinterlegten Feldbereich wächst  $I_{SD}$  durch einen resonanten Injektionsmechanismus aus dem 3-dimensionalen Kontakt in die 2-dimensionalen Zustände des Übergitters zunächst stark an, und nimmt bei einer mittleren Feldstärke von ca. 7.8 kV/cm mit steiler Flanke ab.

me der NDR-Bauteil-Charakteristik verstehen. Wird die externe Spannung (spannungsvorgespannter Fall) oder Stromstärke (stromvorgespannter Fall) von kleinen Spannungs- oder Stromwerten hin zu größeren durchfahren (Sweep aufwärts) so springen Strom oder Spannung bereits bei kleineren Werten als im Falle eines umgekehrten Durchfahrens, weil die Bereiche instabiler Arbeitspunkte bereits bei niedrigeren Spannungs- oder Stromwerten erreicht sind.

Abbildung 4.9 zeigt die Kennlinien eines 2  $\mu\text{m}$ , eines 4  $\mu\text{m}$  und eines 10  $\mu\text{m}$  langen Übergitters bei einer Temperatur von 1.5 K. Unter der Annahme einer homogenen Feldverteilung innerhalb des Übergitters wurde die extern angelegte Spannung auf die jeweilige Länge des Übergitters skaliert. Bei einer Feldstärke  $F$  von 2.0 kV/cm

ist eine Lokalisierungslänge  $\lambda = \Delta_1/eFd$  für das erste Miniband von 1.27 Perioden erreicht. Die mit wachsender Source-Drain-Spannung zunehmende Lokalisierung der Ladungsträger dieses Bandes, bis hin zur vollständigen Lokalisierung in einen Quantenwell, kommt bei der 4  $\mu\text{m}$  langen Probe durch eine Stromschulter zum Ausdruck. Ab einer Feldstärke von ca. 5.5 kV/cm ist ein erneuter Anstieg des Source-Drain-Stromes beobachtbar (grau hinterlegter Bereich). Bei einer Feldstärke von 7.8 kV/cm zeigen alle Übergitter eine ausgeprägte Stromschulter bzw. NDR-Signatur. Unter der Annahme einer homogenen Feldverteilung würde man die aus einem resonanten Injektionsmechanismus (vgl. Kap. 4.4) resultierende NDR-Signatur bei einer Feldstärke von  $F > \frac{E_1}{d} = 14.3 \text{ kV/cm}$  erwarten. Zerbricht jedoch, wie in Übergitter-Strukturen häufig beobachtet [46], die Feldverteilung nahe des emittierenden Kontakts in eine Hochfelddomäne, so lässt sich die NDR-Signatur bereits bei deutlich niedrigerer Source-Drain-Spannung beobachten. Die Abweichungen von einer insgesamt homogenen Feldverteilung bleiben für den Rest des Übergitters gering, wenn sich die Hochfeld-Domäne lediglich auf die ersten, für den Injektionsmechanismus entscheidenden, Übergitterperioden erstreckt. Das unter der Annahme homogener Feldverteilung bestimmte Feld für die vollständige Lokalisierung des ersten Minibandes stimmt somit mit dem aus  $\Delta_1/ed$  errechneten gut überein.

## 4.6 Transport im externen Magnetfeld

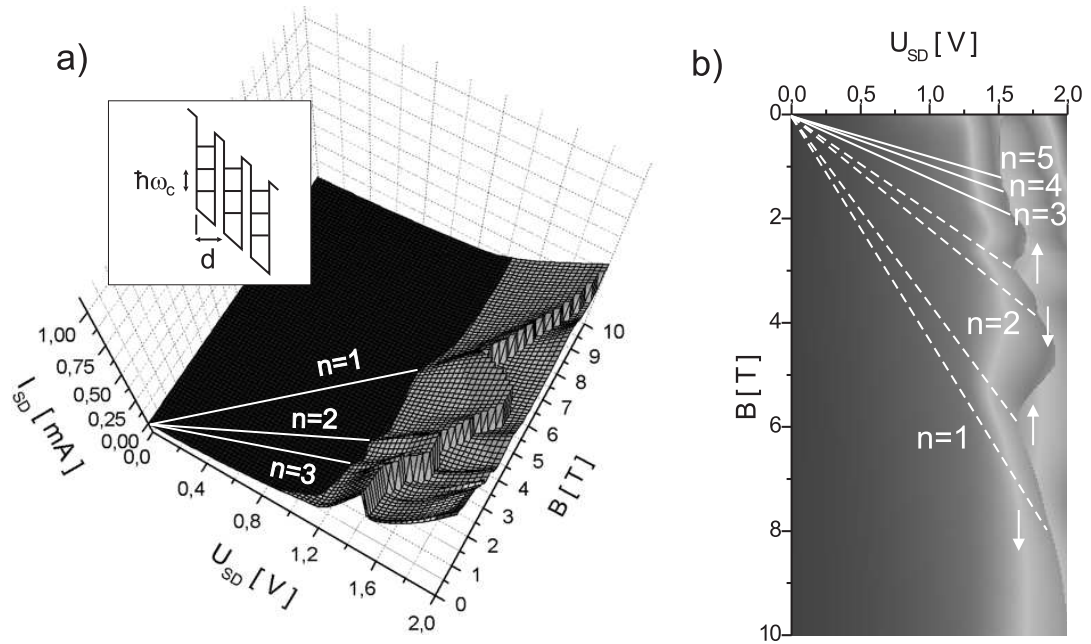
### 4.6.1 Stark-Zyklotron-Resonanz

In einem parallel zur Wachstumsrichtung angelegten Magnetfeld kann das Energiespektrum durch [47]

$$E_{\nu,n} = (eFd)\nu + \hbar\omega_c(n + \frac{1}{2}) \quad (4.13)$$

beschrieben werden, wobei  $\nu=0,\pm1,\pm2,\dots$  den Wannier-Stark-Index bezeichnet,  $\omega_c = eB/m^*$  die Zyklotron Frequenz,  $B$  die magnetische Feldstärke,  $m^*$  die effektive Masse und  $n=0,1,2,\dots$  den Landau-Index. Wannier-Stark-Landau (WSL)-Zustände werden anschaulich verständlich, wenn wir die Bewegung entlang der Wachstumsrichtung des Übergitters von der Bewegung in der Schichtebene entkoppeln. Entlang der Wachstumsrichtung sind WSL-Zustände in Wannier-Stark-Zuständen lokalisiert. In den Schichtebenen kondensiert die freie Bewegung für  $B \neq 0$  in Landau-Zustände. Abbildung 4.10 a) und b) zeigen den Source-Drain-Strom  $I_{SD}$  zweier 2  $\mu\text{m}$  langen Übergitter bei einer Temperatur von 1.5 K, in Abhängigkeit von der Source-Drain-Spannung  $U_{SD}$  und der Stärke des externen Magnetfeldes  $B$ . Im 3D-Plot (Abb. 4.10 a) sind für Source-Drain-Spannungen  $0.4 \text{ V} < U_{SD} < 1.6 \text{ V}$ , bei denen das





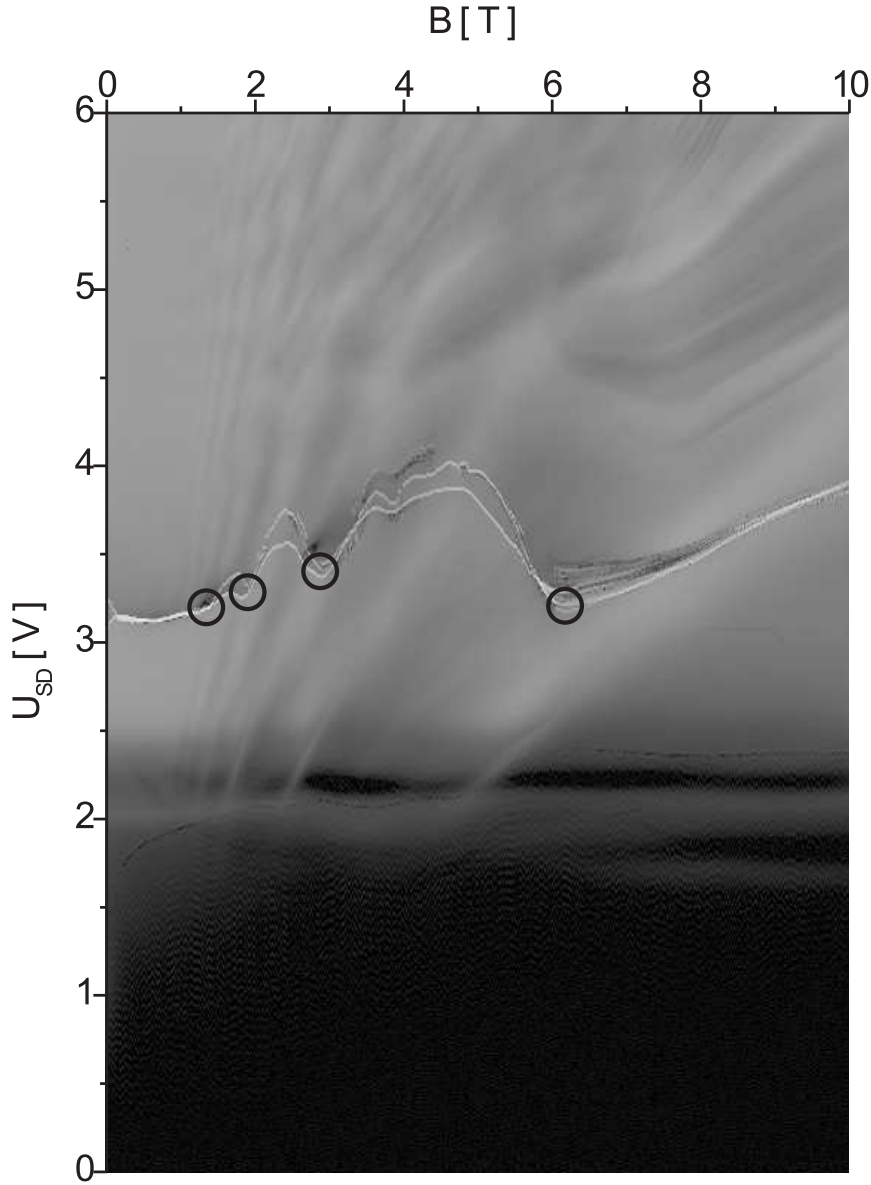
**Abbildung 4.10:** a) Kennlinienfeld eines  $2\ \mu\text{m}$  langen Übergitters im senkrecht zur Wachstumsrichtung angelegten Magnetfeld. Der fächerartige Verlauf der beobachteten Stromüberhöhungen folgt der Resonanzbedingung  $eFd = n\hbar\omega_c$  mit  $n=1,2,3,\dots$  b) Im Kontur-Plot werden neben diesen Überhöhungen auch spinaufgespaltene Resonanzen erkennbar.

erste Miniband bereits lokalisiert ist, deutliche Stromüberhöhungen erkennbar, deren fächerartiger Verlauf der Bedingung

$$eFd = n\hbar\omega_c \quad (4.14)$$

gehört. Hierbei entspricht  $n$  der Differenz zweier Landauindizes (vgl. Inset Abb. 4.10 a). Stromüberhöhungen dieser Art wurden erstmals 1996 von Canali et al. experimentell nachgewiesen [48], und stellen ein durch elastische Streuung an ionisierten Störstellen assistiertes Tunneln zwischen benachbarten Quantentrögen dar. Die eingezeichneten Linien beschreiben den Verlauf der Resonanzbedingung für eine effektive Masse  $m(\text{GaAs}) < m^* < m(\text{AlGaAs})$  von  $0.08\ m_e$  als freien Parameter. Im Kontur-Plot Abb. 4.10 b) werden neben diesen Überhöhungen auch spinaufgespaltene Resonanzen erkennbar. Linien gleicher Stromstärke weisen im Resonanzfall ein Minimum auf. Die eingezeichneten Linien gehorchen der Resonanzbedingung

$$eFd = n\hbar\omega_c \pm g\mu_B B \quad (4.15)$$



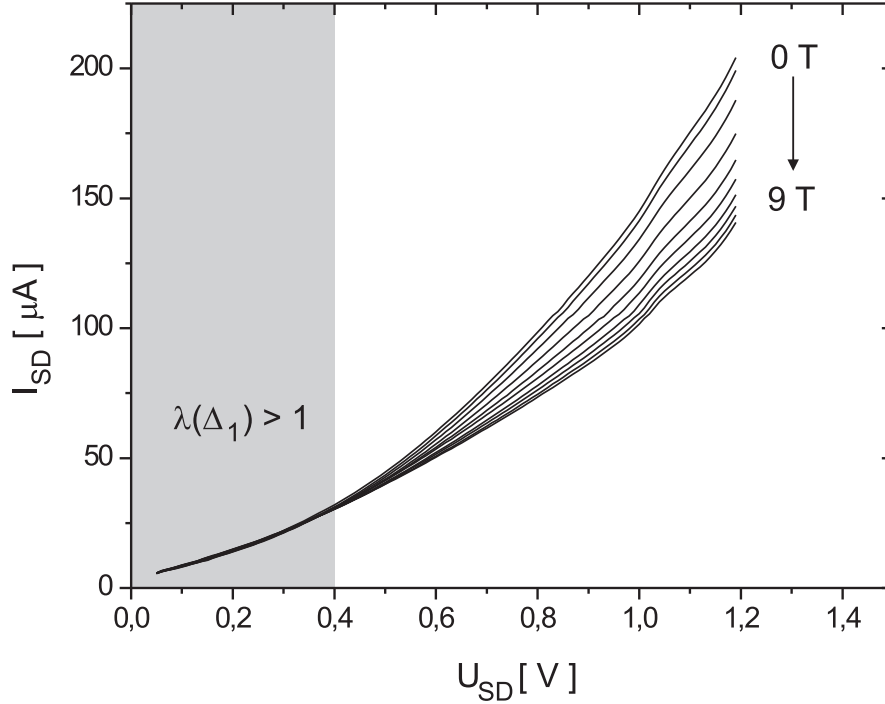
**Abbildung 4.11:** Graustufen-Plot des logarithmisch aufgetragenen Leitwert-Betrages  $|dI_{SD}/dU_{SD}|$  eines  $4\ \mu\text{m}$  langen Übergitters im äußeren Magnetfeld bei einer Temperatur von  $1.5\ \text{K}$ . Für  $U_{SD} < 3.1\ \text{V}$  ist die Fächerstruktur der Stark-Zyklotron-Resonanz erkennbar. Sowohl die Maxima, als auch die Minima des Leitwertes treten als helle Linien hervor. Up- und Downsweep sind einander überlagert, wodurch die Hysterese in der  $U_{SD}$  Position der NDR-Flanke zwischen  $\approx 3.1\ \text{V}$  und  $\approx 4.0\ \text{V}$  deutlich hervortritt. Der Resonanzfall (Strommaximum) ist durch offene Kreise gekennzeichnet. Die im Resonanzfall erhöhte Leitfähigkeit des Übergitters sorgt an diesen Positionen für eine geringe Hysterese. Für höhere Feldstärken zeigt sich ein schwer zu interpretierendes Interferenzmuster.

mit  $m^* = m(\text{GaAs}) = 0.067m_e$  und einem für höhere Magnetfeldstärken 'exchange enhanced'  $g$ -Faktor von 3.8 [49].

Abbildung 4.11 zeigt den logarithmisch aufgetragenen Betrag des Leitwertes  $|dI_{SD} / dU_{SD}|$  eines  $4 \mu\text{m}$  langen Übergitters im äußeren Magnetfeld bei einer Temperatur von 1.5 K. Die Bilder für Up- und Downsweep der Source-Drain-Spannung sind einander überlagert. Im Bereich  $3.1 \text{ V} < U_{SD} < 4.0 \text{ V}$  ist die NDR-Flanke als helle Linie erkennbar. Die NDR-Signaturen treten für den Upsweep erwartungsgemäß bei kleineren Source-Drain-Spannungen auf als beim Downsweep. Im Bereich  $U_{SD} < 3.1 \text{ V}$  ist erneut die bereits diskutierte Fächerstruktur erkennbar. In der hier verwendeten logarithmischen Auftragung des Betrages des Leitwertes treten jedoch nicht nur die Maxima des Leitwertes (Resonanzfall) sondern auch die Minima als helle Linien hervor. Die Hysterese in der  $U_{SD}$ -Position der NDR-Flanke zwischen Up- und Downsweep ist im Falle resonanten Tunnelns (durch offene Kreise gekennzeichnet) deutlich geringer als im nichtresonanten Fall. Dies kann in einem einfachen Bild verständlich gemacht werden. Die NDR-Charakteristik entsteht im Randbereich der Übergitters aus einem resonanten 3D-2D-Injektionsmechanismus (vgl. Kap. 4.4). Im Resonanzfall erhöht sich die Leitfähigkeit des als Lastwiderstand auftretenden restlichen Übergitters, und sorgt für eine steilere Lastlinie (vgl. Abb. 4.8 b). Die stabilen Arbeitspunkte in der NDR-Charakteristik liegen dadurch enger, und die Hysterese in der Source-Drain-Spannung verringert sich. Auch die Tatsache, dass sich die NDR-Flanke im nicht-resonanten Fall zu höheren Source-Drain-Spannungen verschiebt, lässt sich in diesem Bild verstehen. Relativ zur Resonanz liegt im nicht-resonanten Fall mehr Spannung am Übergitter, und weniger an der Kontaktregion an. Es ist daher insgesamt eine höhere Source-Drain-Spannung notwendig um die Leitungsbandunterkante des emittierenden Kontakts über die Grundzustandsenergie des ersten Quantentropes zu heben.

#### 4.6.2 Stromunterdrückung

Abbildung 4.12 zeigt die mit wachsendem  $B$ -Feld zunehmende Unterdrückung des Source-Drain-Stromes  $I_{SD}$  für Feldstärken  $F < 6 \text{ kV/cm}$ . In diesem Feldstärke-regime wird noch kein durch den resonanten Injektionsmechanismus hervorgerufener Stromanstieg beobachtet. Die Länge des Übergitters beträgt  $2 \mu\text{m}$ , und das Magnetfeld ist parallel zur Wachstumsrichtung angelegt. Bei kleinen Source-Drain-Spannungen  $U_{SD} < 0.4 \text{ V}$  (grau hinterlegter Bereich) ist das erste Miniband noch nicht vollständig in eine WS-Leiter aufgespalten ( $\lambda(\Delta_1) > 1$ ), und das externe Magnetfeld hat keinen Einfluss auf den Stromtransport. Für höhere Feldstärken  $F > 2.0 \text{ kV/cm}$  (vgl. auch Abb. 4.9) findet ein Wechsel des Transportmechanismus zum Hopping statt. Für  $B = 0$  wird der Hopping-Transport durch inelastische Streuung an



**Abbildung 4.12:** Unterdrückung des Source-Drain-Stromes  $I_{SD}$  in einem  $2\ \mu\text{m}$  langen Übergitter bei einem parallel zur Wachstumsrichtung angelegten magnetischen Feld. Für eine Lokalisierungslänge  $\lambda(\Delta_1) > 1$  (grau hinterlegter Bereich) beeinflusst das B-Feld den Stromtransport nicht. Für  $\lambda(\Delta_1) < 1$  und  $B \neq 0$  werden elastische Streuprozesse aufgrund der Wannier-Stark-Quantisierung in Transportrichtung, und der Landau-Quantisierung des Energiespektrums in der Ebene senkrecht zur Wachstumsrichtung, zunehmend erschwert. Die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen benachbarten Quantentrögen entlang der Wannier-Stark-Leiter sinkt.

longitudinalen optischen und akustischen Phononen sowie elastische Streuung an ionisierten Störstellen vermittelt [50]. Für  $B \neq 0$  werden mit zunehmender Quantisierung des freien Energiespektrums in der Ebene senkrecht zur Wachstumsrichtung, energieerhaltende Streuprozesse erschwert. Die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen benachbarten Quantentrögen sinkt, und  $I_{SD}$  verringert sich.

## 4.7 Zusammenfassung

Im vorliegende Übergitter-Substrat können durch einfache Transportmessungen deutliche Bandstruktur-Signaturen festgestellt werden. Die Ausbildung einer Wannier-

Stark Leiter über eine Länge von bis zu 10  $\mu\text{m}$  spricht für die Qualität der gewachsenen Schichten. Der Injektionsmechanismus in das nominell undotierte Substrat erklärt sich für kleine Feldstärken als feldunterstütztes Tunneln in das niedrigste Miniband des Übergitters, und für größere Feldstärken als resonantes Tunneln zwischen den 3-dimensionalen Zuständen des Kontakts und den 2-dimensionalen Zuständen der ersten Quantentröge. Im von außen angelegten Magnetfeld, kann die spinaufgespaltene Stark-Zyklotron-Resonanz zwischen den in den Quantentrögen lokalisierten Zuständen des ersten Minibandes, als deutliche Stromüberhöhung beobachtet werden. Bei höheren Feldstärken äußert sich der resonante Injektionsmechanismus, als steile Flanke negativ differentiellen Widerstands mit einem Rückgang des Source-Drain-Stromes um bis zu 50%. Hysteretische Effekte werden unter Berücksichtigung serieller Lastwiderstände verständlich.

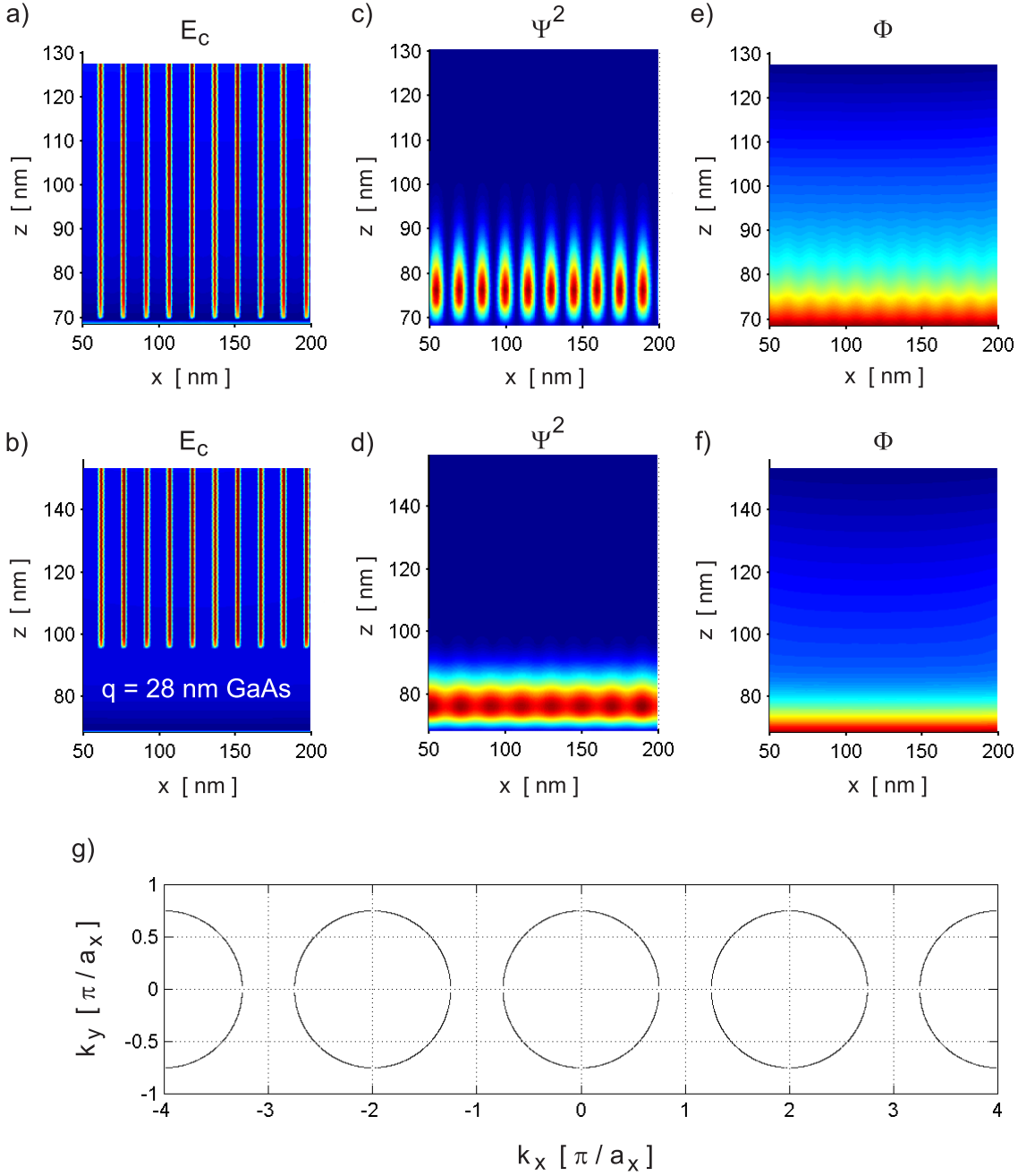


# Kapitel 5

## Das unmodulierte CE-2DES

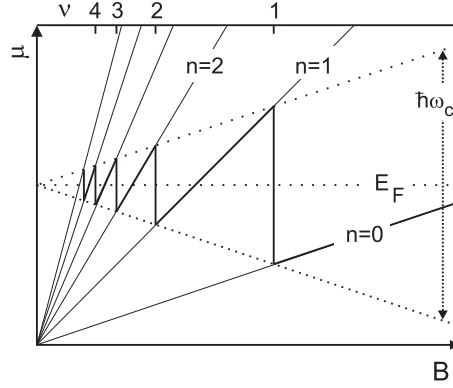
### 5.1 Realisierung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein elektrisch isotropes, quasi-freies Elektronengas auf der Spaltfläche eines 15 nm periodischen, vertikalen Übergitters realisiert. Eine 35 nm dicke GaAs-Schicht regelt den Abstand des Elektronengases zum Übergitter. Das CE-2DES bildet sich, wie in Kapitel 2.5 beschrieben, an der Grenzfläche zu einer modulationsdotierten AlGaAs-Schichtfolge aus, die an die GaAs-Schicht anschließt. Abbildung 5.1 zeigt in einem Ausschnitt, der die GaAs-Schicht und einen Teil des Übergitters umfasst, den berechneten Leitungsbandverlauf  $E_c(x, z)$  (vgl. Abb. 5.1 a) bzw. b), das Aufenthaltswahrscheinlichkeitsquadrat  $\Psi^2(x, z)$  der Elektronen (vgl. Abb. 5.1 c) bzw. d) und das elektrostatische Potential  $\Phi(x, z)$  (vgl. Abb. 5.1 e) bzw. f) für unterschiedliche GaAs-Schichtdicken. Die Berechnungen erfolgen unter Zuhilfenahme eines 2-dimensionalen Poisson-Schrödinger-Solvers [6] [51]. Für kleine GaAs-Schichtdicken ( $q = 2$  nm) lokalisieren die Elektronen innerhalb der Quantentröge des Übergitters (vgl. Abb. 5.1 c), und das resultierende elektrostatische Potential  $\Phi$  weist deutliche Variationen in  $x$ -Richtung auf (vgl. Abb. 5.1 e). Bereits für eine Schichtdicke von  $q = 28$  nm ist jedoch kein merklicher Einfluss des Übergitters mehr erkennbar (vgl. Abb. 5.1 f). Für die bei einer GaAs-Schichtdicke von 32 nm ermittelte Modulationsamplitude von 0.07 meV zeigt Abb. 5.1 g) den im Rahmen einer Kronig-Penney Bandstrukturechnung (vgl. Kap. 4.2) bestimmtem Fermischnitt bei 14 meV ( $n_s \approx 3.92 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ). Für die experimentell erreichbaren Ladungsträgerdichten von  $\approx 1 - 4 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  überlappen die Fermikonturen nicht, und spiegeln den ungestörten Fermikreis eines freien Elektronengases wider. Im klassischen Hall-Regime ( $\omega_c \tau < 1$ ) ist die Elektronenbewegung im gekreuzten elektrischen  $E_y$ - und magnetischen  $B_z$ -Feld die Überlagerung einer zirkularen Bewegung mit der Frequenz  $\omega_c$  und einer geradlinigen Drift senkrecht zu  $E_y$  mit einer



**Abbildung 5.1:** Selbstkonsistente Rechnungen [6] des **a)** Leitungsbandverlaufs  $E_c(x, z)$  für ein  $a_x = 15$  nm periodisches vertikales Übergitter, das mit einer  $q = 2$  nm bzw. **b)**  $q = 28$  nm dicken GaAs-Schicht überwachsen wurde. **c)** bzw. **d)** Aufenthaltswahrscheinlichkeitsquadrat  $\Psi^2(x, z)$  der Ladungsträger. **e)** bzw. **f)** Resultierendes elektrostatisches Potential  $\Phi(x, z)$ . Bei einer Schichtdicke von  $q = 28$  nm ist bereits kein merklicher Einfluß des Übergitters mehr erkennbar. **g)** Kronig-Penney- Bandstrukturrechnung für die bei  $q = 32$  nm ermittelte Modulationsamplitude  $V_0 = 0.07$  meV. In  $k_y$ -Richtung wurde eine freie Dispersion  $E_y = \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m^*}$  mit  $m^* = 0.067m_e$  angenommen. Für die experimentell erreichbaren Ladungsträgerdichten von  $\approx 1 - 4 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  spiegeln die Fermikonturen den Fermikreis eines freien Elektronengases wider.





**Abbildung 5.2:** Das diskrete Landau-Energiespektrum eines 2DES als Funktion des Magnetfeldes  $B$  ohne Spinaufspaltung. Mit größer werdendem Magnetfeld nimmt die Entartung der Landau-Niveaus zu. Wird ein Niveau vollständig entleert, springt das chemische Potential  $\mu$  in das energetisch niedrigere Landau-Niveau.

Drift-Geschwindigkeit  $\vec{v} = (E_y/B_z, 0)$ . Der resultierende Orbit ist daher geometrisch gesprochen eine Trochoide. Die Streuung der Elektronen wird berücksichtigt indem ein zu  $\vec{v}/\tau$  proportionaler Term zur Bewegungsgleichung addiert wird. Der resultierende Drude-Leitfähigkeitstensor lautet mit der Impulsrelaxationszeit  $\tau$

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \begin{pmatrix} 1 & \omega_c \tau \\ -\omega_c \tau & 1 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

Hierbei bezeichnet  $\sigma_0$  die Nullfeld-Leitfähigkeit.

## 5.2 Der integrale Quanten-Hall-Effekt

Können die Elektronen eine Zyklotronbahn mehrfach ungestört durchlaufen ( $\omega_c \tau \gg 1$ ) ist die Drude-Beschreibung nicht mehr ausreichend. Die Bohr-Sommerfeld'sche Quantisierungsregel für geschlossene Bahnen [52]

$$\oint \vec{p} \cdot d\vec{r} = (n + \gamma) 2\pi\hbar, n = 0, 1, 2, \dots \quad (5.2)$$

verlangt die Quantisierung der kinetischen Energie der Zyklotronbewegung. Die Integration des kanonischen Impulses  $\vec{p} = \hbar\vec{k} - e\vec{A}$  erfolgt über die klassische Zyklotronbahn, und erfordert für den hier betrachteten Fall einer parabolischen Energiedispersion (vgl. Abb. 5.1 g) den Phasenfaktor  $\gamma = 1/2$ . Aus dieser Quantisierungsregel folgt unter Verwendung der semiklassischen Bewegungsgleichungen

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E(\vec{k})}{\partial \vec{k}}, \quad (5.3)$$

$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -e (\vec{v}(\vec{k}) \times \vec{B})$$

und des Stoke'schen Theorems [52], die Quantisierung des magnetischen Flusses  $\Phi$  den der Zyklotronorbit im Ortsraum einschließt. Es gilt:

$$\Phi = \pi B R_c^2 = (n + 1/2) \Phi_0 \text{ mit } \Phi_0 = h/e. \quad (5.4)$$

Wie aus Gleichung 5.3 ersichtlich, geht die Bahn im Ortsraum direkt aus der entsprechenden Bahn im reziproken Raum hervor. Eine explizite Lösung liefert, dass die Bahn im reziproken Raum (vgl. Abb. 5.1 g) um  $\pi/2$  gedreht, und mit dem Quadrat der magnetischen Länge  $l_B = \sqrt{\hbar/eB}$  skaliert werden muss. Aus diesem Zusammenhang folgt eine entsprechende Quantisierungsregel

$$A = (n + \frac{1}{2}) \frac{2\pi e B}{\hbar} \quad (5.5)$$

für den reziproken Raum. Bei konstantem Magnetfeld führt die Quantisierungsregel zu quantisierten Flächen  $A_n$ . Mit  $A_n = \pi k_n^2$  für ein isotropes System, und der kinetischen Energie  $\hbar^2 k_n^2 / 2m^*$  folgt direkt die Landau-Quantisierung

$$E_n = \hbar \omega_c (n + \frac{1}{2}) \quad (5.6)$$

der Energie. Die Entartung dieser Landau-Niveaus  $E_n$  wächst linear mit dem angelegten Magnetfeld, und unter der Randbedingung einer konstanten Ladungsträgerdichte 'springt' das chemische Potential  $\mu$  bei ganzzahligen Füllfaktoren  $\nu = \hbar n_s / eB$  in das jeweils tiefer liegende Niveau (vgl. Abb. 5.2). Der longitudinale Widerstand hat hier Minima, die bei ausreichend großen Magnetfeldern und kleinen Temperaturen gegen Null gehen. Das oszillierende Verhalten des longitudinalen Widerstands im Magnetfeld kann nicht innerhalb des einfachen Drude-Bildes verstanden werden, das von einer konstanten Streuzeit ausgeht. Aus quantenmechanischen Rechnungen [53] im Rahmen der selbstkonsistenten Born'schen Näherung (SCBA) folgt eine quadratische Abhängigkeit der Streuzeit  $\tau$  von der Zustandsdichte  $D(E_F)$  an der Fermikante,  $\tau \propto 1/D^2(E_F)$ . Liegt die Fermi-Energie zwischen zwei Landau-Niveaus, wird die Zustandsdichte verschwindend klein, und die Streuzeit entsprechend maximal. Dies führt zu Minima in den Oszillationen der Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  und des Widerstands  $\rho_{xx}$  (Shubnikov-de-Haas-Oszillationen). In dieser Situation beobachtet man im Experiment gleichzeitig Plateaus des Hallwiderstands mit exakt quantisierten Widerständen [54]

$$\rho_{xy} = \frac{h}{\nu e^2}, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (5.7)$$

Dies sind die Widerstandswerte des klassischen Hall-Widerstands bei exakt ganzzahligen Füllfaktoren  $\nu = 1, 2, 3, \dots$ . Wie es tatsächlich zu ausgedehnten Plateaus

im Hall-Widerstand kommt, ist noch Gegenstand aktueller Forschung. Es scheint jedoch klar, dass sogenannte lokalisierte Zustände [55] eine wichtige Rolle spielen. In Modellen, die die Streuung in höherer Ordnung behandeln, hat die Zustandsdichte eines Landau-Niveaus eher die Form einer Gauß'schen Glockenkurve [56]. Nur die delokalisierten Zustände im Zentrum der Landau-Niveaus tragen zum Transport bei, während die lokalisierten Zustände in den Ausläufern nicht zum Transport beitragen. Zur Erklärung der quantisierten Werte des Hall-Widerstands in den Plateaus kann z.B. das sogenannte Randkanalbild [57] herangezogen werden. Bei einer Probe mit einer endlichen räumlichen Ausdehnung werden die Landau-Niveaus durch das ansteigende Potential am Probenrand nach oben gebogen, und im Bereich der Schnittpunkte der Landau-Niveaus mit der Fermi-Energie entstehen eindimensionale Randkanäle. Alle Kanäle auf einer Seite der Probe tragen einen Strom in der gleichen Richtung, die durch das Vorzeichen des angelegten Magnetfeldes bestimmt wird. Für die gegenüberliegende Seiten der Probe ist die Stromrichtung gerade entgegengesetzt. Mit zunehmendem Magnetfeld läuft das chemische Potential abwechselnd durch lokalisierte und delokalisierte Zustände, und die Übergänge zwischen den Landau-Niveaus sind jetzt nicht mehr sprunghaft wie in Abbildung 5.2, sondern finden über einen ausgedehnten Bereich des Magnetfeldes statt. Befindet sich das chemische Potential im Innern der Probe, d.h. in den lokalisierten Ausläufern eines Landau-Niveaus, ist der zentrale Bereich der Probe isolierend, und der Transport findet ausschließlich am Probenrand statt. Jeder Randkanal liefert einen Beitrag  $e^2/h$  zur gesamten Leitfähigkeit, und die Anzahl der stromführenden Kanäle ist durch die Anzahl der besetzten Landau-Niveaus gegeben [57]. Mit diesem Modell kommt man direkt zu den Werten  $h/\nu e^2$  des Hall-Widerstands im Bereich ganzzahliger Füllfaktoren  $\nu$ . Die exakte Quantisierung kann als Folge der Unterdrückung von Rückwärtsstreuung verstanden werden, da Streuprozesse zwischen den Probenrändern nicht möglich sind. Es ist allerdings noch eine offene Frage wo der Strom im Quanten-Hall-Regime tatsächlich fließt, und ob der Transport wie im Randkanalbild ausschließlich auf den Randbereich beschränkt ist [58]. Man diskutiert alternative Modelle mit einer Stromverteilung über den gesamten Bereich der Probe, aber auch hier spielen lokalisierte Zustände eine zentrale Rolle.

