

Induzierte Supraleitung in Nb/InAs-Hybridstrukturen in parallelen und senkrechten Magnetfeldern

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)
der naturwissenschaftlichen Fakultät II – Physik
der Universität Regensburg

vorgelegt von
Dipl.-Phys. Franziska Rohlfing
aus Bremen

Juli 2007

Promotionsgesuch eingereicht am: 05.07.2007

Die Arbeit wurde angeleitet von: Prof. Dr. Christoph Strunk

Prüfungsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr. Andreas Schäfer
Erstgutachter: Prof. Dr. Christoph Strunk
Zweitgutachter: Prof. Dr. Klaus Richter
Weiterer Prüfer: Prof. Dr. Josef Zweck

Datum des Promotionskolloquiums: 30.08.2007

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	3
2.1	Supraleitung	3
2.2	Supraleiter im Magnetfeld	4
2.3	Josephson-Effekt und Andreev-Reflexion	6
2.4	Proximity-Effekt	14
2.5	Temperaturabhängigkeit des kritischen Stromes	15
2.6	Exzessstrom und Vielfach-Andreev-Reflexion	17
3	Experimentelles	21
3.1	Supraleiter	21
3.2	Zweidimensionales Elektronengas	21
3.3	Die Herstellung der Proben	24
3.4	Der Messaufbau	27
4	Ergebnisse und Diskussion	29
4.1	Allgemeine Eigenschaften der Proben	29
4.2	Probeneigenschaften oberhalb der kritischen Temperatur	30
4.3	Charakterisierung des Supraleiters	35
4.4	Messungen des kritischen Stromes: allgemeine Bemerkungen	37
4.5	Temperaturabhängigkeit des kritischen Stromes	45
4.5.1	Bestimmung des kritischen Stromes	46
4.5.2	Beobachtungen	49
4.5.3	Interpretation	50
4.6	Temperaturabhängigkeit der Vielfach-Andreev-Reflexion und des Exzessstromes	54
4.7	Einfluss eines senkrechten Feldes auf den kritischen Strom	61
4.8	Vielfach-Andreev-Reflexion und Exzessstrom im senkrechten Magnetfeld	66
4.9	Kritischer Strom im parallelen Feld	72
4.9.1	Beobachtungen	73
4.9.2	Interpretation	79
4.10	Exzessstrom im parallelen Magnetfeld	84
5	Zusammenfassung	87
A	Probenpräparation	91
A.1	Schritt 1: Herstellung der Mesa-Struktur mit Goldkontakten	91

Inhaltsverzeichnis

A.2	Schritt 2: Strukturierung der Punktkontakte im 2DEG	92
A.3	Schritt 3: Herstellung der Niobstrukturen	93

1 Einleitung

Bringt man einen Normalleiter in guten metallischen Kontakt mit einem Supraleiter, so können dessen supraleitende Eigenschaften auf den Normalleiter übergehen. Dieses Phänomen wird als Proximity-Effekt bezeichnet [1]. Eine Konsequenz des Proximity-Effektes ist die Unterdrückung der Quasiteilchenzustandsdichte im Normalmetall. Dabei kann es in diffusiven Supraleiter/Normalmetall-Hybridssystemen mit einem Normalmetall, dessen Abmessungen kleiner als die Phasenkohärenzlänge sind, zur Ausbildung einer Energielücke im Anregungsspektrum, einer *Minienergielücke*, kommen. Sind die Abmessungen des Normalmetalls hingegen größer, sagt die Theorie die Ausbildung einer *Pseudoenergielücke*, d. h. die Reduktion der Zustandsdichte an der Fermi-Energie, voraus [2]. In diffusiven metallischen Systemen wurde sowohl die Existenz einer Mini- wie auch die einer Pseudoenergielücke experimentell nachgewiesen [3–5].

In einem zweidimensionalen Elektronengas (2DEG) in einer Halbleiterheterostruktur sind mittlere freie Weglängen von mehreren Mikrometern realisierbar. Wird ein 2DEG als Normalmetall verwendet, ist es möglich, ballistische Proximity-Systeme zu untersuchen, die ebenfalls interessante Phänomene aufweisen. Z. B. wurde theoretisch vorhergesagt [6] und experimentell gezeigt [7, 8], dass der kritische Strom I_c eines ballistischen Josephson-Kontaktes, dessen Breite in der Größenordnung der Fermi-Wellenlänge liegt, stufenförmig mit der Breite des Kontaktes ansteigt, analog zum Leitwert in einem Quantenpunktkontakt.

Die Existenz einer Minienergielücke wurde auch für Supraleiter/Halbleiter-Hybridsysteme diskutiert. Insbesondere wurde in Referenz 9 für einen Josephson-Kontakt in einer planaren Kontaktgeometrie, bei dem sich die beiden Supraleiter auf dem zweidimensionalen Elektronengas befinden ohne dieses zu unterbrechen, gezeigt, dass sich unterhalb der Supraleiter eine Minienergielücke ausbildet. Es gibt mehrere experimentelle Arbeiten (siehe z. B. Referenzen 10, 11, 12) in denen Hinweise auf die Existenz einer solchen, durch den Proximity-Effekt induzierten Supraleitung im zweidimensionalen Elektronengas gefunden wurden.

In Referenz 13 wird der Einfluss eines Magnetfeldes, dessen Feldlinien parallel zum zweidimensionalen Elektronengas verlaufen, auf den Proximity-Effekt in solchen Supraleiter/Halbleiter-Hybridstrukturen untersucht. Dabei wurde die Möglichkeit diskutiert, ein solches System für die spinaufgelöste Detektion der Ladungsträger in niederdimensionalen Systemen zu verwenden. Während sehr viele Experimente an Josephson-Kontakten basierend auf Supraleiter/Halbleiter-Kontakten im senkrechten Feld durchgeführt wurden (siehe u. a. Referenz 14 und die Referenzen darin), wurde der parallelen Feldorientierung bisher wenig Beachtung geschenkt.

In der vorliegenden Arbeit werden Transportmessungen an ballistischen Josephson-Kontakten, basierend auf Nb/InAs-Hybridstrukturen vorgestellt. Neben der Temperatur-

1 Einleitung

und Geometrieabhängigkeit der Transporteigenschaften wird insbesondere die Magnetfeldabhängigkeit studiert. Dabei wird ein besonderes Augenmerk auf die Messungen des kritischen Stromes im parallelen Feld gelegt. Die experimentellen Ergebnisse werden mit einem Modell, basierend auf den Überlegungen in Referenz 13, verglichen.

2 Grundlagen

2.1 Supraleitung

Die besonderen Eigenschaften eines Supraleiters (dies sind z. B. das Verschwinden des elektrischen Widerstandes unterhalb einer kritischen Temperatur T_c , die Eigenschaft des idealen Diamagnetismus, wie auch das Auftreten eines Josephson-Suprastromes zwischen zwei Supraleitern, die durch eine Tunnelbarriere getrennt sind) haben ihre Ursache in der makroskopischen Wellenfunktion der *Cooper-Paare*¹ genannten Elektronenpaare. Eine mikroskopische Beschreibung der klassischen Supraleiter liefert die Theorie von Bardeen, Cooper und Schrieffer (BCS-Theorie) [16]. Aus der BCS-Theorie folgt, dass eine noch so schwach anziehende Wechselwirkung zwischen Elektronen einen gegenüber dem herkömmlichen Fermi-See-Grundzustand eines Metalls veränderten Grundzustand hervorruft: Die Elektronen formen Cooper-Paare. Ein solches wird von zwei Elektronen mit entgegengesetzten Spins und entgegengesetzten, gleich großen Impulsen gebildet. Der Grundzustand eines Supraleiters ist ein gemeinsamer Zustand aller Cooper-Paare. Eine Anregung aus diesem Grundzustand heraus besteht darin, dass ein Cooper-Paar aufgebrochen wird. Diesen Anregungen lassen sich *Quasiteilchen* zuordnen², deren Energie bei einem Wellenzahlvektor k gegeben ist durch

$$E_k = \sqrt{(\varepsilon_k - E_F)^2 + \Delta_0^2}. \quad (2.1)$$

ε_k ist die Energie eines Teilchens oberhalb der kritischen Temperatur T_c , d. h. wenn das Metall nicht supraleitend ist. E_F ist die Fermi-Energie und Δ_0 die minimale Anregungsenergie bei $T = 0$ K. E_k hat also einen Mindestwert Δ_0 . Dies bedeutet, dass mindestens die Energie $2\Delta_0$ aufgebracht werden muss, um ein Cooper-Paar aufzubrechen. Für die Zustandsdichte der Quasiteilchen folgt damit, dass es in einem Bereich $\pm\Delta_0$ um die Fermi-Energie keine Zustände gibt. $2\Delta_0$ wird daher als die *Energielücke* des Supraleiters bezeichnet. Aus der BCS-Theorie folgt für die Quasiteilchenzustandsdichte für Energien $|E - E_F| \geq \Delta_0$:

$$N_s(E) = N_N(E_F) \frac{|E - E_F|}{\sqrt{(E - E_F)^2 - \Delta_0^2}}. \quad (2.2)$$

¹Benannt nach L. N. Cooper, der als erster zeigen konnte, dass die Bildung von Elektronenpaaren zu einer Absenkung der Gesamtenergie führt [15].

²Die Quasiteilchen im Supraleiter sind Linearkombinationen von Elektronen- und Lochzuständen. Weit entfernt von der Fermi-Energie gleichen sie jedoch reinen Elektronen- bzw. Lochzuständen. Der Einfachheit halber wird in den folgenden Kapiteln, z. B. bei der Beschreibung der Andreev-Reflexion, von Elektronen bzw. Löchern im Zusammenhang mit den Quasiteilchen gesprochen.

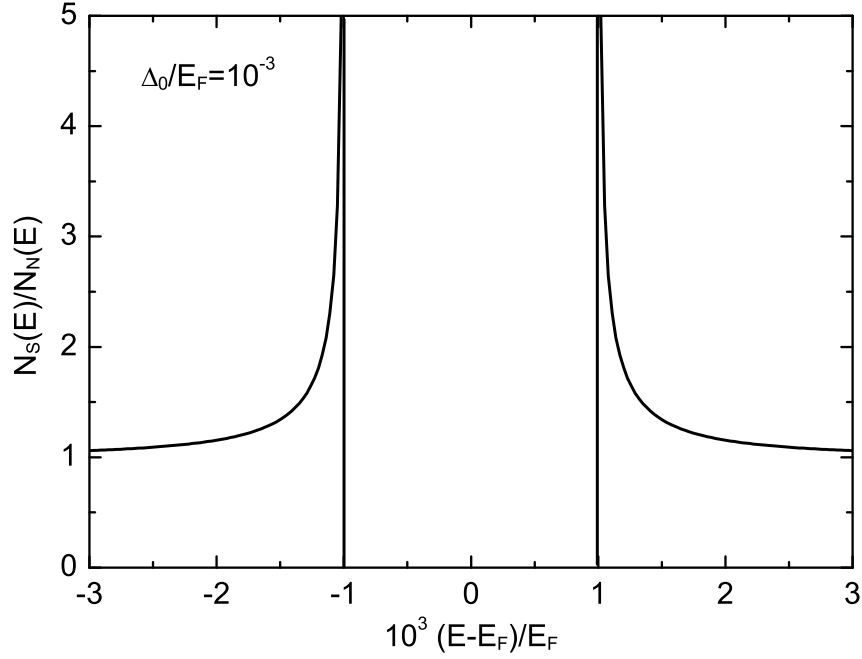


Abbildung 2.1: Mit $N_N(E_F)$ normierte Quasiteilchenzustandsdichte $N_s(E)$ eines Supraleiters entsprechend der BCS-Theorie. Im Bereich $E_F \pm \Delta_0$ sind keine Quasiteilchenzustände vorhanden.

Für Energien $|E - E_F| < \Delta_0$ ist $N_s(E)$ gleich Null. $N_N(E_F)$ bezeichnet die Zustandsdichte im normalleitenden Zustand, die Nahe der Fermi-Energie als konstant angenommen werden kann. In Abbildung 2.1 ist diese Zustandsdichte für $\Delta_0/E_F = 10^{-3}$ dargestellt. Dieses Verhältnis ist typisch für metallische Supraleiter. Sie geht für $E = E_F \pm \Delta_0$ gegen unendlich und nähert sich für große Energien $N_N(E_F)$ an.

2.2 Supraleiter im Magnetfeld

Die Quasiteilchenzustandsdichte eines Supraleiters wird durch ein Magnetfeld aufgrund paarbrechender Effekte modifiziert. Die Stärke der Paarbrechung wird durch die Energiedifferenz 2α beschrieben, die zwischen den Elektronen eines Cooper-Paares von der Störung erzeugt wird. Obwohl diese Störung verschiedene Ursachen haben kann, wie z. B. ein äußeres Magnetfeld, ein durch den Supraleiter fließender Suprastrom [18] oder magnetische Verunreinigungen [19], kann der Effekt der Paarbrechung, im Fall diffusiver Supraleiter, durch einen einzigen Parameter, die Paarbrechungsenergie, beschrieben werden³. Für einen dünnen Film eines diffusiven Supraleiters gilt in den für diese Arbeit

³Dies wurde experimentell z. B. in Referenz 20 für den Einfluss eines Magnetfeldes im Vergleich mit dem Einfluss eines Suprastromes auf die Quasiteilchenzustandsdichte eines Aluminiumdrahtes gezeigt.

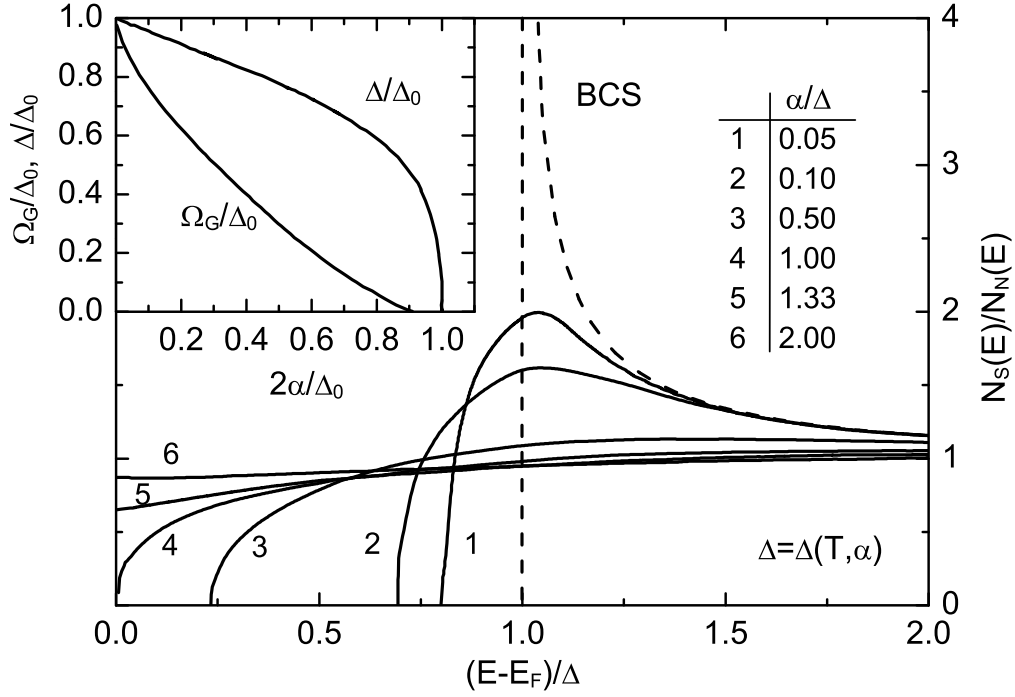


Abbildung 2.2: Auf $N_N(E_F)$ normierte Quasiteilchenzustandsdichte $N_S(E)$ als Funktion der mit Δ normierten Energie für verschiedene Werte der Paarbrechungsenergie α . In diesem Diagramm bezeichnet Δ die von der Temperatur und der Paarbrechungsenergie abhängige Energielücke $\Delta(T, \alpha)$. Die eingefügte Abbildung zeigt die Abhängigkeit der spektralen Energielücke Ω_G und des „Energielücken-Parameters“ von der Paarbrechungsenergie 2α . Die Daten wurden Referenz 17 entnommen.

relevanten Feldorientierungen parallel (B_{\parallel}) bzw. senkrecht (B_{\perp}) zur Schicht [21]:

$$2\alpha = \frac{De^2 B_{\parallel}^2 d^2}{3\hbar} \quad (2.3)$$

und

$$2\alpha = 2DeB_{\perp}. \quad (2.4)$$

Hier ist e die elektrische Elementarladung und \hbar die Planck-Konstante. Die paarbrechenden Effekte eines Magnetfeldes führen dazu, dass die Singularität in der Zustandsdichte bei Δ_0 in ein Maximum übergeht, das mit steigendem Magnetfeld immer flacher wird, und dass es auch für Energien $|E| < \Delta_0$ Quasiteilchenzustände gibt. Mit größer werden der Paarbrechungsenergie 2α treten diese bei immer kleineren Energiewerten $|E|$ auf. Dies führt schließlich dazu, dass es bei allen Energien Quasiteilchenzustände gibt. Es ist dann keine *spektrale Energielücke* Ω_G mehr vorhanden, obwohl weiterhin Cooper-Paare und damit die Supraleitung existieren. In Abbildung 2.2 ist für verschiedene Wer-

te der Paarbrechungsenergie α die Zustandsdichte der Quasiteilchen dargestellt. Die eingefügte Abbildung zeigt die Abhängigkeit der spektralen Energielücke und des sogenannten Energielücken-Parameter Δ von der Paarbrechungsenergie 2α bei $T = 0\text{ K}$. Der Energielücken-Parameters ist ein Maß für das Paarpotential in Anwesenheit paarbrechender Effekte. Bei welchen Werten von α der Übergang zur *gapless superconductivity* stattfindet, hängt von der Temperatur ab. Bei $T \approx 0$ ist dies der Fall, wenn $2\alpha \approx 0.9\Delta_0$. Die Supraleitung wird vollständig zerstört, wenn $2\alpha = \Delta_0$ gilt. Bei tiefen Temperaturen gibt es also nur einen sehr kleinen Feldbereich, in dem keine spektrale Energielücke vorhanden ist, der Film aber weiterhin supraleitend ist.

2.3 Josephson-Effekt und Andreev-Reflexion

Zwischen zwei Supraleitern, die durch einen dünnen Isolator voneinander getrennt sind, kann ein Suprastrom I_s fließen. Getrieben wird dieser (spannungslose) Strom durch die Differenz $\gamma = \varphi_1 - \varphi_2$ der Phasen der makroskopischen Wellenfunktionen der beiden Supraleiter. Es gilt für die *Strom-Phasen-Relation* eines solchen so genannten *Josephson-Kontaktes*⁴ [22]:

$$I_s(\gamma) = I_{c0} \sin \gamma . \quad (2.5)$$

Der *kritische Strom* I_{c0} , d. h. der maximale Strom, der über die Tunnelbarriere fließen kann, wird durch die Beschaffenheit der Barriere und die Eigenschaften der Supraleiter bestimmt. Tatsächlich kann auch ein Suprastrom zwischen zwei Supraleitern fließen, die z. B. durch einen Normalleiter getrennt sind. Unter einem Normalleiter versteht man in diesem Fall ein Material, das selbst keine supraleitenden Eigenschaften aufweist. Es kann sich hierbei im Allgemeinen auch um einen Supraleiter oberhalb seiner kritischen Temperatur T_c handeln (siehe z. B. Referenz 23). Die Strom-Phasen-Relation ist in solchen Josephson-Kontakten nur für den Fall niedriger Transparenzen durch Gleichung (2.5) gegeben [24, 25].

Der Mechanismus, durch den ein Suprastrom in einem Supraleiter-Normalleiter-Supraleiter (SNS)-Kontakt getragen wird, ist die *Andreev-Reflexion* [26]. Ein Elektron im Normalleiter, das mit einer Energie E , die kleiner ist als die Energielücke $\Delta(T)$ in der Einteilchenzustandsdichte des Supraleiters, auf eine der (idealen) Supraleiter-Normalleiter-Grenzflächen trifft, kann nicht als Quasiteilchen in den Supraleiter eindringen, da dort keine Einteilchenzustände vorhanden sind. Es wird aber auch nicht als Elektron reflektiert, da an der Grenzfläche keine Barriere vorhanden ist. Stattdessen wird ein Cooper-Paar im Supraleiter erzeugt, wobei im Normalleiter ein Loch entsteht. Dieses Loch läuft denselben Weg des einfallenden Elektrons zurück. Es trägt außerdem Informationen über die Phasen sowohl des einlaufenden Elektrons als auch des supraleitenden Zustandes [27]. Das Loch wird, trifft es auf die zweite Grenzfläche, wieder in ein Elektron umgewandelt, wobei ein Cooper-Paar im Supraleiter vernichtet wird. Auf diese Weise wird ein Paar korrelierter Elektronen von einem Supraleiter zum anderen durch den Normalleiter

⁴Benannt nach B. D. Josephson, der 1962 das Auftreten eines Suprastromes in einem solchen Kontakt theoretisch vorhersagte und dafür 1973 den Nobelpreis erhielt.

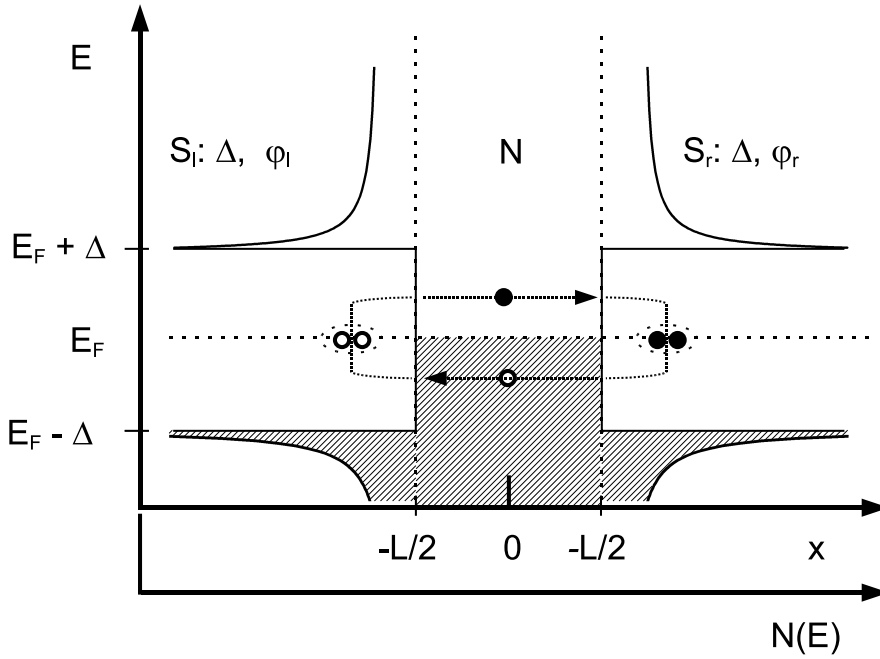


Abbildung 2.3: Skizze zur Veranschaulichung der Entstehung eines Suprastromes in einem Josephson-Kontakt.

übertragen. In Abbildung 2.3 wird dieser Prozess schematisch erläutert. Skizziert ist die Zustandsdichte $N_S(E)$ der Quasiteilchen in einem Energiebereich um die Fermi-Energie. Gleichzeitig ist in Ermangelung einer dreidimensionalen Abbildung der Ort auf derselben Achse aufgetragen. Im Bereich $-L/2 < x < L/2$ befindet sich der Normalleiter (N), rechts und links davon die Supraleiter (S_r , S_l). Während die Zustandsdichte im Normalleiter in der Nähe der Fermi-Energie konstant ist, gibt es in der Zustandsdichte eines Supraleiters im Intervall $\pm\Delta$ keine Quasiteilchenzustände. Die Besetzung der Zustände wird durch die Schraffur angedeutet. Zur Vereinfachung wurde $T = 0\text{ K}$ gewählt. Ein Elektron (gefüllter Kreis) und das aus diesem bei der Andreev-Reflexion entstehende Loch (nicht gefüllter Kreis) und ein Elektron-Cooper-Paar im rechten Supraleiter sowie ein Loch-Cooper-Paar im linken Supraleiter sind ebenfalls dargestellt.

In der Arbeit von Kulik [28] wird für einen eindimensionalen, ballistischen Josephson-Kontakt gezeigt, dass für Energien $|E| > \Delta(T)$ die Einteilchenzustände kontinuierlich sind und ein Elektron bzw. ein Loch mit einer Energie $|E| > \Delta(T)$ in den Supraleiter als ein Quasiteilchen mit vornehmlich Elektron- bzw. Lochcharakter eindringen kann. Für Energien $|E| < \Delta(T)$ hingegen sind die Zustände aufgrund der oben beschriebenen Andreev-Reflexion diskret. Sie werden in der Literatur als *gebundene Andreev-Zustände* bezeichnet. Es werden zwei Fälle unterschieden. Ist die *Thouless-Energie* $E_{\text{Th}} = \hbar v_F / L$ kleiner als die supraleitende Energielücke $\Delta(T)$, erhält man zwei Systeme von äquidistanten Energieniveaus. In der Näherung $|E| \ll \Delta(T)$ gilt für einen

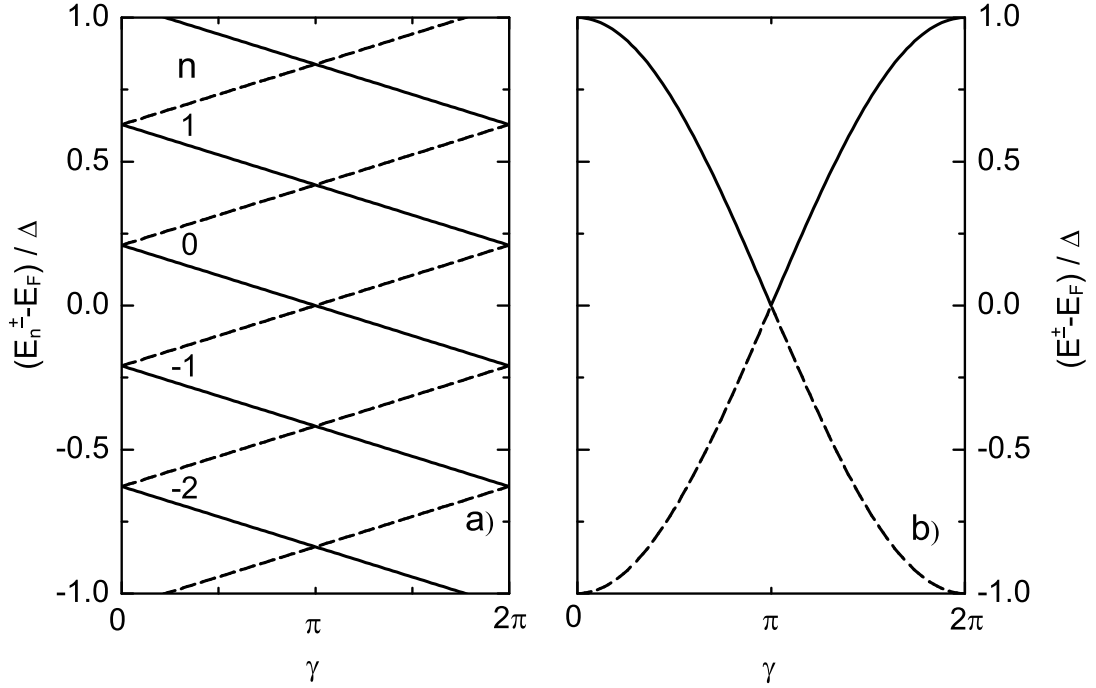


Abbildung 2.4: Normierte gebundene Andreev-Zustände $(E_n^\pm - E_F)/\Delta$ relativ zur Fermi-Energie als Funktion der Phasendifferenz γ der makroskopischen Wellenfunktion.

Teilbild a): Für einen langen Josephson-Kontakt mit $L = 15\xi_0$. Durchgezogene Linien entsprechen E_n^+ , gestrichelte Linien E_n^- , die Ziffern geben die jeweilige Ordnung n der Zustände an.

Teilbild b): Für einen kurzen Josephson-Kontakt.

In beiden Fällen ist $\tau = 1$.

solchen langen Josephson-Kontakt:

$$E_n^\pm(\gamma) = \frac{\xi_0 \Delta(T)}{L} [2\pi (n + 1/2) \mp \gamma] , \quad \text{falls } E_{\text{Th}} < \Delta(T) . \quad (2.6)$$

Hierbei ist L die Länge des Josephson-Kontaktes, d. h. der Abstand der beiden Supraleiter. ξ_0 ist die BCS-Kohärenzlänge, diese gibt den mittleren Abstand an, über den die Elektronen eines Cooper-Paares korreliert sind. Die Position der Energieniveaus hängt von der Phasendifferenz γ ab. Die Niveaus E_n^+ entsprechen dem Transport von Cooper-Paaren von Supraleiter S_1 nach Supraleiter S_2 , die Niveaus E_n^- dem von S_2 nach S_1 . E_n^+ und E_n^- sind jeweils entartet, wenn $\gamma = 0$ gilt. Für einen kurzen Josephson-Kontakt mit $E_{\text{Th}} > \Delta(T)$ gilt:

$$E^\pm(\gamma) = \pm \Delta(T) \sqrt{1 - \sin^2(\gamma/2)} , \quad \text{falls } E_{\text{Th}} > \Delta(T) . \quad (2.7)$$

In diesem Fall gibt es innerhalb der Energielücke der Supraleiter nur zwei unabhängige Energieniveaus, die für $\gamma = \pi$ an der Fermi-Energie entartet sind. In Abbildung 2.4 ist für

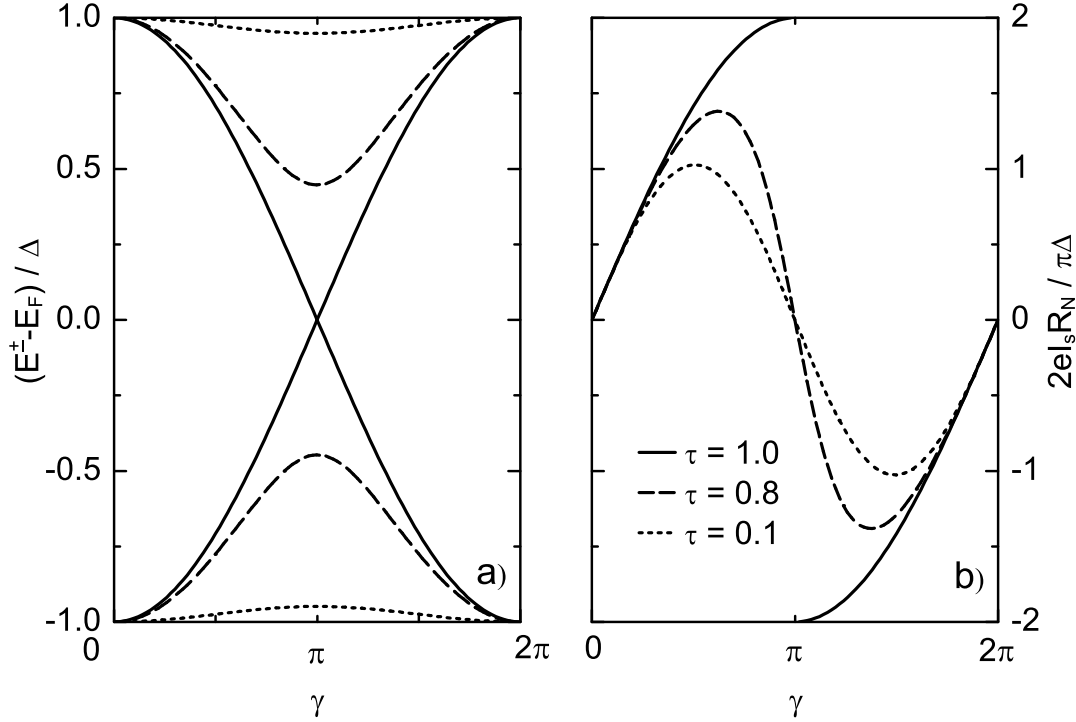


Abbildung 2.5: Teilbild a): Normierte gebundene Andreev-Zustände $(E^\pm - E_F)/\Delta$ relativ zur Fermi-Energie eines kurzen Josephson-Kontaktes für verschiedene Transparenzen $\tau = 1.0, 0.8, 0.1$ an den Grenzflächen als Funktion der Phasendifferenz γ . Für Transparenzen $\tau < 1$ sind die Zustände E^+ und E^- bei $\gamma = \pi$ nicht mehr entartet. Teilbild b): Strom-Phasen-Relation berechnet aus den gebunden Andreev-Zuständen aus Teilbild a). Nur für sehr niedrige Transparenzen hat diese die durch Gleichung (2.5) gegebene sinusförmige Gestalt.

beide Fälle die Abhängigkeit der Energieniveaus von der Phasendifferenz dargestellt. Der Beitrag der gebundenen Andreev-Zustände zum Suprastrom kann wie folgt berechnet werden:

$$I_s(\gamma) = -\frac{2e}{\hbar} \sum_{n,\pm} \frac{\partial E_n^\pm(\gamma)}{\partial \gamma} (1 - 2f_0(E_n^\pm, T)) . \quad (2.8)$$

Dabei ist $f_0(E_n^\pm, T)$ die Fermi-Verteilungsfunktion der Quasiteilchenzustände. Für $T = 0$ K sind nur die Zustände unterhalb der Fermi-Energie besetzt. Nach Gleichung (2.7) bedeutet dies, dass nur das Niveau E^- besetzt ist. Nur dieses trägt also zum Suprastrom bei. Bei endlichen Temperaturen hingegen werden, der Fermi-Verteilungsfunktion entsprechend, auch Zustände oberhalb E_F besetzt, während unterhalb E_F einige Zustände unbesetzt bleiben. Dies führt zu einer Reduzierung des Suprastromes mit steigender Temperatur.

Bisher wurde angenommen, dass zwischen den Supraleitern und dem Normalleiter keine Barrieren vorhanden sind. In Referenz 29 wird der Einfluss einer punktförmigen

2 Grundlagen

Verunreinigung in einem eindimensionalen Josephson-Kontakt untersucht. An einer solchen Verunreinigung können Elektronen und Löcher reflektiert werden. Dadurch werden die Energieniveaus E^+ und E^- miteinander gekoppelt. Dieser Effekt ist dort besonders ausgeprägt, wo die Niveaus entartet sind: Es entsteht in $E^\pm(\gamma)$ eine Lücke bei $\gamma = \pi$. Für einen kurzen Josephson-Kontakt gilt:

$$E^\pm(\gamma) = \pm\Delta(T)\sqrt{1 - \tau \sin^2(\gamma/2)}. \quad (2.9)$$

In Teilbild a) der Abbildung 2.5 ist $E^\pm(\gamma)$ für drei verschiedene Werte der Transparenz τ dargestellt. Durch Einsetzen in Gleichung (2.8) kann die Strom-Phasen-Relation berechnet werden.

Es gilt für einen klassischen Punktkontakt mit dem Sharvin-Widerstand R_N [30]:

$$I_s(\gamma) = \frac{\pi\Delta(T)}{2eR_N} \left(\frac{\sin \gamma}{\sqrt{1 - \tau \sin^2(\gamma/2)}} \right) \tanh \left(\frac{\Delta(T)}{2k_B T} \sqrt{1 - \tau \sin^2 \gamma/2} \right). \quad (2.10)$$

R_N ist der Widerstand, den der SNS-Kontakt oberhalb der kritischen Temperatur T_c hat. Er wird daher *Normalwiderstand* genannt. In Teilbild b) der Abbildung 2.5 ist die Strom-Phasen-Relation für verschiedene Transparenzen τ dargestellt. Für $\tau = 1$ wächst der Suprastrom mit steigender Phasendifferenz und erreicht sein Maximum für $\gamma = \pi$. Wird die Transparenz kleiner, verschiebt sich das Maximum zu kleineren Phasendifferenzen und bei $\gamma = \pi$ wird die Funktion stetig. Für $\tau = 0$ nimmt die Strom-Phasen-Relation die für einen Josephson-Kontakt mit Tunnelbarriere durch Gleichung (2.5) gegebene Form an. Der Suprastrom wird durch eine Barriere an den Grenzflächen reduziert. Für einen idealen Kontakt mit $\tau = 1$ ist der maximale Suprastrom doppelt so groß wie der für einen Tunnelkontakt.

Während in einem kurzen Josephson-Kontakt die kontinuierlichen Zustände für Energien $|E| > \Delta(T)$ keine Rolle spielen, tragen sie jedoch bei langen Kontakten wesentlich zum Suprastrom bei [29]. Dieser Beitrag zum Suprastrom setzt sich zusammen aus den jeweiligen Beiträgen der elektronartigen und der lochartigen Quasiteilchen und ist gegeben durch:

$$I_{kont} = \frac{2e}{\hbar} \left(\int_{-\Delta(T)}^{-\infty} + \int_{+\Delta(T)}^{+\infty} \right) i(E, \gamma) f_0(E, T) dE. \quad (2.11)$$

Dabei ist $i(E, \gamma)$ die Nettostromdichte durch die Quasiteilchen.

Der kritische Strom eines Josephson-Kontaktes kann aus dem Maximum der Strom-Phasen-Relation ermittelt werden.

Eine Möglichkeit, den kritischen Strom I_{c0} eines Josephson-Kontaktes zu bestimmen, ist die Strom-Phasen-Relation zu messen, die für einen Tunnelkontakt durch die erste Josephson-Gleichung (2.5) gegeben ist. Hierzu muss die Phasendifferenz γ über dem Kontakt eingestellt und der Strom $I_s(\gamma)$ gemessen werden. I_{c0} ergibt sich dann aus dem Maximum von $I_s(\gamma)$. In Referenz 31 wird ein entsprechendes Experiment an Nb/InAs/Nb-Josephson-Kontakten beschrieben.

Eine weitere Möglichkeit, den kritischen Strom zu bestimmen (diese wurde in der vorliegenden Arbeit verwendet), ist das Messen der Strom-Spannungs-Kennlinien. Hierzu

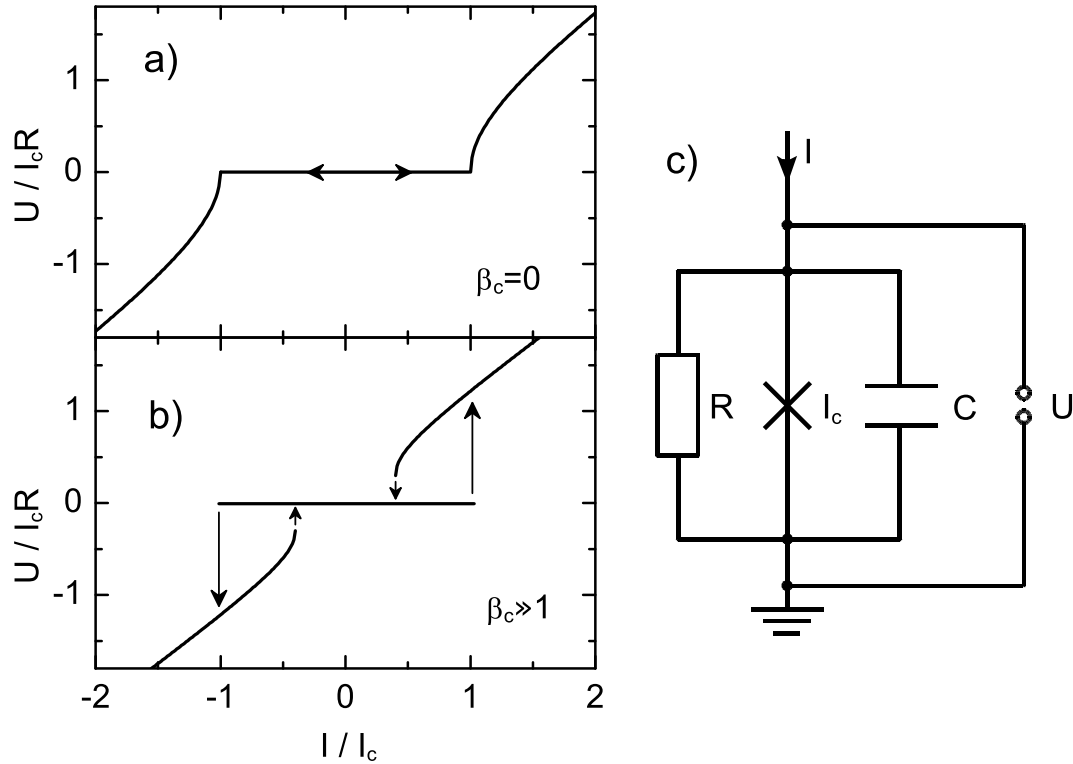


Abbildung 2.6: Strom-Spannungs-Kennlinien nach dem RCSJ-Modell. Teilbild a) für einen überdämpften Josephson-Kontakt mit $\beta_c = 0$ und Teilbild b) für einen unterdämpften Josephson-Kontakt mit $\beta_c \gg 1$ (schematische Darstellung). Teilbild c): Ersatzschaltbild für einen Josephson-Kontakt nach RCSJ-Modell.

wird dem Josephson-Kontakt ein Strom I aufgeprägt und die am Kontakt abfallende Spannung U gemessen. Ist der Strom kleiner als I_{c0} , kann ein Suprastrom fließen und es gilt $U = 0$. Die Phasendifferenz γ stellt sich so ein, dass die Josephson-Gleichung erfüllt ist. Ist der aufgeprägte Strom jedoch größer als I_{c0} , fällt eine endliche Spannung U am Kontakt ab. Nach der zweiten Josephson-Gleichung

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{2\pi}{\Phi_0} U(t) \quad (2.12)$$

wird in diesem Fall die Phasendifferenz γ zeitabhängig und damit nach Gleichung (2.5) auch der Suprastrom I_S . Außerdem können bei endlichen Spannungen Quasiteilchen über den Kontakt fließen, die einen Beitrag, den *Quasiteilchenstrom* I_q , zum Gesamtstrom I , liefern. Weiterhin kann ein *Verschiebungsstrom* I_v fließen, bedingt durch eine Kapazität C am Kontakt. Ein Modell zur Beschreibung der Strom-Spannungs-Kennlinien, das die drei Beiträge zum Strom zusammenfügt, ist das *RCSJ-Modell*⁵. Dieses wird ausführlich in den Lehrbüchern von W. Buckel [32] und M. Tinkham [21] beschrieben und soll hier

⁵Resistively and Capacitively Shunted Junction

nur kurz skizziert werden. Der Josephson-Kontakt wird in diesem Modell durch eine Parallelschaltung eines *idealen* Josephson-Kontaktes, gegeben durch Gleichung (2.5), eines ohmschen Widerstandes R und eines Kondensators mit der Kapazität C beschrieben. Abbildung 2.6 Teilbild c) zeigt das Ersatzschaltbild dieses Kontaktes. Der Gesamtstrom durch den Kontakt ergibt sich damit als Summe der Einzelströme $I_s = I_{c0} \sin \gamma$, $I_q = U/R$ und $I_v = C\dot{U}$:

$$I = I_{c0} \sin \gamma + \frac{U}{R} + C \frac{dU}{dt}. \quad (2.13)$$

Bei einem SNS-Kontakt ist der Widerstand R in der Größenordnung des Normalwiderstandes R_N . Mit der zweiten Josephson-Gleichung (2.12) und durch Einführen der dimensionslosen Zeit $\tau = \Phi_0/(2\pi I_{c0}R)$ kann die Gleichung (2.13) in eine dimensionslose Differentialgleichung zweiter Ordnung umgeschrieben werden:

$$i = \frac{I}{I_{c0}} = \sin \gamma + \frac{d\gamma}{d\tau} + \beta_c \frac{d^2\gamma}{d\tau^2} \quad \text{mit} \quad \beta_c = \frac{2\pi I_{c0}R^2C}{\Phi_0}. \quad (2.14)$$

Hier ist $\Phi_0 = h/2e$ das Flussquant der Supraleitung. Der materialabhängige Parameter β_c bestimmt das Verhalten des Josephson-Kontaktes. Es können zwei Fälle unterschieden werden.

Für $\beta_c < 1$ (man spricht dann von einem *überdämpften Josephson-Kontakt*) sind die Strom-Spannungs-Kennlinien nicht hysteretisch. Reduziert man also den Strom I von einem Wert oberhalb des kritischen Stromes ausgehend, kehrt die Probe bei demselben Stromwert in den widerstandslosen Zustand zurück, bei dem sie beim Erhöhen des Stromes von $I = 0$ in den resistiven Zustand überginge. Der Übergang in den resistiven Zustand bei I_c findet stetig statt. Abbildung 2.6 Teilbild a) zeigt für $\beta_c = 0$ und $T = 0$ K die berechnete Strom-Spannungs-Kennlinie. In diesem Fall ist $I_c = I_{c0}$.

Im Falle eines Josephson-Kontaktes, bei dem die Kapazität C so groß ist, dass $\beta_c > 1$ gilt (*unterdämpfter Josephson-Kontakt*), zeigt sich ein anderes Bild: Wird der Strom von $I = 0$ kommend langsam erhöht, bleibt der Spannungsabfall am Kontakt bis zum kritischen Strom I_c null und springt an diesem Punkt diskontinuierlich auf einen endlichen Wert. Spielen thermische Fluktuationen keine Rolle, ist auch hier $I_c = I_{c0}$. Erniedrigt man den Strom wieder, kehrt die Probe erst bei dem *Rückkehrstrom* $I_{r0} \approx 4I_{c0}/(\pi\beta_c^{1/2}) < I_{c0}$ ⁶ in den widerstandslosen Zustand zurück. In diesem Falle ist die Strom-Spannungs-Kennlinie also hysteretisch. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 2.6 Teilbild b) dargestellt.

Das bisher beschriebene Verhalten der Strom-Spannungs-Kennlinien ist gültig, wenn thermische Fluktuationen keine Rolle spielen. Dies ist aber nur gegeben, wenn die *Josephson-Kopplungs-Energie* $E_J = (\hbar/2e)I_{c0}$ sehr viel größer als die thermische Energie $k_B T$ ist. Ist dies nicht der Fall, haben Fluktuationen einen Einfluss auf die Kennlinien, der sich für die Fälle $\beta_c < 1$ und $\beta_c > 1$ unterschiedlich darstellt. In dem Modell von V. Ambegaokar und B. I. Halperin [33] wird der Einfluss einer endlichen Temperatur auf die Kennlinien eines überdämpften Josephson-Kontaktes untersucht. Dabei wird die Gleichung (2.13) durch einen Stromterm ergänzt, mit dem die Wirkung thermischer

⁶Dieser einfache Zusammenhang ist nur für große Werte von β_c gültig.

