FRANZ VON KUTSCHERA

BEWIRKEN

In dieser Arbeit soll eine semantische Analyse einiger Grundterme der Handlungslogik versucht werden, die sich um das Prädikat "Bewirken" gruppieren. Dazu ist zunächst ein geeigneter semantischer Rahmen zu entwickeln, der in einer Verbindung von Modal- und Zeitlogik besteht. Handlungen allgemein, wie Vorgänge des Bewirkens im besonderen, sind ja zeitliche Vorgänge, und fast alle Prädikate, die wir im Zusammenhang mit Handlungen verwenden, wie "Handeln" und "Bewirken" selbst, aber auch "Wollen", "Beabsichtigen", "Glauben", "Wissen", "etwas für wahrscheinlich halten", "etwas vorziehen" sind intensionale Verben, deren Analyse den Apparat der intensionalen, also im weiteren Sinn des Wortes modallogischen Semantik voraussetzt.

Eine Verbindung von Modal- und Zeitlogik ist aber auch für die Semantik natürlicher Sprachen wichtig, für die Analyse von antiken Texten zur (alethischen) Modallogik, in denen zeitabhängige Sätze betrachtet werden und Modalaussagen ihren Wahrheitswert in der Zeit ändern können,[1] und für die Zeitlogik selbst, wenn sie auch zeitliche Aspekte erfassen will. So verwendet z.B. M. Cresswell in (1977) – einer von der Thematik her rein zeitlogischen Arbeit – mögliche Welten, um den Zusammenhang zwischen Performanzverben (*accomplishments* in der Terminologie Vendlers) und ihren Progressivformen zu analysieren. Daher gehen wir in den Abschnitten 1 bis 3 etwas ausführlicher auf den Rahmen einer kombinierten Modal- und Zeitlogik ein, als es die Analyse der handlungstheoretischen Prädikate eigentlich erfordert.

Diese Arbeit stellt im wesentlichen eine Verallgemeinerung der Gedanken in meinem Aufsatz von 1980 dar, der wiederum Ideen generalisiert, die zuerst von L. Åqvist in (1974) entwickelt worden sind. In (1980) wurden nur diskrete Zeitstrukturen behandelt, während hier normalere zugrundegelegt werden sollen, die mindestens der Struktur der rationalen Zahlen entsprechen. Die vorliegende Arbeit setzt aber die Kenntnis der genannten früheren nicht voraus.

Erkenntnis **24** (1986) 253–281.

1. I-STRUKTUREN

In der intensionalen Logik interpretiert man Sätze über einer Menge W von möglichen Welten, auf der eine binäre Zugänglichkeitsrelation R definiert ist. Gilt wRw' (w, w', w'', ... seien hier und im folgenden Welten aus W), so ist w' eine von w aus gesehen mögliche Welt. Die verschiedenen modallogischen Systeme unterscheiden sich durch verschiedene Bedingungen (z.B. Reflexivität, Transitivität, Symmetrie), denen R genügen soll. Das Paar $\langle W, R\rangle$ können wir als *Weltenstruktur* bezeichnen, so daß in der Modallogik eine Sprache über einer Weltenstruktur interpretiert wird. Betrachtet man, wie üblich, nur ewige Sätze, so hängt der Wahrheitswert eines Satzes bei einer Interpretation von der jeweils betrachteten Welt ab.

In der Zeitlogik interpretiert man Sätze über einer Menge T von Zeitpunkten, auf der eine binäre Relation $\leq.$ zeitlicher Ordnung definiert ist. $t \leq. t'$ besage (t, t', t'', ... seien hier wie im folgenden Zeitpunkte aus T), daß t nicht später ist als t'. Der Wahrheitswert eines Satzes hängt von dem jeweils betrachteten Zeitpunkt ab. Die Sätze werden also wie Äußerungen mit einem zeitlichen Indexausdruck "jetzt" aufgefaßt, deren Wahrheitswert sich mit dem Zeitpunkt ihrer Äußerung ändern kann. Verschiedene Autoren – so z.B. M. Cresswell in der zitierten Arbeit – haben für eine Zeitlogik plädiert, in der Sätzen Wahrheitswerte nicht in Abhängigkeit von Zeitpunkten, sondern von Zeitintervallen zugeordnet werden. Die dafür vorgebrachten Argumente entfallen aber für eine Kombination von Zeit- und Modallogik, wie sich im folgenden zeigen wird.

Verbindet man Modal- und Zeitlogik, so hat man es zunächst mit zwei Mengen: W und T, und mit zwei binären Relationen: R und $\leq.$ zu tun, und der Wahrheitswert eines Satzes hängt sowohl von der betrachteten Welt wie vom betrachteten Zeitpunkt ab. Jede Welt w erstreckt sich aber nun in der Zeit, sie hat eine Geschichte, und jedem Zeitpunkt t entspricht ein Zustand der Welt in t. Welten stellen sich dann als Funktionen dar, die T in eine Menge I von *Weltzuständen* (kurz WZ) abbilden. Wir müssen daher auch noch eine dritte Menge I betrachten. Die Zugänglichkeitsrelation R ist nun als Relation zwischen WZ aufzufassen: Ein Ereignis, wie es in einer Welt w' stattfindet, kann in w von t aus betrachtet möglich, aber von t' aus betrachtet unmöglich sein.

Man kann jedoch die Anzahl der Grunddaten W, T, I, R und $\leq.$ reduzieren. Das gilt insbesondere dann, wenn man Welt- und Zeitstruktur nicht als unabhängig von einander ansieht. Man kann z.B. von I und R als Grunddaten ausgehen. Zum leichteren Verständnis der folgenden Begriffsbildungen betrachten wir zunächst eine *diskrete* Struktur: I sei eine (nichtleere) Menge von WZ, r sei eine binäre Relation auf I und irj ($i, j, k, \ldots$ seien hier und im folgenden Elemente von I) besage, daß j unmittelbar auf i folgt. Wenn wir nun fordern, daß r voreindeutig ist, also $\Lambda ijk(irj \wedge krj \supset i = k)$, daß es einen Anfangszustand i_0 in I gibt, also $\Lambda j \neg(jri_0)$, und daß jedes Element von I außer i_0 unmittelbar oder mittelbar auf i_0 folgt, also $\Lambda j(i_0 r^{\geq 0} j)$ ($r^{\geq 0}$ sei die Relationskette 1.Art zu r, für die $ir^{\geq 0}j$ genau dann gilt, wenn $i = j$ ist oder wenn es eine Zahl $n \geq 2$ gibt mit $Vj_1 \ldots j_n(j_1 = i \wedge j_n = j \wedge j_1 r j_2 \wedge \ldots \wedge j_{n-1} r j_n)$),[2] so ergibt sich ein *Baumuniversum*: Zeichnen wir die WZ so als Punkte, daß die unmittelbar auf i folgenden WZ über i stehen, und verbinden wir die aufeinander folgenden WZ durch Linien, so entsteht ein Baum, dessen unterster Punkt i_0 ist und dessen Äste sich nach oben verzweigen. Die Welten sind die Äste des Baums, d.h. maximale Mengen von WZ, auf denen die Relation $r^{>0}$ – die Relationskette 2.Art zu r (es gilt $ir^{>0}j \equiv ir^{\geq 0}j \wedge i \neq j$) – eine lineare Ordnung bildet, so daß also gilt $ir^{>0}j \vee jr^{>0}i \vee i = j$. Man kann also die Menge W der Welten definieren durch $w \in W \equiv \emptyset \neq w \subset I \wedge \Lambda i(i \in w \equiv \Lambda j(j \in w \supset ir^{>0}j \vee i = j \vee jr^{>0}i))$.

Da jedem WZ ein Zeitpunkt entspricht, zu dem er besteht, läßt sich die Menge T durch I repräsentieren und die Zeitrelation $<.$ (früher als) durch die Relation $r^{>0}$. Da nun $r^{>0}$ im allgemeinen keine lineare Ordnung ist, erhalten wir so keine lineare Zeitordnung: Jede Welt hat ihre eigene Zeitstruktur, ähnlich wie jedes Bezugssystem in der Relativitätstheorie. Im diskreten Fall kann man freilich auch eine gemeinsame Zeitordnung definieren: Zu jedem $WZ\,j$ gibt es genau eine Zahl n mit $i_0 r^n j$, wo r^n die n-te Potenz von r ist, so daß ir^nj genau dann gilt, wenn gilt $Vj_0 \ldots j_n(j_0 = i \wedge j_n = j \wedge j_0 r j_1 \wedge \ldots \wedge j_{n-1} r j_n)$.[3] Wir können also sagen: Der Zeitpunkt $z(j)$, in dem der $WZ\,j$ besteht, ist jenes n, für das $i_0 r^n j$ gilt, und $i \leq. j$ steht für $z(i) \leq z(j)$.

Baumuniversen ergeben nur eine von vielen möglichen Arten von Welt-Zeit-Strukturen. Sie implizieren, daß Welten, die in einem Zustand übereinstimmen, auch in allen früheren Zuständen übereinstimmen. Ein und derselbe WZ kann also nicht Produkt verschiedener Entwicklungen, verschiedener Weltgeschichten sein. Formal ist diese Spezialisierung unbedenklich, da ja die Verschiedenheit zweier Weltzustände nicht ausschließt, daß in ihnen dieselben (sprachlich ausdrückbaren) Sachverhalte bestehen. Inhaltlich ist sie aber für die alethische Modallogik und die Handlungslogik angemessener als z.B. für die epistemische Logik. Denn nach dem, was wir wissen oder glauben, kann der gegenwärtige Weltzustand durchaus auf verschiedene Weisen entstanden sein; epistemisch sind mit ihm verschiedene Vergangenheiten verträglich. Da aber Vergangenes realiter unveränderlich ist, ergibt sich bei einem Verständnis des Möglichen, nach dem es real oder realisierbar ist, daß Vergangenes nur dann möglich ist, wenn es eine (historische) Tatsache ist.

Ebenso ist die Annahme, jeder *WZ* komme nur in einem bestimmten Zeitpunkt vor, formal unbedenklich. Sie ist auch inhaltlich weniger problematisch, denn die Wiederkehr des Gleichen ist jedenfalls keine Sache, mit der wir in normalen Kontexten zu rechnen haben. Wenn wir uns im folgenden auf die Betrachtung von Baumuniversen beschränken, so im Blick auf die geplanten Anwendungen. Wir behandeln also nur einen Spezialfall der Verbindung von Modal- und Zeitlogik, aber die folgenden Überlegungen lassen sich leicht verallgemeinern oder modifizieren.