## 5.3 Messaufbau

Zur Messung des Hall- und Längswiderstandes im Quanten-Hall-Regime wird der Probe ein konstanter Strom aufgeprägt, und die abfallenden Spannungen werden an verschiedenen Potentialsonden (vgl Abb. 2.2 oder Abb. 5.3) in Abhängigkeit eines externen Magnetfeldes gemessen. Um Heizeffekte durch den Messstrom bei den er-

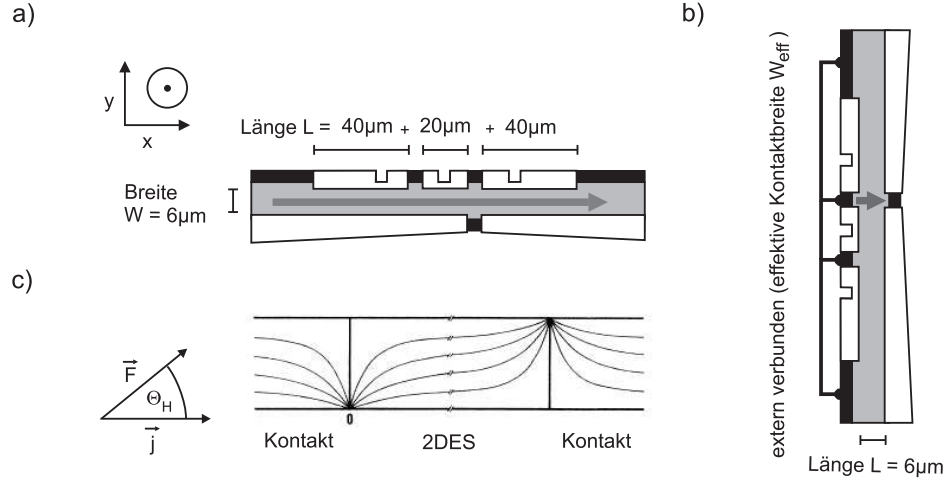
forderlichen tiefen Temperaturen auszuschließen, muss dieser im nA-Bereich liegen. Die kleinen zu messenden Spannungen werden mit der sogenannten Lockin-Technik detektiert. Diese Technik erlaubt es, einen aufgeprägten niederfrequenten Messstrom ( $< 100$  Hz) innerhalb eines schmalen Frequenzbereichs zu transportieren, und Rauschen auf anderen Frequenzen herauszufiltern. Mehrere Lockin-Verstärker sind resonant auf diese Frequenz abgestimmt, und messen die relevanten Potentialdifferenzen an der CE-Hallbar. Um niederfrequente Einstrahlungen so gering wie möglich zu halten, muss bei der Erdung der Komponenten des Messaufbaus insbesondere die Bildung von Erdschleifen vermieden werden. Zur Abschirmung von hochfrequenten elektromagnetischen Wellen, die vorallem bei Temperaturen im Millikelvin-Bereich zu einer Erhöhung der Elektronentemperatur führen können, sind alle in den Kryostat führenden Kabel mit Hochfrequenz  $\pi$ -Filtern ausgestattet.

Temperaturen im Kelvin-Bereich werden durch Erniedrigung des Dampfdruckes über einem flüssigem  $^4\text{He}$ -Bad erzielt. Die Magnetotransportexperimente bei 1.5 K sind in einem kommerziellen  $^4\text{He}$ -Kryostaten der Firma Oxford mit integriertem supra-leitendem Magnetsystem durchgeführt. Das Magnetfeld von bis zu 10 T steht senkrecht auf der Spaltfläche der CEO-Probe im  $^4\text{He}$ -Bad. Temperaturen im Millikelvin-Bereich werden mit einem Top-Loading-Mischkryostaten derselben Herstellerfirma erzeugt. Für die erforderliche Kühlleistung sorgt der diffusive Eintritt von  $^3\text{He}$  aus einer konzentrierten Phase in eine Mischphase von  $^3\text{He}$  und  $^4\text{He}$ . Das erwähnte Mischkryostatsystem ist in der Lage Temperaturen von ca. 15 mK, und Magnetfelder von bis zu 19 T zu erzeugen. Das Magnetfeld steht, sofern nicht anders erwähnt, erneut senkrecht auf der Spaltfläche.

## 5.4 Diskussion des Magnetowiderstandes

Im Folgenden werden Magnetotransportmessungen an strukturierten CEO-Proben im Quanten-Hall-Regime theoretisch behandelt. Es werden zwei Grenzfälle in der Geometrie der Proben diskutiert. Zum einen eine lange und schmale Geometrie wie sie zur Standard-Hall-Messung verwendet wird, und zum anderen die kurze und weite Geometrie unstrukturierter CEO-Proben [7]. Beide Geometrien sind schematisch in Abb. 5.3 a) und b) gezeigt. Die weiß gezeichneten Flächen veranschaulichen die auf der Spaltfläche entfernten Bereiche des CE-2DES (vgl. Kap. 3.1). Die grau eingezeichneten Pfeile verdeutlichen den Strompfad. Allgemein gilt die ohmsche Beziehung

$$\vec{j} = \hat{\sigma} \vec{F} \quad (5.8)$$



**Abbildung 5.3:** a) Schematische Darstellung der Standard-Hall-Messgeometrie. b) Nachbildung der kurzen und weiten Geometrie unstrukturierter CEO-Proben. Die vorderen, lateralen Kontakte werden extern leitend verbunden. c) Analytisch berechnete Stromdichteverteilung einer langen und schmalen Hallbar in der Nähe der Kontaktregionen (Aus [59]).

zwischen Stromdichte  $\vec{j}$  und elektrischem Feld  $\vec{F}$ . Der Winkel  $\Theta_H$  zwischen der Stromdichte  $\vec{j} = (j_x, j_y)$  und dem elektrischen Feld  $\vec{F} = (F_x, F_y)$ .

$$\cos \Theta_H = \frac{\vec{j} \cdot \vec{F}}{jF} \quad (5.9)$$

definiert den Hall-Winkel. Abbildung 5.3 c) zeigt die analytisch berechnete Stromdichteverteilung [59] in einer langen und schmalen Hallbar bei großen Hall-Winkeln. Im Übergangsbereich zur Kontaktregion gilt näherungsweise [59]

$$j_x(x, y) - i \cdot j_y(x, y) = \frac{I}{W} \left( \tanh \left( \frac{\pi(x + iy)}{2W} \right) \right)^{-1}. \quad (5.10)$$

Hierbei bezeichnet  $I$  den Strom und  $W$  die Breite der Hallbar. In ausreichender Entfernung von den Kontakten ist die Stromdichte homogen, und hat nur in  $x$ -Richtung eine Komponente. Das Ohmsche Gesetz vereinfacht sich zu

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j_x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

In einem homogenen Feld sind Linienintegrale wegunabhängig. Aus dem Spannungsabfall  $U = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = LF_x + WF_y$  entlang einer beliebigen Kontur  $C$  zwischen den Kontakten, und dem Strom  $I = \int_C \vec{j} \cdot d\vec{r} = j_x W$  senkrecht zu einer beliebigen Kontur

C (das infinitesimale Element sei entsprechend definiert) ergibt sich mit Gleichung 5.11

$$R = \frac{U}{I} = \frac{LF_x + WF_y}{Wj_x} = \frac{L\rho_{xx} + W\rho_{yx}}{W} = \frac{L}{W}\rho_{xx} + \rho_{yx}. \quad (5.12)$$

In der Standard-Geometrie kann der Zweipunktwiderstand  $R2_{lang}$  also unter Vernachlässigung der Kontaktwiderstände durch

$$R2_{lang} = \frac{L}{W}\rho_{xx} + \rho_{yx} \quad (5.13)$$

angenähert werden.

Ist die Probe viel breiter als lang, werden durch die beiden, breiten metallischen Kontakte andere Randbedingungen gesetzt. In ausreichender Entfernung von den Rändern der Probe verlaufen die Linien gleichen Potentials parallel zu den Kontakten, und das elektrische Feld hat nur in  $x$ -Richtung eine Komponente. Das Ohmsche Gesetz lautet in diesem Fall

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}F_x \\ \sigma_{yx}F_x \end{pmatrix}, \quad (5.14)$$

und der Hall-Winkel

$$\cos \Theta_H = \frac{j_x F_x}{j F_x} = \frac{j_x}{\sqrt{j_x^2 + j_y^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + j_y^2/j_x^2}} \quad (5.15)$$

vereinfacht sich zu

$$\tan \Theta_H = \frac{j_y}{j_x} = \frac{\sigma_{yx}}{\sigma_{xx}}. \quad (5.16)$$

Wie in der Standard-Geometrie strebt der Hall-Winkel im Quanten-Hall-Regime für  $\sigma_{xx} \rightarrow 0$  gegen  $\pi/2$ , aber es verschwindet nicht die Feldstärke sondern die Stromdichte in  $x$ -Richtung. Der makroskopische Strom  $I$  ergibt sich durch Integration senkrecht zu einer Kontur  $C$  zu

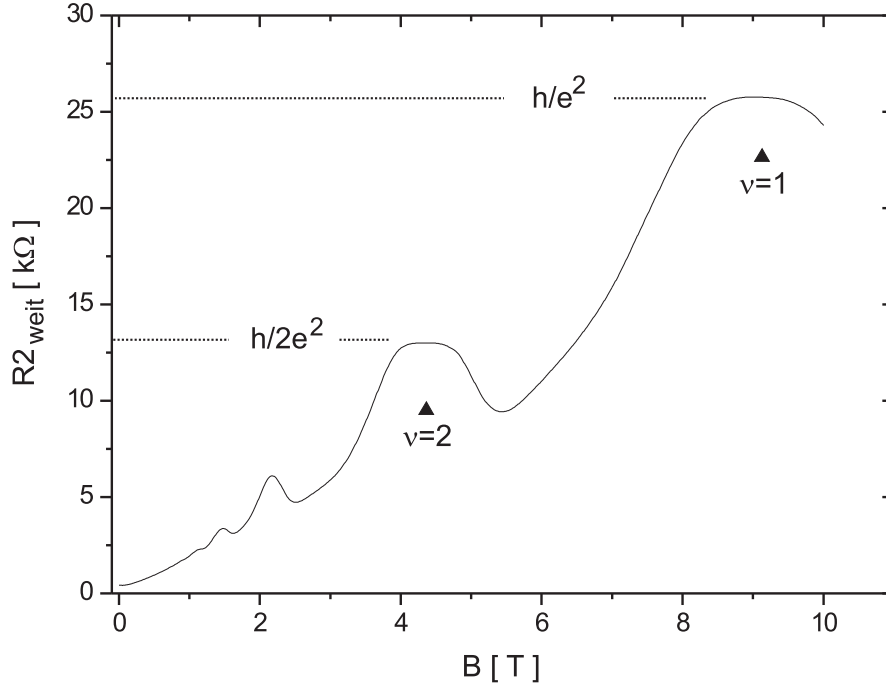
$$I = \int_C \vec{j} \cdot d\vec{r} = j_x W + j_y L = \sigma_{xx} F_x W + \sigma_{yx} F_x L \quad (5.17)$$

Unter der Annahme, dass die Spannung  $U$  linear über der Länge  $L$  abfällt, ergibt sich der gemessene 2-Punkt Widerstand  $R2_{weit}$  zu

$$R2_{weit} = \frac{U}{I} = \frac{F_x L}{\sigma_{xx} F_x W + \sigma_{yx} F_x L} = \frac{1}{(W/L)\sigma_{xx} + \sigma_{yx}} \quad (5.18)$$

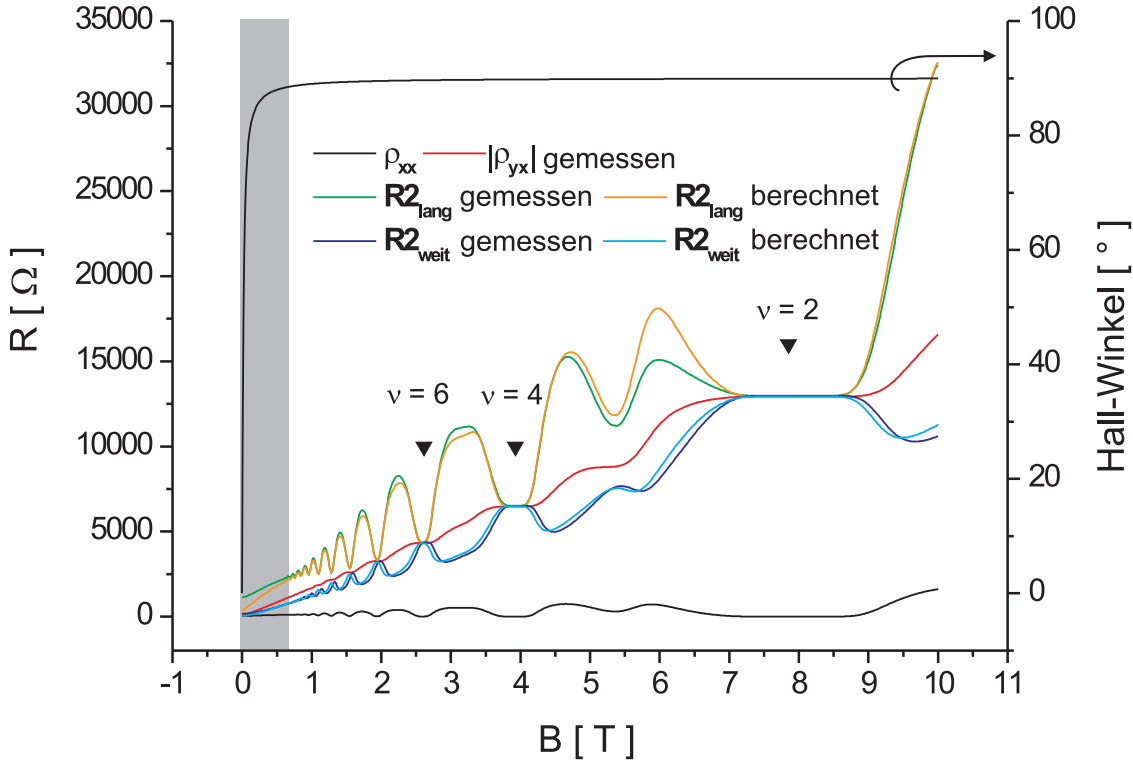
## 5.5 Magnetotransportmessungen

Abbildung 5.4 zeigt den typischen Verlauf des 2-Punkt-Widerstandes  $R2_{weit}$  einer unstrukturierten CEO-Probe im äußeren Magnetfeld bei einer Temperatur von 1.5



**Abbildung 5.4:** Ausschnitt aus dem Widerstandsverlauf  $R2_{weit}$  einer unstrukturierten CEO-Probe bei 1.5 K. Der Zweipunktwiderstand  $R2_{weit}$  wird zwischen der breiten vorderen Zuleitungsschicht, und der breiten hinteren Zuleitungsschicht gemessen. Um ganzzahlige Füllfaktoren  $\nu$  entwickeln sich Hall-Plateaus, zwischen denen Widerstandsminima zu liegen kommen.

K. Die Ladungsträgerdichte der Probe beträgt  $n_s = 2.06 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ . Bei ganzzahligen Füllfaktoren  $\nu$  (durch Pfeilsymbole markiert) sind deutliche Plateaus bei den quantisierten Widerstandswerten  $h/e^2$  und  $h/2e^2$  erkennbar. Zwischen den Plateaus entwickeln sich Widerstandsminima. Bei kleinen  $B$ -Feldern erweckt dies den Eindruck einer gegenphasigen Shubnikov-de-Haas-Oszillation. Die Strukturierung einer Hallbar auf der überwachsenen Spaltfläche ermöglicht die experimentelle Bestimmung der Widerstandskomponenten  $\rho_{xx} = \rho_{yy}$  bzw.  $\rho_{xy} = -\rho_{yx}$  in 4-Punkt-Geometrie. Abbildung 5.5 zeigt den Verlauf dieser Widerstandskomponenten als schwarz bzw. rot durchgezogene Linien bei einer Ladungsträgerdichte von  $n_s = 3.64 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$  und einer Temperatur von 1.5 K. Die Positionen geradzahlgiger Füllfaktoren  $\nu$  sind durch abwärts weisende Dreieckssymbole gekennzeichnet. Der Nullfeldwiderstand  $\rho_0$  der Probe beträgt  $30.9 \, \Omega$ , woraus sich eine Beweglichkeit  $\mu$  von  $554900 \, \text{cm}^2/\text{Vs}$  errechnet. Darüberhinaus werden die 2-Punkt-Widerstände  $R2_{lang}$  (grüne Linie) bzw.



**Abbildung 5.5:** Verlauf der gemessenen Widerstandskomponenten  $\rho_{xx}$  (schwarze Linie) und  $|\rho_{yx}|$  (rote Linie) bei einer Ladungsträgerdichte von  $n_s = 3.64 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ . Die grüne Linie kennzeichnet den in langer Standard-Geometrie gemessenen 2-Punkt Widerstand  $R2_{lang}$  und die orangefarbene Linie den gemäß Gleichung 5.19 aus den Widerstandskomponenten berechneten Verlauf. Auch die gemäß Gleichung 5.23 berechnete hellblaue Kurve stimmt mit der in weiter Geometrie gemessenen dunkelblauen Kurve, für eine effektive Breite von  $32 \mu\text{m}$  überein.

$R2_{weit}$  (dunkelblaue Linie) in den Messgeometrien 5.3 a) bzw. 5.3 b) gemessen. Die orange eingezeichnete Linie ' $R2_{lang}$  berechnet' ergibt sich unter Verwendung der Probenabmessungen  $L = 100 \mu\text{m}$ ,  $W = 6 \mu\text{m}$  und dem gemessenen Verlauf von  $\rho_{xx}$  und  $|\rho_{yx}|$  aus

$$R2_{lang} \text{ berechnet} = \frac{100}{6} \rho_{xx} + |\rho_{yx}|. \quad (5.19)$$

Der eingezeichnete Hall-Winkel wurde gemäß

$$\tan \Theta_H = \frac{\sigma_0}{n_s e} B \quad (5.20)$$

unter Berücksichtigung der Nullfeldbeweglichkeit  $\mu_0 = \frac{\sigma_0}{n_s e}$  bestimmt [60]. Für große Hall-Winkel  $\Theta_H \approx 90^\circ$  (nicht grau hinterlegter Bereich) stimmen die berechnete



und die gemessene Kurve gut überein. Dies verifiziert zum einen Gleichung 5.13 und zum anderen die in 4-Punkt-Geometrie gemessenen Widerstandskomponenten  $\rho_{xx}$  und  $\rho_{yx}$ .

Um den Einfluss der breiten Kontakte auf die Messung des 2-Punkt Widerstandes  $R_{2weit}$  unstrukturierter CEO-Proben gemäß Gleichung 5.18 zu bestätigen, werden die vorderen Zuleitungen außerhalb des Kryostaten zu einer effektiven Kontaktbreite  $W_{eff}$  verschaltet. Die Leitwertkomponenten  $\sigma_{xx}$  bzw.  $\sigma_{yx}$  werden aus den in 4-Punkt-Geometrie gemessenen Widerstandskomponenten  $\rho_{xx}$  bzw.  $\rho_{yx}$  durch

$$\sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \quad (5.21)$$

$$\sigma_{yx} = \frac{-\rho_{yx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \quad (5.22)$$

bestimmt. Die hellblaue Linie ' $R_{2weit}$  berechnet' in Abbildung 5.5 ergibt sich für eine Länge  $L = 6 \mu\text{m}$  und eine effektive Breite  $W = 32 \mu\text{m}$  aus

$$R_{2weit} \text{ berechnet} = \left( \frac{32}{6} \sigma_{xx} + |\sigma_{yx}| \right)^{-1}. \quad (5.23)$$

Sie stimmt mit der gemessenen dunkelblauen Linie gut überein, und erklärt die zum Verlauf der Widerstandskomponente  $\rho_{xx}$  beobachtete Gegenphasigkeit des Magnetowiderstandes unstrukturierter CEO-Proben (vgl. Abb. 5.4).

## 5.6 Kontaktqualität

Der aus der Stromverteilung in Abbildung 5.3 c) resultierende Source-Drain-Widerstand  $R_{SD}$  ist bei expliziter Berücksichtigung der Kontaktwiderstände durch

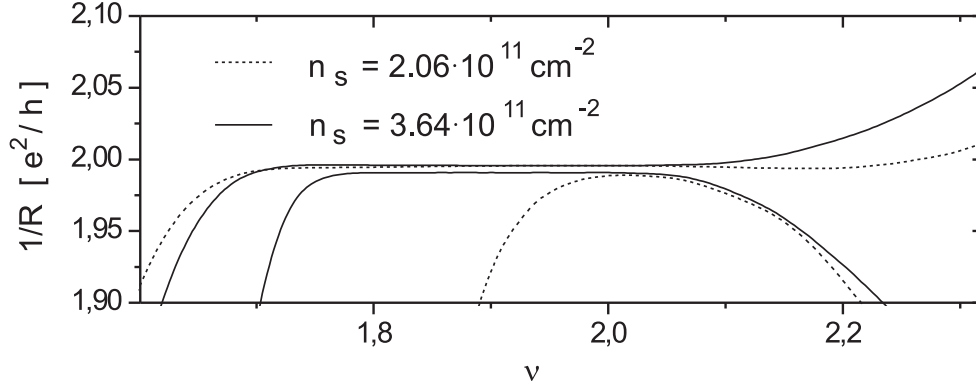
$$R_{SD} = |R_{xy,2D} - R_{xy,c}| + (R_{xx,c} + R_{xx,2D}) \cdot \left[ 1 - \frac{4}{\pi} \ln 2 + \frac{2}{\pi} \frac{\Phi}{\pi - \Phi} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=2}^{\infty} [\zeta(n) - 1] \left[ \frac{\Phi}{\pi} \right]^{n-1} \right] \quad (5.24)$$

gegeben [59]. Hierbei bezeichnet  $R_{xx,c}$  die Widerstandskomponente  $R_{xx}$  der Kontaktregion und  $R_{xx,2D}$  die Widerstandskomponente  $R_{xx}$  des 2DES. Analoges gilt für die Widerstandskomponenten  $R_{xy,c}$  und  $R_{xy,2D}$ .  $\zeta$  bezeichnet die Riemann-Zeta-Funktion und  $\Phi$  bezeichnet  $\pi/2 - \arctan(b)$  mit

$$b = \frac{\rho_{xy,c} - \rho_{xy,2D}}{\rho_{xx,c} + \rho_{xx,2D}}. \quad (5.25)$$

Im Quanten-Hall-Regime bei ganzzahligen Füllfaktoren  $\nu$  gilt:  $b \rightarrow \infty$  für  $\rho_{xx,2D} \rightarrow 0$  und  $\rho_{xx,c} \ll |\rho_{xy,c} - \rho_{xy,2D}|$ .  $\Phi$  strebt daher gegen  $\pi/2$ . Gleichung 5.24 vereinfacht sich nach kurzer analytischer Rechnung zu

$$R_{SD} = |R_{xy,2D} - R_{xy,c}| + (R_{xx,c} + R_{xx,2D}). \quad (5.26)$$



**Abbildung 5.6:** Verlauf des inversen 2-Punkt Widerstands  $1/R_{2\text{lang}}$  und des inversen Hall-Widerstandes  $1/\rho_{yx}$  um Füllfaktor  $\nu = 2$  für eine Ladungsträgerdichte  $n_s = 2.06 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und  $n_s = 3.64 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Die Differenz  $\Delta R \approx 100 \Omega$  des 2-Punkt Widerstandes zum quantisierten Hall-Widerstand zeigt den für ausreichend lange Belichtung niedrigen Kontaktwiderstand  $R_{xx,c}$ .

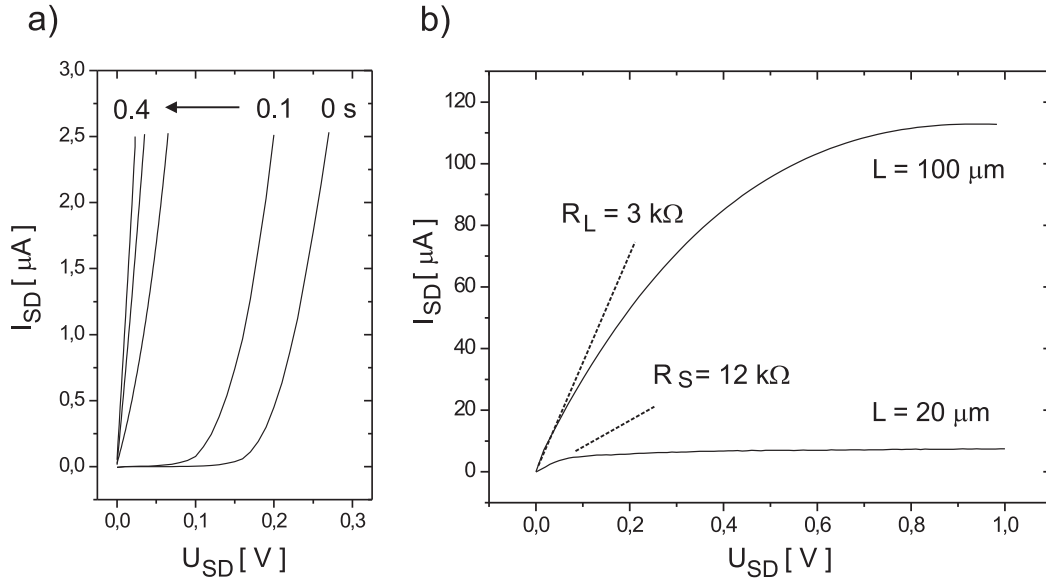
Die Differenz  $\Delta R$  des 2-Punkt-Widerstandes  $R_{SD}$  zum quantisierten Hall-Widerstand  $R_{xy,2D}$  ist daher für  $R_{xx,2D} = 0$  und unter der Annahme verschwindenden Hall-Widerstands in der hochdotierten Kontaktregion durch

$$\Delta R = R_{xy,c} + R_{xx,c} \approx R_{xx,c} \quad (5.27)$$

gegeben.

Abbildung 5.6 zeigt den Verlauf des inversen 2-Punkt-Widerstandes  $1/R_{2\text{lang}}$  sowie des inversen Hall-Widerstandes  $1/\rho_{yx}$  der CEO-Probe aus Abbildung 5.5 um Füllfaktor  $\nu = 2$ . Für eine Ladungsträgerdichte von  $n_s = 2.06 \text{ cm}^{-2}$  und  $n_s = 3.64 \text{ cm}^{-2}$  nähert sich der 2-Punkt-Widerstand  $R_{2\text{lang}}$  bis auf einen Wert von  $\approx 100 \Omega$  dem quantisierten Widerstandswert von  $\rho_{yx}$ . Für eine Kontaktfläche von nur ca.  $26 \times 1 \mu\text{m}^2$  wird daher ein bemerkenswert niedriger Widerstand der Fingerkontakte von  $\approx 100 \Omega$  erzielt. Gute ohmsche Kontakte mit diesen Abmessungen sind mit metallischen Legierungen nur schwer zu erzielen.

Für die mit Lockin-Technik durchgeführten Magnetotransport-Untersuchungen ist ein linearer Zusammenhang zwischen Source-Drain-Strom  $I_{SD}$  und Source-Drain-Spannung  $U_{SD}$  um  $U_{SD} = 0 \text{ V}$  von entscheidender Bedeutung. Durch kurzzeitige Beleuchtung der Proben mit einer roten oder infra-roten LED lassen sich durch Ionisation tiefer Störstellen zusätzliche Ladungsträger freisetzen. Hierdurch wird sowohl die Ladungsträgerdichte im 2DES als auch die in den Kontaktregionen erhöht.



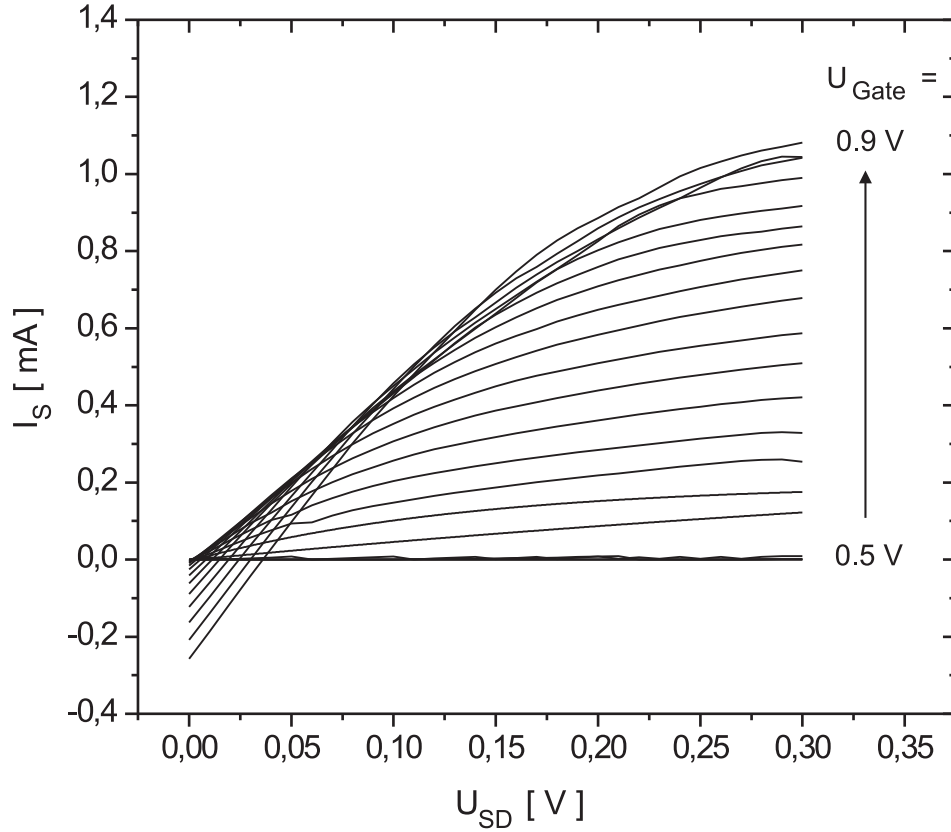
**Abbildung 5.7:** a) Kennlinienverlauf eines schmalen Fingerkontakts für Belichtungszeiten von 0 bis 0.4 Sekunden in Schritten von 0.1 s. Mit wachsender Belichtungsdauer geht der Kennlinienverlauf von einer Tunnel-Charakteristik zu ohmschem Verhalten über. b) Kennlinienverlauf zwischen den beiden innen liegenden Spannungsabgriffen ( $L = 20 \mu m$ ) und den weiter außen liegenden Stromkontakten ( $L = 100 \mu m$ ). Die Sättigung des Source-Drain-Stromes  $I_{SD}$  bei kleinen Source-Drain-Spannungen  $U_{SD}$  für  $L = 20 \mu m$ , ist auf ein Überschreiten der kritischen Feldstärke ab der die Driftgeschwindigkeit in den engen Kontakten sättigt, zurückzuführen.