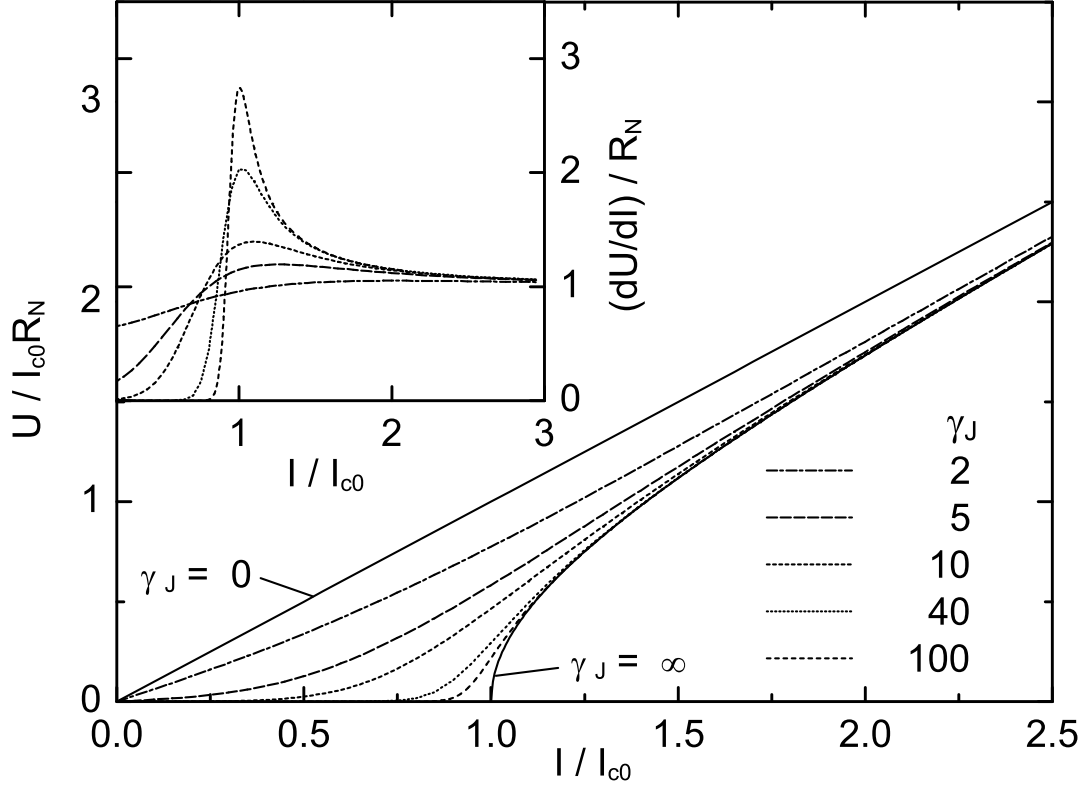


Abbildung 2.7: Strom-Spannungs-Kennlinien eines überdämpften Josephson-Kontaktes nach dem RCSJ-Modell unter Berücksichtigung thermischer Fluktuationen nach Referenz 33. Die eingefügte Abbildung zeigt den durch numerische Ableitung erhaltenen differentiellen Widerstand (normiert) als Funktion des normierten Stromes. Dabei ist $\gamma_J = 2E_J/k_B T$ das Verhältnis zwischen Josephson-Energie und thermischer Energie.

Schwankungen auf das System beschrieben wird. Daraus folgt, dass die Kennlinien nahe I_{c0} verrunden, d. h. bereits für Ströme $I < I_{c0}$ hat der Kontakt einen endlichen Widerstand. Dieser Effekt wird umso größer, je kleiner das Verhältnis $\gamma_J = 2E_J/k_B T$ zwischen Josephson-Energie und thermischer Energie wird. Bei kleinen Werten von γ_J , also z. B. bei hohen Temperaturen, hat der Josephson-Kontakt bereits bei $I = 0$ einen endlichen Widerstand. In Abbildung 2.7 sind für einige Werte von γ_J die nach Referenz 33 berechneten Strom-Spannungs-Kennlinien dargestellt. Die eingefügte Abbildung zeigt den aus diesen Daten durch numerisches Ableiten erhaltenen differentiellen Widerstand.

In einem unterdämpften Kontakt bewirken die Fluktuationen, dass der Übergang in den resistiven Bereich bei Stromwerten $I_c < I_{c0}$ erfolgt. Da der dafür verantwortliche Prozess stochastisch ist, werden bei wiederholtem Aufnehmen der Strom-Spannungs-Kennlinie verschiedene Werte für den kritischen Strom innerhalb eines Bereichs δI_c ge-

messen. Näherungsweise gilt für den Mittelwert $\langle I_c \rangle$ des gemessenen kritischen Stromes

$$\langle I_c \rangle = I_{c0} \left(1 - \left(\frac{k_B T}{2E_J} \ln \left(\frac{\omega_J \Delta t}{2\pi} \right) \right)^{2/3} \right). \quad (2.15)$$

Dabei ist $\omega_J = (2eI_{c0}/\hbar C)^{1/2}$ die Josephson-Plasma-Frequenz und Δt ist die Zeit, die benötigt wird, um während einer Messung den Bereich δI_c zu durchfahren. Der Logarithmus in Gleichung (2.15) wird aufgrund der kleinen Kapazitäten in einem Josephson-Kontakt groß ($\approx 20-30$), daher kann in diesem Fall bereits bei Temperaturen T , die kleiner als E_J/k_B sind, der kritische Strom durch Fluktuationen reduziert werden. Während der kritische Strom erniedrigt wird, tritt der Rückkehrstrom bei höheren Strömen auf. Der hysteretische Bereich wird also kleiner. Ist die Wirkung der Fluktuationen sehr groß, wenn z. B. bei hohen Temperaturen der kritische Strom stark erniedrigt ist, sind die Kennlinien nicht mehr hysteretisch. Für den gemessenen kritischen Strom gilt in diesem Falle: $I_{r0}(T) < I_r(T) = I_c(T) < I_{c0}(T)$.

2.4 Proximity-Effekt

Bringt man einen Normalleiter in guten metallischen Kontakt mit einem Supraleiter, so können Cooper-Paare aus dem Supraleiter in den Normalleiter diffundieren [1]. Die Wahrscheinlichkeit, ein Cooper-Paar im Abstand d von der Grenzfläche anzutreffen, nimmt dabei exponentiell mit d ab. Für die Paaramplitude $\langle \Psi_\uparrow \Psi_\downarrow \rangle$ gilt

$$\langle \Psi_\uparrow \Psi_\downarrow \rangle \propto \exp(-d/\xi_N). \quad (2.16)$$

ξ_N ist die thermische Kohärenzlänge im Normalleiter und ist daher unabhängig von den Eigenschaften des Supraleiters. Man unterscheidet zwei Fälle. Im ballistischen Grenzfall, wenn die mittlere freie Weglänge l_N (vgl. Gleichung (3.3)) im Normalleiter sehr viel größer als die Kohärenzlänge ξ_N ist, gilt:

$$\xi_N = \frac{\hbar v_F^N}{2\pi k_B T}. \quad (2.17)$$

k_B ist die Boltzmann-Konstante. Die Fermi-Geschwindigkeit v_F^N der Elektronen im Normalleiter ist für ein zweidimensionales Elektronengas durch Gleichung (3.2) gegeben. Ist hingegen $l_N \ll \xi_N$, so gilt:

$$\xi_N = \sqrt{\frac{\hbar D_N}{2\pi k_B T}} \quad \text{mit} \quad D_N = \frac{1}{2} v_F^N l_N. \quad (2.18)$$

D_N ist die Diffusionskonstante, die hier für ein zweidimensionales System angegeben ist. Bei dem in dieser Arbeit verwendeten Material (siehe Tabelle 3.2) ist oberhalb von 0.25 K die mittlere freie Weglänge mit $l_N = 3.7 \mu\text{m}$ größer als die Eindringtiefe ($\xi_N = 0.89 \mu\text{m}/T(\text{K})$) und es gilt der ballistische Grenzfall.

Auch für den Supraleiter kann eine thermische Kohärenzlänge ξ_S angegeben werden. Für den Fall, dass $\xi_S \gg l_S$ (l_S ist die mittlere freie Weglänge der Elektronen im Supraleiter) gilt:

$$\xi_S = \sqrt{\frac{\hbar D_S}{2\pi k_B T_c}} \quad \text{mit} \quad D_S = \frac{1}{3} v_F^S l_S. \quad (2.19)$$

D_S ist die Diffusionskonstante im Supraleiter.

Cooper-Paare, die von einem Supraleiter in einen Normalleiter diffundieren, welcher sich in der „Nähe“ des Supraleiters (d. h. im direkten Kontakt zu diesem) befindet, übertragen supraleitende Eigenschaften auf den Normalleiter. Dieses Phänomen bezeichnet man als *Proximity-Effekt*. Insbesondere kann die Zustandsdichte der Quasiteilchen im Normalleiter dahingehend verändert werden, dass für kleine Energien eine Energielücke ε_g mit $\varepsilon_g < \Delta$ entsteht.

2.5 Temperaturabhängigkeit des kritischen Stromes

In einem langen Josephson-Kontakt tragen sowohl die gebunden Andreev-Zustände bei Energien $E < \Delta$ wie auch die ungebundenen Zustände bei Energien $E > \Delta$ zum Suprastrom bei. Dies muss beachtet werden, wenn die Temperaturabhängigkeit des kritischen Stromes der untersuchten Proben theoretisch beschrieben werden soll. Eine geeignete Beschreibung liefert der Streumatrixformalismus für den Suprastrom nach Brouwer und Beenakker [34]. Konkret folgt für den Suprastrom in einem Josephson-Kontakt basierend auf einem Supraleiter/2DEG-Hybridsystem [35]:

$$I = \frac{8e}{\hbar} k_B T \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{-a^2 |S_{12}|^2 \sin(\gamma)}{1 - 2a^2 (|S_{12}|^2 \cos(\gamma) + |S_{11}|^2) + a^4 |S_{11}^2 + S_{12}^2|^2}. \quad (2.20)$$

$S_{11} = \sqrt{(1-\tau)(1+p_n^2)/(1+(1-\tau)p_n^2)}$ und $S_{12} = (\tau p_n)/(1+(1-\tau)p_n^2)$ sind die Elemente der Streumatrix für die Normalreflexion. Hierbei ist τ die Transparenz des Josephson-Kontaktes im normalleitenden Zustand, d. h. oberhalb der kritischen Temperatur. Des Weiteren ist $p_n = \exp(ik_F^n L - \omega_m L / \hbar v_F^n)$, wobei L die Länge des Josephson-Kontaktes ist. $\omega_m = (2m+1)\pi k_B T$ sind die Matsubara-Frequenzen. Über diese wird in Gleichung (2.20) summiert. Die zweite Summe addiert die Beiträge der einzelnen Kanäle n , wobei N die Gesamtzahl der Kanäle ist und von der Breite des Josephson-Kontaktes abhängt. k_F^n bzw. v_F^n ist die zur Grenzfläche zwischen Supraleiter und Normalleiter senkrechte Komponente des Fermi-Wellenvektors bzw. der Fermi-Geschwindigkeit des Kanals n . Die Andreev-Reflexionsamplitude a kann für Systeme, in denen der Proximity-Effekt relevant ist, durch die Green'schen Funktionen $F(\omega_m)$ und $G(\omega_m)$ ausgedrückt werden [36]:

$$a = \frac{iF(\omega_m)}{1 + G(\omega_m)} \quad (2.21)$$

mit

$$G(\omega_m) = \frac{\omega_m + \Gamma_{\text{McM}} G_0(\omega_m)}{\sqrt{(\omega_m + \Gamma_{\text{McM}} G_0(\omega_m))^2 + \Gamma_{\text{McM}}^2 F_0^2(\omega_m)}} \quad \text{und} \quad (2.22)$$

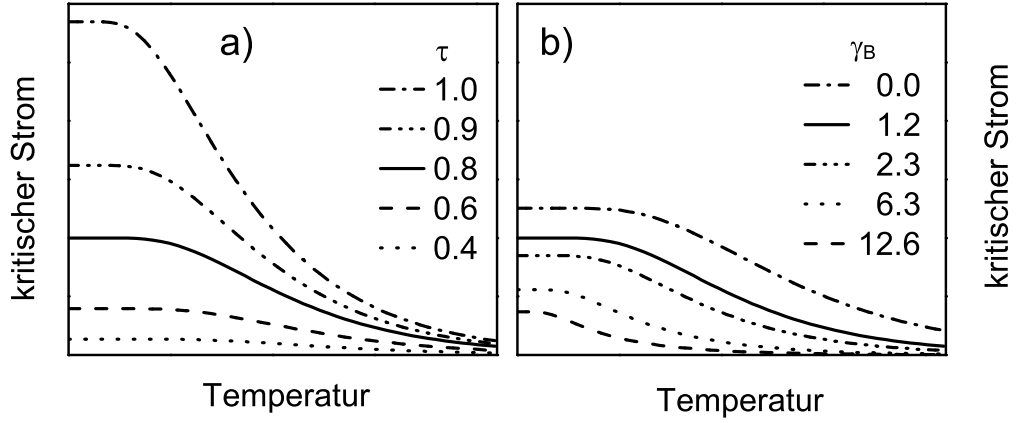


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung des kritischen Stromes als Funktion der Temperatur für:

Teilbild a) verschiedene Werte der Transparenz τ des Josephson-Kontaktes im normalleitenden Zustand. Bei allen Kurven ist $\gamma_B = 1.2$. Der Wert von τ bestimmt in erster Linie den Maximalwert des kritischen Stromes.

Teilbild b) verschiedene Werte von γ_B . Bei allen Kurven ist $\tau = 0.8$. γ_B und damit die Transparenz τ_{SN} der Grenzfläche zwischen Supraleiter und Normalleiter beeinflusst neben dem Maximalwert des kritischen Stromes auch wie stark der kritische Strom von der Temperatur unterdrückt wird.

Die durchgezogenen Linien in beiden Teilbildern zeigen identische Kurven.

$$F(\omega_m) = \frac{\Gamma_{\text{McM}} F_0(\omega_m)}{\sqrt{(\omega_m + \Gamma_{\text{McM}} G_0(\omega_m))^2 + \Gamma_{\text{McM}}^2 F_0^2(\omega_m)}}. \quad (2.23)$$

Dabei sind $F_0(\omega_m) = \Delta / \sqrt{\omega_m^2 + \Delta^2}$ und $G_0(\omega_m) = \omega_m / \sqrt{\omega_m^2 + \Delta^2}$ die Green'schen Funktionen des Supraleiters und $\Gamma_{\text{McM}} = \pi k_B T_c / \gamma_B$ ist die McMillan-Energie.

Der dimensionslose Parameter γ_B ist ein Maß für die Transparenz τ_{SN} der Grenzfläche zwischen dem Supraleiter und dem Normalleiter. Bei $\tau_{SN} = 1$ ist $\gamma_B = 0$. Für Transparenzen $\tau_{SN} \ll 1$ gilt [37]:

$$\tau_{SN} = \frac{L_N}{\gamma_B} \frac{\pi k_B T_c}{\hbar v_F^N}, \quad L_N = 2d_N \dots 4d_N. \quad (2.24)$$

L_N ist der mittlere Weg, den ein Elektron im Normalmetall zwischen zwei Kollisionen mit der Grenzfläche zurücklegt. Erfolgt der Transport im Normalmetall ballistisch, ist dieser gerade $2d_N$, wenn d_N die Schichtdicke des Normalmetalls ist. Sind die mittlere freie Weglänge und die Schichtdicke aber etwa gleich groß, ist L_N etwa doppelt so lang. (T_c ist die kritische Temperatur des Supraleiters und v_F^N die Fermi-Geschwindigkeit im Normalmetall.) Mathematisch ergibt sich γ_B aus den Randwertbedingungen für die

Green'schen Funktionen $G(E, x)$ und $F(E, x)$ an der Grenzfläche zwischen dem Supraleiter und dem Normalleiter [38]. Die Stärke des Proximity-Effektes wird also durch γ_B bestimmt.

Der kritische Strom des Josephson-Kontaktes ergibt sich aus dem Maximum der Strom-Phasen-Relation (Gleichung (2.20)). Er wird sowohl von der Transparenz τ als auch von γ_B maßgeblich beeinflusst. Dies ist in Abbildung 2.8 dargestellt: Teilbild a) zeigt den kritischen Strom als Funktion der Temperatur für verschiedene Werte der Transparenz τ bei einem festem Wert für $\gamma_B = 1.2$. Im Vergleich dazu zeigt das Teilbild b) die Temperaturabhängigkeit des kritischen Stromes bei einem festem Wert $\tau = 0.8$ und für verschiedene Werte γ_B . Die durchgezogenen Linien in beiden Teilbildern zeigen identische Kurven. Sowohl γ_B als auch τ bestimmen den Maximalwert des kritischen Stromes⁷. Dies ist verständlich, da Normalreflexion an einer Barriere die Andreev-Reflexionswahrscheinlichkeit und damit den kritischen Strom reduziert. γ_B beeinflusst aber nicht nur den Maximalwert des kritischen Stromes, sondern auch den Verlauf der $I_c(T)$ -Kurven: Je kleiner γ_B , je größer also τ_{SN} , desto weniger stark nimmt der kritische Strom mit der Temperatur ab.

2.6 Exzessstrom und Vielfach-Andreev-Reflexion

SNS-Kontakte haben auch im resistiven Bereich interessante Eigenschaften, die mit Hilfe der Andreev-Reflexion beschrieben werden können [39]. Dies ist zum einen der Exzessstrom, der für Spannungen $U \gg 2\Delta(T)/e$ in Kontakten mit hoher Transparenz beobachtet werden kann, und zum anderen Strukturen im differentiellen Leitwert, die im Bereich kleiner Spannungen $U < 2\Delta(T)/e$ auftreten. Diese werden *subharmonische Strukturen* genannt. Im Gegensatz zum Exzessstrom, der auch an einfachen SN-Kontakten beobachtet werden kann, erscheinen die subharmonischen Strukturen ausschließlich in Josephson-Kontakten.

Die Strom-Spannungs-Kennlinie eines SNS-Kontaktes ist für Spannungen $eU \gg 2\Delta(T)$ (relativ zur Fermi-Energie) linear und hat die Steigung R_N . Dennoch liegt sie in manchen Fällen nicht auf der ohmschen Geraden $U = IR_N$ des Kontaktes im normalleitenden Zustand, sondern ist um den spannungsunabhängigen Exzessstrom I_{exc} verschoben. Für den Strom bei hohen Spannungen gilt dann:

$$I = \frac{U}{R_N} + I_{exc} \operatorname{sgn} U. \quad (2.25)$$

Im Bereich großer Spannungen ($eU > \Delta(T)$) kann ein Elektron aus dem Normalleiter in den Supraleiter als Quasiteilchen eindringen, da für diese Energien Quasiteilchenzustände vorhanden sind. Weiterhin kann aber auch mit einer reduzierten Wahrscheinlichkeitsamplitude Andreev-Reflexion stattfinden. Der Beitrag zum Strom durch solche Andreev-Reflexionen ist Ursache für den Exzessstrom [40]. Da die Andreev-Reflexion durch eine Barriere an der Supraleiter-Normalleiter-Grenzfläche unterdrückt wird, ist

⁷Natürlich haben auch Länge und Breite des Josephson-Kontaktes und die Energielücke des Supraleiters Einfluss auf den Maximalwert von I_c . Diese Größen sind für alle Kurven in Abbildung 2.8 gleich.

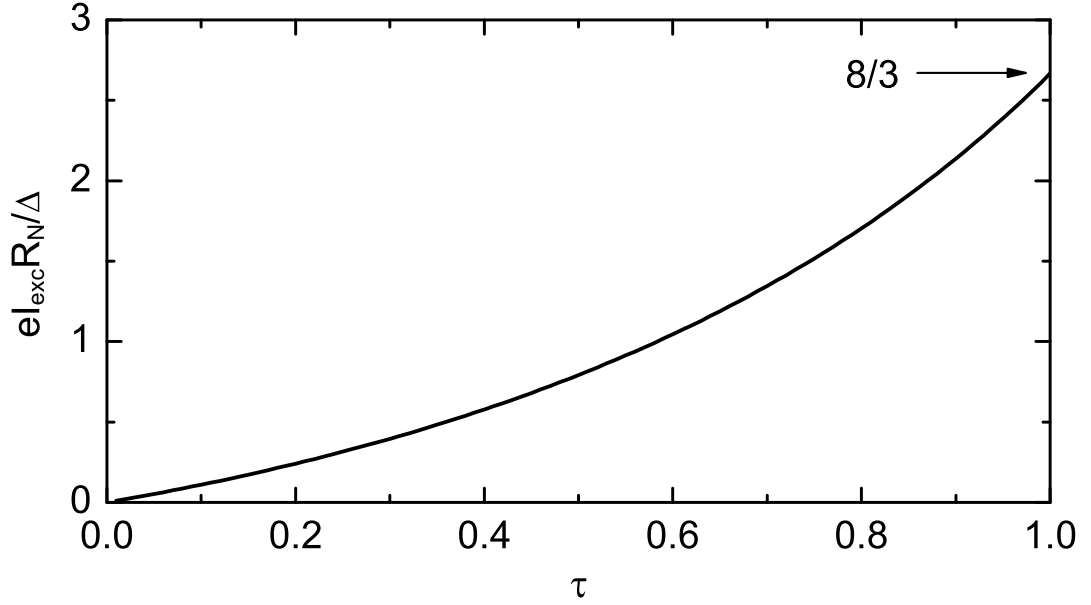


Abbildung 2.9: Exzessstrom I_{exc} als Funktion der Transparenz τ für einen SNS-Kontakt bei $T = 0$ K. Dabei ist Δ die Energielücke und $R_N = h/2\tau e^2$ der Widerstand für einen Transportkanal. Eine Erweiterung auf viele Transportkanäle ($R_N = Nh/2\tau e^2$) ist möglich, sofern alle Kanäle die gleiche Transparenz haben.

der Exzessstrom nur an Kontakten mit hoher Transparenz messbar und daher charakteristisch für solche Kontakte. Es gilt folgende Beziehung zwischen dem Exzessstrom und der Transparenz τ [41]:

$$I_{exc}(\tau) = \frac{\Delta(T=0)}{eR_N} \frac{\tau}{1-\tau} \left(1 - \frac{\tau^2}{(4-2\tau)\sqrt{1-\tau}} \ln \left(\frac{1+\sqrt{1-\tau}}{1-\sqrt{1-\tau}} \right) \right). \quad (2.26)$$

In Abbildung 2.9 ist dieser Zusammenhang dargestellt. Für $\tau = 1$ erreicht $eI_{exc}R_N/\Delta$ den maximalen Wert $8/3$ und ist damit doppelt so groß wie für einen einfachen SN-Kontakt [40].

Die Strom-Spannungs-Kennlinien von Josephson-Kontakten sind für Spannungen $eU < 2\Delta(T)$ nichtlinear. Insbesondere weisen sie bei Spannungswerten

$$U_{SGS}(n) = 2\Delta(T)/ne, \quad n \text{ ganzzahlig}, \quad (2.27)$$

die bereits erwähnten subharmonischen Strukturen auf. Bei Kontakten mit niedriger Transparenz sind diese am ausgeprägtesten: Der Strom nimmt bei den Spannungen $U_{SGS}(n)$ sprunghaft zu. Die Signatur wird schwächer, je größer die Transparenz des Kontaktes wird und verschwindet ganz für $\tau = 1$. Noch deutlicher erscheint sie im differentiellen Leitwert: als scharfe Maxima bei niedriger bzw. als Plateaus bei hoher Transparenz. Die Entstehung der subharmonischen Strukturen soll anhand von Abbil-

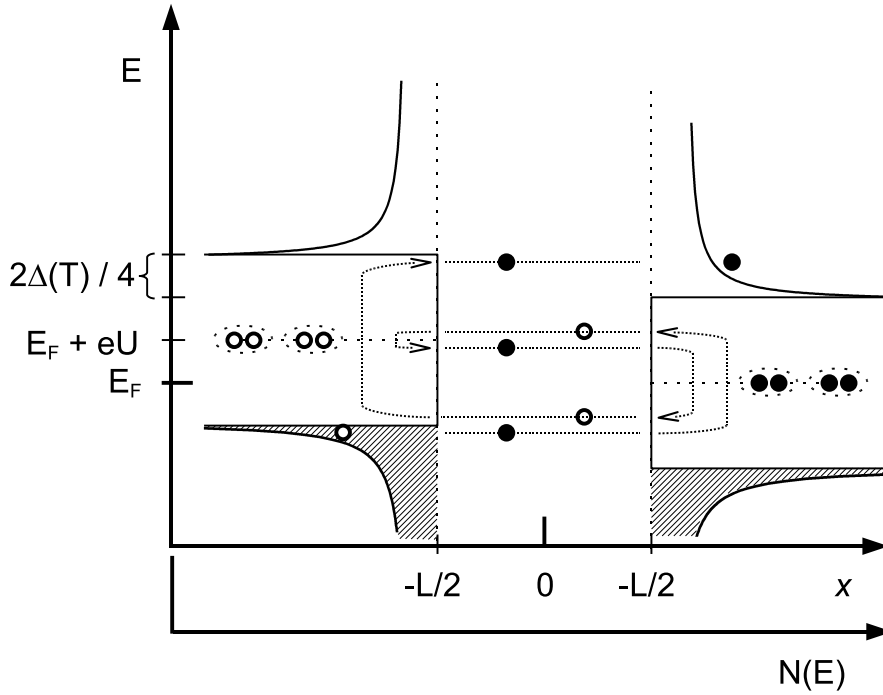


Abbildung 2.10: Skizze zur Veranschaulichung der Entstehung der subharmonischen Strukturen in einem Josephson-Kontakt. Dargestellt ist eine Situation, bei der für die am Kontakt abfallende Spannung gilt: $eU = \Delta(T)/2$.

Abbildung 2.10 erläutert werden. Dargestellt ist eine Situation, in der $U_{SGS} = 2\Delta(T)/4e$ ist. Ein „Anfangselektron“, das aus dem linken Supraleiter kommend auf den rechten Supraleiter trifft, hat nicht genug Energie, um in diesem die Quasiteilchenzustände zu erreichen. Es kann aber durch Andreev-Reflexion in ein Loch umgewandelt werden, indem ein Cooper-Paar im Supraleiter erzeugt wird. Das entstandene Loch läuft zurück zum linken Supraleiter, in dem ein Loch-Cooper-Paar entsteht, und das Loch in ein Elektron umgewandelt wird. Dieses Elektron hat nun eine Energie, die um $2U_{SGS}$ größer ist als die des „Anfangselektrons“. Es sind aber zwei weitere Andreev-Reflexionen nötig, bis die Energie ausreicht, einen Quasiteilchenzustand im rechten Supraleiter zu erreichen. Insgesamt tragen durch diese Abfolge von vier Andreev-Reflexionen - man spricht von Vielfach-Andreev-Reflexion - pro „Anfangselektron“ fünf Ladungen zum Strom bei. Wird die Spannung erhöht, bleibt diese Relation erhalten, bis der Wert $U_{SGS} = 2\Delta(T)/3e$ erreicht wird. Jetzt sind nur noch drei Andreev-Reflexionen erforderlich, um einen freien Quasiteilchenzustand erreichen zu können. Der Strom erhöht sich, da es zusätzlich zu den Prozessen mit vier und mehr Andreev-Reflexionen diesen weiteren möglichen mit nur drei Andreev-Reflexionen gibt. Von hohen Spannungen ($eU > 2\Delta(T)$) kommend tritt die erste Stufe in den Strom-Spannungskennlinien bei $U_{SGS}(n=1) = 2\Delta(T)/e$ auf. Während für $eU < 2\Delta(T)$ mindestens eine Andreev-Reflexion stattfinden muss, kann für $eU > 2\Delta(T)$ ein Quasiteilchen aus dem linken Supraleiter direkt in den rechten Supraleiter gelangen. Da der Beitrag zum Strom eines Prozesses mit n Andreev-Reflexionen

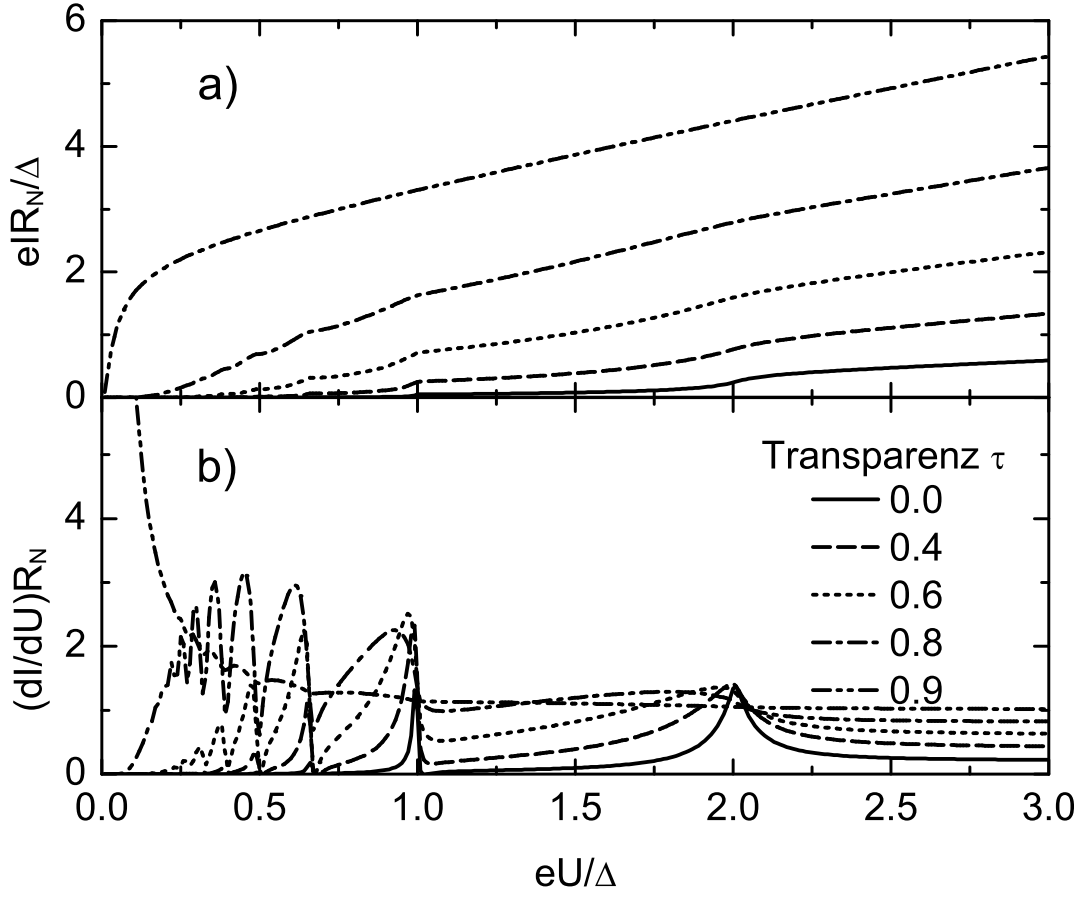


Abbildung 2.11: Teilbild a): Strom-Spannungs-Kennlinien eines SNS-Kontaktes mit einem Transportkanal ($R_N = h/2\tau e^2$) für verschiedene Transparenzen τ .

Teilbild b): Differentieller Leitwert als Funktion der Spannung für die selben Transparenzen.

proportional zu τ^n ist, ist bei Kontakten mit niedriger Transparenz diese erste Stufe am größten, und es sind nur wenige Stufen beobachtbar. Bei Josephson-Kontakten mit hoher Transparenz hingegen sind auch Prozesse höherer Ordnung erkennbar. Außerdem wächst bei diesen der Leitwert zu kleinen Spannungen stark an, da für jedes „Anfangselektron“ $n + 1$ Elektronen zum Strom beitragen.

In Abbildung 2.11 sind zur Verdeutlichung des zuvor beschriebenen Sachverhaltes der berechnete Gleichstrom und der differentielle Leitwert als Funktion der Spannung für einen SNS-Kontakt mit einem Transportkanal ($R_N = h/2\tau e^2$) für verschiedene Transparenzen τ dargestellt⁸.

⁸Die berechneten Daten wurden mir dankenswerter Weise von Herrn Prof. Dr. Carlos Cuevas (Universidad Autonoma de Madrid) zur Verfügung gestellt.

3 Experimentelles

3.1 Supraleiter

Der in dieser Arbeit verwendete Supraleiter ist Niob¹. Er ist ein Typ II-Supraleiter und seine Eigenschaften können hinreichend gut durch die BCS-Theorie beschrieben werden. Eine Sonderstellung unter den Elementsupraleitern erlangt Niob dadurch, dass es die höchste kritische Temperatur T_c aufweist. In massiven Niobproben erreicht diese 9.2 K [32]. Obwohl die kritische Temperatur in lithographisch strukturierten Niobschichten durch Verunreinigungen herabgesetzt wird, ist sie weiterhin so hoch, dass Experimente bei relativ hohen Temperaturen, wie sie z. B. in einem ^3He -Kryostaten gegeben sind, durchgeführt werden können.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine *Magnetron-sputterquelle*² in die Hauptkammer der bestehenden Ultrahochvakuum-Anlage (UHV) eingebaut, die zum Abscheiden des Niobs verwendet wird. Das eingebaute Niob-*Target* hatte eine Reinheit von 99.95%. Die Reinheit des für den Sputterprozess verwendeten Argons war mit 99.9999% angegeben. Das Gas wurde zusätzlich durch einen Oxisorb[®]-W(He)-Filter der Firma *Messer* geleitet, bevor es in die Hauptkammer gelang. Der Basisdruck in der UHV-Kammer betrug etwa $1 \cdot 10^{-10}$ mbar, der Arbeitsdruck beim Sputtern $3 \cdot 10^{-3}$ mbar. In der Schleuse zu der UHV-Kammer befand sich eine Kaufmann-Quelle³, so dass es möglich war, die Proben vor dem Einschleusen in die Hauptkammer mit Argonionen zu reinigen.

In Tabelle 3.1 sind einige Eigenschaften der in dieser Arbeit verwendeten Niobschichten zusammengetragen. Einige der Werte wurden den angegebenen Quellen entnommen, die anderen Werte wurden aus den Ergebnissen der durchgeführten Experimenten bestimmt, die in den angegebenen Kapiteln beschrieben sind.

3.2 Zweidimensionales Elektronengas

In einem zweidimensionalen Elektronengas (2DEG) können sich die Elektronen frei in einer Ebene bewegen [46]. Senkrecht zu dieser Ebene sind sie jedoch räumlich so stark eingeschränkt, dass die Zustände quantisiert sind. Die Dispersionsrelation der Elektronen

¹Nach Niobe, der Tochter des Tantalos. Niob und Tantal sind Elemente der fünften Nebengruppe des Periodensystems und kommen in der Natur stets in isomorphen Verbindungen, den Niobaten und Tantalaten, vor. Eine Trennung der Elemente ist nicht vollständig möglich, so dass Niob nur bis zur Reinheit 99.95% erhältlich ist.

²*Magnetron-Sputter-Source A320* der Firma *Aja International*

³*3 cm-Ion-source* der Firma *Veeco*

3 Experimentelles

Materialparameter	Wert	Formel	Bem.
Kritische Temperatur	8.3 K	T_c	Kap. 4.6
Energielücke	1.35 meV	$\Delta(0)$	Kap. 4.6
Schichtdicke	ca. 35 nm	d_S	
Fermi-Geschwindigkeit	$5.7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$	v_F^S	[42]
Mittlere freie Weglänge	20 Å	l_S	Kap. 4.3
Diffusionskonstante	$3.8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$	$D = \frac{1}{3} v_F^S l_S$	
Kohärenzlänge	80 Å	$\xi_S = \sqrt{D^S \hbar / 2\pi k_B T_c}$	Kap. 2.4
Paarbrechungsenergie (B_{\parallel})	$2\alpha = 0.2 \text{ meV} (B_{\parallel} [\text{T}])^2$	$(De^2 B_{\parallel}^2 d^2) / (3\hbar)$	Kap. 2.1
Paarbrechungsenergie (B_{\perp})	$2\alpha = 0.8 \text{ meV} B_{\perp} [\text{T}]$	$(2DeB_{\perp})$	Kap. 2.1
BCS-Kohärenzlänge	390 Å	ξ_0	[43]
London'sche Eindringtiefe	290 Å	λ_L	[42]
GL-Kohärenzlänge	75 Å	$\xi_{GL} = 0.855 \sqrt{\xi_0 l_S}$	Kap. 4.3
GL-Eindringtiefe	1110 Å	$\lambda_{GL} = \lambda_L (\xi_0 / 1.33 l_S)^{1/2}$	Kap. 4.3
κ -Wert	15	$\kappa = \lambda_{GL} / \xi_{GL}$	[21]
Spezifischer Widerstand	43 $\mu\Omega\text{cm}$	ρ_S	Kap. 4.3
Thermodyn. krit. Feld	200 mT	B_{cth}	[44]
Unteres krit. Feld	26 mT	$B_{c1} = (B_{cth} \ln \kappa / \sqrt{2} \kappa)$	[21]
Oberes krit. Feld	4 T	$B_{c2} = (B_{cth} \sqrt{2} \kappa)$	[21]

Tabelle 3.1: Zusammenstellung verschiedenener Materialparameter der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Niobfilme. Die Daten wurden den angegebenen Quellen entnommen oder aus eigenen Experimenten, die in den angegebenen Kapiteln beschrieben werden, bestimmt. In der 3. Spalte sind die in dieser Arbeit verwendeten Formelzeichen für die Größen angegeben und, wenn der Wert für die jeweilige Größe aus anderen Größen berechnet wurde, auch die verwendete Formel. (GL steht abkürzend für Ginzburg-Landau.)

ist dann gegeben durch

$$E_n(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2}{3m^*} (k_x^2 + k_y^2) + E_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.1)$$

wobei mit der effektiven Masse m^* der Tatsache Rechnung getragen wird, dass die Elektronen sich im Potential des Kristallgitters befinden. k_x und k_y sind die Komponenten der Wellenvektoren für die Bewegung parallel zu der Ebene und E_n bezeichnet die Energien der quantisierten Zustände. Jeder Wert E_n ist die Grundzustandsenergie eines zweidimensionalen Kontinuums (unter vielen Kontinua, die als Subbänder bezeichnet werden). Nur für den Fall, dass ausschließlich das erste Subband E_1 besetzt ist, spricht man davon, dass ein echtes zweidimensionales Elektronengas vorliegt. Streng genommen ist auch dieses nicht zweidimensional, da der Quantentrog, in dem sich das Elektronengas ausbildet, eine endliche Ausdehnung in z -Richtung hat. So werden in den Arbeiten von C. Nguyen *et al.* [47, 48] die beobachteten Effekte mit quasiklassischen Trajektorien, die eine Komponente senkrecht zum Quantentrog haben, beschrieben. Obwohl sich

Materialparameter	Wert	Formel	Bem.
Deckschichtdicke	20 nm	d_1	[10]
InAs-Quantentrogdicke	15 nm	d_N	[10]
Ladungsträgerdichte	$7.8 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$	n_{2D}	[10]
Beweglichkeit	$260\,000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$	μ_{2D}	[10]
Effektive Masse	$0.035 m_e$	m^*	[10]
Landé-Faktor	≈ 13	g	[45]
Fermi-Geschwindigkeit	$7.3 \cdot 10^5 \text{ m/s}$	$v_F^N = \hbar\sqrt{2\pi n_{2D}}/m^*$	
Fermi-Wellenlänge	28 nm	$\lambda_F^N = \sqrt{2\pi/n_{2D}}$	
Fermi-Wellenvektor	$2.2 \cdot 10^8 \text{ 1/m}$	$k_F^N = \sqrt{2\pi n_{2D}}$	
Mittlere freie Weglänge	$3.7 \mu\text{m}$	$l_N = \mu_{2D} v_F^N m^*/e$	
Eindringtiefe (ballistisch)	$0.89 \mu\text{m}/T[\text{K}]$	$\xi_N = \hbar v_F^N / 2\pi k_B T$	falls $l_N > \xi_N$
Zyklotronradius	$145 \text{ nm}/B[\text{T}]$	$r_B = m^* v_F^N / eB$	
Thouless Energie	0.8 meV	$E_{\text{Th}} = \hbar v_F^N / L$	für $L = 600 \text{ nm}$

Tabelle 3.2: Zusammenstellung verschiedener Materialparameter des in der vorliegenden Arbeit verwendeten Halbleitermaterials. Die Daten wurden den angegebenen Quellen entnommen bzw. mit Hilfe der angegebenen Formeln berechnet.

zweidimensionale Elektronengase meist in Systemen von Halbleitermaterialien ausbilden, weisen sie (zweidimensionale) metallische Transporteigenschaften auf. Sie zeichnen sich durch eine niedrige Ladungsträgerdichte n_{2D} und im Allgemeinen sehr hohe Beweglichkeiten μ_{2D} der Ladungsträger aus. Ursache hierfür ist die kleine effektive Masse der Ladungsträger und eine geringe Störstellendichte im Bereich des zweidimensionalen Elektronengases. Aus der Ladungsträgerdichte können die Fermi-Geschwindigkeit v_F^N und die Fermi-Wellenlänge λ_F^N berechnet werden:

$$v_F^N = \frac{\hbar\sqrt{2\pi n_{2D}}}{m^*} \quad \text{und} \quad \lambda_F^N = \sqrt{\frac{2\pi}{n_{2D}}} . \quad (3.2)$$

Des Weiteren erhält man für die mittlere freie Weglänge l_N :

$$l_N = \frac{\mu_{2D} v_F^N m^*}{e} . \quad (3.3)$$

Diese liegt üblicherweise im Bereich von einigen μm , so dass mit den heutigen Methoden Strukturen hergestellt werden können, deren Abmessungen kleiner sind als l_N . Die Transporteigenschaften sind dann ballistisch. Bei dem in dieser Arbeit verwendeten Halbleitermaterial bildet sich das zweidimensionale Elektronengas in einer 15 nm dicken InAs-Schicht aus, die zwischen zwei AlGaSb-Schichten eingebettet ist [49]. Die Heterostrukturen werden nicht dotiert. Die den Quantentrog füllenden Elektronen stammen größtenteils aus der AlGaSb-Deckschicht, wobei die Ladungsträgerdichte umso größer ist, je dünner die Deckschicht ist [50]. InAs ist neben InP und InSb eines der wenigen Halbleitermaterialien, das in Kontakt mit einem Metall keine Schottky-Barriere ausbildet, so dass es möglich ist, ohmsche Kontakte zwischen Metall und Halbleiter

herzustellen, indem das Metall direkt auf den Halbleiter aufgebracht wird [51, 52]. InAs-Heterostrukturen eignen sich daher besonders gut für Experimente an Supraleiter/Halbleiter-Hybridstrukturen.

Der Vollständigkeit halber sei an dieser Stelle erwähnt, dass für InAs-Inversionsschichten⁴ mit sehr hohen Ladungsträgerkonzentrationen ($n_{2D} \sim 10^{13} \text{ cm}^{-2}$) von Kawaji et al. supraleitende Eigenschaften beobachtet wurden [53]. Da die Ladungsträgerdichte an der Fermi-Energie in einem 2DEG klein ist, kann die Kopplung, die zur Bildung der Cooperpaare führt, nicht allein durch Phononen getragen werden [46, 54]. Es wurde jedoch gezeigt, dass Supraleitung in Systemen mit hoher Ladungsträgerdichte möglich ist, wenn man zusätzlich zur Phononenwechselwirkung eine Wechselwirkung mit akustischen Plasmonen einführt [55]. Die Ladungsträgerdichte in dem in dieser Arbeit verwendeten Material ist mit $n_{2D} = 7.8 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ viel kleiner und es wurde bisher in keinem Experiment ein Hinweis auf Eigensupraleitung gefunden.

In Tabelle 3.2 sind verschiedene Größen des in dieser Arbeit verwendeten Halbleitermaterials zusammengetragen. Dabei sind die Werte für die Ladungsträgerdichte und die Beweglichkeit durch den Aufbau der Heterostruktur (u. a. die Dicken der Deckschicht d_1 und der InAs-Schicht d_2) bestimmt. Die angegebenen Werte für den Landé-Faktor und die effektive Masse sind typische Werte für InAs. Alle weiteren Größen wurden mit den angegebenen Formeln berechnet.

Das MBE⁵-gewachsene InAs/AlGaSb-Halbleitermaterial wurde von den Herren Dres. De Boeck und Borghs (IMEC, Leuven, Belgien) zur Verfügung gestellt.

3.3 Die Herstellung der Proben

Die Herstellung der Proben kann grob in drei Schritte, die wiederum aus vielen Einzelschritten bestehen, eingeteilt werden.

Im ersten Schritt wird das zweidimensionale Elektronengas in der Ebene eingeschränkt: Es wird die sogenannte Mesa-Struktur definiert. Die Strukturierung erfolgt fotolithographisch und durch nasschemisches Ätzen. Außerdem werden ebenfalls fotolithographisch die der späteren Kontaktierung dienenden Goldzuleitungen und *Bondpads* definiert und in einer Aufdampfanlage der Marke *UNIVEX 450* mit einer Chrom/Gold-Schicht bedampft. Die nur etwa 5 nm dicke Chromschicht dient dabei der Haftvermittlung zwischen dem Halbleitermaterial und der Goldschicht. Die Prozessierung wurde im Rahmen einer früheren Diplom- und Doktorarbeit entwickelt und ist in Referenz 10 ausführlich beschrieben. In Anhang A der vorliegenden Arbeit sind alle Präparationsschritte im Einzelnen aufgelistet. Bei diesem ersten Schritt entstehen auf einem etwa $5 \times 5 \text{ mm}^2$ großen Halbleiterplättchen 9 bis 12 Mesa-Strukturen, die in den folgenden Schritten individuell

⁴p-dotiertes InAs hat die Eigenschaft, dass sich an der Oberfläche des Kristalls ein zweidimensionales Elektronengas ausbildet. Die veränderte Struktur des Kristalls an der Oberfläche führt zu einer Verbiegung des Leitungsbandes unter das chemische Potential. Hierdurch bildet sich ein Quantentrog aus, in dem sich Elektronen ansammeln. Da, im Gegensatz zum Inneren des Kristalls, in dem die Majoritätsladungsträger Löcher sind, nun Elektronen die Majoritätsladungsträger sind, spricht man von Inversion.

⁵Molecular Beam Epitaxy

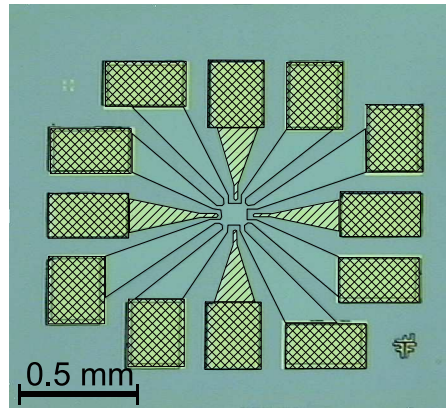


Abbildung 3.1: Darstellung der in dieser Arbeit verwendeten Mesa-Struktur unter Zuhilfenahme einer Lichtmikroskopaufnahme einer Probe. Über die Goldzuleitungen (einfach schraffierte Bereiche) können die Niobstreifen direkt kontaktiert werden.

weiter prozessiert werden können. Abbildung 3.1 zeigt Lichtmikroskopaufnahmen einer Probe, die exemplarisch für die in dieser Arbeit verwendeten Mesa-Strukturen ist.

Im zweiten Schritt wird das zweidimensionale Elektronengas noch weiter in der Ebene eingeschränkt, wobei unter anderem die Breite und damit z. B. der Widerstand des Kontaktes definiert wird. Hierfür wird die gewünschte Struktur mittels Elektronenstrahl-lithographie in den zuvor aufgetragenen PMMA-Lack⁶ geschrieben und durch reaktives Ionenätzen mit Siliziumtetrachlorid (SiCl_4) auf das Halbleitermaterial übertragen. Dabei ist es wichtig, dass neben der AlGaSb-Deckschicht auch die InAs-Schicht vollständig entfernt wird. Während AlGaSb in einem SiCl_4 -Plasma chemisch gut geätzt wird, bildet Chlor mit Indium keine flüchtigen Verbindungen. Ein Vorteil der verwendeten RIE-Ätzanlage⁷ ist, dass durch die Wahl des Gasdrucks in der Kammer und der rf -Leistung, mit der das Plasma aufrecht erhalten wird, zwischen einem chemisch und einem physikalisch dominierten Ätzprozess variiert werden kann. Somit kann auch InAs mit SiCl_4 geätzt werden, sofern die eingestellten Parameter hauptsächlich physikalisches Ätzen ermöglichen (niedriger Gasdruck und hohe Leistung). Die Elektronenmikroskopaufnahme in Abbildung 3.2 zeigt einen Ausschnitt einer Probe nach diesem zweiten Probenpräparationsschritt. Hell- und dunkelgrau erscheinen die Bereiche, in denen das zweidimensionale Elektronengas entfernt wurde. Weiterhin vorhanden ist dieses in den gelb eingefärbten Bereichen. Das kleine Bild links oben zeigt einen etwa $6 \times 4 \mu\text{m}^2$ großen Ausschnitt im zentralen Bereich der Probe. Da es sehr zeitaufwändig ist, große Flächen mit Elektronenstrahl-lithographie zu schreiben, wird nur die Umrandung der gewünschten Struktur geschrieben. Es bleibt dadurch an manchen Stellen das zweidimensionale Elektronengas erhalten, an denen es eigentlich nicht benötigt wird. Wird aber darauf geachtet, dass auch nach dem Aufbringen der Niobstrukturen durch diese Bereiche kein Kurzschluss zu den Strukturen verursacht wird, stören sie kaum (siehe Abschnitt 4.2).

