

Quanteninterferenzeffekte in topologischen Isolatoren und magnetischen Halbleitern



DISSERTATION ZUR ERLANGUNG DES DOKTORGRADES DER NATURWISSENSCHAFTEN
(DR. RER. NAT.) DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK
DER UNIVERSITÄT REGENSBURG

vorgelegt von
Sabine Josefine Weishäupl
aus Regensburg

2014

Die Arbeit wurde von Prof. Dr. Dieter Weiss angeleitet.
Das Promotionsgesuch wurde am 03.11.2014 eingereicht.

Prüfungsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr. Klaus Richter
1. Gutachter: Prof. Dr. Dieter Weiss
2. Gutachter: Prof. Dr. Sergey D. Ganichev
weiterer Prüfer: Prof. Dr. Josef Zweck

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Theoretische Grundlagen	9
2.1	Zweidimensionale Systeme	9
2.1.1	Realisierung von zweidimensionalen Ladungsträgersystemen	9
2.1.2	Spin-Bahn-Kopplung	10
2.1.3	Magnetotransport und Quanten-Hall-Effekt	11
2.2	Topologische Isolatoren	15
2.2.1	Topologische Ordnung und Chern-Nummer	15
2.2.2	\mathbb{Z}_2 topologische Invariante	17
2.2.3	Quanten-Spin-Hall-Isolator	19
2.2.4	Dreidimensionale topologische Isolatoren	21
2.3	Quanteninterferenzeffekte	23
2.3.1	Das ABC der Aharonov-Effekte	23
2.3.2	Universelle Leitwertfluktationen	27
2.3.3	Schwache Lokalisierung und schwache Antilokalisierung	29
3	Probenherstellung und Messverfahren	33
3.1	Probendesign für InAs:Mn-Proben	33
3.1.1	Mangan-modulationsdotierte InAs-Heterostrukturen	33
3.1.2	Strukturierung der Mesa	35
3.1.3	Herstellung der Nanostrukturen	36
3.1.4	Kontaktmetallisierung	39
3.1.5	Gate-Elektrode und Messvorbereitung	40
3.2	Probendesign für HgTe-Proben	42
3.2.1	Ausgangsmaterial HgTe	42
3.2.2	Strukturierung der Mesa	43
3.2.3	Herstellung der Nanostrukturen	43

3.2.4	Kontaktierung und Gate-Elektrode	48
3.3	Kryostate	49
3.4	Messtechnik	51
4	Transportuntersuchungen an Mn-dotierten InAs-Heterostrukturen	53
4.1	Magnetotransport in Hallbar-Strukturen	55
4.2	Untersuchungen zur Lokalisierung und schwachen Antilokalisierung . .	57
4.2.1	Starke Lokalisierungseffekte in invertierten Strukturen	57
4.2.2	Schwache Lokalisierung und Antilokalisierung	59
4.3	Universelle Leitwertfluktuationen	65
4.4	Zusammenfassung des Kapitels	73
5	Transportuntersuchungen an HgTe-Nanostrukturen	75
5.1	Frühe Probengenerationen von mesoskopischen HgTe-Linien	79
5.1.1	Erste Probengeneration	79
5.1.2	Zweite Probengeneration	83
5.2	Quanteninterferenzeffekte in mesoskopischen HgTe-Linien	86
5.2.1	Charakterisierung des Interferometers	86
5.2.2	Gate-Spannungsabhängigkeit der Aharonov-Bohm- Oszillationen	92
5.2.3	Auswertung der Fourier-Transformation	95
5.2.4	Bestimmung der Phasenkohärenzlänge	100
5.3	Quanteninterferenzeffekte in makroskopischen HgTe-Linien	104
5.4	Zusammenfassung des Kapitels	106
6	Zusammenfassung	107
	Anhang: Prozessdokumentation	111
	A Strukturierung der InAs:Mn-Proben	111
	B Strukturierung der HgTe-Proben	115
	Literatur	119

1 Einleitung

Der Intel-Mitbegründer Gordon Moore stellte 1965 voraussehend eine These über die Entwicklung von integrierten Schaltkreisen – auch Chips genannt – auf: Die Anzahl der Transistoren in einem Chip wird sich alle zwei Jahre verdoppeln. Dieses Moore'sche Gesetz hat seit damals seine Gültigkeit bewahrt. Heute sind integrierte Schaltkreise regelrecht überfüllt mit Transistoren – der neueste Intel-Chip hat 1,4 Milliarden Transistoren [1]. Letztendlich wird diese Gesetzmäßigkeit an elementare Grenzen stoßen: Schon heute bereiten die enorme Wärmeentwicklung und die damit einhergehende schlechte Energieeffizienz in Prozessoren große Probleme.