Abbildung 5.7 a) zeigt den Kennlinienverlauf zwischen einem engen, innen liegenden Spannungsabgriff und einem weiter außen liegenden, breiten Stromkontakt für Belichtungszeiten von 0 bis 0.4 Sekunden in Schritten von 0.1 s. Der Großteil der Source-Drain-Spannung fällt über dem innen liegenden,  $2 \mu m$  breiten Spannungsabgriff ab, so dass von der Kennlinie eines schmalen Fingerkontakts gesprochen werden kann. Auf den Zusammenhang zwischen Kontaktbreite und Widerstand wird im Folgenden noch genauer eingegangen. Mit wachsender Belichtungsdauer geht der Kennlinienverlauf von einer Tunnel-Charakteristik zu ohmschem Verhalten über. Die Leitfähigkeit der Kontakte verbessert sich. Abbildung 5.7 b) zeigt den Kennlinienverlauf zwischen den beiden inneren Längsspannungsabgriffen ( $L = 20 \mu m$ ), und zwischen den weiter außen liegenden Strom-Kontakten ( $L = 100 \mu m$ ). Die Breite  $W$  der Hallbar beträgt  $6 \mu m$ . Die Belichtungsdauer liegt bei 1.0 s. Beide Kennlinien zeigen um  $U_{SD} = 0$  V eine lineare Stromantwort, und sättigen für höhere Spannungen. Der Kennlinienverlauf erinnert an die Ausgangscharakteristik von Feldeffekttransistoren. Im linearen Regime gilt für den FET-Kanalstrom unter Ver-

nachlässigung der Kontaktwiderstände  $I_{SD} \propto W/L$  [61]. Im vorliegenden Fall ist  $I_{SD}$  für  $L = 100 \mu\text{m}$  jedoch stets größer als  $I_{SD}$  für  $L = 20 \mu\text{m}$ . Dies legt die Vermutung nahe, dass die engen Spannungsabgriffe auch bei längerer Belichtungsdauer den dominierenden Anteil am Gesamtwiderstand darstellen. Mit einer Breite  $W_{C,S}$  von  $2 \mu\text{m}$  sind die innen liegenden Spannungsabgriffe ca. 13mal enger als die außen liegenden Strom-Kontakte. Der Widerstand  $R_{2D,S}$  des  $20 \mu\text{m}$  langen Kanals wurde in 4-Punkt-Messung zu  $422 \Omega$  bestimmt. Der Kontaktwiderstand  $R_{C,S}$  der schmalen, innen liegenden Kontakte errechnet sich daher mit  $2 \cdot R_{C,S} + R_{2D,S} = R_S = 12 \text{ k}\Omega$  zu  $R_{C,S} = 5.79 \text{ k}\Omega$ . Unter der Annahme, dass die Kontaktwiderstände mit der Breite  $W_C$  der Kontakte skalieren, errechnet sich der Gesamtwiderstand  $R_L$  für  $L = 100 \mu\text{m}$  mit  $2 \cdot \frac{1}{13} R_{C,S} + 5 \cdot R_{2D,S} = R_L$  zu  $R_L = 3.0 \text{ k}\Omega$ . Der errechnete Wert stimmt mit dem aus der Steigung der Kennlinie um  $U_{SD} = 0 \text{ V}$  bestimmten Wert gut überein. Da ein Großteil der angelegten Source-Drain-Spannung über einer kleinen Kontaktregion abfällt, wird die kritische Feldstärke von  $5\text{-}20 \text{ kV/cm}$  ab der die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger in GaAs, und damit  $I_{SD}$ , sättigt bereits bei kleinen Source-Drain-Spannungen erreicht. Auch für den Sättigungsstrom gilt  $I_{sat} \propto W/L$  [61]. Der Sättigungsstrom der weiten Stromkontakte  $I_{sat} = 112 \mu\text{A}$  ist ca. 13mal größer als der der engen Spannungsabgriffe mit  $I_{sat} = 8.5 \mu\text{A}$  (vgl. Abb. 5.7 b). Sowohl der Kontaktwiderstand als auch der Sättigungsstrom skaliert also mit der Breite  $W_C$  der Fingerkontakte.

## 5.7 SL-FETs

Im Folgenden soll kurz auf Probleme eingegangen werden, die sich bei Verwendung einer Übergitter-Feldeffekttransistor (SL-FET)-Struktur (vgl. Kap. 2.5) ergeben. Abbildung 5.8 zeigt den Verlauf des Source-Stroms  $I_S$  in Abhängigkeit von der Source-Drain-Spannung  $U_{SD}$  für ein  $100 \text{ nm}$  periodischen Übergitters, das mit einem Quantentrog der Dicke  $q = 25 \text{ nm}$  überwachsen ist. Bei einer Temperatur von  $1.5 \text{ K}$  wird die Gate-Spannung  $U_G$  in  $20 \text{ mV}$  Schritten von  $0.5 \text{ V}$  gegenüber Ground-Potential auf  $0.9 \text{ V}$  erhöht.  $U_{SD}$  wird zwischen der vorderen Zuleitungsschicht (Source) und der hinteren Zuleitungsschicht auf Ground-Potential (Drain) angelegt.  $I_S$  bezeichnet den Stromfluss aus dem Source-Kontakt. Ab einer Gate-Spannung von  $0.6 \text{ V}$  etabliert sich ein leitfähiger Source-Drain-Kanal, und Stromfluss vom Source-Kontakt zum Drain-Kontakt (technisch positive Stromrichtung) setzt ein. Ab  $U_G \geq 0.72 \text{ V}$  fließt bei kleinen Source-Drain-Spannungen  $U_{SD}$  Strom vom Gate-Kontakt zum Source-Kontakt (technisch negative Stromrichtung), und der Stromfluss  $I_S$  aus dem Source-Kontakt wird negativ. Darüber hinaus ist eine deutliche Zunahme des Gate-Stroms zu beobachten (hier nicht gezeigt). Auch für dickere AlGaAs-Barrieren ( $> 100 \text{ nm}$ )



**Abbildung 5.8:** Verlauf des Source-Stroms  $I_S$  in Abhängigkeit von der Source-Drain-Spannung  $U_{SD}$  für eine 100 nm periodische Übergitter-Feldeffekttransistor (SL-FET)-Struktur. Auch dickere AlGaAs-Barrieren isolieren für höhere Gate-Spannungen  $U_{Gate}$  nicht durchgehend über die erforderliche Länge von  $> 10 \mu\text{m}$ .

erweist es sich als schwierig, eine isolierende Barrieren-Schicht über eine Länge von  $> 10 \mu\text{m}$  zu etablieren. Die hohen Leckströme begrenzen den Bereich möglicher Gatespannung  $U_G$ , und damit die maximal erreichbare Ladungsträgerdichte. Im vorliegenden Fall kann nur eine Ladungsträgerdichte von  $2.35 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$  erzielt werden. Eine weitere Schwierigkeit ergibt sich aus der Notwendigkeit, das  $n^+$ -Gate über die unstrukturierten Bereiche nahe des (001)-GaAs Substrats zu kontaktieren. Die Gate-Regionen im sensitiven Übergitterbereich sind daher nur durch einen engen Steg mit dem eigentlichen Gate-Kontakt verbunden. In der Standard-Geometrie dient diese  $2 \mu\text{m}$  breite Engstelle als hinterer Abgriff der Hall-Spannung (vgl. Abb. 2.2). Ist dieser Steg bei der Strukturierung beschädigt worden, muss das Bauteil verworfen werden. Desweiteren ist es mit den bisher diskutierten Methoden zur Feinstrukturierung der

CEO-Oberfläche nicht möglich das Gate so zu strukturieren, dass die Ladungsträgerdichte des CE-2DES über kleine räumliche Bereiche variiert. Im Hinblick auf die angestrebte 2-dimensionale Modulation des CE-2DES wurde daher die Herstellung von SL-FETs nicht weiter verfolgt.

## 5.8 Zusammenfassung

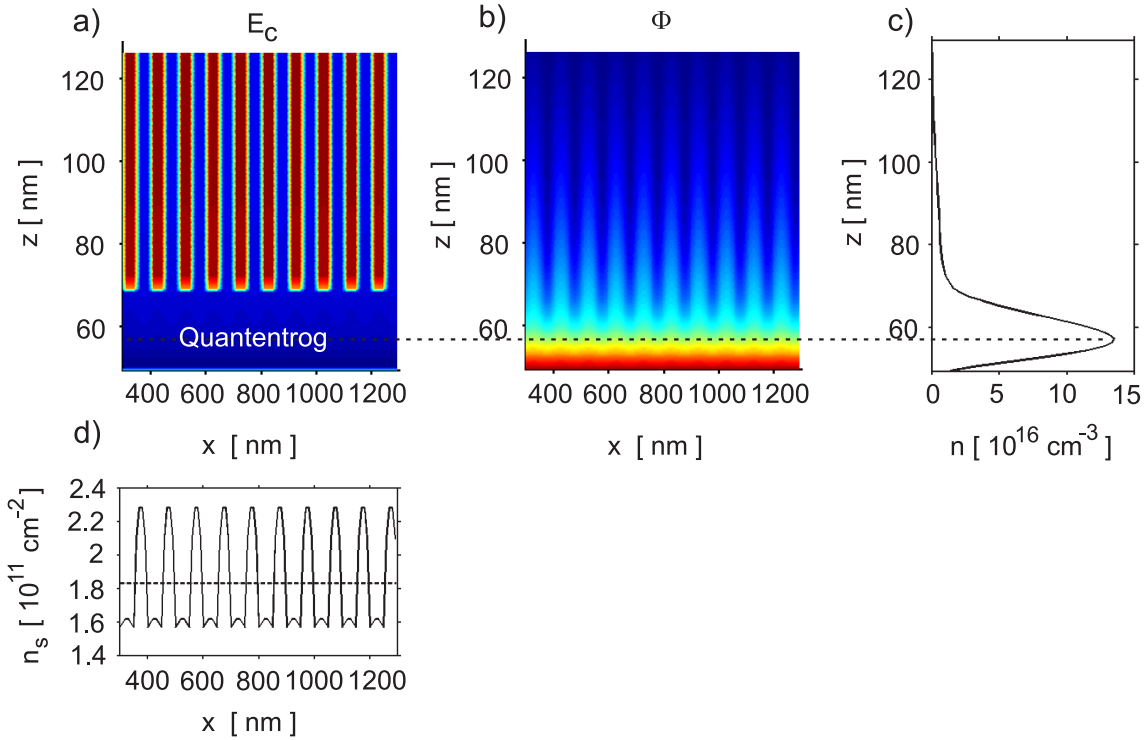
Die in diesem Kapitel präsentierten Messungen, zeigen die Funktionsfähigkeit der in Kapitel 3.1 vorgestellten Methoden zur Strukturierung einer Hallbar auf der Spaltfläche. Die Kontaktwiderstände der typischerweise  $26 \times 1 \mu\text{m}^2$  großen Finger-Stromkontakte liegen bei niedrigen  $100 \Omega$ . Die weiter innen liegenden Spannungsabgriffe besitzen mit Abmessungen von typischerweise  $2 \times 1 \mu\text{m}^2$  einen Widerstand im  $\text{k}\Omega$ -Bereich. Darüber hinaus konnte anhand einfacher Überlegungen gezeigt werden, dass der Widerstandsverlauf unstrukturierter CEO-Proben bis auf Geometriefaktoren von den Leitwertkomponenten  $\sigma_{xx}$  und  $\sigma_{yx}$  bestimmt wird. Die Leitwertkomponenten lassen sich aus den in Hallbar-Geometrie experimentell zugänglichen Widerstandskomponenten  $\rho_{xx}$  und  $\rho_{yx}$  berechnen.

# Kapitel 6

## 1-dimensionale Modulation

### 6.1 Selbstkonsistente Rechnungen

Untersuchungen an modulierten Elektronengasen werden normalerweise an lateral verspannten Hetrostrukturen durchgeführt. Die korrekte Berechnung der elektronischen Eigenschaften erfordert daher die Modellierung der häufig unbekannten Elastizitätskonstanten des Übergittermaterials und der Heterostruktureoberfläche. Die elektronischen Eigenschaften von CEO-Proben hingegen werden nur von der Dicke der gewachsenen Schichten und der Materialzusammensetzung bestimmt. Im Folgenden werden Berechnungen der Bandstruktur, des elektrostatischen Potentials und der Ladungsträgerdichte gezeigt, die unter Zuhilfenahme eines 2-dimensionalen Poisson-Schrödinger-Solvers [6][51] erfolgten. Es ist entscheidend zu berücksichtigen, dass die Ladungsträgerdichte nicht nur in der  $xy$ -Ebene des CE-2DES, sondern im Gegensatz zu herkömmlichen Strukturen auch in  $z$ -Richtung variiert. Abbildung 6.1 a) zeigt einen farbkodierten Ausschnitt aus dem typischen Bandstrukturverlauf  $E_c$  eines 100 nm periodischen Übergitters bei einer Dicke  $q$  des Quantentrog von 20 nm. Das Elektronengas lokalisiert im (110)-Quantentrog, dehnt sich jedoch auch in die Quantentröge des Übergitters aus. Abbildung 6.1 b) zeigt das resultierende elektrostatische Potential  $\Phi$ . Abbildung 6.1 c) zeigt den Verlauf der mittleren Raumladungsträgerdichte  $n$  in  $z$ -Richtung. Die Modulation des Elektronengases wird deutlich, wenn die Ladungsträgerdichte über die  $z$ -Richtung integriert wird (vgl. Abb. 6.1 d). An den  $x$ -Positionen der Übergitter-Quantentröge ist die 2-dimensionale Schicht-Ladungsträgerdichte  $n_s(x)$ , gegenüber der Schicht-Ladungsträgerdichte an den Positionen der Übergitter-Barrieren, deutlich erhöht. Die mittlere Ladungsträgerdichte der gezeigten Struktur liegt bei  $n_s = 1.83 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ .



**Abbildung 6.1:** a) Selbstkonsistent berechneter Bandstrukturverlauf  $E_c$  eines 100 nm periodischen Übergitters mit einem (110)-Quantentrog der Dicke  $q = 20$  nm. b) Farbkodierter 2D-Plot des Potentialverlaufs. Im Bereich des Quantentrog sind an den Positionen des AlGaAs-Barrieren deutliche Maxima des elektrostatischen Potentials  $\Phi$  erkennbar. c) Verlauf der mittleren Raumladungsträgerdichte  $n$  in  $z$ -Richtung. d) Über  $z$  integrierte Ladungsträgerdichte. Die mittlere Schichtladungsträgerdichte  $n_s$  liegt bei  $n_s = 1.83 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Die gewichtete Modulationsamplitude beträgt 0.89 meV oder 13.65% der Fermienergie  $E_F$ .

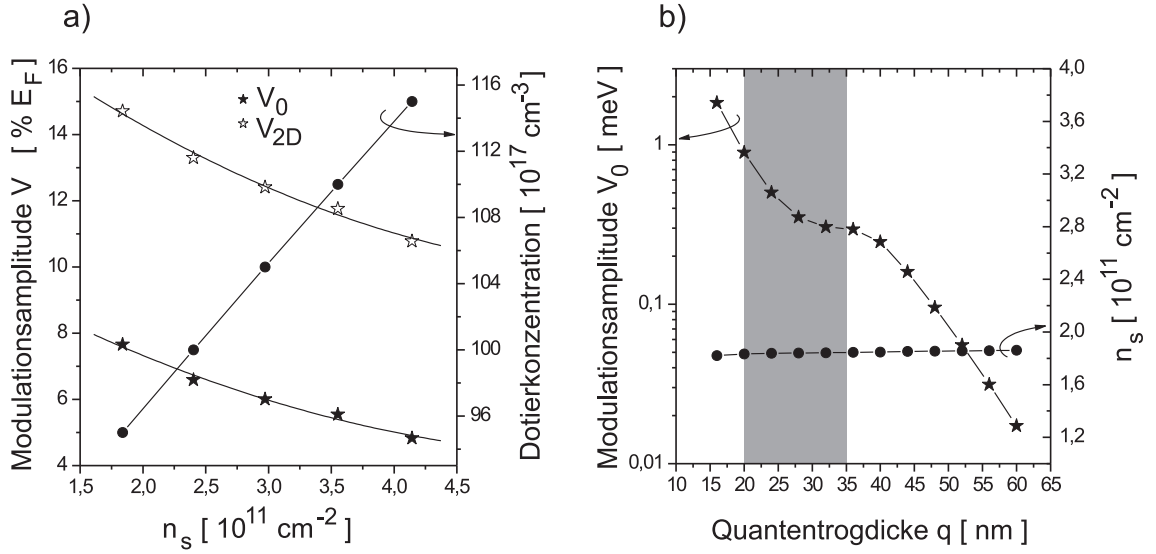
## 6.2 Bestimmung der Modulationsstärke

In der Literatur der lateralen Oberflächen-Übergitter wird für gewöhnlich angenommen, dass die Variation der Ladungsträgerdichte  $\Delta n_s$  in Übergitterrichtung und die Modulationsamplitude  $V_{2D}$  zueinander proportionale Größen

$$\Delta n_s = D_{2D} V_{2D} \quad (6.1)$$

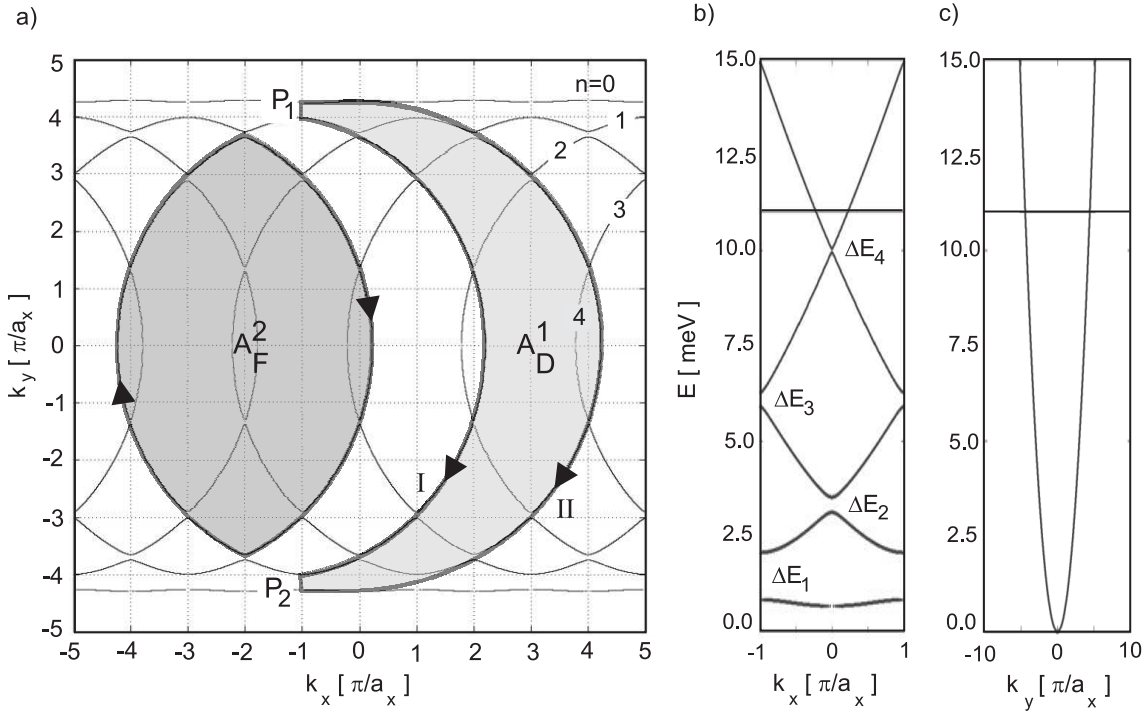
sind. Hierbei bezeichnet  $D_{2D} = m^*/\pi\hbar^2$  die konstante Zustandsdichte eines 2-dimensionalen Elektronengases. Für CEO-Proben ist die Situation komplizierter, da Ladungsträgerdichte und Potential auch in  $z$ -Richtung deutlich variieren. Es empfiehlt sich daher die Modulationsamplitude  $V_0$  zu bestimmen, indem man die Modulationsamplitude des elektrostatischen Potentials  $\Phi$  (vgl. Abb. 6.1 b) bei einer





**Abbildung 6.2:** a) Mit der Ladungsträgerdichte gewichtete Modulationsamplitude  $V_0$  bzw. bei konstanter Zustandsdichte bestimmte Modulationsstärke  $V_{2D}$  in Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte  $n_s$  für eine Dicke des Quantentrogges von  $q = 24$  nm. Die Ladungsträgerdichte  $n_s$  ändert sich linear mit der Dotierkonzentration. b) Änderung der gewichteten Modulationsstärke  $V_0$  mit der Quantentrogdicke  $q$  bei einer Dotierkonzentration von  $9.5 \cdot 10^{18}$ . Die Ladungsträgerdichte  $n_s$  bleibt annähernd konstant.

bestimmten  $z$ -Position mit der mittleren Ladungsträgerdichte  $n$  bei dieser  $z$ -Position (vgl. Abb. 6.1 c) gewichtet. Dadurch wird berücksichtigt, dass die kleinen Potentialvariationen im überwachsenen Quantentrog mit hoher 3-dimensionaler Ladungsträgerdichte  $n$  stärker eingehen als die Potentialvariationen im Übergitterbereich mit niedriger Ladungsträgerdichte (vgl. Abb. 6.1 c). Zur Bestimmung der Modulationsstärke werden je 16 Übergitterperioden mit einem Al-Gehalt in den Barrieren von  $x = 0.3$  berechnet. In  $x$ -Richtung werden 10 Perioden um das Zentrum der Struktur berücksichtigt. In  $z$ -Richtung werden, in Übereinstimmung mit der gewachsenen Struktur, beginnend bei  $z = 0$  ein GaAs-Cap-Layer der Dicke 5 nm, eine insgesamt 14.5 nm dicke AlGaAs-Schicht mit 14 gleichverteilten 'Delta'-Dotierschichten der Dicke 0.4 nm, und eine undotierte AlGaAs-Spacerschicht der Dicke 30.5 nm modelliert. Die Dicke des GaAs-Quantentrogges variiert. An den Quantentrog schließt sich das Übergitter mit einer berechneten Länge von 460 nm an. In Abbildung 6.2 a) ist die Stärke der Modulationsamplituden  $V_0$  und  $V_{2D}$  bei einer Dicke  $q$  des Quantentrogges von 24 nm für verschiedene Ladungsträgerdichten  $n_s$  aufgetragen. Die gewichtete Modulationsamplitude  $V_0$  ist mit 4.5-8%  $E_F$  kleiner als  $V_{2D}$  mit 11-15%  $E_F$ . Die relative Modulationsstärke sinkt in beiden Fällen mit wachsender Ladungsträgerdichte.



**Abbildung 6.3:** Kronig-Penney-Bandstruktur für eine Modulationsamplitude  $V_0 = 2$  meV. **a)** Fermischnittfläche bei 11 meV. Es sind 5 Minibänder ( $n = 0 \dots 4$ ) besetzt. **b)** Modulierte Bandstruktur entlang der  $x$ -Richtung. **c)** Freie Dispersionsrelation entlang der  $y$ -Richtung. Die grau hinterlegten Flächen kennzeichnen die geschlossene Fermi-fläche  $A_F^2$  (Minibandindex  $n \geq 2$ ) sowie die Differenzfläche  $A_D^1 = A_F^0 - A_F^1$ . Die dem System vom  $B$ -Feld auferlegte Chiralität ist durch Pfeilsymbole gekennzeichnet.

Im Experiment kann die effektive Dotierkonzentration durch unterschiedlich langes Beleuchten der Proben mit einer roten oder infra-roten LED variiert werden. Die berechnete Ladungsträgerdichte ändert sich erwartungsgemäß linear mit der Dotierkonzentration.

Abbildung 6.2 b) zeigt die Änderung der gewichteten Modulationsstärke  $V_0$  mit der Quantentrogdicke  $q$  bei einer Dotierkonzentration von  $9.5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  ( $n_s \approx 1.8 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ ). Die Modulationsstärke nimmt mit wachsender Entfernung des 'CE-2DES' vom Übergitter annähernd exponentiell ab. Die Ladungsträgerdichte  $n_s$  bleibt bei fester Dotierkonzentration annähernd konstant. Die in Kapitel 6.10 und den folgenden Kapiteln experimentell untersuchten Quantentrogdicken von  $q = 20 - 35 \text{ nm}$  sind grau hinterlegt eingezeichnet.

## 6.3 Bandstrukturechnungen

Für kleine Magnetfeldstärken kann das Transportverhalten der CEO-Proben durch die Bandstruktur des Systems im Null-Feld beschrieben werden. Aus den selbstkonsistenten, quantenmechanischen Berechnungen des vorangegangenen Kapitels wird die Modulationsstärke der CEO-Proben zu  $< 1$  meV abgeschätzt. In Abbildung 6.3 ist die im Rahmen eines Kronig-Penney-Models berechnete Bandstruktur für eine etwas größere Modulationsamplitude gezeigt, um Energielücken deutlich hervorzuheben. Die Bezeichnung 'Energielücke' wird im folgenden beibehalten, obwohl die Zustandsdichte zwischen benachbarten Bändern  $n$  nicht verschwindet. Der Begriff kennzeichnet den energetischen Abstand  $\Delta E_n$  zwischen den aufgespaltenen Minibändern. Dem in Abbildung 6.3 a) gezeigten Fermischnitt bei einer Energie von 11 meV liegt eine Kronig-Penney-Bandstruktur mit  $V_0 = 2$  meV in  $x$ -Richtung (vgl. Abb. 6.3 b) und die freie Dispersionsrelation entlang der  $y$ -Richtung (vgl. Abb. 6.3 c) zugrunde. Die Notation  $A_F^n$  oder  $A_D^n$  kennzeichnet für das Folgende relevante Flächen durch einen hochgestellten Index  $n$ , der von 0 für das energetisch niedrigste Miniband, bis  $N$  für das energetisch höchste läuft. Ein tiefgestellter Index  $F$  oder  $D$  kennzeichnet Fermiflächen oder Differenzflächen von Fermiflächen zwischen Index  $n$  und 0. Aufgrund der schwachen Modulation bleibt die Grundstruktur der parabolischen Dispersion des freien Systems bis auf kleine Energielücken  $\Delta E_n$  erhalten (weitgehend ungestörte Fermikreise).

Betrachten wir die Dynamik der Elektronen an der Fermikante, so bewegen sich die Elektronen bei kleinen Magnetfeldern ausschließlich entlang geschlossener Bahnen konstanter Energie. Diese Bewegung gehorcht den semiklassischen Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r}_n}{dt} &= \vec{v}_n(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_n(\vec{k})}{\partial \vec{k}}, \\ \hbar \frac{d\vec{k}}{dt} &= -e(\vec{v}_n(\vec{k}) \times \vec{B}) \end{aligned} \tag{6.2}$$

mit dem Kristallimpuls  $\hbar\vec{k}$ , bei der die Lorentz-Kraft immer senkrecht auf dem Vektor der Gruppengeschwindigkeit  $\vec{v}_n$  bzw. dem Gradienten der Energiedispersion steht. Die Bewegung ist eindeutig durch die Bewegungsgleichung zu einem Bahnindex  $n$  festgelegt. Ein Wechsel der Elektronen von einer Bahn zu einer anderen ist nicht möglich.

## 6.4 Tunnelprozesse im $k$ -Raum

Mit zunehmendem Magnetfeld verlässt man das Regime der bisherigen semiklassischen Beschreibung. Die Elektronen können nun die Energielücken teilweise durch quantenmechanisches Tunneln überwinden. Cohen and Falicov [62] sowie Blount [63] prägten hierfür den Begriff des magnetischen Durchbruchs. In der unmittelbaren Umgebung einer Aufspaltung ist der Abstand  $\Delta k$  zwischen zwei Bahnen über die Energiedispersion  $E(\vec{k})$  direkt mit der Größe der Energielücke  $\Delta E$  verknüpft. Für den Grenzfall schwacher Modulation kann näherungsweise die ungestörte Dispersion des freien 2DES bei der Fermigeschwindigkeit  $v_F$  verwendet werden, und  $\Delta k$  ist dann durch  $\Delta k \approx (\partial E / \partial k)^{-1} \cdot \Delta E \approx \frac{\Delta E}{\hbar v_F}$  gegeben. Ein Übergang des Abstandes  $\Delta k$  erfordert eine Unbestimmtheit des  $k$ -Wellenvektors von der gleichen Größenordnung. In der Unschärfebeziehung

$$\Delta k_x \cdot \Delta x > 1 \quad (6.3)$$

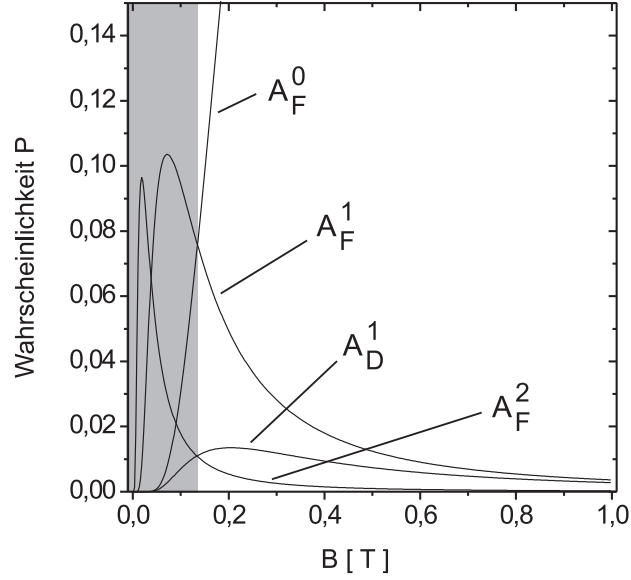
kann für die Ortsunschärfe  $\Delta x$  in erster Näherung die magnetische Länge  $l_B$  eingesetzt werden, und mit dieser Abschätzung erhält man  $\Delta k_x \approx 1/l_B = \sqrt{eB/\hbar}$  für die erforderliche Unschärfe im  $k$ -Raum. Mit zunehmendem Magnetfeld wird der  $k$ -Vektor also weniger scharf, bis seine Unschärfe die Größe  $\Delta k$  erreicht. Im Rahmen dieser vereinfachten Betrachtung findet der magnetische Durchbruch über eine Energielücke  $\Delta E_n$  bei einer kritischen Magnetfeldstärke  $B_n$  statt, die der Beziehung

$$\hbar \omega_c E_F = \Delta E_n^2 \text{ mit } \omega_c = \frac{eB_n}{m^*} \quad (6.4)$$

gehört [32]. Die Tunnelwahrscheinlichkeit  $p_n(B)$  nimmt exponentiell mit  $B$  zu. Es gilt nach [64]:

$$p_n(B) \propto \exp\left(\frac{-B_n}{B}\right) \quad (6.5)$$

Hierbei bezeichnet  $B_n$  die kritische Magnetfeldstärke. Die Erweiterung der semiklassischen Beschreibung der Elektronenbewegung erlaubt auch bei höheren Magnetfeldern eine Diskussion auf der Basis der Trajektorien. Die semiklassischen Bewegungsgleichungen werden nur während des eigentlichen Tunnelprozesses verletzt, während die Dynamik unmittelbar davor bzw. danach semiklassisch verstanden werden kann. Die Einführung von Tunnelwahrscheinlichkeiten erlaubt daher die Berechnung des Magnetfeldregimes in dem eine Trajektorie mit maximaler Wahrscheinlichkeit durchlaufen wird.



**Abbildung 6.4:** Gesamtwahrscheinlichkeiten  $P$  für das Auftreten geschlossener Konturen um  $A_F^0$ ,  $A_F^1$ ,  $A_D^1 = A_F^0 - A_F^1$  und  $A_F^2$  bei einer Ladungsträgerdichte von  $2.5 \times 10^{11}/\text{cm}^2$ . Im Bereich höherer Magnetfeldstärken (nicht hinterlegter Bereich) dominiert die SdH-Oszillation um  $A_F^0$ .

## 6.5 Gesamtwahrscheinlichkeit eines Orbits

Die Wahrscheinlichkeit  $P$  einen elektronischen Orbit zu durchlaufen, der eine Reihe von Energielücken aufweist, ist gegeben durch das Produkt der Wahrscheinlichkeiten  $p_i$ , die Energielücken  $\Delta E_i$  zu durchtunneln, und der Wahrscheinlichkeiten  $(1 - p_j)$ , auf derselben Kontur an Kreuzungspunkten mit der Energielücke  $\Delta E_j$  zu bleiben

$$P = \prod_{i \in \{\text{Tunnelereignis}\}} p_i \times \prod_{j \in \{\text{kein Tunnelereignis}\}} (1 - p_j). \quad (6.6)$$

Für Konturen um die Flächen  $A_F^0$ ,  $A_F^1$ ,  $A_F^2$  und einfachen Linearkombinationen mit  $A_F^0$  ergeben sich z.B für 4 besetzte Bänder Wahrscheinlichkeiten von

$$\begin{aligned} P(A_F^0) &= p_1^4 p_2^4 p_3^4 \\ P(A_F^1) &= (1 - p_1)^2 p_2^4 p_3^4 \\ P(A_F^2) &= (1 - p_2)^2 p_3^4 \\ P(A_F^0 - A_F^1) &= (1 - p_1)^2 p_1^4 p_2^4 p_3^4 \\ P(2A_F^0 - A_F^1) &= (1 - p_1)^2 p_1^4 p_2^4 p_3^4. \end{aligned}$$

In Abbildung 6.4 sind die Gesamtwahrscheinlichkeiten  $P$  für das Auftreten geschlossener Konturen um  $A_F^0$ ,  $A_F^1$ ,  $A_F^0 - A_F^1$  und  $A_F^2$  für eine Ladungsträgerdichte von  $2.5 \times 10^{11}/\text{cm}^2$  gegen die angelegte Magnetfeldstärke  $B$  aufgetragen. Die Energielücken  $\Delta E_1$ ,  $\Delta E_2$  und  $\Delta E_3$  wurden in Übereinstimmung mit der Bandstrukturrechnung zu 1.0 meV, 0.5 meV und 0.3 meV gewählt. Der Bereich kleiner Magnetfeldstärken wird durch Konturen um  $A_F^2$  und  $A_F^1$  dominiert (grau hinterlegter Bereich). Im Bereich höherer Magnetfeldstärken dominiert die SdH-Oszillation um  $A_F^0$ . Die Qualität auf der Spaltfläche strukturierter Proben erlaubt aussagekräftige Transportuntersuchungen ausschließlich in diesem Magnetfeld-Regime. Konturen um  $A_F^1$ ,  $A_F^0 - A_F^1$  und  $A_F^2$  besitzen eine, in dieser Reihenfolge, abnehmende Wahrscheinlichkeit aufzutreten (nicht hinterlegter Bereich).