⁶PMMA = Polymethylmethacrylat

⁷RIE = Reactive Ion Etching, Plasmaätzanlage *Oxford Plasmalab 80Plus* der Firma *Oxford Instruments*

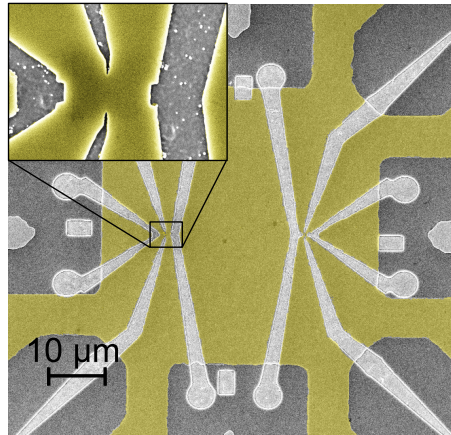


Abbildung 3.2: Elektronenmikroskopaufnahme eines Ausschnitts einer Probe nach dem zweiten Präparationsschritt. Zur Verdeutlichung wurden die Bereiche mit 2DEG gelb eingefärbt. Kleines Bild: $6 \times 4 \mu\text{m}^2$ großer Ausschnitt aus dem zentralen Bereich der Probe.

Neben der eigentlichen Struktur werden in diesem Schritt auch Marken in das Halbleitermaterial geätzt, an denen im dritten Schritt der Probenpräparation die notwendige Repositionierung erfolgen kann. Die Masken für die Niobstrukturen werden ebenfalls mit Elektronenstrahlolithographie in PMMA-Lack geschrieben. Bevor das Metall aufgebracht werden kann, muss die InAs-Schicht freigelegt werden, damit ein guter elektrischer Kontakt zwischen den beiden Materialien möglich ist. Die AlGaSb-Deckschicht wird dafür in der RIE-Anlage entfernt. Diesmal werden die Parameter des SiCl_4 -Prozesses so gewählt, dass dieser selektiv gegenüber der AlGaSb-Schicht ist und die InAs-Schicht nicht entfernt wird. Der höhere Druck und der größere Beitrag chemischen Ätzens hat jedoch zur Folge, dass die Deckschicht auch lateral geätzt wird. Die PMMA-Maske wird also unterätzt. Da ebendiese Maske auch für den Metallisierungsschritt verwendet werden soll, muss die Maske ein zweites Mal entwickelt werden. Ohne diesen Schritt entsteht eine Lücke zwischen dem Metall und der AlGaSb-Deckschicht, in der das InAs frei liegt. In Referenz 10 wurde gezeigt, dass dadurch die Andreev-Reflexionswahrscheinlichkeit herabgesetzt wird. Während der PMMA-Lack vor dem Ätzschritt mit einer verdünnten MIBK:Isopropanol-Mischung⁸ im Verhältnis 1:6 entwickelt wird, wird für den Nachentwicklungsschritt eine Mischung im Verhältnis 1:4 verwendet. Dadurch werden die Öffnungen in der Maske vergrößert, denn die weniger stark belichteten Randbereiche werden nun ebenfalls entwickelt. Da die Probe nach dem Entfernen der Deckschicht aus dem Vakuum genommen werden muss, und somit der Luft ausgesetzt wird, bildet sich auf dem freiliegenden InAs eine Oxidschicht. Eine solche unterdrückt aber die Andreev-Reflexion und muss daher vor dem Aufbringen des Niobs entfernt werden. Hierfür wird die Probe mit Argonionen, die mit der Kaufmann-Quelle erzeugt werden, vorbehandelt. Danach wird sie sofort in die Hauptkammer eingeschleust in der ca. 35 nm Niob aufgebracht werden. Die Elektronenmikroskopaufnahme in Abbildung 3.3 zeigt einen zentralen

⁸MIBK= Isobutylmethylketon ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}$)

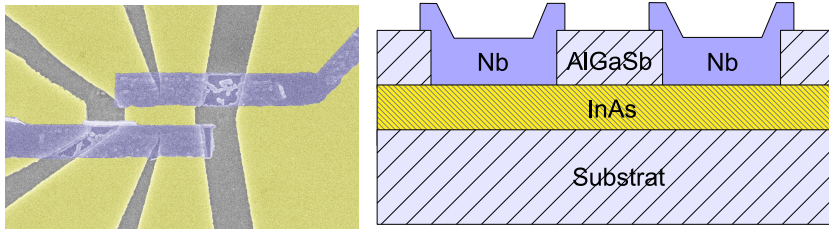


Abbildung 3.3: Linkes Bild: Elektronenmikroskopaufnahme des zentralen Bereichs einer Probe nach dem dritten Präparationsschritt. Zur Verdeutlichung wurden die verschiedenen Bereiche eingefärbt. Es wurde folgende Farbkennnung gewählt. Grau: Bereiche, in denen das 2DEG entfernt wurde, gelb: unbehandeltes Halbleitermaterial und blau: Niobstrukturen. Rechtes Bild: Skizze eines Querschnitts durch die Probe.

Ausschnitt einer Probe nach dem *Lift-off*, d. h. nach dem Entfernen des Lackes in Aceton, wobei Niob nur an den Stellen auf der Probe erhalten bleibt, die zuvor nicht mit Lack bedeckt waren. Die Skizze in Abbildung 3.3 stellt einen Querschnitt durch eine Probe dar. Durch das Entfernen der Deckschicht vor dem Aufbringen des Niobs befindet sich dieses in direktem Kontakt mit dem InAs. Auch der durch den Nachentwicklungsschritt erzwungene Überlapp des Niobs über die Ätzkanten in der Deckschicht ist angedeutet.

3.4 Der Messaufbau

Die Messungen wurden hauptsächlich in einem ^3He -Kryostaten⁹ durchgeführt. Dieser ist mit einem supraleitenden Magneten für Felder bis 12 T ausgestattet. Betrieben werden kann der Magnet mit einem speziell für diesen Zweck bestimmten Netzteil¹⁰ mit einer minimalen Feldänderungsrate von $1 \cdot 10^{-5} \text{ T/s}$. Im Bereich sehr kleiner Felder bis etwa 12 mT wurde jedoch eine Gleichstromquelle¹¹ verwendet, mit der es möglich war, das Magnetfeld in sehr kleinen Schritten von $1 \mu\text{T/s}$ zu ändern. Der Probensockel, in den ein Helmholtz-Spulenpaar integriert ist, konnte mit einer Drehdurchführung rotiert werden. Mit dem Spulenpaar konnte zusätzlich ein zur Ebene des zweidimensionalen Elektronengases stets senkrecht Magnetfeld angelegt werden. Die Probe konnte mit der Drehdurchführung während der Messungen im Magnetfeld des supraleitenden Magneten gedreht werden. Es waren alle Einstellungen zwischen der senkrechten und der parallelen Feldorientierung zum zweidimensionalen Elektronengas möglich.

Die Messungen im ^3He -Kryostaten wurden bei Temperaturen zwischen 0.5 K und 12 K durchgeführt. Zur Messung der Temperatur standen ein RuO_2 -Thermometer für den Temperaturbereich von der tiefsten erreichbaren Temperatur ($\approx 0.5 \text{ K}$) bis 1.5 K und ein Cernox-Thermometer für den Bereich von 1.5 K bis 12 K zur Verfügung. Diese Thermometer befanden sich am ^3He -Topf in einiger Entfernung vom Probensockel. Die Proben temperatur wurde daher mit einem kalibrierten Germanium- und einem kalibrierten

⁹Heliox ^3He der Firma Oxford Instruments

¹⁰Typ IPS 120-10 von Oxford Instruments

¹¹Typ 7651 der Firma Yokogawa

3 Experimentelles

Cernox-Thermometer¹², die in den Probensockel eingebaut wurden, als Funktion der Temperatur am ^3He -Topf bestimmt. Die so entstandene Umrechnungstabelle diente in den späteren Experimenten zur Bestimmung der Proben temperatur aus der Temperatur am ^3He -Topf.

Der Probenstab war mit 20 Messleitungen versehen, die jeweils mit zwei Filterstufen ausgestattet waren. Am Kryostatenkopf bei Raumtemperatur waren kommerzielle Pi-Filter¹³ und im Tieftemperaturbereich Kupferpulverfilter [56] in die Messleitungen eingebaut. Die Proben wurden mit PMMA in einen *Chip-Carrier* eingeklebt und danach mit Golddrähten durch *Drahtbonden* kontaktiert. Die Kontaktierung im Probensockel erfolgte durch Federkontaktstifte.

Einige der Messungen wurden in einem ^3He - ^4He -Mischungs-Entmischungskryostaten¹⁴ durchgeführt. Der Aufbau des Kryostaten und insbesondere des Probenstabes mit den Messleitungen werden im Wesentlichen in Referenz 57 beschrieben.

Es wurden sowohl der differentielle Widerstand als Funktion der Temperatur, des äußeren Magnetfeldes und eines Gleichstromes, wie auch die Strom-Spannungs-Kennlinien im äußeren Magnetfeld gemessen. Zur Messung des differentiellen Widerstandes wurden *Lock-In*-Verstärker¹⁵ verwendet. Der Messstrom war üblicherweise 20 nA, in einigen Messungen jedoch auch 40 nA, um das Signal-Rausch-Verhältnis zu verbessern. Die Messfrequenz betrug 37 Hz bzw. 137 Hz. Das Messsignal wurde mit einem batteriebetriebenen rauscharmen Vorverstärker¹⁶ um den Faktor 100 verstärkt. Mit einer Spannungsquelle¹⁷ wurde der Wechselspannung des *Lock-In*-Verstärkers eine Gleichspannung überlagert. Ein 1 M Ω Vorwiderstand diente als Spannungs-Strom-Wandler.

Die Strom-Spannungs-Kennlinien wurden mit Hilfe eines Funktionsgenerators¹⁸ und eines Oszilloskops¹⁹ aufgenommen. Das Spannungssignal des Funktionsgenerators (üblicherweise ein Sägezahnsignal mit einer Frequenz von 122 Hz) wurde mit einem Vorwiderstand in einen Strom umgewandelt und durch die Probe auf Masse geleitet. Die maximale Spannung wurde so gewählt, dass der entsprechende maximale Strom etwas größer als der kritische Strom des Josephson-Kontaktes war. Die an der Probe abfallende Spannung wurde mit dem auch für die Widerstandsmessung verwendeten Vorverstärker um den Faktor 100 und mit einem weiteren Verstärker²⁰ je nach Probe um den Faktor 10 bis 200 verstärkt. Der in diesem Verstärker eingebaute Tiefpassfilter wurde auf 30 kHz eingestellt, um den Rauschlevel zu reduzieren, ohne die Strom-Spannungs-Kennlinien zu verrunden. Das verstärkte Spannungssignal wurde mit dem Oszilloskop aufgenommen, wobei pro Strom-Spannungs-Kennlinie über zehn Messungen gemittelt wurde.

¹²Germanium *GR-200A-30* und Cernox *CX-1050-SD-HT* der Firma *LakeShore*

¹³Typ 4201-053

¹⁴Typ *MiniDil OD 70* der Firma *Air Liquide*

¹⁵*SR830* der Firma *Stanford Research Systems*

¹⁶*LI-75 A* der Firma *Arstec*

¹⁷Typ *7651 dc Source* der Firma *Yokogawa*

¹⁸*DS345* der Firma *Stanford Research Systems*

¹⁹*Accura 100* der Firma *Nicolet*

²⁰*SR 560 Low Noise Preamplifier* der Firma *Stanford Research Systems*

4 Ergebnisse und Diskussion

4.1 Allgemeine Eigenschaften der Proben

Die in den folgenden Kapiteln beschriebenen Experimente wurden an vier verschiedenen Proben durchgeführt, deren strukturelle Eigenschaften - Gemeinsamkeiten und Unterschiede - in diesem Abschnitt beschrieben werden. Abbildung 4.1 zeigt von jeder der Proben eine Elektronenmikroskopaufnahme des zentralen Bereichs, d. h. dort wo sich der Josephson-Kontakt befindet. Auch diese Bilder wurden nachträglich koloriert. Die Proben wurden in allen drei Präparationsschritten gleichzeitig bearbeitet. Unterschiede, die durch Prozessschwankungen¹ zustande kommen, können also ausgeschlossen werden. Bei allen Proben beträgt die Breite W_S der Niobstreifen etwa $1\mu\text{m}$ und deren Dicke ist etwa 35 nm . Der Abstand L der Niobstreifen ist bei allen Proben etwa $0.6\mu\text{m}$. Dieser Abstand definiert die Länge des Josephson-Kontaktes und damit die Thouless-Energie (siehe Tabelle 3.2). Die Einschränkung des zweidimensionalen Elektronengases ist ebenfalls in allen Proben nahezu gleich. Zwischen den Niobstreifen allerdings sind sie unterschiedlich weit eingeschränkt, wodurch die Breite W der Josephson-Kontakte bestimmt wird. Hierin besteht nominell der einzige Unterschied der verschiedenen Proben. Folgende Proben wurden untersucht:

Probe	KV1 $2\mu\text{m}$	KV1 $1\mu\text{m}$	KV3 $1\mu\text{m}$	KV2 $0.5\mu\text{m}$
Breite W (μm)	2.1	1.1	1.1	0.5

Jede Probe konnte in zwei unterschiedlichen Anordnungen gemessen werden: Zum einen in einer 2-Punkt-Anordnung durch die Niobstreifen. Diese sind über lange, nach außen breiter werdende Niobzuleitungen und die Goldzuleitungen kontaktiert. Zum anderen wurden Messungen in einer 4-Punkt-Anordnung durch die Zuleitungen im zweidimensionalen Elektronengas, die unterhalb der Niobstrukturen zusammengeführt werden, durchgeführt. Die jeweils nicht verwendeten Kontakte wurden dabei *floating* gehalten, und die Messleitungen mit Kappen zusätzlich abgeschirmt. Diese beiden Messanordnungen sind in Abbildung 4.1 an der Aufnahme der Probe *KV1 $2\mu\text{m}$* skizziert. Die beiden Anordnungen unterscheiden sich nur darin, an welcher Stelle der Strom eingespeist bzw. auf Masse geleitet wird und wo die Spannung abgegriffen wird. Die Proben und deren Verdrahtung sind aber identisch. In den Tabellen 4.1 und 4.2 sind von den vier Proben in

¹Denkbar wären z. B. geringfügig verschiedene Konzentrationen der Entwicklerlösungen, unterschiedliche Ätzraten in der RIE-Anlage, bedingt durch verschiedene Prozesse, die zuvor in der Anlage durchgeführt wurden, aber auch verschieden große Zeitspannen zwischen dem Ätzen und dem Einbau in die UHV-Anlage.

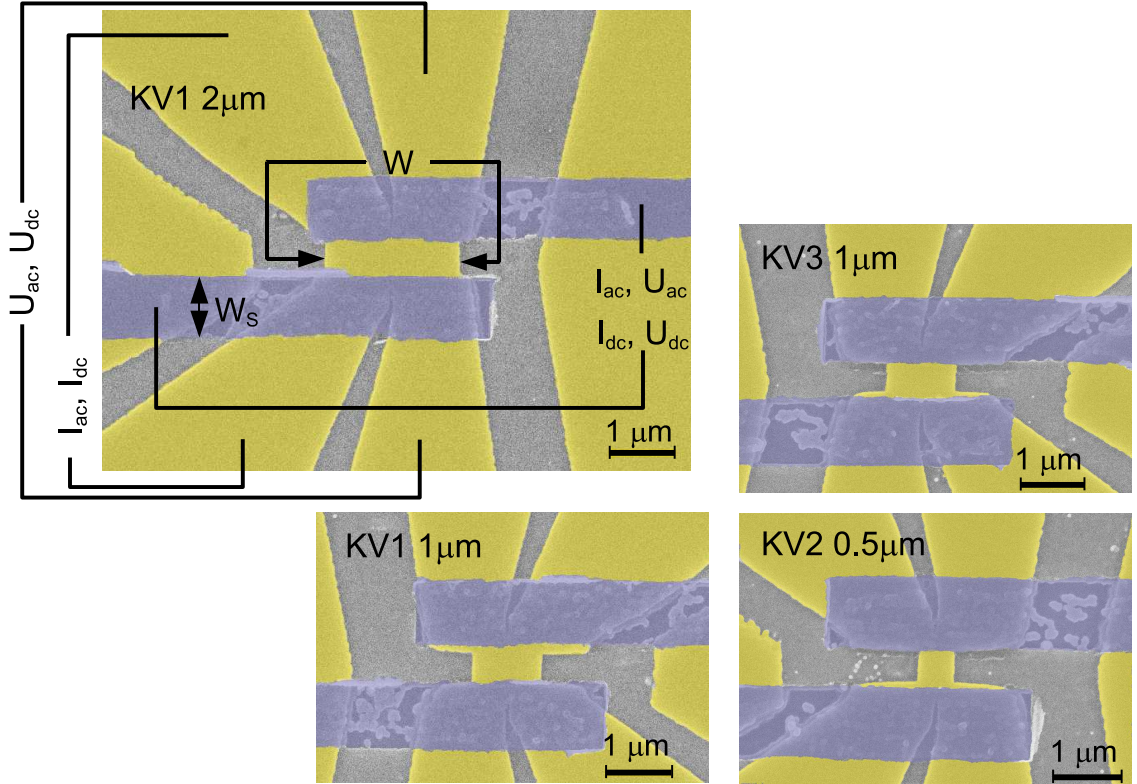


Abbildung 4.1: Kolorierte Elektronenmikroskopaufnahmen der vier in den beschriebenen Experimenten untersuchten Proben. Die verwendeten Messanordnungen sind im linken oberen Bild skizziert.

den zwei verschiedenen Messanordnungen einige charakteristische Größen zusammengestellt, die in den im Folgenden beschriebenen Experimenten ermittelt wurden. Dabei sind mit *2DEG* die aus der 4-Punkt-Anordnung und mit *SL* die aus der 2-Punkt-Anordnung erhaltenen Daten gekennzeichnet.

4.2 Probeneigenschaften oberhalb der kritischen Temperatur

Die Möglichkeit für einen Suprastrom in einem Josephson-Kontakt zeigt sich bei tiefen Temperaturen durch ein Verschwinden des Widerstandes des gesamten Kontaktes. Die kritische Temperatur, bei der das Niob in den supraleitenden Zustand übergeht, und der Normalwiderstand R_N der Probe oberhalb dieser Temperatur sind außerdem wichtige Größen zur Charakterisierung der Kontakte. Es wurde daher immer zu Beginn der Experimente im Nullfeld der Widerstand als Funktion der Temperatur im Bereich von 10 K bis zur tiefsten möglichen Temperatur (~ 500 mK) gemessen. Abbildung 4.2 zeigt die $R(T)$ -Kurven für alle vier Proben und die beiden möglichen Messanordnungen. Von den Daten der 2-Punkt-Anordnung wurde jeweils der durch die Messleitungen im Kryo-

		R_N (Ω)	I_c (μA)	$I_c R_N$ (mV)	$T_c^{70\%}$ (K)
KV1 $1\mu\text{m}$	2DEG	199	1.0	0.199	8.0
KV1 $2\mu\text{m}$	2DEG	94	2.1	0.200	8.0
KV3 $1\mu\text{m}$	2DEG	195	1.1	0.217	7.9
KV2 $0.5\mu\text{m}$	2DEG	410	0.6	0.232	7.8

Tabelle 4.1: Einige charakteristische Größen der Proben in der 4-Punkt-Messanordnung: der Widerstand R_N der Probe bei 10 K, der kritische Strom I_c , ermittelt im Nullfeld bei 0.5 K, deren Produkt $I_c R_N$ und die kritische Temperatur $T_c^{70\%}$, bei welcher der Widerstand auf 70% von R_N abgefallen ist.

		R_N (Ω)	I_c (μA)	I_r (μA)	$I_c R'_N$ (mV)	$T_c^{70\%}$ (K)
KV1 $1\mu\text{m}$	SL	411	1.5	1.2	0.372	8.1
KV1 $2\mu\text{m}$	SL	296	4.0	3.0	0.526	8.2
KV3 $1\mu\text{m}$	SL	452	1.6	1.3	0.425	8.0
KV2 $0.5\mu\text{m}$	SL	685	0.6	0.5	0.322	7.9

Tabelle 4.2: Einige charakteristische Größen der Proben in der 2-Punkt-Anordnung: Zur Erläuterung der Bezeichnungen siehe Bildunterschrift der Tabelle 4.1. $R'_N = R_N - 166\Omega$ ergibt sich aus dem Widerstand der Proben oberhalb von 10 K abzüglich dem Widerstand der Niobzuleitungen (siehe Kapitel 4.2). I_r bezeichnet den Rückkehrstrom, bei dem die Probe in den supraleitenden Zustand zurückkehrt ($T = 0.5$ K, $B = 0$ T), siehe hierzu Kapitel 4.4

staten bedingte zusätzliche Widerstand $\Delta R(500 \text{ mK}) \approx 21 \Omega$ subtrahiert. Oberhalb von etwa 8.3 K ist der Widerstand (im angegebenen Temperaturbereich) konstant und gleich dem Normalwiderstand $R_N = R(10 \text{ K})$. Dabei ist der Widerstandswert, der in der 2-Punkt-Anordnung gemessen wurde, größer als der Wert, der in der 4-Punkt-Anordnung gemessen wurde. Die Differenz beträgt je nach Probe etwa 100Ω bis 170Ω und setzt sich zusammen aus dem Widerstand der Niobzuleitungen und dem Kontaktwiderstand zwischen dem Niob und dem zweidimensionalen Elektronengas. Unterhalb von 8.3 K nimmt der Widerstand monoton ab und wird je nach Probe zwischen zwei und drei Kelvin null. Anfangs fällt er stark ab, wenn das Niob und gleichzeitig, durch den Proximity-Effekt, das zweidimensionale Elektronengas unterhalb des Niobs supraleitend werden. Die kritische Temperatur $T_c = T_c^{70\%}$ wird hier näherungsweise bestimmt als der Temperaturwert, bei dem der Gesamtwiderstand auf 70% des Normalwiderstandes abgefallen ist. Die so bestimmten Werte unterscheiden sich für die vier Proben und die beiden Messanordnungen geringfügig (siehe Tabellen 4.1 und 4.2). Im Mittel ergibt sich $T_c \approx 8$ K. Ab etwa 7 K ändert sich der Widerstand nur noch langsam mit der Temperatur. Hier wird die Supraleitung auch auf den Bereich zwischen den Niobkontakten übertragen. In diesem Bereich fallen auch die Widerstände aus den beiden Messanordnungen zusammen, da nun die Zuleitungen supraleitend sind und nicht mehr zum Widerstand beitragen. Nur bei der Probe KV3 $1\mu\text{m}$ kann ein kleiner Unterschied beobachtet werden. Bei etwa 4 K ändert sich die Steigung noch einmal. Unterhalb dieser Temperatur kann ein Su-

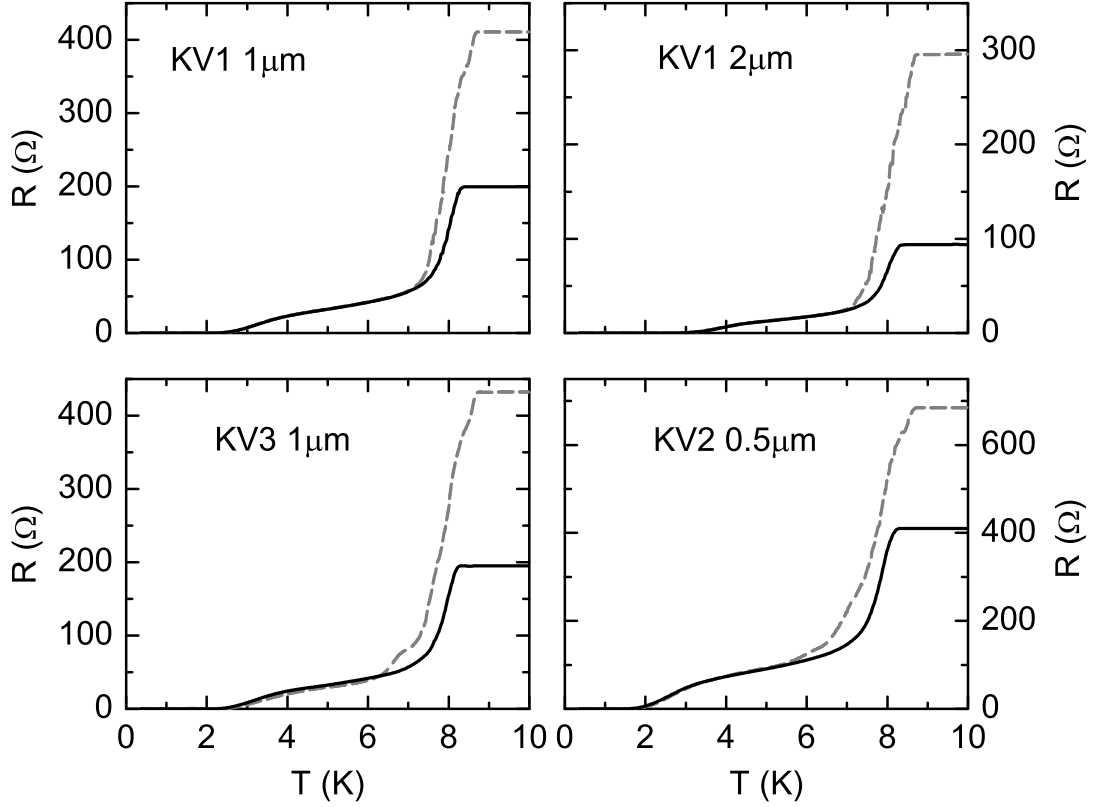


Abbildung 4.2: Widerstand als Funktion der Temperatur für die vier Proben im Temperaturbereich von 10 K bis 0 K. Die durchgezogenen Kurven zeigen die Messdaten der 4-Punkt-Anordnung (2DEG) und die gestrichelten Kurven die der 2-Punkt-Anordnung (SL).

prastrom fließen. Aufgrund thermischer Fluktuationen hat der Josephson-Kontakt aber einen endlichen Widerstand (siehe Kapitel 4.4). Bei etwa 1 K bis 3 K (je nach Probe) fällt der Widerstand ganz auf $0 \, \Omega$ ab.

Der Leitwert in einem zweidimensionalen Elektronengas ist, wenn die Breite W und die Länge L des Kontaktes sehr viel größer als die mittlere freie Weglänge l_N sind (diffusiver Bereich), gegeben durch das ohmsche Gesetz

$$G = \frac{W}{L} \sigma \quad \text{mit} \quad \sigma = e^2 N(E_F) D, \quad l_N < W, L. \quad (4.1)$$

Dabei sind

$$N(E_F) = \frac{m^* E_F}{\pi \hbar^2} \quad (4.2)$$

und

$$D = \frac{1}{2} v_F l_N \quad (4.3)$$

die zweidimensionale Zustandsdichte und die Diffusionskonstante an der Fermi-Energie. Im ballistischen Regime, wenn die Länge und Breite des Kontaktes kürzer sind als die

mittlere freie Weglänge, streuen die Ladungsträger nicht an Verunreinigungen, sondern an den Rändern des Kontaktes. In einem solchen Punktkontakt ist der Leitwert proportional zu dessen Breite W . Der Leitwert kann in diesem Fall nicht mehr durch eine lokale Leitfähigkeit σ beschrieben werden. Gleichung (4.1) ist demzufolge nicht mehr gültig. An ihre Stelle tritt die Landauer-Formel. Es gilt:

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_{n=1}^N \tau_n, \quad (4.4)$$

wobei N die Gesamtzahl der Transportkanäle an der Fermi-Energie ist und τ_n die Transmissionswahrscheinlichkeit im Kanal n . Ist diese für alle Kanäle gleich, ergibt sich mit $N = [k_F W / \pi]$ und $\tau_n = \tau$ für den Leitwert

$$G = \frac{2e^2 \tau}{h} \frac{k_F W}{\pi}. \quad (4.5)$$

Jeder Kanal trägt mit $2e^2 \tau / h$ zum Leitwert bei. Sind nur sehr wenige Kanäle am Transport beteiligt, folgt hieraus ein stufenförmiger Anstieg des Leitwertes mit der Breite W , der bei vielen Kanälen in eine ohmsche Gerade übergeht. Von der Länge L ist der Leitwert in einem ballistischen Kontakt nicht abhängig. (Die im vorangegangenen Abschnitt dargestellten Zusammenhänge werden unter anderem in den Referenzen 58 und 59 ausführlich beschrieben.)

Die mittlere freie Weglänge l_N beträgt in dem verwendeten Halbleitermaterial $3.7 \mu\text{m}$ (siehe Tabelle 3.2). Da die Abmessungen des Kontaktes kleiner als diese Länge sind, ist der Normalwiderstand $R_N = G^{-1}$ der Probe durch Gleichung (4.5) gegeben. Dabei wird das Produkt $k_F W$ an der schmalsten Stelle berechnet. Der Widerstand des Kontaktes ist also durch die Einengung zwischen den Niobkontakten bestimmt. Abbildung 4.3 zeigt den mit $h\pi/2e^2 k_F = 184 \Omega/\mu\text{m}$ skalierten Normalwiderstand der vier Proben als Funktion der inversen Breite W^{-1} für die beiden Messanordnungen. Für die Daten der 4-Punkt-Anordnung ergibt sich ein linearer Zusammenhang, der durch eine Ursprungsgerade beschrieben werden kann. Aus Gleichung (4.5) folgt, dass die Steigung $t_{2\text{DEG}} = 1.19$ der Ausgleichsgeraden gleich dem Inversen der Transmissionswahrscheinlichkeit ist. Es folgt somit: $\tau_{2\text{DEG}} = t_{2\text{DEG}}^{-1} = 0.8$. Dabei gibt $\tau_{2\text{DEG}}$ den Wert für die Transparenz des gesamten Kontaktes an. Die Streuung kann an den Rändern des zweidimensionalen Elektronengases, im zweidimensionalen Elektronengas unterhalb des Niobs², aber auch an der Grenzfläche zum Niob erfolgen.

Auch die Daten aus der 2-Punkt-Messanordnung können durch eine Gerade beschrieben werden. Diese schneidet die Ordinate aber bei einem Widerstandswert größer null. Unter der Annahme, dass der Kontaktwiderstand für eine unendlich breite Fläche null

²Durch die Entfernung der Deckschicht und das Aufbringen des Niobs wird das zweidimensionale Elektronengas in diesen Bereichen geschädigt. In Referenz 10 wurde der Einfluss einer solchen Behandlung anhand einer Hall-Sonde untersucht, deren Deckschicht entfernt wurde und auf die eine 3 nm dicke Niobschicht aufgebracht wurde. Aus den Messungen des Längswiderstandes im Magnetfeld ergaben sich $n_s = 1.34 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ für die Ladungsträgerdichte und $\mu = 13\,000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ für die Beweglichkeit. Daraus folgt eine mittlere freie Weglänge von $l_N = 250 \text{ nm}$.

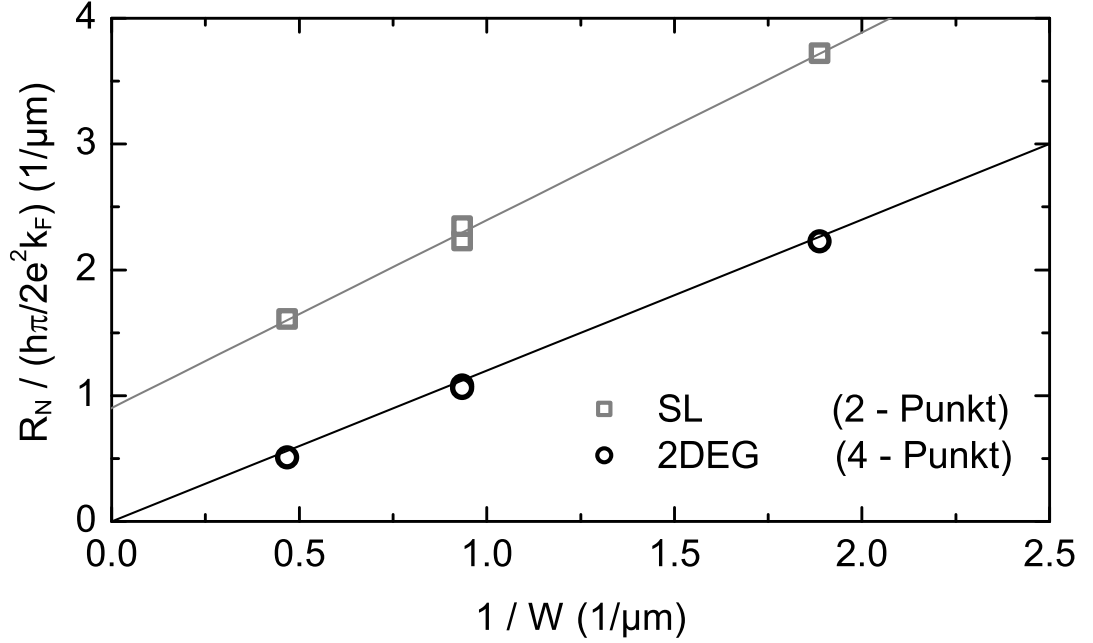


Abbildung 4.3: Mit $h\pi/2e^2k_F$ skaliertem Normalwiderstand R_N als Funktion der inversen Breite $1/W$ der Josephson-Kontakte für die beiden Messanordnungen. Die Daten der 4-Punkt-Anordnung können durch eine Ursprungsgerade beschrieben werden, aus deren Steigung die Gesamttransparenz $\tau_{2\text{DEG}} = 0.8$ bestimmt werden kann. Auch an die Daten aus der 2-Punkt-Anordnung ist eine lineare Anpassung möglich. Eine entsprechende Interpretation im Sinne einer Transparenz ist jedoch nicht möglich, da in der 2-Punkt-Messanordnung auch der Kontaktwiderstand und der Widerstand der Niobstreifen im Kontaktbereich zum Gesamtwiderstand beitragen.

wird, kann aus diesem Widerstandswert der Widerstand R_{ZL} der Zuleitungen berechnet werden. Es ergibt sich $R_{\text{ZL}} = 166 \Omega$. Es ist jedoch nicht möglich, aus diesem Wert den Quadratwiderstand der Niobschicht zu bestimmen, da die Niobzuleitungen in Kontakt mit großen Flächen zweidimensionalen Elektronengases sind, welche einen unbekannten Parallelwiderstand bedingen. Es kann aber eine untere Grenze für den Quadratwiderstand $R_{\square}^{\text{min}} = 8 \Omega$ angegeben werden, indem für die Abschätzung angenommen wird, dass aller Strom durch die Niobzuleitungen fließt. Die Steigung der Ausgleichsgeraden beträgt $t_{\text{SL}} = 1.5$ und ist damit etwas größer als $t_{2\text{DEG}}$. Es gibt also einen zusätzlichen Beitrag zum Widerstand von $62 \Omega/W[\mu\text{m}]$, der mit der Breite des Kontaktes skaliert. Dieser setzt sich zusammen aus einem Beitrag der diffusiven Niobstreifen im Kontaktbereich und einem Beitrag des Kontaktwiderstandes.

In einem Supraleiter-Normalleiter-Punktkontakt, bei dem der Widerstand durch die Breite des Kontaktes gegeben ist, erfolgt die Widerstandsabnahme beim Übergang in den supraleitenden Zustand durch das Einsetzen der Andreev-Reflexion. In einem idealen, d. h. barrierefreien, Supraleiter-Normalleiter-Punktkontakt fällt der Widerstand auf die

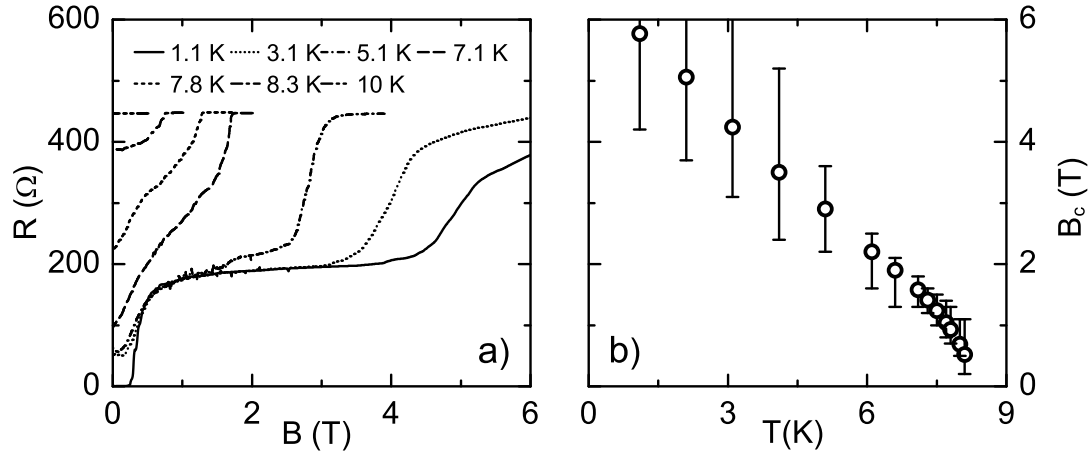


Abbildung 4.4: Teilbild a): Widerstand als Funktion eines parallelen Magnetfeldes, aufgenommen bei verschiedenen Temperaturen zur Charakterisierung des Supraleiters. Die Messungen wurden gemeinsam mit Thomas Geiger an der Probe KV3 $1\mu\text{m}$ in der 2-Punkt-Anordnung durchgeführt. Teilbild b): aus den Messungen in Teilbild a) bestimmtes kritisches Feld als Funktion der Temperatur (siehe Text).

Hälfte von R_N ab [40]. Da eine Barriere an der Grenzfläche zwischen Supraleiter und Normalleiter die Andreev-Reflexion unterdrückt, kann die Widerstandsabnahme jedoch auch geringer sein. Die Widerstandsabnahme der Josephson-Kontakte bei etwa 8 K kann unter der Annahme zweier, in Reihe geschalteter Supraleiter-Normalleiter-Punktkontakte verstanden werden. Unterhalb der kritischen Temperatur kann an beiden Kontakten Andreev-Reflexion stattfinden. Die Temperatur ist jedoch noch nicht so tief, dass Quasiteilchen phasenkohärent von einem Supraleiter zum anderen gelangen können. Erst im Bereich des zweiten Übergangs bei etwa 4 K können sich gebundene Andreev-Zustände ausbilden und der Widerstand des Josephson-Kontaktes verschwindet.

4.3 Charakterisierung des Supraleiters

Aus der Temperaturabhängigkeit des kritischen Feldes $B_c(T)$ können wichtige Größen des Supraleiters ermittelt werden. Für dünne Schichten in einem Feld parallel zur Schichtebene gilt nahe T_c [21]:

$$B_c = \frac{\sqrt{12}\Phi_0}{2\pi d\xi_{\text{GL}}} \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}. \quad (4.6)$$

Hier ist d die Schichtdicke und ξ_{GL} die Ginzburg-Landau-Kohärenzlänge. Diese ist über die BCS-Kohärenzlänge ξ_0 mit der mittleren freien Weglänge l_S durch den Zusammenhang

$$\xi_{\text{GL}} = 0.855\sqrt{\xi_0 l_S} \quad (4.7)$$

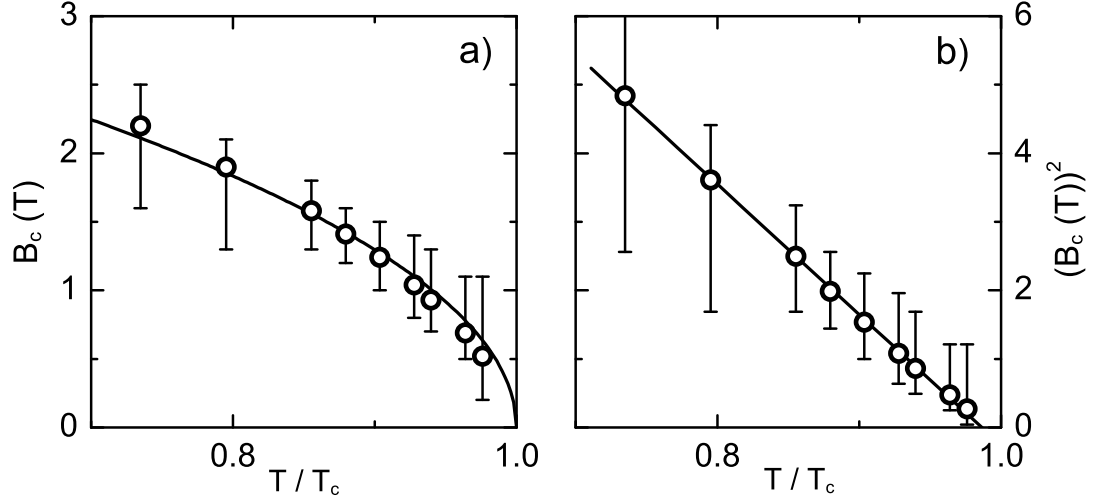


Abbildung 4.5: Kritisches Magnetfeld B_c (Teilbild a)) und dessen Quadrat B_c^2 (Teilbild b)) als Funktion der normierten Temperatur T/T_c (offene Symbole). Die durchgezogenen Linien beschreiben die Funktionen $B_c \propto \sqrt{1 - T/T_c}$ bzw. $B_c^2 \propto (1 - T/T_c)$

verknüpft und ermöglicht damit die Bestimmung von l_S . Für die Ginzburg-Landau-Eindringtiefe λ_{GL} folgt mit der London'schen Eindringtiefe λ_L :

$$\lambda_{GL} = \lambda_L \left(\frac{\xi_0}{1.33l_S} \right)^{1/2}. \quad (4.8)$$

Um $B_c(T)$ bestimmen zu können, wurde der differentielle Widerstand der Probe $KV3$ $1\mu\text{m}$ in der 2-Punkt-Anordnung bei verschiedenen Temperaturen als Funktion eines parallelen Feldes gemessen. Einige dieser Messungen sind in Abbildung 4.4 Teilbild a) dargestellt. Bei kleinen Feldern und tiefen Temperaturen fließt ein Suprastrom über den Kontakt und der Widerstand ist null. Bei etwa 0.3 T steigt der Widerstand der Probe auf etwa $200\,\Omega$ an. Dieser Widerstand entspricht etwa dem Wert, der in der 4-Punkt-Anordnung oberhalb T_c gemessen wird. Hieraus kann gefolgert werden, dass der Anstieg im Widerstand durch eine Unterdrückung der Andreev-Reflexion erfolgt (siehe auch Abschnitt 4.9). Bei hohen Feldern findet ein zweiter Übergang statt, bei dem die Zuleitungen aus Niob in den normalleitenden Zustand übergehen. Dieser Übergang kann verwendet werden, um B_c zu bestimmen. Bei höheren Temperaturen ist auch bei kleinen Feldern der Widerstand ungleich null. Dennoch können weiterhin die beiden Übergänge beobachtet werden, die allerdings immer mehr ineinander übergehen. Aufgrund dieser *Doppelstruktur* ist ein 50%-Kriterium zur Bestimmung von B_c ungeeignet. Es wurde daher wie folgt verfahren: Aus der Temperaturabhängigkeit des Exzessstromes und der subharmonischen Strukturen folgt für die kritische Temperatur $T_c = 8.3\,\text{K}$. Das kritische Feld $B_c(T)$ wurde als das Feld ermittelt, bei dem der Widerstand den Wert $R(8.3\,\text{K}, B = 0) \approx 370\,\Omega$ annimmt. Teilbild b) der Abbildung 4.4 zeigt das so ermittelte kritische Feld B_c als Funktion Temperatur T . Die Fehlerbalken ergeben sich aus

der Breite des zweiten Überganges. Dabei wurde als maximaler Wert für B_c das Feld angenommen, bei dem die Probe den Normalwiderstand R_N erreicht und als minimaler Wert für B_c das Feld, bei dem der Widerstand das Plateau (mit steigender Temperatur tritt dieses bei höheren Widerständen auf und wird immer schmaler) zwischen den beiden Übergängen erreicht. Bei tiefen Temperaturen nimmt B_c linear mit steigender Temperatur ab. Nahe T_c erkennt man das für dünne Schichten typische wurzelförmige Verhalten. Um diesen Zusammenhang zu verdeutlichen, zeigt Abbildung 4.5 Teilbild a) dieselben Daten im Bereich nahe T_c als Funktion der normierten Temperatur T/T_c . Die Linie beschreibt eine Funktion $\propto \sqrt{1 - T/T_c}$. Im Teilbild b) ist das Quadrat B_c^2 als Funktion der normierten Temperatur aufgetragen. Aus der Steigung der Ausgleichsgeraden (durchgezogene Linie) kann nach Gleichung (4.6) die Ginzburg-Landau-Kohärenzlänge zu $\xi_{GL} = 75 \text{ \AA}$ abgeschätzt werden. Des Weiteren folgt mit den Gleichungen (4.7) und (4.8) für die mittlere freie Weglänge $l_S = 20 \text{ \AA}$ und $\lambda_{GL} = 1110 \text{ \AA}$. Die Werte $\lambda_L = 290 \text{ \AA}$ und $\xi_0 = 290 \text{ \AA}$ wurden den Referenzen 42 bzw. 43 entnommen. Aus der mittleren freien Weglänge l_S kann weiterhin der spezifische Widerstand ρ berechnet werden. Für Niob gilt, wenn l_S in \AA angegeben wird [60]:

$$\rho = \frac{3.07^2}{l_S} 92 \mu\Omega\text{cm} . \quad (4.9)$$

Hieraus folgt für die untersuchte Probe $\rho = 43 \mu\Omega\text{cm}$ und somit, mit der Schichtdicke des Niobs $d_S = 35 \text{ nm}$, ein Quadratwiderstand $R_{\square} = 12 \Omega$. Dieser Wert ist größer als der im vorherigen Kapitel ermittelte Minimalwert $R_{\square}^{\min} = 8 \Omega$ und ist dementsprechend ein sinnvoller Wert. Dennoch muss beachtet werden, dass die Bestimmung von B_c aus den $R(B)$ -Messungen sehr fehlerbehaftet ist, und somit alle daraus ermittelten Werte als Abschätzungen verstanden werden müssen. In Tabelle 3.1 sind die in diesem Kapitel ermittelten Werte neben anderen, den Supraleiter charakterisierenden Größen zusammengetragen.

4.4 Messungen des kritischen Stromes: allgemeine Bemerkungen

Um den kritischen Strom bestimmen zu können, wurde in dieser Arbeit zum einen der differentielle Widerstand $R(I) = dU/dI$ als Funktion eines aufgeprägten Stromes I gemessen. Aus diesen Daten können im Prinzip durch numerische Integration die Strom-Spannungs-Kennlinien berechnet werden. Zum anderen wurden aber auch direkt Strom-Spannungs-Kennlinien mit Hilfe des Funktionsgenerators und des Oszilloskops aufgenommen. Diese Messmethode wurde hauptsächlich zur Bestimmung der Feldabhängigkeit des kritischen Stromes verwendet.