Wir wollen nun unser einfaches diskretes Modell so verallgemeinern, daß wir eine Zeitordnung erhalten, die der normalen entspricht, die also mindestens die Struktur der rationalen Zahlen hat. Dann gibt es wegen der Dichte der rationalen Zahlen keinen unmittelbaren Nachfolger eines *WZ*. Wir müssen also von einer Relation R ausgehen, die der oben angeführten Relation $r^{>0}$ entspricht. Ferner wollen wir Welten betrachten, die nach "oben" (in Richtung Zukunft) wie nach "unten" (Richtung Vergangenheit) unendlich sind. Das macht keine weiteren Schwierigkeiten. Will man jedoch eine gemeinsame Zeitordnung erhalten, also eine zeitliche Vergleichbarkeit aller *WZ*, so muß man von einer vierstelligen Relation auf I ausgehen, mit der sich eine Abstandfunktion für Zustände derselben Welt definieren läßt.[4] Da wir in Analogie zur Forderung eines einheitlichen Ursprungs aller möglichen Welten im diskreten Fall verlangen wollen, daß alle Welten gemeinsame Zustände haben, legt dann die Wahl einer Abstandseinheit und eines Nullpunkts der Zeitrechnung in einer Welt das Entsprechende für alle anderen Welten fest, so daß man auf diese Weise eine gemeinsame Zeitordnung einführen kann. Dieses Verfahren ist jedoch technisch etwas kompliziert und nur unter Gesichtspunkten logischer Eleganz von Bedeutung. Wir verzichten hier auf die Mühen dieser Eleganz und setzen statt einer

4-stelligen zwei 2-stellige Relationen R und $\leq_0$ zwischen WZ voraus. Dann erhalten wir Strukturen der folgenden Art:

(D1) Eine *I-Struktur* ist ein Tripel $\mathfrak{I} = (I, \leq_0, R)$, für das gilt:
(1) I is eine nichtleere Menge (von WZ).
(2) $\leq_0$ ist eine binäre Relation auf I, für die gilt
(a) $i \leq_0 j \wedge j \leq_0 k \supset i \leq_0 k$ – Transitivität
(b) $i \leq_0 j \vee j \leq_0 i$ – Konnexität (Linearität)
(c) $i <_0 j \supset \bigvee k(i <_0 k <_0 j)$ – Dichte
(d) $\bigvee j(j <_0 i)$ – Unbeschränktheit nach links (unten)
(e) $\bigvee j(i <_0 j)$ – Unbeschränktheit nach rechts (oben).
(3) R ist eine binäre Relation auf I, für die gilt:
(a) $iRj \wedge jRk \supset iRk$
(b) $iRj \supset i <_0 j$
(c) $\bigvee k(iRk \wedge jRk) \wedge i =_0 j \supset i = j$
(d) $\bigvee j(j =_0 k \wedge (iRj \vee jRi \vee i = j))$
(e) $\bigvee k(kRi \wedge kRj)$.

Dabei sei $i <_0 j := \neg(j \leq_0 i)$ die Früher-Relation und $i =_0 j := i \leq_0 j \wedge j \leq_0 i$ die Gleichzeitigkeitsrelation für WZ. Es sei $[i]$ die Äquivalenzklasse bzgl. $=_0$, d.h. die Klasse aller WZ, die mit i gleichzeitig sind. Die Menge T der Zeitpunkte kann man dann als Menge der Äquivalenzklassen $[i]$ definieren, also durch

(D2) $T := \{[i] : i \in I\}$.

Die zeitliche Ordnung $\leq.$ auf T erhält man durch

(D3) $[i] \leq . [j] := i \leq_0 j$.

$z(i)$ sei der Zeitpunkt, zu dem der WZ i besteht:

(D4) $z(i) := [i]$.

Wir können nun anstelle der obigen Bestimmung der Welten als maximaler Klassen von WZ, auf denen R eine lineare Ordnung bildet, setzen:

(D5) $W := \{w \in I^T : \bigwedge tt'(t <. t' \supset w(t)Rw(t')) \wedge \bigwedge t(z(w(t)) = t)\}$.

Die Menge W der Welten ist also die Menge jener Funktionen w, die T in I abbilden, für die zwischen den früheren und den späteren WZ

Zugänglichkeit besteht und die jedem Zeitpunkt t einen WZ $w(t)$ zuordnen, der in t besteht.

Die Bedingungen (2) in (D1) legen dann fest, daß die Relation $\leq_0$ auf I dieselbe Struktur hat wie Beziehung $\leq$ auf der Menge der rationalen Zahlen.[5] Die Bedingungen (3) legen fest, daß die Zugänglichkeitsrelation transitiv ist, daß sie von früheren zu späteren WZ führt und daß gleichzeitige Vorgänger-Zustände identisch sind (c) – das ergibt eine Baumstruktur. (d) besagt, daß jede Welt zu jedem Zeitpunkt einen entsprechenden WZ enthält, und (e) beinhaltet, daß alle Welten zusammenhängen, daß es also für je zwei Welten einen WZ gibt, der ihnen gemeinsam ist. Das ist formal unbedenklich, weil Welten, die nicht mit w zusammenhängen, für die Evaluation von Sätzen in w keine Rolle spielen.[6]

Die folgenden drei Sätze zeigen, daß sich die Annahmen über I, R und $\leq_0$ in Eigenschaften von W wiederspiegeln. Nach (3c) gilt:

$$\Lambda ww't(w(t) = w'(t) \supset \Lambda t'(t' \leq. t \supset w(t') = w'(t')))$$

– die Welten verzweigen sich nur in Richtung Zukunft.

$$\Lambda i V w(w(z(i)) = i)$$

– jeder WZ gehört zu mindestens einer Welt. Das ergibt sich aus (3b–d)

$$\Lambda ij(iRj \equiv Vwtt'(t <. t' \wedge w(t) = i \wedge w(t') = j))$$

– ist j von i aus zugänglich, so gibt es eine Welt, die sie verbindet, und umgekehrt. Das ergibt sich aus (D5) und (3b–d).

Eine *deterministische* I-Struktur erhält man, wenn sich die Welten auch in Richtung Zukunft nicht verzweigen, so daß es nach (3e) nur eine einzige Welt gibt.

2. INTERPRETATIONEN

Es sei L eine prädikatenlogische Sprache mit den Grundoperatoren $\neg$, $\supset$ und Λ, in die wir später Zeit- und Modaloperatoren einführen werden. E sei eine ausgezeichnete einstellige Prädikatkonstante von L. Jeder Interpretation von L liegt erstens ein *universe of discourse* U zugrunde, der aus einer Menge möglicher Objekte besteht, und zweitens eine I-Struktur $(I, \leq_0, R)$. Da in verschiedenen WZ aus I verschiedene Objekte existieren können, ordnen wir jedem WZ i eine Teilmenge U_i von U zu als Menge der in i existierenden Objekte.

Deuten wir E so, daß der Umfang von E in i die Klasse U_i ist, so können wir damit dann Quantifikationen über existierende Objekte definieren.[7] Damit ergibt sich folgender Interpretationsbegriff:

(D6) Eine *Interpretation* von L ist ein Quintupel $\mathfrak{M} = (U, I, R, \leq_0, V)$, für das gilt:
  (1) U ist eine nichtleere Menge (möglicher Objekte) und für alle $i \in I$ ist U_i Teilmenge von U.
  (2) $(I, R, \leq_0)$ ist eine I-Struktur nach (D1).
  (3) Für alle $w \in W$ und $t \in T$ (vgl. (D2) bis (D5)) ist $V_{w,t}$ eine Funktion, für die gilt:
    (a) $V_{w,t}(a) \in U$, und für alle w', t', $V_{w',t'}(a) = V_{w,t}(a)$ – für alle Gegenstandskonstanten (kurz *GK*) a von L.
    (b) $V_{w,t}(F) \subset U^n$ für alle n-stelligen Prädikatkonstanten (*PK*) F. (U^n ist die Menge der n-tupel, die sich aus Elementen von U bilden lassen.)
    (c) $V_{w,t}(E) = U_{w(t)}$.
    (d) $V_{w,t}(F(a_1, \ldots, a_n)) = w$ gdw. $V_{w,t}(a_1), \ldots, V_{w,t}(a_n) \in V_{w,t}(F)$.
    (e) $V_{w,t}(\neg A) = w$ gdw. $V_{w,t}(A) = f$.
    (f) $V_{w,t}(A \supset B) = w$ gdw. $V_{w,t}(A) = f$ oder $V_{w,t}(B) = w$.
    (g) $V_{w,t}(\Lambda x A[x]) = w$ gdw. $\Lambda V'(V' \underset{a}{=} V \supset V'_{w,t}(A[a]) = w)$, wobei die *GK* a nicht in $\Lambda x A[x]$ vorkommen soll. ($V' \underset{a}{=} V$ besage, daß sich die Funktionen V und V' höchstens bzgl. der Werte für a unterscheiden.)

Die Operatoren $\vee, \wedge, \equiv$ und $\wedge$ seien wie üblich definiert, und wir setzen:

(D7)(a) $\Lambda.xA[x] := \Lambda x(Ex \supset A[x])$
  (b) $V.xA[x] := \neg\Lambda.x\neg A[x]$.

Erläuterungen

(1) Mit Λx und Vx wird über U, d.h. über alle möglichen Objekte quantifiziert, mit $\Lambda.x$ und $V.x$ über die jeweils existierenden Objekte.

(2) Nach (3a) werden alle *GK* im Sinn von *Standardnamen* interpretiert. Das ist nicht wesentlich, andernfalls ist aber in der Bedingung von (3f) zu fordern, daß V' die *GK* a im Sinn eines Standardnamens interpretiert, d.h. daß gilt $\Lambda w't'(V_{w',t'}(a) = V_{w,t}(a))$, da man über Objekte und nicht über Individualbegriffe quantifizieren will.[7] Wir können also statt $V_{w,t}(a)$ kurz $V(a)$ schreiben.

Es würde nicht genügen, Sätzen Wahrheitswerte in Abhängigkeit von *WZ* zuzuordnen, d.h. die beiden V-Parameter w und t durch den einen Parameter $w(t)$ zu ersetzen. Denn der Wahrheitswert eines Satzes wie "Fritz besteigt die Alpspitze" hängt nicht nur vom gegenwärtigen Zustand unserer Welt ab, also davon, ob Fritz jetzt gerade dabei ist, die Alpspitze zu besteigen (ob er zu ihr unterwegs ist), sondern auch davon, wie sich unsere Welt weiter entwickelt: ob Fritz auch oben ankommen wird, und nicht vorher umkehrt, abstürzt o.ä. Nicht in allen (jetzt) möglichen Welten, d.h. in allen Welten, die jetzt mit unserer übereinstimmen, gilt das; nicht in allen kann man also jetzt sagen, Fritz bestiege die Alpspitze. Denn "besteigen" ist ein Leistungsverb (ein *accomplishment*-Verb), das auf eine Tätigkeit nur dann angewendet werden kann, wenn sie zu einem bestimmten Resultat führt.