## 6.6 Quanteninterferenz in geschlossenen Orbits

Die Ausführungen über die Interferenz elektronischer Wellenfunktionen folgen im Wesentlichen denen von R. Deutschmann in [7]. Die Phase  $\varphi$  der elektronischen Wellenfunktion ist gegeben durch das Integral über den kanonischen Impuls  $\vec{p} = \hbar\vec{k} - e\vec{A}$  mit Vektorpotential  $\vec{A}$

$$\varphi = \frac{1}{\hbar} \oint (\hbar\vec{k} - e\vec{A}) d\vec{r} + \frac{\pi}{2}C. \quad (6.7)$$

$C$  ist hierbei eine vom Magnetfeld unabhängige Konstante, die als Maslovindex bezeichnet wird, und zählt die Wendepunkte in einem geschlossenen Orbit [65]. Einsetzen der Bewegungsgleichung eines Elektrons im Magnetfeld, und Anwendung des Stokes Theorems liefert die Bedingung für einen stationären Zustand (die Phase die um einen geschlossenen Orbit angehäuft wird entspricht einem ganzzahligen Vielfachen von  $2\pi$ )

$$\varphi = l_B^2 A_F + \frac{\pi}{2}C = 2\pi i, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (6.8)$$

Hierbei bezeichnet  $l_B^2 = \hbar/eB$  das Quadrat der magnetische Länge und  $A_F$  die entlang der Kontur eingeschlossene Fläche. Entsprechend den zwei Wendepunkten an einer 'weichen' Potentialbarriere (die zweidimensionale Zyklotronbewegung kann auf den eindimensionalen harmonischen Oszillator zurückgeführt werden)[65] ergibt sich für  $C=2$ . Bereits ohne Kenntnis von  $C$  erhalten wir die Onsager Relation

$$\Delta^{-1} = \frac{\hbar}{2\pi e} A_F \quad (6.9)$$

wobei  $\Delta^{-1}$  die Frequenz  $1/B$ -periodischen Oszillationen darstellt, die in einem semiklassischen Bild von der Tatsache herrühren, dass ein stationärer Zustand auf einem geschlossenen Orbit die Bohr-Sommerfeld-Quantisierungsbedingung erfüllen muss (vgl. Kap. 5).

## 6.7 Quanteninterferenz zwischen offenen Orbits

Die bisher diskutierten Oszillationen sind eine direkte Konsequenz konstruktiver Selbstinterferenz der Wellenfunktion entlang eines geschlossenen Orbits und anschließender Quantisierung in einem Magnetfeld. Frequenzkomponenten die von Fermiflächen des Typs  $A_F^0 - A_F^1$  oder  $A_F^0 - A_F^2$  hervorgerufen werden, bleiben hierdurch unerklärt, da ein Elektron das sich entlang der geschlossenen Kontour einer solchen Fläche bewegt, die dem System vom  $B$ -Feld auferlegte Chiralität verletzen würde. Dennoch beobachtete Widerstandsozillationen rühren, wie im Fall geschlossener Orbits, von der  $1/B$ -periodischen Modulation der Rückstreuwahrscheinlichkeit im System her, werden aber nun durch quantenmechanische Interferenz zwischen zwei offenen Trajektorien  $I$  und  $II$  mit gemeinsamem Startpunkt  $P1$  und Endpunkt  $P2$  hervorgerufen (vgl. Abb. 6.3 a). Die konstruktive Interferenz der kohärenten Überlagerung beider Trajektorien maximiert, wie im Falle geschlossener Orbits, die Rückstreuwahrscheinlichkeit. Die Differenz der entlang  $I$  und  $II$  angehäuften Phasen ergibt sich zu

$$\Delta\varphi^{P1 \rightarrow P2} = \varphi_I^{P1 \rightarrow P2} - \varphi_{II}^{P1 \rightarrow P2} = \varphi_I^{P1 \rightarrow P2} + \varphi_{II}^{P2 \rightarrow P1}. \quad (6.10)$$

Durch diese mathematische Umformung werden die zwei offenen Trajektorien zu einem 'virtuell' geschlossenen Orbit vereint, und die Phasendifferenz ergibt sich nach Integration entlang des geschlossenen Pfades  $I - II$  zu

$$\Delta\varphi^{P1 \rightarrow P2} = l_B^2 A_D^{I-II} + \frac{\pi}{2} \Delta C. \quad (6.11)$$

Die Fläche  $A_D^{I-II}$  wird im reziproken Raum durch die Trajektorien  $I$  und  $II$  begrenzt, und stellt nichts anderes als die Differenz der Fermiflächen  $A_F^i$  und  $A_F^j$  dar. Wie im Fall geschlossener Orbits erhalten wir aus der Bedingung

$$\Delta\varphi^{P1 \rightarrow P2} = 2\pi i, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (6.12)$$

die Onsager Relation

$$\Delta^{-1} = \frac{\hbar}{2\pi e} A_D^{I-II}. \quad (6.13)$$

Weiss Oszillationen [66] können als Kommensurabilitätseffekt zwischen dem Zyklotronradius  $R_c = \hbar k_f / (eB)$  und der Periode  $a$  des Übergitters verstanden werden. Die Frequenz der Kommensurabilitätsoszillationen (CO) ergibt sich zu

$$\Delta_{CO}^{-1} = \frac{2\hbar\sqrt{2\pi n_s}}{ea}. \quad (6.14)$$

Für große Fermiwellenvektoren  $k_f \gg k_0$  ist  $A_D^1$  gegeben durch  $A_D^1 = A_F^0 - A_F^1 = 4k_F\pi/a$  (vgl. Gl. 6.16). Eingesetzt in die Onsager Beziehung 6.13 ergibt sich die

Frequenz der Weiss- Oszillationen.

Um den Zusammenhang zwischen Weiss-Oszillationen und der Fermikontur  $A_F^0 - A_F^1$  weiter zu erhärten, soll im Folgenden auf die Temperaturabhängigkeit geschlossener und interferierender offener Trajektorien nach [7] eingegangen werden. Zur Beobachtung von Quantenoszillationen, muß die Energievariation die bei gegebenem  $B$ -Feld durch Variation der Fermifläche  $A$  einen Phasenshift von  $2\pi$  hervorruft größer  $k_B T$  sein. Die Beziehungen 6.9 bzw. 6.13 und  $E = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m^*}$  liefern

$$k_B T \ll \delta E = \frac{2\pi e B}{\hbar} \left( \frac{\delta A}{\delta E} \right)^{-1} = 2\pi \hbar \omega_c k_F \left( \frac{\delta A}{\delta k_F} \right)^{-1}. \quad (6.15)$$

Für Shubnikov-de-Haas-Oszillationen mit Fermifläche  $A_F^0(E) = \pi k_F^2$  führt dies auf die bekannte Beziehung  $k_B T \ll \hbar \omega_c$ . Für Temperaturen  $T > 0$  besetzen die Elektronen auch Zustände mit  $E + \delta E$  und umrunden anschaulich eine größere Fläche. Im Fall der SdH-Oszillationen ändert sich  $A$  rasch mit  $E$  und die Beziehung verliert für  $T > \hbar \omega_c / k_B$  ihre Gültigkeit. Im Fall der Kommensurabilitätsoszillationen ändert sich  $A$  langsamer mit  $E$  und Beziehung 6.15 wird im Einklang mit dem konventionellen Bild der Kommensurabilitätsoszillationen [67] erst für  $T > k_F \frac{a}{2} \cdot \hbar \omega_c / k_B$  ungültig.

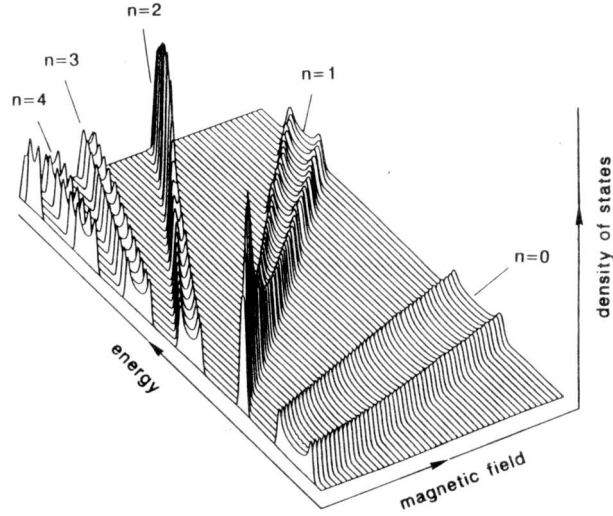
## 6.8 Diskussion der Theorie

Im Limit verschwindender Modulation ( $V_0 \rightarrow 0$ ) lässt sich die Fläche  $A_F^n$  eines Orbits aus einfachen geometrischen Überlegungen durch

$$A_F^n = 2k_F^2 \left( \arccos \left( n \frac{k_0}{k_F} \right) - n \frac{k_0}{k_F} \sqrt{1 - \left( n \frac{k_0}{k_F} \right)^2} \right) \quad (6.16)$$

ausdrücken. Hierbei bezeichnet  $k_F$  den Fermiwellenvektor und  $k_0 = \frac{\pi}{a}$ . Im Rahmen der vereinfachenden Theorie des magnetischen Durchbruchs, ist es über die Onsager Relation 6.9 bzw. 6.13 möglich eine Beziehung zwischen der Frequenz auftretender  $1/B$ -periodischer Oszillationen und der Fläche nach Gleichung 6.16 herzustellen. Eine Aussage über die absoluten Magnetfeldpositionen der Widerstandsmaxima bzw. -minima kann jedoch nicht getroffen werden. In der Standard-Quantentheorie schwachmodulierter Elektronensysteme ist dies möglich. Das  $B$ -Feld wird nicht, wie in der Theorie des magnetischen Durchbruchs, als Störung der modulierten Bandstruktur, sondern das Modulationspotential als Störung der sich im  $B$ -Feld ausbildenden Landau-Struktur aufgefasst. Im Rahmen dieser Arbeit konnten interpretierbare Ergebnisse nur im Limit schwacher Modulation, d.h. für ausreichend große





**Abbildung 6.5:** Modulationsverbreiterte Landauniveaus in Abhängigkeit des Magnetfeldes und der Energie. Deutlich ist bei gegebener, kleiner Streuverbreiterung die Doppelpeakstruktur der van Hove-Singularitäten erkennbar (Aus [68]).

Dicken  $q$  des überwachsenen Quantentroges (vgl. Kap. 6.1) erzielt werden. Im Folgenden wird daher kurz in die Standard-Quantentheorie der Kommensurabilitätsoszillationen eingeführt.

## 6.9 Quantentheorie der Kommensurabilitätsoszillationen

Bald nach ihrer Entdeckung im Jahre 1989 [66] wird von Gerhardt et al. [69] sowie von Winkler et al. [70] eine quantenmechanische Theorie der Kommensurabilitätsoszillationen vorgestellt. Diese Theorien werden von Zhang und Gerhardt [71] sowie Peeters und Vasilopoulos [72] weiterentwickelt, und auf Oszillationen in  $\rho_{yy}$  ausgedehnt.

Als Ausgangspunkt dient der Hamiltonoperator des freien Elektronengases im äußeren Magnetfeld

$$H = \frac{1}{2m^*}(\vec{p} + e\vec{A})^2 \quad (6.17)$$

mit der effektiven Masse  $m^*$  und dem Vektorpotential  $\vec{A} = (0, Bx, 0)$  in Landau-Eichung. Die Wellenfunktionen haben dann die Gestalt

$$|n, x_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{L_y}} e^{ik_y y} \Phi_n(x - x_0) \quad (6.18)$$

mit der Breite  $L_y$  des Leiterstücks, der Zentrumsordinate  $x_0 = l_B^2 k_y$  und einer harmonischen Oszillatorfunktion  $\Phi_n$ . Das Modulationspotential  $V(x) = V_0 \cos(qx)$  mit  $q = 2\pi/a$  wird, unter der Annahme schwacher Modulation, störungstheoretisch miteinbezogen. Mit der magnetischen Länge  $l_B = \sqrt{\hbar/eB}$  und  $u = q^2 l_B^2$  erhält man in erster Ordnung

$$E_{n,k_y} = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + W_n(u) \cos(qx_0). \quad (6.19)$$

Hierbei ist  $W_n(u)$  durch  $V_0 e^{-u/2} L_n(u)$  gegeben, und  $L_n$  bezeichnet ein Laguerrepolynom  $n$ -ten Grades. Aus Gleichung 6.19 sind zwei Konsequenzen der Modulation ersichtlich. Erstens wird die Entartung der Landauniveaustände bezüglich  $x_0$  aufgehoben, und die Landauniveaus verbreitern sich zu Landaubändern der Breite  $2W_n$ . Zweitens sorgt der  $\cos$ -Term für Dispersion in  $k_y$  und damit für eine Gruppengeschwindigkeit in  $y$ -Richtung. Dieser zusätzliche Beitrag zur Leitfähigkeit wird als Bandleitfähigkeit bezeichnet. Anhand einer Tensorinversion (vgl. Kap. 5) übersetzt man die Bandleitfähigkeit in einen additiven Beitrag zum spezifischen Widerstand. Im fraglichen Magnetfeldbereich gilt  $\sigma_{yx}\sigma_{xy} \approx \sigma_{xy}^2 \gg \sigma_{xx}\sigma_{yy}$  und damit  $\rho_{xx} \approx \sigma_{yy}/\sigma_{xy}^2$  sowie  $\rho_{yy} \approx \sigma_{xx}/\sigma_{xy}^2$ . Die Bandleitfähigkeit  $\Delta\sigma_{yy}$  wirkt sich also nur auf  $\rho_{xx}$  aus. Sie verschwindet, wenn die Breite  $W_n$  des Landaubandes an der Fermikante gegen 0 geht. Dies ist bei den Nullstellen der Laguerrepolynome der Fall. Die Auswertung dieser Nullstellen führt für große  $n$  zur bekannten Beziehung

$$2R_c = (\lambda - 0.25) \quad \text{mit} \quad \lambda = 1, 2, 3, \dots \quad (6.20)$$

Bei den hierdurch festgelegten  $B$ -Feldpositionen ist die modulationsbedingte Verbreiterung der Landauniveaus aufgehoben. Gleichung 6.20 wird daher als elektrische Flachbandbedingung bezeichnet.

Die Form eines Landaubandes hängt wesentlich von dem Verhältnis von Streuverbreiterung  $\Gamma$  zu Modulationsverbreiterung  $W_n$  ab. Ist  $\Gamma$  vergleichsweise klein, so treten an den Bandkanten sogenannte van Hove-Singularitäten auf, und die Landaubänder weisen eine charakteristische Doppelpeakstruktur auf. Abbildung 6.5 zeigt die Landaubandstruktur in Abhängigkeit des Magnetfeldes. Zusätzlich zur Bandleitfähigkeit führt die veränderte Form der Landauniveaus zu einem weiteren Beitrag, der Streuleitfähigkeit genannt wird. Die Leitfähigkeit hängt über die Streurrate von der Zustandsdichte an der Fermienergie ab. In [71] wird dies durch

$$\sigma_{\mu\mu}(E) = \frac{\hbar e^2}{l_B^2} \int_0^a \frac{1}{a} \sum_{n,n'} |\langle x_0 n | v_\mu | x_0 n' \rangle|^2 A_{nx_0}(E) A_{n'x_0}(E) dx_0 \quad (6.21)$$

ausgedrückt.  $A_{nx_0}$  ist dabei eine Spektralfunktion, deren Quadrat sich wie das Quadrat der Zustandsdichte verhält. Somit ist  $\sigma_{xx} \propto D^2(E)$  und die Streuleitfähigkeit bildet ein Maximum bei maximaler Zustandsdichte. Dies ist genau bei der Flachbandbedingung der Fall, da ein Landauband hier am schmalsten und damit am

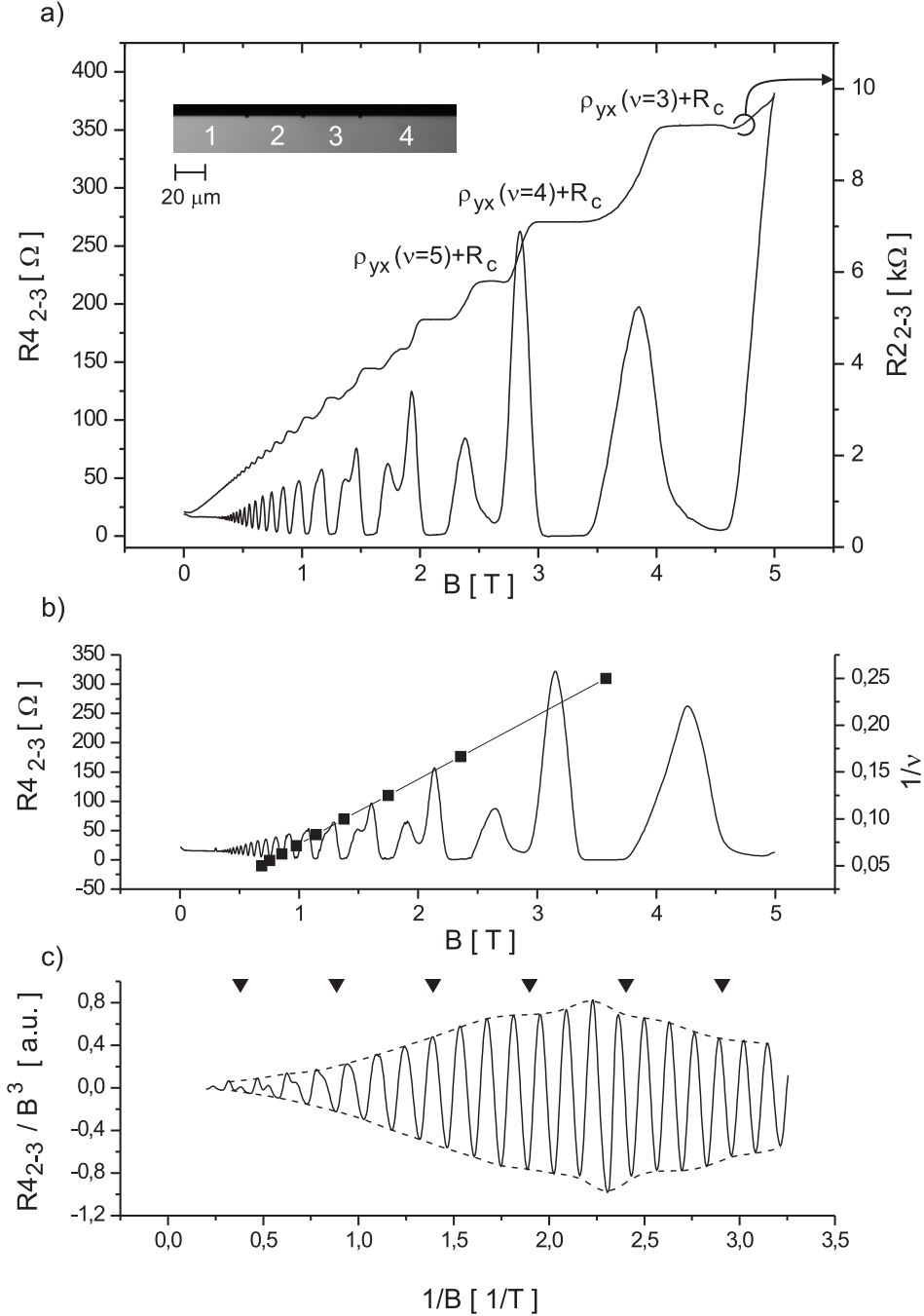
höchsten ist (der Entartungsfaktor ist für alle Landauniveaus gleich). Die Streuleitfähigkeit erzeugt also genau dann ein Maximum in der Leitfähigkeit, und über eine Tensorinversion im Widerstand, wenn der zusätzliche Beitrag der Bandleitfähigkeit verschwindet. Sie ist somit für gegenphasigen Oszillationen in  $\rho_{yy}$  verantwortlich, und obwohl sie auch in  $\rho_{xx}$  auftritt, wird sie dort von der Bandleitfähigkeit dominiert.

## 6.10 Messungen anhand der Vorstrukturierungen

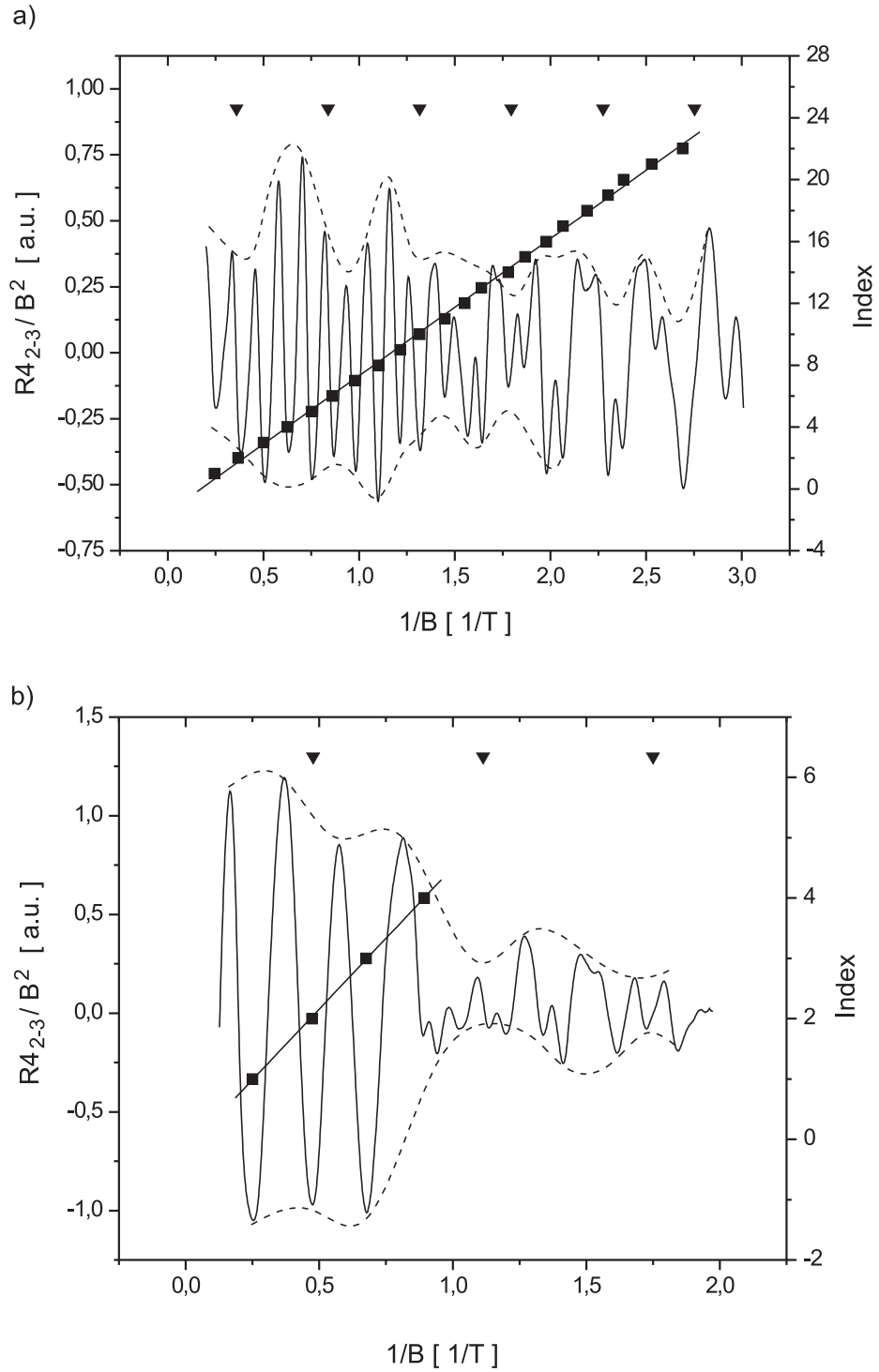
Im Folgenden werden Messungen präsentiert, die anhand der vorstrukturierten CEO-Probe zum Zweck der Charakterisierung durchgeführt worden sind. Das Inset zu Abbildung 6.6 a) zeigt die zur Verfügung stehenden Kontaktregionen (1-4). Als Ausgangspunkt dienen Untersuchungen an CEO-Proben mit einer Quantentrogdicke  $q = 35$  nm bei einer Temperatur von 20 mK. Abbildung 6.6 a) zeigt den in 'quasi 4-Punkt'-Messung, mit üblicher Lockin-Technik im Mischkryostaten bestimmten Widerstandsverlauf  $R_{4-3}$  zwischen den Kontakten 2 und 3. An den Kontakten 1 und 4 wird der Messstrom von  $I = 100$  nA (rms) eingespeist. Der Widerstandsverlauf gleicht dem in Standard-Geometrie gemessenen Längswiderstandsverlauf  $R_{yy}$ . Die der rechten Ordinate zugehörige Linie zeigt den Verlauf des 2-Punkt-Widerstands  $R_{2-3}$  zwischen den Kontakten 2 und 3. Wie in Kapitel 5.4 gezeigt gilt in 2-Punkt-Geometrie annähernd

$$R_2 = \frac{L}{W} \rho_{yy} + \rho_{yx} + R_c \quad (6.22)$$

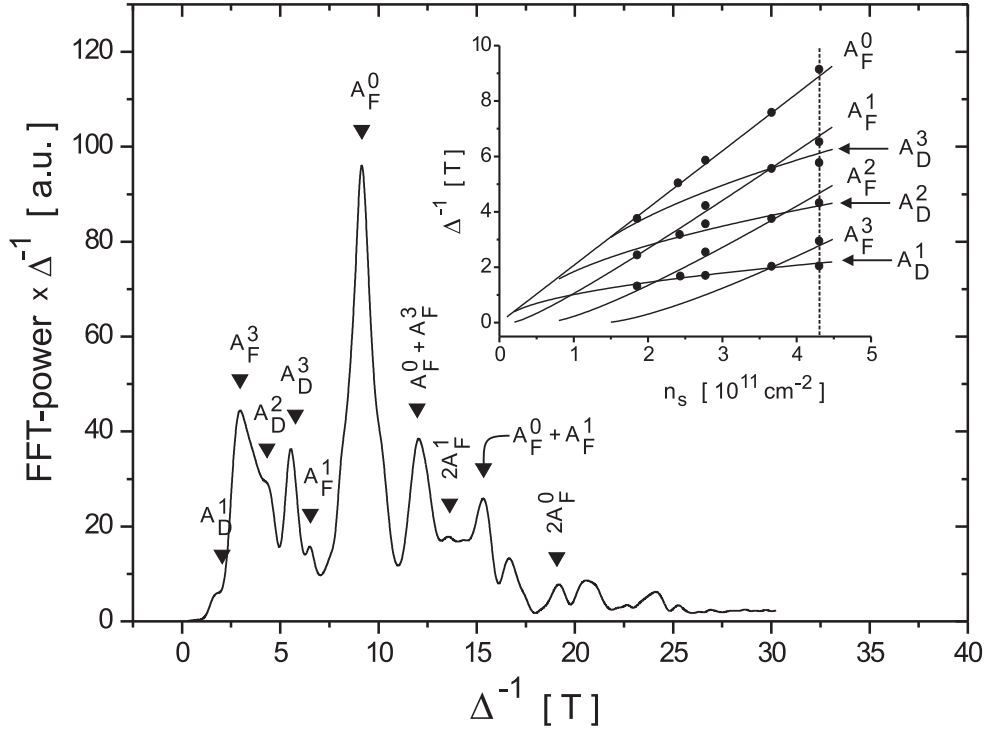
Hierbei bezeichnet  $L$  die Länge des Strompfades,  $W$  die Breite und  $R_c$  den Widerstand der Kontakte und Zuleitungen. Im vorliegenden Fall ist  $L \ll W$ , so dass der Gesamtwiderstand von  $\rho_{yx}$  und den Kontakten dominiert wird. Der Widerstandsverlauf gleicht dem Hall-Widerstandsverlauf  $R_{yx}$  in Standard-Geometrie. Die quantisierten Widerstandswerte stimmen, bis auf einen Kontaktwiderstand  $R_c \approx 750 \Omega$ , mit  $\rho_{yx}$  bei den entsprechenden Füllfaktoren  $\nu$  überein. Deutliche Abweichungen vom Hall-Widerstandsverlauf ergeben sich nur im Bereich kleiner Magnetfeldstärken. Die Beweglichkeit der Probe liegt zwischen 700000 und 800000 cm<sup>2</sup>/Vs. Eine exakte Bestimmung wird durch die ungewöhnliche Mess-Geometrie erschwert. Auch das Einsetzen der Spinaufspaltung bei Feldstärken von  $\approx 1$  T lässt auf eine geringe Streuverbreiterung der Landau-Niveaus, und gute Qualität der unstrukturierten Proben schließen. Abbildung 6.6 b) zeigt den Verlauf des quasi-Längswiderstandes  $R_{yy}$  für eine geringere Ladungsträgerdichte von  $3.26 \cdot 10^{15}$  /cm<sup>2</sup> und damit höhere relative Modulationsstärke (vgl. Kap. 6.2). Die gegen einen reziproken, geradzahigen Füllfaktor  $\nu$  aufgetragenen Positionen der Widerstandsminima verdeutlichen



**Abbildung 6.6:** Charakterisierende Messungen bei  $T = 20$  mK an vorstrukturierten CEO-Proben der Periode  $a = 100$  nm mit einer Quantentrogdicke  $q = 35$  nm. **a)** Der Verlauf des 4-Punkt-Widerstandes  $R_{4_{2-3}}$  gleicht dem in Standard-Geometrie gemessenen Längswiderstandsverlauf  $R_{yy}$ . Der Zweipunkt-Widerstand  $R_{2_{2-3}}$  folgt bis auf Kontaktwiderstände  $R_c$  dem des Hall-Widerstands  $R_{yx}$ . **b)**  $R_{4_{2-3}}$  bei geringerer Ladungsträgerdichte. **c)** Im mit  $1/B^3$  überhöhten Widerstandsverlauf sind schwache Kommensurabilitätsoszillationen der Periode  $a = 100$  nm erkennbar.



**Abbildung 6.7:** Charakterisierende Messungen an vorstrukturierten CEO-Proben mit einer Quantentrogdicke  $q = 25$  nm. **a)** Auf  $B^2$  skaliertes Widerstandsverlauf  $R_{4,2-3}$  bei  $T = 20$  mK. Bei der durch abwärts gerichtete Pfeile gekennzeichneten Flachbandbedingung für  $a = 100$  nm sind deutliche Kommensurabilitätsminima erkennbar. **b)** Widerstandsverlauf bei niedrigerer Ladungsträgerdichte und bei einer Temperatur von 1.5 K.



**Abbildung 6.8:** Mit der Frequenz  $\Delta^{-1}$  gewichtetes Fourierspektrum der Messung aus Abb. 6.7 a). Die dominierenden Frequenzen können Oszillationen um die 1D-Konturen  $A_F^0$ ,  $A_F^1$ ,  $A_F^2$  und  $A_F^3$ , sowie einfachen Linearkombinationen mit  $A_F^0$  zugeordnet werden. Das Inset zeigt die experimentell für unterschiedliche Ladungsträgerdichten bestimmten Frequenzen und die im Limit verschwindender Modulationsstärke berechnete Entwicklung der Frequenzen.

die  $1/B$ -Periodizität der Oszillationen. Abbildung 6.6 c) zeigt den auf  $B^3$  skalierten Widerstandsverlauf aus b), aufgetragen gegen das inverse Magnetfeld  $1/B$ , um die bei kleinen Magnetfeldstärken vorhandenen Oszillationen zu überhöhen ohne deren Periodizität zu verändern. Kommensurabilitätsoszillationen, die der Übergitterperiode von 100 nm zugeordnet werden können, machen sich als Minima in der Einhüllenden bemerkbar. Die Positionen der elektrischen Flachbandbedingung sind durch abwärts weisende Pfeile gekennzeichnet. Für niedrigere Ladungsträgerdichten setzt sich der Trend zu deutlicheren Kommensurabilitätsoszillationen fort. Der Effekt bleibt jedoch klein, und wird nur durch Multiplikation des Widerstandes mit  $1/B^3$  erkennbar.

Für eine Quantentrogdicke von  $q = 25$  nm zeigt sich ein deutlicheres Bild. Abbildung 6.7 a) zeigt den auf  $B^2$  skalierten Widerstandsverlauf  $R_{42-3}$  bei einer Temperatur von 20 mK. Wie die Positionen der Widerstandsminima aufgetragen gegen ihren Index zeigen, dominieren Oszillationen um  $A_F^0$  das experimentell zugängliche B-Feld-Regime. Den Shubnikov-de-Haas Oszillationen sind erkennbare Kommensurabilitätsoszillationen überlagert. Die Positionen der Flachbandbedingung für  $a = 100$  nm sind erneut durch abwärts gerichtete Pfeile gekennzeichnet, und stimmen mit den Minima der Einhüllenden überein. Abbildung 6.7 b) zeigt dieselbe Probe bei einer deutlich niedrigeren Ladungsträgerdichte von  $n_s = 2.27 \cdot 10^{11} \text{ /cm}^2$  und einer Temperatur von 1.5 K. Auch bei bereits unterdrückter SdH-Oszillation im Bereich kleiner Magnetfeldstärken sind Kommensurabilitätsoszillationen für  $a = 100$  nm erkennbar. Hierin kommt die verglichen mit der SdH-Oszillation geringere Temperaturabhängigkeit der Kommensurabilitätsoszillation (vgl. Kap. 6.7) zum Ausdruck. Die Flachbandbedingung liegt erneut bei den Minima der Einhüllenden.