Abbildung 4.6 zeigt am Beispiel der Probe *KV1 1 μm* den Verlauf des differentiellen Widerstandes als Funktion des Stromes in der 4-Punkt-Messanordnung (Teilbild a)) und in der 2-Punkt-Messanordnung (Teilbild b)). Die Messungen wurden bei $T = 0.5 \text{ K}$ und

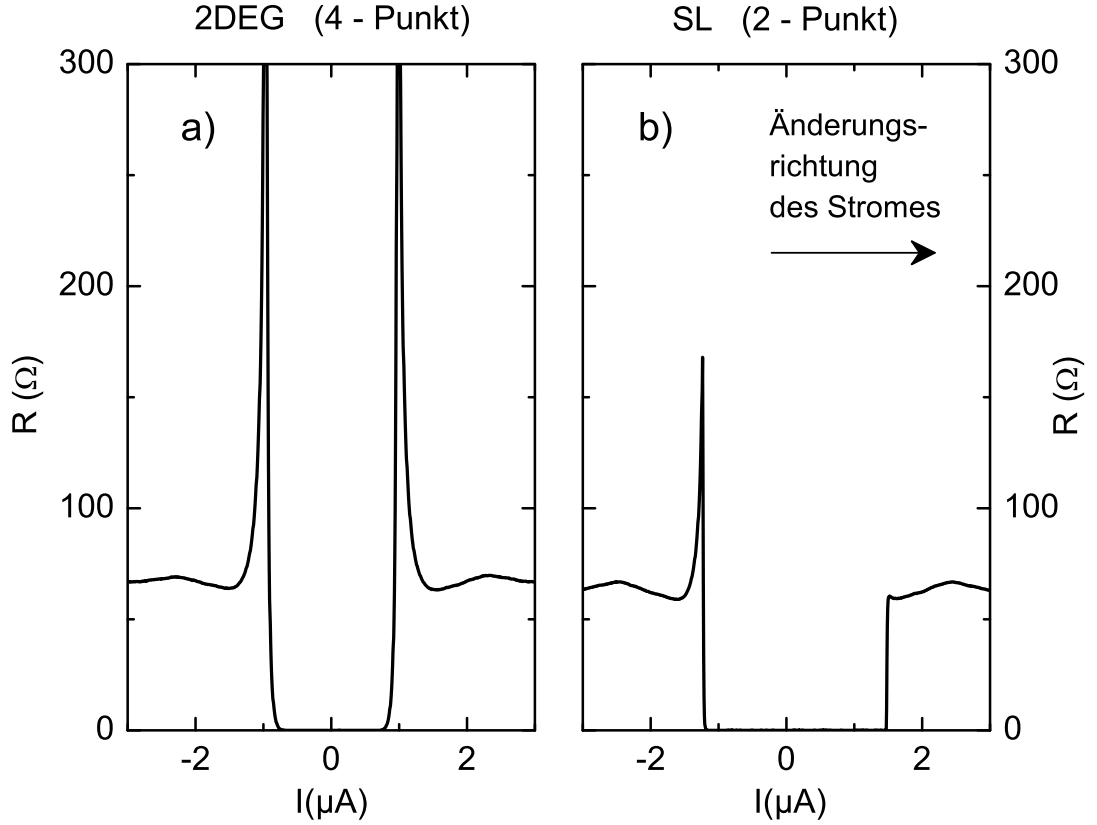


Abbildung 4.6: *Differentieller Widerstand als Funktion des Stromes am Beispiel der Probe KV1 1 μm gemessen in der 4-Punkt-Anordnung (Teilbild a) und in der 2-Punkt-Anordnung (Teilbild b). Die Messungen wurden in beiden Fällen bei negativen Strömen gestartet.*

$B = 0 \text{ T}$ durchgeführt³. Der Strom wurde von $-3 \mu\text{A}$ nach $+3 \mu\text{A}$ durchfahren.

Die Messkurve der 4-Punkt-Anordnung ist nicht hysteretisch. Bei Strömen, deren Betrag größer als der kritische Strom I_c ist, hat der Widerstand einen endlichen Wert von etwa 65Ω , der schwach vom angelegten Strom abhängig ist. Bei Strömen $|I| < I_c$ fließt in der Probe ein Suprastrom und es fällt keine Spannung ab. Der Widerstand ist null. Bei den Übergängen vom resistiven in den widerstandslosen Zustand an den Stellen $I = \pm I_c$ hat der Widerstand jeweils ein scharfes Maximum. Der aus diesen Messungen erhaltene kritische Strom beträgt etwa $1 \mu\text{A}$.

Die Kurve der 2-Punkt-Anordnung (Abbildung 4.6 Teilbild b)) ist hysteretisch. Der Übergang vom supraleitenden in den resistiven Bereich findet bei größeren Strömen statt

³Da schon sehr kleine senkrechte Felder den kritischen Strom eines Josephson-Kontaktes stark beeinflussen (siehe Kapitel 4.7), wurde mit Hilfe einer $R(B)$ -Messung zuvor das Restfeld im supraleitenden Magneten bestimmt. Dieses wurde dann durch einen geringen Strom im supraleitenden Magneten kompensiert. Einige Messungen wurden auch in paralleler Feldorientierung durchgeführt, da in diesem Falle der Einfluss sehr kleiner Felder deutlich geringer ist.

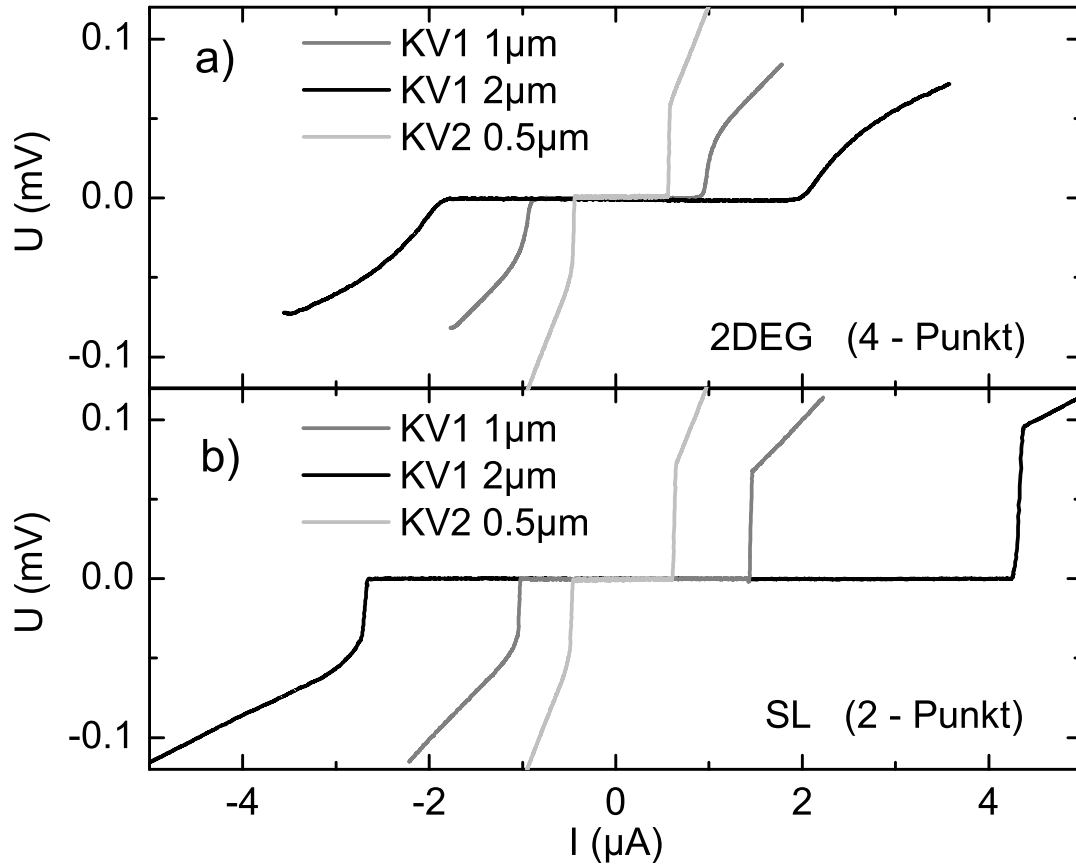


Abbildung 4.7: Strom-Spannungs-Kennlinien für drei Proben, gemessen in der 4-Punkt-Anordnung (Teilbild a) und in der 2-Punkt-Anordnung (Teilbild b).

als der vom resistiven in den supraleitenden. Sowohl der kritische Strom als auch der Rückkehrstrom sind mit $I_c \approx 1.5 \mu\text{A}$ bzw. $I_r \approx 1.2 \mu\text{A}$ größer als der in der 4-Punkt-Messanordnung ermittelte Wert. Während beim Überschreiten des Rückkehrstromes ein Maximum im Widerstand gemessen wurde, springt dieser beim kritischen Strom I_c von Null auf etwa 65Ω , ohne ein Maximum zu durchlaufen.

Es gibt also beträchtliche Unterschiede zwischen den Ergebnissen der verschiedenen Messanordnungen. Dieser Sachverhalt zeigt sich ebenso deutlich in den Strom-Spannungs-Kennlinien. Diese sind in Abbildung 4.7 für die Proben *KV1 1µm*, *KV1 2µm* und *KV2 0.5µm* jeweils für die 4-Punkt-Anordnung (Teilbild a)) und die 2-Punkt-Anordnung (Teilbild b)) dargestellt. Die Kennlinien in Teilbild a) sind nicht hysteretisch. Bei den Proben *KV1 1µm* und *KV1 2µm* erfolgt der Übergang in den resistiven Bereich stetig. Die Kennlinien gleichen den theoretischen Kennlinien für einen überdämpften Josephson-Kontakt (siehe auch Abbildung 2.7). Die Messung an der Probe *KV2 0.5µm* unterscheidet sich von denen an den anderen beiden Proben. In diesem Fall erfolgt der Übergang sprunghaft. Bei den Messungen in der 2-Punkt-Anordnung (Teilbild b)) erfolgt der Übergang in den resistiven Zustand in allen Fällen unstetig und die Kennlinien

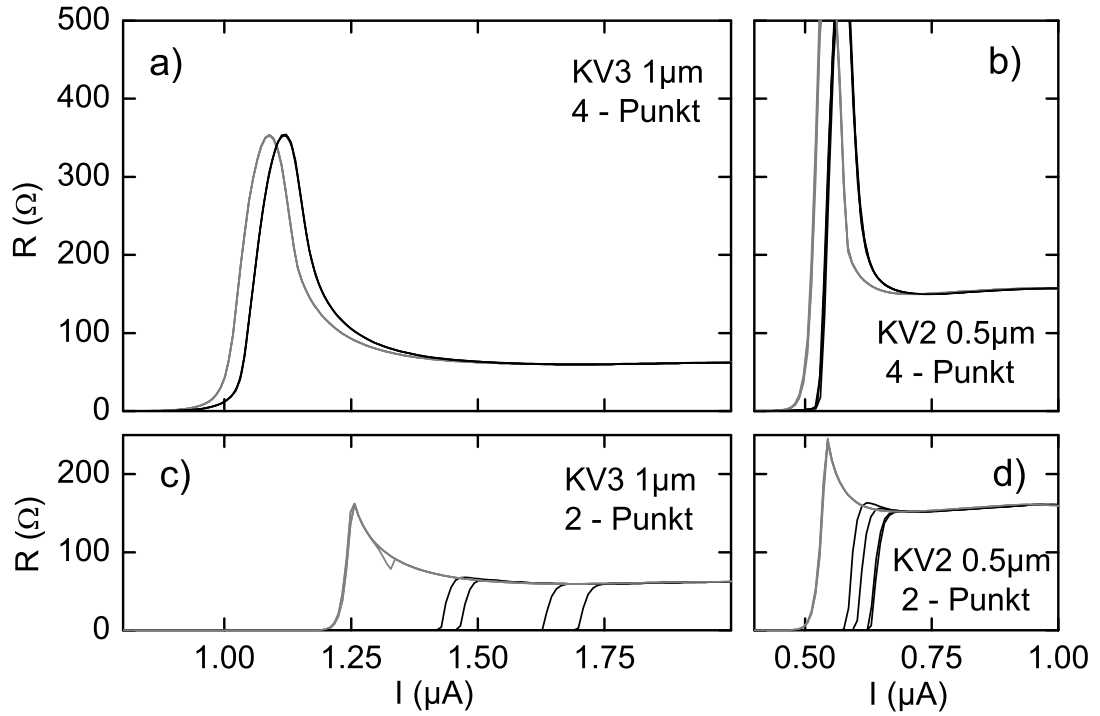


Abbildung 4.8: *Differentieller Widerstand als Funktion des Stromes am Beispiel der Proben KV3 $1\mu\text{m}$ und KV2 $0.5\mu\text{m}$ gemessen in der 4-Punkt-Anordnung (Teilbild a) und Teilbild b)) und in der 2-Punkt-Anordnung (Teilbild c) und Teilbild d)). Die schwarzen Kurven entsprechen den Messungen, bei denen der Strom von 0 A beginnend über den kritischen Strom erhöht wurde. Die grauen Kurven wurden beim Herunterfahren des Stromes aufgenommen.*

sind hysteretisch. Allerdings ist bei der Probe KV2 $0.5\mu\text{m}$ der Rückkehrstrom I_r nahezu gleich dem kritischen Strom I_c . Der sprunghafte Anstieg der Spannung von Null auf einen endlichen Wert bei I_c sollte sich im differentiellen Widerstand als sehr scharfes Maximum widerspiegeln. Das Fehlen des Maximums in Abbildung 4.6 b) kann auf ein Messartefakt zurückgeführt werden: Die Integrationszeit am *Lock-In* und die Datenaufnahmerate waren zu lang, um das scharfe Maximum auflösen zu können. Ermittelt man also aus den Daten des differentiellen Widerstandes die Strom-Spannungs-Kennlinien durch numerische Integration, erhält man zwar die richtige Steigung der Kurve, der Absolutwert der Spannung kann aber nicht bestimmt werden.

Die Josephson-Kopplungsenergie ist für $I_c = 1\mu\text{A}$ (dies entspricht etwa dem kritischen Strom in den $1\mu\text{m}$ breiten Proben bei 500 mK) $E_J \approx 24\text{ K}$. Sie ist damit also deutlich größer als die thermische Energie und Fluktuationen sollten daher unbedeutend sein. Vergleicht man qualitativ die Messkurven der 4-Punkt-Anordnung mit den nach Referenz 33 berechneten (Abbildung 2.7; mit $E_J/k_B \approx 25\text{ K}$ und $T = 0.5\text{ K}$ folgt $\gamma_J = 100$),

	KV1 2 μ m	KV1 1 μ m	KV3 1 μ m	KV2 0.5 μ m
I_c 4-Punkt (μ A)	2.1	1.0	1.1	0.6
I_c 2-Punkt (μ A)	4.0	1.5	1.6	0.6
I_r 2-Punkt (μ A)	3.0	1.2	1.3	0.5

Tabelle 4.3: Kritische Ströme der vier in dieser Arbeit untersuchten Proben bei $T = 0.5 K$ und $B = 0 T$

wird dies bestätigt⁴. Der differentielle Widerstand zeigt bei $|I_c|$ scharfe Maxima und ist unterhalb von $|I_c|$ nur leicht verrundet.

Im Falle eines unterdämpften Josephson-Kontaktes kann aber auch bei niedrigen Temperaturen der kritische Strom aufgrund von Fluktuationen gegenüber I_{c0} reduziert sein. Außerdem kann er innerhalb eines Bereiches δI_c um I_c jeden Wert annehmen. Um diesen Aspekt zu untersuchen, wurde für die Proben *KV3 1 μ m* und *KV2 0.5 μ m* in beiden Messanordnungen mehrere Male unter den gleichen Bedingungen der differentielle Widerstand als Funktion des angelegten Stromes gemessen. Diese Messkurven sind in Abbildung 4.8 dargestellt. Die schwarzen Kurven entsprechen den Messungen, bei denen der Strom von 0 A aus erhöht wurde, die grauen Kurven jenen, bei denen vom resistiven Bereich ausgehend der Strom auf Null heruntergefahren wurde. Während die Messungen in der 4-Punkt-Anordnung (Teilbild a) und Teilbild b)) stets die gleichen Kurven ergaben, war dies bei den Messungen in der 2-Punkt-Anordnung (Teilbild c) und Teilbild d)) nur beim Herausfahren des Stromes der Fall. Der Rückkehrstrom I_r ist immer gleich. Dagegen erhält man unterschiedliche Werte für I_c . Im Mittel ergibt sich für die Probe *KV3 1 μ m* $\langle I_c \rangle \approx 1.6 \mu A$ mit der Breite $\delta I_c \approx 0.4 \mu A$ und für die Probe *KV2 0.5 μ m* $\langle I_c \rangle \approx 0.6 \mu A$ mit der Breite $\delta I_c \approx 0.1 \mu A$. Dies ist das Ergebnis einer Stichprobe aus sechs Messungen. Eine systematische Untersuchung dieser Fluktuationen wurde allerdings nicht vorgenommen.

Zwei weitere Aspekte erscheinen in den dargestellten Kurven. Zum einen unterscheiden sich bei diesen Messungen die Formen der Kurven der verschiedenen Messanordnungen auch für die Probe *KV2 0.5 μ m* deutlich. Dies steht im Gegensatz zu den Messungen der Strom-Spannungs-Kennlinien in Abbildung 4.7. Der gemessene kritische Strom ist aber auch weiterhin nahezu gleich. Zum anderen wird in dieser Darstellung erkennbar, dass die Rückkehr in den supraleitenden Zustand auch bei den Messungen in der 4-Punkt-Anordnung bei etwas kleineren Strömen als I_c stattfindet. Ursache für diese „kleine Hysterese“ sind Heizeffekte. Im resistiven Bereich entsteht Wärme aufgrund des den Kontakt durchfließenden Stromes. Die Probe wird geheizt, wodurch der kritische Strom verringert wird.

Da eine Anpassung der Messdaten mit dem zur Verfügung stehenden Modell nicht möglich ist, wurde der kritische Strom als der Stromwert bestimmt, bei dem die am Kontakt abfallende Spannung größer als 2.5 μV wird. In Abschnitt 4.5 wird die Wahl

⁴Ein quantitativer Vergleich ist nicht möglich, da Effekte durch die Andreev-Reflexion an einer transparenten Barriere nicht in das RCSJ-Modell eingehen. Diese bestimmen aber das Verhalten der untersuchten Proben im resistiven Bereich maßgeblich (siehe Kapitel 4.6).

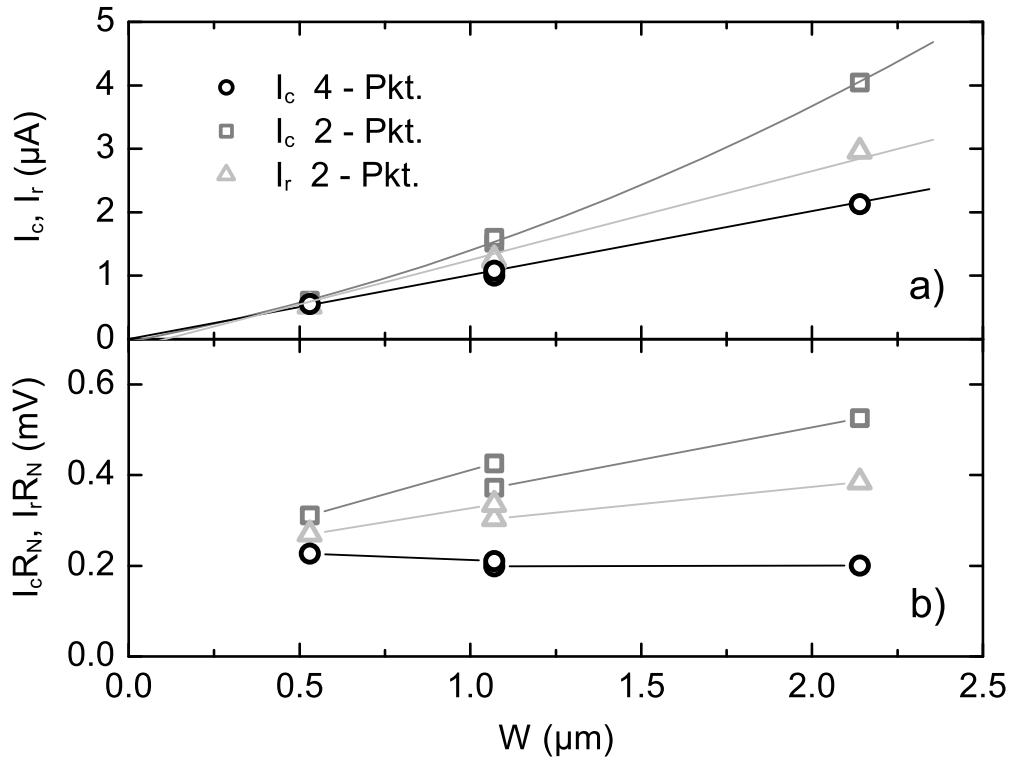


Abbildung 4.9: Kritischer Strom I_c (Abbildung a)) und das Produkt $I_c R_N$ (Abbildung b)) als Funktion der Breite W der Kontakte aus den Messungen in der 4-Punkt-Anordnung (schwarze Kreise) und der 2-Punkt-Anordnung (graue Quadrate). Ebenfalls dargestellt ist der Rückkehrstrom I_r und $I_r R_N$ in der 2-Punkt-Anordnung. Die Linien dienen der optischen Führung.

dieses Kriteriums ausführlich diskutiert. In den Tabellen 4.1 und 4.2 sind die Werte für I_c bei tiefster Temperatur (≈ 500 mK) für die vier Proben und die zwei Messanordnungen zusammengestellt. Teilbild a) der Abbildung 4.9 zeigt graphisch den Zusammenhang zwischen dem kritischen Strom I_c und der Breite W des Kontaktes. Die Daten der 4-Punkt-Anordnung (schwarze Kreise) können mit einer Ursprungsgeraden beschrieben werden, deren Steigung gleich der kritischen Stromdichte $i_c = 1 \mu A$ ist. Diese ist also unabhängig von der Breite des Kontaktes. Der Widerstand der Proben ist proportional zum Inversen der Breite der Kontakte (siehe Abbildung 4.3). Daraus folgt wiederum, dass das Produkt aus kritischem Strom und Normalwiderstand $I_c R_N$ unabhängig von der Breite des Kontaktes ist (siehe Abbildung 4.9 Teilbild b)). Dies konnte dadurch erreicht werden, dass die Proben in jedem Prozessschritt gleichzeitig hergestellt wurden. Es zeugt jedoch auch davon, dass der Stromfluss homogen über die Probe verteilt ist, dass also Inhomogenitäten in den Randbereichen, deren Einfluss bei der schmalen Probe

zweifelloos größer wäre als bei der breiteren Probe, kaum eine Rolle spielen.

Aus den Messungen in der 2-Punkt-Anordnung (graue Quadrate) erhält man für den kritischen Strom als Funktion der Breite keinen linearen Zusammenhang und das Produkt $I_c R_N$ ist folglich nicht konstant sondern nimmt mit der Probenbreite zu. R_N wurde in diesem Fall aus dem Widerstand der Probe bei 10 K abzüglich des in Kapitel 4.2 berechneten Zuleitungswiderstandes von 166Ω berechnet. I_c wurde als Mittelwert aus den maximalen und minimalen gemessenen kritischen Strömen berechnet⁵. Ebenso wie der kritische Strom ist auch der Rückkehrstrom I_r (graue Dreiecke), gemessen in der 2-Punkt-Anordnung, größer als der kritische Strom, der in der 4-Punkt-Anordnung gemessen wurde.

Hier stellt sich die Frage, warum die Messungen so unterschiedlich sind, obwohl jeweils dieselbe Probe gemessen wurde. Die Tatsache, dass in der einen Messanordnung die Kennlinien hysteretisch sind und in der anderen nicht, erweckt den Eindruck, dass in dem einen Fall ein unterdämpfter und in dem anderen Fall ein überdämpfter Kontakt gemessen wurde. Tatsächlich beeinflusst nicht nur die Beschaffenheit des Josephson-Kontaktes dessen Eigenschaften, sondern auch die elektromagnetische Umgebung, also z.B. die Messleitungen im Kryostaten, aber insbesondere auch die Leitungen in unmittelbarer Nähe des Kontaktes [61]. Durch die richtige Wahl der Widerstände in den Messleitungen kann z.B. der Einfluss von Fluktuationen im Josephson-Kontakt reduziert werden. Es sei aber betont, dass sich auch in dieser Hinsicht die Messanordnungen nicht voneinander unterscheiden, da während der Messung immer alle Zuleitungen (zum zweidimensionalen Elektronengas und die Niobzuleitungen) kontaktiert waren. Die Messanordnungen unterscheiden sich nur darin, welche Leitungen als Strom- und Spannungsleitungen verwendet wurden.

Eine mögliche Ursache für die Unterschiede könnten Heizeffekte sein. Während in den supraleitenden Niobzuleitungen keine Energie dissipiert wird, kann in den normalleitenden Zuleitungen im zweidimensionalen Elektronengas elektrische Energie in Wärme umgesetzt werden. Nimmt man an, dass Elektron-Phonon-Wechselwirkungen im zweidimensionalen Elektronengas keine Rolle spielen, gilt, wenn $eU/k_B T \gg 1$ (U ist die am Widerstand abfallende Spannung), für die mittlere Elektronentemperatur $< T_e > \approx \sqrt{3}/8 \cdot eU/k_B$ [62]. Der Zuleitungswiderstand im zweidimensionalen Elektronengas beträgt etwa 800Ω . Daraus folgt bei einem Strom $I = 1 \mu\text{A}$ eine Elektronentemperatur $T_e = 2 \text{ K}$. Entsprechend gilt für $2 \mu\text{A}$ $T_e = 4 \text{ K}$ bzw. bei $0.5 \mu\text{A}$ $T_e = 1 \text{ K}$. Es gibt jedoch einige Argumente, die gegen Heizeffekte sprechen: Der Heizeffekt scheint sich darin zu äußern, dass der kritische Strom in der 4-Punkt-Anordnung bei tiefen Temperaturen sättigt (vergleiche $I_c(T)$ -Messungen in Abbildung 4.13), wohingegen in der 2-Punkt-Anordnung keine Sättigung erfolgt. Für die Messungen der $0.5 \mu\text{m}$ breiten Probe, bei der der kritische Strom mit $0.5 \mu\text{A}$ so niedrig ist, dass Heizeffekte keine Rolle spielen (man erkennt keinen Unterschied im kritischen Strom in den beiden Messanordnungen, dies widerspricht obiger Abschätzung zur Elektronentemperatur), ist aber auch der Ansatz einer Sättigung zu erkennen und zwar sowohl für die Messungen in der 4-

⁵Dies gilt für die Proben *KV2* $0.5 \mu\text{m}$ und *KV3* $1 \mu\text{m}$. Bei den beiden anderen Proben wurde jeweils nur eine Kurve aufgenommen, deren Wert für den kritischen Strom verwendet wurde.

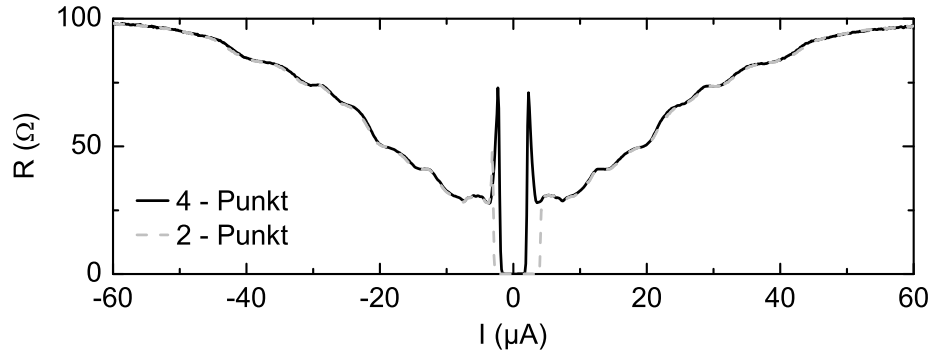


Abbildung 4.10: Widerstand Probe KV1 $2\mu\text{m}$ als Funktion der Spannung der in beiden Messanordnungen. Auch bei sehr hohen Strömen sind keine Unterschiede in den beiden Messungen zu erkennen. Die Messungen wurden bei $T = 0.5\text{ K}$ durchgeführt. (Zur Erläuterung der Strukturen in den Messungen siehe Abschnitt 4.6.)

Punkt-Anordnung als auch für die Messungen in der 2-Punkt-Anordnung. Des Weiteren ist die Temperatur, bei der die $I_c(T)$ -Kurven in Sättigung gehen, bei den $1\mu\text{m}$ breiten Proben und der $2\mu\text{m}$ breiten Probe gleich (etwa 1.5 K , siehe Abbildung 4.13). Da der kritische Strom der $2\mu\text{m}$ breiten Probe aber etwa doppelt so groß wie der der $1\mu\text{m}$ breiten Proben ist, erwartet man eine viermal so große Heizleistung und damit, dass die Sättigung bei einer höheren Temperatur eintreten sollte. Auch die erwartete und beobachtete Proportionalität vom kritischen Strom I_c und der Breite W der Kontakte, sowie die überzeugenden Ergebnisse der Anpassungen an die $I_c(T)$ -Messungen (siehe Abschnitt 4.5) sprechen gegen Heizeffekte. Ein weiteres Argument, das gegen Heizeffekte spricht, ist, dass die Messungen in beiden Anordnungen im resistiven Bereich keine Unterschiede zeigen. In Abbildung 4.10 ist der Widerstand der Probe KV1 $2\mu\text{m}$ als Funktion des Stromes dargestellt. Auch bei sehr hohen Strömen ($60\mu\text{A}$ entspricht einer 900fach größeren Heizleistung als $2\mu\text{A}$) unterscheiden sich die Messungen nicht voneinander.

Da die Zuleitungen sehr lang und großflächig sind (siehe Abbildung 3.1), kann angenommen werden, dass die Elektron-Phonon-Wechselwirkung zur Kühlung des Elektronensystems beiträgt und somit die obigen Abschätzungen für dessen Temperatur falsch sind. Allerdings ist die Elektron-Phonon-Streuzzeit für das verwendete Material nicht bekannt, so dass eine Abschätzung der tatsächlichen Elektronentemperatur unter Berücksichtigung der Elektron-Phonon-Streuzzeit nicht möglich ist. Ein Experiment zur Bestimmung der Temperatur des Elektronensystems konnte vor Abschluss der vorliegenden Arbeit nicht mehr durchgeführt werden.

Die Ursache für die beobachteten Unterschiede konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht gefunden werden. Im Folgenden werden bei einigen Messungen die Ergebnisse aus beiden Messanordnungen gemeinsam dargestellt. In den Fällen, in denen die Messungen nur in einer Anordnung durchgeführt wurden (dies gilt insbesondere für den kritischen Strom

im parallelen Magnetfeld) wurde die 4-Punkt-Anordnung gewählt, da die Hysterese der Kennlinien und die Fluktuationen des kritischen Stromes, die bei den Messungen in der 2-Punkt-Anordnung beobachtet werden, die Interpretation erschweren.

Nach Referenz 63 ist für einen kurzen Josephson-Kontakt ($E_{\text{Th}} \ll \Delta$) mit barrierefreien Grenzflächen $I_c R_N = \pi \Delta / e$ für $T = 0 \text{ K}$ ⁶. $I_c R_N$ ist also unabhängig von der Probengeometrie und wird nur durch die Energielücke Δ des Supraleiters bestimmt. Da eine Barriere an der Grenzfläche das Produkt $I_c R_N$ jedoch herabsetzt, wird der experimentelle Wert von $I_c R_N$ oft mit dem theoretisch möglichen Maximalwert verglichen, um eine Aussage über die Qualität der Kontaktflächen zu machen. Außerdem eignet er sich, um Vergleiche mit vorangegangenen Experimenten durchzuführen. Die Thouless-Energie der untersuchten Proben ist $E_{\text{Th}} = 0.6 \text{ meV}$ und ist damit kleiner als die Energielücke von Niob ($\Delta \approx 1.35 \text{ meV}$). In diesem Fall muss auch die Länge der Kontakte, d. h. der Abstand der Niobelektroden, beachtet werden (siehe Abschnitt 4.5). Ein Vergleich mit dem Maximalwert $\pi \Delta / e$ ist also nicht sinnvoll. Die in den Referenzen 64 und 65 beschriebenen Proben und Experimente sind ähnlich denen in dieser Arbeit, so dass ein Vergleich mit deren Ergebnissen möglich ist. In Referenz 64 wurden Proben mit verschiedenen langen Kontakten zwischen $0.3 \mu\text{m}$ und $0.8 \mu\text{m}$ untersucht. Die Werte für $I_c R_N$ liegen zwischen $20 \mu\text{V}$ und $80 \mu\text{V}$. In Referenz 65 ist der Abstand der Niobelektroden $0.19 \mu\text{m}$ und $I_c R_N = 165 \mu\text{V}$. In beiden Experimenten wurden Strom und Spannung durch die Niobelektroden gemessen. Dies entspricht den Messungen in der 2-Punkt-Anordnung. Im Vergleich zu jenen Experimenten sind die in dieser Arbeit ermittelten Werte $I_c R_N \approx 200 \mu\text{V}$ (4-Punkt-Anordnung) und $I_c R_N \approx 400 \mu\text{V}$ (2-Punkt-Anordnung, der $1 \mu\text{m}$ breiten Proben) deutlich größer. In dieser Arbeit wurden nur Proben gleicher Länge $L = 600 \text{ nm}$ untersucht. Es ist jedoch auch sehr interessant, in einem weiteren Experiment, in dem Proben mit unterschiedlichen Abständen der Supraleiter studiert werden, die Abhängigkeit des kritischen Stromes von der Länge des Kontaktes zu untersuchen.

4.5 Temperaturabhängigkeit des kritischen Stromes

Um die Temperaturabhängigkeit des kritischen Stromes zu untersuchen, wurde bei allen Proben in beiden Messanordnungen der Widerstand als Funktion des Stromes für verschiedene Temperaturen gemessen. In Abbildung 4.11a) sind einige dieser Messungen, die in der 4-Punkt-Anordnung aufgenommen wurden, im Bereich von 0.5 K bis 5.1 K für die Probe *KV3* $1 \mu\text{m}$ dargestellt. Bei tiefen Temperaturen ist der Übergang vom widerstandslosen in den resistiven Bereich sehr scharf und weist ein ausgeprägtes Maximum bei $I \approx I_c$ auf. Bei höheren Temperaturen wird der Übergang immer breiter und das Maximum wird kleiner. Ab etwa 3 K fällt selbst bei $I = 0$ eine endliche Spannung am Kontakt ab, aber die Widerstandskurven weisen bei $I = 0$ weiterhin ein Minimum auf. Abbildung 4.11b) zeigt Messungen des Widerstandes in der 2-Punkt-Anordnung für dieselbe Probe und dieselben Temperaturen. Bei 0.5 K und 1 K erfolgt der Übergang in den resistiven Bereich unstetig, wie es für einen unterdämpften Kontakt erwartet wird (siehe

⁶Dieses Ergebnis folgt ebenfalls aus Gleichung (2.10), wenn man mit $\tau = 1$ $I_c = \max(I_s)$ errechnet.

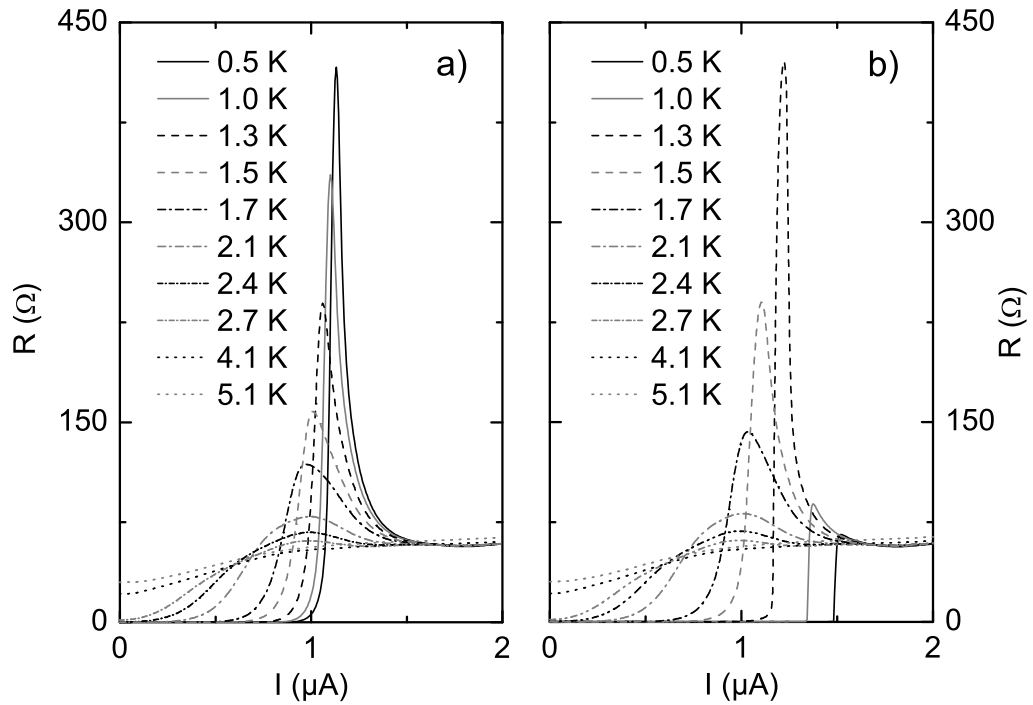


Abbildung 4.11: *Differentieller Widerstand als Funktion des Stromes für verschiedene Temperaturen am Beispiel der Probe KV3 1 μm in der 4-Punkt-Messanordnung (Teilbild a)) und in der 2-Punkt-Messanordnung (Teilbild b))*

Kapitel 4.4). Bei höheren Temperaturen, wenn also der kritische Strom reduziert ist, findet der Übergang jedoch stetig statt und die Kurven sind nicht mehr hysteretisch (dies ist, der besseren Übersicht halber, nicht dargestellt, vergleiche aber Abbildung 4.13). Ab etwa 2 K unterscheiden sich die Messkurven der 4-Punkt- und der 2-Punkt-Anordnung in ihrer Form kaum. Es zeigt sich, dass bei hohen Temperaturen der kritische Strom für die beiden Messanordnungen gleich groß ist.

4.5.1 Bestimmung des kritischen Stromes

Während der kritische Strom aus der Strom-Phasen-Relation direkt aus deren Maximum bestimmt werden kann, ist die Ermittlung von I_c aus dem differentiellen Widerstand bzw. der Strom-Spannungs-Kennlinie nicht eindeutig definiert. Bei überdämpften Kontakten, die durch das RCJS-Modell beschrieben werden können, kann eine Anpassung an die Strom-Spannungs-Kennlinien mit dem Modell von Ambegaokar *et al.* [33] erfolgen. Da dieses Modell jedoch den Einfluss der Andreev-Reflexion auf die Strom-Spannungs-Kennlinien nicht beinhaltet, kann es die in dieser Arbeit gemessenen Daten nicht beschreiben.

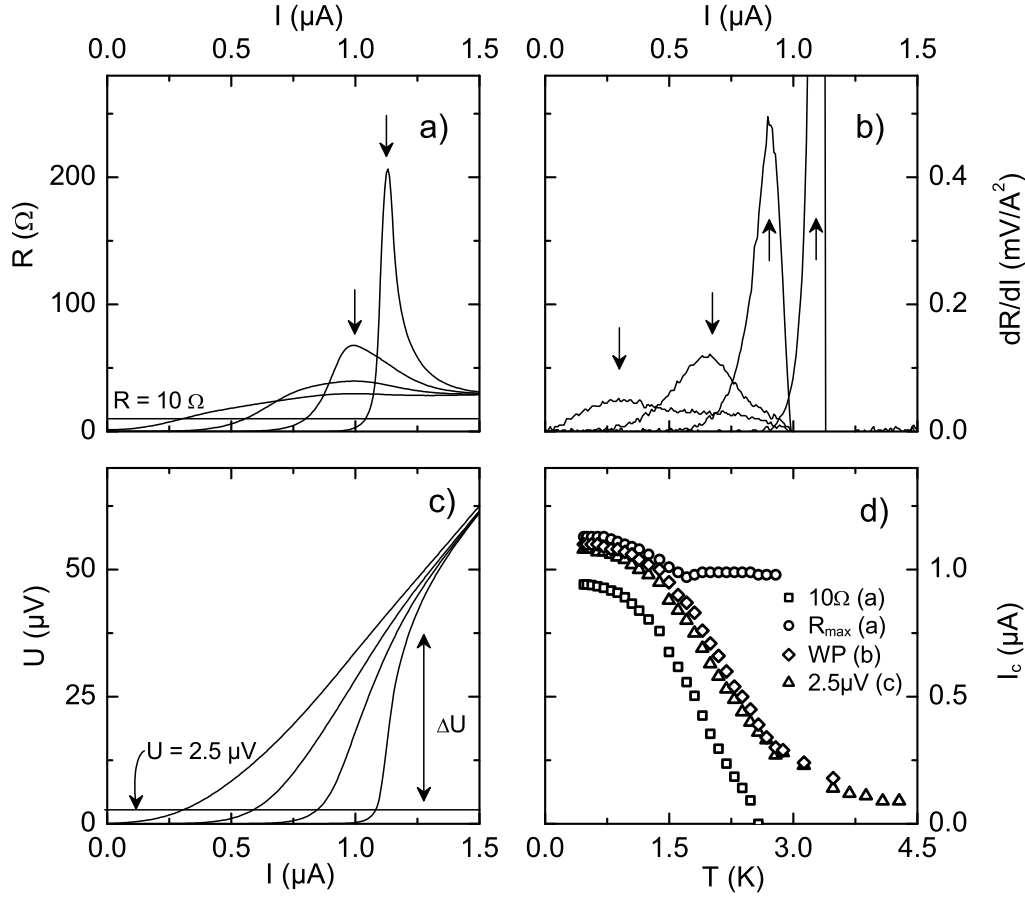


Abbildung 4.12: Verdeutlichung der möglichen Kriterien zur Bestimmung des kritischen Stromes am Beispiel der Probe KV3 $1\mu\text{m}$. Teilbild a) zeigt einige $R(I)$ -Messungen. Beim Widerstandskriterium wird I_c als der Stromwert bestimmt, bei dem der Widerstand 10Ω erreicht. Auch das Maximum R_{max} im Widerstand (angedeutet durch die Pfeile) kann als Kriterium dienen. Teilbild b) zeigt die Ableitung des differentiellen Widerstands, aus deren Maximum (Pfeile) der Wendepunkt (WP) der Strom-Spannungs-Kennlinien bestimmt werden kann. Teilbild c) zeigt die aus numerischer Integration des Widerstands erhaltenen Strom-Spannungs-Kennlinien. Hieraus kann als kritischer Strom der Stromwert ermittelt werden, bei dem die Spannung größer wird als $2.5\mu\text{V}$. Diese Spannung wurde größer als das Rauschniveau, aber deutlich kleiner als die Spannungsänderung ΔU beim Übergang in den resistiven Zustand, gewählt. Die Messungen wurden an der Probe KV3 $1\mu\text{m}$ bei 0.5 K , 1.6 K , 2.1 K und 2.8 K durchgeführt. Teilbild d) zeigt den mittels der verschiedenen Kriterien bestimmten kritischen Strom als Funktion der Temperatur.

An dieser Stelle sollen anhand der Abbildung 4.12 verschiedene mögliche Kriterien zur Bestimmung des kritischen Stromes diskutiert werden aus Messungen des Widerstands als Funktion des angelegten Stromes. In Abbildung 2.7 ist zu erkennen, dass nach dem Modell von Ambegaokar *et al.* der differentielle Widerstand bei I_c ein Maximum hat, das bei tiefen Temperaturen sehr ausgeprägt ist. Da die Messkurven bei tiefen Temperaturen den berechneten qualitativ ähneln, wurde das Maximum im Widerstand als ein mögliches Kriterium verwendet (Abbildung 4.12 a)). Des Weiteren wurde der Wendepunkt der Strom-Spannungs-Kennlinien aus dem Maximum der Ableitung des Widerstandes dR/dI bestimmt (Abbildung 4.12 b)). Da (bei tiefen Temperaturen) der Widerstand des Kontaktes und die Spannung, die an ihm abfällt, null sind, wenn ein Suprastrom fließt, wurde auch die Möglichkeit eines Widerstands- bzw. Spannungskriteriums untersucht, d. h. der kritische Strom wurde als der Stromwert bestimmt, bei dem der Widerstand $10\,\Omega$ bzw. die Spannung $2.5\,\mu\text{V}$ erreicht (Abbildung 4.12 a) und c)). Die Spannung wurde aus den $R(I)$ -Messungen durch numerische Integration ermittelt. Während das Maximum im Widerstand und der Wendepunkt der Strom-Spannungs-Kennlinie bei tiefen Temperaturen eindeutig sind, ist die Festlegung eines Spannungs- bzw. Widerstandskriteriums willkürlich. Mit $10\,\Omega$ und $2.5\,\mu\text{V}$ wurden Werte gewählt, die deutlich über dem Rauschniveau liegen, aber etwa eine Größenordnung kleiner sind als der Normalwiderstand R_N bzw. die Spannungsänderung ΔU bei $I \approx I_c$. Abbildung 4.12 d) zeigt den kritischen Strom als Funktion der Temperatur für die verschiedenen Kriterien am Beispiel der Probe *KV3* $1\,\mu\text{m}$ (4-Punkt-Messanordnung). Da bei tiefen Temperaturen der Übergang in den resistiven Bereich sehr scharf ist, unterscheiden sich die Werte für den kritischen Strom im Bereich $T < 1.5\,\text{K}$ gemäß den verschiedenen Kriterien kaum. Nur der Absolutwert des kritischen Stromes aus dem Widerstandskriterium liegt niedriger als die gemäß den anderen drei Kriterien erhaltenen Werte. Bei höheren Temperaturen gibt es jedoch deutliche Unterschiede. Das Maximum des Widerstandes tritt mit steigender Temperatur anfangs bei immer kleineren Stromwerten auf. Ab etwa $1.5\,\text{K}$ sättigt seine Position jedoch bei etwa $1\,\mu\text{A}$. Die Ursache für diese Sättigung ist unklar. Es ist jedoch nicht zu erwarten, dass der kritische Strom unabhängig von der Temperatur ist. Das Maximum im Widerstand ist also kein geeignetes Kriterium zur Bestimmung von I_c . Der durch das Widerstandskriterium bestimmte kritische Strom nimmt oberhalb $1.5\,\text{K}$ linear mit T ab und wird bei $2.5\,\text{K}$ null. Da thermische Fluktuationen einen endlichen Widerstand auch unterhalb von I_c bewirken (siehe Abbildung 2.7), bestimmt man auf diese Weise bei höheren Temperaturen einen zu kleinen kritischen Strom. Die durch das Spannungskriterium und den Wendepunkt bestimmten kritischen Ströme zeigen nahezu das gleiche Verhalten. Für das Spannungskriterium gilt ebenfalls, dass bei hohen Temperaturen aufgrund von Fluktuationen eine endliche Spannung am Kontakt abfällt. Es ist also anzunehmen, dass auch in diesem Fall in einem gewissen Temperaturbereich der kritische Strom zu niedrig bestimmt wird. Andererseits wird auch bei einer ohmschen Geraden z. B. oberhalb von $10\,\text{K}$ scheinbar ein kritischer Strom von $I'_c = 2.5\,\mu\text{V}/R_N$ gemessen. Das Maximum der Ableitung des Widerstandes wird mit steigender Temperatur immer flacher und breiter, so dass eine Bestimmung des Stromwertes, bei dem der Wendepunkt erreicht ist, bei hohen Temperaturen ebenfalls sehr ungenau ist. In Referenz 66 wurde der kritische Strom auf eine Weise bestimmt,

die der des Spannungskriteriums entspricht. Da die Ergebnisse für den kritischen Strom aus dem Spannungskriterium und aus dem Wendepunkt sehr ähnlich sind, die Handhabung des Spannungskriteriums insbesondere bei vielen Messkurven, wie sie im Falle der Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Stromes vorliegen, jedoch sehr viel einfacher ist, wurde entschieden, dieses für die Bestimmung des kritischen Stromes zu verwenden. In jedem Fall muss davon ausgegangen werden, dass die Bestimmung des kritischen Stromes für Temperaturen $T > 3\text{ K}$ ungenau ist. Bei tieferen Temperaturen hingegen kann angenommen werden, dass das Ergebnis den Temperaturverlauf des kritischen Stromes korrekt beschreibt.

