1 |

Math. Ann. 193, 189 – 196 (1971)

Über das Verhalten der Witt-Gruppe bei galoischen Körpererweiterungen

M. KNEBUSCH und W. SCHARLAU

In dieser Note untersuchen wir quadratische Formen über beliebigen Körpern. Wir studieren das Verhalten der Witt-Gruppe bei einer galoischen Erweiterung des Grundkörpers; das wesentliche Hilfsmittel ist die in [12] eingeführte Verlagerungsmethode. Im ersten Abschnitt beweisen wir einen Satz von Rosenberg und Ware [11]: Ist L/K eine galoische Erweiterung von ungeradem Grad mit Galois-Gruppe G, so ist $W(K) = W(L)^G$. In den weiteren Abschnitten definieren wir die Höhe eines Körpers als den Exponenten des Torsionsteiles der Witt-Gruppe und untersuchen das Verhalten der Höhe bei galoischen Körpererweiterungen. Es scheint uns, daß unsere diesbezüglichen Resultate weit davon entfernt sind, optimal zu sein. Deswegen formulieren wir eine ganze Reihe von offenen Problemen und Vermutungen.

Wir betrachten nur Körper der Charakteristik $\neq 2$. Jedoch sind die Analoga zu den Sätzen aus § 1 sowohl für die Witt-Gruppe der quadratischen Formen als auch die der symmetrischen Bilinearformen ([2]) in Charakteristik 2 richtig. Die in den §§ 2–4 betrachteten Fragen sind in Charakteristik 2 uninteressant.

Es bezeichne $W(K)$ den Witt-Ring der nicht-singulären quadratischen Formen über K. Ist L/K eine Körpererweiterung, so liefert eine quadratische Form q über K durch tensorieren mit L eine Form q_L über L. Man erhält so einen kanonischen Ringhomomorphismus $r: W(K) \to W(L)$. Ist L/K endlich und $s: L \to K$ eine K-lineare Abbildung $\neq 0$ und $q: V \to L$ eine nicht-singuläre quadratische Form, so ist $sq: V \to K$ eine nicht-singuläre quadratische Form über K. Diese Konstruktion liefert einen Gruppenhomomorphismus

$$s_*: W(L) \to W(K)$$

(„Verlagerung").

§ 1. Ein Satz von Rosenberg und Ware

Ist L/K eine galoissche Erweiterung mit Galois-Gruppe G und ist $q: V \to L$ eine quadratische Form über L, so definieren wir für $\sigma \in G$ die quadratische Form q^σ folgendermaßen: Der zugrunde liegende Vektorraum ist V^σ mit $V^\sigma = V$ als abelsche Gruppen, aber der mit σ^{-1} getwisteten Skalarmultiplikation $\cdot$:

$$\lambda \cdot v := \sigma^{-1}(\lambda) v, \quad \lambda \in L, \quad v \in V.$$

Dann ist $q^\sigma : V^\sigma \to L, v \mapsto \sigma(q(v))$ eine quadratische Form. Diese Konstruktion liefert eine Operation der Galois-Gruppe G auf der Witt-Gruppe $W(L)$.

Lemma 1.1. *Sei L/K endliche galoissche Erweiterung mit Galois-Gruppe G. Ist q eine quadratische Form über L, so gilt*

$$(\mathrm{Tr}_{L/K}\, q)_L \cong \bigoplus_{\sigma \in G} q^\sigma ,$$

Beweis. Der Homomorphismus

$$L \otimes_K V \to \bigoplus_{\sigma \in G} V^\sigma, \qquad \lambda \otimes v \mapsto \sum_{\sigma \in G} \lambda \cdot v$$

ist eine Isometrie.

Satz 1.2 (vgl. [11]). *Ist L/K galoissche Erweiterung von ungeradem Grad, so gilt*

$$W(L)^G \cong W(K).$$

Beweis. Der Grad von L/K sei $2n+1$, die Galois-Gruppe dieser Erweiterung sei G. Sei x ein Erzeugendes von L, und $s: L \to K$ sei definiert durch $s(1)=1$, $s(x) = \cdots = s(x^{2n}) = 0$. Die zusammengesetzte Abbildung