Abbildung 6.8 zeigt das mit der Frequenz  $\Delta^{-1}$  gewichtete Fourierspektrum der Messung aus Abbildung 6.7 a). Die Gewichtung bewirkt, dass höhere Frequenzen deutlicher hervortreten, und die das Spektrum dominierende Oszillation um  $A_D^1$  gedämpft wird. Neben der SdH-Oszillation um  $A_F^0$  sind Oszillationen um die Fermiflächen  $A_F^1$ ,  $A_F^2$  und  $A_F^3$ , sowie um die Differenzflächen  $A_D^1$  und  $A_D^3$  erkennbar. Frequenzen mit  $\Delta^{-1} > \Delta^{-1}(A_F^0)$  erweisen sich als einfache Linearkombinationen der den niedrigen Frequenzbereich dominierenden Oszillationen. Die Zuordnung der einzelnen Frequenzen zu ihren Flächen  $A_{F/D}^n$  geschieht im Limit verschwindender Modulationsstärke. Die durchgehend gezeichneten Linien im Inset zu Abbildung 6.8 zeigen die nach Gleichung 6.16 berechnete Entwicklung der Frequenzen um relevante Flächen mit der Ladungsträgerdichte. Die eingezeichneten Punkte kennzeichnen die experimentell für verschiedene Ladungsträgerdichten bestimmten Frequenzen. Die gestrichelte Linie markiert das gezeigte Fourierspektrum. Die geringe Zahl realisierter Ladungsträgerdichten lässt sich darauf zurückführen, dass die Ladungsträgerdichte häufig sprunghaft auf eine kontinuierliche Zunahme der Belichtungsdauer reagiert. Die Persistenz des Photoeffekts erlaubt bei einem Sprung in der Ladungsträgerdichte erst nach zwischenzeitlichem Aufwärmen der Probe eine erneute Messung bei niedrigerer Ladungsträgerdichte. Die ermittelten Frequenzen stimmen, im Rahmen der durch Fast-Fourier-Transformation erreichbaren Frequenzauflösung, gut mit den errechneten überein.

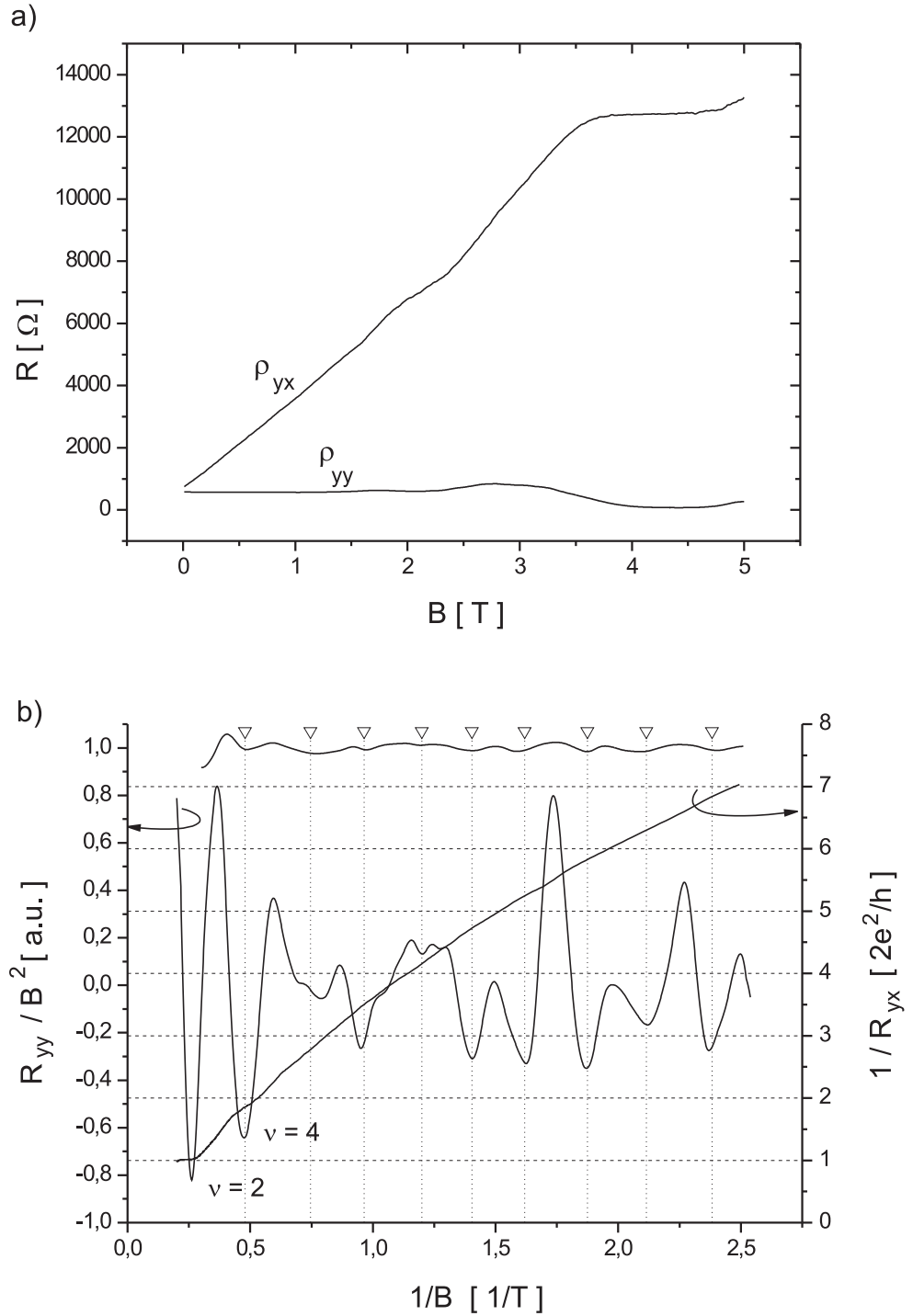
Für ausreichend große Modulationsamplituden wird der Magnetowiderstand also von Oszillationen um prominente 1D-Konturen dominiert. Im Gegensatz zur quantentheoretischen Vorhersage, finden sich jedoch Kommensurabilitäten um  $A_D^1$  bei den Minima und nicht bei den Maxima der Einhüllenden, obwohl der Strom in der verwendeten Mess-Geometrie annähernd parallel zum gewachsenen Übergitter

transportiert wird. Es ist daher davon auszugehen, dass ein Teil des Stromes senkrecht zum Übergitter fließt. Um zu gewährleisten, dass die Strompfade tatsächlich parallel zum Übergitter verlaufen, werden im Folgenden Messungen an Proben mit strukturierter CE-Hallbar gezeigt.

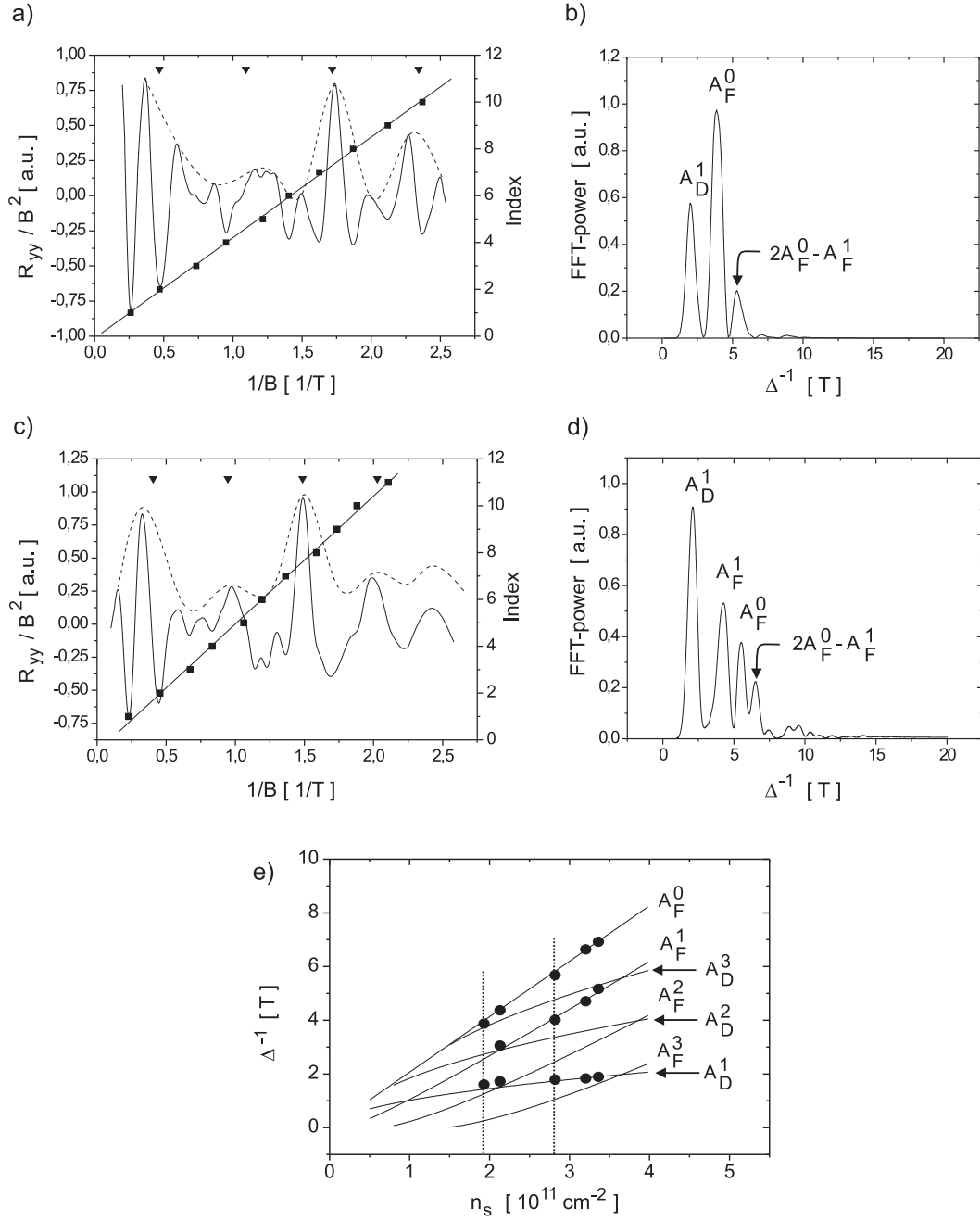
## 6.11 Messungen in CE-Hallbar-Geometrie

In Abbildung 6.9 a) ist der typische Verlauf des Längswiderstandes  $\rho_{yy}$  und des Hall-Widerstandes  $\rho_{yx}$  bei einer Temperatur von 1.5 K gezeigt. Der spezifische Nullfeldwiderstand  $\rho_0$  der Probe beträgt 537  $\Omega$ . Die Beweglichkeit errechnet sich daher zu 90600  $\text{cm}^2/\text{Vs}$ . Da der Stromfluss parallel zum gewachsenen Übergitter erfolgt zeigt der Längswiderstand  $\rho_{yy}$  erwartungsgemäß keinen positiven Magnetowiderstand um  $B=0$  T. In Abbildung 6.9 b) ist der mit dem Quadrat der externen Magnetfeldstärke  $B^2$  skalierte Längswiderstand  $R_{yy}$  dargestellt. SdH-Oszillationen sind bis zu einer Feldstärke von  $B = 400$  mT erkennbar. Des Weiteren ist der Verlauf des inversen Hall-Widerstandes  $1/R_{yx}$ , in Einheiten des Leitwertquantums  $2e^2/h$ , gegen das inverse Magnetfeld  $1/B$  aufgetragen. Um die Füllfaktoren  $\nu = 2$  und  $\nu = 4$  entwickeln sich deutliche Hall-Plateaus. Für kleinere Magnetfeldwerte sind diese Plateaus nurmehr als Abweichungen vom mittleren Widerstandverlauf erkennbar. Die durch abwärts weisende Pfeile gekennzeichneten Minima der im oberen Teil des Graphen gezeigten ersten Ableitung des Hall-Widerstandes stimmen mit den Minima des Längswiderstandes überein. Dies verifiziert zum Einen, dass es sich bei dem aufgetragenen Signal tatsächlich um eine quantisierte Hall-Spannung handelt, und zeigt zum Anderen, dass die Modulation den Verlauf des Hall-Widerstandes unbeeinflusst lässt. Abbildung 6.10 a) zeigt erneut die Messung aus Abbildung 6.9 b). Die Position der Minima, aufgetragen gegen ihren Index verdeutlicht die  $1/B$ -Periodizität der Oszillationen. Für die unbelichtete Probe errechnet sich eine Ladungsträgerdichte von  $n_s = 1.89 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ . Die Positionen der elektrischen Flachbandbedingung sind durch abwärts gerichtete Dreiecke gekennzeichnet. Im Gegensatz zu den Messungen an unstrukturierten Proben sind bei der Flachbandbedingung keine Minima, sondern Maxima des Längswiderstands erkennbar. Der Widerstandsverlauf steht somit im Einklang mit der quantentheoretischen Vorhersage für streuverbreiterte Landau-niveaus (vgl. Kap. 6.9). Die Fouriertransformation in Abbildung 6.10 b) enthüllt die Frequenz der Kommensurabilitätsoszillation um  $A_D^1$ , der SdH-Oszillation um  $A_F^0$ , sowie der Summenfrequenz um  $2A_F^0 - A_F^1 = A_F^0 + A_D^1$ . Abbildung 6.10 c) zeigt den skalierten Längswiderstandsverlauf bei höherer Ladungsträgerdichte. Die Maxima des Widerstandsverlaufs liegen erneut bei den Positionen der Flachbandbedingung für diese Ladungsträgerdichte (abwärts weisende Dreiecke). Abbildung 6.10 d) zeigt

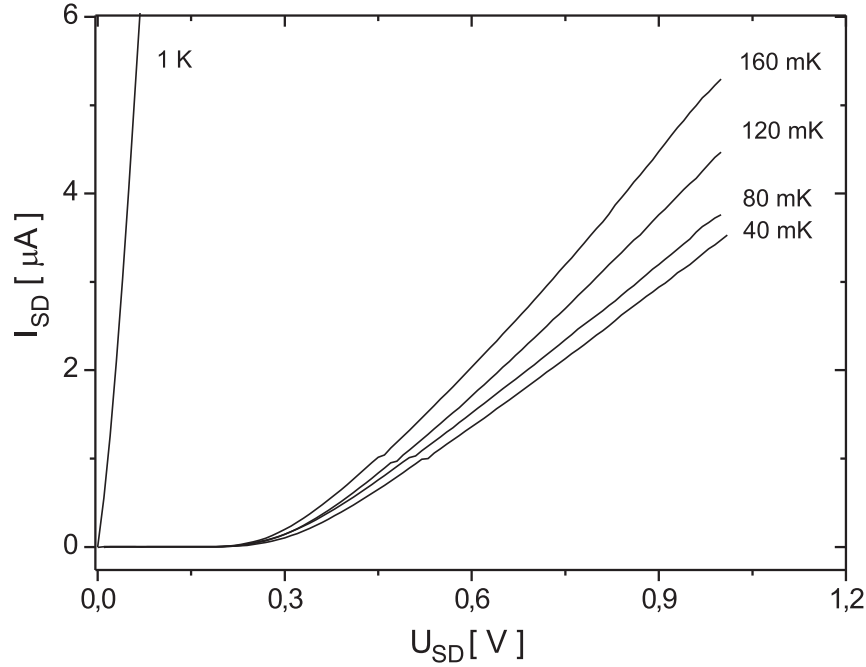




**Abbildung 6.9:** **a)** Typischer Verlauf des Längswiderstandes  $\rho_{yy}$  und des Hall-Widerstandes  $\rho_{yx}$  in CE-Hallbar-Geometrie bei einer Temperatur von 1.5 K. **b)** Auf  $B^2$  skaliertes Längswiderstand  $R_{yy}/B^2$  und inverser Hall-Widerstand  $1/R_{yx}$  in Einheiten des Leitwertquantums  $2e^2/h$  aufgetragen gegen  $1/B$ . Die Minima der, im oberen Teil des Graphen gezeigten, ersten Ableitung des Hall-Widerstandes stimmen mit den Minima des Längswiderstandes überein.



**Abbildung 6.10:** a) Skalierter Längswiderstandsverlauf  $R_{yy}$  in CE-Hallbar-Geometrie bei 1.5 K. Die Maxima des Widerstandsverlaufs liegen bei den Positionen der Flachbandbedingung (abwärts weisende Dreiecke) für  $a = 100$  nm. b) Fourierspektrum zu a). Oszillationen um  $A_D^1$ ,  $A_F^0$  und  $2A_F^0 - A_F^1$  sind erkennbar. c) Auch bei höherer Ladungsträgerdichte liegen die Widerstandsmaxima reproduzierbar bei den Positionen der entsprechenden Flachbandbedingung. d) Fourierspektrum zu c). Neben Oszillationen um  $A_D^0$ ,  $A_F^0$  und  $2A_F^0 - A_F^1$  sind nun auch Oszillationen um  $A_F^1$  erkennbar. e) Frequenzen um Konturen höherer Ordnung lassen sich auch für weitere Ladungsträgerdichten nicht auflösen.

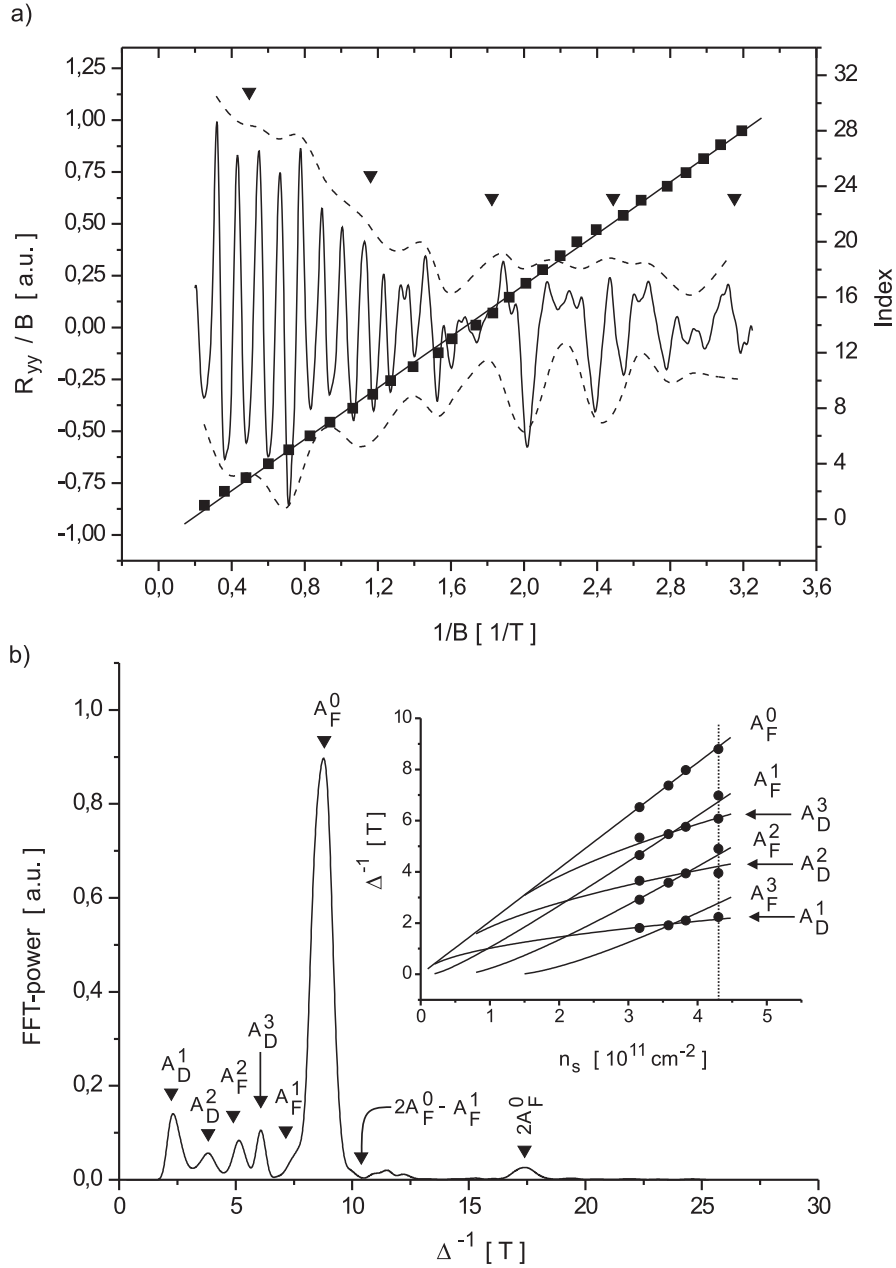


**Abbildung 6.11:** Kennlinienverlauf des hinteren Hallspannungsabgriffs bei unterschiedlichen Temperaturen. Die Kennlinie geht für kleinere Temperaturen zusehends in eine Tunnelcharakteristik über.

das Fourierspektrum der Messung. Neben Oszillationen um  $A_D^1$ ,  $A_F^0$  und  $2A_F^0 - A_F^1$  ist nun auch deutlich die Differenzfrequenz  $\Delta^{-1}(A_F^0) - \Delta^{-1}(A_D^1) = \Delta^{-1}(A_F^1)$  erkennbar. Wie aus Abbildung 6.10 e) ersichtlich, sind auch für andere Ladungsträgerdichten Konturen höherer Ordnung nicht aufzulösen. Die explizit gezeigten Messungen sind durch gestrichelte Linien markiert. Die Abhängigkeit der Frequenz  $\Delta^{-1}$  von der Ladungsträgerdichte  $n_s$  um relevante Konturen (durchgezogene Linien), ist erneut im Limit verschwindender Modulationsstärke berechnet. Für Messungen bei tieferen Temperaturen zeigt sich ein deutlicheres Bild.

## 6.12 Messungen bei mK-Temperaturen

Im Folgenden soll zuerst auf Schwierigkeiten eingegangen werden die sich bei Verwendung schmaler Fingerkontakte (typische Breite  $2 \mu m$ ) im Millikelvin-Bereich ergeben. Abbildung 6.11 zeigt den Kennlinienverlauf des hinteren Hallspannungsabgriffs bei unterschiedlichen Temperaturen. Während bei Temperaturen im Kelvin-Bereich



**Abbildung 6.12:** **a)** Mit  $1/B$  multiplizierter Längswiderstandsverlauf  $R_{yy}$ , gemessen in der Geometrie einer CE-Hallbar bei 20 mK. Die SdH-Oszillation um  $A_F^0$  dominiert den Widerstandsverlauf (Auftragung der Minima gegen ihren Index). Die Maxima der Einhüllenden lassen sich, weniger deutlich als bei 1.5 K, der Flachbandbedingung für  $a = 100$  nm (abwärts weisende Dreiecke) zuordnen. **b)** Fourierspektrum zu a). Oszillationen um  $A_F^0$ ,  $A_D^1$ ,  $A_F^1$ ,  $A_D^2$ ,  $A_F^2$  und  $A_D^3$  sind erkennbar. Das Inset verdeutlicht auch für andere Ladungsträgerdichten die Zuordnung zu den prominentesten 1D-Fermikonturen.

die Stromantwort um  $U_{SD} = 0$  V linear ist, geht die Kennlinie für kleinere Temperaturen zusehends in eine Tunnelcharakteristik über. Dies ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass die Dotierung in der Kontaktregion bei sehr tiefen Temperaturen ausfriert. Für schmale Finger führt dies zu einer deutlichen Verschlechterung der Kontakt-Leitfähigkeit. Lockin-Messungen an den CEO-Proben sind daher nur nach längerer Belichtung mit infra-rotem Licht möglich. Die Belichtung setzt nicht nur in den Kontaktregionen, sondern auch im Transportkanal Ladungsträger frei. Bei den gezeigten Messungen ist die Ladungsträgerdichte daher stets größer als  $3 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ . Abbildung 6.12 zeigt den mit  $1/B$  multiplizierten Längswiderstandsverlauf  $R_{yy}$  bei einer Temperatur von 20 mK. Die Ladungsträgerdichte bei permanenter Belichtung beträgt  $n_s = 4.25 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ . Wie aus der linearen  $1/B$ -Abhängigkeit der Widerstandsminima, aufgetragen gegen ihren Index ersichtlich, dominiert die SdH-Oszillation um  $A_F^0$  im gezeigten Magnetfeldbereich. Für kleinere Magnetfeldstärken werden Quantenoszillationen durch die endliche Streuzeit  $\tau$  zunehmend unterdrückt. Die Nullfeldbeweglichkeit der Probe beträgt  $\mu_0 = 58000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ . Die Zuordnung der Flachband-Positionen (abwärts weisende Dreiecke) zu den Maxima der Einhüllenden ist weniger deutlich, als bei einer Temperatur von 1.5 K. Vermutlich verhindert das Auftreten von Oszillationen um Konturen höherer Ordnung eine augenfällige Zuordnung. Abbildung 6.12 b) zeigt das zu a) gehörende Fourierspektrum. Neben Oszillationen um  $A_F^0$ ,  $A_D^1$  und  $A_F^1$ , treten Oszillationen um  $A_D^2$  und  $A_F^2$ , sowie um  $A_D^3$  auf. Frequenzen mit  $\Delta^{-1} > \Delta^{-1}(A_F^0)$  können einfachen Linearkombinationen niederfrequenter Konturen zugeordnet werden. Die Zuordnung der  $1/B$ -Periodizitäten  $\Delta$  zu ihren Fermiflächen geschieht, wie in den vorausgegangenen Abschnitten, im Limit verschwindender Modulationsstärke. Im Inset zu Abbildung 6.12 b) ist das gezeigte Fourierspektrum durch eine gestrichelte Linie markiert. Die für andere Ladungsträgerdichten aufgenommenen Fourierspektren bestätigen das Auftreten von Oszillationen um die prominentesten 1D-Konturen.

## 6.13 Zusammenfassung

Bislang erlaubte die Geometrie unstrukturierter CEO-Proben ausschließlich die Widerstandsbestimmung senkrecht zum gewachsenen Übergitter. Untersuchungen der Widerstandskomponente  $\rho_{yy}$  entlang des gewachsenen Übergitters sind nur für strukturierte CEO-Proben möglich. Anhand der vorstrukturierten CEO-Probe fließt der Messstrom noch nicht ausreichend parallel zum Übergitter (vgl. Kap. 6.10). Sowohl bei einer Temperatur von 20 mK, als auch bei einer Temperatur von 1.5 K, fallen bei vorstrukturierten Proben die Positionen der Flachbandbedingung, im Widerspruch zur quantentheoretischen Vorhersage, mit den Minima der Einhüllenden

des Längswiderstands zusammen. Untersuchungen dieser Art erlauben dennoch eine Charakterisierung der Qualität des gewachsenen Materials. Erst eine auf die Spaltfläche strukturierte Hallbar gewährleistet ausreichen parallelen Stromfluss. Bei einer Temperatur von 1.5 K liegen die Positionen der Flachbandbedingung eindeutig bei den Maxima des Längswiderstandsverlaufs (vgl. Kap. 6.11). Für Temperaturen im Millikelvin-Bereich sind zusätzlich Signaturen von Fermikonturen höherer Ordnung erkennbar. Das Auftreten von Konturen höherer Ordnung in längs zur Richtung des Messstroms modulierten Systemen konnte erstmals beobachtet werden.

# Kapitel 7

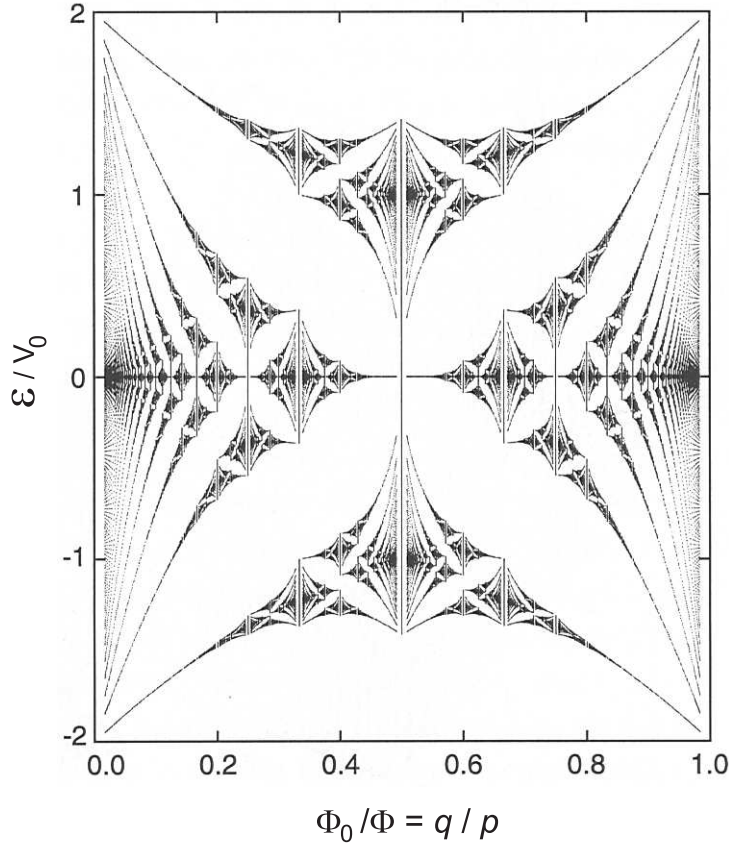
## 2-dimensionale Modulation

### 7.1 Realisierung

Das folgende Kapitel thematisiert Magnetotransportuntersuchungen an einem 2DES auf der Spaltfläche, das in zwei räumlichen Dimensionen moduliert ist. Ein zusätzliches, senkrecht zum gewachsenen Übergitter aufgebrachtes Liniengitter ermöglicht diese 2-dimensionale Modulation. Gute Ergebnisse werden mit der in Kapitel 3.3.5 beschriebenen Methode der lokalen anodischen Oxidation (LAO) des Cap-Layers auf der CE-Hallbar erzielt. Die in Kapitel 7.6 und den daran anschließenden Kapiteln gezeigten Messungen, sind an Proben durchgeführt, die mit dieser Methode feinstrukturiert wurden.

### 7.2 Das Hofstadter-Energiespektrum

Gemäß der Standard-Quantentheorie modulierter Elektronensysteme wird der grundlegende Unterschied zwischen 1-dimensional und 2-dimensional modulierten Systemen durch die interne Substruktur der Landau-Bänder bei 2-dimensionaler Modulation hervorgerufen. Für ein quadratisches Übergitter mit einem kosinusförmigen Potential hat das Einteilchen- Energiespektrum dieser Substruktur eine komplizierte, selbstähnliche Form, deren graphische Darstellung als 'Hofstadter-Schmetterling' bekannt ist (vgl. Abb. 7.1). In der Theorie erhält man dieses Energiespektrum für die beiden komplementären, aber mathematisch äquivalenten, Grenzfälle eines starken Modulationspotentials bei schwachem Magnetfeld, bzw. für ein schwaches Modulationspotential bei starkem Magnetfeld. Eine elementare Lösung der Schrödingergleichung kann man dabei jeweils nur für solche Magnetfelder angeben, bei denen der



**Abbildung 7.1:** Das als 'Hofstadter-Schmetterling' bezeichnete fraktale Energiespektrum eines zweidimensional modulierten 2DES im äußeren Magnetfeld. Das auf die Modulationsstärke  $V_0$  normierte Energiespektrum zu Harper's Gleichung  $\mathcal{E}$  ist gegen den inversen magnetischen Fluss  $\Phi_0/\Phi$  durch die Einheitszelle aufgetragen. (Nach [73])

magnetische Fluss  $\Phi = Ba^2$  durch die quadratische Elementarzelle des Übergitters mit Periode  $a$ , ein rationales Vielfaches des Flussquants  $\Phi_0 = h/e$  ist. Es gilt:

$$\Phi/\Phi_0 = Ba^2e/h = p/q \text{ mit } p, q = 1, 2, 3, \dots \quad (7.1)$$

Für ein schwaches Modulationspotential der Form

$$V(x, y) = V_0 (\cos Kx + \cos Ky), \quad K = \frac{2\pi}{a} \quad (7.2)$$

liefert eine störungstheoretische Rechnung [73]

$$E_{n,\alpha} = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + V_0 \exp(-\frac{1}{4}K^2l_B^2)L_n(\frac{1}{2}K^2l_B^2)\mathcal{E}_\alpha \text{ mit } \alpha = (k_x, k_y, j). \quad (7.3)$$

Hierbei steht  $\omega_c$  für die Zyklotronfrequenz  $\omega_c = eB/m^*$ ,  $l_B$  für die magnetische Länge  $l_B = \sqrt{\hbar/eB}$ ,  $L_n$  für ein Laguerre-Polynom  $n$ -ter Ordnung, und  $\mathcal{E}_\alpha$  für das



Hofstadter-Energiespektrum. Das Energiespektrum  $\mathcal{E}_\alpha$  selbst, lässt sich aus Harper's Gleichung [74] [75]

$$\left[ V_0 \cos(K l_B^2 [k_y + \lambda K]) - \mathcal{E}_\alpha \right] c_\lambda(\alpha) + \frac{1}{2} V_0 [c_{\lambda+1}(\alpha) + c_{\lambda-1}(\alpha)] = 0, \quad (7.4)$$

die nicht von der Landau-Quantenzahl  $n$  abhängt, berechnen. Die Faktoren  $c_\lambda(\alpha)$  bezeichnen hierbei die Koeffizienten, die die Eigenzustände  $|n, \alpha\rangle$  des modulierten Systems, durch gekoppelte Landau-Funktionen  $|n, k_y\rangle$  darstellen. Es gilt:

$$|n, \alpha\rangle = \sum_\lambda c_\lambda(\alpha) |n, k_y + \lambda K\rangle \quad \text{mit } \alpha = (k_x, k_y, j). \quad (7.5)$$

Gemäß Gleichung 7.3 werden die Landau-Niveaus also wie im Fall 1-dimensionaler Modulation zu Bändern verbreitert, und die Bandbreite variiert mit der Stärke des Magnetfeldes  $B$  sowie in Abhängigkeit der Gitterperiode  $a$ . Darüberhinaus sorgt  $\mathcal{E}_\alpha$  für eine Aufspaltung der modulationsverbreiterten Landaubänder in Subbänder mit Index  $j = 1, 2, \dots, p$ . Die Anzahl  $p$  der Subbänder wird durch den magnetischen Fluss  $\Phi$  pro Flussquant  $\Phi_0$  (vgl. Gl. 7.1) bestimmt. Für einen inversen magnetischen Fluss von  $\Phi_0/\Phi = q/p = 1/3$  ergibt sich daher z.B. eine Aufspaltung in 3 Subbänder, die durch 2 große Energielücken getrennt sind. Wie aus Abbildung 7.1 erkennbar, 'clustern' die Subbänder, so dass auch in der Umgebung von  $q/p = 1/3$  eine Aufspaltung in 3 Subbandgruppen deutlich wird. Dies ermöglicht die experimentelle Beobachtung des aufgespaltenen Energiespektrums, sofern die durch Streuung der Elektronen an Störstellen hervorgerufene Verbreiterung der Energieniveaus hinreichend klein ist. In den Arbeiten von Breuer et al. [76] sowie Albrecht et al. [77] wird dies für herkömmliche, in zwei Dimensionen lateral modulierte Elektronensysteme erfolgreich gezeigt.