Wie üblich definiert man

(D8) Ein Satz A gilt in $\mathfrak{M} = \langle I, R, U, V \rangle$ in w, t gdw. $V_{w,t}(A) = w$.
A ist ***$\mathfrak{M}$-wahr*** gdw. gilt $\Lambda wt(V_{w,t}(A) = w)$.
A ist ***logisch wahr*** gdw. A für alle Interpretationen $\mathfrak{M}$ $\mathfrak{M}$-wahr ist. Ein Schluß von $A_1, \ldots, A_n$ auf B ist ***$\mathfrak{M}$-gültig*** gdw. für alle w, t gilt: $V_{w,t}(A_1) = \cdots = V_{w,t}(A_n) = w \supset V_{w,t}(B) = w$. Er ist *formal gültig* gdw. er in allen Interpretationen gültig ist.

Es gelten folgende beiden fundamentalen semantischen Theoreme:

KOINZIDENZTHEOREM: Ist $V' = V$, so gilt für alle Sätze A, die a nicht enthalten $V'_{w,t}(A) = V_{w,t}(A)$.

ÜBERFÜHRUNGSTHEOREM: Ist $V' \underset{a}{=} V$ und $V'(a) = V(b)$, so gilt $V'_{w,t}(A[a]) = V_{w,t}(A[b])$, für alle Sätze $A[b]$, die a nicht enthalten.

Als *Propositionen* wollen wir die Bedeutungen von Sätzen bei den angegebenen Interpretationen bezeichnen, d.h. Mengen von geordneten Paaren (w, t). Ein Satz A drückt dann bei der Interpretation $\mathfrak{M}$ die Proposition $[A] := \{(w, t)\colon V_{w,t}(A) = w\}$ aus.

Die folgenden Beispiele zeigen, wie sich Unterscheidungen von der Art, wie sie z.B. Z. Vendler in (1957), A. Kenny in (1963), Kap. 8 und A. Mourelatos in (1978) machen, in unserem Rahmen präzisieren lassen. Obwohl sie für sprachliche Analysen von erheblicher Bedeutung sind, können wir hier nur kurz darauf hinweisen.

Mengen von Welten wollen wir als *Ereignisse* bezeichnen.[8] Sie sind eineindeutig *ereignisartigen Propositionen* zugeordnet, d.h. Propositionen der Gestalt $W'xT$ für $W' \subset W$. Ein Ereignis ist es z.B., daß ein Satz A im Zeitpunkt t gilt: Setzen wir – $P, P', \ldots$ seien im folgenden Propositionen –

(D9) $\quad P_t := \{w\colon \langle w, t\rangle \in P\}$,

so ist $[A]_t$ dieses Ereignis und $P_t xT$ die entsprechende ereignisartige Proposition. Daß A in einem bestimmten Zeitpunkt t gilt, ist in ein und derselben Welt entweder immer wahr oder immer falsch.

Als *Zustände* bezeichnen wir Mengen von WZ. Sie entsprechen eineindeutig den *zustandsartigen Propositionen* P, für die gilt $\Lambda ww't((w, t) \in P \wedge w(t) = w'(t) \supset (w', t) \in P)$. Ist $X \subset I$, so entspricht X die zustandsartige Proposition $P(X) = \{(w, t)\colon w(t) \in I'\}$. Einer zustandsartigen Proposition P entspricht umgekehrt die Menge $Z(P) = \{w(t)\colon (w, t) \in P\}$, und es gilt $P(Z(P)) = P$.

Während Zustände in einem Zeitpunkt t bestehen, unabhängig davon, was darauf folgt, gibt es viele Sachverhalte, deren Bestehen von der weiteren Entwicklung der Welt abhängt. Das sind einmal zeitlich ausgedehnte Sachverhalte, die nur dann in einem Zeitpunkt t bestehen, wenn sie in einem mehr oder minder großen Zeitintervall um t herum bestehen, wie z.B. das Wachsen einer Pflanze: Gilt für alle t' mit $t < t'$, daß die Pflanze in t' nicht (mehr) wächst, so kann man für t nicht sagen, sie wachse, sondern nur, sie höre auf zu wachsen. Ein anderer Sachverhalt dieser Art ist das schon oben erwähnte Besteigen der Alpspitze, das man von Fritz in t nur dann behaupten kann, wenn er später auch den Gipfel erreicht. Solche Sachverhalte kann man durch Weltabschnitte darstellen. Wir wollen sie als *Vorgänge* bezeichnen.

Es sei $\mathfrak{K}(T)$ die Menge der konvexen Teilmengen von T, d.h. für

$\tau \in \mathfrak{R}(T)$ gelte $\bigwedge tt't''(t, t' \in \tau \wedge t < t'' < t' \supset t'' \in \tau)$. $\mathfrak{R}^*(T)$ sei die Menge der nichtleeren konvexen Teilmengen von T, die nicht nur ein Element enthalten – wegen der Dichte von T enthalten die Elemente von $\mathfrak{R}^*(T)$ also unendlich viele Zeitpunkte. $\tau, \tau', \ldots$ seien Elemente von $\mathfrak{R}^*(\tau)$. Wir schreiben $\tau|\tau'$ für "τ und τ' sind getrennt", und das soll soviel bedeuten wie $\bigvee t(\bigwedge t'(t' \in \tau \supset t' < t) \wedge \bigwedge t''(t'' \in \tau' \supset t < t'') \vee \bigwedge t'(t' \in \tau \supset t < t') \wedge \bigwedge t''(t'' \in \tau' \supset t'' < t))$. Der Abschnitt einer Welt w im Intervall τ, d.h. w beschränkt auf τ, sei w_τ. Kommt ein Vorgang in ein und derselben Welt w mehrfach vor, so soll für zwei entsprechende Abschnitte w_τ und $w_{\tau'}$ gelten $\tau = \tau'$ oder $\tau|\tau'$, so daß verschiedene Vorkommnisse eines Vorgangs in w zeitlich getrennt sind und sich unterscheiden lassen. Ein *Vorgang* ist also eine nichtleere Menge Y von Weltabschnitten, für die gilt $\bigwedge w\tau\tau'(w_\tau \in Y \wedge w_{\tau'} \in Y \supset \tau = \tau' \vee \tau|\tau')$. $Y, Y', \ldots$ sollen im folgenden immer Vorgänge sein. Wir definieren

(D10)(a) $L(Y, w, t) := \bigvee\tau(t \in \tau \wedge w_\tau \in Y)$
– der Vorgang Y läuft in w zur Zeit t.

(b) $L(P, w, \tau) := \bigwedge t(t \in \tau \supset (w, t) \in P)$
$\wedge \bigwedge \tau'(\tau \Subset \tau' \supset \bigvee t(t \in \tau' \wedge \neg(w, t) \in P))$
– die Proposition P läuft genau in τ ($A \Subset B$ besage, daß A echte Teilmenge von B ist, also soviel wie $A \subset B \wedge A \neq B$).

Man kann von einem Vorgang wie dem Besteigen der Alpspitze also sagen, daß er in einer Welt w zu einem Zeitpunkt t läuft, d.h. dabei ist, sich zu vollziehen, wenn sich w auch nach t für die restliche Dauer des Intervalls τ, mit dem er in w abgeschlossen ist, in gewisser Weise entwickelt. Der Satz "Fritz besteigt die Alpspitze" beinhaltet nicht, daß Fritz die Besteigung im gegenwärtigen Zeitpunkt vollendet, sondern daß er jetzt dabei ist, den Berg zu besteigen und oben ankommen wird. Daher kann man nicht behaupten, der Satz sei nur in einem Zeitintervall wahr, nicht aber in einem Zeitpunkt. Die Interpretation der Sätze über Welten und Zeitpunkte ermöglicht es also, auch die Wahrheit von Aussagen mit futurischen Implikationen im gegenwärtigen Zeitpunkt zu bestimmen. Vergangenheitsimplikationen werden in unseren Baumuniversen ohnehin dadurch berücksichtigt, daß alle Welten, die in t übereinstimmen, auch früher übereingestimmt haben.

Eine Proposition P heißt *vorgangsartig* genau dann, wenn gilt

$$\Lambda wt((w, t) \in P \supset V\tau(t \in \tau \wedge L(P, w, \tau))) \\ \wedge \Lambda ww'\tau(L(P, w, \tau) \wedge w_\tau = w'_\tau \supset L(P, w', \tau)).$$

Vorgangsartige Propositionen entsprechen eineindeutig den Vorgängen. Denn ist Y ein Vorgang, so ist $P(Y) = \{(w, t): L(Y, w, t)\}$ eine vorgangsartige Proposition. Es gilt ferner $P(Y) = P(Y') \supset Y = Y'$, und es gibt zu jeder vorgangsartigen Proposition P einen Vorgang $Y = \{w_\tau: L(P, w, \tau)\}$ mit $P(Y) = Y$. $P(Y)$ ist also eine umkehrbar eindeutige Abbildung der Vorgänge auf vorgangsartige Propositionen.[9]

Als *Prozeß* kann man ein Geschehen bezeichnen, das von einem Zustand X zu einem anderen, X', führt. Prozesse sind also Teilmengen von R. Mit ihnen lassen sich Operationen und Aussagen definieren, wie man sie in der *dynamischen Logik* diskutiert.[10] Dort betrachtet man nur Zustände – in unserem Rahmen also Teilmengen von I – und Übergänge zwischen Zuständen. Eine Teilmenge r von R ist ein Übergang von einem Zustand $X \subset I$ zu einem Zustand $X' \subset I$, wenn $r \subset X \times X'$ ist. Mit r und s sind auch ihr Produkt $r \circ s$, die Relationskette $r^{\geq 0}$ und die Vereinigung $r \cup s$ Prozesse. Prozesse, deren Vorkommnisse in ein und derselben Welt getrennt sind, lassen sich nun als Vorgänge darstellen, für die gilt: $\Lambda w\tau(w_\tau \in Y \supset Vtt'(\tau = [t, t']))$, wobei $[t, t']$ das abgeschlossene Intervall mit den Endpunkten t und t' ist. Der einem Prozeß r zugeordnete Vorgang $V(r)$ ist $\{w_{[t,t']}: (w(t), w(t')) \in r\}$ und der einem Vorgang Y der angegebenen Art zugeordnete Prozeß ist

$$PR(Y) := \{(w(t), w(t')): w_{[t,t']} \in Y\}.$$

Es gilt $PR(V(r)) = r$, so daß diese Zuordnung eineindeutig ist.

In der Prozesslogik betrachtet man Prozesse nicht nur bzgl. ihrer Ergebnisse, d.h. als Übergang von einem Zustand zu einem anderen, sondern auch in ihrem Verlauf, so daß man z.B. sagen kann, während eines Prozesses bliebe ein Zustand bestehen, es träte ein Zustand ein, etc.[11] All das ist in unserem Rahmen ohnehin möglich, wenn man Prozesse als Vorgänge bzw. vorgangsartige Propositionen auffaßt. Darüber hinaus ist aber unser Ansatz so weit, daß sich darin auch andere Probleme behandeln lassen, wie z.B. Prozesse die von Vorgängen zu Vorgängen führen.