$$W(K) \xrightarrow{r} W(L)^G \xrightarrow{s_*} W(K)$$

ist Multiplikation mit 1 (vgl. [12]), also ist s_* surjektiv. Zu s gibt es ein Element $a \in L$ mit $s(x) = \mathrm{Tr}(ax)$ für alle $x \in L$. Nach Lemma 1.1 ergibt sich für die zusammengesetzte Abbildung

$$W(L)^G \xrightarrow{s_*} W(K) \xrightarrow{r} W(L)$$

$$r s_*(q) = r\,\mathrm{Tr}_*(aq) = \sum_{\sigma \in G} (aq)^\sigma = \left[\sum_\sigma (\sigma a)\right] \otimes q \,.$$

denn $q^\sigma = q$ für alle $\sigma \in G$. Nun sind nach Pfister ([8], Satz 11) Elemente ungerader Dimension keine Nullteiler, also ist insbesondere $s_*: W(L)^G \to W(K)$ injektiv. q.e.d.

Bemerkung 1.3. Unter Benutzung anderer Methoden ([4]) läßt sich zeigen, daß die Kohomologie-Gruppen $H^i(G, W(L))$ für $i \geqq 1$ verschwinden. Für die Lokalisierung $2^{-\infty} W(L)$ von $W(L)$ nach der Halbgruppe der Potenzen von 2 besteht nämlich eine unkanonische Isomorphie

$$2^{-\infty} W(L) \cong W(K) \otimes_{\mathbb{Z}} 2^{-\infty} \mathbb{Z}[G]$$

Es ist zu vermuten, daß sogar der G-Modul $W(L)/W_t(L)$ induziert ist.

Bemerkung 1.4. Satz 1.2 wurde zuerst von Rosenberg u. Ware [11] bewiesen. Rosenberg u. Ware reduzieren mittels des Satzes von Feit-Thompson das Problem auf den Fall einer zyklischen Erweiterung. Sie stellten die Frage nach einem direkten Beweis und erregten damit unser Interesse an diesem Problem, wofür wir ihnen herzlich danken. Herr Rosenberg wies uns auch darauf hin, daß sich der Beweis von 1.2 ohne den Satz von Pfister zu Ende führen läßt: Wir sahen $r s_*(q) = q \otimes \varphi$ für alle $q \in W(L)^G$ und geeignetes $\varphi \in W(L)^G$ und

$s_* r(q') = q'$ für alle $q' \in W(K)$. Also

$$r(q') = r s_* r(q') = r(q') \otimes \varphi\,,$$

also $\varphi \sim \langle 1 \rangle$ (wähle z. B. $q' \sim \langle 1 \rangle$!), also sind s_* und r zueinander invers.
Wir ergänzen Satz 1.2 durch

Satz 1.5. *Ist L/K eine endliche galoissche Erweiterung, so wird der Cokern von*

$$r: W(K) \to W(L)^G$$

und der Kern von

$$\mathrm{Tr}_*: W(L)^G \to W(K)$$

von $[L:K]$ annulliert.

Beweis. Die zusammengesetzte Abbildung

$$r\,\mathrm{Tr}_*: W(L)^G \to W(K) \to W(L)^G$$

ist Multiplikation mit $[L:K]$.

§ 2. Die Höhe eines Körpers

Es bezeichne $W_t(K)$ die Torsionsuntergruppe von $W(K)$. Nach Pfister [8] ist $W_t(K)$ 2-primär.

Definition 2.1. *Die Höhe des Körpers K ist die kleinste 2-Potenz $h(K) = 2^d$, welche $W_t(K)$ annulliert.* (Bei dieser Definition müssen wir auch $h(K) = \infty$ zulassen.)

Beispiel 2.2. (i) Hat der Körper K endliche Stufe s [8], so gilt $h(K) = 2s$; jede ungerade-dimensionale Form hat nämlich Ordnung $2s$ in der Witt-Gruppe.

(ii) Ist $s = \infty$, so ist h die kleinste Potenz von 2, so daß jede Quadratsumme schon Summe von h Quadraten ist. Das folgt aus Pfisters Satz 22 in [8], aus dem sich ergibt, daß $W_t(K)$ von den binären Formen $\langle 1, -w \rangle$ mit w Summe von Quadraten erzeugt wird. Ein unveröffentlichter Satz von Witt (vgl. [3], § 4) liefert darüber hinaus, daß das Ideal aller $\psi \in W(K)$ mit $2^n \psi = 0$ von den Formen $\langle 1, -w \rangle$ mit w Summe von 2^n Quadraten erzeugt wird. Die Höhe spielt eine wesentliche Rolle bei Pfisters Untersuchung definiter Funktionen ([9], siehe auch [6, 13]).