Wie eingangs erwähnt ist das Konzept, ein schwaches Modulationspotential als Störung der sich im äußeren Magnetfeld ausbildenden Landau-Niveaus zu betrachten, auf den Bereich großer Magnetfelder beschränkt. Das entsprechende Regime kann mit der Beziehung  $\hbar\omega_c \gg V_0$  charakterisiert werden. Für kleine Magnetfeldstärken  $\hbar\omega_c \ll V_0$  können die Effekte eines schwachen Modulationspotentials mit  $V_0 \ll E_F$  auf der Grundlage der Minibandstruktur bei  $B = 0$  diskutiert werden.

## 7.3 Minibandstruktur

Ein aufgeprägtes periodisches Potential hebt die Translationsinvarianz des unmodulierten CE-2DES auf. Es wird im folgenden nur die Bewegung in der  $(xy)$ -Ebene betrachtet. Die Vektoren  $\vec{r} = (x, y)$  und  $\vec{k} = (k_x, k_y)$  sind zweikomponentig. Die

Schrödingergleichung lautet in Effektiv-Massen-Näherung

$$\left( \frac{\vec{p}^2}{2m^*} + V(\vec{r}) \right) \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r}). \quad (7.6)$$

Auf Grund der Translationssymmetrie des Übergitters können wir das Modulationspotential  $V(\vec{r})$  als Fourierreihe

$$V(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} V_{\vec{G}} \exp(i\vec{G} \cdot \vec{r}) \quad (7.7)$$

darstellen, wobei  $\vec{G}$  die reziproken Gittervektoren des lateralen Übergitters repräsentiert. Wenn wir die Wellenfunktion  $\Psi(\vec{r})$  in ebene Wellen entwickeln

$$\Psi(\vec{r}) = \sum_{\vec{k}} a_{\vec{k}} \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}), \quad (7.8)$$

führt die Schrödingergleichung (7.6) auf ein lineares Gleichungssystem für die Entwicklungskoeffizienten  $a_{\vec{k}}$ .

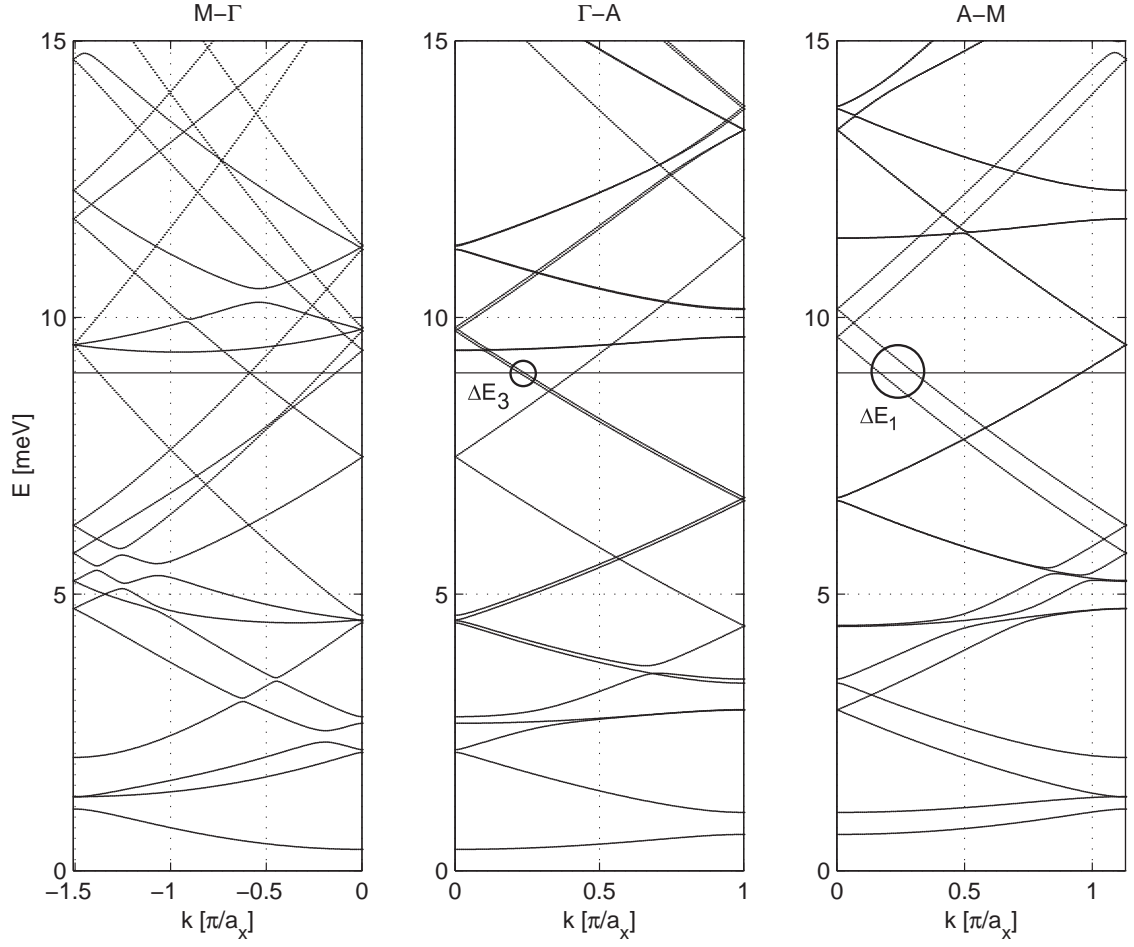
$$\frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m^*} a_{\vec{k}} + \sum_{\vec{G}} V_{\vec{G}} a_{\vec{k}-\vec{G}} = E_{\vec{k}} a_{\vec{k}}. \quad (7.9)$$

Abbildung 7.2 zeigt die aus dem Eigenwertproblem (Gl. 7.9) numerisch berechnete Minibandstruktur eines schwach modulierten 2DES entlang von Hauptsymmetrieachsen. Als Modulationspotential wird ein Produktansatz

$$V(x, y) = V_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{a_x} x\right) \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{a_y} y\right) \quad (7.10)$$

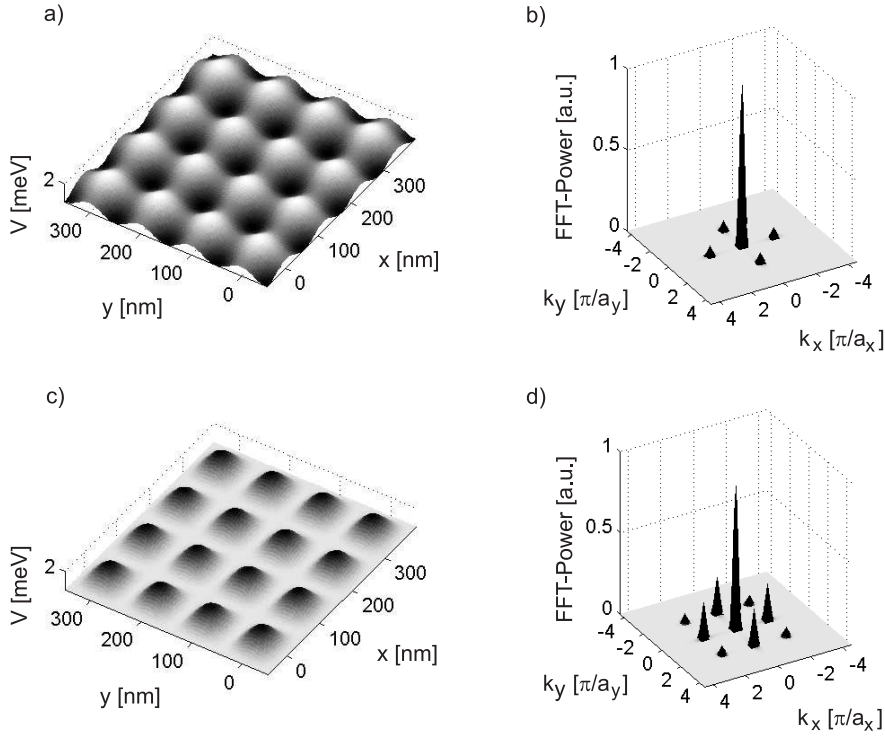
mit  $V_0 = 2$  meV gewählt (vgl. Abb. 7.3 c). Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird im Folgenden das Koordinatensystem so gewählt, dass die  $x$ -Richtung parallel, und die  $y$ -Richtung senkrecht zum gewachsenen Übergitter verläuft. Die Gitterperiode beträgt somit  $a_x = 113$  nm, entsprechend der durch LAO aufgetragenen Modulation in  $x$ -Richtung, und  $a_y = 100$  nm, entsprechend der gewachsenen Periode in  $y$ -Richtung. Die reziproken Gittervektoren  $G_x$  und  $G_y$  lauten entsprechend  $G_x = \frac{2\pi}{a_x}$  und  $G_y = \frac{2\pi}{a_y}$  um der Bedingung  $G_x a_x = 2\pi$  und  $G_y a_y = 2\pi$  zu genügen.

Verglichen mit dem zunächst naheliegenden additiven Ansatz  $V(x, y) = \frac{V_0}{2} \cos^2\left(\frac{\pi}{a_x} x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{a_y} y\right)$ , der der Überlagerung zweier Linienpotentiale in  $x$ - und  $y$ -Richtung entspricht (vgl. Abb. 7.3 a), enthält der Produktansatz neben den Fourier-Komponenten  $V_{(0,0)}$ ,  $V_{(\pm \frac{2\pi}{a_x}, 0)}$  und  $V_{(0, \pm \frac{2\pi}{a_y})}$  (vgl. Abb. 7.3 b) auch die Komponenten  $V_{(\pm \frac{2\pi}{a_x}, \pm \frac{2\pi}{a_y})}$  (vgl. Abb. 7.3 d) und liefert neben offenen Trajektorien in  $k_x$ - und  $k_y$ -Richtung auch offene Trajektorien entlang der Raumdiagonalen (vgl. dick durchgezogene Linien in



**Abbildung 7.2:** Reduziertes Zonenschema eines 2-dimensional modulierten 2DES entlang von Hauptsymetrieachsen. Als Modulationspotential ist ein Produktansatz  $V(x, y) = V_0 \cos^2(\frac{\pi}{a_x}x) \cdot \cos^2(\frac{\pi}{a_y}y)$  mit  $V_0 = 2$  meV,  $a_x = 113$  nm und  $a_y = 100$  nm gewählt.

Abb. 7.4 und Abb. 7.5). Dies trägt der experimentellen Beobachtung von Fermiflächen des Typs  $A_{Fxy}^n$  oder  $A_{Dxy}^n$  (vgl. Abb. 7.4) Rechnung, die sich als Schnitt oder Differenz ungestörter Fermiflächen  $A_F^0$  entlang der Raumdiagonalen  $k_{xy}$  konstruieren lassen. Nur wenn entlang der Raumdiagonalen Energielücken durch die Fourierkomponenten  $V(\pm \frac{2\pi}{a_x}, \pm \frac{2\pi}{a_y})$  geöffnet werden, besteht eine endliche Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Fermiflächen obengenannten Typs. Die Notation  $A_{Fxy}^n$  oder  $A_{Dxy}^n$  kennzeichnet wie im vorausgegangenen Kapitel relevante Fermiflächen durch einen hochgestellten Minibandindex  $n$ , und einem tiefgestellten Index  $F$  oder  $D$  für Fermiflächen oder Differenzflächen von Fermiflächen. Ein zusätzlich tiefgestelltes 'xx' bzw. 'yy' kennzeichnet Kombinationen in  $k_x$ - bzw.  $k_y$ -Richtung, und ein tiefgestelltes 'xy' Kombinationen entlang der Raumdiagonalen.

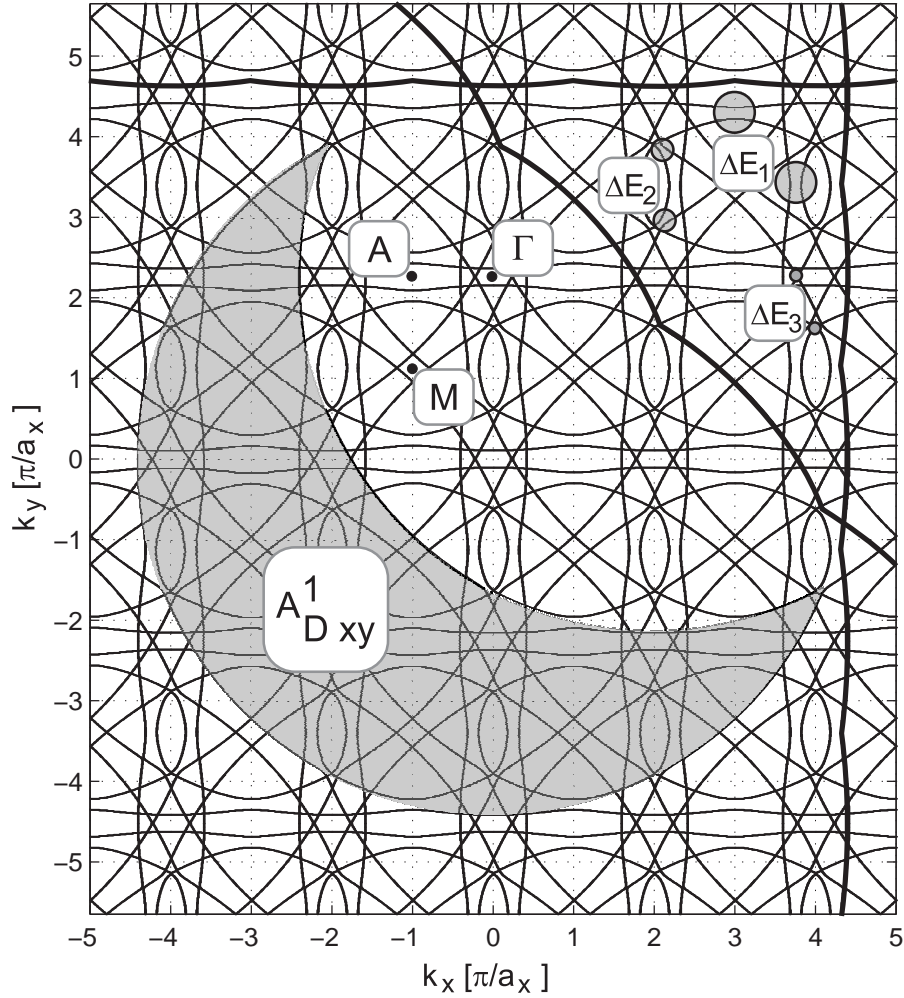


**Abbildung 7.3:** Modellpotentiale und Fourierspektren dieser Potentiale. **a)** Summenansatz  $V(x,y) = \frac{V_0}{2} \cos^2(\frac{\pi}{a_x}x) + \cos^2(\frac{\pi}{a_y}y)$ . **b)** Das Fourierspektrum enthält ausschließlich Komponenten in  $k_x$ - und  $k_y$ -Richtung. **c)** Produktansatz  $V(x,y) = V_0 \cos^2(\frac{\pi}{a_x}x) \cdot \cos^2(\frac{\pi}{a_y}y)$ . **d)** Das Fourierspektrum enthält auch Komponenten entlang der Raumdiagonalen.

Aufgrund der schwachen Modulation bleibt die Grundstruktur der parabolischen Dispersion des freien Systems weitgehend erhalten. Das wesentliche Detail im Energiespektrum des modulierten Systems sind die durch die Energielücken  $\Delta E_1$  und  $\Delta E_3$ , entlang  $k_x$  und  $k_y$ , sowie  $\Delta E_2$ , entlang der Raumdiagonalen, gegebenen Aufspaltungen (vgl. Abb. 7.4). Die Indizierung der Energielücken erfolgt nach der Größe der Energielücke. Es gilt:  $\Delta E_1 > \Delta E_2 > \Delta E_3$ . Ihren Ursprung haben die Energielücken in der Überlagerung entarteter Zustände. An allen Schnittpunkten der Fermikontouren für  $V_0 \rightarrow 0$  liegen solche Entartungen vor, da die verschiedenen Trajektorien zu unterschiedlichen Bändern gehören. Ein Modulationspotential kann diese Entartungen aufheben sofern im Fourierspektrum des Modulationspotentials die entsprechende Fourierkomponente existiert. Im reduzierten Zonenschema wird dies besonders an den Grenzen der Brillouin-Zonen deutlich, da die Bragg-Bedingung

$$\vec{k}^2 = |\vec{k} + \vec{G}|^2 \quad (7.11)$$

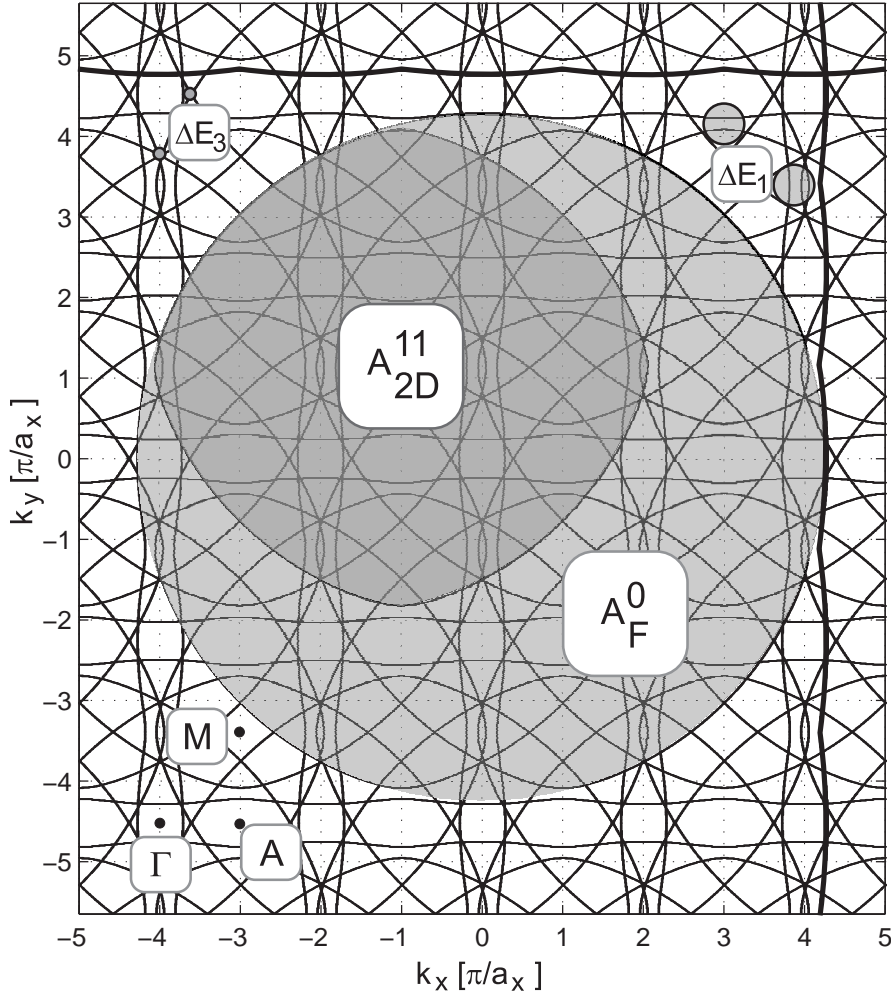
die einfallende elektronische Wellenfunktion zurück in die Brillouin-Zone 'reflektiert' (vgl. Abb. 7.2).



**Abbildung 7.4:** Fermischnittfläche bei  $E_F = 9$  meV. Der Berechnung liegt ein Produktansatz  $V(x, y) = V_0 \cos^2(\frac{\pi}{a_x}x) \cdot \cos^2(\frac{\pi}{a_y}y)$  mit  $V_0 = 2.0$  meV,  $a_x = 113$  nm und  $a_y = 100$  nm zugrunde. Die Fourierkomponenten  $V(\pm \frac{2\pi}{a_x}, \pm \frac{2\pi}{a_y})$  öffnen Energielücken  $\Delta E_2$ , die in offenen Trajektorien entlang der Raumdiagonalen resultieren. Einige Trajektorien sind exemplarisch hervorgehoben.

## 7.4 Tunnelprozesse im k-Raum

Wie im Falle eindimensionaler Modulation können die Elektronen die Energielücken teilweise durch quantenmechanisches Tunneln im äußeren Magnetfeld überwinden. Im Rahmen der vereinfachten Betrachtung aus Kapitel 6.4, findet ein magneti-



**Abbildung 7.5:** Fermischnittfläche bei  $E_F = 9$  meV. Der Berechnung liegt ein Summenansatz  $V(x, y) = \frac{V_0}{2} \cos^2(\frac{\pi}{a_x}x) + \cos^2(\frac{\pi}{a_y}y)$  mit  $V_0 = 2.0$  meV,  $a_x = 113$  nm und  $a_y = 100$  nm zugrunde. Offene Trajektorien (schwarz eingezeichnet) existieren nur in  $k_x$ - und  $k_y$ -Richtung.

scher Durchbruch für Magnetfeldstärken

$$B > \frac{\Delta E^2 m^*}{e \hbar} \quad (7.12)$$

statt. Hierbei bezeichnet  $\Delta E$  die Größe einer Energielücke und  $m^*$  die effektive Masse der Leitungselektronen. Aus detaillierteren Rechnungen [63] folgt der Ausdruck

$$p = \exp \left( \frac{-\pi \Delta E^2}{4 \hbar \omega_c E_F \sin(2\Theta)} \right) \quad (7.13)$$

für die Tunnelwahrscheinlichkeit  $p$ . Neben den Größen  $\Delta E$ , der Fermienergie  $E_F$  und der Magnetfeldstärke  $B$  geht hier auch der Bragg-Streuwinkel  $2\Theta$  ein, der zu einer

Abhängigkeit von der Gitterperiode führt. Um der Bragg-Bedingung zu genügen, muss der Streuvektor gleich einem reziproken Gittervektor sein. Für die Energielücken  $\Delta E_1$  und  $\Delta E_3$  des rechteckigen Übergitters folgt aus einfachen geometrischen Überlegungen für den Grenzfall  $a_x \gg \text{Fermi-Wellenlänge } \lambda_F$  und  $a_y \gg \lambda_F$ :  $\sin(2\Theta) \approx G_x/k_F = \frac{2\pi}{a_x k_F}$  in  $k_x$ -Richtung, und  $\sin(2\Theta) \approx G_y/k_F = \frac{2\pi}{a_y k_F}$  in  $k_y$ -Richtung. Für die Energielücke  $\Delta E_2$  gilt:  $\sin(2\Theta) \approx \frac{\lambda_F}{a_{xy}}$  mit  $a_{xy} = (\frac{1}{a_x^2} + \frac{1}{a_y^2})^{-\frac{1}{2}}$  dem geometrischen Mittel aus  $a_x$  und  $a_y$ . Die Übergangswahrscheinlichkeit in  $x$ -Richtung mit einer Periode von  $a_x = 113$  nm ist daher bei gleicher Energielücke kleiner als in  $y$ -Richtung mit einer Periode von  $a_y = 100$  nm. Die größte Übergangswahrscheinlichkeit ergibt sich in  $xy$ -Richtung mit einer Periode von  $a_{xy} = 75$  nm.

## 7.5 Gesamtwahrscheinlichkeit eines Orbits

Für die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit  $P$  mit der ein geschlossener Orbit durchlaufen wird, muss berücksichtigt werden, dass eine hohe Wahrscheinlichkeit  $p_i$  eine Energielücke zu durchtunneln, eine niedrige Wahrscheinlichkeit  $(1 - p_i)$  auf der ursprünglichen Kontur zu bleiben bedeutet. Die Gesamtwahrscheinlichkeit  $P$  ergibt sich wie im Fall eindimensionaler Modulation aus dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten die Energielücke  $\Delta E_i$  in  $x$ -,  $y$ - oder  $xy$ -Richtung zu durchtunneln, und dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten andere Energielücken  $\Delta E_j$  nicht zu durchtunneln. Für Konturen um die Flächen  $A_F^0$ ,  $A_{Fxx}^1$ ,  $A_{Fyy}^1$ ,  $A_{Fxy}^1$ ,  $A_{Fxx}^2$ ,  $A_{2D}^{11}$ ,  $A_{2D}^{22}$  und einfachen Linearkombinationen mit  $A_F^0$  ergeben sich z.B. Wahrscheinlichkeiten von

$$\begin{aligned}
P(A_F^0) &= p_{1x}^4 p_{1y}^4 p_2^8 p_{3x}^4 p_{3y}^4 \\
P(A_{Fxx}^1) &= p_{1x}^4 (1 - p_{1y})^2 p_2^8 p_{3x}^4 p_{3y}^4 \\
P(A_{Fyy}^1) &= (1 - p_{1x})^2 p_{1y}^4 p_2^8 p_{3x}^4 p_{3y}^4 \\
P(A_{Fxy}^1) &= p_{1x}^4 p_{1y}^4 p_2^4 (1 - p_2)^2 p_{3x}^4 p_{3y}^2 \\
P(A_{Fxx}^2) &= p_{1x}^4 p_2^4 p_{3x}^4 (1 - p_{3y})^2 \\
P(A_{2D}^{11}) &= (1 - p_{1x})^2 (1 - p_{1y})^2 p_2^8 p_{3x}^4 p_{3y}^4 \\
P(A_{2D}^{22}) &= p_2^4 (1 - p_{3x})^2 (1 - p_{3y})^2 \\
P(A_{Dxx}^1 = A_F^0 - A_{Fxx}^1) &= p_{1x}^4 p_{1y}^4 (1 - p_{1y})^2 p_2^8 p_{3x}^4 p_{3y}^4 \\
P(A_{Dyy}^1 = A_F^0 - A_{Fyy}^1) &= p_{1x}^4 (1 - p_{1x})^2 p_{1y}^4 p_2^8 p_{3x}^4 p_{3y}^4 \\
P(A_{Dxy}^1 = A_F^0 - A_{Fxy}^1) &= p_{1x}^4 p_{1y}^4 p_2^8 (1 - p_2)^2 p_{3x}^4 p_{3y}^4 \\
P(2A_F^0 - A_{Fxx}^1) &= p_{1x}^4 p_{1y}^4 (1 - p_{1y})^2 p_2^8 p_{3x}^4 p_{3y}^4 .
\end{aligned}$$

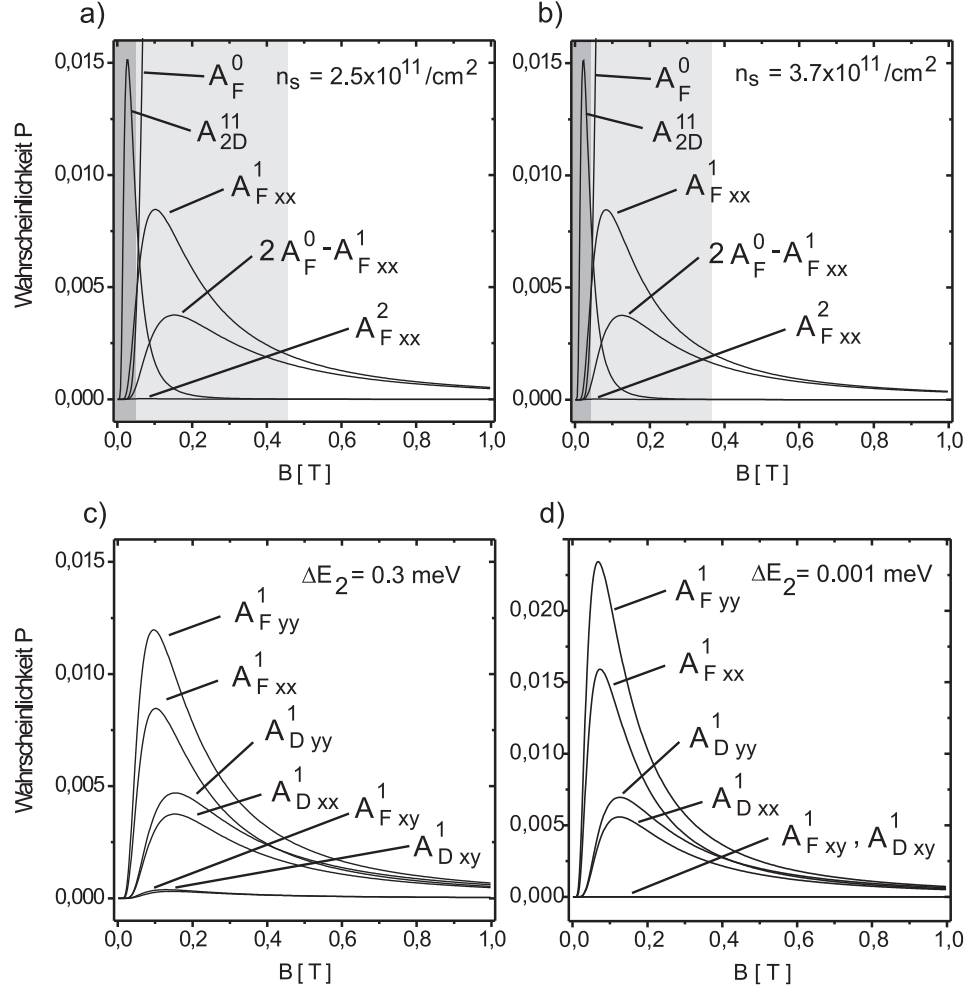
Die Kontur um die Fläche  $A_{2D}^{11}$  ergibt sich dabei als Schnittfläche von 4 in  $k_x$ - und  $k_y$ -Richtung unmittelbar benachbarten Fermikreisen  $A_F^0$  (vgl. Abb. 7.5). Die Kontur um die Fläche  $A_{2D}^{22}$  ergibt sich als Schnittfläche eines Fermikreises mit seinen Nachbarn in der übernächsten Brillouinzone in  $k_x$ - und  $k_y$ -Richtung.

In Abbildung 7.6 a) bzw. b) sind die Gesamtwahrscheinlichkeiten  $P$  für das Auftreten geschlossener Konturen um  $A_F^0$ ,  $A_{2D}^{11}$ ,  $A_{Fxx}^1$ ,  $2A_F^0 - A_{Fxx}^1$  und  $A_{Fxx}^2$  für eine Ladungsträgerdichte von  $2.5 \times 10^{11}/\text{cm}^2$  bzw.  $3.7 \times 10^{11}/\text{cm}^2$  gegen die angelegte Magnetfeldstärke  $B$  aufgetragen. Den Berechnungen liegt ein Produktansatz für ein rechteckiges Modulationspotential mit Übergitterperioden  $a_x = 113$  nm und  $a_y = 100$  nm zugrunde. Die Energielücken  $\Delta E_1$ ,  $\Delta E_2$  und  $\Delta E_3$  wurden in Übereinstimmung mit der Bandstrukturechnung zu 0.5 meV, 0.3 meV und 0.1 meV gewählt. Der Bereich sehr kleiner Magnetfeldstärken wird durch Konturen um  $A_{2D}^{11}$  und  $A_{2D}^{22}$  dominiert (dunkelgrau hinterlegter Bereich). Im Bereich höherer Magnetfeldstärken dominiert die SdH-Oszillation um  $A_F^0$ , jedoch besitzen Konturen wie z.B. um  $A_{Fxx}^1$ ,  $2A_F^0 - A_{Fxx}^1$  oder  $A_{Fxx}^2$  eine endliche Wahrscheinlichkeit aufzutreten (hellgrau hinterlegter Bereich). Die maximale Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von geschlossenen Bahnen um  $A_{Fxx}^2$  liegt ca. eine Größenordnung niedriger als für das Auftreten von geschlossenen Bahnen um  $A_{Fxx}^1$  und wird daher in der obigen Auftragung kaum deutlich. Durch Erhöhung der Ladungsträgerdichte  $n_s$  verschieben sich die Bereiche maximalen Auftretens zu geringfügig kleineren Magnetfeldstärken (vgl. Abb. 7.6 b). Abbildung 7.6 c) verdeutlicht Asymmetrien, die aus der Modellierung unterschiedlicher Perioden in  $x$ - und  $y$ -Richtung resultieren. Die Fermifläche  $A_{Fyy}^1$  besitzt, gefolgt von  $A_{Fxx}^1$ , die größte Wahrscheinlichkeit aufzutreten. Auch für die Komensurabilitätsoszillationen gilt: die Periode  $a_y = 100$  nm dominiert und  $A_{Dyy}^1$  besitzt eine größere Wahrscheinlichkeit aufzutreten als  $A_{Dxx}^1$ . Neben den Fermiflächen die sich aus der Kombination ungestörter Fermikreise  $A_F^0$  in  $k_x$ - und  $k_y$ -Richtung ergeben besitzen auch die Flächen  $A_{Fxy}^1$  und  $A_{Dxy}^1$  für eine Energielücke von  $\Delta E_2 = 0.3$  meV eine Wahrscheinlichkeit  $\gg 0$  aufzutreten. Geht die Energielücke, wie im Falle eines Summenansatzes, gegen 0 (hier 0.001 meV), so verschwinden die Wahrscheinlichkeiten für ein Auftreten von  $A_{Fxy}^1$  und  $A_{Dxy}^1$  (vgl. Abb. 7.6 d). Die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der verbleibenden Konturen erhöhen sich entsprechend.