Da die Spannung, die am Kontakt abfällt, von dessen Widerstand abhängt, wurde für jede Probe in beiden Messanordnungen folgendes Spannungskriterium gewählt:

$$|U_{\text{krit}}| = 2.5\,\mu\text{V} \frac{R_N}{200\,\Omega} . \quad (4.10)$$

4.5.2 Beobachtungen

Abbildung 4.13 zeigt die auf diese Weise gewonnen kritischen Ströme I_c als Funktion der Temperatur für die vier verschiedenen Proben und die 4-Punkt-Messanordnung (schwarze Kreise) bzw. die 2-Punkt-Messanordnung (graue Quadrate). Des Weiteren ist der Rückkehrstrom I_r , der nur bei Messungen in der 2-Punkt-Anordnung beobachtet wird, aufgetragen. Es wurde dasselbe Kriterium verwendet, wie für den kritischen Strom. Die Messungen in der 4-Punkt-Anordnung der Proben *KV1 1 μm* und *KV1 2 μm* wurden im ^3He - ^4He -Mischungs-Entmischungskryostaten, alle anderen Messungen im ^3He -Kryostaten durchgeführt. Bei der schmalsten Probe (Teilbild d)) liegen die drei Kurven im gemessenen Temperaturbereich aufeinander. Geringfügige Abweichungen gibt es bei tiefen Temperaturen, bei denen in der 2-Punkt-Messanordnung Fluktuationen im kritischen Strom beobachtet wurden (Abbildung 4.8), und bei hohen Temperaturen ab ca. 3 K. In diesem Temperaturbereich ist die Bestimmung des kritischen Stromes durch das Spannungskriterium ungenau. Die Abweichungen können durch diese Messungenauigkeit erklärt werden. Bei den anderen drei Proben zeigt sich ein davon abweichendes Bild. Bei tiefen Temperaturen weichen die drei Kurven jeweils voneinander ab, wobei der in der 2-Punkt-Anordnung gemessene kritische Strom größer ist als der Rückkehrstrom und der in der 4-Punkt-Anordnung gemessene kritische Strom. Je nach Probe fallen zwischen 1 K und 1.3 K I_c (2-Pkt.) und I_r zusammen, die Strom-Spannungs-Kennlinien sind also nicht mehr hysteretisch. Diese Beobachtung ist konsistent mit dem RCSJ-Modell für über- und unterdämpfte Kontakte. Da bei höheren Temperaturen der kritische Strom kleiner wird, der Normalwiderstand aber konstant ist, gibt es eine Temperatur, bei der I_c so klein wird, dass $\beta_c < 1$ wird. Ab etwa 2 K liegen alle drei Kurven aufeinander. Der kritische Strom ist bei 2 K auf etwa 0.6 μA bzw. 0.7 μA in den 1 μm breiten Proben bzw. auf 1.4 μA in der 2 μm breiten Probe abgesunken. Da unklar ist, welches Phänomen die Ursache dafür ist, dass in den zwei verschiedenen Messanordnungen bei tiefen Temperaturen verschiedene kritische Ströme gemessen werden, kann derzeit nicht verstanden werden, warum gerade bei dieser Temperatur bzw. diesem kritischen Strom die Kurven

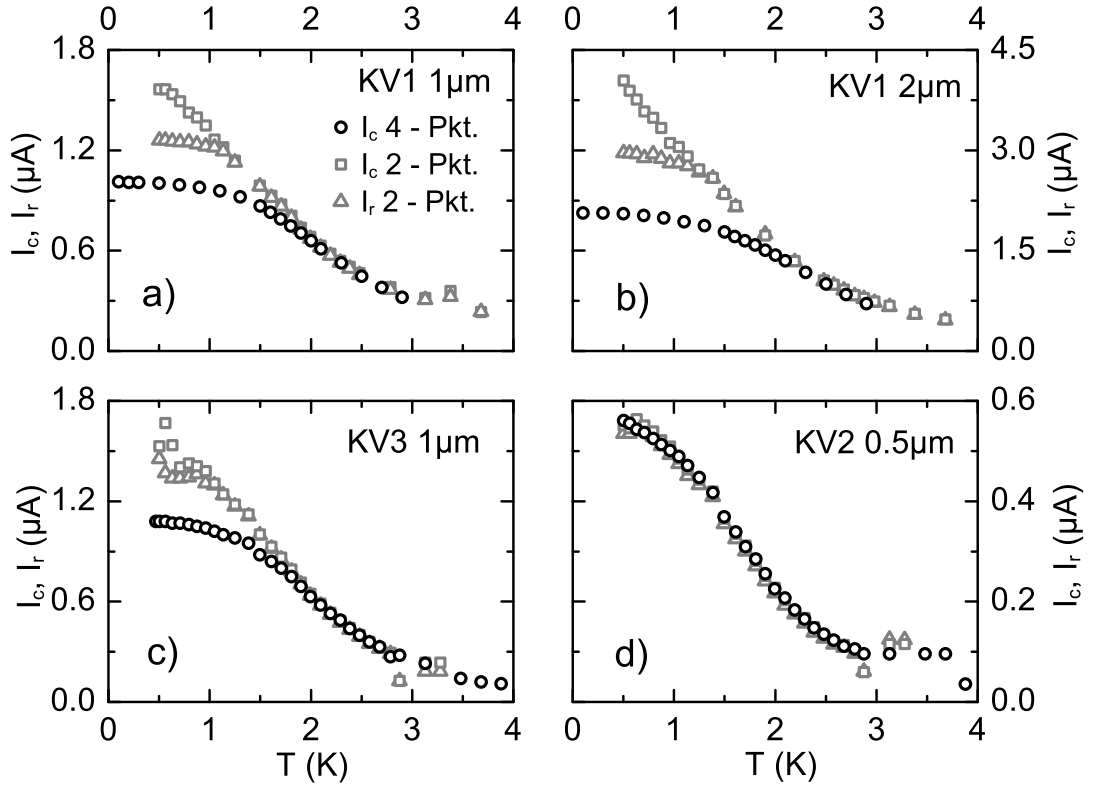


Abbildung 4.13: Temperaturabhängigkeit des kritischen Stromes, bestimmt anhand der aus den $R(I)$ -Messungen in der 4-Punkt-Anordnung (schwarze Kreise) und in der 2-Punkt-Anordnung (graue Quadrate) berechneten Strom-Spannungs-Kennlinien für alle vier Proben. Ebenfalls dargestellt ist der Rückkehrstrom I_r (graue Dreiecke).

zusammen fallen.

4.5.3 Interpretation

Da die Thouless-Energie der untersuchten Proben mit $E_{Th} = 0.8 \text{ meV}$ in der Größenordnung der Energielücke des Niobs liegt, befinden sich die Josephson-Kontakte zwischen dem kurzen und langen Grenzfall. Es spielen daher für den Suprastrom sowohl die gebunden Andreev-Zustände bei Energien $E < \Delta$ wie auch die ungebundenen Zustände bei Energien $E > \Delta$ eine Rolle. Dies muss beachtet werden, wenn die Temperaturabhängigkeit des kritischen Stromes der untersuchten Proben theoretisch beschrieben werden soll. Eine geeignete Beschreibung folgt aus dem in Abschnitt 2.5 skizzierten Modell. G. Tkachov (MPI PKS Dresden) hat diesem Ansatz folgend ein Programm in *Maple 10.03* geschrieben, mit dem eine Anpassung an die experimentellen Daten möglich ist. Abbildung 4.14 zeigt noch einmal die Temperaturabhängigkeit des kritischen Stromes aller vier Proben aus der 4-Punkt-Messanordnung (Symbole). Die durchgezogenen Linien

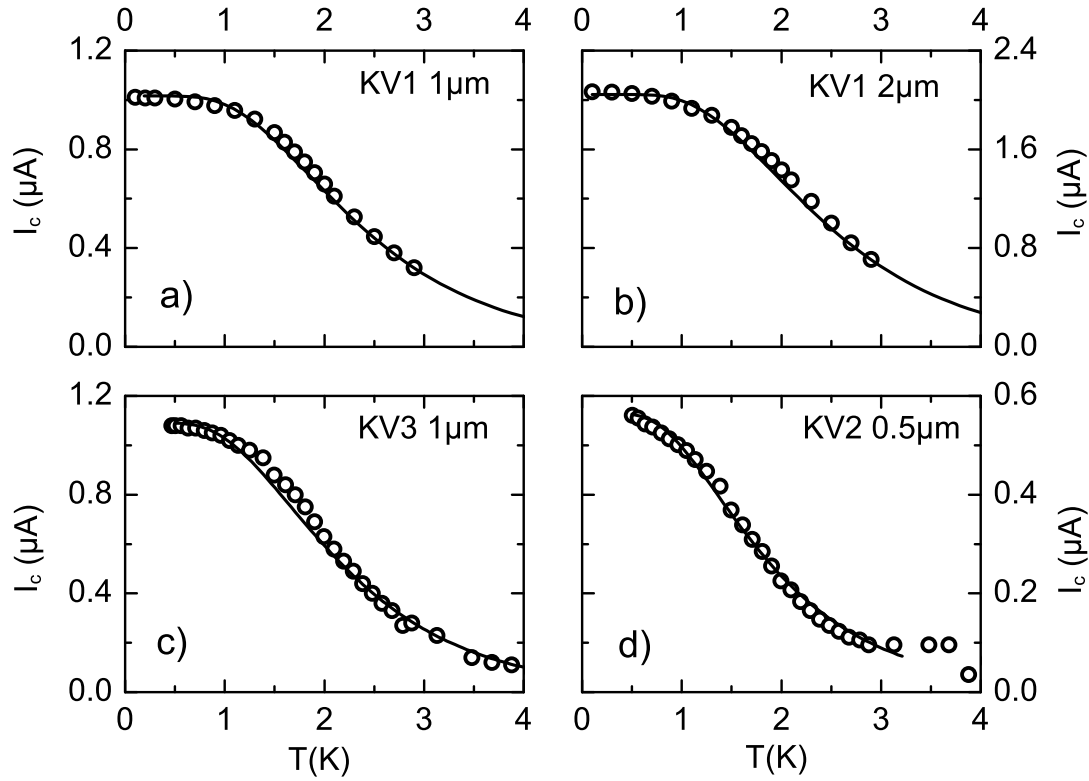


Abbildung 4.14: Kritischer Strom als Funktion der Temperatur für alle Proben in der 4-Punkt-Anordnung (Symbole). Die Linien stellen die Anpassung an die Daten nach dem in Abschnitt 2.5 beschriebenen Modell dar. Die für die Anpassung verwendeten Parameter sind in Tabelle 4.4 zusammengestellt.

zeigen die theoretischen Anpassungen⁷.

Die in die Anpassung eingehenden Parameter sind die Anzahl der Kanäle N , die Energielücke $\Delta = 1.3 \text{ meV}$ des Niobs und die kritische Temperatur $T_c = 8 \text{ K}$ der Niobstreifen, die Thouless-Energie $E_{\text{Th}} = 0.8 \text{ meV}$ und die Transparenz $\tau_{2\text{DEG}}$ des gesamten Josephson-Kontaktes. Diese Parameter sind aus den Widerstandsmessungen bei 10 K bzw. aus den Messungen der Vielfach-Andreev-Reflexion bekannt. Ein weiterer Parameter, der zugleich der einzige unbekannte Parameter ist, ist der die Grenzfläche zwischen dem Supraleiter und dem zweidimensionalen Elektronengas charakterisierende Parameter γ_B . Nach Referenz 67 folgt für den Fall, dass die Dicke d_N der Normalmetallschicht

⁷Die Anpassungen wurden von Herrn Dr. G. Tkachov durchgeführt.

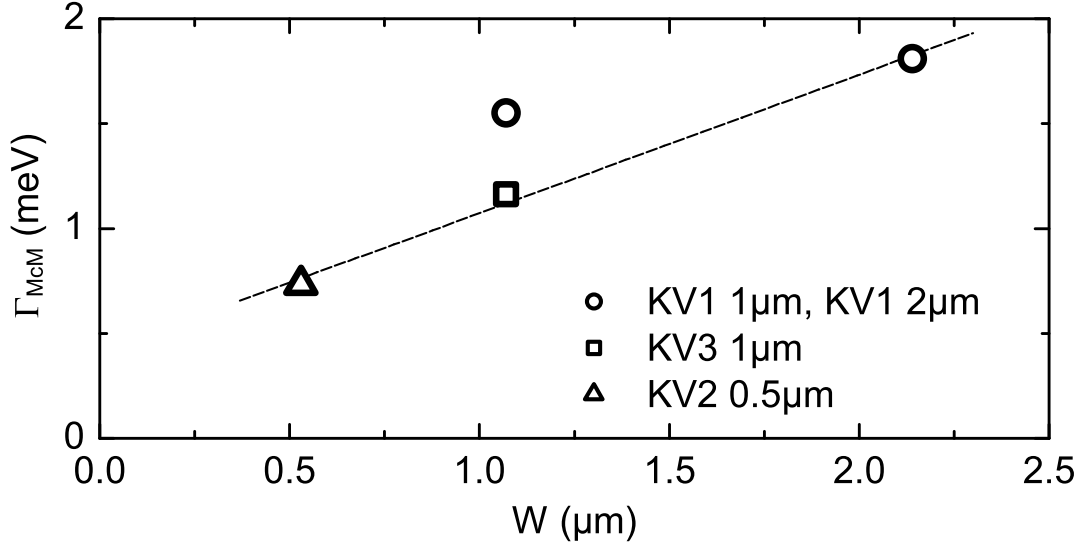


Abbildung 4.15: *McMillan-Parameter als Funktion der Breite des Josephson-Kontaktes. Die offenen Symbole sind die Daten, die aus den Anpassungen an die $I_c(T)$ -Messungen in der 4-Punkt-Anordnung ermittelt wurden. Die verschiedenen Symbole kennzeichnen verschiedene Mesas, auf denen sich die einzelnen Josephson-Kontakte befinden.*

sehr dünn ist (so dass $d_N \ll \xi_N$ gilt), für die Energielücke im Normalmetall⁸:

$$\varepsilon_g(T) = \frac{\Delta(T)}{1 + (\gamma_B / \pi k_B T_c) \sqrt{\Delta(T)^2 - \varepsilon_g(T)^2}}. \quad (4.11)$$

Das Inverse des Faktors vor der Wurzel ist die sogenannte McMillan-Energie $\Gamma_{\text{McM}} = \pi k_B T_c / \gamma_B$. Mit der kritischen Temperatur T_c des Niobs ergibt sie sich direkt aus γ_B .

In Tabelle 4.4 sind einige der für die Anpassung verwendeten Parameter, insbesondere γ_B und die daraus berechnete McMillan-Energie Γ_{McM} , sowie die mit Gleichung (4.11) berechnete Energielücke ε_g im zweidimensionalen Elektronengas, zusammengestellt. Für die beste Anpassung wurde neben dem McMillan-Parameter Γ_{McM} auch die Transparenz $\tau_{2\text{DEG}}$ als freier Parameter betrachtet, wobei allerdings die Abweichung von dem in Abschnitt 4.2 bestimmten Wert $\tau_{2\text{DEG}} = 0.8$ nur gering ist.

Der McMillan-Parameter ist von der Probe abhängig. In Abbildung 4.15 ist er als Funktion der Breite der einzelnen Proben aufgetragen. Mit Ausnahme des Γ_{McM} -Wertes der Probe *KV1 1μm* liegen die Punkte auf einer Geraden, die gestrichelt dargestellt ist. In Referenz 69 wurde für einen eindimensionalen Kanal gezeigt, dass die Andreev-Reflexionswahrscheinlichkeit von der Größe der Kontaktfläche (bzw. der Kontaktlänge)

⁸In der Arbeit von Aminov *et al.* [67] wurde der Grenzfall $\xi_N \gg l_N$, $\xi_S \gg l_S$ behandelt, der bei den in dieser Arbeit untersuchten Proben nur teilweise erfüllt ist. Die Formel (4.11) ist aber auch für ballistische System gültig [68].

Probe	N	$\tau_{2\text{DEG}}$	γ_B	Γ_{McM} (meV)	ε_g (meV)	τ_{SN}
KV1 2 μm	140	0.765	1.2	1.8	0.85	0.12
KV1 1 μm	70	0.77	1.4	1.6	0.80	0.11
KV3 1 μm	70	0.8	1.9	1.2	0.69	0.08
KV2 0.5 μm	35	0.84	3.2	0.7	0.49	0.05

Tabelle 4.4: Tabellarische Zusammenstellung der für die Anpassung an die $I_c(T)$ -Messungen in der 4-Punkt-Messanordnung nach dem im Text beschriebenen Modell notwendigen Parameter: Zahl der Kanäle im zweidimensionalen Elektronengas N , deren Transparenz $\tau_{2\text{DEG}}$, der Anpassungsparameter γ_B und der daraus berechnete McMillan-Parameter, sowie die Energielücke ε_g im zweidimensionalen Elektronengas. Weitere, für die Anpassung verwendete Parameter: Energielücke des Niobs $\Delta = 1.35 \text{ meV}$, kritische Temperatur des Niobs $T_c = 8.3 \text{ K}$, Fermi-Wellenvektor $k_F^N = 2.2 \cdot 10^8 \text{ 1/m}$ im zweidimensionalen Elektronengas, Länge $L = 600 \text{ nm}$ des Josephson-Kontaktes und Thouless-Energie des Josephson-Kontaktes $E_{\text{Th}} = 0.8 \text{ meV}$. Die Transparenz τ_{SN} der Grenzfläche zwischen dem Supraleiter und dem zweidimensionalen Elektronengas wurde aus der McMillan-Energie unter Verwendung der Gleichung (2.24) unter der Annahme, dass $L_N = 2d_N$, berechnet.

zwischen einem Supraleiter und einem Normalmetall abhängt. Dies könnte eine Erklärung für einen linearen Zusammenhang zwischen dem McMillan-Parameters und der Breite geben. Es ist jedoch möglich, dass dieser lineare Zusammenhang zufällig ist. Obwohl die Proben in allen Schritten gleichzeitig hergestellt wurden, ist es dennoch möglich, dass es Unterschiede in der Qualität der Niob/2DEG-Grenzfläche gibt. Die Proben KV1 1 μm und KV1 2 μm (Kreise) befinden sich auf einer Mesa, d. h. der Abstand zwischen ihnen beträgt nur etwa 20 μm . Dies könnte erklären, warum der McMillan-Parameter für die beiden Proben fast gleich ist. Dagegen war der Abstand zwischen den anderen Proben untereinander und zu diesen Proben einige mm groß, was zu einem größeren Unterschied in der Kontaktqualität führen kann. Um herauszufinden, ob tatsächlich eine funktionale Abhängigkeit $\Gamma_{\text{McM}}(B)$ vorliegt, sind weitere Experimente notwendig. Dabei sollten mehrere nominell identische Proben und Proben mit verschiedenen Breiten W untersucht werden.

Eine Anpassung mit dem Modell an die Daten, die in der 2-Punkt-Anordnung gewonnen wurden, ist ebenfalls möglich. In Abbildung 4.16 sind die Messungen des kritischen Stromes (Symbole) mit den Anpassungen (Linien) für alle vier Proben dargestellt. Für die Anpassungen mussten allerdings andere Werte für die Transparenz $\tau_{2\text{DEG}}$ und die McMillan-Energie verwendet werden. Diese sind Tabelle 4.5 zusammengestellt. Die hohen kritischen Ströme bei tiefen Temperaturen ergaben sich nur dann, wenn eine Transparenz $\tau_{2\text{DEG}} > 0.8$ gewählt wurde. Gleichzeitig musste der McMillan-Parameter aber kleiner als bei den Messungen der 4-Punkt-Anordnung der gleichen Probe gewählt werden, da die $I_c(T)$ -Kurven der 2-Punkt-Anordnung steiler sind.

Leider ist es auch anhand dieser Ergebnisse nicht möglich, eine Erklärung dafür zu finden, dass in den beiden Messanordnungen verschiedene kritische Ströme gemessen

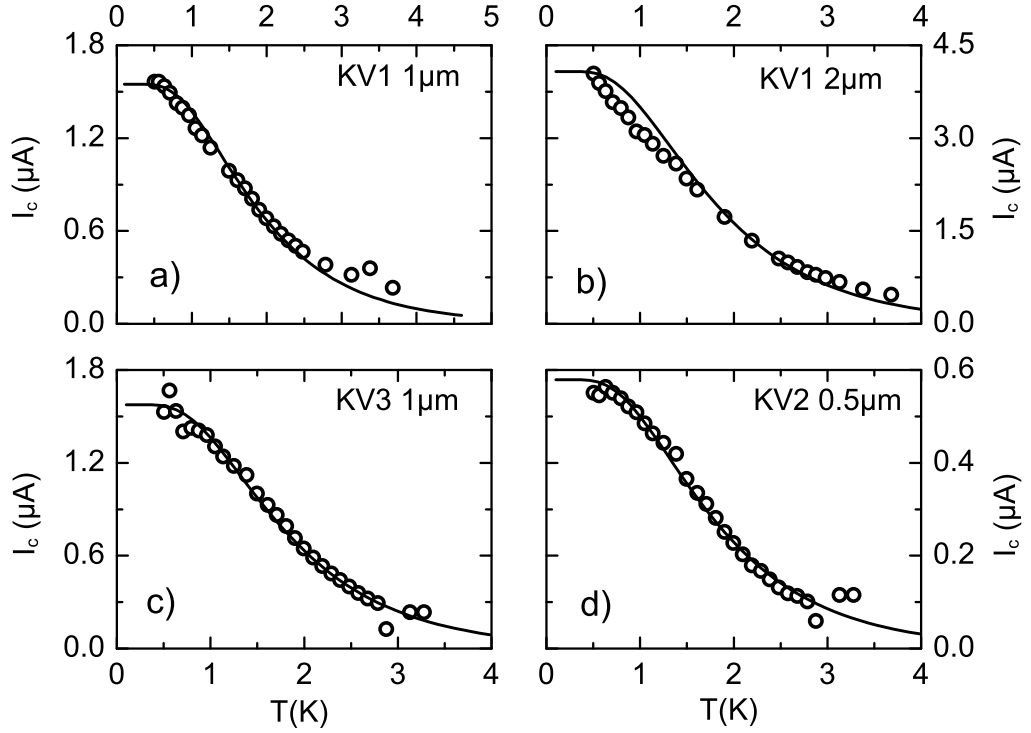


Abbildung 4.16: Kritischer Strom als Funktion der Temperatur für alle Proben in der 2-Punkt-Anordnung (Symbole). Die Linien stellen die Anpassung an Daten nach dem im Text skizzierten Modell dar. Die für die Anpassung verwendeten Parameter sind in Tabelle 4.5 zusammengestellt.

werden, denn sowohl die Transparenz $\tau_{2\text{DEG}}$ als auch der McMillan-Parameter Γ_{McM} , der ein Maß für die Qualität der Grenzfläche zwischen Niob und der InAs-Schicht ist, sollten nicht von der Anordnung, in der gemessen wurde, abhängig sein.

4.6 Temperaturabhängigkeit der Vielfach-Andreev-Reflexion und des Exzessstromes

Oberhalb des kritischen Stromes wird der Verlauf der Strom-Spannungs-Kennlinien in Josephson-Kontakten mit hoher Transparenz durch Andreev-Reflexion geprägt: Ist die am Kontakt abfallende Spannung $eU < 2\Delta$, treten subharmonische Strukturen aufgrund Vielfach-Andreev-Reflexion auf. Für Spannungen $eU > 2\Delta$ wird ein Exzessstrom gemessen. Um diesbezüglich die Proben untersuchen zu können, wurden Messungen des differentiellen Widerstands bis zu großen Strömen $I \gg I_c$ durchgeführt. Aus den $R(I)$ -

Probe	N	$\tau_{2\text{DEG}}$	γ_B	Γ_{McM} (meV)	ε_g (meV)	τ_{SN}
KV1 2 μm	140	0.94	2.4	0.95	0.59	0.06
KV1 1 μm	70	0.89	2.5	0.91	0.58	0.06
KV3 1 μm	70	0.9	2.7	0.82	0.54	0.06
KV2 0.5 μm	35	0.85	3.2	0.70	0.48	0.05

Tabelle 4.5: Tabellarische Zusammenstellung der für die Anpassung an die $I_c(T)$ -Messungen in der 2-Punkt-Messanordnung nach dem im Text beschriebenen Modell notwendigen Parameter: Zahl der Kanäle im zweidimensionalen Elektronengas N , deren Transparenz $\tau_{2\text{DEG}}$, der Anpassungsparameter γ_B und der daraus berechnete McMillan-Parameter, sowie die Energielücke ε_g im zweidimensionalen Elektronengas. Weitere, für die Anpassung verwendete Parameter: Energielücke des Niobs $\Delta = 1.35 \text{ meV}$, kritische Temperatur des Niobs $T_c = 8.3 \text{ K}$, Fermi-Wellenvektor $k_F^N = 2.2 \cdot 10^8 \text{ 1/m}$ im zweidimensionalen Elektronengas, Länge $L = 600 \text{ nm}$ des Josephson-Kontaktes und Thouless-Energie des Josephson-Kontaktes $E_{\text{Th}} = 0.8 \text{ meV}$. Die Transparenz τ_{SN} der Grenzfläche zwischen dem Supraleiter und dem zweidimensionalen Elektronengas wurde aus der McMillan-Energie unter Verwendung der Gleichung (2.24) unter der Annahme, dass $L_N = 2d_N$, berechnet.

Kurven wurde durch numerische Integration die am Kontakt abgefallene Spannung berechnet und der Leitwert wurde als das Inverse des gemessenen Widerstands bestimmt. Abbildung 4.17 zeigt für alle vier Proben den mit dem Normalwiderstand normierten differentiellen Leitwert als Funktion der Spannung. Diese Messungen erfolgten in der 4-Punkt-Anordnung und die Temperatur betrug etwa 500 mK. Im Bereich kleiner Spannungen ist der Leitwert aufgrund der Vielfach-Andreev-Reflexion stark erhöht. Der Leitwert nimmt mit wachsender Spannung in mehreren Schritten ab, um bei etwa 3 mV den Wert $G_N = 1/R_N$ zu erreichen. Die Erhöhung des Leitwerts bei kleinen Spannungen ist für die Proben *KV1 2 μm* , *KV1 1 μm* und *KV3 1 μm* gleich groß. Bei der Probe *KV2 0.5 μm* ist sie jedoch etwa 20% geringer. Für bestimmte Spannungswerte U_{SGS} zeigen die Kurven Plateaus im Leitwert, die subharmonischen Strukturen zugeordnet werden können. Diese sind allerdings, verglichen mit den aus der Einkanaltheorie folgenden Strukturen bei gleicher Transparenz $\tau_{2\text{DEG}} = 0.8$ (vergleiche Abbildung 2.11), schwach ausgeprägt. Am deutlichsten sind sie für die breiteste Probe zu erkennen. Die Messung an dieser Probe ist in Abbildung 4.18 nur für den Bereich positiver Spannungen dargestellt. Die Pfeile deuten eine mögliche Indizierung der subharmonischen Strukturen nach Gleichung (2.27) an. Die Zahlen stehen dabei für die Zahl n der Andreev-Reflexionen, die erforderlich sind, damit ein Quasiteilchen genug Energie erhält, um in einem der Supraleiter einen freien Zustand anzutreffen. Eine Indizierung bis zur Ordnung $n = 9$ ist möglich, wobei allerdings angenommen wurde, dass die Struktur bei $n = 7$ zu schwach ist, um erkennbar zu sein. Der in Abbildung 4.18 eingefügte Graph zeigt die Position U_{SGS} der subharmonischen Strukturen aufgetragen gegen $1/n$ für alle Proben. Aus der Steigung der Ausgleichsgeraden folgt für die Energielücke $\Delta = 1.35 \text{ meV}$. Dies entspricht der, gegenüber dem in Referenz 32 angegebenen Wert von 1.45 meV etwas reduzierten,

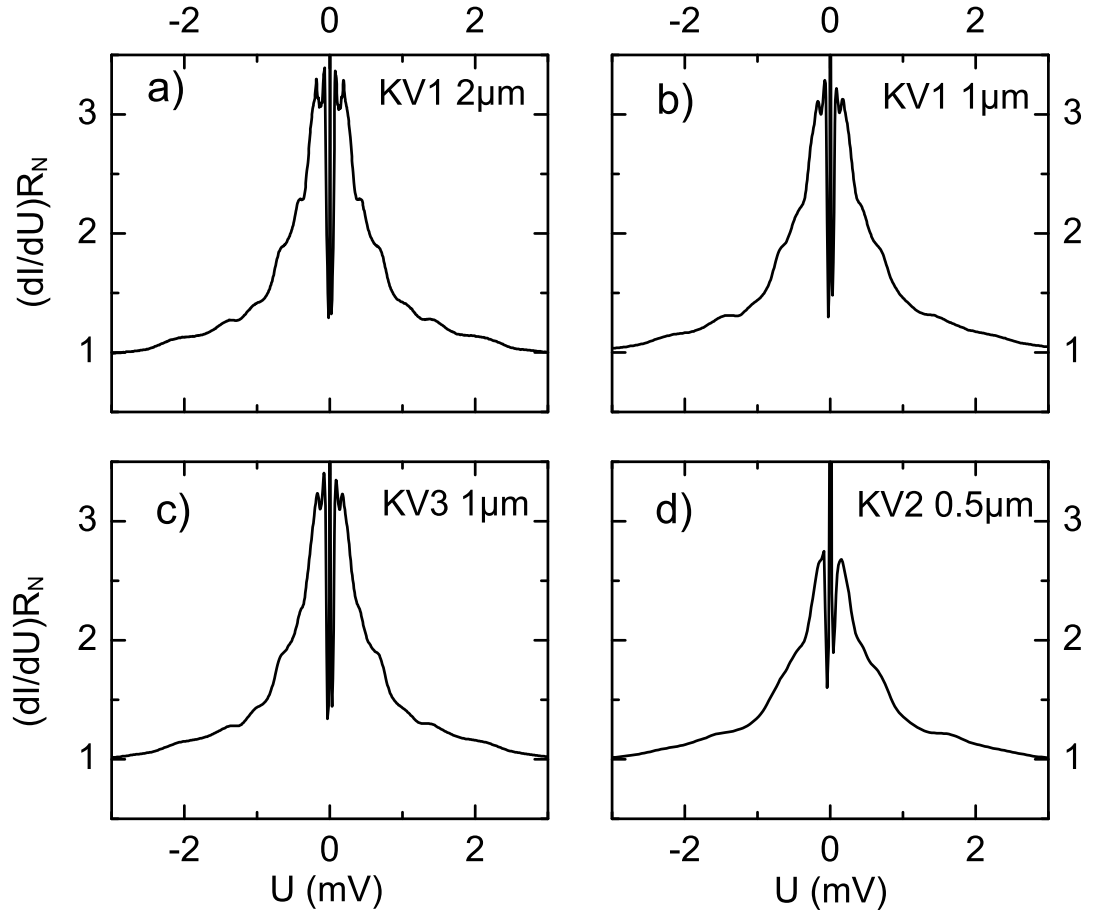


Abbildung 4.17: Mit dem Normalwiderstand R_N normierter differentieller Leitwert dI/dU als Funktion der an der Probe abfallenden Spannung U für die vier verschiedenen Proben. Die Messungen wurden in der 4-Punkt-Messanordnung bei $T \approx 500$ mK durchgeführt.

Energielücke von Niob. Die Punkte bei $n = 1$ liegen unterhalb der Ausgleichsgeraden. Ursache hierfür sind vermutlich Heizeffekte. Da die Widerstände der Proben relativ klein sind, benötigt man um $eU = 2\Delta$ zu erreichen hohe Ströme, die wiederum die Proben heizen.

Im Bereich sehr kleiner Spannungen $U \lesssim 0.25$ mV sind zusätzliche Strukturen im differentiellen Leitwert zu erkennen. Diese sind im Vergleich zu den Strukturen bei größeren Spannungen sehr deutlich. Da mit steigender Ordnung n aber die subharmonischen Strukturen schwächer werden, scheint es unwahrscheinlich, dass diese Strukturen noch höheren Ordnungen der Vielfach-Andreev-Reflexion entsprechen. Der Ursprung dieser Strukturen konnte bisher nicht ermittelt werden.

Eine weitere Frage ist, warum die subharmonischen Strukturen so schwach ausgeprägt sind. In Abbildung 2.11 ist zu erkennen, dass bei sehr hoher Transparenz $\tau = 0.9$ die

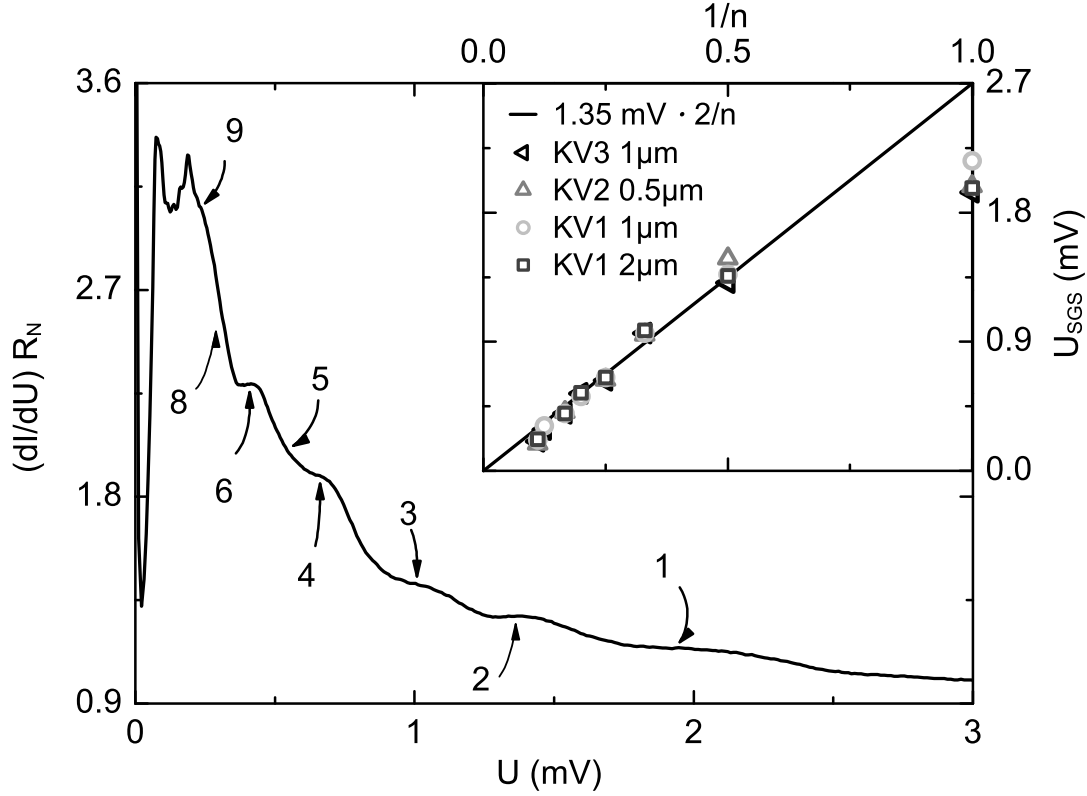


Abbildung 4.18: Mit R_N normierter differentieller Leitwert dI/dU als Funktion der an der Probe abfallenden Spannung U für die Probe KV1 $2\mu\text{m}$. Die Pfeile zeigen subharmonischen Strukturen bei Spannungswerten $U_{SGS} = 2\Delta/ne$ an. Bei sehr kleinen Spannungen sind weitere Strukturen mit zwei ausgeprägten Maxima zu erkennen. Der Ursprung dieser Strukturen ist unbekannt. Die eingefügte Abbildung zeigt die Position U_{SGS} als Funktion von $1/n$. Aus der Steigung der Ausgleichsgeraden erhält man die Energielücke des Niob: $\Delta = 1.35\text{ meV}$.

Strukturen ebenfalls sehr schwach sind. Relevant ist in diesem Zusammenhang die Transparenz $\tau_{2\text{DEG}} \approx 0.8$ des Punktkontaktes [67]. Allerdings sind in Abbildung 2.11 bereits bei $\tau = 0.8$ deutliche Maxima im Leitwert zu erkennen. Diese kommen auch deswegen zustande, da die Zustandsdichte eines Supraleiters entsprechend der BCS-Theorie, wie sie der Berechnung der Strom-Spannungs-Kennlinien in Abbildung 2.11 zugrunde gelegt wurde, bei $E = E_F \pm \Delta$ gegen unendlich geht. Ist die Zustandsdichte des realen Supraleiters allerdings ausgeschmiert, führt dies auch zu einem Verschmieren der Strukturen im Leitwert [71].

Abbildung 4.19 zeigt die Temperaturabhängigkeit der subharmonischen Strukturen am Beispiel der Probe KV1 $2\mu\text{m}$. In Abbildung 4.19 a) sind Messungen des differentiellen Leitwerts für Temperaturen im Bereich zwischen 0.6 K und 7.6 K dargestellt. Um den Temperaturverlauf zu verdeutlichen, wurden die einzelnen Kurven gegenüber der

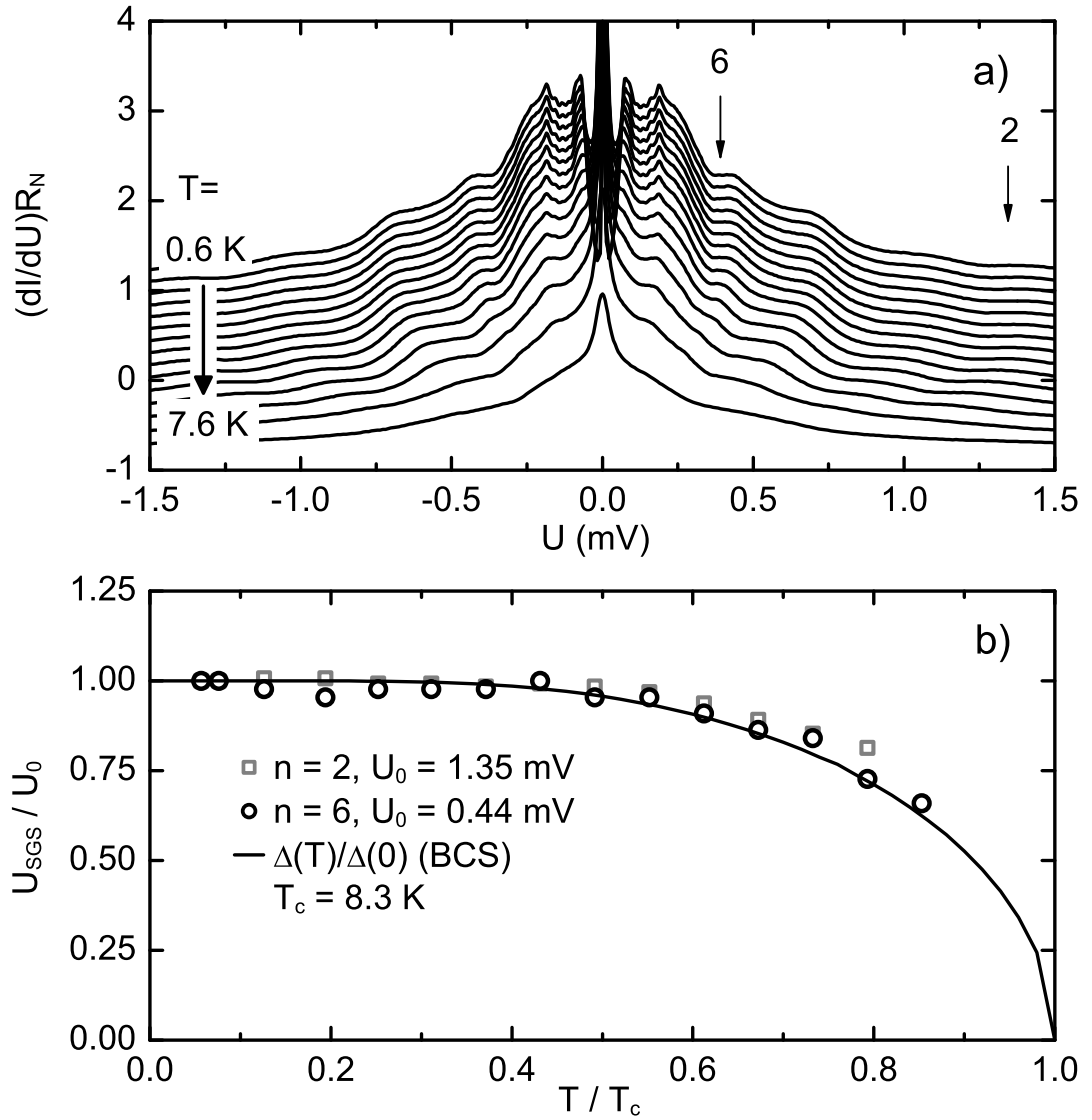


Abbildung 4.19: Teilbild a): Mit R_N normierter differentieller Leitwert dI/dU als Funktion der an der Probe abfallenden Spannung U für verschiedene Temperaturen T am Beispiel der Probe KV1 $2\mu\text{m}$. Dabei ist $T = 0.6\text{ K}, 1.1\text{ K}, 1.6\text{ K}, 2.1\text{ K}, 2.6\text{ K}, 3.1\text{ K}, 3.6\text{ K}, 4.1\text{ K}, 4.6\text{ K}, 5.1\text{ K}, 5.6\text{ K}, 6.1\text{ K}, 6.6\text{ K}, 7.1\text{ K}, 7.6\text{ K}$ und die Kurven wurden, von der Messung bei 0.6 K beginnend, jeweils um $-1.4 \cdot 10^{-3} R_N$ gegeneinander verschoben. Teilbild b): Normierte Position U_{SGS}/U_0 als Funktion der normierten Temperatur T/T_c der subharmonischen Strukturen mit $n = 2$ und $n = 6$. Die Ausgleichskurve beschreibt das Temperaturverhalten der supraleitenden Energielücke nach der BCS-Theorie. Die Werte für die Ausgleichskurve wurden Referenz 70 entnommen.

Kurve bei 0.6 K um $-1.4 \cdot 10^{-3} R_N$ verschoben. Bis etwa 4 K verändert sich die Position der Strukturen kaum, danach treten sie bei immer kleineren Spannungen auf. Dieses Verhalten ist in Abbildung 4.19 b) noch deutlicher zu erkennen. Hier ist die Position U_{SGS} der subharmonischen Strukturen mit $n = 2$ und $n = 6$ als Funktion der normierten Temperatur T/T_c dargestellt. Um die Werte besser vergleichen zu können, wurden die Spannung U_{SGS} jeweils auf ihren Wert $U_0 = U_{SGS}(T = 500 \text{ mK})$ bei tiefster Temperatur normiert. Das Temperaturverhalten der subharmonischen Strukturen und damit das der Energielücke kann durch die aus der BCS-Theorie folgende Temperaturabhängigkeit $\Delta(T)/\Delta_0$ (Ausgleichskurve in Abbildung 4.19 b)) beschrieben werden, wenn $T_c = 8.3 \text{ K}$ und $\Delta_0 = 1.35 \text{ meV}$ gewählt wird. Mit diesen Werten folgt für das Verhältnis $\Delta/k_B T_c = 1.89$. Diese Abweichung von dem aus der BCS-Theorie folgenden Wert ($\Delta/k_B T_c = 1.76$) stimmt mit den in der Literatur angegebenen Werten überein (siehe z. B. Referenz 43). Die relevante Energielücke für die subharmonischen Strukturen ist also die des Niobs. In den Strukturen gibt es keine Hinweise auf den Einfluss einer kleineren Energielücke des Proximity-Supraleiters im zweidimensionalen Elektronengas. Allerdings ist dies auch nicht zu erwarten, denn die Anzahl der Andreev-Reflexionen bei einem festen Spannungswert ist durch den Wert der Energielücke des Niobs gegeben. Erst wenn die Energie des Quasiteilchens größer als die Niobenergielücke ist, kann es einen Einteilchenzustand erreichen.

Abbildung 4.20 a) zeigt Strom-Spannungs-Kennlinien der Probe *KV3 1 μm* im Bereich von 0 bis 5 mV für $T = 0.5 \text{ K}$, 7.6 K und 9.1 K . Die Kennlinie bei $T = 9.1 \text{ K}$ ist, da die Temperatur größer als die kritische Temperatur des Niobs ist, eine ohmsche Gerade, deren Steigung gleich dem Normalwiderstand der Probe ist. Die Kennlinien unterhalb der kritischen Temperatur hingegen sind für Spannungen kleiner $\sim 2 \text{ mV}$ aufgrund der Vielfach-Andreev-Reflexion nichtlinear und zeigen einen temperaturabhängigen Exzessstrom.