Beispiel 2.3. Ist $K = k(t)$ rationaler Funktionenkörper in einer Variablen, so gilt

$$h(K) = \sup_{[k':k] < \infty} h(k')\,.$$

Das folgt sofort aus der Berechnung von $W(K)$ in [7].

Beispiel 2.4. Ist k formal-reell und K rationaler Funktionenkörper in n Variablen, so gilt $h(K) \geqq n+1$. Das folgt sofort aus 2.2 (ii) und einem Satz von Cassels [10, Satz B]. Durch Übergang zu unendlich vielen Variablen folgt insbesondere, daß es Körper der Höhe ∞ gibt.

Satz 2.5. *Sei L/K eine galoissche Erweiterung vom Grad $n=2^d n_0$ mit n_0 ungerade. Dann gilt*

$$h(L) \mid h(K) \cdot 2^{d+n-1}.$$

Beweis. Nach Pfister und Witt wird, wie schon gesagt, $W_t(L)$ von 2-dimensionalen Formen $\varphi = \langle 1, -w \rangle$ erzeugt. Mit $f_i(\varphi)$ bezeichnen wir die i-te elementar-symmetrische Funktion in den Elementen φ^σ, wobei die σ die Galois-Gruppe G von L/K durchlaufen. In $W(L)$ gilt die Gleichung

$$\varphi^n - f_1(\varphi)\,\varphi^{n-1} + \cdots + (-1)^n f_n(\varphi) = 0. \qquad (*)$$

Offenbar liegen alle $f_i(\varphi)$ in $W_t(L)^G$. Nach Lemma 1.1 ist

$$h(K) \cdot n \cdot f_i(\varphi) = (h(K)\,\mathrm{Tr}_{L/K} f_i(\varphi))_L = 0,$$

also

$$h(K) \cdot 2^d \cdot f_i(\varphi) = 0.$$

Die Behauptung ergibt sich nun aus der Gl. $(*)$ unter Verwendung von $\varphi^n = 2^{n-1}\varphi$. q.e.d.

Satz 2.6. *Sei $L = K(\sqrt{a})/K$ eine quadratische Erweiterung. Dann gilt*

$$h(L) \mid 2h(K).$$

1. *Beweis.* Sei $q \in W_t(L)$ und sei $\psi = h(K)\,q$. Dann ist $\mathrm{Tr}_*(\psi) = \psi \oplus \psi^\sigma = 0$, wobei σ das nichttriviale Element der Galois-Gruppe bezeichnet. Dieselbe Überlegung, auf die Form $(\sqrt{a})\,q$ angewandt, ergibt $(\sqrt{a})\,\psi \oplus (-\sqrt{a})\,\psi^\sigma = 0$. Durch Multiplikation mit $\sqrt{a}$ folgt $\psi \oplus (-\psi^\sigma) = 0$, also $\psi \oplus \psi = 0$. q.e.d.

2. *Beweis.* Sei $\varphi = \langle 1, -w \rangle \in W_t(L)$. Dann ist $\langle 1, -N_{L/K}(w) \rangle \in W_t(K)$. Ist nämlich $2^m \langle 1, -w \rangle = 0$ in $W(L)$, so ist $2^m \langle 1, -N_{L/K}(w) \rangle = 0$ in $W(K)$ (vgl. [13], 2.2.6). Die Gl. $(*)$ lautet im Spezialfall einer quadratischen Erweiterung

$$\varphi^2 - (\varphi \oplus \varphi^\sigma)\,\varphi + \varphi\varphi^\sigma = 0$$

also

$$2\varphi = (\varphi \oplus \varphi^\sigma)\,\varphi - (-\langle 1, -N_{L/K}(w) \rangle + (\varphi \oplus \varphi^\sigma)),$$

und $\varphi \oplus \varphi^\sigma$ sowie $\langle 1, -N_{L/K}(w) \rangle$ werden von $h(K)$ annulliert.