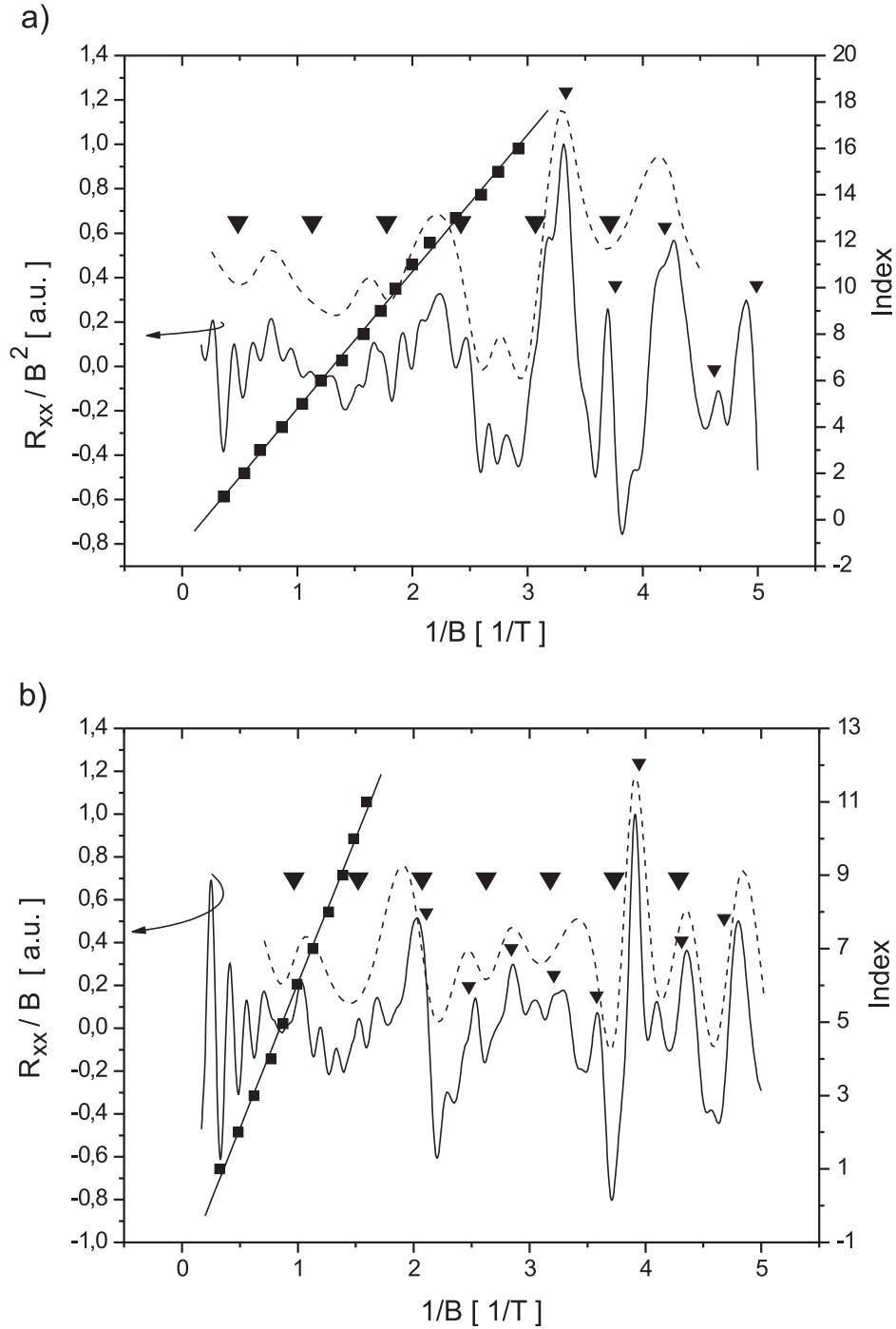
## 7.6 Magnetotransportuntersuchungen

Die Abbildungen 7.7 a) und b) zeigen Magnetotransportmessungen an einer CE-Hallbar, die mit Hilfe der LAO senkrecht zur gewachsenen Übergitterstruktur mit Linien der Periode  $a_x = 113$  nm versehen wurde. Die Periode des gewachsenen Übergitters beträgt 100 nm, und ist durch einen GaAs-Quantentrog der Dicke 25





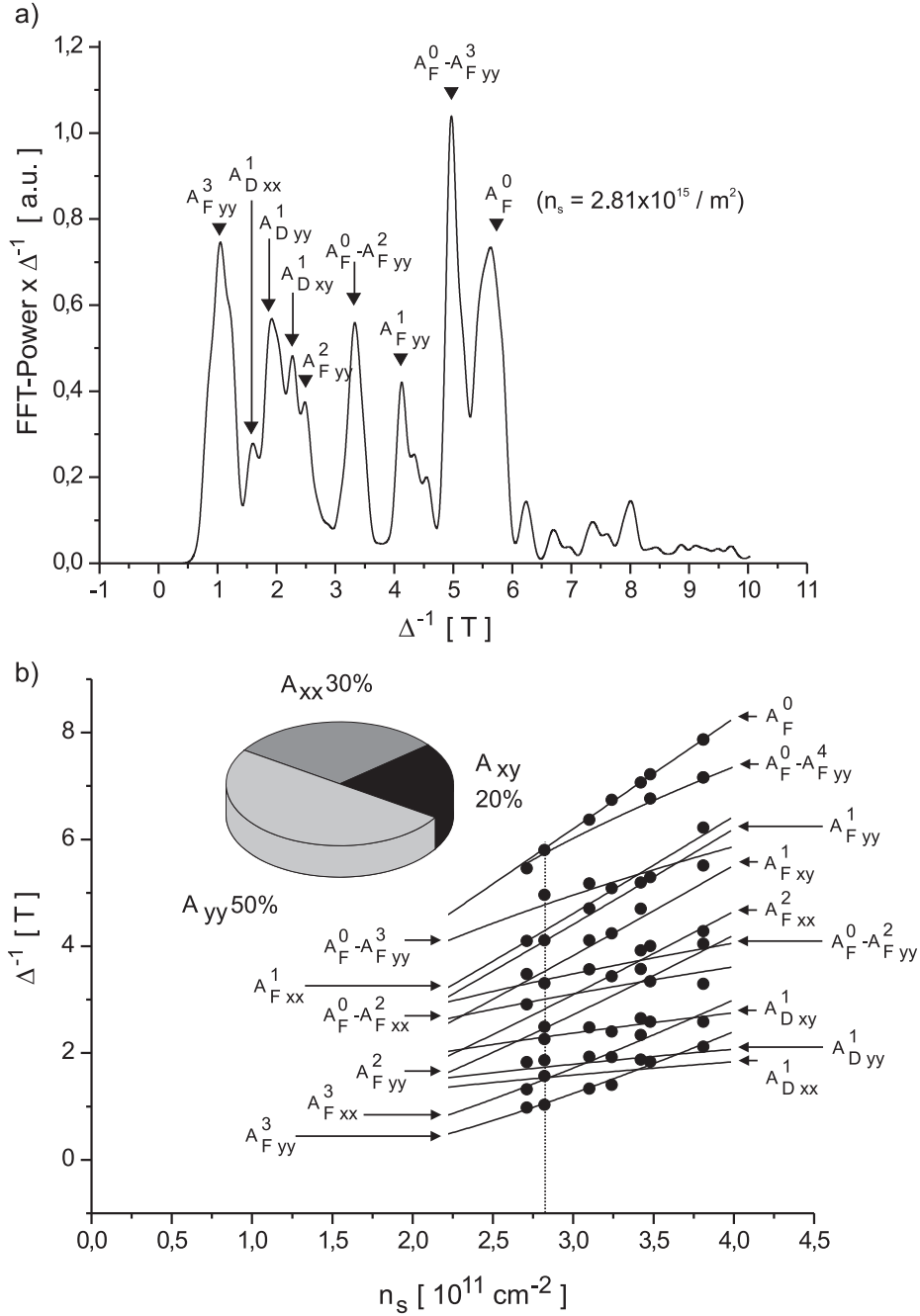
**Abbildung 7.6:** Gesamtwahrscheinlichkeiten  $P$  für das Auftreten geschlossener Konturen um  $A_F^0$ ,  $A_{2D}^{11}$ ,  $A_{Fxx}^1$ ,  $2A_F^0 - A_{Fxx}^1$  und  $A_{Fxx}^2$  für eine Ladungsträgerdichte von **a)**  $2.5 \times 10^{11} / \text{cm}^2$  bzw. **b)**  $3.7 \times 10^{11} / \text{cm}^2$  in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke  $B$ . Durch Erhöhung der Ladungsträgerdichte  $n_s$  verschieben sich die Bereiche maximalen Auftretens (grau hinterlegt) zu geringfügig kleineren Magnetfeldstärken. **c)** Kombinationen von Fermiflächen in  $y$ -Richtung mit einer Periode von 100 nm ( $A_{Fyy}^1$  und  $A_{Dyy}^1$ ) sind auf Grund der kleineren Periode wahrscheinlicher als Kombinationen von Fermiflächen in  $x$ -Richtung mit einer Periode von 113 nm. Für  $\Delta E_2 = 0.3 \text{ meV}$  besitzen auch Kombinationen von Fermiflächen in  $xy$ -Richtung eine Wahrscheinlichkeit aufzutreten ( $A_{Fxy}^1$  und  $A_{Dxy}^1$ ). **d)** Für verschwindend kleine Energielücken  $\Delta E_2 = 0.001 \text{ meV}$  treten keine Kombinationen in  $xy$ -Richtung mehr auf.



**Abbildung 7.7:** Magnetotransportmessungen an einer 2-dimensional modulierten CEO-Probe ( $a_x = 113$  nm,  $a_y = 100$  nm) bei 1.5 K. **a)** Die Ladungsträgerdichte beträgt  $n_s = 2.81 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  bzw. **b)**  $n_s = 3.80 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Die Flachbandbedingung für  $a_x = 113$  nm ist durch große abwärts gerichtete Dreiecke gekennzeichnet, die für das geometrische Mittel  $a_{xy} = 75$  nm aus  $a_x$  und  $a_y$  durch kleine Dreiecke.

nm vom CE-2DES getrennt. Die gezeigten Messungen sind bei einer Temperatur von 1.5 K, für Ladungsträgerdichten  $n_s$  von  $2.81 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und  $3.80 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  nach unterschiedlich langer Belichtung durchgeführt. Der in 4-Punkt-Geometrie mit üblicher Lockin-Technik gemessene Längswiderstand  $R_{xx}$  ist mit der Stärke des externen Magnetfeldes  $B$  bzw.  $B^2$  skaliert, um Oszillationen bei niedrigen Feldstärken zu überhöhen, ohne deren Periodizität zu verändern. Um niederfrequente Anteile zu entfernen, und die Oszillation um die Nulllinie der Ordinate schwingen zu lassen, sind von den Daten Polynome bis zur vierten Ordnung subtrahiert. Wie aus der linearen Abhängigkeit der  $1/B$ -Positionen der Widerstandsminima gegen den Index ihrer Position zu erkennen ist, dominiert die Shubnikov-de-Haas-Oszillation um die Fermifläche  $A_F^0$ , im Einklang mit den errechneten Gesamtwahrscheinlichkeiten für diesen geschlossenen Orbit (vgl. Abb. 7.6), den Transport im Bereich  $> 0.3$  bzw.  $0.5 \text{ T}$ . In der Einhüllenden des Längswiderstands (gestrichelte Linien in Abb. 7.7) wird die Kommensurabilitätsoszillation (CO) um  $A_{Dxx}^1$  deutlich. Die Minima der Einhüllenden fallen, wie aus der Theorie modulationsverbreiteter Landaubänder zu erwarten, mit der elektrischen Flachbandbedingung  $2R_c = a(\lambda - 0.25)$  mit  $\lambda = 1, 2, 3, \dots$  für  $a_x = 113 \text{ nm}$  zusammen (große abwärts gerichtete Dreiecke in Abb. 7.7). Im Bereich kleiner Feldstärken  $< 0.3$  bzw.  $0.5 \text{ T}$  treten zusätzliche Widerstandsmaxima auf, die sich der CO um die Fermifläche  $A_{Dxy}^1$  zuordnen lassen. Die Positionen der Widerstandsmaxima fallen mit der elektrischen Flachbandbedingung für  $a_{xy} = 75 \text{ nm}$ , dem geometrischen Mittel  $(\frac{1}{a_x^2} + \frac{1}{a_y^2})^{-\frac{1}{2}}$  aus  $a_x$  und  $a_y$ , zusammen (kleine abwärts gerichtete Dreiecke in Abb. 7.7). Ebenso wie die COs um  $A_{Dxx}^1$  weisen diese Oszillationen eine erhöhte Temperaturstabilität auf (vgl. Kap. 6.7), und sind daher auch bei Temperaturen im Kelvin Bereich deutlich erkennbar.

Eine Fourier Transformation der Datensätze enthüllt weitere  $1/B$ -periodische Oszillationen. Abbildung 7.8 a) zeigt das FFT-Power-Spektrum der auf Äquidistanz interpolierten Daten der Messung aus Abbildung 7.7 a). Es wurde versucht, die auftretenden Frequenzen einzelnen Fermiflächen zuzuordnen. Neben den bereits aus Abbildung 7.7 a) ersichtlichen COs der Perioden  $a_x = 113 \text{ nm}$  und  $a_{xy} = 75 \text{ nm}$ , ist nun auch die CO der Periode  $a_y = 100 \text{ nm}$  des gewachsenen Übergitters zu erkennen ( $A_{Dyy}^1$ ). Für Fermiflächen höherer Ordnung  $n \geq 1$ , scheint sogar eine Dominanz der Periode  $a_y = 100 \text{ nm}$  vorzuliegen. Asymmetrien dieser Art wurden bereits in Kapitel 7.5 diskutiert, und lassen sich u.U. auf unterschiedliche Perioden in  $k_x$ - und  $k_y$ -Richtung zurückführen. In Abbildung 7.8 b) sind die dominierenden Frequenzen als Kreissymbole für unterschiedliche Belichtungszeiten bzw. Ladungsträgerdichten eingezeichnet. Die erwartete Entwicklung der Frequenzen mit der Ladungsträgerdichte wird im Grenzfall verschwindender Modulationsstärke bestimmt. Unter Vernachlässigung der Verformung der Fermiflächen durch die Modulation lassen sich z.B. die



**Abbildung 7.8:** a) Fourierspektrum der Messung aus Abbildung 7.7 a). Neben Komensurabilitätsoszillationen für  $a_x = 113$  nm und  $a_{xy} = 75$  nm tritt auch die Periode  $a_y = 100$  nm des gewachsenen Übergitters hervor. b) Auftragung der dominierenden Frequenzen für unterschiedliche Ladungsträgerdichten. Das in a) gezeigte Spektrum ist durch eine gestrichelte Linie markiert. Die durchgezogenen Linien sind für die relevanten Fermiflächen im Grenzfall verschwindender Modulationsstärke berechnet. Das Inset verdeutlicht, dass Oszillationen um in  $k_y$ -Richtung konstruierte Fermiflächen ( $a_y = 100$  nm) am häufigsten beobachtbar sind.

Flächen  $A_{Fxx}^n$  für  $n = 0, 1, \dots, N$  aus geometrischen Überlegungen zu

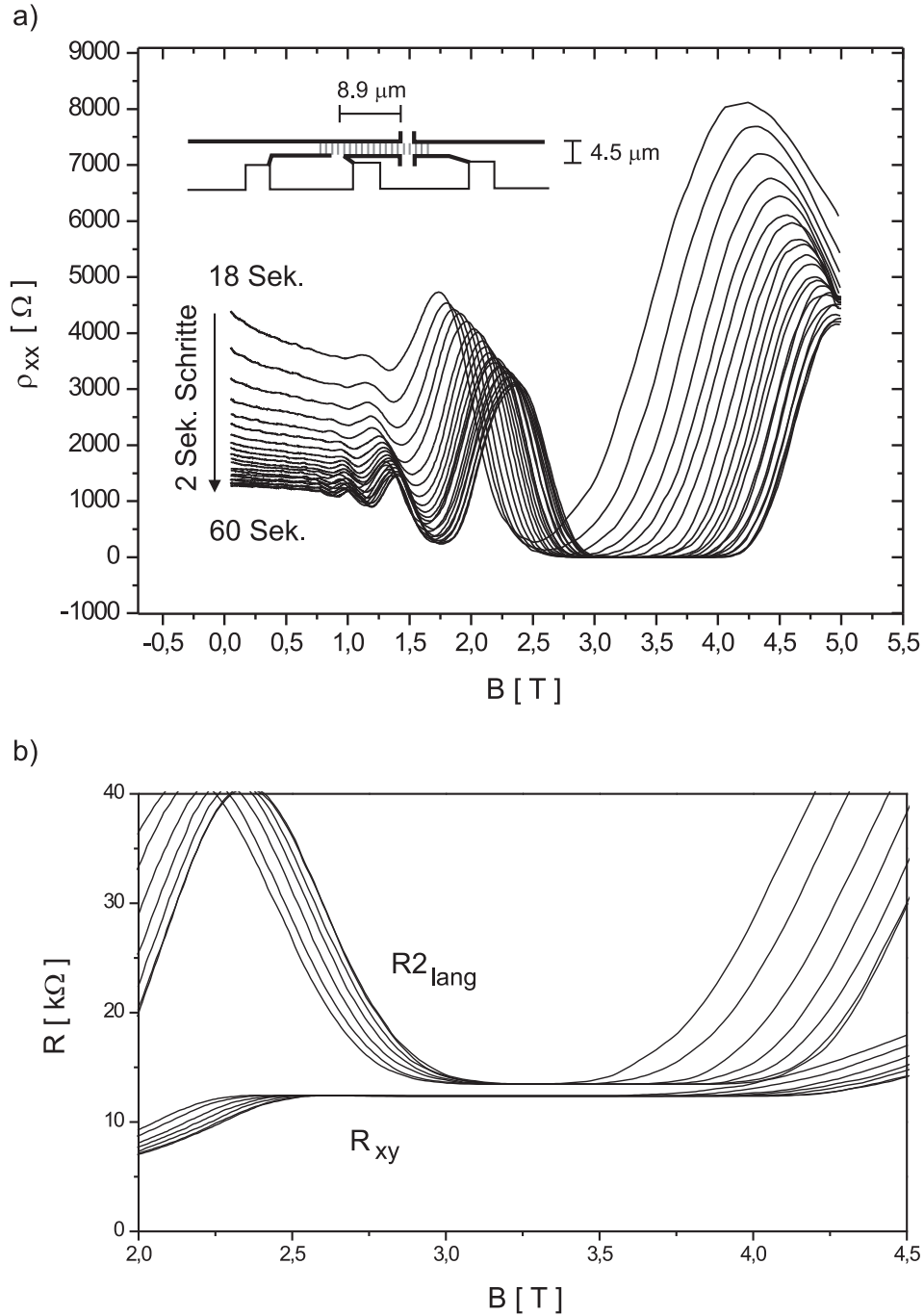
$$A_{Fxx}^n = 2k_F^2 \left( \arccos\left(n \frac{k_{xx}}{k_F}\right) - n \frac{k_{xx}}{k_F} \sqrt{1 - \left(n \frac{k_{xx}}{k_F}\right)^2} \right) \quad (7.14)$$

mit Fermiwellenvektor  $k_F$  und Gittervektor  $k_{xx} = \frac{\pi}{a_x}$  berechnen. Analoges gilt für die Fermiflächen  $A_{Fyy}^n$  bzw.  $A_{Fxy}^n$  mit Gittervektor  $k_{yy} = \frac{\pi}{a_y}$  bzw.  $k_{xy} = \sqrt{k_{xx}^2 + k_{yy}^2}$ . Innerhalb der erreichten Frequenzauflösung stimmen die gemessenen Frequenzen überraschend gut mit den errechneten Kurven für die prominentesten Fermiflächen  $A_{Fyy}^n$  mit  $n = 1 \dots 4$ ,  $A_{Fxx}^n$  mit  $n = 1 \dots 3$ ,  $A_{Fxy}^n$  mit  $n = 1$  und ihren Differenzflächen mit  $A_F^0$  überein. Die Zuordnung der Frequenzen gestaltet sich dennoch schwierig. Die geringe Beweglichkeit strukturierter Proben verhindert bei einer Temperatur von 1.5 K Quantenoszillationen im Magnetfeldbereich  $< 200$  mT. Gerade Oszillationen um Konturen höherer Ordnung, die im Regime kleiner Feldstärken wahrscheinlicher sind, können daher nur schwer zugeordnet werden. Bereits aus den rohen bzw. den mit  $1/B$  oder  $1/B^2$  überhöhten Daten sind jedoch stets die Kommensurabilitätsoszillationen für  $a_x = 113$  nm und  $a_{xy} = 75$  nm häufig auch für  $a_y = 100$  nm erkennbar.

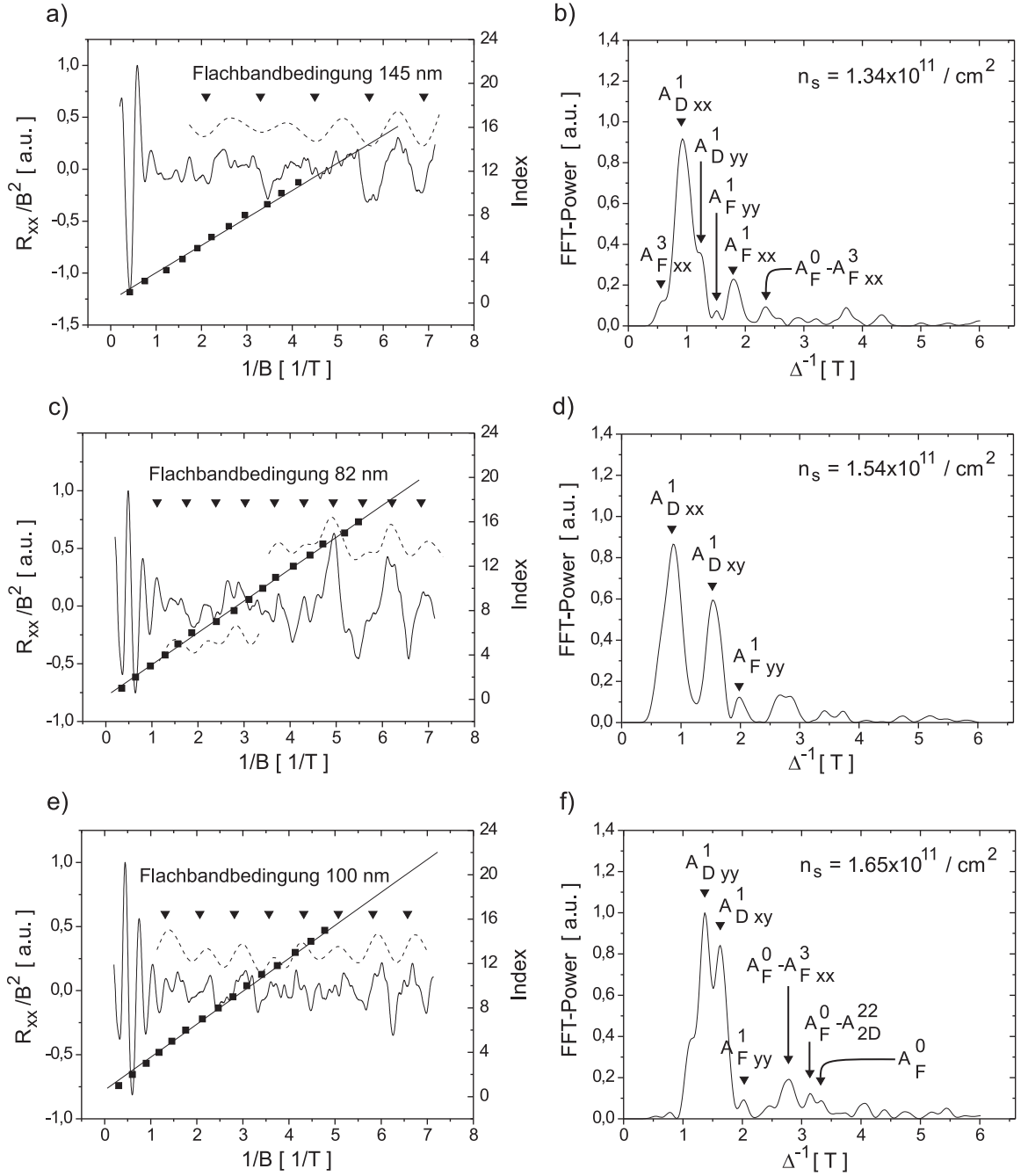
## 7.7 Messungen bei mK-Temperaturen

Wie bereits in Kapitel 6.12 erwähnt, erweist es sich bei Temperaturen im Millikelvin-Bereich als schwierig, die CE-Hallbar über die schmalen auf der Spaltfläche strukturierten Finger zu kontaktieren. Dies motivierte den Versuch, die gesamte Hallbar-Struktur auf der Spaltfläche durch starke anodische Oxidation zu definieren (Strukturierung durch E. Reinwald). Hohe Oxidlinien (vgl. dick eingezeichnete Linien im Inset zu Abb. 7.9 a) unterbrechen das CE-2DES in der Nähe der vorstrukturierten  $n^+$ -Finger (im Inset zu Abb. 7.9 a) mager eingezeichnet) so, dass die ursprüngliche Kontaktfläche zur vorderen Zuleitungsschicht erhalten bleibt. Die aktive Fläche der strukturierten CE-Hallbar wird anschließend senkrecht zum gewachsenen Übergitter mit einem Liniengitter versehen (im Inset zu Abb. 7.9 a) grau eingezeichnet). Die Periode  $a_x$  beträgt in diesem Fall 145 nm, die Periode des gewachsenen Übergitters  $a_y$  beträgt erneut 100 nm.

Bei einer Temperatur von 1.5 K sind die hohen Oxidlinien, die die CE-Hallbar definieren, noch nicht ausreichend isolierend. Bei Temperaturen im Millikelvin-Bereich lassen sich jedoch, nach Vorbelichtung, voneinander getrennte Längs- und Querspannungen abgreifen. Aus der in Abbildung 7.9 b) gezeigten Differenz des Hallwiderstandes  $R_{xy}$  und dem, zusätzlich entlang der CE-Hallbar gemessenen, 2-Punkt-Widerstand  $R_{2lang}$  um Füllfaktor  $\nu = 2$ , errechnet sich der Widerstand der außen liegenden Kontakte zu ca. 1 k $\Omega$ . Die Ladungsträgerdichte  $n_s$  ergibt sich aus dem in



**Abbildung 7.9:** **a)** Verlauf des Längswiderstandes  $\rho_{xx}$  einer 2-dimensional modulierten ( $a_x = 140$  nm,  $a_y = 100$  nm) CEO-Probe in CE-Hallbar-Geometrie bei 20 mK. Die Belichtungsdauer wurde nach 18 Sekunden Vorbelichtung, in Schritten von 2 Sekunden, auf 60 Sekunden erhöht. **b)** Aus der Differenz des Hall-Widerstands  $R_{xy}$  und dem längs der Hallbar gemessenen 2-Punkt-Widerstand  $R_{2lang}$  um den Füllfaktor  $\nu = 2$ , errechnet sich der Widerstand der Kontaktregionen zu ca. 1 kΩ.



**Abbildung 7.10:** Auf  $B^2$  skalierter Längswiderstand  $R_{xx}/B^2$  der Messungen aus Abb. 7.9 a) für verschiedene Ladungsträgerdichten. Jeweils rechts neben dem Widerstandsverlauf ist das zugehörige Fourierpektrum zu sehen. Die Fourierpektren zeigen keine kontinuierliche Entwicklung einzelner Peaks, jedoch treten in den Teilbildern a) bzw. b) Kommensurabilitätsoszillationen um  $A_{Dxx}^1$ , in den Teilbildern c) bzw. d) um  $A_{Dyy}^1$  und in den Teilbildern e) bzw. f) um  $A_{Dxy}^1$  auf. Die gegen ihren Index eingezeichneten Minimapositionen des Widerstandsverlaufs stellen den Versuch dar, rudimentär vorhandene SdH-Oszillationen über einen größeren Magnetfeldbereich zuzuordnen.

Abbildung 7.9 a) gezeigten Verlauf des Längswiderstandes  $\rho_{xx}$  bei einer Belichtungsdauer von 18 Sekunden zu  $n_s = 1.34 \times 10^{11} \text{ /cm}^2$ . Mit zunehmender Belichtungsdauer sättigt die Ladungsträgerdichte, und erreicht bei einer Belichtungsdauer von 60 s einen Wert von  $n_s = 1.62 \times 10^{11} \text{ /cm}^2$ . Die Variationen in der Ladungsträgerdichte bleiben daher gering, so dass auch Transportuntersuchungen bei permanenter Beleuchtung und variierender Leuchtstärke durchgeführt werden.

Die Nullfeldbeweglichkeit der kurzzeitig belichteten Probe beträgt bei einer Vorbelichtungsdauer von 60 Sekunden nur  $32000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ . Bei permanenter Beleuchtung sinkt der spezifische Nullfeldwiderstand  $\rho_0$  mit wachsender Beleuchtungsstärke weiter. Bei einer Stromstärke von  $5.8 \text{ }\mu\text{A}$  durch die IR-LED ist ein Nullfeldwiderstand von  $\rho_0 = 186 \text{ }\Omega$  erreicht. Die errechnete Beweglichkeit liegt jetzt bei  $129000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ . Aus den rohen Daten lassen sich SdH-Oszillationen bis zu einer B-Feldstärke von ca. 550 mT erkennen. In B-quadratischer Überhöhung sind SdH-Oszillationen bis ca. 200 mT beobachtbar. Zur Bestimmung der Ladungsträgerdichte wird der Magnetfeldbereich von 0.6 T bis 5.0 T herangezogen. Dabei zeigt sich, dass das Maximum der Fouriertransformierten der SdH-Oszillation bei einem nach Beleuchtung durchgeführten Abwärts-Sweep des Magnetfeldes bei geringfügig höheren Frequenzen liegt als bei einem Aufwärts-Sweep. Obwohl nach einer Belichtung ca. 20 min gewartet wird bevor die Messung startet, scheint das Elektronensystem nach dieser Zeit noch nicht ausreichend relaxiert zu sein, um eine über die gesamte Dauer der Messung konstante Ladungsträgerdichte zu gewährleisten. Es werden daher nur die im Aufwärts-Sweep gewonnen Datensätze herangezogen, bei denen auch der für die folgende Auswertung relevante Magnetfeldbereich ab 140 mT, erst in den letzten Minuten des ca. 90 minütigen Sweeps durchfahren wird.

Um in  $1/B$  äquidistante Datenpunkte zu erhalten wird bereits bei der Messwerterfassung die Sweep-Rate des  $B$ -Feldes hin zu kleineren Feldstärken quadratisch erhöht. Zur Auswertung der Datensätze werden die ca. 3000 aufgenommenen Datenpunkte auf dieselbe Anzahl exakt äquidistant in  $1/B$  interpoliert. Nach  $B$ -quadratischer Überhöhung werden von den Daten Polynome bis zur vierten Ordnung subtrahiert, um stark niederfrequente Anteile ( $\Delta^{-1} \approx 0 \text{ T}$ ) zu entfernen. Um sehr hochfrequente Anteile zu entfernen wird jeder Datenpunkt über 25 benachbarte Datenpunkte gemittelt. Die anschließende Fouriertransformation wird mit einer Hanning-Funktion, deren Verlauf der einer Glockenkurve ähnelt, als Fensterfunktion durchgeführt.

Abbildung 7.10 zeigt den auf  $B^2$  skalierten Längswiderstand  $R_{xx}/B^2$  für verschiedene Ladungsträgerdichten, und jeweils rechts neben dem Widerstandsverlauf, das zugehörige Fourierspektrum. Bei einer Belichtungsdauer von 18 Sekunden (Abb. 7.10 a) tritt die Kommensurabilitätsoszillation der Periode 145 nm in  $x$ -Richtung hervor. Bei den Positionen der elektrischen Flachbandbedingung (abwärts weisende Dreiecke) sind deutliche Widerstandsminima erkennbar. Die gestrichelt eingezeich-



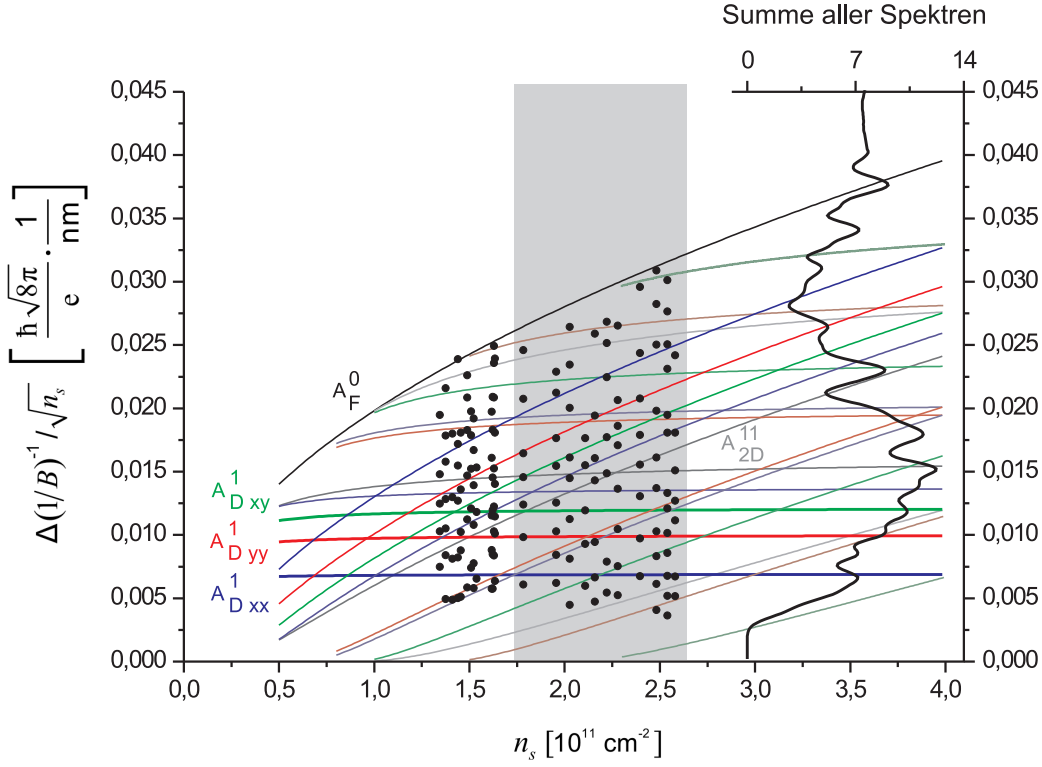
nete Linie dient der Veranschaulichung des wesentlichen Verlaufs. Auch im Fourierspektrum besitzt die Frequenz um  $A_{Dxx}^1$  den größten Peak. Die verbleibenden Frequenzen werden den Fermiflächen  $A_{Fxx}^3$ ,  $A_{Dyy}^1$ ,  $A_{Fyy}^1$ ,  $A_{Fxx}^1$  und  $A_{Dxx}^3$  zugeordnet. Die SdH-Oszillation, die am Anfang des Datensatzes liegt, ist unterdrückt, da die Fouriertransformationen mit einer Glockenkurve als Fensterfunktion durchgeführt wird. Die in Abbildung 7.10 a) gegen ihren Index eingezeichneten Minimapositionen stellen den Versuch dar, auch bei kleineren Magnetfeldern rudimentär vorhandene SdH-Oszillationen erkennbar zu machen. Abbildung 7.10 c) zeigt den überhöhten Widerstandsverlauf für eine Belichtungsdauer von 36 s und einer Ladungsträgerdichte von  $1.54 \times 10^{11} / \text{cm}^2$ . Der Widerstandsverlauf ist durch die Flachbandbedingung für  $a_{xy} = 82 \text{ nm}$  charakterisiert. Im Fourierspektrum (Abb. 7.10 d) treten neben Oszillationen um  $A_{Dxx}^1$  auch Oszillationen um  $A_{Dxy}^1$  hervor. Bei einer Belichtungsdauer von insgesamt 46 Sekunden und einer Ladungsträgerdichte von  $n_s = 1.65 \times 10^{11} / \text{cm}^2$  (Abb. 7.10 e) wird die Kommensurabilitätsoszillation des gewachsenen Übergitters mit  $a_y = 100 \text{ nm}$  deutlich. Das Fourierspektrum weist für  $A_{Dyy}^1$  den größten Peak auf. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Fourierspektren keine kontinuierliche Entwicklung einzelner Peaks zeigen. Deutlich treten jedoch stets die Frequenzen der Kommensurabilitäten um  $A_{Dxx}^1$ ,  $A_{Dyy}^1$  und  $A_{Dxy}^1$  hervor.