In Abbildung 4.20 b) ist das Produkt $I_{exc} R_N$ für alle Proben als Funktion der Temperatur aufgetragen. Die Daten wurden aus den Strom-Spannungs-Kennlinien gewonnen, indem der Stromachsenabschnitt einer bei hohen Spannungen an die Kennlinien angelegten und nach $U = 0$ verlängerten Geraden bestimmt wurde (siehe Teilbild a)). Wie schon bei den subharmonischen Strukturen ist hier eine Anpassung der Daten durch die temperaturabhängige Energielücke $\Delta(T)$ möglich. Auch in diesem Fall ist $T_c = 8.3 \text{ K}$. Allerdings muss $\Delta(T)$ mit einem Faktor multipliziert werden, der nach der Formel (2.26) eine Funktion der Transparenz der Grenzfläche ist, an der die Andreev-Reflexion stattfindet. Für die Proben *KV1 1 μm* , *KV1 2 μm* und *KV3 1 μm* ist dieser Faktor gleich und beträgt $1.68 \text{ mV}/\Delta_0$. Bei der schmalsten Probe (*KV2 0.5 μm*) hingegen ist dieser Faktor mit $1.39 \text{ mV}/\Delta_0$ etwa 20% geringer. Im vorherigen Abschnitt wurde bereits erwähnt, dass die Erhöhung des Leitwerts bei kleinen Spannungen bei dieser Probe ebenfalls um ca. 20% geringer ist (siehe Abbildung 4.17). Da sowohl der Exzessstrom als auch die Erhöhung des Leitwerts aus der Andreev-Reflexion folgen und Heizeffekte nicht die Ursache sein können⁹, muss angenommen werden, dass bei der Probe *KV2 0.5 μm* die

⁹Aufgrund der hohen Ströme, die bei niederohmigen Proben notwendig sind, um die erforderlichen Spannungen ($\sim 2\Delta(T)$) zu erreichen, können sich die Proben aufheizen, so dass der Exzessstrom reduziert

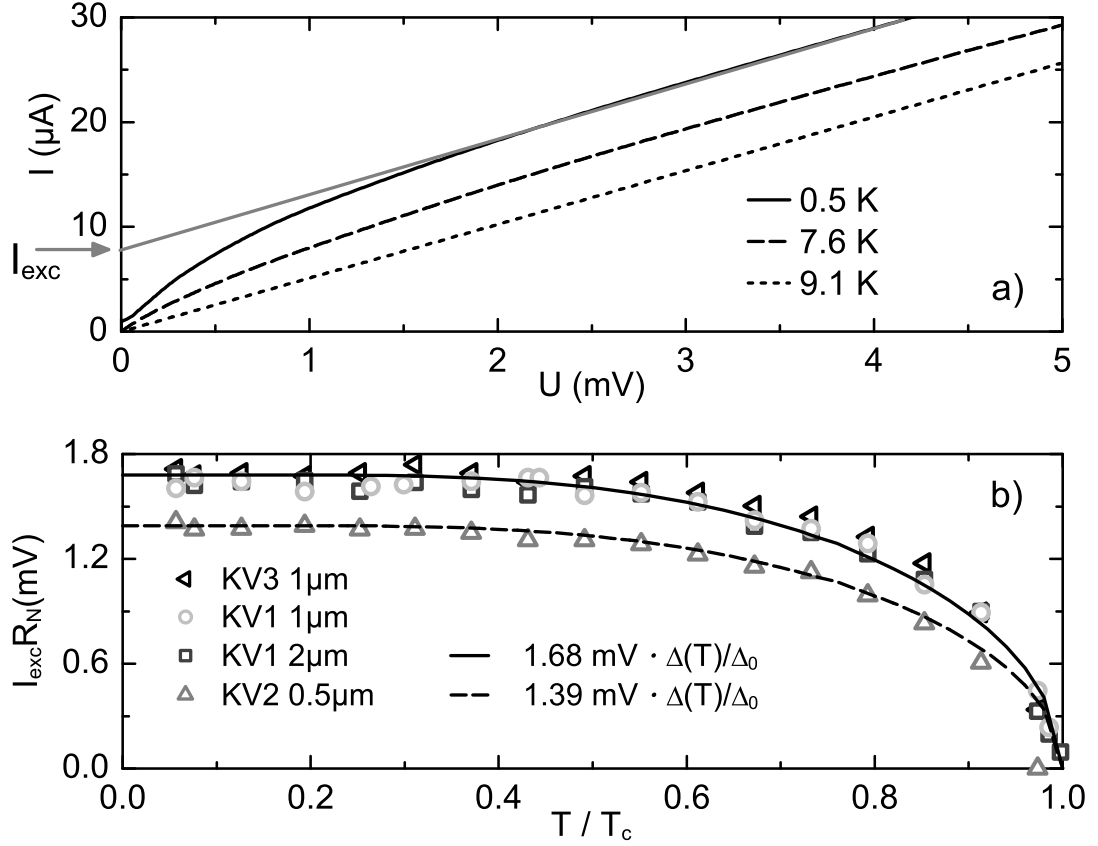


Abbildung 4.20: Teilbild a): Strom-Spannungs-Kennlinien der Probe KV3 $1\mu\text{m}$ für verschiedene Temperaturen (vgl. Text).

Teilbild b): Mit dem Normalwiderstand R_N multiplizierter Exzesstrom I_{exc} aller Proben als Funktion der mit $T_c = 8.3 \text{ K}$ normierten Temperatur. Die durchgezogenen Linien sind proportional zur BCS-Energielücke $\Delta(T)$.

Andreev-Reflexions-Wahrscheinlichkeit gegenüber der in den anderen Proben reduziert ist. Interessanter Weise macht sich dies nicht im kritischen Strom bemerkbar: Das Produkt $I_c R_N$ (für die 4-Punkt-Messanordnung) ist für alle Proben gleich.

Nimmt man an, dass die Andreev-Reflexion ausschließlich an der Grenzfläche zwischen dem zweidimensionalen Elektronengas und dem Niob stattfindet, so erhält man aus Gleichung (2.26) mit $\Delta_0 = 1.35 \text{ meV}$ und $eI_{\text{exc}} R_N / \Delta_0 = 1.68 / 1.35 = 1.24$ eine Abschätzung für die Transparenz der Grenzfläche: $\tau_{SN} = 0.67$. Für die $0.5\mu\text{m}$ breite Probe folgt mit $I_{\text{exc}} R_N = 1.39 \text{ mV}$ $\tau = 0.59$. Diese Werte für die Transparenz sind sehr viel größer, als die Werte, die aus den Messungen der Temperaturabhängigkeit des kritischen Stromes folgen (siehe hierzu Tabelle 4.4 im vorangegangenen Kapitel 4.5).

wird. Dieser Effekt sollte aber, da $W = U^2/R$ gilt, für die Probe KV2 $0.5\mu\text{m}$, die den größten Widerstand hat, am geringsten sein.

Probe	$W(\mu\text{m})$	$B_{\min}(\text{mT})$	$\lambda_{\text{eff}}(\text{nm})$	$\lambda'_{\text{eff}}(\text{nm})$
KV1 $2\mu\text{m}$	2.1	0.8	320	930
KV1 $1\mu\text{m}$	1.1	1.6	290	880
KV3 $1\mu\text{m}$	1.1	1.6	290	880
KV2 $0.5\mu\text{m}$	0.5	-	-	-

Tabelle 4.6: Magnetfeld B_{\min} bei dem das erste Minimum im kritischen Strom auftritt und die daraus resultierende effektive Eindringtiefe unter der Annahme, dass die Periode der Oszillationen Φ_0 -periodisch (λ_{eff}) bzw. $\Phi_0/2$ -periodisch (λ'_{eff}) ist (Erläuterungen siehe Text).

Eine mögliche Erklärung für den großen Exzessstrom ergibt sich, wenn man annimmt, dass die Andreev-Reflexion nicht nur an der Grenzfläche zum Niob stattfindet, sondern außerdem auch an der Grenzfläche zum Proximity-Supraleiter im zweidimensionalen Elektronengas unterhalb der Niobschicht. Der gemessene Exzessstrom ist dann im einfachsten Fall die Summe zweier Exzessströme, deren Wert bestimmt wird durch die Energielücke im Niob $\Delta(T)$ und die Transparenz τ_{SN} bzw. die Energielücke im Proximity-Supraleiter $\varepsilon_g(T)$ und die Transparenz $\tau_{2\text{DEG}}$ der Grenzfläche innerhalb des zweidimensionalen Elektronengases. Dieser Gedanke wird noch einmal bei der Diskussion der Messungen des Exzessstromes in einem Magnetfeld senkrecht zur Ebene des zweidimensionalen Elektronengases aufgegriffen.

Im Gegensatz zu den Messungen des kritischen Stromes zeigen die Messungen im resistiven Bereich in den beiden Messanordnungen keine Unterschiede. Dies gilt sowohl für die subharmonischen Strukturen wie auch für den Exzessstrom.

4.7 Einfluss eines senkrechten Feldes auf den kritischen Strom

In diesem Abschnitt soll der Einfluss eines magnetischen Feldes, dessen Feldlinien senkrecht auf dem zweidimensionalen Elektronengas stehen (siehe Skizze in Abbildung 4.21), auf den kritischen Strom diskutiert werden.

Aufgrund eines den Josephson-Kontakt durchdringenden magnetischen Flusses kommt es zu Quanteninterferenzeffekten, die eine Variation des Suprastromes mit dem angelegten Feld bewirken, deren Gestalt von der Form des Josephson-Kontaktes abhängt. Für einen ausgedehnten Josephson-Kontakt¹⁰ mit einer homogenen Stromverteilung ergibt sich für den kritischen Strom eine Abhängigkeit von dem den Kontakt effektiv durch-

¹⁰Die Breite W sei größer als die effektive Länge $L_{\text{eff}} = L + 2\lambda_L(T, l_S)$, wobei L der Abstand der Supraleiter und $\lambda_L(T, l_S)$ die London'sche Eindringtiefe ist. Des Weiteren wird angenommen, dass sowohl W als auch L_{eff} nicht größer sind, als die Josephson-Eindringtiefe $\lambda_J = \sqrt{\Phi_0/2\pi\mu_0 j_c L_{\text{eff}}}$. j_c ist die räumliche Suprastromdichte. Berechnet man diese aus dem kritischen Strom mit $j_c = I_c/Wd_N$, so folgt $\lambda_J \approx 2\mu\text{m}$.

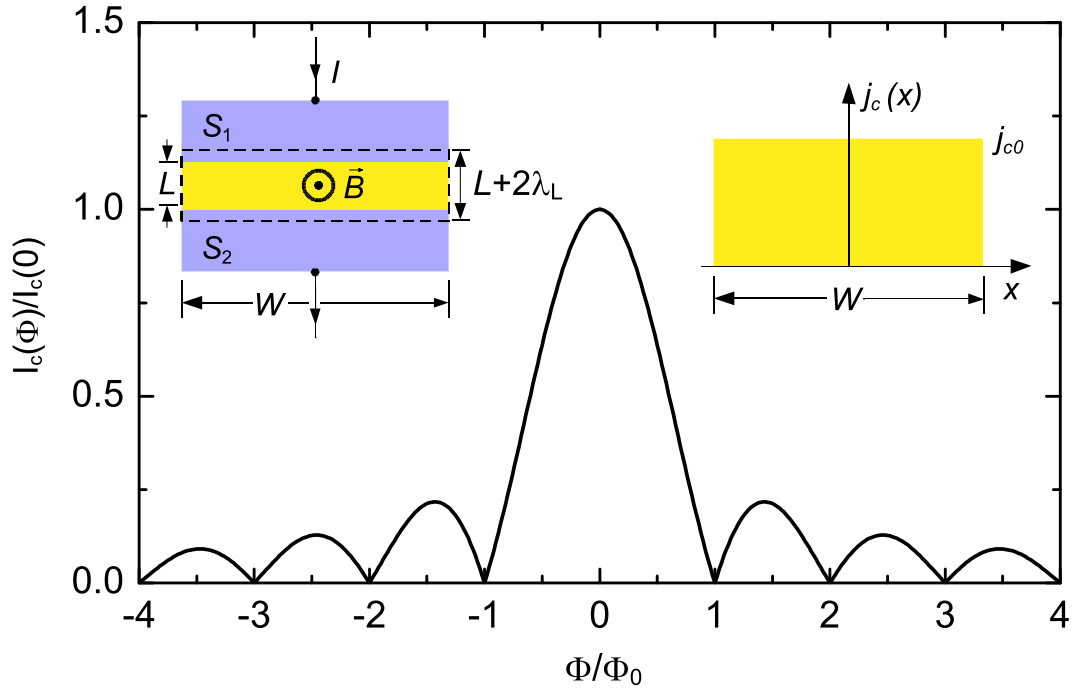


Abbildung 4.21: Mit Gleichung (4.12) berechnete Abhängigkeit des kritischen Stromes eines ausgedehnten Josephson-Kontaktes mit homogener Supraströmverteilung (wie sie in der rechten eingefügten Abbildung skizziert ist) von einem Magnetfeld senkrecht zur Kontaktebene. Die linke eingefügte Abbildung skizziert die Geometrie des Josephson-Kontaktes in der Draufsicht. Die magnetischen Feldlinien stehen senkrecht zur Bildebene.

dringenden Fluss Φ , die dem Beugungsmuster von Licht am Einfachspalt gleicht [72]:

$$I_c(\Phi) = I_c(0) \left| \frac{\sin(\pi \Phi / \Phi_0)}{\pi \Phi / \Phi_0} \right|. \quad (4.12)$$

Abbildung 4.21 zeigt den aus dieser Funktion berechneten Verlauf des kritischen Stromes als Funktion des mit Φ_0 normierten Flusses. In Analogie zur Optik wird dieser Verlauf oft auch als Fraunhofer-Muster bezeichnet. Der den Kontakt durchdringende Fluss ergibt sich aus den Abmessungen der Probe und dem äußeren Magnetfeld zu:

$$\Phi = (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n})A = BW(L + 2\lambda_L(T, l_S)) \sin \alpha, \quad (4.13)$$

wobei $B = |\mathbf{B}|$ der Betrag des Magnetfeldes ist, welcher bei der Beschreibung der Experimente der Einfachheit halber als das Magnetfeld bezeichnet wird. \mathbf{n} ist der Normalenvektor auf dem zweidimensionalen Elektronengas und A die vom Fluss durchdrungene Fläche. Es wird im folgenden angenommen, dass der Winkel α zwischen dem Magnetfeld und dem zweidimensionalen Elektronengas 90° betrug. Geringe Abweichungen von dem ideal senkrechten Fall spielen aufgrund der sinusförmigen Abhängigkeit in Gleichung

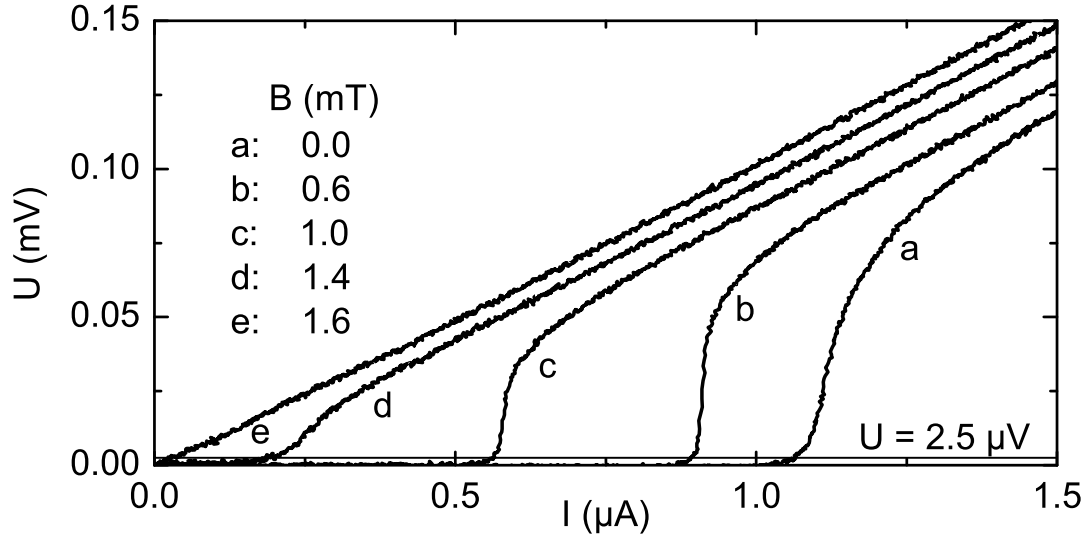


Abbildung 4.22: Strom-Spannungs-Kennlinien der Probe KV3 $1\mu\text{m}$ für verschiedene Magnetfelder. Das Spannungskriterium zur Bestimmung des kritischen Stromes wurde auf $2.5\mu\text{V}$ gelegt.

(4.13) keine Rolle. $\lambda_L(T, l_S)$ ist die London'sche Eindringtiefe. Die Gleichung (4.12) ist nur gültig, falls die Suprastromverteilung im Josephson-Kontakt homogen ist. Ist dies nicht der Fall, weicht die Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Stromes von dem durch Gleichung (4.12) beschriebenen Fraunhofer-Muster ab. Die Abweichung ist charakteristisch für die tatsächliche Stromverteilung. Es ist daher im Prinzip möglich, aus den $I_c(B)$ -Messungen Rückschlüsse auf diese zu ziehen. Die Messungen des kritischen Stromes im senkrechten Magnetfeld eignen sich also, um weitere Informationen über den Stromtransport in der untersuchten Probe zu erlangen. Insbesondere kann man Aussagen über die Homogenität der Stromverteilung machen.

Um die Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Stromes bestimmen zu können, wurde das Magnetfeld mit einer Rate von etwa $5\mu\text{T/s}$ von negativen zu positiven Feldern verändert. Währenddessen wurde mit dem Oszilloskop alle zwei Sekunden die Strom-Spannungs-Kennlinie der Josephson-Kontakte aufgezeichnet. Die Amplitude des angelegten Stromsignals wurde bei jeder Probe so gewählt, dass der maximale kritische Strom $I_c(0)$ gerade überschritten wurde. Die Frequenz des Sägezahnsignals betrug 122Hz . Dabei wurden für jede Probe etwa 1500 Strom-Spannungs-Kennlinien in einem Felddurchlauf aufgenommen. Um aus diesen den kritischen Strom bestimmen zu können, wurde in der Programmiersprache *Python* ein Programm geschrieben, das alle Datensätze nacheinander einliest und neben dem Magnetfeldwert, bei dem diese Messung aufgenommen wurde, zu einem vorgegebenen Spannungswert bzw. dem nächsthöheren Spannungswert, den Stromwert ausgibt. Es wurde also, wie bei den Messungen des kritischen Stromes als Funktion der Temperatur, I_c mittels eines Spannungskriteriums bestimmt. Abbildung 4.22 zeigt Strom-Spannungs-Kennlinien der Probe KV3 $1\mu\text{m}$ für einige Felder.

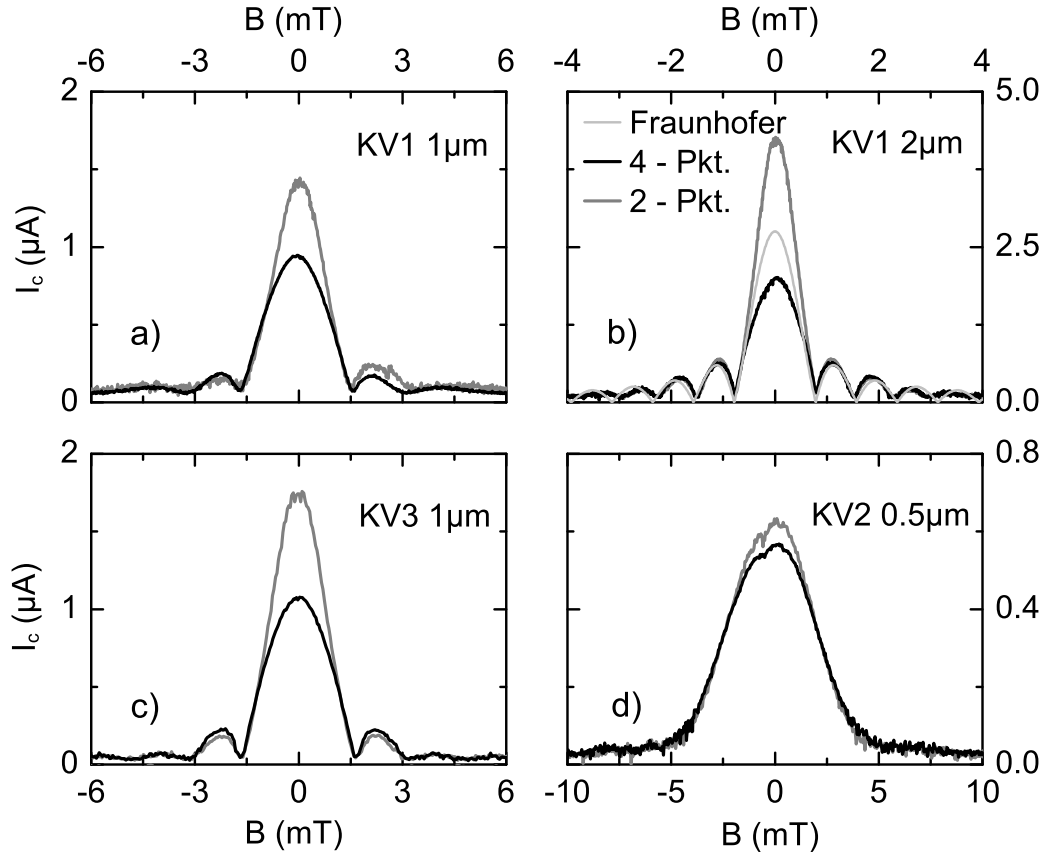


Abbildung 4.23: Kritischer Strom als Funktion des Magnetfeldes für alle vier Proben und die beiden Messanordnungen für $T = 0.5 \text{ K}$. Mit Ausnahme der Probe KV2 $0.5 \mu\text{m}$ zeigen alle Proben ein Fraunhofer-Muster, das jedoch von der theoretischen Kurve abweicht. Zur Verdeutlichung ist ein nach Gleichung (4.12) berechnetes Fraunhofer-Muster in Teilbild b) dargestellt (hellgraue Kurve).

Der Übergang in den resistiven Bereich erfolgt im dargestellten Magnetfeldbereich mit steigendem Feld bei immer kleineren Strömen. Dennoch findet er, und dies kann im Gegensatz zu den Strom-Spannungs-Kennlinien bei verschiedenen Temperaturen (Abbildung 4.12 c)) betrachtet werden, jeweils in einem engen Strombereich statt. Erst bei sehr kleinen kritischen Strömen (Kurve d) wird der Übergang etwas breiter. Die Kurve e ist eine ohmsche Gerade, der kritische Strom ist also Null. Die Verwendung eines Spannungskriteriums zur Ermittlung des kritischen Stromes hat aber zur Folge, dass auch in diesem Fall der vom Programm ausgegebene kritische Strom ungleich null ist. Dies hat zur Folge, dass die $I_c(B)$ -Kurven im Bereich kleiner kritischer Ströme etwas gestaucht sind und I_c scheinbar stets größer Null ist.

Abbildung 4.23 zeigt für alle Proben den kritischen Strom als Funktion des äußeren Magnetfeldes in der 4-Punkt- und der 2-Punkt-Messanordnung. Im Fall der Proben KV3

$1\mu\text{m}$ und KV2 $0.5\mu\text{m}$ wurde das Spannungskriterium entsprechend Gleichung (4.10) gewählt. Bei den beiden anderen Proben musste jedoch das Kriterium höher angesetzt werden, da bei diesen die Strom-Spannungs-Kennlinien stark verrauscht waren. Das Magnetfeld wurde mit einer Rate von $7\mu\text{T/s}$ bzw. $5\mu\text{T/s}$ von negativen zu positiven Feldern verändert. Die Temperatur, bei der die Messungen durchgeführt wurden, betrug etwa 0.5K . Die beiden $1\mu\text{m}$ breiten Proben sowie die $2\mu\text{m}$ breite Probe zeigen jeweils ein Fraunhofer-Muster, wobei die Oszillationen bis etwa 3mT deutlich erkennbar sind. Bei der $0.5\mu\text{m}$ breiten Probe hingegen nimmt der kritische Strom mit steigendem Feld monoton ab. Auch bei höheren Feldern werden keine Oszillationen beobachtet. Die Messungen in der 2-Punkt-Anordnung unterscheiden sich von denen in der 4-Punkt-Anordnung nur bei kleinen Feldern. Bei höheren Feldern liegen die Messungen beider Anordnungen übereinander. Den Feldern bei denen die Kurven zusammen fallen, kann keine besondere Bedeutung beigemessen werden, da die Ursache für die Unterschiede im kritischen Strom zwischen den beiden Messanordnungen unbekannt ist.

Das beobachtete Fraunhofer-Muster weicht bei allen Proben von der durch Gleichung (4.12) gegebenen Form ab. Um dies am Beispiel der Probe KV1 $2\mu\text{m}$ zu verdeutlichen, ist im Teilbild b) der Abbildung 4.23 neben den Messungen in den beiden Messanordnungen auch ein nach Gleichung (4.12) berechnetes Fraunhofer-Muster dargestellt. Diese Abweichungen weisen auf Inhomogenitäten in der Stromverteilung hin. Deren Ursache könnte z. B. eine geringere Beweglichkeit der Ladungsträger in den Randbereichen der Punktkontakte sein oder geringfügige Unterschiede in der Transparenz verschiedener Bereiche der Kontaktfläche.

Mit Gleichung (4.12) kann der Fluss Φ durch den Josephson-Kontakt berechnet werden. Aus der Position B_{min} der Minima des kritischen Stromes im Fraunhofer-Muster folgt mit Gleichung (4.13) für die vom Feld durchdrungene Fläche

$$A = W(L + 2\lambda_L(T, l_S)) = \frac{\Phi_0}{B_{min}^n/n}, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (4.14)$$

sofern $\sin \alpha = 1$. n ist die Ordnungszahl des Minimums, wobei $n = 1$ dem ersten Minimum bei positiven Feldern entspricht. Da die Breite W und die Länge L für die Proben bekannt sind, kann auf diese Weise die London'sche Eindringtiefe des Niobs abgeschätzt werden. Für alle Proben ergibt sich, mit Ausnahme der $0.5\mu\text{m}$ breiten Probe, bei der keine Minima auftreten, $\lambda_L(T, l_S) \approx 300\text{nm}$. In einem Supraleiter, bei dem die mittlere freie Weglänge l sehr viel kleiner als die BCS-Kohärenzlänge ξ_0 ist, gilt für die l -abhängige Eindringtiefe [21]:

$$\lambda_L(T, l_S) = \lambda_L \sqrt{\frac{\xi_0}{l}} j(T). \quad (4.15)$$

Dabei ist $\lambda_L \equiv \lambda_L(T, \infty)$ die London'sche Eindringtiefe für den reinen Supraleiter. Der Faktor $j(T)$ liegt zwischen 1 bei $T = 0\text{K}$ und 0.88 bei T_c . Mit den in Tabelle 3.1 angegebenen Werten für λ_L , ξ_0 und l_S und der Annahme, dass $j(T) = 1$, da die Messungen bei $T \ll T_c$ durchgeführt wurden, kann die Eindringtiefe des im Experiment verwendeten Niobs abgeschätzt werden. Es folgt $\lambda_L(T, l_S) \approx 130\text{nm}$. Dieser Wert ist nur etwa halb so groß, wie der aus den Messungen des Fraunhofer-Musters folgende

Wert ($\lambda_L(T, l_S) \approx 300 \text{ nm}$). Da ein Supraleiter ein Magnetfeld, das kleiner als das untere kritische Feld B_{c1} ist, aus seinem Inneren verdrängt, wird das Feld zwischen den supraleitenden Streifen komprimiert, und es ist damit in diesem Bereich stärker als das von außen angelegte Feld. Es kann daher angenommen werden, dass dieser Effekt dazu führt, dass auf die oben beschriebene Weise nicht die London'sche Eindringtiefe, sondern eine effektive Eindringtiefe λ_{eff} , die größer als $\lambda_L(T, l_S)$ sein kann, bestimmt wird. (Die Messungen wurden im Bereich einiger mT durchgeführt. Die Felder waren damit kleiner als $B_{c1} \approx 25 \text{ mT}$.) In Tabelle 4.6 ist für alle Proben, mit Ausnahme der $0.5 \mu\text{m}$ breiten Probe, bei der keine Minima im kritischen Strom auftreten, B_{min} und das daraus bestimmte λ_{eff} zusammengestellt.

In Referenz 73 wurde für Josephson-Kontakte, bei denen Länge und Breite des Kontaktes vergleichbar waren, eine Periode von $2\Phi_0$ des kritischen Stromes beobachtet, an Stelle der nach Gleichung (4.12) zu erwartenden Periode von Φ_0 . Da bei den in der vorliegenden Arbeit untersuchten Proben ebenfalls $W \approx L$ gilt, ist es also möglich, dass die Periode der Fraunhofer-Oszillationen $\approx h/e$ ist, also doppelt so groß wie für ausgedehnte Josephson-Kontakte mit $W \gg L$. In diesem Fall erhält man $\lambda'_{eff} \approx 900 \text{ nm}$. Dieser Wert entspricht der Breite $W_s = 1 \mu\text{m}$ der Niobstreifen und die gesamte Fläche des Josephson-Kontaktes ist von Feld durchdrungen. In Tabelle 4.6 ist die unter dieser Annahme berechnete effektive Eindringtiefe mit λ'_{eff} benannt.

Anhand der vorliegenden Ergebnisse ist es nicht möglich, mit Sicherheit zu sagen, welches die „wahre“ Periode der untersuchten Josephson-Kontakte ist. Die London'sche Eindringtiefe ist mit ca. 130 nm sehr viel kürzer als der Wert $\lambda'_{eff} \approx 900 \text{ nm}$, den man erhält, wenn man annimmt, dass die Periode $2\Phi_0$ ist. Es scheint daher wahrscheinlicher, dass in den in dieser Arbeit vorgestellten Messungen eine Periode von einem supraleitenden Flussquant beobachtet wird. Es soll daher im Folgenden angenommen werden, dass die beobachteten Oszillationen eine Periode von Φ_0 haben. Wichtig ist vor allen Dingen, dass bei Messungen des kritischen Stromes als Funktion eines senkrechten Magnetfeldes ein Fraunhofer-Muster beobachtet wird.

4.8 Vielfach-Andreev-Reflexion und Exzessstrom im senkrechten Magnetfeld

Um die Abhängigkeit des Exzessstromes und der Vielfach-Andreev-Reflexion vom äußeren Magnetfeld zu untersuchen, wurde der differentielle Widerstand als Funktion des Stromes bei verschiedenen Magnetfeldern gemessen. Dabei wurde das Stromsignal bis zu sehr hohen Strömen durchgefahren, so dass für die am Kontakt abfallende maximale Spannung $eU \gg 2\Delta$ gilt. Abbildung 4.24 Teilbild a) zeigt für die Probe *KV1* $1 \mu\text{m}$ (4-Punkt-Messanordnung) die aus den $R(I)$ -Messungen ermittelten Strom-Spannungskennlinien für einige Felder. Aus diesen Messungen wurde der Exzessstrom auf dieselbe Art bestimmt, die bei der Temperaturabhängigkeit $I_{exc}(T)$ verwendet wurde (siehe Kapitel 4.6). Während jedoch die Steigung der Strom-Spannungskennlinien bei verschiedenen Temperaturen immer gleich war, ist dies für verschiedene Magnetfelder nicht

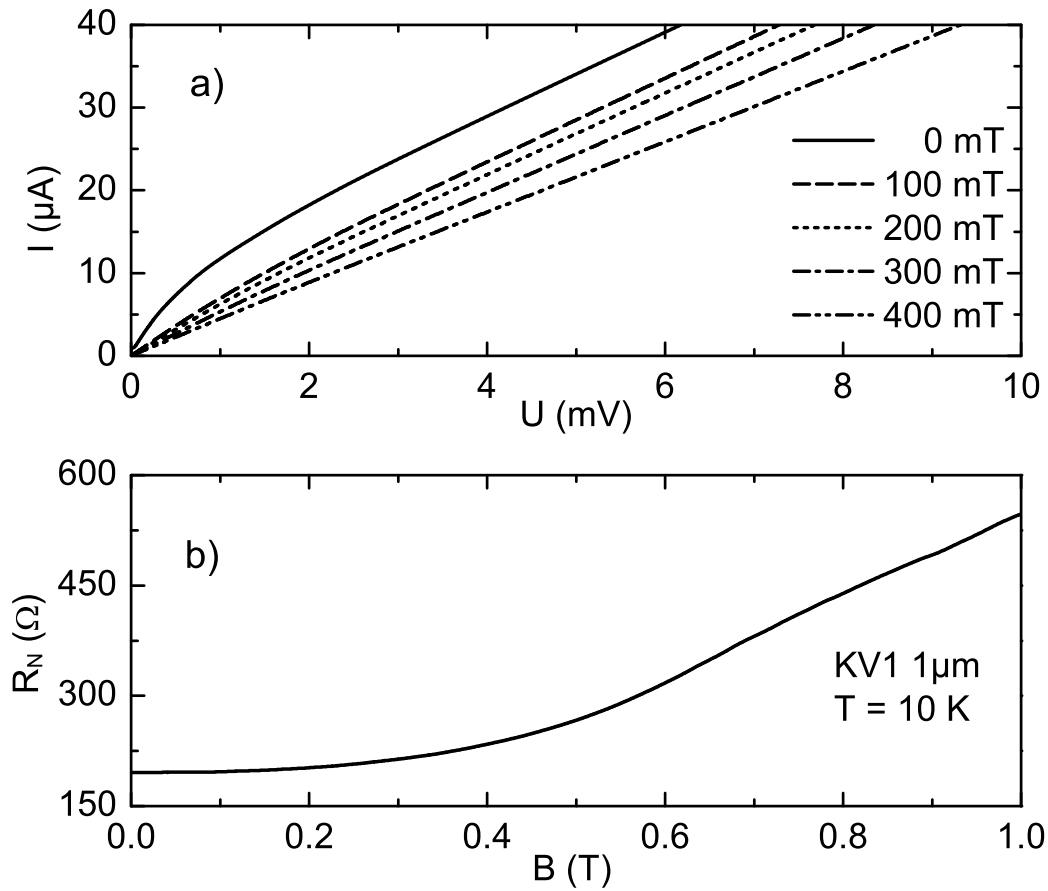


Abbildung 4.24: Teilbild a): Strom-Spannungs-Kennlinien für verschiedene Magnetfelder von 0 bis 0.4 T

Teilbild b): Widerstand oberhalb der kritischen Temperatur des Niobs als Funktion eines senkrechten Magnetfeldes. Die Messungen wurden an der Probe KV1 $1\mu\text{m}$ durchgeführt.

der Fall. Ab etwa 200 mT wird die Steigung kleiner, da mit steigendem Magnetfeld der Normalwiderstand der Probe zunimmt. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 4.24 Teilbild b) am Beispiel der Probe KV1 $1\mu\text{m}$ dargestellt. Die Messungen wurden bei 10 K durchgeführt. Der Widerstand ist bis 0.2 T nahezu konstant und wächst dann langsam an. Aufgrund des Hall-Effekts gelangen mit steigendem Magnetfeld immer weniger Ladungsträger direkt von einer Niobelektrode zur anderen, der Stromfluss wird an den Rand gedrängt. Zusätzlich verringert sich die Zahl der Randkanäle, da der Füllfaktor abnimmt. Insgesamt nimmt also der Widerstand zu. Bei der Bestimmung des Exzessstromes wurde die Zunahme des Normalwiderstands berücksichtigt, indem für jede Kennlinie die Steigung bei hohen Spannungen neu bestimmt wurde.

In Abbildung 4.25 ist das Produkt $I_{exc}R_N$ für die Proben KV1 $1\mu\text{m}$ und KV3 $1\mu\text{m}$ als Funktion des senkrechten äußeren Magnetfeldes dargestellt. Da die Magnetfeldabhängig-

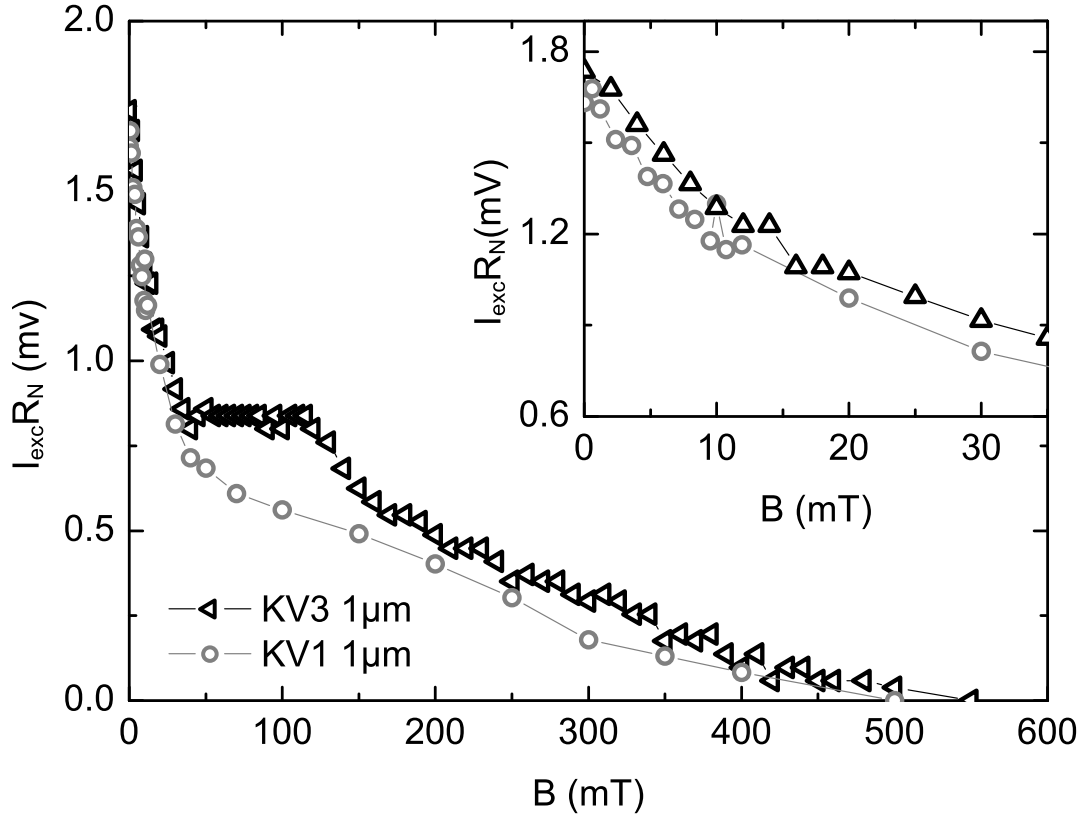


Abbildung 4.25: Das Produkt $I_{exc}R_N$ als Funktion eines zur Ebene des zweidimensionalen Elektronengases senkrechten Magnetfeldes für die Proben KV3 $1\mu\text{m}$ und KV1 $1\mu\text{m}$. Die eingefügte Abbildung zeigt einen Ausschnitt bei kleinen Feldern bis 35 mT.

keit von R_N den Gesamtverlauf von $I_{exc}R_N$ nur geringfügig beeinflusst, ist es möglich, an dieser Stelle den Normalwiderstand $R_N = R_N(0)$ im Nullfeld zu verwenden. Die Messungen können in zwei Bereiche eingeteilt werden. Im Bereich zwischen 0 mT und etwa 35 mT nimmt $I_{exc}R_N$ sehr stark von etwa 1.8 mV auf 0.9 mV ab. In der eingefügten Abbildung ist dieser Bereich zur Verdeutlichung vergrößert dargestellt. Die Ergebnisse für die beiden Proben unterscheiden sich nur geringfügig. Ab 35 mT nimmt der Exzessstrom der Probe KV1 $1\mu\text{m}$ weiterhin ab, allerdings deutlich langsamer als bei kleinen Feldern. Erst bei etwa 500 mT wird der Exzessstrom null. Der Exzessstrom der Probe KV3 $1\mu\text{m}$ zeigt zwischen 35 mT und 115 mT eine schulterartige Struktur ($I_{exc}R_N \approx 0.8\text{ mV}$), deren Ursprung unklar ist und die nur bei dieser Probe beobachtet wird. Danach nimmt auch bei dieser Probe der Exzessstrom ab, um bei etwa 550 mT zu null zu werden.

Nach Gleichung (2.26) (die tatsächlich nur für $B = 0$ gültig ist) ist der Exzessstrom nur von der Energielücke des Supraleiters und der Transparenz der Barriere abhängig. Die Qualität der Barriere wird nicht von einem äußeren Magnetfeld beeinflusst und ist daher unbedeutend für die Magnetfeldabhängigkeit des Exzessstromes. Die Energielücke hingegen wird aufgrund paarbrechender Effekte durch ein Magnetfeld reduziert. Die starke

Abnahme von I_{exc} bei kleinen Feldern, gefolgt von einer sehr viel langsameren Abnahme, kann nicht nur durch die Magnetfeldabhängigkeit der Energielücke vom Niob erklärt werden. Eine mögliche Interpretation ergibt sich unter der Annahme, dass Andreev-Reflexion sowohl an der Grenzfläche zum Niob mit niedriger Transparenz wie auch an der zum Proximity-Supraleiter unterhalb des Niobs im zweidimensionalen Elektronengas mit hoher Transparenz stattfinden kann. Beide „Arten“ der Andreev-Reflexion würden dann zum Gesamtexzessstrom beitragen. Im einfachsten Fall wäre dieser die Summe beider Beiträge. Da im Bereich bis ca. 30 mT das Magnetfeld keinen Einfluss auf die Energielücke des Niobs hat, folgt, dass in diesem Bereich des starken Abfalls von I_{exc} der Beitrag durch den Proximity-Supraleiter unterdrückt wird. Hierbei wird angenommen, dass der Proximity-Supraleiter bei Feldern zerstört wird, die deutlich kleiner sind als das kritische Feld des induzierenden Supraleiters [1]. Der langsamere Abfall von I_{exc} bei höheren Feldern wäre dann dem Einfluss des Magnetfeldes auf die Andreev-Reflexion an der Niobenergielücke zuzuordnen. Dabei müssen neben der Reduzierung der Energielücke weitere Effekte vorhanden sein, denn bei $B = 0.5$ T ist $2\alpha(B)/\Delta_0 \approx 0.3$ und die spektrale Energielücke ist für diesen Wert von α etwa $0.5\Delta_0$ (siehe eingefügte Abbildung in Abbildung 2.2). Da B_{c1} des Niobs in den untersuchten Proben mit $B_{c1} \approx 26$ mT sehr niedrig ist (siehe Tabelle 3.1), wäre denkbar, dass Flussschläuche eine Rolle spielen. Da der Supraleiter innerhalb eines Flussschlauches normaleitend ist, wird ein Elektron in diesem Bereich keine Andreev-Reflexion erfahren und daher nicht zum Exzessstrom beitragen [74]. Außerdem kann ein Loch, das bei einer Andreev-Reflexion an der Grenzfläche zu dem einen Supraleiter reflektiert wurde, wobei ein Elektron-Cooper-Paar im Supraleiter entstanden ist, aufgrund der Lorentz-Kraft an dieselbe Grenzfläche zurückkehren. Findet an dieser Grenzfläche erneut eine Andreev-Reflexion statt, wird ein Elektron reflektiert und es entsteht ein Loch-Cooper-Paar im Supraleiter. Erreicht nun dieses Elektron den anderen Supraleiter, entspricht der gesamte Vorgang, trotz der beiden Andreev-Reflexionen, der Reflexion eines Elektrons. Dies hat zur Folge, dass die Reflexionswahrscheinlichkeit zunimmt und die Transparenz der Kontakte scheinbar mit dem Magnetfeld abnimmt [75]. In den Messungen sollte sich dieser Vorgang durch eine Abnahme des Exzessstroms äußern. Da der Zyklotronradius im zweidimensionalen Elektronengas $r_B = 145 \text{ nm}/B[\text{T}]$ und der Abstand zwischen den beiden Supraleitern 600 nm beträgt, ist eine Rückkehr zum selben Supraleiter ab etwa 250 mT möglich. Die $I_{exc}(B)$ -Messungen zeigen im Bereich dieses Feldwertes keine besonderen Merkmale (z. B. eine Änderung der Steigung). Es fehlen also konkrete Hinweise, dass dieser Vorgang die Magnetfeldabhängigkeit des Exzessstromes beeinflusst. Diese Überlegungen müssen also, ebenso wie jene zu dem Einfluss von Flussschläuchen, als eine allgemeine Betrachtung über mögliche, den Exzessstrom reduzierende, Effekte betrachtet werden, ohne dass eine quantitative Aussage möglich ist.

Eine andere Interpretation ergibt sich in Analogie zu den Interpretationen der Ergebnisse im parallelen Magnetfeld (siehe Kapitel 4.9). In Referenz 76 wurde gezeigt, dass ein paralleles magnetisches Feld die Andreev-Reflexion in ballistischen Systemen aufgrund diamagnetischer Abschirmströme beeinflussen kann. Es wäre denkbar, dass auch im senkrechten Feld Abschirmströme einen ähnlichen Effekt haben. Mit steigendem Magnetfeld werden auch die Abschirmströme vergrößert und die Andreev-Reflexion wird zunehmend

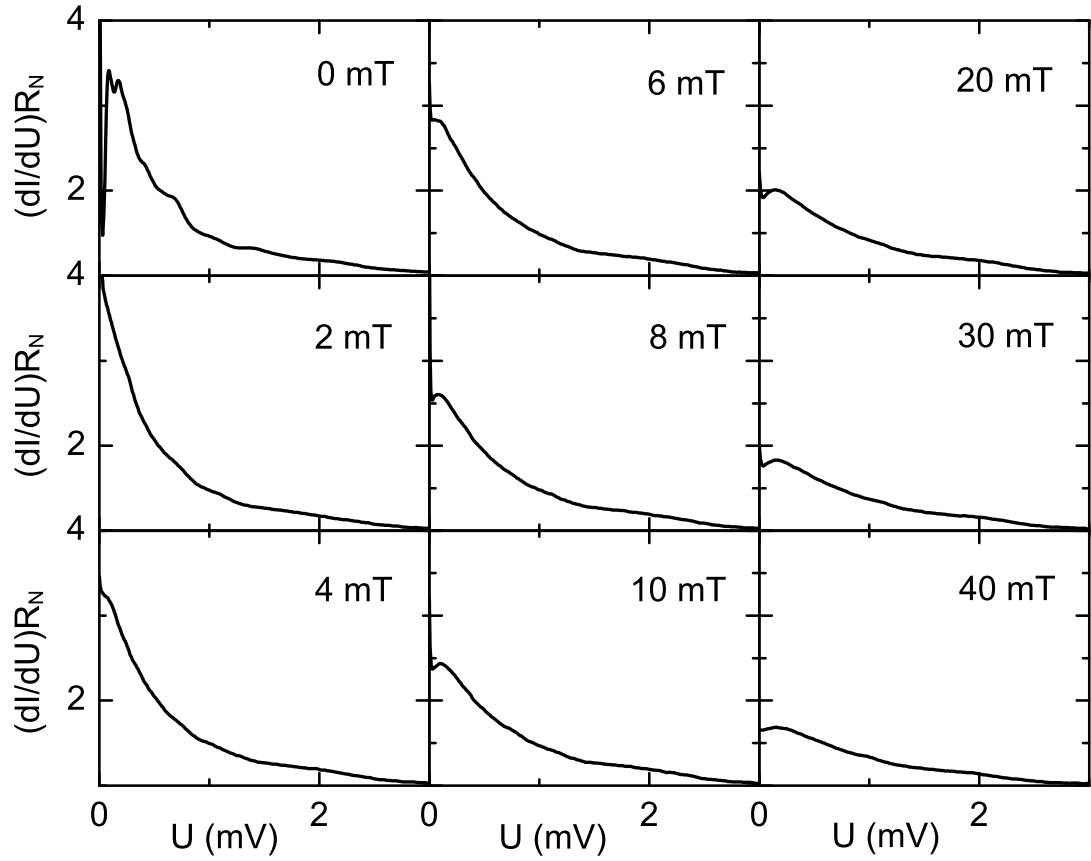


Abbildung 4.26: *Differentieller Leitwert normiert mit R_N als Funktion der an der Probe abfallenden Spannung U für einige Felder senkrecht zur Ebene des zweidimensionalen Elektronengases. Die Messungen wurden an der Probe KV3 $1\mu\text{m}$ durchgeführt.*

unterdrückt. Ab einem bestimmten Magnetfeld werden aber Flussschläuche entstehen und es muss nicht mehr das gesamte Magnetfeld abgeschirmt werden. Die Abschirmströme werden also weniger stark ansteigen. Dies könnte eine Erklärung für den „Knick“ in den $I_{exc}(B)$ -Kurven sein, der bei etwa 30 mT auftritt. Der aus den $R(B)$ -Messungen abgeschätzte Wert für das untere kritische Magnetfeld B_{c1} liegt tatsächlich in diesem Feldbereich (siehe Tabelle 3.1). Die Sättigung des Exzesstromes der Probe KV3 $1\mu\text{m}$ zwischen 30 mT und 120 mT hat seine Ursache dann möglicherweise in *Pinning*-Effekten von magnetischem Fluss an Störstellen im Niob.