Bemerkung 2.7. Wir wissen nicht, wie „zahlreich" Körpererweiterungen L/K sind, bei denen sich die Höhe vergrößert. Tatsächlich kennen wir nur ziemlich triviale Beispiele, bei denen das der Fall ist (z. B. $\mathbb{C}/\mathbb{R}$) und die immer dadurch entstehen, daß man einen formal-reellen Körper nicht formal-reell macht (z. B. $\mathbb{Q}(\sqrt{-7})/\mathbb{Q}$). Wir kennen keine Beispiele von ungeraden Erweiterungen, bei denen sich die Höhe vergrößert, oder welche, bei denen sich die Höhe um mehr als den Faktor 2 vergrößert. Vermutlich gibt es jedoch solche Beispiele; als Kandidaten für die Grundkörper kämen z. B. die pythagoräischen Hüllen von rationalen Funktionenkörpern über $\mathbb{Q}$ in genügend vielen Variablen in Frage.

§ 3. Ein Induktionsverfahren

In diesem Abschnitt benutzen wir das in [14] in einem anderen Zusammenhang eingeführte Induktionsverfahren, um die in Satz 2.5 gegebene Abschätzung in vielen Fällen wesentlich zu verbessern.

Es sei G eine endliche Gruppe und $\mathbb{Z}[G]$ ihr Gruppenring. Mit $\mathfrak{a}_G$ bezeichnen wir das von folgenden Elementen erzeugte Rechtsideal von $\mathbb{Z}[G]$

$$\{1+\sigma+\cdots+\sigma^{n_\sigma-1} \mid \sigma\in G, \quad \sigma\neq 1, \quad n_\sigma=\text{Ordnung}(\sigma)\}$$

Dann ist $\mathfrak{a}_G \cap \mathbb{Z}\cdot 1$ ein Ideal von $\mathbb{Z}$; es bezeichne $\varepsilon(G)$ das nicht-negative Erzeugende dieses Ideals.

Lemma 3.1. *Sei L/K galoissche Erweiterung mit Galois-Gruppe G. Ist $\varepsilon(G)$ ungerade, so ist*

$$\coprod_{K\subset M \subsetneqq L} W_t(M) \to W_t(L)$$

surjektiv.

Beweis. Schreibe

$$\varepsilon(G)=r=\Sigma(1+\sigma+\cdots+\sigma^{n_\sigma-1})\,\tau\,.$$

Nach Lemma 1.1 liegt für jedes $q\in W_t(L)$

$$rq=\Sigma(1+\sigma+\cdots+\sigma^{n_\sigma-1})(\tau q)$$

im Bild des obigen Homomorphismus. Da $W_t(L)$ 2-primär ist, folgt die Behauptung.

Lemma 3.2. *Sei G eine nicht-zyklische elementar-abelsche Gruppe vom Typ $(p,\ldots,p)$, mit p Primzahl. Dann ist $\varepsilon(G)=p$.*

Beweis (vgl. [13]). Wähle $a,b\in G$, die eine nicht-zyklische Untergruppe erzeugen. Dann ist

$$\begin{aligned}
&1+a+\cdots+a^{p-1}\\
&\quad+(1+ab+\cdots+(ab)^{p-1})\\
&\quad+\cdots\\
&\quad+(1+ab^{p-1}+\cdots+(ab^{p-1})^{p-1})\\
&\quad+(1+b+\cdots+b^{p-1})\\
&\quad-(1+b+\cdots+b^{p-1})(1+a+\cdots+a^{p-1})=p\,.
\end{aligned}$$

$\varepsilon(G)$ kann nicht 1 sein, weil $\mathfrak{a}_G$ unter der Augmentationsabbildung $\mathbb{Z}G\to\mathbb{Z}$ ersichtlich auf $p\mathbb{Z}$ abgebildet wird. Also ist $\varepsilon(G)=p$.

Korollar 3.3. *Sei L/K galoissche Erweiterung mit elementar-abelscher Galois-Gruppe G vom Typ $(p,\ldots,p)$ mit p ungerade Primzahl. Dann gilt*

$$h(L)\mid h(K)\cdot 2^{p-1}\,.$$

Beweis. Durch wiederholte Anwendung von Lemma 3.2 folgt:

$$\coprod_{[M:K]=p} W_t(M) \to W_t(L)$$

ist surjektiv. Nach Satz 2.5 teilt die Höhe $h(M)$ aller dieser Zwischenkörper M die Zahl $h(K) \cdot 2^{p-1}$. Daher gilt das gleiche für $h(L)$.