All das sind nur Beispiele für Typen von Sachverhalten, die sich in unserem semantischen Rahmen unterscheiden lassen. Eine vollständige

Erfassung aller relevanten Typen war hier weder intendiert, noch ist sie ohne Angabe der intendierten Anwendungen möglich.

3. ZEIT- UND MODALOPERATOREN

Da die Angabe einer vollständigen Zeitlogik hier nicht beabsichtigt ist, genügt es zu fordern, daß die Sprache L zwei zweistellige Zeitoperatoren S und U enthalten soll. Sind A und B Sätze von L, so sollen auch $S(A, B)$ und $U(A, B)$ Sätze von L sein, und es soll gelten:

$$\begin{aligned} V_{w,t}(S(A, B)) = w \text{ gdw. } & \bigvee t'(t' < t \wedge V_{w,t'}(B) \\ & = w \wedge \bigwedge t''(t' < t'' < t \supset V_{w,t''}(A) = w)) \\ V_{w,t}(U(A, B)) = w \text{ gdw. } & \bigvee t'(t < t' \wedge V_{w,t'}(B) \\ & = w \wedge \bigwedge t''(t < t'' < t' \supset V_{w,t''}(A) = w)). \end{aligned}$$

$S(A, B)$ besagt also etwa soviel wie "A seit B" (A *since* B), und $U(A, B)$ etwa soviel wie "A bis B" (A *until* B). Hans Kamp hat in (1968) gezeigt, daß sich im Rahmen aussagenlogischer Sprachen mit diesen beiden Operatoren alle zeitlichen Verhältnisse ausdrücken lassen. In der Prädikatenlogik sind jedoch zusätzliche Zeitoperatoren zu verwenden, deren Interpretation die Verwendung von mehreren Zeitindices erfordert. Darauf soll hier nicht eingegangen werden, weil dieses Problem nicht die grundsätzlichen Fragen einer Verbindung von Modal- und Zeitlogik betrifft.

Man kann nun definieren:

(D11)(a) $PA := S(A \supset A, A)$
(b) $FA := U(A \supset A, A)$
(c) $GA := \neg F \neg A$
(d) $HA := \neg P \neg A$
(e) $IA := GA \wedge A \wedge HA$.

PA besagt soviel wie "Es war der Fall, daß A", und es gilt $V_{w,t}(PA) = w$ gdw. $\bigvee t'(t' < t \wedge V_{w,t'}(A) = w)$. FA besagt "Es wird der Fall sein, daß A", und es gilt $V_{w,t}(FA) = w$ gdw. $\bigvee t'(t < t' \wedge V_{w,t'}(A) = w)$. GA besagt "Es wird immer der Fall sein, daß A" – es gilt $V_{w,t}(GA) = w$ gdw. $\bigwedge t'(t < t' \supset V_{w,t'}(A) = w)$. HA besagt "Es war immer der Fall, daß A" – $V_{w,t}(HA) = w$ gdw. $\bigwedge t'(t' < t \supset V_{w,t'}(A) = w)$. Und IA besagt, daß A immer der Fall war, der Fall ist, und immer der Fall sein wird.

Für ewige Propositionen ist der Begriff der Notwendigkeit, der nun zeitlich relativiert wird, wie üblich anzusetzen. Als Zugänglichkeitsrelation für Welten verwenden wir dabei $w' \in W^{w(t)}$. Dabei sei

(D12) $W^i := \{w: w(z(i)) = i\}$

W^i ist also die Menge jener Welten, die i enthalten, und daher ist $W^{w(t)}$ die Menge jener Welten, die mit w bis inclusive t übereinstimmen. Diese Zugänglichkeitsrelation ist reflexiv, transitiv und symmetrisch, so daß wir ein S5-System erhalten, wenn wir setzen:

$$V_{w,t}(NA) = w \text{ gdw. } W^{w(t)} \subset [A]_t.$$

Ist $[A]$ eine zeitunabhängige Proposition, so daß es ein $W' \subset W$ gibt mit $[A] = W'xT$, so ist nach (D9) $[A]_t = W' = [A]_{t'}$ für beliebige t und t'. Für ewige Sätze A gilt also $NA \supset IA$. Wegen $W^{w(t')} \subset W^{w(t)}$ für $t \leq t'$ gilt für ewige Sätze A auch $NA \supset GNA$ – Was notwendig ist, bleibt notwendig.

Die Frage ist, wie wir den Notwendigkeitsbegriff in Anwendung auf beliebige Propositionen verallgemeinern. Für sie gilt nicht mehr, daß das, was notwendig ist, auch immer notwendig bleibt. Der Satz "Hans schläft noch ein Viertelstündchen" kann z.B. in einer Welt w im Zeitpunkt t mit Notwendigkeit gelten, ohne daß er immer wahr oder gar notwendigerweise wahr bleibt. Die Frage ist also, ob man in den Notwendigkeitsbegriff zeitliche Implikationen hineinnehmen will, so daß z.B. gilt

$NA \supset NGA$ – Was notwendig ist, bleibt notwendigerweise wahr, oder
$NA \supset GNA$ – Was notwendig ist, bleibt notwendig, oder
$NA \supset GA$ – Was notwendig ist, bleibt wahr.

Wir wollen jedoch bei unserer Definition bleiben, da man damit andere Notwendigkeitsbegriffe definieren kann wie z.B. $N^*A := N(A \wedge GA)$.

Nach unserer Definition gilt jedenfalls, daß wahre Propositionen P notwendig sind, die sich, von w und t aus betrachtet, nur auf Vergangenes und Gegenwärtiges beziehen, deren Bestehen oder Nichtbestehen also nur vom bisherigen Verlauf der Weltgeschichte abhängt, so daß gilt $\Lambda w't'(w'(t) = w(t) \supset ((w, t') \in P \equiv (w', t') \in P))$. Denn für solche Propositionen gilt ja für $w' \in W^{w(t)}$, also für $w'(t) = w(t)$, mit $w \in P_t$ auch $w' \in P_t$, also $W^{w(t)} \subset P_t$.

Möglichkeit definieren wir wie üblich durch $MA := \neg N \neg A$. Die

Verbindung von Modal- und Zeitlogik ergibt dann einige neue Gesetze wie z.B.

$NGA \supset GNA$ – Was notwendigerweise immer sein wird, wird immer notwendigerweise sein.
$PNA \supset NPA$ – Was notwendig war, war notwendigerweise
$HNA \supset NHA$ – Was immer notwendigerweise war, ist notwendigerweise immer gewesen.

Definitionen wie $N^*A := N(A \wedge GA)$ ergeben natürlich stärkere Verbindungen zwischen Modal- und Zeitbegriffen.

4. ALTERNATIVEN

Wir wollen nun im angegebenen semantischen Rahmen Wahrheitsbedingungen für einige Grundprädikate der Handlungslogik formulieren. Es handelt sich dabei um die Verben.

a bewirkt, daß *A*
a kann bewirken, daß *A*
a verhindert, daß *A*
a kann verhindern, daß *A*
a läßt es zu, daß *A*
a unterläßt es zu bewirken/verhindern, daß *A*.

Dabei sei *a* jeweils ein *Agent*. Die Bestimmung, welche Dinge im normalen Sinn als Agenten anzusehen sind, ist keine Aufgabe der Handlungslogik, sondern ihrer Anwendungen. Ebenso ist es kein Problem der Handlungslogik, ob es freie Agenten und Handlungsfreiheit gibt; sie will nur ein Instrumentarium zur Beschreibung freier Handlungen entwickeln. Ihr Formalismus setzt das auch nicht voraus, sondern ist mit der Annahme einer Determiniertheit allen Geschehens verträglich; er wird bei dieser Annahme freilich trivial.

Es würde naheliegen, den Begriff des Bewirkens durch jene der Handlung und der Ursache zu definieren. Man bewirkt ja, daß ein Ereignis eintritt, indem man eine Handlung vollzieht, die Ursache dieses Ereignisses ist. Die Explikation des Ursachenbegriffs würde dabei keine großen Schwierigkeiten machen, wohl aber jene des Handlungsbegriffs. Wir wollen daher hier den Begriff des Bewirkens ohne Bezugnahme auf Handlungen einführen. Wie sich zeigen wird, öffnet sich damit dann auch ein Weg zur Beschreibung von Handlungen.

Mit dem Ausdruck "Bewirken" kann man, wie wir sehen werden, definieren:

> *a kann bewirken*, daß $A :=$ Es ist möglich, daß a bewirkt, daß A.

Die Definition der übrigen Begriffe leuchtet intuitiv ohne weiteres ein:

> *a verhindert*, daß $A := a$ bewirkt, daß nicht-A
> *a kann verhindern*, daß $A := a$ kann bewirken, daß nicht-A
> *a läßt es zu*, daß $A := a$ kann verhindern, daß A, verhindert es aber nicht.
> *a unterläßt* es zu bewirken/verhindern, daß $A := a$ kann bewirken/verhindern, daß A, bewirkt/verhindert es aber nicht.

Offenbar bedeutet "unterlassen zu verhindern, daß A" dasselbe wie "zulassen, daß A", abgesehen von der handlungslogisch irrelevanten Konnotation des Pflichtwidrigen, die sich mit dem Wort "unterlassen" verbindet.

Es sei S eine Menge von Agenten, insbesondere von Personen und der Natur, falls es in ihr echte Zufallsereignisse gibt. Wir nehmen im folgenden der Einfachheit halber zunächst an, daß S eine endliche Menge $\{s_1, \ldots, s_n\}$ ist. Nach dem Vorbild der Spieltheorie ordnen wir jedem Agenten s aus S ($s, s', \ldots$ seien im folgenden immer Elemente von S) und jedem *WZ* i aus I eine Menge $A(s, i)$ von nichtleeren Mengen von Welten aus W^i zu: die Menge der *Alternativen* von s in i. Diese Alternativen sollen eine vollständige und disjunkte Einteilung von W^i bilden. Es soll also gelten:

(a) $X \in A(s, i) \wedge X' \in A(s, i) \wedge X \neq X' \supset X \cap X' = \emptyset$

(b) $\bigcup A(s, i) = W^i$.

Dann gilt $X \in A(s, i) \supset X \subset W^i$. Ist $A(s, i) = \{W^i\}$, so hat s in i keine *echten* Alternativen. Diesen Fall wollen wir zulassen. Die Alternativen sollen ferner *unabhängig* sein, d.h. für jedes $X \in A(s, i)$ kann s dafür sorgen, daß eine Welt aus X realisiert wird, egal was die anderen Agenten tun, aber er kann allein nicht dafür sorgen, daß eine Welt aus einer bestimmten echten Teilmenge von X realisiert wird. Es soll also gelten:

(c) $X_1 \in A(s_1, i) \wedge \cdots \wedge X_n \in A(s_n, i) \supset X_1 \cap \cdots \cap X_n \neq \emptyset$.