Abbildung 4.26 zeigt den mit R_N multiplizierten differentiellen Leitwert der Probe KV3 $1\mu\text{m}$ bei verschiedenen Feldern. Nur bei $B = 0\text{ T}$ sind die Merkmale der Vielfach-Andreev-Reflexion deutlich zu erkennen. Bereits ein kleines Feld von 2 mT bewirkt, dass die Plateaus im Leitwert viel schwächer ausgeprägt sind. Ein Magnetfeld bedingt eine Verrundung der Quasiteilchenzustandsdichte (siehe Abbildung 2.2) und hat damit

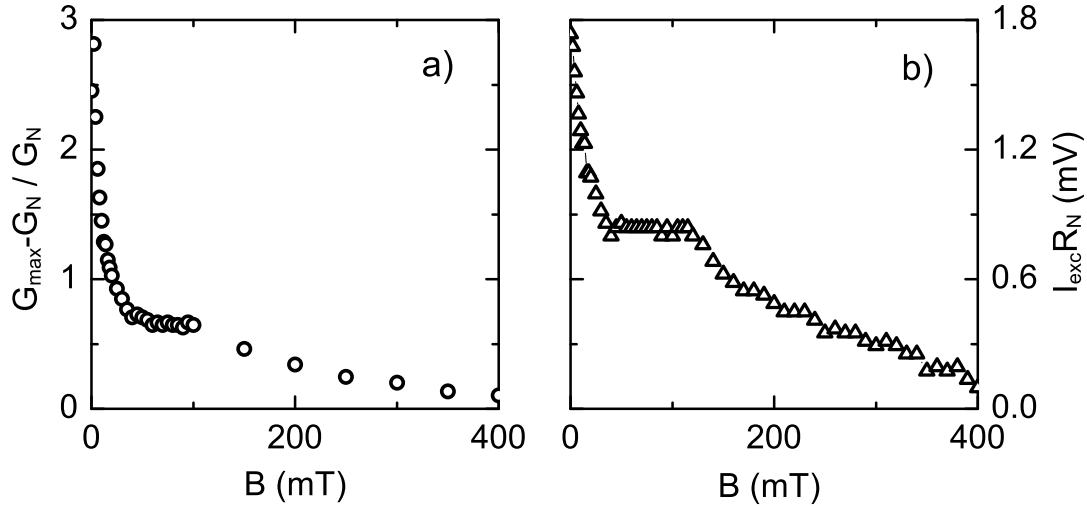


Abbildung 4.27: Teilbild a) Maximale Leitwerterhöhung $(G_{max} - G_N)/G_N$ als Funktion des Magnetfeldes der Probe KV3 $1\mu\text{m}$. Dabei ist $G_N = 1/R_N$ der magnetfeldabhängige Leitwert bei Spannungen $eU > 2\Delta$. Teilbild b): Das Produkt $I_{exc}R_N$ als Funktion des Magnetfeldes derselben Probe. Sowohl der Exzessstrom wie auch die Erhöhung des Leitwertes haben ihre Ursache in der Andreev-Reflexion, so dass die Magnetfeldabhängigkeiten beider Größen sehr ähnlich sind.

zur Folge, dass die Merkmale der Vielfach-Andreev-Reflexion weniger ausgeprägt sind. Dies mag also die Ursache sein für die beobachtete Schwächung der Vielfach-Andreev-Reflexion im Experiment. Da aber bereits bei 2 mT (dies entspricht $2\alpha \approx 0.2\mu\text{V}$) der Einfluss des Feldes deutlich zu erkennen ist, scheint es wahrscheinlicher, dass es eine andere, unbekannte Ursache gibt.

Darüber hinaus wird die Zunahme des Leitwerts bei kleinen Spannungen durch das Magnetfeld unterdrückt. Um dies für den gesamten Magnetfeldbereich darstellen zu können, ist im Teilbild a) der Abbildung 4.27 die Leitwerterhöhung $G_{max} - G_N$ als Funktion des Magnetfeldes im Bereich von 0 bis 400 mT dargestellt. G_{max} ist der jeweilige maximale Leitwert für Spannungen $U > 0$. G_N ist der Leitwert der Probe oberhalb der kritischen Temperatur, der ab etwa 100 mT mit steigendem Magnetfeld geringfügig abnimmt. Wie der Exzessstrom (dieser ist zum Vergleich in Teilbild b) dargestellt) nimmt die Leitwerterhöhung bis 30 mT stark ab und sättigt im Bereich zwischen 30 mT und 120 mT, um bei noch höheren Feldern langsam abzunehmen. Die Analogie zum Exzessstrom ist verständlich, da die Leitwerterhöhung ebenfalls ihre Ursache in der Andreev-Reflexion hat.

Der Exzessstrom und die Vielfach-Andreev-Reflexion zeigen beide eine interessante Magnetfeldabhängigkeit, deren Ursache nicht ausschließlich durch den Einfluss des Feldes auf den Supraleiter erklärt werden kann, sondern vielmehr auf den Einfluss des Feldes auf die Andreev-Reflexion in Proximity-Systemen zurückgeführt werden muss. Es fehlen jedoch theoretische Modelle, die diesen Einfluss beschreiben. Interessant ist

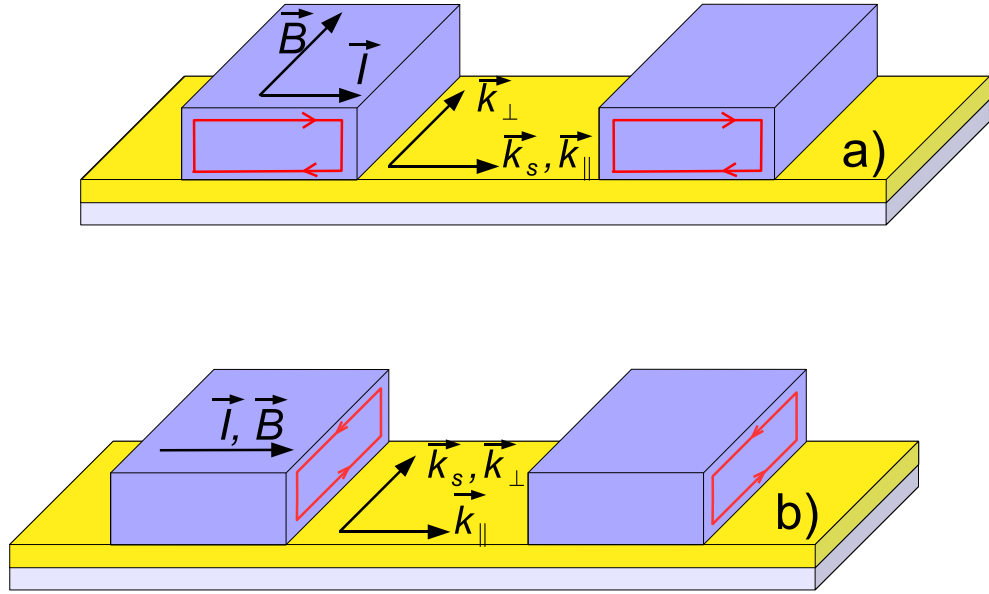


Abbildung 4.28: Schematische Darstellung zur Erläuterung der beiden parallelen Feldorientierungen. Teilbild a): Die magnetischen Feldlinien stehen senkrecht zur Richtung des durch die Probe fließenden Stromes ($\vec{B} \perp \vec{I}$). Teilbild b): Die magnetischen Feldlinien sind parallel zur Stromrichtung ($\vec{B} \parallel \vec{I}$).

eine Erweiterung des nur im parallelen Feld gültigen Modells, das den Einfluss der diamagnetischen Abschirmströme auf die Andreev-Reflexion betrachtet, auf die senkrechte Feldorientierung¹¹. Neben der Drehung der Ebene, in der die Abschirmströme fließen, muss im senkrechten Feld auch der Einfluss von Flussschläuchen oberhalb B_{c1} betrachtet werden.

4.9 Kritischer Strom im parallelen Feld

Bei den bisher vorgestellten Messungen war das Magnetfeld stets senkrecht zur Ebene des zweidimensionalen Elektronengases ausgerichtet. Mit Hilfe der Drehdurchführung war es möglich, die Proben während der Messungen bezüglich des Feldes zu rotieren, wobei alle Einstellungen zwischen der senkrechten und der parallelen Feldorientierung möglich waren. Dabei ist zu beachten, dass es in der parallelen Einstellung zwei verschiedene Orientierungen der Probe im Feld gibt. In der ersten stehen die Feldlinien senkrecht zur Stromrichtung (Abbildung 4.28 Teilbild a)), in der zweiten dagegen sind Feld- und Stromrichtung parallel zueinander (Teilbild b)). Zu beiden Orientierungen wurden Messungen durchgeführt. Im Gegensatz zur Rotation der Probenebene vom parallelen ins senkrechte Feld musste hierfür die Probe aus dem Kryostaten ausgebaut und mit

¹¹Das Modell im parallelen Feld wird zur Beschreibung der Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Stromes verwendet. Dafür wird die Andreev-Reflexionsamplitude bestimmt. Diese geht auch in die Berechnung für den Exzessstrom ein [40], so dass die Erweiterung auf den Exzessstrom möglich sein sollte.

dem Probenhalter um neunzig Grad gedreht werden. Beliebige Winkel waren in diesem Fall zerstörungsfrei nicht möglich. Es wurde daher schon beim Einkleben der Probe in den Probenhalter darauf geachtet, dass im späteren Experiment die Proben in der gewünschten Weise im Feld orientiert waren. Dennoch war es nicht zu vermeiden, dass die Proben um wenige Grad verdreht waren.

Die Skala der Drehdurchführung am Kryostaten, die zum Drehen der Probenebene im Magnetfeld verwendet wurde, konnte nur zur groben Orientierung des eingestellten Winkels verwendet werden. Um eine möglichst parallele Einstellung zu finden, wurde daher wie folgt vorgegangen: α sei der Winkel zwischen der Ebene des zweidimensionalen Elektronengases und den magnetischen Feldlinien, d.h. in der ideal parallelen Einstellung ist $\alpha = 0^\circ$. Es wurde angenommen, dass eine Komponente senkrecht zur Probenebene $\alpha > 0^\circ$ einen Beitrag zur Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Stromes liefert, der sich in einem um den Sinus des Winkels verschobenen Fraunhofer-Muster äußert. Hieraus folgt, dass bei einem festen Magnetfeldwert der kritische Strom umso größer ist, je kleiner der Winkel α ist, sofern der Feldwert so gewählt wurde, dass die Messungen innerhalb des Hauptmaximums des Fraunhofer-Musters stattfindet. Es wurde daher ein Magnetfeld von etwa 50 mT angelegt und mit Hilfe des Funktionsgenerators ein Sägezahnsignal, dessen Maximalstrom den kritischen Strom der Probe übertraf, durch die Probe geschickt. Nun wurde die Probe langsam im Magnetfeld gedreht und gleichzeitig die an der Probe abfallende Spannung mit einem Oszilloskop¹² gemessen und die Strom-Spannungs-Kennlinie auf dessen Bildschirm beobachtet. Auf diese Weise konnte die parallele Feldeinstellung recht genau eingestellt werden¹³. Im Folgenden wurden mit demselben Spannungskriterium wie es für die Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Stromes im senkrechten Feld verwendet wurde (siehe Abschnitt 4.7), die Abhängigkeit des kritischen Stromes vom parallelen Feld bestimmt. Um den Übergang vom parallelen ins senkrechte Feld studieren zu können, wurde nach jeder Messung die Probe um wenige Grad gedreht und eine neue Messung vorgenommen. Da in der parallelen Orientierung die maximalen Felder einige hundert Millitesla betrugen, wurde nach jeder Messung die Probe auf über 10 K aufgeheizt, um eventuell von Störstellen im Niob gefangenen Fluss zu befreien. Außerdem wurde das Magnetfeld ausschließlich von 0 T beginnend zu hohen Feldern hin verändert¹⁴.

4.9.1 Beobachtungen

Abbildung 4.29 zeigt für die Probe KV3 $1\mu\text{m}$ den kritischen Strom als Funktion des äußeren Magnetfeldes für verschiedene Winkel α . Die Probe war in diesem Fall so orientiert, dass der parallele Beitrag der Feldlinien parallel zur Stromrichtung verlief (siehe Abbildung 4.28 Teilbild b)). Die Strom-Spannungs-Kennlinien wurden alle in der 4-

¹² TDS 210 der Firma Tektronix

¹³ Aus den Messungen ergibt sich, dass $\alpha < 2^\circ$ erreicht wurde.

¹⁴ Tatsächlich wurde, um ein mögliches Restfeld im Magneten kompensieren zu können, die Messung von nominell -10 mT (in der in Abbildung 4.28 Teilbild b) skizzierten Orientierung) bzw. -50 mT (in der in Abbildung 4.28 Teilbild a) skizzierten Orientierung) begonnen und das Feld wurde dann über 0 T zu größeren positiven Feldern erhöht.

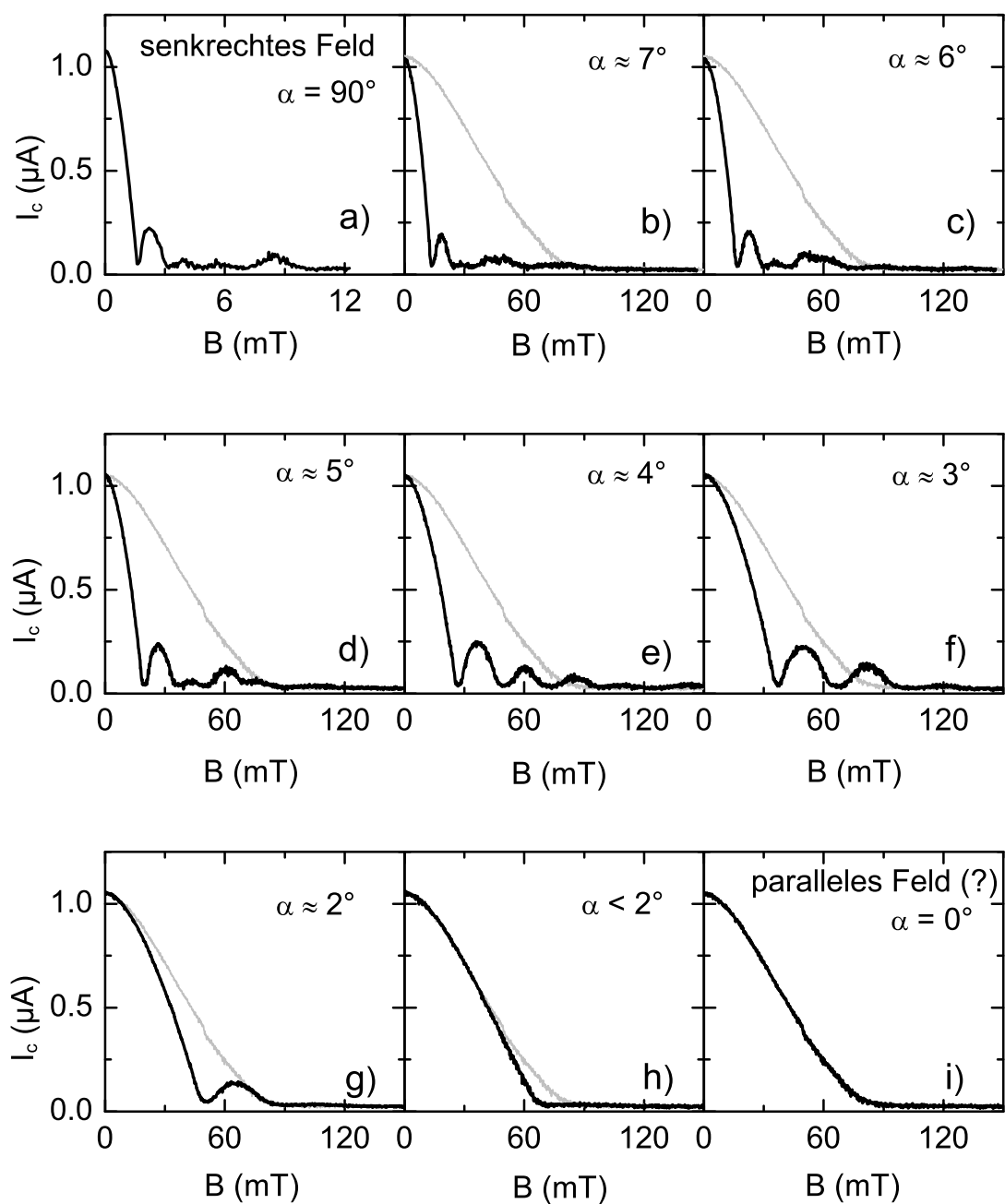


Abbildung 4.29: Kritischer Strom der Probe KV3 $1\mu\text{m}$ als Funktion des Magnetfeldes für verschiedene Winkel α . Die Probe war so orientiert, dass die Magnetfeldlinien parallel zur Stromrichtung waren ($\mathbf{B} \parallel \mathbf{I}$, vgl. Abbildung 4.28 Teilbild b)). Alle Messungen wurden bei $T = 0.5\text{ K}$ in der 4-Punkt-Anordnung durchgeführt. In den Bildern b) bis h) ist außerdem grau die Messung im parallelen Feld dargestellt.

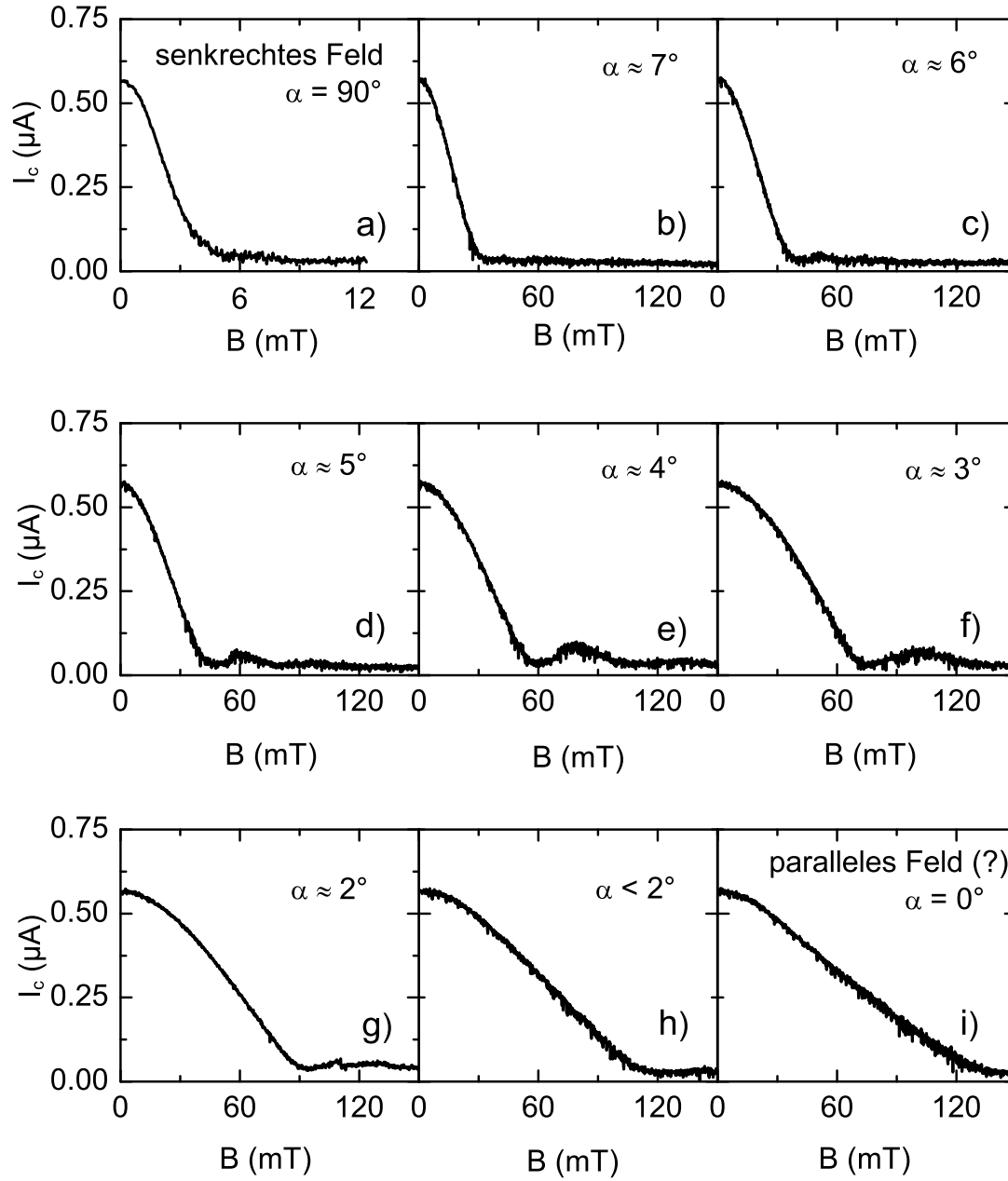


Abbildung 4.30: Kritischer Strom der Probe KV2 $0.5\mu\text{m}$ als Funktion des Magnetfeldes für verschiedene Winkel α . Die Probe war so orientiert, dass die Magnetfeldlinien parallel zur Stromrichtung waren ($\mathbf{B} \parallel \mathbf{I}$, vgl. Abbildung 4.28 Teilbild b)). Alle Messungen wurden bei $T = 0.5\text{ K}$ in der 4-Punkt-Anordnung durchgeführt.

Punkt-Anordnung aufgenommen. In den Teilbildern b) bis h) ist außer den Messungen zu den jeweiligen Winkeln ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) hellgrau die Messung im parallelen Feld dargestellt, um einen besseren Vergleich zwischen den Messungen zu ermöglichen. Deutlich ist zu erkennen, dass mit kleiner werdendem Winkel die Minima des Fraunhofer-Musters zu größeren Feldwerten wandern. Die in den Teilbildern angegebenen Werte für den Winkel α wurden aus der Position $B_{min}(\alpha)$ des ersten Minimums mit der Formel $\sin \alpha = B_{min}(90^\circ)/B_{min}(\alpha)$ bestimmt. Die so ermittelten Winkel stimmen mit denen überein, die an der Anzeige der Drehdurchführung abgelesen wurden. In den Teilbildern h) und i) sind keine Oszillationen mehr zu erkennen und die Messungen unterscheiden sich nur bei kleinen, aber endlichen kritischen Strömen geringfügig voneinander.

Der kritische Strom wird für $\alpha < 2^\circ$ und $\alpha \approx 0^\circ$ bei etwa 100 mT unterdrückt. Diese Unterdrückung kann nicht ausschließlich auf eine zur Probenebene senkrechte Komponente im Magnetfeld zurückgeführt werden. Denn in diesem Falle müsste das erste Minimum im kritischen Strom einer strikt zweidimensionalen Probe zu immer größeren Feldern wandern. Im parallelen Feld ($\alpha = 0^\circ$) wäre der kritische Strom unabhängig vom Magnetfeld. Beachtet man die endliche Dicke der InAs-Schicht, folgt für den Fall $\alpha = 0^\circ$, dass das erste Minimum bei $B_{min} \approx 13$ T auftritt (für diese Abschätzung wurde die Dicke $d = 15$ nm der InAs-Schicht als Länge des Josephson-Kontaktes im parallelen Feld angenommen).

Weiterhin ist in den Teilbildern e) ($\alpha \approx 4^\circ$) und f) ($\alpha \approx 3^\circ$) zu erkennen, dass das dritte bzw. das zweite Maximum im Fraunhofer-Muster bei Feldern auftreten, bei denen im parallelen Feld der kritische Strom bereits null ist. Es kann also ausgeschlossen werden, dass die Unterdrückung des kritischen Stromes aus der Zerstörung der Supraleitung im Niob resultiert. Dies wird auch dadurch bestätigt, dass nach Gleichung (2.3) und den in Tabelle 3.1 gegebenen Werten bei einem Feld von 100 mT für den Paarbrechungsparameter $2\alpha/\Delta_0 \approx 1.5$ folgt, und bei diesem Wert die spektrale Energielücke noch etwa $0.7\Delta_0$ beträgt (siehe Abbildung 2.2). Die Supraleitung im Niob wird erst bei etwa 2.6 T vollständig unterdrückt.

Ein weiteres Phänomen fällt beim Vergleich der einzelnen Messkurven auf. Im senkrechten Feld sind nur das zentrale Maximum und das erste Nebenmaximum klar zu erkennen. Bei den Winkeln $\alpha \approx 3^\circ$ und $\alpha \approx 4^\circ$ sind die Nebenmaxima am stärksten ausgeprägt und es sind höhere Ordnungen deutlich zu erkennen. Bei noch kleineren Winkeln werden die Nebenmaxima wieder unterdrückt. Dieses Phänomen kann auch bei der Probe *KV2 0.5 μ m* beobachtet werden. Abbildung 4.30 zeigt für diese Probe Messungen des kritischen Stromes als Funktion des Magnetfeldes. Die Messungen wurden gleichzeitig mit denen der 1 μ m breiten Probe durchgeführt, die Winkel α sind folglich dieselben. Bei der Messung im senkrechten wie auch im parallelen Feld ist kein Nebenmaximum zu erkennen. Bei kleinen Winkeln α (Teilbilder d), e), f) und g)) hingegen ist das erste Nebenmaximum vorhanden.

Auch in der parallelen Feldorientierung, bei der der parallele Beitrag der Feldlinien senkrecht zum Stromfluss stand, wurden Messungen des kritischen Stromes durchgeführt. Abbildung 4.31 zeigt diese für die Probe *KV3 1 μ m* für kleine Winkel α . Auch bei diesen Messungen ist bei kleinen Winkeln α noch ein Fraunhofer-Muster zu erkennen. Der in den Teilbildern a) und b) der Abbildung 4.31 angegebene Wert für α wurde

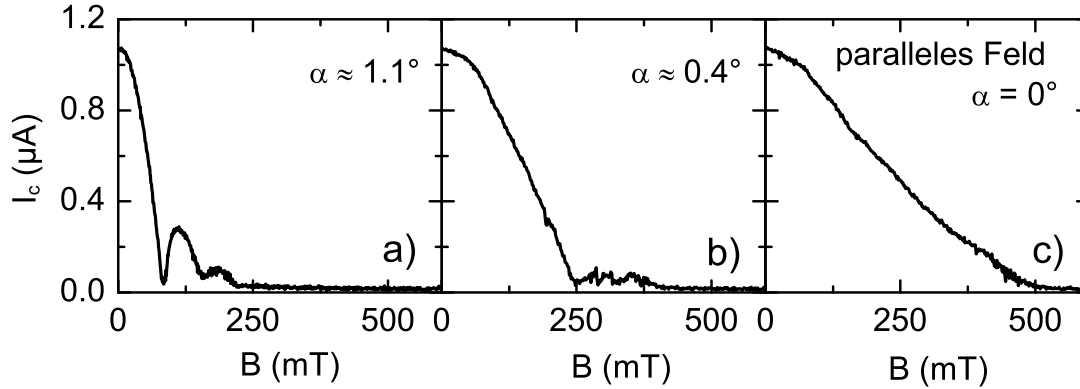


Abbildung 4.31: Kritischer Strom der Probe KV3 $1\mu\text{m}$ als Funktion des Magnetfeldes für verschiedene Winkel α . Die Probe war so orientiert, dass die Magnetfeldlinien senkrecht zur Stromrichtung waren ($\mathbf{B} \perp \mathbf{I}$, vgl. Abbildung 4.28 Teilbild a)). Die Messungen wurden bei $T = 0.5\text{ K}$ in der 4-Punkt-Anordnung durchgeführt.

wieder aus der Position des ersten Minimums bestimmt. Im parallelen Feld (Teilbild c)) nimmt der kritische Strom mit wachsendem Feld monoton ab. Ein Nebenmaximum bei höheren Feldern gibt es nicht. Der kritische Strom wird in dieser Orientierung bei einem etwa sechsmal so großen Feld unterdrückt wie in der anderen Feldorientierung. Das Feld ist aber auch in diesem Falle nicht groß genug, um die Unterdrückung des Suprastromes auf die Unterdrückung der Supraleitung im Niob zurückführen zu können.

Um einen besseren Vergleich zwischen den beiden parallelen Feldorientierungen zu ermöglichen, sind in Abbildung 4.32 die jeweiligen Messungen mit $\alpha = 0^\circ$ sowohl für die $1\mu\text{m}$ wie auch für die $0.5\mu\text{m}$ breite Probe nebeneinander dargestellt. Zunächst werden die beiden Messungen an der Probe KV3 $1\mu\text{m}$ miteinander verglichen. Der kritische Strom wird von einem Feld, dessen Feldlinien parallel zur Richtung des Stromes ist, stärker unterdrückt als von einem Feld, das senkrecht dazu steht: Während in Teilbild a) der kritische Strom bereits bei etwa 100 mT null wird, ist dies in Teilbild b) erst bei etwa 500 mT der Fall. Ein weiterer Unterschied fällt auf, wenn man außerdem den Verlauf des kritischen Stromes der $0.5\mu\text{m}$ breiten Probe betrachtet (graue Kurve in derselben Abbildung). Stehen die Feldlinien senkrecht zur Stromrichtung, wird bei beiden Proben der kritische Strom bei etwa 500 mT null. In der anderen Feldorientierung wird der kritische Strom der breiteren Probe schon unter 100 mT null. Dagegen geschieht dies bei der $0.5\mu\text{m}$ breiten Probe erst bei etwa 150 mT.

Um einen besseren Vergleich zwischen den Messungen an einer Probe in den beiden Feldorientierungen zu ermöglichen, sind die Messungen für $\alpha = 0^\circ$ in Abbildung 4.33 ein drittes Mal dargestellt, wobei diesmal in einem Teilbild die Messungen derselben Probe für beide Feldorientierungen gemeinsam dargestellt sind, indem zwei Feldskalen verwendet wurden. Die untere Abszisse gibt die Feldskala der Messungen an, bei denen die Feldlinien parallel zur Stromrichtung orientiert waren. Die Daten sind in den Graphen schwarz wiedergegeben. Die Messungen der anderen parallelen Feldorientierung

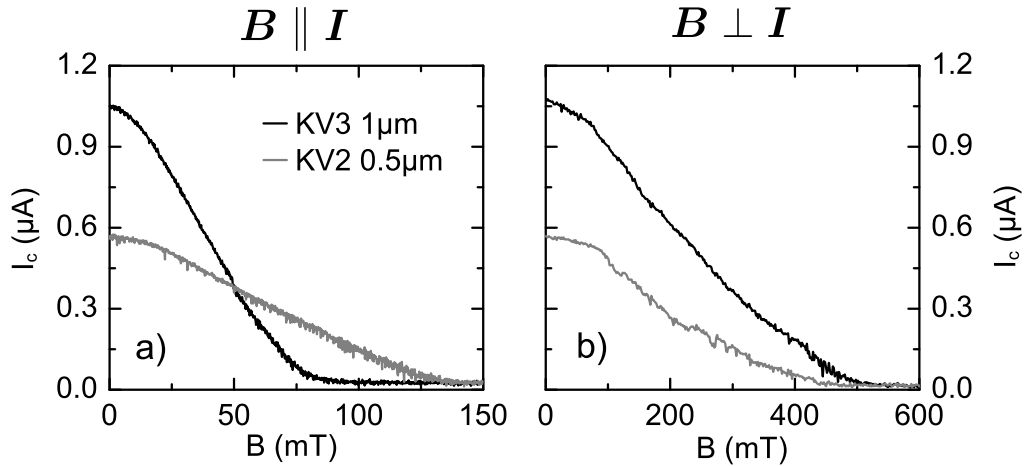


Abbildung 4.32: Kritischer Strom als Funktion des Magnetfeldes parallel zur Ebene des zweidimensionalen Elektronengases am Beispiel der 1 und 2 μm breiten Proben. Teilbild a) Die magnetischen Feldlinien stehen senkrecht zur Richtung des Stromflusses. Teilbild b) Die magnetischen Feldlinien sind parallel zur Richtung des Stromflusses orientiert.

sind mit der oberen Abszisse verknüpft und grau dargestellt. In dieser Auftragung fallen die Messkurven zusammen. Die Verläufe des kritischen Stromes in den beiden parallelen Feldorientierungen unterscheiden sich also nur in der Feldskala voneinander. Während sich bei der 0.5 μm breiten Probe die Feldskalen um einen Faktor 3 unterscheiden, ist der Unterschied bei der 1 μm breiten Probe doppelt so groß. Diese Beobachtungen deuten darauf hin, dass die Unterdrückung des kritischen Stromes in beiden parallelen Feldorientierungen dieselbe Ursache hat, deren Stärke jedoch von der jeweiligen Orientierung der Probe im parallelen Feld abhängt. Die Unterschiede zwischen den Ergebnissen der beiden Proben *KV3 1 μm* und *KV2 0.5 μm* deuten darauf hin, dass die vom Feld durchdrungene Fläche eine Rolle spielt. Verlaufen die Feldlinien parallel zum Strom, ist diese Fläche gegeben durch die Dicke der Niobschicht und die Breite des Josephson-Kontaktes. Diese ist bei der Probe *KV3 1 μm* doppelt so groß wie bei der Probe *KV2 0.5 μm* . In der anderen Feldorientierung hingegen, in diesem Fall wird der kritische Strom in den beiden Proben beim gleichen Feld vollständig unterdrückt, ist die Fläche bei beiden Proben gleich groß. Es ist allerdings, da dieser Vergleich nur für zwei Proben vorgenommen werden kann, nicht auszuschließen, dass die beschriebenen Zusammenhänge zufällig sind. Weitere Experimente mit unterschiedlich breiten Proben sind daher notwendig, um die Vermutung zu bestätigen. Ebenso wünschenswert ist es, ein theoretisches Modell zu finden, dass die Ergebnisse für beide Orientierungen beschreiben kann. Interessant wäre auch ein Experiment, bei dem die Probe in der Ebene gedreht wird und somit der Übergang von der einen in die andere Orientierung beobachtet werden kann. Da aber eine exakte Einstellung des Feldes parallel zur Ebene des zweidimensionalen Elektronengases nur während

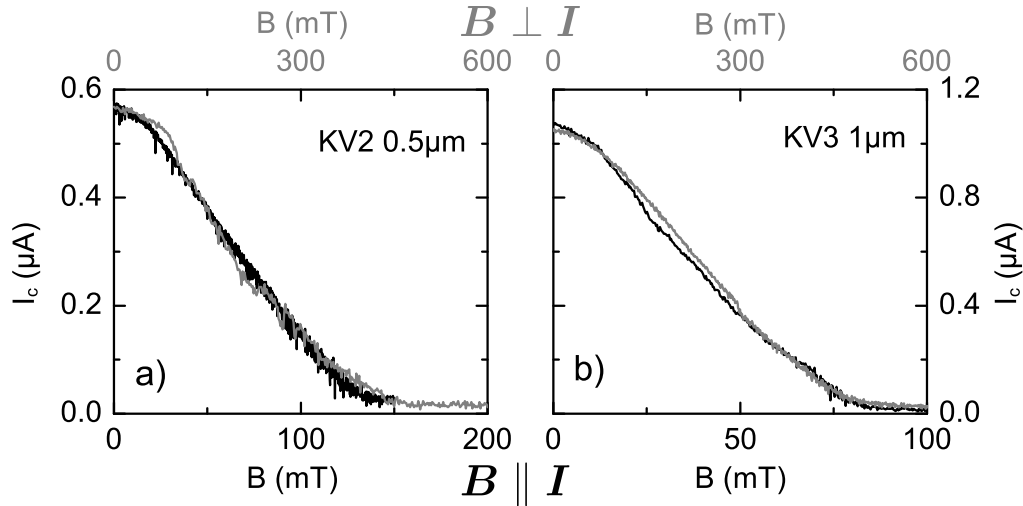


Abbildung 4.33: Kritischer Strom als Funktion des Magnetfeldes parallel zur Ebene des zweidimensionalen Elektronengases am Beispiel der 0.5 und 1 μm breiten Proben, zum besseren Vergleich zwischen den beiden parallelen Feldorientierungen sind die Messungen für $\mathbf{B} \parallel \mathbf{I}$ (schwarze Kurven, untere Abszisse) und $\mathbf{B} \perp \mathbf{I}$ (graue Kurven, obere Abszisse) gemeinsam in einem Graph dargestellt. Teilbild a): Probe KV2 0.5 μm ; Teilbild b) Probe KV2 1 μm .

der Messung möglich ist, ist es für ein solches Experiment notwendig, die Probe oder das Magnetfeld in situ um zwei Achsen drehen zu können.

4.9.2 Interpretation

In Supraleiter/2DEG-Hybridstrukturen gibt es, neben der Unterdrückung der supraleitenden Eigenschaften im Niob durch das Magnetfeld, noch zwei weitere Effekte, die die Andreev-Reflexionsamplitude und damit den kritischen Strom beeinflussen können [13]. Dies ist zum einen die Aufspaltung der im Nullfeld spinentarteten Quasiteilchenzustände aufgrund des Zeeman-Effekts. Um bei Elementsupraleitern einen messbaren Effekt durch die Spinaufspaltung zu erzeugen, müssen im Allgemeinen Felder von einigen Tesla angelegt werden. Die Größe dieser Felder wird von der Energielücke bestimmt ($B_c \approx \Delta/\mu_B$, wobei μ_B das Bohr-Magneton ist). In Systemen mit einem Proximity-Supraleiter in einem zweidimensionalen Elektronengas können die Felder, bei denen Spinaufspaltung beobachtet werden kann, jedoch sehr viel kleiner sein. Denn in diesem Falle kann abgeschätzt werden, dass $B_c \approx 2\varepsilon_g/g\mu_B$. Dabei kann ε_g mit Gleichung (4.11) aus dem Wert für die McMillan-Energie bestimmt werden. Ist die Transparenz an der Grenzfläche zwischen dem Supraleiter und dem Normalleiter sehr niedrig, kann ε_g sehr viel kleiner werden als Δ . Ist außerdem der g -Faktor, wie es bei InAs gegeben ist, sehr viel größer als eins, kann

B_c in der Größenordnung von einem Tesla liegen. Die Spinaufspaltung hat eine Verschiebung der Quasiteilchenzustände um $\pm g\mu_B B$ zur Folge. Neben dem Effekt der Spinaufspaltung, die auch in diffusiven Supraleiter/Normalleiter-Systemen beobachtet werden kann [77], gibt es einen weiteren Effekt, der charakteristisch für ballistische Systeme ist. Aufgrund des äußeren Magnetfeldes fließen in den Niobelektroden Abschirmströme. Hieraus folgt, dass Cooper-Paare an der Oberfläche des Supraleiters einen zusätzlichen Impuls $2p_S$ haben, der senkrecht zu den magnetischen Feldlinien steht. Aufgrund der Impulserhaltung wird der Cooper-Paarimpuls auf die an der Andreev-Reflexion beteiligten Quasiteilchen übertragen. Hieraus folgt ebenfalls eine Verschiebung, die *Doppler-Verschiebung*, der Quasiteilchenzustände [13]:

$$E_D(k_\perp) = \frac{\hbar^2 k_\perp k_S}{m^*} = \frac{m_e}{m^*} (2k_\perp \lambda) \mu_B B, \quad -k_F \leq k_\perp \leq k_F. \quad (4.16)$$

\mathbf{k}_\perp ist der zum Cooper-Paar Wellenvektor $\mathbf{k}_S = \mathbf{p}_S/\hbar$ parallele Anteil des Quasiteilchenwellenvektors. Gleichung (4.16) ist nur gültig, wenn $\mathbf{k}_S \parallel \mathbf{k}_\perp$. Für Felder, die viel kleiner sind als das kritische Feld des Supraleiters, so dass dieser nicht vom Magnetfeld beeinflusst wird, ist k_S proportional zum Magnetfeld: $k_S = (e/\hbar)\lambda B$. Dabei ist λ die effektive Eindringtiefe von Niob. Diese muss im Allgemeinen aus der mikroskopischen Theorie der diamagnetischen Abschirmströme bestimmt werden. In dieser Arbeit wird λ aber als unbekannter Parameter für die Anpassung des Modells an die Messungen verwendet. Sowohl der Zeeman-Effekt wie auch die Doppler-Verschiebung der Quasiteilchenzustände führen zu einer Unterdrückung der Andreev-Reflexionsamplitude und damit zur Reduzierung des kritischen Stromes eines Josephson-Kontaktes. Während der Zeeman-Effekt unabhängig von der Richtung des Feldes ist, gilt dies nicht für die Doppler-Verschiebung. In Abbildung 4.28 sind diese Unterschiede skizziert. Stehen die Feldlinien senkrecht zur Stromrichtung (Teilbild a)) verlaufen die Supraströme parallel zur Stromrichtung. Es gilt also $\mathbf{k}_S \perp \mathbf{k}_\perp$. Sind die Feldlinien parallel zur Stromrichtung, folgt, dass $\mathbf{k}_S \parallel \mathbf{k}_\perp$ gilt. Nur dieser Fall wird durch Gleichung (4.16) beschrieben.

Da der Wert für die Energielücke ε_g des Proximity-Supraleiters im zweidimensionalen Elektronengas, den man aus der McMillan-Energie und Gleichung (4.11) erhält, relativ groß ist, kann angenommen werden, dass der Zeeman-Effekt keine oder nur eine untergeordnete Rolle spielt. (Mit $\varepsilon_g \approx 0.8 \text{ meV}$ folgt für $B_c \approx 2 \text{ T}$.)

Um den Einfluss eines Magnetfeldes auf den kritischen Strom eines langen Josephson-Kontaktes beschreiben zu können, wurde von G. Tkachov das für die Anpassung an die $I_c(T)$ -Messung geschriebene Maple-Programm um einen die Doppler-Verschiebung beschreibenden Term $I_c^\parallel(B)$ erweitert. Ein vom Winkel α abhängiger Term beschreibt außerdem den Einfluss einer senkrechten Feldkomponente auf den kritischen Strom. Es wurde angenommen, dass sich beide Beiträge multiplizieren:

$$I_c(B) = I_c^\parallel(B) \left| \frac{\sin(\pi B \sin(\alpha) A / \Phi_0)}{\pi B \sin(\alpha) A / \Phi_0} \right|. \quad (4.17)$$

Dabei ist A die für den Fall $\alpha = 90^\circ$ vom Feld durchdrungene Fläche, die nach Gleichung (4.14) aus der Position B_{\min} der Minima des Fraunhofer-Musters bestimmt werden kann.

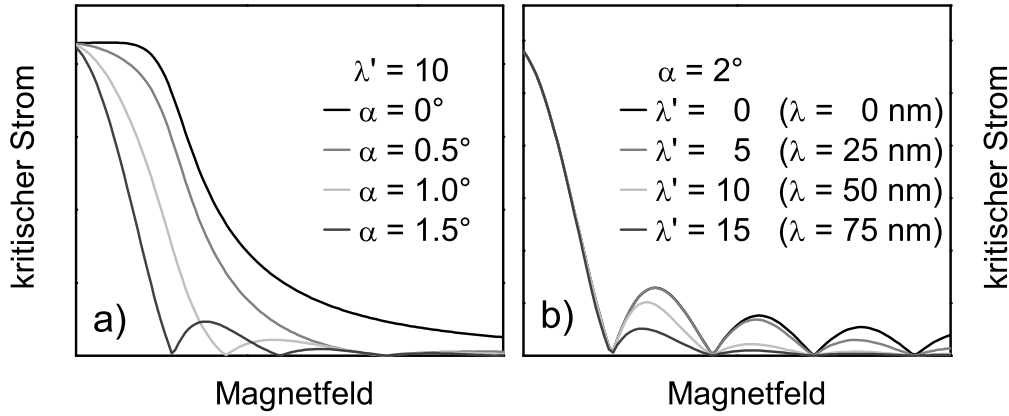


Abbildung 4.34: Teilbild a): Nach dem Modell von G. Tkachov berechnete Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Stromes für verschiedene Winkel α . Teilbild b): Für verschiedene Werte für $\lambda' = k_F^N \lambda$. In Klammern sind für $k_F^N = 2 \cdot 10^8 \text{ 1/m}$ (dieser Wert entspricht in etwa dem Wert für den Wellenvektor im verwendeten zweidimensionalen Elektronengas) die entsprechenden Werte für die effektive Eindringtiefe λ angegeben. (Teilbild b)). Das Modell ist nur für die parallele Feldorientierung gültig, bei der $\mathbf{B} \parallel \mathbf{I}$ ist.

$I_c^{\parallel}(B)$ ergibt sich aus dem Maximum von Gleichung (2.15), wobei für die Berechnung der Andreev-Reflexionsamplitude a (siehe Gleichung (2.21)) mit der Doppler-Energie modifizierte Green'sche Funktionen verwendet werden. Es gilt:

$$G(\omega_m, E_D) = \frac{\omega_m + iE_D(k_{\perp}) + \Gamma_{\text{McM}} G_0(\omega_m)}{\sqrt{(\omega_m + iE_D(k_{\perp}) + \Gamma_{\text{McM}} G_0(\omega_m))^2 + \Gamma_{\text{McM}}^2 F_0^2(\omega_m)}} \quad \text{und} \quad (4.18)$$

$$F(\omega_m, E_D) = \frac{\Gamma_{\text{McM}} F_0(\omega_m)}{\sqrt{(\omega_m + iE_D(k_{\perp}) + \Gamma_{\text{McM}} G_0(\omega_m))^2 + \Gamma_{\text{McM}}^2 F_0^2(\omega_m)}}. \quad (4.19)$$

In das Modell gehen also zwei Effekte ein, die im nahezu parallelen Feld den kritischen Strom unterdrücken: Eine senkrechte Komponente des Magnetfeldes führt zu einem Fraunhofer-Muster und damit zu einer Abnahme des kritischen Stromes, die proportional zu $1/B$ ist. Der Winkel α bestimmt dabei nach Gleichung (4.17), wie stark der Einfluss dieses Effektes ist. Der Effekt des parallelen Feldes wird beschrieben durch den Einfluss der Abschirmströme im Supraleiter auf das durch den Proximity-Effekt modifizierte zweidimensionale Elektronengas unterhalb des Supraleiters. Seine Stärke wird durch die Größe von λ bestimmt. Abbildung 4.34 zeigt die mit dem Modell berechnete Abhängigkeit des kritischen Stromes vom Magnetfeld für verschiedene Werte α (Teilbild a)) und $\lambda' = k_F^N \lambda$ (Teilbild b)). Ist die Probe vollständig parallel zum Magnetfeld ausgerichtet ($\alpha = 0^\circ$), ist der kritische Strom anfangs konstant, nimmt dann schnell ab, um schließlich langsam gegen null zu gehen. Schon ein kleiner senkrechter Beitrag ($\alpha = 0.5^\circ$)

bewirkt eine stärkere Unterdrückung des kritischen Stromes durch das Magnetfeld. Wird α größer, ist ein Fraunhofer-Muster zu erkennen, das jedoch aufgrund des Beitrags von $I_c^{\parallel}(B)$ bei hohen Feldern unterdrückt wird. Der Einfluss des parallelen Magnetfeldes auf das Fraunhofer-Muster ist in Teilbild b) zu erkennen. Die schwarze Linie zeigt das Fraunhofer-Muster, wenn die Abschirmströme keine Rolle spielen ($\lambda' = 0$). Je größer λ' und damit E_D wird, desto stärker wird der kritische Strom unterdrückt.

In das Modell gehen, neben den Parametern, die bereits für die Beschreibung der $I_c(T)$ -Messungen verwendet wurden (dies sind die Thouless-Energie E_{Th} , die Zahl der Kanäle N im zweidimensionalen Elektronengas und deren Transparenz τ_{2DEG} , die McMillan-Energie Γ_{McM} (bestimmt aus der Anpassung des Modells an die Messdaten) und die Energielücke im Niob, sowie der Fermi-Wellenvektor k_F^N im zweidimensionalen Elektronengas und die Länge des Kontaktes L), drei weitere Parameter ein: die Temperatur, bei der die Messung durchgeführt wurde, der Winkel α und die effektive Eindringtiefe λ , der einzige unbekannte Parameter in dieser Anpassung.