Das Problem der Berechnung von $\varepsilon(G)$ führt auf komplizierte gruppentheoretische Fragen, die einer besonderen Arbeit vorbehalten bleiben sollen. Wir wollen nur noch andeuten, wie man eine Abschätzung für $h(L)$ erhält, wenn $G = G(L/K)$ eine p-Gruppe ist, wobei p eine ungerade Primzahl ist:

Ist G zyklisch, so versagt die Induktionsmethode und man muß Satz 2.5 anwenden. Ist G nicht-zyklisch, so ist auch G/F nicht-zyklisch, wenn F die Frattini-Gruppe bezeichnet. Ist K_1 der Fixkörper von F, so gilt nach dem letzten Korollar

$$h(K_1) \mid h(K)\, 2^{p-1}.$$

Durch Fortsetzung des Verfahrens auf L/K_1 erhalten wir schließlich eine Abschätzung für $h(L)$.

Vermutung: Es gibt eine Funktion $\varphi : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit folgender Eigenschaft: Ist L/K Erweiterung vom Grad n, so gilt $h(L) \mid \varphi(n) \cdot h(K)$.

§ 4. Reguläre Quadratklassen

Wir wollen abschließend die Frage aufwerfen, wie sehr die Höhe $h(K) = 2^{\eta(K)}$ eines Körpers K bei Übergang zu einer endlichen galoisschen Erweiterung L/K abnehmen kann. Da die Höhe ja nicht abnehmen kann, falls $[L:K]$ ungerade ist, konzentrieren wir uns auf den Fall $[L:K] = 2$.

Definition 4.1. *Eine Quadratklasse $(a) \neq (1)$ von K heißt regulär, falls $\eta(K(\sqrt{a})) \geqq \eta(K) - 1$ ist.*

Beispiel 4.2. Ist $\eta(K) \leqq 2$, so sind alle Quadratklassen regulär.

Beweis. $\eta(K(\sqrt{a})) = 0$ bedeutet, daß $K(\sqrt{a})$ reell-pythagoräisch ist [14]. Dann ist aber auch K reell-pythagoräisch [1], also $\eta(K) = 0$.

Beispiel 4.3. Ist $\eta(K) \geqq 3$, so ist (-1) irregulär, denn $K(\sqrt{-1})$ hat die Stufe 1, also Höhe 2.

Lemma 4.4. *Von drei verschiedenen Quadratklassen (a), (b), (ab) ist wenigstens eine regulär.*

Beweis. Nach [14] enthält der Kern von

$$W(K) \to W(K(\sqrt{a})) \times W(K(\sqrt{b})) \times W(K(\sqrt{ab}))$$

nur Elemente der Ordnung $\leqq 2$. Damit folgt leicht die Behauptung.

Korollar 4.5. *Für jede Quadratklasse $(a) \neq (\pm 1)$ ist (a) oder $(-a)$ regulär.*

Das folgt aus 4.2, 4.3 und 4.4

Satz 4.6. *Sei a Summe von Quadraten in K und $h(K) \geqq 8$. Die Quadratklasse $(-a)$ ist genau dann irregulär, wenn a Summe von weniger als $\frac{h(K)}{4}$ Quadraten ist.*

Beweis. Für $h(K) = \infty$ ist die Behauptung evident. Sei jetzt $h(K)$ endlich. Ist a Summe von $< \frac{h(K)}{4}$ Quadraten, so ist -1 in $K(\sqrt{-a})$ Summe von $< \frac{h(K)}{4}$ Quadraten, also von $\leqq \frac{h(K)}{8}$ Quadraten und somit $(-a)$ irregulär. Die Umkehrung folgt aus Satz 3.7 in [6].

Mit 4.2 und 4.6 haben wir bei nicht-reellem K eine Übersicht über alle irregulären Quadratklassen gewonnen.

Satz 4.7. *Sei K reell und a Summe von höchstens $\frac{h(K)}{4} + 1$ Quadraten, $(a) \neq 1$. Dann ist (a) regulär.*

Beweis. Ist a Summe von höchstens $\frac{h(K)}{4} - 1$ Quadraten, so folgt dies schon aus Satz 4.6 und Kor. 4.5. Daher können wir ab jetzt insbesondere $h(K) < \infty$ annehmen.