Damit gilt auch $X \in A(s, i) \supset X \neq \emptyset$. Die Alternativen von Gruppen $\{s_{m_1}, \ldots, s_{m_r}\} \subset S$ von Agenten in i $(1 \leq m_1 \leq n,\ 1 \leq 1 \leq r,\ r \leq n)$ bestimmen wir so:

$$X \in A(\{s_{m_1}, \ldots, s_{m_r}\}, i) := VX_1 \ldots X_r(X_1 \in A(s_{m_1}, i) \wedge \cdots \wedge X_r \in A(s_{m_r}, i) \wedge X = X_1 \cap \cdots \cap X_r)$$

Es gelten dann (a) und (b) auch für Teilmengen von S, und (c) gilt für disjunkte Teilmengen von S.

Die weiteren Bestimmungen der Mengen von Alternativen erläutern wir zunächst an dem diskreten Modell eines Baumuniversums, von dem wir in Abschnitt 1 ausgegangen sind. *irj* besage wie dort, daß der *WZ j* unmittelbar auf den *WZ i* folgt. Dann soll gelten

(α) $X \in A(s, i) \wedge irj \wedge X \cap W^j \neq \emptyset \supset W^j \subset X$

und

(β) $A(S, i) = \{W^j\colon irj\}$.

Denn in i können die Agenten nicht zwischen Welten wählen, die sich erst nach i verzweigen, und die Alternativen aller Agenten zusammen, d.h. die Alternativen von S sollen die kleinsten mit dieser Forderung (α) verträglichen (nichtleeren) Teilmengen von W^i sein; das sind aber die W^j für *irj*. Denn alle Verzweigungen in i sollen aus Wahlen der Agenten für je eine der ihnen in i offen stehenden Alternativen resultieren. Die Alternativen von s in i sind also Vereinigungen solcher W^j (vgl. (α)).

Beispiel I

Es sei $S = \{s_1, s_2, s_3\}$ und es gebe genau vier unmittelbar auf i folgende *WZ*: j_1, j_2, j_3, j_4. Dann genügen z.B. folgende Bestimmungen den Forderungen (a)–(c) und α, β:

$$A(s_1, i) = \{W^{j_1} \cup W^{j_2}, W^{j_3} \cup W^{j_4}\}$$
$$A(s_2, i) = \{W^{j_1} \cup W^{j_4}, W^{j_2} \cup W^{j_3}\}$$
$$A(s_3, i) = \{W^i\} = \{W^{j_1} \cup W^{j_2} \cup W^{j_3} \cup W^{j_4}\}.$$

Im nicht-diskreten Fall, in dem ein *WZ* i keine unmittelbaren Nachfolger hat, müssen wir nun die Mengen W^j mit irj durch die Mengen $T(w, t) := \bigcup\{W^{w(t')}: t < t'\}$ ersetzen. Wir nehmen dabei an, daß $(T, \leq.)$ eine reelle Zeitstruktur ist und daß alle Verzweigungspunkte von 1.Art sind (vgl. Anmerkung 5 und 6). Man verifiziert leicht, daß gilt

(γ) $\quad T(w, t) \subset W^{w(t)}$

(δ) $\quad w \in T(w, t)$

(ϵ) $\quad T(w, t) = T(w', t) \equiv Vt'(t < t' \wedge w(t') = w'(t'))$.

Für $w(t) = w'(t)$ gilt also $T(w, t) \neq T(w', t)$ genau dann, wenn sich w und w' in t verzweigen. Ist $w(t)$ kein Verzweigungspunkt, gilt also $\Lambda w'(w' \in W^{w(t)} \supset Vt'(t < t' \wedge w(t') = w'(t'))$, so ist $T(w, t) = W^{w(t)}$. Ferner gilt

(ζ) $\quad T(w, t) \neq T(w', t) \supset T(w, t) \cap T(w', t) = \emptyset$.

Statt (α) und (β) soll nun gelten:

(d) $\quad X \in A(s, w(t)) \wedge X \cap T(w, t) \neq \emptyset \supset T(w, t) \subset X$

(e) $\quad A(S, i) = \{T(w, t): w(t) = i\}$.

Unsere Annahme, daß es sich in allen *WZ* i um dieselbe Menge S von Agenten handelt, ist auf den ersten Blick nicht sehr plausibel, denn in verschiedenen *WZ* können verschiedene Personen existieren, man wird aber nur in i existierenden Agenten eine Wahlmöglichkeit in i zusprechen. Da wir jedoch den Fall $A(s, i) = \{W^i\}$ einer unechten Alternative zugelassen haben, ist diese Annahme harmlos, denn man kann, falls s in i nicht existiert, immer $A(s, i) = \{W^i\}$ setzen, s also eine echte Wahlmöglichkeit absprechen.[12]

Unter Bezugnahme auf die Mengen von Alternativen kann man den Begriff des Bewirkens nun so bestimmen: Bewirkt ein Agent s aus S in w und t, daß ein Ereignis X eintritt, so vollzieht er eine Alternative $X' \in A(s, w(t))$ mit $X' \subset X$. Da er X realisiert, gilt $w \in X$. Bewirken ist aber ein Handeln und man kann von einer Handlung des s nur dann sprechen, wenn s sie auch unterlassen kann. Daher ist die angegebene Bedingung für "s bewirkt in w, t, daß X" nicht hinreichend, sondern wir müssen auch fordern, daß es ein $X'' \in A(s, i)$ gibt und ein $X''' \in A(S-\{s\}, i)$ mit $X'' \cap X''' \cap \bar{X} \neq \emptyset$, also eine Alternative X'' von s in i, bei der X ausbleiben kann. Ist im Beispiel I etwa $X = W^{j_1} \cup W^{j_2} \cup W^{j_3}$, so bewirkt s_1 bei Wahl seiner Alternative $W^{j_1} \cup W^{j_2}$, daß X eintritt; die Wahl der zweiten Alternative $W^{j_3} \cup W^{j_4}$ ergibt aber $\bar{X}$, falls s_2 seine Alternative $W^{j_1} \cup W^{j_4}$ wählt, denn das Resultat ist dann W^{j_4}. Ebenso bewirkt s_2 X, wenn er seine zweite Alternative $W^{j_2} \cup W^{j_3}$ wählt. Bei Wahl seiner ersten Alternative $W^{j_1} \cup W^{j_4}$ unterläßt er es hingegen zu bewirken, daß X eintritt, denn das ergibt, wenn S_1 seine zweite Alternative wählt, wieder W^{j_4}. Wählt s_1 seine erste und s_2 seine zwe¹te Alternative, so bewirken beide, daß X eintritt, denn jede dieser Entscheidungen für sich ist dazu schon hinreichend.

Der Begriff des Bewirkens läßt sich für Gruppen von Agenten analog definieren, wir wollen aber darauf hier nicht eingehen.

Wir werden entsprechend sagen, s *könne* in w, t *bewirken*, daß ein Ereignis X eintritt, wenn es ein $X' \in A(s, w(t))$ mit $X' \subset X$ gibt sowie zwei Alternativen $X'' \in A(s, w(t))$ und $X''' \in A(S-\{s\}, w(t))$, für die gilt $X'' \cap X''' \cap \bar{X} \neq \emptyset$.

Die jeweils zweite Bedingung in den beiden Definitionen von Bewirken und Bewirkenkönnen ist äquivalent mit der Möglichkeit von nicht-X. Denn gibt es ein $w' \in W^{w(t)}$ mit $\neg w' \in X$, so gibt es nach (b) und der analogen Bedingung für Gruppen von Agenten, die daraus folgt, Alternativen $X'' \in A(s, w(t))$ und $X''' \in A(S-\{s\}, w(t))$ mit $w' \in X'' \cap X'''$, so daß also $X'' \cap X''' \cap \bar{X} \neq \emptyset$ ist. Gilt umgekehrt dieses, so gibt es wegen (b) ein $w' \in W^{w(\bar{t})}$ mit $\neg w' \in X$.

Es gilt nun: s kann in w, t bewirken, daß X, genau dann, wenn es in w, t möglich ist, daß s bewirkt, daß X. Denn gilt die erste Bedingung für Bewirkenkönnen, so gibt es ein $X' \in A(s, w(t))$ mit $X' \subset X$. Nach (c) und (b) gibt es dann aber ein $w' \in W^{w(t)}$ mit $w' \in X$, und wegen $w'(t) = w(t)$ gilt dann auch $A(s, w'(t)) = A(s, w(t))$ und $A(S-\{s\}, w'(t)) = A(S-\{s\}, w(t))$, so daß auch die zweite Bedingung für w' erfüllt ist; also ist es möglich, daß s in w, t bewirkt, daß X. Die Umkehrung ergibt sich entsprechend.

Zum Abschluß dieser intuitiven Überlegungen noch einige Bemerkungen:

(1) Aus der Tatsache, daß s in w und t bewirkt, daß X eintritt, folgt, daß s das in $w(t)$ bewirken kann. Man kann nicht sagen, s könne in $w(t)$ nicht bewirken, daß X eintritt, falls X die reale Welt w nicht enthält, da es dann keine $X' \in A(s, w(t))$ mit $X' \subset X$ und $w \in X'$ gebe. Nicht die reale Welt w bestimmt ja, was s in $w(t)$ tun kann, sondern s bestimmt durch seine Wahl, welche Welt realisiert wird.

(2) Kann s bewirken, daß X eintritt, so kann es s auch *un-*

terlassen, das zu bewirken. Aus der Tatsache, daß s bewirken kann, daß X eintritt, folgt aber nicht, daß es s *verhindern* kann, daß X eintritt. Das zeigt wieder das Beispiel I: Weder s_1 noch s_2 können bewirken, daß $\bar{X} = W^{j_4}$ eintritt.

(3) Bewirkt s, daß X eintritt, so kann s das bewirken und X tritt ein. Das Umgekehrte gilt aber nicht, denn im Beispiel I kann s_1 bewirken, daß X eintritt. Wenn s_1 aber die Alternative $W^{j_3} \cup W^{j_4}$ wählt, so bewirkt s_1 das nicht, und trotzdem tritt X ein, wenn s_2 die Alternative $W^{j_2} \cup W^{j_3}$ wählt und wenn gilt $w \in W^{j_3}$.

(4) Kann a bewirken, daß X eintritt, und ist $X \subset X^+$, so folgt nicht, daß a auch bewirken kann, daß X^+ eintritt. Denn ist z.B. $X^+ = W^i$, so gibt es keine Alternativen X' von s und X'' von $S-\{s\}$ mit $X' \cap X'' \cap \bar{X}^+ \neq \emptyset$.