Abbildung 4.35 zeigt für die Proben *KV2 0.5 μ m* (Teilbild a)) und *KV3 1 μ m* (Teilbild b)) den kritischen Strom als Funktion des Magnetfeldes für die vier kleinsten Winkel α (Abbildungen 4.29 und 4.30 Teilbilder f) bis i)) mit den nach dem oben beschriebenen Modell gemachten Anpassungen an die Daten. Die in beiden Fällen für die Anpassungen verwendeten Winkel betragen $\alpha = 1.4^\circ$, $\alpha = 1.8^\circ$ und $\alpha = 2.4^\circ$. Diese stimmen mit den für die einzelnen Messungen angenommenen Werten überein, da in beiden Fällen α aus der scheinbaren Verbreiterung des Fraunhofer-Musters mit kleiner werdendem Winkel nach Gleichung (4.13) bestimmt wurde. Im Bereich kleiner Felder passen die berechneten Kurven (gestrichelte Linien) sehr gut mit den gemessenen Daten überein. Eine Ausnahme machen die Kurven bei $\alpha = 1.4^\circ$ der Probe *KV2 0.5 μ m*. Hier weichen die Messdaten und die berechneten Daten zwischen etwa 25 mT und 75 mT deutlich voneinander ab. Bei höheren Feldern sind die Anpassungen insgesamt schlechter. Eine Anpassung an die Messdaten, für die $\alpha = 0^\circ$ angenommen wird (schwarze Linien), ist allerdings nicht möglich, da sich die Messungen nur im Bereich höherer Felder von den Messungen bei $\alpha \approx 1.4^\circ$ unterscheiden. Bei kleineren Feldern liegen die Messkurven

Probe	N	λ (nm)	τ_{2DEG}	Γ_{McM} (meV)	E_D (meV)
KV3 1 μ m	70	25	0.795	1.8	1.44 ($B = 0.08$ T)
KV0.5 μ m	35	12.5	0.842	0.7	1.26 ($B = 0.14$ T)

Tabelle 4.7: Zusammenstellungen einiger der Parameter, die neben dem Winkel α für die Anpassungen an die im parallelen Feld gemessenen Daten nach dem Modell von G. Tkachov verwendet wurden. Die Doppler-Energie wurde mit den angegebenen Werten für λ und B nach Gleichung (4.16) berechnet. Weitere in die Anpassung eingehende Parameter sind: die Energielücke des Niobs $\Delta = 1.35$ meV, die kritische Temperatur des Niobs $T_c = 8.3$ K, die Temperatur $T = 0.5$ K, bei der Messung durchgeführt wurde, die Thouless-Energie des Josephson-Kontaktes $E_{Th} = 0.8$ meV und der Fermi-Wellenvektor $k_F^N = 2.2 \cdot 10^8$ 1/m im zweidimensionalen Elektronengas, sowie die Länge $L = 600$ nm des Josephson-Kontaktes.

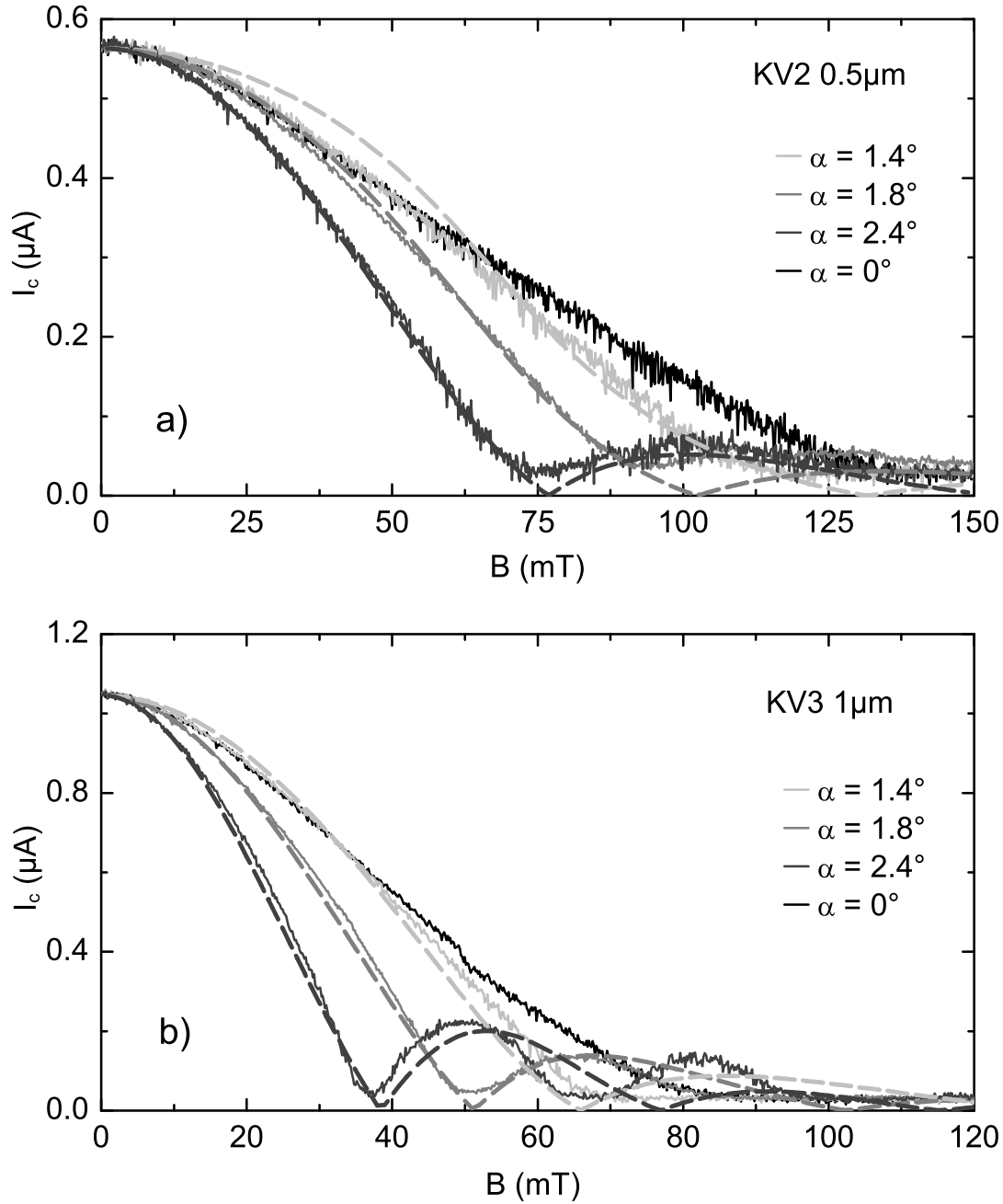


Abbildung 4.35: Kritischer Strom als Funktion des Magnetfeldes für verschiedene kleine Winkel α mit den nach dem im Text beschriebenen Modell gemachten Anpassungen. Dabei wurde für jede Probe bei festem Anpassungsparameter λ nur der Winkel α variiert. Alle für die Anpassung verwendeten Parameter sind in Tabelle 4.7 zusammengestellt. Alle Messungen wurden bei $T = 0.5 \text{ K}$ durchgeführt.

übereinander. Dieses Verhalten wird durch das Modell nicht beschrieben (siehe Abbildung 4.34). Einige der für die Anpassungen verwendeten Parameter sind in Tabelle 4.7 zusammengestellt. Alle Parameter, die bereits Teil des Modells für die $I_c(T)$ -Messungen waren, wurden beibehalten. Eine Ausnahme macht die Transparenz $\tau_{2\text{DEG}}$. Diese muss etwas anders gewählt werden. Vergleiche hierzu die Einträge in den Tabellen 4.7 und 4.4. Die Unterschiede sind aber sehr gering und es ist möglich, dass sich die Proben beim wiederholten Aufwärmen und Abkühlen (dieser Prozess war notwendig, um die Probe zu drehen) geringfügig verändert haben. Ebenfalls in die Tabelle eingetragen sind die effektive Eindringtiefe λ und die daraus berechnete Doppler-Energie E_D . λ liegt für beide Proben in derselben Größenordnung wie die London'sche Eindringtiefe $\lambda_L = 29\text{ nm}$ von reinem Niob. Da der Niobfilm allerdings stark verunreinigt ist ($L \ll d$), erwartet man, dass die tatsächliche Eindringtiefe größer als λ_L wird. Desweiteren ist für die $1\text{ }\mu\text{m}$ breite Probe λ doppelt so groß wie für die $0.5\text{ }\mu\text{m}$ breite Probe. Das verwendete Modell für die Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Stromes erlaubt keine Aussagen über die Geometrieabhängigkeit der effektiven Eindringtiefe λ . Diese muss, ebenso wie die McMillan-Energie, daher in erster Linie als Anpassungsparameter verstanden werden, deren Zahlenwerte nicht die genauen, dem System eigenen Werte liefern. Die Doppler-Energie E_D ist in Tabelle 4.7 für die Felder angegeben, bei denen der kritische Strom (schwarze Linien in Abbildung 4.35) null wird. Sie ist in etwa so groß wie die Energielücke des Niobs. Dieses Ergebnis kann so verstanden werden, dass der kritische Strom vollständig unterdrückt wird, sobald die Doppler-Energie genauso groß wird wie die Energielücke des Niobs. Obwohl die Anpassungen in Abbildung 4.35 recht gut sind, ist klar erkennbar, dass das Modell die Messdaten nicht vollständig beschreiben kann. Es ist also möglich, dass es weitere Effekte gibt, die den kritischen Strom beeinflussen, aber nicht diskutiert wurden.

Die Messungen in den beiden Feldorientierungen unterscheiden sich nur durch den Feldbereich, in dem der kritische Strom unterdrückt wird (siehe Abbildung 4.33). Die Vermutung liegt daher nahe, dass in beiden Einstellungen dieselbe Ursache für die Unterdrückung des kritischen Stromes vorliegt. Auch in der Feldorientierung, bei der die Feldlinien senkrecht zur Stromrichtung stehen, induziert das Magnetfeld Abschirmströme im Supraleiter. Diese fließen aber, da die Feldlinien senkrecht zur Stromrichtung stehen, parallel zu dieser. Es ist daher leider nicht möglich, das bestehende Modell zur Anpassung der Messungen in dieser Einstellung zu verwenden.

4.10 Exzessstrom im parallelen Magnetfeld

Abbildung 4.36 zeigt den Exzessstrom der Probe *KV3* $1\text{ }\mu\text{m}$ in den beiden parallelen Feldorientierungen im Bereich zwischen 0 T und 2.5 T. Allerdings wurden in der Feldorientierung, bei der $\mathbf{I} \parallel \mathbf{B}$ war, Messungen nur bis 0.6 T durchgeführt. Die Abnahme des Exzessstromes ist anfangs stark, um dann immer langsamer abzunehmen. Bei etwa 2.5 T wird der Exzessstrom null. Für die Paarbrechungsenergie im parallelen Feld gilt $2\alpha \approx 0.2\text{ meV}(B_{\parallel}[\text{T}])^2$ (siehe Tabelle 3.1). Demnach wird diese bei etwa 2.6 T so groß wie die Energielücke im Niob und die Supraleitung wird vollständig unterdrückt. Die Unter-

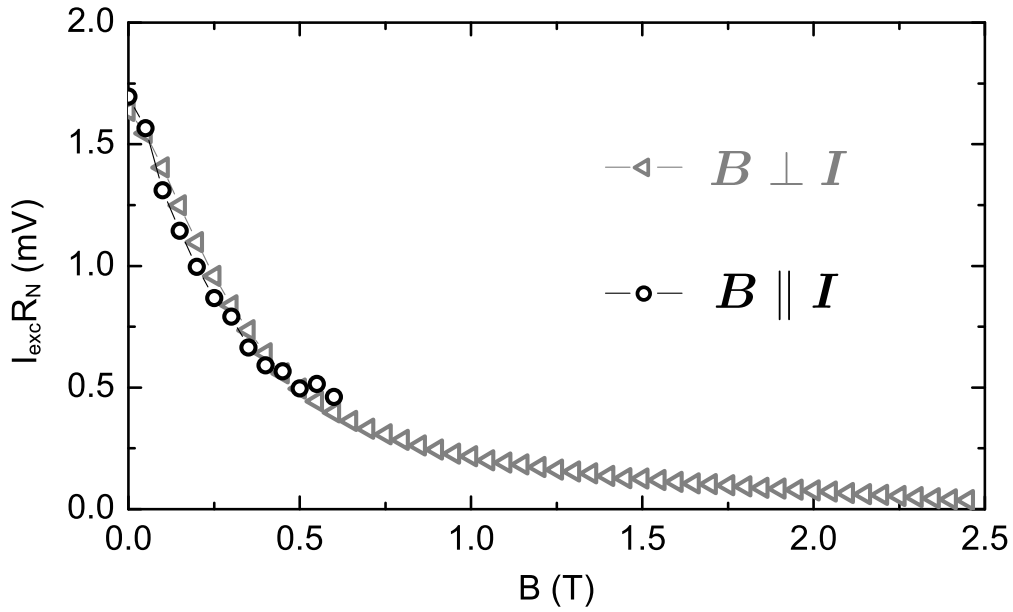


Abbildung 4.36: Exzessstrom als Funktion des Magnetfeldes parallel zur Ebene des zweidimensionalen Elektronengases: $B \parallel I$ schwarze Kreise und $B \perp I$ graue Dreiecke. Die Linien dienen der optischen Führung. Die Messungen der Strom-Spannungskennlinien, die zur Bestimmung des Exzessstromes verwendet wurden, wurden von Thomas Geiger durchgeführt. Die Messungen wurden bei $T = 0.5 \text{ K}$ durchgeführt.

drückung des Exzessstromes muss also zumindest teilweise auf die Unterdrückung der Supraleitung im Niob durch das Magnetfeld zurückgeführt werden. Da der Exzessstrom, ebenso wie der Suprastrom, seine Ursache in der Andreev-Reflexion hat, ist es aber auch möglich, dass (zumindest bei kleinen Feldern) der Einfluss der Abschirmströme im Niob auf die Andreev-Reflexion eine weitere Rolle spielt.

Die Kurven für die beiden Feldorientierungen liegen, in dem Feldbereich für den zu beiden Fällen Messungen existieren, übereinander. Die Unterschiede zwischen den beiden Einstellungen, die beim kritischen Strom beobachtet werden (siehe Abbildung 4.33), treten also nicht beim Exzessstrom auf. Diese Beobachtung scheint gegen die Vermutung zu sprechen, dass der Exzessstrom auf die gleich Weise von den Abschirmströmen im Niob beeinflusst wird, wie der kritische Strom. Um den Verlauf des Exzessstromes verstehen zu können, sind weiter Experimente, aber natürlich auch theoretische Überlegungen, notwendig. Experimentell könnte z.B. die Magnetfeldabhängigkeit des Exzessstromes für mehrere Proben mit verschiedener Grenzflächentransparenz τ_{SN} untersucht werden. Um Proben mit unterschiedlicher Grenzflächentransparenz zu erhalten, kann die Länge des Argonplasmaprozesses vor dem Aufspalten des Niobs variiert werden. Die Magnetfeldabhängigkeit der Niobenergielücke ist unabhängig von der Transparenz. Die

4 Ergebnisse und Diskussion

Andreev-Reflexionsamplitude, die durch die Green'schen Funktionen des zweidimensionalen Elektronengases gegeben ist und die die Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Stromes bestimmt, wird umso stärker von einem Magnetfeld unterdrückt, je kleiner die Transparenz τ_{SN} ist. Wird die Magnetfeldabhängigkeit des Exzessstromes von der Abhängigkeit der Energielücke im Niob dominiert, sollte der prinzipielle $I_{exc}(B)$ -Verlauf bei allen Proben gleich sein. Spielt aber der Proximity-Effekt eine wichtige Rolle, könnte sich dies in Unterschieden des $I_{exc}(B)$ -Verlaufs bei den verschiedenen Proben zeigen.

5 Zusammenfassung

Gegenstand dieser Arbeit war die experimentelle Untersuchung von planaren Josephson-Kontakten basierend auf Nb/InAs-Hybridstrukturen. Es wurden sowohl der kritische Strom als auch der Exzessstrom und die Vielfach-Andreev-Reflexion an diesen Systemen untersucht. Dabei wurde ein besonderes Augenmerk auf die Abhängigkeit des kritischen Stromes von Magnetfeldern, deren Feldlinien parallel zum zweidimensionalen Elektronengas standen, gelegt.

Die untersuchten Systeme wurden mittels verschiedener Methoden der Halbleitertechnologie hergestellt. Dabei ist es gelungen, zwischen dem zweidimensionalen Elektronengas im InAs/AlGaSb-Quantentrog und dem Supraleiter Niob einen guten metallischen Kontakt zu erzeugen, so dass ein Suprastrom durch den Josephson-Kontakt mit einer maximalen Stromdichte in der Größenordnung von 1 A/m fließen konnte.

Es wurden verschiedene Transportmessungen durchgeführt, die insbesondere der Charakterisierung der Proben dienten. Aus der Abhängigkeit des Widerstandes R_N oberhalb der kritischen Temperatur von der Breite der Kontakte konnte die Transparenz $\tau_{2\text{DEG}}$ der Punktkontakte im zweidimensionalen Elektronengas bestimmt werden. Aus den Messungen des Exzessstromes und der Vielfach-Andreev-Reflexion als Funktion der Temperatur war es möglich, sowohl die kritische Temperatur T_c wie auch die Energielücke Δ zu ermitteln. Diese drei Größen sind wichtige Parameter, die für die theoretische Beschreibung der Messungen des kritischen Stromes als Funktion der Temperatur bzw. eines Magnetfeldes parallel zur Ebene des zweidimensionalen Elektronengases benötigt werden.

Die gemessene Temperaturabhängigkeit des kritischen Stromes kann durch ein Modell, basierend auf dem Streumatrixformalismus für lange Josephson-Kontakte, beschrieben werden. Dabei wird die den Suprastrom bestimmende Andreev-Reflexionsamplitude mit Hilfe der Green'schen Funktionen des durch den Proximity-Effekt modifizierten zweidimensionalen Elektronengases unterhalb des Supraleiters beschrieben. Wichtiger Anpassungsparameter in diesem Modell ist die McMillan-Energie. Mit ihr kann die Transparenz der Grenzfläche zwischen dem Supraleiter und dem zweidimensionalen Elektronengas abgeschätzt werden. Für die untersuchten Proben wurde $\tau_{SN} \approx 0.1$ ermittelt.

Die Messungen des kritischen Stromes als Funktion eines Feldes parallel zur Ebene des zweidimensionalen Elektronengases zeigen einen nichttrivialen Verlauf. Um den Übergang vom senkrechten Feld ins parallele Feld zu studieren, wurden neben den Messungen im senkrechten ($\alpha = 90^\circ$) und im parallelen ($\alpha = 0^\circ$) Feld auch Messungen bei verschiedenen kleinen Winkeln α durchgeführt. Eine Beschreibung dieser Messdaten ist mit einem Modell möglich, das den Einfluss der durch das Magnetfeld induzierten Abschirmströme auf den Proximity-Effekt im zweidimensionalen Elektronengas beschreibt. Das Modell ist eine Erweiterung des für die Beschreibung der $I_c(T)$ -Messungen erfolgreich angewendeten Modells. Dem Einfluss des Magnetfeldes wird durch eine Modifika-

tion der die Andreev-Reflexionsamplitude bestimmenden Green'schen Funktionen des zweidimensionalen Elektronengases unterhalb des Supraleiters Rechnung getragen. Eine senkrechte Komponente des Magnetfeldes wird in dem Modell durch ein um $B \sin \alpha$ verschobenes Fraunhofer-Muster berücksichtigt. Neben den aus den Anpassungen an die $I_c(T)$ -Messungen bekannten Parametern geht in dieses Modell ein weiterer Parameter, die effektive Eindringtiefe λ , ein. Dieser bestimmt, wie stark der Proximity-Effekt durch das parallele Feld beeinflusst wird, d. h. wie sehr die Andreev-Reflexionsamplitude durch das Feld unterdrückt wird. Mit λ kann für jeden Feldwert die Doppler-Energie $E_D(B)$ bestimmt werden. Bei den beiden in dieser Hinsicht untersuchten Proben ist für die Felder, bei denen der kritische Strom vollständig unterdrückt wird, E_D ungefähr so groß wie die Energielücke im Niob. Aus diesen Ergebnissen entsteht folgendes Bild:

Der Suprastrom in den Supraleiter/2DEG-Josephson-Kontakten wird getragen durch die gebunden und ungebunden Andreev-Zustände, die sich zwischen den, durch den Proximity-Effekt modifizierten, Bereichen des zweidimensionalen Elektronengases unterhalb der Niobelektroden ausbilden. Die von einem Magnetfeld im Niob induzierten Abschirmströme beeinflussen die Andreev-Reflexion an der Supraleiter/2DEG-Grenzfläche und damit den Proximity-Effekt im zweidimensionalen Elektronengas. Hieraus folgt eine Reduzierung der Andreev-Reflexionsamplitude für die Andreev-Reflexion an der Grenzfläche zum, durch den Proximity-Effekt modifizierten, zweidimensionalen Elektronengas, wodurch der kritische Strom reduziert wird. Die Stärke des Einflusses der Abschirmströme wird durch die Doppler-Energie $E_D(B)$ angegeben und der kritische Strom wird null, wenn $E_D(B)$ genauso groß wird, wie die Energielücke des die Supraleitung im zweidimensionalen Elektronengas induzierenden Supraleiters. Im parallelen Feld sind zwei verschiedene Einstellungen möglich: die Feldlinien sind entweder senkrecht zum Stromfluss ($\mathbf{B} \perp \mathbf{I}$) oder sie verlaufen parallel zum Strom ($\mathbf{B} \parallel \mathbf{I}$). Das beschriebene Modell ist nur für letztere Feldorientierung gültig. Die Ergebnisse in beiden Orientierungen unterscheiden sich nur in der Feldskala, auf der der kritische Strom unterdrückt wird. Es kann also angenommen werden, dass in beiden Fällen der Doppler-Effekt eine Rolle spielt, die Wirkung der Abschirmströme aber je nach Orientierung der Probe unterschiedlich ist.

Im senkrechten Feld wird der kritische Strom durch das Fraunhofer-Muster dominiert. Interessant in dieser Hinsicht ist die Untersuchung des kritischen Stromes eines Josephson-Kontaktes, dessen Fläche so klein ist, dass ein Fraunhofer-Muster bei den relevanten Feldern nicht beobachtet wird. Dann kann untersucht werden, ob im senkrechten Feld Abschirmströme einen ähnlichen Effekt auf den kritischen Strom des Josephson-Kontaktes haben wie im parallelen Feld.

Im resistiven Bereich können bei den Proben sowohl die Vielfach-Andreev-Reflexion wie auch ein Exzessstrom beobachtet werden. Insbesondere zeigen diese Messungen im senkrechten Feld ein sehr interessantes Verhalten, dessen Ursache nicht ausschließlich auf die Magnetfeldabhängigkeit der Energielücke im Niob zurückgeführt werden kann, da die äußeren Magnetfelder zu klein sind. Beide Effekte haben, ebenso wie der Suprastrom, ihre Ursache in der Andreev-Reflexion. Die Vermutung liegt also nahe, dass auch der Exzessstrom und die Vielfach-Andreev-Reflexion durch den Proximity-Effekt im zweidimensionalen Elektronengas bestimmt werden. In diesem Fall ergibt sich ei-

ne mögliche Erklärung für die Messungen im senkrechten Feld, wenn man annimmt, dass auch in diesem Fall Abschirmströme und eventuell Flussschläuche den Proximity-Effekt im zweidimensionalen Elektronengas und damit die Andreev-Reflexion reduzieren. Es fehlen allerdings theoretische Modelle, die sowohl den Exzessstrom in ballistischen Proximity-Systemen wie auch die Abhängigkeit des Exzessstromes vom Magnetfeld diskutieren, so dass eine quantitative Analyse der Daten nicht möglich ist. Weiterhin muss angenommen werden, dass im senkrechten Feld der Hall-Effekt, insbesondere das Auftreten von Randkanälen im ballistischen zweidimensionalen Elektronengas, eine Rolle spielt. Es konnten dafür aber in den Messungen des Exzessstromes und der Vielfach-Andreev-Reflexion keine konkreten Hinweise gefunden werden.

Im parallelen Feld wird ein Exzessstrom bis etwa 2.5 T beobachtet. Die Unterdrückung des Exzessstromes kann in diesem Fall zumindest teilweise auf die Unterdrückung der Supraleitung im Niob durch das Magnetfeld zurückgeführt werden. Dennoch ist auch in diesem Fall ein Einfluss durch den Doppler-Effekt nicht auszuschließen.

A Probenpräparation

A.1 Schritt 1: Herstellung der Mesa-Struktur mit Goldkontakten

1. Gründliche Reinigung der etwa 5×5 mm großen Halbleiterplättchen in Aceton und Isopropanol.
2. Belacken mit dem Fotolack *Allresist AR-P 3740* und fünf Minuten Ausheizen auf der 90°C heißen Heizplatte.
3. Belichten im *Mask Aligner* durch die Mesa-Strukturmaske, die Belichtungszeit hängt dabei von der verwendeten Chrommaske ab und muss daher beim ersten Verwenden der Maske bestimmt werden.
4. Etwa 50s Entwickeln im NaOH-basierten Fotolackentwickler (*ma-D 333* mit Wasser im Verhältnis Entwickler: H_2O = 1:3 vermengt). Da die AlGaSb-Deckschicht von dem Fotolackentwickler geätzt wird, wird diese beim Entwickeln entfernt. Die InAs-Oberfläche erscheint dann, im Gegensatz zur blau-grau schimmernden AlGaSb-Oberfläche, rosa. Es sollte für jedes Halbleiterplättchen eine frische Entwicklerlösung angerührt werden. Die Erfahrung hat gezeigt, dass der Entwickler durch das Ätzen der Deckschicht „verkommt“, mit der Folge, dass nicht entfernbare Schlieren die Oberfläche des Halbleiterplättchens überdecken.
5. Ätzen der Mesas in einer ($\text{H}_3\text{PO}_4\text{:H}_2\text{O}_2\text{:H}_2\text{O}$ = 1:1:12)-Lösung sofort nach dem Entwickeln. Um Bläschenbildung auf der Probenoberfläche zu vermeiden, kann eine Spatelspitze des Netzmittels Dodecylsulfat der Ätzlösung beigelegt werden. Ätztiefe ca. 50 nm nach 18s Ätzdauer. Die AlGaSb-Schicht unterhalb der InAs-Schicht erscheint in einem leichten Gelbton.
6. Erneute gründliche Reinigung und erneutes Belacken mit Fotolack *AR-P 3740* und Ausheizen.
7. Belichten durch die Bondpadmaske ohne Goldzuleitungen und 50s Entwickeln im NaOH-basierten Entwickler. Hierbei wird ebenfalls wieder die Deckschicht entfernt.
8. Sehr gründliches Reinigen der Probe in Aceton und Isopropanol.
9. Die Beweglichkeit der Ladungsträger im zweidimensionalen Elektronengas wird durch die Verwendung des NaOH-basierten Entwicklers herabgesetzt. Ein Temperaturschritt kann die Beweglichkeit wieder erhöhen. Dieser muss jedoch durchgeführt

werden, bevor die Goldkontakte aufgebracht werden: Tempersschritt im Legierofen, *Gas flow anneal* bei 280 °C, 2 min.

10. Erneutes Belacken mit *AR-P 3740* und Ausheizen.
11. Belichten durch die Bondpadmaske mit Goldzuleitungen.
12. Entwickeln mit metallionenfreiem Entwickler (*Allresist AR 300-47*), ca. 1 min. Dieser hat einen weniger starken Einfluss auf die Beweglichkeit der Ladungsträger.
13. Aufdampfen von etwa 5 nm Cr als Haftvermittler und 60 nm Gold. Da InAs keine Schottky-Barriere mit einem Metall ausbildet, sind nun bereits die Goldpads in gutem metallischen Kontakt mit dem Halbleitermaterial, denn die Deckschicht wurde bereits in 7. entfernt. Damit ein guter Kontakt gewährleistet ist, sollten die Punkte 7.-13. in schneller Folge bearbeitet werden. Die Goldzuleitungen sollten nicht dicker als 60 nm sein, damit die nur etwa 35 nm dicken Niobschichten an den Kanten der Goldzuleitungen nicht abreißen.
14. *Lift-off* in Aceton.
15. Ein letztes Mal Belacken mit *AR-P 3740* und Ausheizen.
16. Belichten durch die Bondpadmaske ohne Goldzuleitungen und Entwickeln im metallionenfreien Entwickler.
17. Aufdampfen von etwa 140 nm Gold und *Lift-off* in Aceton.

A.2 Schritt 2: Strukturierung der Punktkontakte im 2DEG

1. Gründliche Reinigung des Halbleiterplättchens mit Mesa-Strukturen in Aceton und Isopropanol.
2. Belacken mit *PMMA 950k 2%* und Ausheizen 8-10 min auf der 150°C heißen Heizplatte.
3. Belichten des Lacks im Elektronenmikroskop mit den gewünschten Strukturen, wobei die notwendige Dosis von verschiedenen Faktoren abhängig ist und zuvor mit Hilfe eines Dosistests bestimmt werden muss.
4. Entwickeln:
90 s MIBK:Isopropanol im Verhältnis 1:3
60 s Isopropanol
5. Kontrolle im Lichtmikroskop
6. Ätzen in der RIE-Anlage 85 s mit SiCl₄-Prozess (Parameter: 15 sccm, 12 mTorr, 60 W, *low pressure strike*)

A.3 Schritt 3: Herstellung der Niobstrukturen

1. Reinigung und erneutes Belackten, diesmal mit *PMMA 950k 4%* und Ausheizen 8-10 min auf der 150°C heißen Heizplatte.
2. Belichten der Niobstrukturen im Elektronenmikroskop.
3. Entwickeln:
60 s Isopropanol
60 s MIBK:Isopropanol = 1:6
60 s Isopropanol
4. Entfernen der Deckschicht in der RIE-Anlage 45 s SiCl_4 -Prozess (Parameter: 15 sccm, 22 mTorr, 60 W)
5. Nachentwickeln:
40 s MIBK:Isopropanol = 1:4
30 s Isopropanol
6. Einbau in die Schleuse der UHV-Anlage etwa 20 min nach dem Ausbau aus der RIE-Anlage, Abpumpen über Nacht.
7. Reinigung der Probe mit Argonionen in der Schleuse: Prozessdruck 2.5×10^{-3} mbar, 3 min, Rezept 21 (Beam 50 V, 30 mA, Accelerator 0, Discharge 40 V, Neutralizer TBN)
8. Einschleusen in die Hauptkammer und Niobspattern: Prozessdruck 3×10^{-3} mbar, *dc*-Sputterleistung 50 W, 15 min. Dies ergibt eine Schichtdicke von etwa 35 nm.
9. Lift-off in Aceton. Die Verwendung von Spritze und Ultraschallbad ist möglich.
10. Da die Strukturgrößen der Proben teilweise unter einem Mikrometer liegen, können die Strukturen nicht im Lichtmikroskop untersucht werden. Um die Proben auszuwählen, die gemessen werden sollen, müssen also Bilder mit dem Elektronenmikroskop aufgenommen werden.

Literaturverzeichnis

- [1] G. Deutscher, P. G. de Gennes, in *Superconductivity*, edited by R. D. Parks (M. Dekker, New York, 1969), Vol. 2, Chap. 17.
- [2] W. Belzig, C. Bruder, G. Schön, *Local density of states in a dirty normal metal connected to a superconductor*, Phys. Rev. B **54**, 9443 (1996).
- [3] S. Guéron, H. Pothier, N. O. Birge, D. Esteve, M. H. Devoret, *Superconducting Proximity Effect Probed on a Mesoscopic Length Scale*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3025 (1996).
- [4] N. Moussy, H. Courtois, B. Pannetier, *Local spectroscopy of a proximity superconductor at very low temperatures*, Europhys. Lett. **55**, 861 (2001).
- [5] A. K. Gupta, L. Crétinon, N. Moussy, B. Pannetier, H. Courtois, *Anomalous density of states in a metallic film in proximity with a superconductor*, Phys. Rev. B **69**, 104514 (2004).
- [6] C. W. J. Beenakker, H. van Houten, *Josephson Current through a Superconducting Quantum Point Contact Shorter than the Coherence Length*, Phys. Rev. Lett. **66**, 3056 (1991).
- [7] H. Takayanagi, T. Akazaki, J. Nitta, *Observation of Maximum Supercurrent Quantization in a Superconducting Quantum Point Contact*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3533 (1995).
- [8] T. Bauch, E. Hürfeld, V. M. Krasnov, P. Delsing, H. Takayanagi, T. Akazaki, *Correlated quantisation of supercurrent and conduction in a superconducting quantum point contact*, Phys. Rev. B **71**, 174502 (2005).
- [9] A. F. Volkov, P. H. C. Magnée, B. J. Wees, T. M. Klapwijk, *Proximity and Josephson effects in superconductor-two-dimensional electron gas planar junctions*, Physica C **242**, 261 (1995).
- [10] Jonathan Eroms, *Transport in niederdimensionalen Supraleiter-Halbleiter-Strukturen*, Dissertation, Universität Regensburg, 2002.
- [11] A. Chrestin, T. Matsuyama, U. Merkt, *Evidence for a proximity-induced energy gap in Nb/InAs/Nb junctions*, Phys. Rev. B **55**, 8457 (1997).
- [12] K. Inoue, H. Takayanagi, *Local tunneling spectroscopy of Nb/InAs/Nb superconducting proximity system with a scanning tunneling microscope*, Phys. Rev. B **43**, 6214 (1991).

- [13] G. Tkachov, K. Richter, *Andreev magnetotransport in low-dimensional proximity structures: Spin-dependent conductance enhancement*, Phys. Rev. B **71**, 094517 (2005).
- [14] Thomas Schäpers, in *Superconductor/Semiconductor Junctions* (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2001), Chap. all.
- [15] L. N. Cooper, *Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas*, Phys. Rev **104**, 1189 (1956).
- [16] J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer, *Theory of Superconductivity*, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).
- [17] S. Skalski, O. Betbeder-Matibet, P. R. Weiss, *Properties of Superconducting Alloys Containing Paramagnetic Impurities*, Phys. Rev. **136**, A1500 (1964).
- [18] P. Fulde, *Tunneling Density of States for a Superconductor Carrying a Current*, Phys. Rev. **137**, A783 (1965).
- [19] A. A. Abrikosov, L. P. Gor'kov, *Contribution of the Theory of Superconducting Alloys with Paramagnetic Impurities*, Sov. Phys. JETP **12**, 1244 (1961).
- [20] A. Anthore, H. Pothier, D. Esteve, *Density of States in a Superconductor Carrying a Supercurrent*, Phys. Rev. Lett. **90**, 127001 (2003).
- [21] Michael Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, 2. Auflage ed. (McGraw-Hill, Inc., New York, 1996).
- [22] B. D. Josephson, *Possible New Effects in Superconductive Tunneling*, Phys. Lett. **1**, 251 (1962).
- [23] J. P. Burger, G. Deutscher, E. Guyon, A. Martinet, *Proximity Effects under Magnetic Fields*, Physics Letters **17**, 180 (1965).
- [24] K. K. Likharev, *Superconducting weak links*, Rev. Mod. Phys. **51**, 101 (1979).
- [25] A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, E. Il'ichev, *The current-phase relation in Josephson junctions*, Rev. Mod. Phys. **76**, 411 (2004).
- [26] A. F. Andreev, *The thermal conductivity of the intermediate state in superconductors*, Sov. Phys. JETP **19**, 1128 (1964).
- [27] B. Pannetier, H. Courtois, *Andreev Reflection and Proximity effect*, Journal of Low Temp. Phys. **118**, 599 (2000).
- [28] I. O. Kulik, *Macroscopic quantization and the proximity Effect in S-N-S junctions*, Sov. Phys. JETP **30**, 944 (1970).

- [29] P.F. Bagwell, *Suppression of the Josephson current through a narrow, mesoscopic, semiconductor channel by a single impurity*, Phys. Rev. B **46**, 12573 (1992).
- [30] W. Haberkorn, H. Knauer, J. Richter, *A theoretical study of the current-phase relation in Josephson-contacts*, Phys. Stat. Solidi **A47**, K161 (1978).
- [31] M. Ebel, C. Busch, U. Merkt, M. Grajcar, T. Plecenic, E. Il'ichev, *Supercurrent-phase relationship of a Nb/InAs(2DEG)/Nb Josephson junction in overlapping geometry*, Phys. Rev. B **71**, 052506 (2005).
- [32] Werner Buckel, Reinhold Kleiner, *Supraleitung, Grundlagen und Anwendungen*, 6. Auflage ed. (WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2004).
- [33] V. Ambegaokar, B.I. Halperin, *Voltage due to thermal noise in the dc Josephson effect*, Phys. Rev. B **22**, 1364 (1969).
- [34] P.W. Brouwer, C.W. Beenakker, *Anomalous temperature dependence of the supercurrent through a chaotic Josephson junction*, preprint cond-mat/9611162 (2004).
- [35] M. Grajcar, M. Ebel, E. Il'ichev, R. Kürsten, T. Matsuyama, U. Merkt, *Supercurrent-phase relation of a Nb/InAs(2DEG)/Nb Josephson junction*, Physica C **372-376**, 27 (2002).
- [36] A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, *Quasiparticle current in ballistic NcN'S junctions*, Physica C **259**, 27 (1996).
- [37] W.L. McMillan, *Tunneling Model of the Superconducting Proximity Effect*, Phys. Rev. **175**, 537 (1968).
- [38] M. Yu. Kupriyanov, V.F. Lukichev, *Influence of the boundary transparency on the critical current of "dirty" SS'S structures*, Sov. Phys. JETP **67**, 1163 (1988).
- [39] T. M. Klapwijk, G. E. Blonder, M. Tinkham, *Explanation of subharmonic energy gap structure in superconducting contacts*, Physica **109 & 110B**, 1657 (1982).
- [40] G. E. Blonder, M. Tinkham, T. M. Klapwijk, *Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microbridges: Excess current, charge imbalance, and supercurrent conversions*, Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982).
- [41] Juan Carlos Cuevas, *Electronic Transport in Normal and Superconducting Nanocontacts*, Dissertation, Universidad Autonoma de Madrid, 1999.
- [42] H. W. Weber, E. Seidl, C. Laa, E. Schachinger, M. Prohammer, A. Junod, D. Eckert, *Anisotropy effects in superconducting niobium*, Phys. Rev. B **44**, 7585 (1991).
- [43] Charles P. Pool, Horacio A. Farach, Richard J. Creswich, *Superconductivity* (Academic Press, San Diego, 1995).

- [44] T. McConville, B. Serin, *Ginzburg-Landau Parameters of Type-II Superconductors*, Phys. Rev. **140**, A1169 (1965).
- [45] S. Brosig, K. Ensslin, A. G. Jansen, C. Nguyen, B. Brar, M. Thomas, H. Kroemer, *InAs-AlSb quantum wells in tilted magnetic fields*, Phys. Rev. B **61**, 13045 (2000).
- [46] T. Ando, A. B. Fowler, F. Stern, *Electronic properties of two-dimensional systems*, Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982).
- [47] C. Nguyen, H. Kroemer, E. L. Hu, *Anomalous Andreev Conductance in InAs-AlSb Quantum Well Structures with Nb Electrodes*, Phys. Rev. Lett. **49**, 2847 (1992).
- [48] C. Nguyen, H. Kroemer, E. L. Hu, *Contact resistance of superconductor-semiconductor interfaces: The case of Nb-InAs/AlSb quantum-well structures*, Appl. Phys. Lett. **65**, 103 (1994).
- [49] M. Behet, S. Nemeth, Boeck J. De G. Borghs, J. Tümmler, J. Woitok, J. Geurts, *Molecular beam epitaxy and characterization of InAs/Al_{0.2}Ga_{0.8}Sb heterostructures for magnetic sensing applications*, Semicond. Sci. Technol. **13**, 428 (1998).
- [50] C. Nguyen, B. Brar, H. Kroemer, J. H. English, *Surface donor contribution to electron sheet concentrations in not-intentionally doped InAs-AlSb quantum wells*, Appl. Phys. Lett. **60**, 1854 (1992).
- [51] J. Tersoff, *Schottky barriers and semiconductor band structures*, Phys. Rev. B **32**, 6968 (1985).
- [52] C. A. Mead, W. G. Spitzer, *Fermi Level Position at Metal-Superconductor Interfaces*, Phys. Rev. **134**, A713 (1964).
- [53] S. Kawaji, S. Miki, T. Kinoshita, *Superconductivity in InAs Surfaces*, J. Phys. Soc. Japan **39**, 1631 (1975).
- [54] Y. Takada, Y. Uemura, in *Physics of Semiconductors, Proceedings of the 13th International Conference, Rom 1976*, edited by F. G. Fumi (North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1976), 754.
- [55] Y. Takada, *Plasmon mechanism of superconductivity in two- and three-dimensional electron systems*, J. Phys. Soc. Japan **45**, 786 (1978).
- [56] J. M. Martinis, M. H. Devoret, J. Clarke, *Experimental tests for the quantum behavior of a macroscopic degree of freedom: The phase difference across a Josephson junction*, Phys. Rev. B **35**, 4682 (1987).
- [57] Johannes Bentner, *Zur Strom-Phasen-Relation diffuser Supraleiter/Normalleiter/Supraleiter Josephson-Kontakte*, Dissertation, Universität Regensburg, 2004.

- [58] H. van Houten, C. W. J. Beenakker, B. J. van Wees, in *Semiconductors and Semimetals*, edited by M. A. Reed (Academic Press, INC., Boston, 1992), Vol. 35, 9–112.
- [59] C. W. J. Beenakker, H. van Houten, in *Solid State Physics*, edited by H. Ehrenreich, D. Turnbull (Academic Press, INC., San Diego, 1991), Vol. 44, 1–228.
- [60] Neil W. Ashcroft, N. David Mermin, *Solid State Physics* (Saunders College, Fort Worth, 1976).
- [61] M. F. Goffman, R. Corn, A. Levy Yeyati, P. Joyez, M. H. Devoret, D. Esteve, C. Urbina, *Supercurrent in Atomic Point Contacts and Andreev States*, Phys. Rev. Lett. **85**, 170 (2000).
- [62] Matthias Henny, *Shot Noise in Nanoconductors*, Dissertation, Universität Basel, 1998.
- [63] I. U. Kulik, A. N. Omel'yanchuk, *Properties of superconducting microbridges in the pure limit*, Sov. J. Low Temp. Phys. **3**, 459 (1977).
- [64] J. P. Heida, B. J. van Wees, T. M. Klapwijk, G. Borghs, *Critical currents in ballistic two-dimensional InAs-based superconducting weak links*, Phys. Rev. B **60**, 13135 (1999).
- [65] F. Giazotto, K. Grove-Rasmussen, R. Fazio, F. Beltram, E. H. Linfield, D. A. Ritchie, *Josephson Current in Nb/InAs/Nb Highly Transmissive Ballistic Junctions*, Journal of Superconductivity **17**, 317 (2004).
- [66] L. M. Mur, C. J. P. M. Harmans, J. E. Mooij, J. F. Carlin, A. Rudra, M. Ilegems, *Experimental indication for supercurrents carried by opened transport channels*, Phys. Rev. B **54**, R2327 (1996).
- [67] B. A. Aminov, A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, *Quasiparticle current in ballistic constrictions with finite transparencies of interfaces*, Phys. Rev. B **53**, 365 (1996).
- [68] Grigory Tkachov, persönliche Mitteilung.
- [69] G. Fagas, G. Tkachov, A. Pfund, K. Richter, *Geometrical enhancement of the proximity effect in quantum wires with extended superconducting tunnel contacts*, Phys. Rev. B **71**, 224510 (2005).
- [70] B. Mühlischlegel, *Die thermodynamischen Funktionen des Supraleiters*, Zeitschrift für Physik **155**, 313 (1959).
- [71] Juan Carlos Cuevas, persönliche Mitteilung.
- [72] Antonio Barone, Gianfranco Paternò, *Physics and Applications of the Josephson-Effect* (Wiley, New York, 1982).

- [73] J. P. Heida, B. J. van Wees, T. M. Klapwijk, G. Borghs, *Nonlocal supercurrent in mesoscopic Josephson junctions*, Phys. Rev. B **57**, R5618 (1998).
- [74] Y. Miyoshi, Y. Bugoslavsky, L. F. Cohen, *Andreev reflection spectroscopy of niobium point contacts in a magnetic field*, Phys. Rev. B **72**, 012502 (2005).
- [75] J. Eroms, D. Weiss, J. De Boeck, G. Borghs, U. Zülicke, *Andreev Reflection at High Magnetic Fields: Evidence for Electron and Hole Transport in Edge States*, Phys. Rev. Lett. **95**, 107001 (2005).
- [76] G. Tkachov, V. I. Fal'ko, *Magnetic field influence on the proximity effect in semiconductor-superconductor hybrid structures and their thermal conductance*, Phys. Rev. B **69**, 092503 (2004).
- [77] R. Merservey, P. M. Tedrow, P. Fulde, *Magnetic Field Splitting of the Quasiparticle State in Superconducting Aluminum Films*, Phys. Rev. Lett. **25**, 1270 (1970).

Danksagung

Ich danke Herrn Prof. Dr. C. Strunk für die Möglichkeit, in seiner Arbeitsgruppe meine Doktorarbeit durchzuführen und für das mir entgegengebrachte Vertrauen in meine Arbeit.

Herrn Prof. Dr. K. Richter danke ich für die Übernahme des Korreferats.

Mein ganz besonderer Dank gilt Dr. Grigory Tkachov, der Modelle entwickelt bzw. bestehende Modelle in eine anwendbare Form gebracht hat, mit denen die Beschreibung einiger meiner Daten möglich war. Von ganz besonderem Wert für mich war sein großes Interesse an meinen Ergebnissen und seine ebenso große Geduld, all meine Fragen zu beantworten.

Ich danke Dr. Jonathan Eroms. Die Anleitung zur Probenherstellung in seiner Doktorarbeit hat mich zu Beginn stets in den Reinraum begleitet und gab es trotzdem Probleme, so hat er aus den fernen Niederlanden meine Fragen persönlich beantwortet. Gegen Ende der Doktorarbeit half er mir durch die Beantwortung vieler fachlicher Fragen sehr.

Martin Furtmeier und Robert Hiltner danke ich für die vielen Dinge, die sie nach meinen Vorstellungen und noch viel schöner und besser gebaut haben. Karl Weigert, Lothar Rother, Christian Haimerl und Thomas Solleder von der Heliumausgabe danke ich für die Versorgung mit flüssigem Helium, ohne das keine einzige Messung zustande gekommen wäre.

Herrn Prof. Dr. D. Weiss danke ich für die Möglichkeit, seine Geräte nutzen zu können. Mein Dank geht an all jenen, die mich in die jeweiligen Geräte einwiesen und auch später für alle Fragen offen und zur Hilfe bereit waren.

Ich danke meinen ersten Bürokollegen Dres. Andreas Bauer und Johannes Bentner und auch den jüngsten Bürokollegen Emiliano Pallecchi und Dominik Preusche für die gemeinsame Zeit, die wir mit Diskussionen über die Physik, das Leben und den ganzen Rest füllten.

Wilfried Meindl und Eva Brinkmeier danke ich für die schönen Teestunden, in denen wir die Sorgen und Freuden unserer Doktorarbeiten geteilt haben. Wilfried Meindl war außerdem bei Computerproblemen immer ein kompetenter und hilfreicher Ansprechpartner. Auch dafür gilt ihm mein Dank.

Ich danke allen ungenannten Mitgliedern der Arbeitsgruppen Strunk und Weiss. Das gute Arbeitsklima und freundliche Miteinander war unerlässlich für die erfolgreiche Arbeit im Reinraum und den anderen Labors.

Ich danke Dr. Ralf Vollmer für die unzähligen Dinge von unschätzbarem Wert mit denen er zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen hat.

Nicht zuletzt möchte ich meinen Eltern für ihre liebevolle Unterstützung und Zuwendung auf meinem Weg bis hierher danken.

Diese Arbeit wurde von der DFG im Rahmen des Graduiertenkollegs „Nichtlinearität und Nichtgleichgewicht in Kondensierter Materie“ finanziell unterstützt.