Abbildung 1.1: Verkehrsch caos [2].



Abbildung 1.2: Autobahn [3].

Shou-Cheng Zhang, Professor an der Stanford University, verdeutlichte diese Probleme anhand einer Analogie zum Straßenverkehr [4]: Integrierte Schaltkreise sind wie eine viel befahrene Straße zur Hauptverkehrszeit. Sie sind zu überfüllt mit Milliarden von Elektronen, um noch effizient arbeiten zu können. Der Status quo ist in Abbildung 1.1 metaphorisch dargestellt. Die Ladungsträger stehen „im Stau“ oder behindern sich gegenseitig auf ihrem Weg. Die physikalischen Ursachen sind Streuung, Kollisionen und Rekombination von Ladungsträgern. Sie vermindern die Energieeffizienz und erzeugen die vorher erwähnte Wärme – sie könnten jedoch vermieden werden. Die Elektronen müssten in räumlich getrennte „Fahrbahnen“, wie in Abbildung 1.2 gezeigt, separiert werden. Dieser einfache Ansatz spiegelt den Wesenszug des Quanten-Hall-

Effektes wider: Hier bewegen sich Elektronen in zwei räumlich getrennten Bahnen in entgegengesetzte Richtungen [5].

Gibt es eine Möglichkeit solche getrennten „Fahrbahnen“ für Elektronen zu designen, jedoch ohne hohe Magnetfelder, die für den Quanten-Hall-Effekt benötigt werden? Eine Antwort hierauf geben topologische Isolatoren: In diesen treten Randzustände wie beim Quanten-Hall-Effekt auf, allerdings in Paaren, die sich für unterschiedliche Spin-Einstellung in entgegengesetzte Richtung bewegen [5–7]. Diese Eigenschaften der Randzustände machen topologische Isolatoren für viele Forschungsfelder attraktiv – auch für die Spintronik. Dieses Gebiet versucht zusätzlich zur elektrischen Ladung auch den Spin des Elektrons nutzbar zu machen [8, 9]. Hierfür werden wohlbekannte Halbleiter mit magnetischen Eigenschaften versehen, um die Funktionsvielfalt eines Halbleiters mit einem zusätzlichen Freiheitsgrad, dem Spin, zu ergänzen [10].

Für beide Gruppen – topologische Isolatoren und magnetische Halbleiter – werden in dieser Arbeit Untersuchungen zu Quanteninterferenzeffekten vorgestellt.

Ein topologischer Isolator ist im Inneren isolierend und hat an den Rändern metallische Zustände. In dieser Arbeit wird Quecksilbertellurid (HgTe) untersucht. HgTe ist ein Halbleiter mit einer invertierten Bandstruktur und eigentlich ein Halbmetall. Jedoch lässt sich über eine Reduzierung der kristallinen Symmetrie, zum Beispiel durch Verspannung des Materials, eine Bandlücke öffnen und so der topologische Isolator erzeugen [11].

Zudem wird das zweidimensionale, magnetisch dotierte Ladungsträgersystem Indiumarsenid (InAs:Mn) auf phasenkohärenten Transport untersucht. Die Mangan-Atome als Akzeptoren bringen nicht nur freie Löcher, sondern auch magnetische Momente ein [12, 13]. Im Gegensatz zu magnetisch dotierten II-VI-Halbleiter ist für InAs:Mn die magnetische Dotierung in die elektrische Dotierung integriert [14]. Diese Kombination erlaubt Einblicke in die Austauschwechselwirkung der ortsfesten Mangan-Spins mit den Spins der Ladungsträger [15, 16].