Angenommen, (a) ist irregulär. Wir wählen eine Quadratsumme $c \in K$, zu deren Darstellung man mindestens $\frac{h(K)}{2} + 1$ Quadrate braucht. In $L = K(\sqrt{a})$ haben wir eine Gleichung

$$c = \sum_{i=1}^{h(L)} (x_i + y_i \sqrt{a})^2$$

mit $x_i, y_i \in K$, somit

$$c = \sum_{i=1}^{h(L)} x_i^2 + a \sum_{i=1}^{h(L)} y_i^2, \qquad \sum_i x_i y_i = 0 .$$

Nach [10], Satz 2, ist $\sum_i x_i^2 \cdot \sum_i y_i^2$ eine Summe von $h(L) - 1 \leqq \frac{h(K)}{4} - 1$ Quadraten. Wir können daher $c \cdot \left(\sum_i y_i^2\right)$ als Summe von

$$\frac{h(K)}{4} - 1 + \frac{h(K)}{4} + 1 = \frac{h(K)}{2}$$

Quadraten schreiben, und $\sum_i y_i^2$ ist sicherlich $\neq 0$. Nach dem gleichen Satz von Pfister läßt sich nun c als Summe von $\frac{h(K)}{2}$ Quadraten schreiben. Widerspruch!

Vermutung. Ist $h(K)=\infty$ und L eine endliche reelle Körpererweiterung von K, so ist auch $h(L)=\infty$. (Dies wurde im letzten Satz für $L=K(\sqrt{a})$ mit a Summe von Quadraten bewiesen.)

Zusatz bei der Korrektur. Herr Pfister hat Satz 2.5 inzwischen wesentlich verbessert und unsere Vermutung Ende § 3 bewiesen [briefliche Mitteilung]: Für einen Körper K bezeichne $t(K)$ die kleinste Anzahl von Quadraten, die erforderlich ist, um jedes totalpositive Element von K als Quadratsumme zu schreiben. Für jede Körpererweiterung L/K vom Grade n gilt $t(L) \leqq n t(K)$.

Literatur

1. Diller, J., Dress, A.: Zur Galoistheorie pythagoräischer Körper. Arch. Math. **16** (1965).
2. Knebusch, M.: Grothendieck- und Wittringe von nichtausgearteten symmetrischen Bilinearformen. Sitzungsber. Heidelberg. Akad. Wiss., Math.-nat. Klasse, 3. Abh. Berlin-Heidelberg-New York: Springer 1969/70 (als Einzelheft im Handel).
3. Knebusch, M.: Runde Formen über semilokalen Ringen. Math. Ann. **193**, 21—34 (1971).
4. — Rosenberg, A., Ware, R.: Structure of Witt rings, quotients of abelian group rings, and orderings of fields. Erscheint in Bull. A. M. S.
5. Leicht, J., Lorenz, F.: Die Primideale des Wittschen Ringes. Inventiones math. **10**, 82—88 (1970).
6. Lorenz, F.: Quadratische Formen über Körpern. Lecture notes in Mathematics 130. Berlin-Heidelberg-New York: Springer 1970.
7. Milnor, J.: Algebraic *K*-theory and quadratic forms. Inventiones math. **9**, 318—344 (1970).
8. Pfister, A.: Quadratische Formen in beliebigen Körpern. Inventiones math. **1**, 116—132 (1966).
9. — Zur Darstellung definiter Funktionen als Summe von Quadraten. Inventiones math. **4**, 229—237 (1967).
10. — Zur Darstellung von -1 als Summe von Quadraten in einem Körper. J. London Math. Soc. **40**, 159—165 (1965).
11. Rosenberg, A., Ware, R.: The zero-dimensional Galois cohomology of Witt rings. Inventiones math. **11**, 65—72 (1970).
12. Scharlau, W.: Zur Pfisterschen Theorie der quadratischen Formen. Inventiones math. **6**, 327—328 (1969).
13. — Quadratic forms. Queen's papers on pure and applied mathematics, No. 22 (1969).
14. — Induction theorems and the structure of the Witt group. Inventiones math. **11**, 37—44 (1970).

M. Knebusch
Math. Inst. der Univ.
BRD-6600 Saarbrücken 11, Bau 27
Deutschland

W. Scharlau
Math. Inst. der Univ.
BRD-4400 Münster, Roxeler Straße
Deutschland

(Eingegangen am 18. Dezember 1970)