5. AUSWAHLFUNKTIONEN

Im letzten Abschnitt haben wir den Begriff des Bewirkens durch Bezugnahme auf Systeme von Alternativen eingeführt. Das ist intuitiv einleuchtend, formal einfacher ist es jedoch, eine Auswahlfunktion zu verwenden. Dabei wollen wir nun gleich unendliche Mengen von Agenten zulassen und alle Objekte des Grundbereichs U einer Interpretation der Sprache L als Agenten ansehen. Ist ein Objekt $x \in U$ kein "echter" Agent, so können wir ja $A(x, i) = \{W^i\}$ setzen für alle $i \in I$.

Ausgehend von $A(x, i)$ erhalten wir eine Auswahlfunktion f auf $U \times W \times T$ durch $f(x, w, t) := \iota X(X \in A(x, w(t)) \wedge w \in X)$. Es gibt ja nach den Bedingungen (a) und (b) aus Abschnitt 4 zu jedem w und jedem t genau eine solche Menge $X \subset W$. Mit dieser Definition ergeben sich aus (a) bis (e) folgende Bedingungen für f:

(a$^+$) $w \in f(x, w, t)$

(b$^+$) $f(x, w, t) \neq f(x, w', t) \supset f(x, w, t) \cap f(x, w', t) = \emptyset$

(c$^+$) $\bigcup \{f(x, w', t)\colon w' \in W^{w(t)}\} = W^{w(t)}$

(d$^+$) $\Lambda x(x \in U \supset g(x) \in W^{w(t)}) \supset \bigcap_{x \in U} f(x, g(x), t) \neq \emptyset$

(e$^+$) $w' \in f(x, w, t) \wedge t < t' \supset W^{w'(t')} \subset f(x, w, t)$

(f$^+$) $\bigcap_{x \in U} f(x, w, t) \subset T(w, t)$.

Die Bedingung (c) ist für unendliche Agentenmengen so zu generalisieren: Ist g eine Funktion auf U, die jedem $x \in U$ ein Element $g(x)$ aus $A(x, w(t))$ zuordnet, so ist $\bigcap \{g(x)\colon x \in U\} \neq \emptyset$.

Ist umgekehrt f eine Funktion, die (a^+) bis (f^+) erfüllt, so erhalten wir daraus mithilfe von $A(x, w(t)) := \{f(x, w', t)\colon w' \in W^{w(t)}\}$ eine Funktion A, die den Bedingungen (a) bis (e) genügt.

(D13) Eine *C-Struktur* ist ein Quintupel $\mathfrak{C} = \langle I, R, \leq_0, U, f\rangle$, für das gilt:
(1) $\langle I, R, \leq_0\rangle$ ist eine I-Struktur.
(2) U ist eine nichtleere Menge (von "Agenten").
(3) f ist eine Funktion auf $U \times W \times T$, welche die Bedingungen (a^+) bis (f^+) erfüllt.

Wir führen nun als neues Grundprädikat nicht eines für *Bewirken* ein, sondern wählen statt dessen ein Prädikat mit einfacheren formalen Eigenschaften, mit dem sich dann das erstere definieren läßt. Es sei $Q(a, A)$ ein Satz von L, wenn a eine GK und A ein Satz von L ist. Inhaltlich besagt $Q(a, A)$, daß a bewirkt, daß A, oder daß A notwendig ist.

Die Sprache L mit dem neuen Prädikat Q wird nun über einer C-Struktur $\mathfrak{C} = \langle I, R, \leq_0, U, f\rangle$ mit U als Objektbereich im Sinn von (D6) interpretiert, wobei wir unter (3) die folgende Bedingung hinzunehmen:

(h) $V_{w,t}(Q(a, C)) = w$ gdw. $f(V(a), w, t) \subset [C]_t$.

Wir definieren:

(D14)(a) $B(a, C) := Q(a, C) \wedge \neg NC$ – a *bewirkt*, daß C
(b) $V(a, C) := B(a, \neg C)$ – *a verhindert*, daß C
(c) $KB(a, C) := MB(a, C)$ – *a kann bewirken*, daß C
(d) $KV(a, C) := MV(a, C)$ – *a kann verhindern*, daß C
(e) $UB(a, C) := KB(a, C) \wedge \neg B(a, C)$ – *a unterläßt es zu bewirken*, daß C
(f) $UV(a, C) := KV(a, C) \wedge \neg V(a, C)$ – *a unterläßt es zu verhindern*, daß C (oder: a läßt es zu, daß C)

Es gilt dann

$$V_{w,t}(B(a, C)) = w \text{ gdw. } f(V(a), w, t) \subset [C]_t \wedge \bigvee w'(w' \in W^{w(t)} \wedge \neg w' \in [C]_t),$$

$$\text{also gdw. } \bigvee X(X \in A(V(a), w(t)) \wedge w \in X \wedge X \subset [C]_t) \wedge \bigvee X'X''(X' \in A(V(a), w(t)) \wedge X'' \in A(U - \{V(a)\}, w(t)) \wedge X' \cap X'' \cap \overline{[C]_t} \neq \emptyset),$$

wie wir schon sahen. Wir erhalten also die oben angegebenen Bedingungen für den Begriff des Bewirkens.

Für Q ergeben sich u.a. folgende Gesetze:

(T1) $Q(a, C) \supset C$
(T2) $Q(a, C \supset D) \wedge Q(a, C) \supset Q(a, D)$
(T3) $N(C) \supset Q(a, C)$
(T4) $\Lambda x Q(a, C[x]) \supset Q(a, \Lambda x C[x])$
(T5) $Q(a, C) \supset Q(a, Q(a, C))$
(T6) $\neg Q(a, C) \supset Q(a, \neg Q(a, C))$

Danach hat also Q für festes a die Eigenschaften einer S5-Notwendigkeit.

Ferner gilt für $a \neq b$:

(T7)(a) $MQ(a, C) \wedge MQ(b, D) \supset M(Q(a, C) \wedge Q(b, D))$

Und stärker:

(T7)(b) $\Lambda x MQ(x, A[x]) \supset M \Lambda x Q(x, A[x])$.

Schwieriger ist es, die Bedingungen (e^+) und (f^+) auszudrücken. Dazu müssen wir zunächst einen Operator J für "jetzt" nach dem Vorbild von H. Kamp in (1971) einführen. Dazu erhalten die Interpretationen neben dem Zeitindex t einen zweiten Zeitindex t_0. An den Bestimmungen nach (D6) ändert sich dadurch nichts, es wird aber der Wahrheitswert eines Satzes A in w und t durch $V_{w,t,t}$ bestimmt, und wir setzen

(i) $V_{w,t,t_0}(JA) = w$ gdw. $V_{w,t_0,t_0}(A) = w$.

Dann können wir die Bedingung (e^+) so formulieren:

(T8) $Q(a, A) \supset GNJA$.

Denn ist $V_{w,t_0,t_0}(Q(a, A)) = w$, so $f(V(a), w, t_0) \subset [A]_{t_0}$, also für $t' > t_0$ nach (e^+) $W^{w(t')} \subset [A]_{t_0}$, also $\Lambda t'(t_0 < t' \supset \Lambda w'(w' \in W^{w(t')} \supset w' \in [A]_{t_0}))$, also $V_{w,t_0,t_0}(GNJA) = w$. Um (f^+) ausdrücken zu können müssen wir – wenn wir nicht eine Prädikatenlogik 2.Stufe verwenden wollen, in der man (f^+) als $GNJA \supset Vf(\Lambda xQ(x, fx) \wedge N(\Lambda xfx \supset A))$ wiedergeben kann – neben Q ein Prädikat Q^* mit

$$V_{w,t}(Q^*(a, A)) = w \text{ gdw. } f(V(a), w, t) = [A]_t$$

einführen. Es gilt dann

$$\text{(T9)} \qquad GNJC \wedge \Lambda xQ^*(x, A[x]) \supset N(\Lambda xA[x] \supset C).$$

Ferner gilt $Q^*(a, A) \wedge N(A \supset B) \supset Q(a, B)$. Man kann aber weder Q noch B mit Q^* definieren.

Wir wollen aber nicht versuchen, unsere semantischen Festlegungen durch ein vollständiges Axiomensystem auszudrücken. Uns kommt es hier nur auf die Semantik für das Prädikat "Bewirken" an; sie ist wichtiger als eine Axiomatisierung dieses Prädikats.

6. STRATEGIEN

Bisher haben wir Bewirken als eine momentane Aktivität aufgefaßt. Eine Tätigkeit des Bewirkens kann aber auch ein länger andauernder Vorgang sein. Wenn etwa ein Lehrer bewirkt, daß sich das Niveau seiner Klasse im Lateinischen hebt, so kann das eine langwierige Aktivität erfordern. Ein Weg zur Erfassung solcher Fälle ergibt sich, wenn wir uns wieder an der Spieltheorie orientieren und als bewirkbar nicht nur das ansehen, was sich durch Wahl einzelner Alternativen erzielen läßt, sondern auch das, was sich durch Wahl von Strategien als Mengen von Folgen von Alternativen erreichen läßt.

Im diskreten Fall läßt sich eine *Strategie* H von x in i als Menge von Mengen von Welten darstellen, für die gilt:

(a) $\quad X \in H \supset Vj((j = i \vee iRj) \wedge X \in A(x, j))$

(b) $\quad V!X(X \in H_i)$ – es sei $H_j = H \cap A(x, j)$

(c) $\quad X \in H_j \wedge w \in X \supset V!X'(X' \in H_{w(z(j)+1)})$

(d) $\quad i \neq k \wedge X \in H_k \supset VjwX'(jrk \wedge X' \in H_j \wedge w \in X'$
$\wedge\ w(z(k)) = k)$.

H ist nach (a) eine Menge von Alternativen, die x in i und nach i hat. Zu i enthält H nach (b) genau eine Alternative $X_i \in A(x, i)$. Zu jedem WZ j, der bei Wahl von X_i unmittelbar auf i folgen kann, enthält H nach (c) wieder eine Alternative $X_j \in A(x, j)$. Zu jedem WZ k, der bei Wahl von X_j unmittelbar auf j folgen kann, enthält H, wiederum nach (c), genau eine Alternative $X_n \in A(x, k)$, usf. (Wir betrachten also unendliche Strategien, aber diese Spezialisierung bedeutet bei dem folgenden Übergang zu Strategien i.w.S. keine Beschränkung der Allgemeinheit.) (d) besagt, daß H nur Alternativen nach (b) und (c) enthält: Ist eine Alternative $X_k \in A(x, k)$ in H und ist $i \neq k$, also nach (a) iRk, so ist k ein WZ, der aus einer unmittelbar vorhergehenden Alternative $X_j \in A(x, j)$ aus H (jrk) entstehen kann.