Inhaltlich gliedert sich die vorliegende Arbeit wie folgt:

In Kapitel 2 werden die **theoretischen Grundlagen** der betrachteten Ladungsträgersysteme diskutiert. Die Physik zweidimensionaler Systeme, Magnetotransport und der Quanten-Hall-Effekt werden vorgestellt. Ausgehend von der topologischen Ordnung eines Quanten-Hall-Systems wird auf die \mathbb{Z}_2 -Klassifizierung, den Quanten-Spin-Hall-Effekt und auf die dreidimensionalen topologischen Isolatoren eingegangen. Besondere Beachtung finden der Aharonov-Bohm-Effekt und verwandte Quanteninterferenzeffekte.

Die unterschiedlichen Anforderungen an die **Probenpräparation** für die beiden Ausgangsmaterialien InAs:Mn und HgTe werden in Kapitel 3 thematisiert. Der Schwerpunkt liegt hier auf der Herstellung der Nanostrukturen, da diese den limitierenden Faktor für die Probenqualität und somit für die Beobachtung von phasenkohärenten Effekten darstellt. Anschließend werden die verwendeten Messaufbauten und die Methoden der Transportuntersuchungen beschrieben.

In Kapitel 4 wird der Einfluss einer Mangan-Dotierung auf das **Transportverhalten von InAs:Mn** und insbesondere den phasenkohärenten Transport untersucht. Nach einer Charakterisierung der verwendeten Strukturen werden die Messungen von phasenkohärenten Phänomenen wie schwacher (Anti-)Lokalisierung und universellen Leitwertschwankungen präsentiert. Verschiedene Einflussfaktoren wie Probengeometrie, Mangan-Konzentration, Ladungsträgerdichte und Temperatur werden berücksichtigt. Es wird gezeigt, dass die Einschränkung der Geometrie in eine Drahtstruktur einen Vorzeichenwechsel der Leitwertkorrektur bewirkt. Die Phasenkohärenzlänge kann in Abhängigkeit der Temperatur und Mangan-Konzentration ermittelt werden und gibt Aufschlüsse über die kohärenzzerstörenden Mechanismen in diesem paramagnetischen Lochgas.

Im Kapitel 5 sind die **Transportuntersuchungen an HgTe-Nanostrukturen** vorgestellt. In einer Serie von Probengenerationen wird zunächst auf die Optimierung der Probenqualität eingegangen. Der phasenkohärente Transport wird in einem mesoskopischen Interferometer im dreidimensionalen topologischen Isolator HgTe betrachtet. Hierfür wird mittels einer Gate-Elektrode die Fermi-Energie durch die Bandstruktur gestimmt. Die Existenz der topologisch geschützten Oberflächenzustände wird in Form der Aharonov-Bohm-Oszillationen belegt. Neben der Gate-Spannungsabhängigkeit wird auch die Temperaturabhängigkeit der Aharonov-Bohm-Interferenzen eingehend diskutiert. Diese Messungen werden um Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen in einem Interferometer mit makroskopischen Abmessungen vervollständigt.

Die Arbeit endet mit einer **Zusammenfassung** der Ergebnisse in Kapitel 6. Im **Anhang** finden sich detaillierte Beschreibungen und Informationen zur Strukturierung der verwendeten Proben.

2 Theoretische Grundlagen

Die Experimente, die im Rahmen dieser Dissertation durchgeführt wurden, umfassen die Untersuchung des phasenkohärenten Transports sowohl in Mangan-dotierten InAs-Quantentrögen wie auch im dreidimensionalen topologischen Isolator HgTe. In diesem Kapitel werden die für das Verständnis der experimentellen Daten relevanten Konzepte und Eigenschaften dieser Ladungsträgersysteme diskutiert. Tiefergehende und umfassendere Beschreibungen der Physik niederdimensionaler Systeme und topologischer Isolatoren finden sich z. B. in [17–20]. Das erste Kapitel ist eine Einführung in zweidimensionale Systeme und deren Transportcharakteristika, wie beispielsweise den Quanten-Hall-Effekt. In der Literatur werden theoretische Betrachtungen und Modelle üblicherweise für Elektronen behandelt, da sich alle Mechanismen und Theorien analog auf Löcher übertragen lassen [21]. Deshalb wird diese Darstellungsweise hier übernommen, es wird jedoch auf Besonderheiten für Lochsysteme eingegangen. Ausgehend von den topologischen Eigenschaften der Randzustände im Quanten-Hall-Effekt werden im anschließenden Kapitel die topologischen Isolatoren vorgestellt. Zudem wird das Konzept der geometrischen Phase eingeführt. Besondere Beachtung finden der Aharonov-Bohm-Effekt und andere Quanteninterferenzeffekte wie schwache (Anti-)Lokalisierung und universelle Leitwertfluktuationen.