Abbildung 7.11 zeigt die Peak-Positionen aller aufgenommenen Fourierspektren, aufgetragen gegen ihre Ladungsträgerdichte  $n_s$ . Die Frequenzen  $\Delta(1/B)^{-1}$  wurden auf  $\sqrt{n_s}$  skaliert, um die Kommensurabilitätsoszillationen unabhängig von  $n_s$  zu machen. Es gilt:

$$\Delta_{CO}(1/B)^{-1} = \frac{2\hbar\sqrt{2\pi}}{ea}\sqrt{n_s}. \quad (7.15)$$

Hierbei bezeichnet  $a$  die Periode der Kommensurabilitätsoszillation. Die eingezeichneten Linien zeigen die berechnete Entwicklung der Konturen um  $A_F^0$ ,  $A_F^n$  und  $A_D^n$  in  $x$ -,  $y$ - und  $xy$ -Richtung von  $n = 1$  bis  $n = 3$ . Die Farbkodierung ist so gestaltet, dass Kombinationen von Konturen in  $x$ -Richtung blau eingezeichnet sind, Kombinationen in  $y$ -Richtung rot und Kombinationen in  $xy$ -Richtung grün. Insbesondere besitzen zueinander korrespondierende Paare, wie  $A_{Fxx}^1$  und  $A_F^0 - A_{Fxx}^1 = A_{Dxx}^1$  die gleiche Farbe. Darüberhinaus sind die Frequenzentwicklungen für  $A_{2D}^{11}$ ,  $A_F^0 - A_{2D}^{11}$ ,  $A_{2D}^{22}$  und  $A_F^0 - A_{2D}^{22}$  (vgl. Kap. 7.5) eingezeichnet.  $A_{2D}^{11}$  ist dunkelgrau, und  $A_{2D}^{22}$  ist hellgrau eingezeichnet. Alle Frequenzen sind im Limit verschwindender Modulationsstärke berechnet. Speziell für die Flächen  $A_{2D}^{nm}$  gilt

$$\begin{aligned} A_{2D}^{nm} = & 2k_F^2 \left( \arccos\left(n\frac{k_x}{k_F}\right) + \arccos\left(m\frac{k_y}{k_F}\right) - n\frac{k_x}{k_F} \sqrt{1 - \left(n\frac{k_x}{k_F}\right)^2} \right. \\ & \left. - m\frac{k_y}{k_F} \sqrt{1 - \left(m\frac{k_y}{k_F}\right)^2} + 2nm\frac{k_x k_y}{k_F^2} \right) - k_F^2 \pi. \end{aligned} \quad (7.16)$$



**Abbildung 7.11:** Peak-Positionen aller bei 20 mK aufgenommenen Fourierspektren. Die Frequenzen  $\Delta(1/B)^{-1}$  wurden auf  $\sqrt{n_s}$  skaliert, um die Kommensurabilitätsoszillationen (dick eingezeichnete Linien) unabhängig von  $n_s$  zu machen. Der errechnete Frequenzverlauf für  $A_{Fxx}^n$  und  $A_{Dxx}^n$  ist blau, für  $A_{Fyy}^n$  und  $A_{Dyy}^n$  rot und für  $A_{Fxy}^n$  und  $A_{Dxy}^n$  grün eingezeichnet. Die Frequenzentwicklungen für  $A_{2D}^{11}$  und  $A_F^0 - A_{2D}^{11}$  sind dunkelgrau eingezeichnet, die für  $A_{2D}^{22}$  und  $A_F^0 - A_{2D}^{22}$  sind hellgrau eingezeichnet. Bei permanenter Beleuchtung (hellgrau hinterlegt) folgen die Frequenzen im Wesentlichen Konturen um  $A_F^n$ . Die Maxima der Summe aller Spektren (im rechten Teil des Graphen) liegen bei Frequenzen, die Konturen um  $A_{Dxx}^n$ ,  $A_{Dyy}^n$  und  $A_{Dxy}^n$  zugeordnet werden können.

Hierbei bezeichnet  $k_x = \frac{\pi}{a_x}$ ,  $k_y = \frac{\pi}{a_y}$  und  $k_F$  den Fermiwellenvektor. Die Auswertung der Daten geschieht vollständig automatisiert, um die gleiche Behandlung jedes Datensatzes zu gewährleisten. Vor allem bei permanenter Belichtung für Ladungsträgerdichten zwischen  $1,78$  und  $2,58 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (grau hinterlegter Bereich) folgen die Peak-Positionen im Wesentlichen Konturen um  $A_F^n$ , deren Frequenz mit wachsender Ladungsträgerdichte  $n_s$  stärker zunimmt als die der  $A_D^n$  Flächen. Die Zuordnung einzelner Peaks kann sich dennoch schwierig gestalten (vgl. Abb. 7.10). In der verwendeten Auftragung sind die Frequenzentwicklungen um Differenzflächen

$A_D^n$  weitgehend unabhängig von  $n_s$ . Um deutlich zu machen, dass die meisten bzw. höchsten Fourier-Peaks sich auch um diese Frequenzen gruppieren, ist im rechten Bildausschnitt die Summe aller Spektren gezeigt. Die einzelnen Spektren sind auf 1 normiert. Die Maxima der Summe aller Spektren liegen deutlich bei Frequenzen die insbesondere den Kommensurabilitätsoszillationen um  $A_{Dxx}^1$ ,  $A_{Dyy}^1$  und  $A_{Dxy}^1$  zugeordnet werden können (dick eingezeichnete Linien).

Obwohl die Nullfeldbeweglichkeit der strukturierten CEO-Probe mit durchschnittlich  $100000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  recht gering ist, lassen sich Quantenoszillationen bis zu einer Magnetfeldstärke von ca. 200 mT auflösen. Die Entwicklung der Frequenzen mit der Ladungsträgerdichte wird im Wesentlichen von der Bandstruktur des 2-dimensional modulierten Elektronensystems bestimmt, und unterscheidet sich deutlich von einer rein statistischen Verteilung der Frequenzen. Zur eindeutigen Verifizierung der in Abbildung 7.11 dunkelgrau eingezeichneten Frequenzentwicklung um  $A_{2D}^{11}$  reicht dies sicher nicht aus. Quantenoszillationen bis in einen Magnetfeldbereich von 50 mT müssten aufgelöst werden, da Konturen um diese Orbits erst in diesem Magnetfeldbereich ihre maximale Wahrscheinlichkeit besitzen (vgl. Kap 7.5). Insbesondere das Auftreten von Konturen um Kombinationen in  $xy$ -Richtung macht jedoch deutlich, dass es tatsächlich gelungen ist, ein 2-dimensional modulierte Elektronensystem auf der Spaltfläche zu etablieren.

## 7.8 Zusammenfassung

Sowohl die Transportmessungen der Probe mit einer Elementarzelle von  $100 \times 113 \text{ nm}^2$  bei einer Temperatur von 1.5 K, als auch die der Probe mit einer Elementarzelle von  $100 \times 145 \text{ nm}^2$  zeigen Oszillationen des Magnetowiderstandes um die prominentesten Konturen niedriger Ordnung in  $x$ -,  $y$ - und  $xy$ -Richtung. Dies legt den Schluss nahe, dass das aufgeprägte Potential keine einfache Überlagerung zweier Linienpotentiale, sondern tatsächlich ein 2-dimensionales Punktpotential darstellt. Asymmetrien in der Beobachtbarkeit der Magnetowiderstandsozillationen lassen sich u.U. auf die unterschiedliche Periodizität des Punktpotentials in  $k_x$ - und  $k_y$ -Richtung zurückführen. Obwohl die geringe Beweglichkeit der strukturierten Proben die Beobachtung sich kontinuierlich entwickelnder Quantenoszillationen verhindert, folgen die im Magnetowiderstand auftretenden Frequenzen dennoch im Wesentlichen einer Frequenzentwicklung, wie sie aus der Bandstruktur eines 2-dimensional modulierten 2DES erwartet wird. Typische 2D-Fermiflächen wie z.B.  $A_{2D}^{11}$ , die in hochbeweglichen, lateral modulierten Systemen beobachtbar sind [76] [77], können nicht eindeutig zugeordnet werden. Insbesondere verhindert die große Streuverbreiterung energetischer Niveaus, die Auflösung der internen Landauband-Struktur eines

2-dimensional modulierten Systems. Signaturen des Hofstadter-Schmetterlings, wie sie für die erzielten Modulationsstärken und Perioden des Übergitterpotentials zu erwarten wären, sind daher nicht beobachtbar. Dennoch lässt sich feststellen, dass es mit den entwickelten Strukturierungsmethoden erstmals gelungen ist, ein Elektronensystem auf der Spaltfläche in zwei Dimensionen zu modellieren und anschließend zu vermessen. Die zukünftige Entwicklung schonenderer Strukturierungsverfahren wird sicherlich ein breites Spektrum interessanter Physik in diesem vielversprechenden System zu Tage fördern.

# Kapitel 8

## Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit ist es gelungen, mit Hilfe der sogenannten Cleaved-Edge-Overgrowth (CEO)-Methode hergestellte Proben, auf ihrer überwachsenen Spaltfläche zu strukturieren. Ohne weitergehende Strukturierung erlaubt die Geometrie dieser Proben nur 2-Punkt-Messungen von einer hoch n-dotierten vorderen Zuleitungsschicht in eine hintere hoch n-dotierte GaAs-Schicht. Als Transportkanal dient das in einem zweiten Molekularstrahlepitaxie (MBE)-Schritt auf die Spaltfläche des GaAs/AlGaAs-Übergittersubstrats gewachsene 2-dimensionale Elektronengas (2DES). Da die vordere und hintere Zuleitungsschicht breite Äquipotentialflächen an den kurzen Transportkanal ausbilden, ergibt sich der in 2-Punkt-Geometrie gemessene Widerstand aus einer nichtlinearen Kombination der Widerstandskomponenten  $\rho_{xx}$  und  $\rho_{xy}$ . Die Definition einer Hallbar-Struktur auf der überwachsenen Spaltfläche erlaubt Magnetotransportuntersuchungen in voller 4-Punkt-Geometrie, und macht somit die Widerstandskomponenten  $\rho_{xx}$  und  $\rho_{xy}$  experimentell zugänglich. Für die Herstellung der Hallbar kommen flüssige Lacksysteme (PMMA) und unzersetzt verdampfbare, feste Lacksysteme (QSR5) zum Einsatz. Bei Verwendung flüssiger Lacksysteme ermöglicht eine von uns entwickelte Sandwich-Methode die homogene Benetzung des 10  $\mu\text{m}$  breiten, sensiblen Randbereichs der weniger als 100  $\mu\text{m}$  breiten Spaltfläche, und erlaubt die elektronenstrahlolithographische Definition der Hallbar-Struktur. Anhand dieser Hallbar-Struktur, kann der spezielle Widerstandsverlauf unstrukturierter CEO-Proben nachvollzogen werden. Koppelt das Elektronensystem auf der Spaltfläche ausreichend stark an das darunter liegende GaAs/AlGaAs-Übergitter entsteht ein 1-dimensional modulierte Elektronensystem. Durch die Strukturierung einer Hallbar werden erstmals Magnetotransportuntersuchungen parallel zum gewachsenen Übergitter möglich. Im Einklang mit der Standard-Quantentheorie schwach modulierter Elektronensysteme können bei einer Temperatur von 1.5 Kelvin Kommensurabilitätsoszillationen nachgewie-

sen werden, deren Maxima bei den Positionen der elektrischen Flachbandbedingung zu liegen kommen, und damit gegenphasig zur prominenteren Quermodulation auftreten. Bei Temperaturen im Millikelvin-Bereich werden parallel zum Übergitter erstmals  $1/B$ -periodische Oszillationen höherer Ordnung beobachtet. Die Frequenzen dieser Oszillationen sind den prominentesten 1D-Fermikonturen der Bandstruktur des modulierten Systems im Nullfeld zugeordnet. Wird die aktive Fläche der Hallbar auf der Spaltfläche mit einem Liniengitter versehen, das senkrecht zum gewachsenen Übergitter verläuft, entsteht ein 2-dimensional modulierte Elektronensystem. Für die Feinstrukturierung der Hallbar sind weitere Methoden entwickelt worden. Zum Einsatz kommen neben dem verdampfbaren Lacksystem (QSR5), die elektronenstrahlinduzierte Desorption von mit Lithiumfluorid (LiF) dotierten Aluminiumfluorid ( $\text{AlF}_3$ )-Schichten, die elektronenstrahlinduzierte Deposition (EBID) von metallischen Nanokristalliten aus Komplexverbindungen wie Dimethyl-Gold-Trifluoroacetylacetonat ( $\text{Me}_2\text{-Au-TFAC}$ ) oder Molybdän-Hexacarbonyl ( $\text{Mo}(\text{CO})_6$ ), ein sich unter Elektronenbeschuss selbst entwickeltes Lacksystem aus Monolagen von Oktadekanthiol (ODT) und die lokale anodische Oxidation (LAO) des GaAs-Cap-Layers auf der Spaltfläche mit Hilfe des Rasterkraftmikroskops (AFM). Gute Ergebnisse können mit den beiden letztgenannten Methoden erzielt werden. In durch LAO feinstrukturierten Systemen können bei einer Temperatur von 1.5 Kelvin Kommensurabilitätsoszillationen festgestellt werden, deren Periode der Periode des aufgetragenen Liniengitters, der Periode des gewachsenen Übergitters und dem geometrischen Mittel aus beiden Perioden entspricht. Im Bild der Fermikonturen stellt dies eine Kombination ungestörter Fermikreise in  $x$ - und  $y$ -Richtung sowie entlang der Raumdiagonalen ( $xy$ -Richtung) im reziproken Raum dar. Bei Temperaturen im Millikelvin-Bereich werden auch Oszillationen höherer Ordnung deutlich. Die Zuordnung zu den wahrscheinlichsten 1D- und 2D-Konturen gestaltet sich auf Grund der großen Anzahl zur Verfügung stehender Konturen jedoch häufig schwierig. Die vorliegende Arbeit kann als Ausgangspunkt weiterer Untersuchungen auf dem Gebiet der modulierten Elektronensysteme dienen, und bietet darüber hinaus, durch die erarbeiteten Methoden zur Strukturierung der Spaltfläche überwachsener Heterostrukturen, die Möglichkeit völlig neue Systeme zu realisieren. Denkbar wären z.B. strukturierte 1-dimensionale durch CEO hergestellte Quantendrähte, oder die gezielte Kontaktierung ferromagnetischer Fe-Schichten auf der GaAs-(110)-Spaltfläche zum Zwecke der Spininjektion bzw. Spindetektion.

# Literaturverzeichnis

- [1] L. Esaki, R. Tsu: *Superlattice and Negative Differential Conductivity in Semiconductors*, IBM J. Res. Dev. **14**, 61 (1970).
- [2] L. Pfeiffer, K.W. West, H.L. Stormer, J.P. Eisenstein, K.W. Baldwin, D. Gershoni, J. Spector: *Formation of a high-quality electron gas on cleaved GaAs*, Appl. Phys. Lett. **56**, 1697 (1990).
- [3] A. Yacoby, H.L. Stormer, N.S. Wingreen, L.N. Pfeiffer, K.W. Baldwin, K.W. West: *Nonuniversal conductance quantization in quantum wires*, Phys. Rev. Lett. **77**, 4612 (1996).
- [4] W. Wegscheider, G. Schedelbeck, G. Abstreiter, M. Rother, M. Bichler: *Atomically precise GaAs quantum-dots fabricated by twofold cleaved edge overgrowth*, Phys. Rev. Lett. **79**, 1917 (1997).
- [5] S. Birner, nextnano<sup>3</sup> - 3D nano device simulator, Technische Universität München, Walter Schottky Institut, <http://www.nextnano.de>.
- [6] M. Rother, AQUILA - computer program for self-consistent calculation of semiconductor nanostructures, Technische Universität München, Walter Schottky Institut (1999).
- [7] R.A. Deutschmann: *Two dimensional electron systems in atomically precise periodic potentials*, Dissertation, Technische Universität München, Walter Schottky Institut (2001).
- [8] Quantiscript Inc., Sherbrooke, Canada, <http://www.quantiscript.com>.
- [9] S.L. Flegler, J.W. Heckman, K.L. Klomparens: *Elektronenmikroskopie: Grundlagen-Methoden-Anwendungen*, Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg (1995).
- [10] A. Muray, M. Isaacson, I. Adesida: *AlF<sub>3</sub>—A new very high resolution electron beam resist*, Appl. Phys. Lett. **45**, 589 (1984).

- [11] W. Langheinrich, H. Beneking: *Fabrication of Metallic Structures in the 10 nm Region Using an Inorganic Electron Beam Resist*, Jpn. J. Appl. Phys **32**, 6218 (1993).
- [12] M.L. Knotek, P.J. Feibelman: *Ion Desorption by Core-Hole Auger Decay*, Phys. Rev. Lett. **40**, 964 (1978).
- [13] J. Fujita, H. Watanabe, Y. Ochiai, S. Manako, J.S. Tsai, S. Matsui: *Sub-10 nm lithography and development properties of inorganic resist by scanning electron beam*, Appl. Phys. Lett. **66**, 3064 (1995).
- [14] J. Fujita, H. Watanabe, Y. Ochiai, S. Manako, J.S. Tsai, S. Matsui: *Sub-10 nm lithography and development properties of inorganic resist by scanning electron beams*, J. Vac. Sci. Technol. B **13**, 2757 (1995).
- [15] C.C. Cho, S.L. Bernasek: *Molybdenum deposition from the decomposition of molybdenum hexacarbonyl*, J. Appl. Phys. **65**, 3035 (1989).
- [16] H.W. Koops, J. Kretz, M. Rudolph, M. Weber, G. Dahm, K.L. Lee: *Characterization and Application of Materials Grown by Electron-Beam-Induced Deposition*, Jpn. J. Appl. Phys **33**, 7099 (1994).
- [17] I.Utke, B. Dwir, K. Leifer, F. Cicoira, P. Doppelt, P. Hoffmann, E. Kapon: *Focused electron beam induced deposition of gold*, J. Vac. Sci. Technol. B **18**, 3168 (2000).
- [18] H.W. Koops, J. Kretz, M. Rudolph, M. Weber: *Constructive three-dimensional lithography with electron-beam induced deposition for quantum effect devices*, J. Vac. Sci. Technol. B **11**, 2386 (1993).
- [19] R.C. Tiberio, H. G. Craighead, M. Lercel, T. Lau, C.W. Sheen, D. Allara: *Self-assembled monolayer electron beam resist on GaAs*, Appl. Phys. Lett. **62**, 476 (1993).
- [20] H. Ohno, M. Motomatsu, W. Mizutani, H. Tokumoto: *AFM Observation of Self-Assembled Monolayer Films on GaAs (110)*, Jpn. J. Appl. Phys. **34**, 1381 (1995).
- [21] C.W. Sheen, J.X. Shi, J. Martensson, A.N. Parikh, D.L. Allara: *A new class of organized self-assembled monolayers: alkane thiols on gallium arsenide (100)*, J. Am. Chem. Soc. **114**, 1514 (1992).
- [22] M.J. Lercel, R.C. Tiberio, P.F. Chapman, H.G. Craighead, C.W. Sheen, A.N. Parikh, D.L. Allara: *Self-assembled monolayer electron-beam resists on GaAs and SiO<sub>2</sub>*, J. Vac. Sci. Technol. B **11**, 2823 (1993).



- [23] K. Heister, M. Zharnikov, M. Grunze, L.S.O. Johansson, A. Ulman: *Characterization of X-ray Induced Damage in Alkanethiolate Monolayers by High-Resolution Photoelectron Spectroscopy*, Langmuir **17**, 8 (2001).
- [24] M.J. Lercel, G.F. Redinbo, F.D. Pardo, M. Rooks, R.C. Tiberio, P. Simpson, C.W. Sheen, A.N. Parikh, D.L. Allara: *Electron beam lithography with monolayers of alkylthiols and alkylsiloxanes*, J. Vac. Sci. Technol. B **12**, 3663 (1994).
- [25] W.L. Zahler, W.W. Clehland: *A Specific and Sensitive Assay for Disulfides*, J. Biol. Chem. **243**, 716 (1968).
- [26] A.D. Mirlin, P. Wölffe: *Weiss oscillations in the presence of small-angle impurity scattering*, Phys. Rev. B **58**, 12986 (1998).
- [27] M. Ishii, K. Matsumoto: *Control of Current in 2DEG Channel by Oxide Wire Formed Using AFM*, Jpn. J. Appl. Phys. **34**, 1329 (1995).
- [28] K. Röhrkel, H.L. Hartnagel: *GaAs-surface oxidation in air studied by XPS and ISS*, Int. J. Electronics **60**, 663 (1986).
- [29] R. de L. Kronig, W.G. Penney: *Quantum Mechanics of Electrons in Crystal Lattices*, Proc. R. Soc. London **A 130**, 499 (1931).
- [30] G. Bastard: *Superlattice band structure in the envelope-function approximation*, Phys. Rev. B **24**, 5693 (1981).
- [31] S. Adachi, editor: *Properties of Aluminum Gallium Arsenide*, The Institution of Electrical Engineers, INSPEC (1993).
- [32] N.W. Ashcroft, N.D. Mermin: *Solid State Physics*, Sounders College Publishing (1976).
- [33] G.H. Wannier: *Elements of Solid State Theory*, Cambridge University Press London (1959).
- [34] E.E. Mendez, F. Agullo-Rueda, J.M. Hong: *Stark Localization in GaAs-GaAlAs Superlattices under an Electric Field*, Phys. Rev. Lett. **60**, 2426 (1988).
- [35] F. Beltram, F. Capasso, D.L. Sivco, A.L. Hutchinson, S.G. Chu, A.Y. Cho: *Scattering-controlled transmission resonances and negative differential conductance by field-induced localization in superlattices*, Phys. Rev. Lett. **64**, 3167 (1990).
- [36] K. Leo: *High-Field Transport in Semiconductor Superlattices*, Springer-Verlag Berlin (2000).

- [37] B. Rosam, F. Löser, V.G. Lyssenko, K. Leo, S. Glutsch, F. Bechstedt, K. Köhler: *Field-Induced delocalization and Zener breakdown in semiconductor superlattices*, Physica B **272**, 180 (1999).
- [38] A.Sibille, J.F. Palmier, F. Laruelle: *Zener Interminiband Resonant Breakdown in Superlattices*, Phys. Rev. Lett. **80**, 4506 (1998).
- [39] J.B. Gunn: *Instabilities of Current in III-V Semiconductors*, IBM J. Res. Dev. **8**, 141 (1964).
- [40] Ioffe Institute, <http://www.ioffe.rssi.ru/SVA/NSM/Semicond/GaAs/bandstr.htm>.
- [41] M.P. Shaw, H.L. Grubin, P.R. Solomon: *The Gunn-Hilsum Effect*, Academic Press New York (1979), Kapitel 3.
- [42] G. Snider, 1D-Poisson Programmpaket, University of Notre Dame, Indiana.
- [43] A.A. Krokhin, T.M. Fromhold, A.E. Belyaev, H.M. Murphy, L. Eaves, D. Sherwood, P.C. Main, M. Henini: *Suppression of electron injection into a finite superlattice in an applied magnetic field*, Phys. Rev. B **83**, 195323 (2001).
- [44] F.A. Padovani: *Semiconductors and Semimetals*, Academic Press New York (1971), 7. Auflage.
- [45] F. Capasso, S. Sen, F. Beltram, A.Y. Cho: *Resonant Tunneling and Superlattice Devices: Physics and Circuits*, Springer Series in Electronics and Photonics 28, Springer Verlag, Berlin (1990).
- [46] A.Sibille, J.F. Palmier, H. Wang, F. Mollot: *Observation of Esaki-Tsu Negative Differential Velocity in GaAs/AlAs Superlattices*, Phys. Rev. Lett. **64**, 52 (1990).
- [47] F. Claro, M. Pachecco, Z. Barticevic: *Novel electro-optical properties of a semiconductor superlattice under a magnetic field*, Phys. Rev. Lett **64**, 3058 (1990).
- [48] L. Canali, M. Lazzarino, L. Sorba, F. Beltram: *Stark-Cyclotron Resonance in Semiconductor Superlattices*, Phys. Rev. Lett **76**, 3618 (1996).
- [49] T. Ando, Y. Uemura: *Theory of Oscillatory g-Factor in a MOS Inversion Layer under Strong Magnetic Fields*, J. Phys. Soc. Jpn. **37**, 1044 (1974).
- [50] S.Rott, N.Linder, G.H. Döhler: *Field dependence of the hopping drift velocity in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. B **65**, 195301 (2002).

- [51] M. Rother: *Elektronische Eigenschaften von Halbleiternanostrukturen hergestellt durch Überwachsen von Spaltflächen*, Dissertation, Technische Universität München, Walter Schottky Institut (2000).
- [52] D. Schoenberg: *Magnetic Oscillations in Metals*, University Press, Cambridge (1984).
- [53] T. Ando, A.B. Fowler, F. Stern: *Electronic properties of two-dimensional systems*, Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982).
- [54] K.v. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper: *New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance*, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [55] P.W. Anderson: *Absence of Diffusion in Certain Random Lattices*, Phys. Rev. **109**, 1492 (1958).
- [56] R.R. Gerhardts: *Self-consistent transport equations for the electron-impurity system in a magnetic field*, Z. Physik B **22**, 327 (1975).
- [57] M. Büttiker: *Absence of backscattering in the quantum Hall effect in multiprobe conductors*, Phys. Rev. B **38**, 9375 (1988).
- [58] P. Weitz, E. Ahlswede, J. Weis, K.v. Klitzing, K. Eberl: *Hall-potential investigations under quantum Hall conditions using scanning force microscopy*, Physica E **6**, 247 (2000).
- [59] G.L.J.A. Rikken, J.A.M.M. van Haaren, W. van der Wel, A.P. van Gelder, H. van Kempen, P. Wyder, J.P. Andre, K. Ploog, G. Weimann: *Two-terminal resistance of quantum Hall devices*, Phys. Rev. B **37**, 6181 (1988).
- [60] R.S. Allgaier: *Magneto-transport at high Hall angles: a comparison of the high-magnetic-field and high-mobility (quantum Hall effect) limits in the Hall bar and Corbino disc configurations*, Semicond. Sci. Technol. **3**, 306 (1988).
- [61] M. Shur: *GaAs devices and circuits*, Plenum Press New York (1989), Kapitel 7.
- [62] M.H. Cohen, L.M. Falicov: *Magnetic Breakdown in Crystals*, Phys. Rev. Lett. **7**, 231 (1961).
- [63] E.I. Blount: *Bloch Electrons in a Magnetic Field*, Phys. Rev. **126**, 1636 (1962).
- [64] R.W. Stark, L.M. Falikov: *Magnetic Breakdown in Metals*, Prog. Low. Temp. Phys. **5**, 235 (1967).

- [65] M. Brack, R.K. Bhaduri: *Frontiers in Physics - Semiclassical Physics*, Addison-Wesley Publishing Company (1997).
- [66] D. Weiss, K.v. Klitzing, K. Ploog, G. Weimann: *Magnetoresistance oscillations in a two dimensional electron gas induced by a submicrometer periodic potential*, Europhys. Lett. **8**, 179 (1989).
- [67] P.H. Beton, P.C. Main, M. Davison, M.W. Dellow, R.P. Taylor, E.S. Alves, L. Eaves, S.P. Beaumont, C.D.W. Wilkinson: *Temperature dependence of magnetoresistance oscillations in a two-dimensional electron gas subjected to a periodic potential*, Phys. Rev. B **42**, 9689 (1990).
- [68] D. Weiss: *Kommensurabilitätseffekte in lateralen Übergittern*, Habilitationsschrift, Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, Stuttgart (1992).
- [69] R.R. Gerhardts, D. Weiss, K.v. Klitzing: *Novel Magnetoresistance Oscillations in a Periodically Modulated Two Dimensional Electron Gas*, Phys. Rev. Lett. **62**, 1173 (1989).
- [70] R.W. Winkler, J.P. Kotthaus, K. Ploog: *Landau-Band Conductivity in a Two-Dimensional Electron System Modulated by an Artificial One-Dimensional Superlattice*, Phys. Rev. Lett. **62**, 1177 (1989).
- [71] C. Zhang, R.R. Gerhardts: *Theory of magnetotransport in two-dimensional electron systems with unidirectional periodic modulation*, Phys. Rev. B **41**, 12850 (1990).
- [72] F.M. Peeters, P. Vasilopoulos: *Electrical and thermal properties of a two dimensional electron gas in a one-dimensional periodic potential*, Phys. Rev. B **46**, 4667 (1992).
- [73] D. Pfannkuche, R.R. Gerhardts: *Theory of magnetotransport in two-dimensional electron systems subjected to weak two-dimensional superlattice potentials*, Phys. Rev. B **46**, 12606 (1992).
- [74] G. Wannier: *A result not dependent on rationality for Bloch electrons in a magnetic field*, Phys. Stat. Solidi B **88**, 757 (1978).
- [75] R.R. Gerhardts, D. Pfannkuche, D. Weiss, U. Wulf: *High Magnetic Fields in Semiconductor Physics*, Springer Series in Solid-State-Science, Springer-Verlag, Berlin (1992).
- [76] W. Breuer: *Magnetotransport-Messungen an lateral modulierten zweidimensionalen Elektronengasen*, Dissertation, Universität Regensburg, Regensburg (2000).

- [77] C. Albrecht: *Quantenmechanische Transporteffekte in kurzperiodischen lateralen Übergittern*, Dissertation, Universität Stuttgart, Max Planck-Institut für Festkörperforschung, Stuttgart (2000).



# Danksagung

PROF. DR. DIETER WEISS ließ mir bei der Durchführung dieser Arbeit soviel Freiheit als möglich, und gleichzeitig soviel Anleitung als nötig zu teil werden. Er hat mich weitestgehend davor bewahrt, mich in Details zu verlieren und mich den Blick für das Wesentliche gelehrt. Dafür möchte ich ihm danken.

PROF. DR. WERNER WEGSCHEIDER und sein Team an der MBE-Maschine versorgten mich mit Halbleiterheterostrukturen von hervorragender Qualität, wofür auch ihnen Dank gebührt.

ROBERT HILTNER, MARTIN BACHFISCHER und ULRICH GÜRSTER standen mir bei technischen Fragen stets hilfreich zur Seite.

Bei NORBERT SOMMER, JOHANN DEINHART und DIETER RIEDL - stellvertretend für alle Mitarbeiter der Werkstätten des Fachbereichs - möchte ich mich für die gute Zusammenarbeit bedanken. Sie versuchten stets das Unmögliche möglich zu machen.

KARL-HEINZ WEIGERT und BERNHARD ROTHER von der Heliumverflüssigung hatten, trotz häufiger Schwierigkeiten mit einer eigensinnigen Verflüssigungsanlage, immer noch eine Kanne Helium für mich übrig.

ELISABETH REINWALD oxidierte mit Geschick und großer Geduld so manche Spaltfläche unter dem AFM. Vielen Dank für die gute Zusammenarbeit.

Bei meinen Zimmerkollegen WERNER CEBULLA und MARCUS ZENGER möchte ich mich für das sehr gute 'Arbeits'-Klima bedanken. Sie waren stets bereit mit mir über Gott und die Welt, und notfalls auch über Physik zu diskutieren.

Dankbar bin ich auch KONRAD WAGNER und WERNER CEBULLA. Sie bewahrten mich davor die Welt außerhalb des Labors zu vergessen.

JOSEF BIBERGER und TOBIAS FEIL opferten in der heißen Phase der Arbeit einen Teil ihrer knappen Zeit zum Korrekturlesen, und JOACHIM STAHL war in Computer-Fragen stets ein kompetenter Ansprechpartner.

Auch allen nicht namentlich erwähnten Mitgliedern der Arbeitsgruppe möchte ich für ihre stetige Hilfsbereitschaft und die familiäre Atmosphäre danken. Erst durch zahlreiche Diskussionen habe ich so Manches verstanden, von dem ich glaubte es schon lange verstanden zu haben.

In vielerlei Hinsicht unterstützten mich auch meine ELTERN. Mein Dank ist ihnen sicher.

Das dickste Dankeschön jedoch geht an meine ANGELA. Ihr Verständnis und ihre Geduld waren stets unerschöpflich. Das Gute, das ich durch sie erfahren habe, lässt sich nicht in Worte fassen.