Als *Strategie i.w.S.* H^* von x in i bezeichnen wir eine Vereinigung von Strategien $H_1, H_2, \ldots$ von x in i. Für jede Strategie i.e.S. H von x in i gilt für alle j mit $j = i \vee iRj$, daß H_j höchstens ein Element enthält. Diese Forderung wird nun aufgegeben. In i braucht sich also x nicht auf die Wahl einer bestimmten Alternative $X_i \in A(x, i)$ festzulegen. Und kann sich bei H^* ein $WZ\ j$ ergeben, so braucht sich x wiederum nicht auf eine bestimmte Alternative $X_j \in A(x, j)$ festzulegen. Insbesondere kann $H_j^* = H^* \cap A(x, j)$ auch *alle* Alternativen aus $A(x, j)$ enthalten. Gilt dann auch für alle k mit $jRk\ H_k^* = A(x, k)$, so endet die Strategie im Effekt mit j: Über j hinaus wird durch sie kein spezielles Verhalten von x festgelegt.

H^* ist also eine Strategie i.w.S. von x in i gdw. gilt:

(a′) $X \in H^* \supset \bigvee j((i = j \vee iRj) \wedge X \in A(x, j))$
(b′) $\bigvee X(X \in H_i^*)$
(c′) $X \in H_j^* \wedge w \in X \supset \bigvee X'(X' \in H^*_{w(z(j)+1)})$
(d′) $i \neq j \wedge X \in H_k^* \supset \bigvee jwX'(jrk \wedge X' \in H_j^* \wedge w \in X'$
$\wedge\ w(z(k)) = k)$.

Jede Strategie i.w.S. H^* definiert nun durch $K := \{w\colon \bigwedge t(z(i) \leq t \supset \bigvee X(X \in H_t^* \wedge w \in X))\}$ eine Menge von Welten. Es sei

$$H_t^* := \bigcup_{z(i)=t} H_i^* = \{X\colon X \in H^* \wedge \bigvee w(X \in A(x, w(t)))\}.$$

K hat folgende Eigenschaften:

(a″) $\Lambda \neq K \subset W^i$
(b″) $w \in K \wedge z(i) \leq t \wedge w' \in f(x, w, t) \supset \bigvee w''(w'' \in K \wedge w''(t+1)$
$= w'(t+1))$.

Umgekehrt definiert jede Menge K von Welten, die (a″) und (b″) erfüllt, durch $H^* := \{f(x, w, t)\colon z(i) \leq t \wedge w \in K\}$ eine Strategie von x in i.

Wir wollen nun den Begriff der Strategie i.w.S. – wir reden im folgenden einfach von "Strategien" – auf den nicht-diskreten Fall übertragen. Wir definieren:

(D15) Eine *Strategie* von x in i ist eine Menge K von Welten, für die gilt:

(a⁺) $\emptyset \neq K \subset W^i$
(b⁺) $w \in K \wedge z(i) \leq t \wedge w' \in f(x, w, t) \supset \bigvee w''t'(w'' \in K \wedge t < t' \wedge w''(t') = w'(t'))$.

Ist $F(x, i)$ die Klasse der Strategien von x in i, so gilt z.B.:

(1) $X \in F(x, i) \supset X \subset W^i$
(2) $\bigwedge x(x \in U \supset g(x) \in F(x, i)) \supset \bigcap_{x \in U} g(x) \neq \emptyset$
(3) $\bigwedge w(w \in W^i \supset \bigvee g(\bigwedge x(x \in U \supset g(x) \in F(x, i)) \wedge \bigcap_{x \in U} g(x) = \{w\})$.

Wir können nun die Sätze $Q(a, A)$ über C-Strukturen neu definieren durch

$$V_{w,t}(Q(a, A)) = w \text{ gdw. } \bigvee X(X \in F(V(a), w(t)) \wedge w \in X \wedge X \subset [A]_t).$$

Bewirken ist nun kein momentanes Geschehen mehr, sondern ein Vorgang. Die Aussage "a bewirkt, daß A" beinhaltet also nicht, daß der Vorgang jetzt bereits abgeschlossen ist, sondern daß er jetzt läuft und zu einem Abschluß kommen wird, bei dem dann das Eintreten von A notwendig ist.

Der Begriff eines zeitlich extensiven Bewirkens, den wir durch Strategien erfassen, ist nun aber sehr eng, erheblich enger als der normalsprachliche Begriff. Wir wollen das am diskreten Fall veranschaulichen:

Beispiel II

Zwei Agenten, s_1 und s_2, sollen in einem *WZ* i und in den unmittelbar darauf folgenden *WZ* $j_1, \ldots, j_4$ die Wahl zwischen zwei Alternativen haben, z.B. einen Schalter zu betätigen oder ihn nicht zu betätigen, so daß z.B. j_1 derjenige *WZ* ist, der sich aus i ergibt, wenn beide Agenten ihren Schalter betätigen, j_2 derjenige *WZ*, der sich ergibt, wenn s_1 ihn betätigt, s_2 hingegen nicht etc. Auf j_k ($k = 1, \ldots, 4$) sollen unmittelbar die WZ $j_{k1}, \ldots, j_{k4}$ folgen. Statt $W^{j_{11}}$, $W^{j_{12}}, \ldots$ schreiben wir kurz W^{11}, $W^{12}, \ldots$. Es sei

$$\begin{aligned} A(s_1, i) &= \{W^1 \cup W^2, W^3 \cup W^4\}, \\ A(s_2, i) &= \{W^1 \cup W^4, W^2 \cup W^3\}, \\ A(s_1, j_k) &= \{W^{k1} \cup W^{k2}, W^{k3} \cup W^{k4}\}, \text{ und} \\ A(s_2, j_k) &= \{W^{k1} \cup W^{k4}, W^{k2} \cup W^{k3}\}. \end{aligned}$$

(A) Ist $X = W^{11} \cup W^{12} \cup W^{23} \cup W^{24} \cup W^{31}$, so verfügt s_1 in i über eine Strategie, mit der er X bewirken kann, egal was s_2 tut: s_1 wählt in i seine erste Alternative. Dadurch ergibt sich j_1 oder j_2. Ergibt sich j_1 (d.h. wählt auch s_2 in i seine erste Alternative), so wählt s_1 (in j_1) wiederum seine erste Alternative – das ergibt dann $W^{11} \cup W^{12}$. Ergibt sich hingegen j_2 (wählt also s_2 in i seine zweite Alternative), so wählt s_1 (in j_2) seine zweite Alternative – das ergibt dann $W^{23} \cup W^{24}$.

(B) Ist $X = W^{23} \cup W^{24} \cup W^{31}$, so verfügen weder s_1 noch s_2 in i über eine Strategie, mit der sie X bewirken können, egal was der andere tut. Wenn aber s_1 in i seine erste und s_2 seine zweite Alternative wählt, so ergibt sich j_2, und in j_2 kann s_1 durch Wahl seiner zweiten Alternative X bewirken. Würde dagegen s_1 in i seine zweite Alternative wählen, so daß sich j_3 ergäbe, so hätte s_1 dann nicht die Möglichkeit X zu bewirken; X könnte dann zwar eintreten, aber nur wenn s_1 und s_2 in j_3 ihre zweite Alternative wählen.

(C) Ist $X = W^{21} \cup W^{22} \cup W^{33} \cup W^{34} \cup W^{41}$, so verfügt s_1 in i nicht über eine Strategie, mit der er X bewirken kann. Falls aber s_2 in i seine zweite Alternative wählt, so daß sich j_2 oder j_3 ergibt, so hat s_1 in diesen beiden WZ die Möglichkeit, X zu bewirken: in j_2 kann er dazu seine erste, in j_3 seine zweite Alternative wählen. Angesichts der Wahl von s_2 in i kommt es also für s_1 im Gegensatz zu (B) nicht darauf an, welche Alternative er in i wählt.

(D) Ist endlich $X = W^{22} \cup W^{24} \cup W^{42} \cup W^{44}$, so haben weder s_1 noch s_2 in i eine Strategie, mit der sie X bewirken können, und selbst wenn sich durch ihre Wahl in i ein günstiger Zustand j_2 oder j_4 ergibt, so hat dann doch keiner die Möglichkeit, X zu bewirken.

Im zeitlich extensiven Sinn ist "Bewirken" ein Leistungsverb wie "Besteigen". Die Aussage "s bewirkt, daß A" impliziert, daß s jetzt darauf hinwirkt, daß A – daß s also etwas tut, was das Eintreten von A fördert – und daß A endlich durch die Aktivität von s eintreten wird. Dazu ist nicht eiforderlich, daß s von vornherein über eine Strategie verfügt, mit der er A erreichen kann, egal was die anderen Agenten tun und tun werden. Schlägt z.B. s seinen Gegner in einer Partie Schach, so bewirkt er durch seine Spielzüge, daß dieser endlich schachmatt ist. Dabei verfügt s nicht über eine unfehlbare Gesamtstrategie, die er konsequent realisiert. Vielmehr richten sich seine Spielzüge nach dem Verhalten des Gegners und dieses gibt ihm erst die Chance zum Erfolg zu kommen. Am Ende steht dann eine Situation, in der es s möglich ist, den anderen durch einen Zug matt zu setzen. Der Verlauf des Spiels zeigt auch nicht, ob s eine Strategie verfolgt und ggf. welche. Seine Aktivität besteht vielmehr in einer Folge von Zügen, also von Wahlen von Alternativen in den Situationen, die sich auch aus den Handlungen des Gegners ergeben. In diesem Sinn ist der Fall B ein allgemeinerer Fall des Bewirkens als A. Im Fall D kann von einem Bewirken von X durch s_1 sicher nicht die Rede sein, und im Fall C wird man wohl sagen, daß s_1 nicht schon im $WZ\ i$ auf X hinwirkt.

Ein künftiges momentanes Bewirken von A durch s ist also wohl notwendig für die Geltung des Satzes "s bewirkt, daß A". Diese Bedingung ist aber sicher nicht hinreichend. Das Problem ist, den Begriff des Hinwirkens auf A zu präzisieren. s wirkt in i sicher nicht nur dann auf A hin, wenn s in i eine Alternative wählt, die für das Eintreten von A notwendig ist oder hinreichend. Im Fall des Schachspiels ist es nicht einmal erforderlich, daß jeder Zug von s die Wahrscheinlichkeit seines Erfolges erhöht. Notwendig ist wohl, daß s eine Alternative hätte, die ihm die Chance nehmen würde, A (im momentanen Sinn) zu bewirken. Die Frage ist jedoch, ob diese schwache Bedingung genügt. Die Explikation

$$\begin{aligned} V_{w,t}(B(a, A)) = w \text{ gdw. } & Vt'(t \leq t' \wedge f(V(a), w, t') \subset [A]_t) \\ & \wedge VX(X \in A(V(a), w(t)) \\ & \wedge \Lambda w't(w' \in X \wedge t \leq t' \\ & \supset f(V(a), w', t') \cap [A]_t \neq \emptyset))) \end{aligned}$$

hätte jedenfalls gegenüber jener, die wir oben unter Bezugnahme auf Strategien angegeben haben, den Vorteil, daß z.B. das intuitiv höchst plausible Gesetz $B(a, A) \wedge B(a, C) \supset B(a, A \wedge C)$ gültig ist. Bevor man sich auf diese oder eine andere Explikation festlegt, ist jedoch eine eingehende intuitive Diskussion des normalen Begriffs des Bewirkens an einfachen Modellen wie dem Beispiel II erforderlich.

Der begriffliche Apparat, den wir zur Explikation von "Bewirken" verwendet haben, läßt sich nun auch für eine Explikation von "Handeln" nutzbar machen. Offenbar besteht zwischen 'Bewirken' und 'Handeln' ein enger Zusammenhang. Die Tätigkeit des Bewirkens ist ein Handeln, und jedes Handeln bewirkt auch etwas, nämlich den Sachverhalt, daß die Handlung vollzogen wurde. Im Fall momentanen Bewirkens, wie es im Abschnitt 5 erklärt worden ist, gilt: Bewirkt x in i durch Wahl einer Alternative $X \in A(x, i)$ ein Ereignis Y, so können wir die Tätigkeit des Bewirkens durch X darstellen, also X als die Handlung ansehen, die x in i vollzieht. Die echten Alternativen von x aus $A(x, i)$ stellen dann die möglichen (momentanen) Handlungen von x in i dar. Im Beispiel I sind also die Alternativen von s_1, $W^{j_1} \cup W^{j_2}$ und $W^{j_3} \cup W^{j_4}$, die möglichen Handlungen von s_1 in i, nicht aber z.B. $W^{j_1} \cup W^{j_2} \cup W^{j_3}$. Dann kann man sagen: Bewirkt a, daß A eintritt, so vollzieht a eine Handlung, die A bewirkt. Es gilt ja $B(a, A)$ genau dann, wenn es ein B gibt mit $Q^*(a, B) \wedge N(B \supset A) \wedge \neg NA$. Aus $Q^*(a, B)$ folgt B, und gilt $B \wedge N(B \supset A) \wedge \neg NA$, so kann man B jedenfalls in einer ersten, groben Näherung als Ursache von A bezeichnen.[13]

Auch dieser Gedanke zur Explikation des Ausdrucks "A ist eine (mögliche) Handlung von a", ist aber noch zu präzisieren und bedarf einer eingehenden intuitiven Diskussion.

ANMERKUNGEN

[1] Vgl. dazu Kutschera (1986).

[2] Vgl. dazu z.B. Kutschera (1967), 4.4.2.

[3] Vgl. dazu a.a.O. 4.4.1.

[4] Man hätte also von einem algebraischen Differenzensystem im Sinn von Krantz, Luce, Suppes und Tversky (1971) auszugehen.

[5] Soll $(T, \leq.)$ der reellen Zeitstruktur entsprechen, so wäre zusätzlich die Vollständigkeit von $\leq.$ zu fordern, d.h. daß jede nach unten (oben) beschränkte Teilmenge von T eine größte (kleinste) untere (obere) Schranke hat. Da eine reelle Zeitstruktur einfacher ist als eine rationale, werden wir sie später gelegentlich voraussetzen.

[6] Ist $w \neq w'$, so gibt es ein t mit $w(t) \neq w'(t)$, so daß Menge $U = \{t': w(t') \neq w'(t')\}$ nicht leer ist. $G = \{t': w(t') = w'(t')\}$ ist wegen (3e) nicht leer. Ist $(T, \leq.)$ eine reelle Zeitstruktur, so gibt es also genau ein t_0 mit $\Lambda tt'(t \in G \wedge t' \in U \supset t \leq t_0 \leq t')$. t_0 ist dann Verzweigungspunkt von w und w'. Ist $t_0 \in G$, so nennen wir t_0 einen *Verzweigungspunkt 1. Art*. Für manche Zwecke ist es nützlich anzunehmen, daß alle Verzweigungspunkte von 1.Art sind. Das entspricht der Forderung.

(f) $$iRj \wedge iRk \wedge j \neq k \wedge j =_0 k \supset Vlm(l =_0 m \wedge l \neq m \wedge iRl \wedge lRj \wedge iRm \wedge mRk).$$

[7] Vgl. dazu Kutschera (1976), Kap. 2.

[8] Unsere Bestimmung von *Ereignissen*, *Zuständen*, *Vorgängen* und *Prozessen* entspricht nicht dem normalen Gebrauch dieser Wörter. Eine Verwendung von Kunstwörtern wäre also passender, aber weniger einprägsam.

[9] Einem Ereignis Z entspricht der Vorgang $\{w_T: w \in Z\}$, und einem Zustand X, für den gilt $\Lambda wtt'(w(t) \in X \supset w(t') \in X)$, entspricht das Ereignis $\{w: Vt(w(t) \in X)\}$, so daß die Begriffe *Zustand*, *Ereignis* und *Vorgang* nicht disjunkt sind.

[10] Vgl. dazu z.B. Hoare (1969), Pratt (1976) und Harel (1979).

[11] Zur Prozeßlogik vgl. z.B. Pratt (1977) und Harel, Kozen und Parikh (1980).

[12] Man kann den Begriff der Alternative auch so verallgemeinern, daß man die Bedingungen (a), (b), (d) und (e) beibehält, aber auf (c) verzichtet. Dann handelt es sich nicht um unabhängige, sondern um *prima-facie*-Alternativen. Wir fügen nun im Definiens von $A(\{s_{m_1}, \ldots, s_{m_r}\}, i)$ die Bedingung $X \neq \emptyset$ hinzu. Statt (c) gilt dann $X \in A(s, i) \supset VX'(X' \in A(S-\{s\}, i) \wedge X \cap X' \neq \emptyset)$. Ein $X \in A(s, i)$ ist eine unabhängige Alternative, wenn gilt $\Lambda X'(X' \in A(S-\{s\}, i) \supset X' \cap X \neq \emptyset)$. In der folgenden Definition von *Bewirken* ist dann auf unabhängige Alternativen Bezug zu nehmen. Der Unterschied der Ansätze wird im Vergleich von Beispiel I mit dem Fall deutlich, den wir daraus erhalten, wenn wir setzen $A(s_1, i) = \{W^{j_1} \cup W^{j_2}(=\alpha_1), W^{j_3} \cup W^{j_4}(=\alpha_2)\}$, $A(s_2, i) = \{W^{j_1}(=\beta_1), W^{j_2} \cup W^{j_3} \cup W^{j_4}(=\beta_2)\}$, $A(s_3, i) = \{W^{j_1} \cup W^{j_2} \cup W^{j_3}(=\gamma_1), W^{j_4}(=\gamma_2)\}$. Hier hat kein Agent für sich allein eine unabhängige Alternative, aber die Gruppe $\{s_1, s_2\}$ hat die unabhängige Alternative $\alpha_1 \cap \alpha_2 = W^{j_2}$, die Gruppe $\{s_1, s_3\}$ die unabhängige Alternative $\alpha_1 \cap \gamma_1 = W^{j_1}$ und $\{s_2, s_3\}$ hat die unabhängige Alternative $\beta_2 \cap \gamma_1 = W^{j_3}$.

Eine solche Verallgemeinerung ist aber nur sinnvoll, wenn man Aussagen über Gruppen von Agenten machen und ihnen auch dann echte Alternativen zuordnen will, wenn ihre Mitglieder für sich allein keine echten Alternativen haben. Im folgenden betrachten wir nur einzelne Agenten.

[13] Für eine Explikation von "Wenn A, dann B", die der normalen Verwendung besser entspricht als $N(A \supset B)$, muß man neben R eine Auswahlfunktion g einführen, die allen w und t und allen Ereignissen X eine Menge von "normalen" X-Welten zuordnet. Vgl. dazu Kutschera (1976), Kap. 3.

LITERATUR

Åqvist, L.: 1974, 'A New Approach to the Logical Theory of Action and Causality', in S. Stenlund (ed.), *Logical Theory and Semantic Analysis*, Reidel, Dordrecht, pp. 73–91.

Cresswell, M. J.: 1977, 'Interval Semantics and Logical Words', in C. Rohrer (ed.), *On the Logical Analysis of Tense and Aspect*, Tübingen, pp. 7–29.

Harel, D.: 1979, *First Order Dynamic Logic*, Berlin.

Harel, D., Kozen, D., und Parikh, R.: 1980, 'Process Logic: Expressiveness, Decidability, Completeness', *Proc. IEEE Symp. on Foundations of Comp. Sci.* 129–142.

Hoare, C. A. R.: 1969, 'An Axiomatic Basis for Computer Programming', *Comm. ACM* **12**, 576–580.

Kamp, H.: 1968, 'Tense Logic and the Theory of Linear Order', dissertation, Univ. of California, Los Angeles.

Kamp, H.: 1971, 'Formal Properties of 'Now'', *Theoria* **37**, 227–233.

Kenny, A.: 1963, *Action, Emotion, and Will*, New York.

Krantz, D., Luce, R., Suppes, P., und Tversky, A.: 1971, *Foundations of Measurement*, Bd. I, New York.

Kutschera, F. v.: 1967, *Elementare Logik*, Wien.

Kutschera, F. v.: 1976, *Einführung in die intensionale Semantik*, Berlin.

Kutschera, F. v.: 1980, 'Grundbegriffe der Handlungslogik', in H. Lenk (Hg.), *Handlungstheorien interdisziplinär*, Bd. I; *Handlungslogik, formale und sprachwissenschaftliche Handlungstheorien*, München, pp. 67–106.

Kutschera, F. v.: 1986, 'Zwei modallogische Argumente für den Determinismus: Aristoteles und Diodor', *Erkenntnis* **24**, 203–217.

Mourelatos, A. P. D.: 1978, 'Events, Processes, and States', *Linguistics and Philosophy* **2**, 415–34.

Pratt, V. R.: 1976, 'Semantical Considerations on Floyd-Hoare Logic', *Proc. 17th IEEE Symp. on Found. of Comp. Science* 109–121.

Pratt, V. R.: 1977, 'Process Logic: Preliminary Report', *Proc. 6th ACM Symp. on Princ. of Progr. Lang.* 93–100.

Vendler, Z.: 1957, 'Verbs and Times', *Philosophical Review* **56**, 143–60; revidierte Fassung als Kap. 4 von *Linguistics in Philosophy*, Ithaca, New York, 1967.

Manuscript received 27 August 1984

Fakultät für Philosophie
Universitätsstrasse 31
D-8400 Regensburg
West Germany