2.1 Zweidimensionale Systeme

2.1.1 Realisierung von zweidimensionalen Ladungsträgersystemen

Zweidimensionale Elektronengase (2DEG) oder Lochgase (2DHG) zeichnen sich dadurch aus, dass die Ladungsträger – Elektronen oder Löcher – in nur zwei Raumrichtungen frei beweglich sind. In der dritten Richtung (üblicherweise als z-Richtung festgelegt) sind sie eingeschränkt. Das Einschlusspotential entsteht an den Grenzflächen von Heterostrukturen, an denen zwei verschiedene Halbleiter in Kontakt gebracht werden. Durch geeignete Wahl der Materialien lassen sich dreiecksförmige oder recht-

eckige Potentialtöpfe erzeugen. Die Gesamtenergie des Systems ist in Richtung des Einschlusspotentials quantisiert. Es bilden sich diskrete Subbänder, wobei die Bewegung in jedem Energiesubband jeweils auf zwei Dimensionen eingeschränkt ist [21]. Ist nur der Grundzustand besetzt, so können sich die Ladungsträger lediglich in zwei Dimensionen bewegen.

Zweidimensionale Elektronengase haben eine parabelförmige Energiedispersion und somit eine konstante effektive Masse m^* . Daraus ergibt sich die Besonderheit, dass die Zustandsdichte $D(E)$ eines solchen Systems unabhängig von der Energie ist und innerhalb eines jeden Subbandes konstant ist,

$$D(E) = \frac{g_S m^*}{2\pi\hbar^2}, \quad (2.1)$$

wobei $g_S = 2$ die Spinartung berücksichtigt [21].

2.1.2 Spin-Bahn-Kopplung

Die Spin-Bahn-Wechselwirkung erfasst den Einfluss der Bewegung eines Elektrons in einem elektrischen Feld auf seine Spin-Einstellung. Durch eine Lorentz-Transformation der Felder wird dies in das Ruhesystem des Elektrons überführt. Hier wird das elektrische Feld als Magnetfeld wahrgenommen, an das der Spin des Elektrons koppeln kann. Je nach Spineinstellung kann es so zu einer Energieerhöhung oder -absenkung kommen. In Festkörpern führt die Spin-Bahn-Kopplung zu einer Aufspaltung der spinentarteten Bänder. Die elektrischen Feldgradienten, die die Spin-Bahn-Wechselwirkung hervorrufen, haben zwei mögliche Ursachen:

Ist keine Inversionssymmetrie des Kristalls (BIA - bulk inversion asymmetry) vorhanden, baut sich ein mikroskopisches, asymmetrisches elektrisches Feld auf [22]. Die daraus resultierende Spinaufspaltung ist eine feste, intrinsische Materialeigenschaft, z. B. von Festkörpern, die in der Zinkblende-Struktur kristallisieren. Die Energieaufspaltung hängt linear und kubisch vom Impuls \mathbf{k} ab und wird durch den Dresselhaus-Term beschrieben [23].

Neben diesem kann ein zusätzlicher Mechanismus zur Spinaufspaltung beitragen, wenn in niederdimensionalen Systemen eine Asymmetrie des Einschlusspotentials (SIA - structure inversion asymmetry) vorliegt [24]. Dieser Bychkov-Rashba-Term kann in zweidimensionalen Systemen verschiedene Ursachen haben. Beispiele hierfür sind die Asymmetrie des internen elektrostatischen Potentials an der Grenzfläche der Heterostruktur, asymmetrische Dotierungen oder eine asymmetrische Materialzusammen-

setzung entlang der Wachstumsrichtung [25–27]. Die Stärke dieses asymmetrischen Feldgradienten hängt von der Heterostruktur ab und kann durch ein externes elektrisches Feld senkrecht zum Quantentopf gesteuert werden. In zweidimensionalen Elektronensystemen hängt der Bychkov-Rashba-Term linear mit dem Impuls \mathbf{k} zusammen, bei zweidimensionalen Lochgasen wurde eine kubische Abhängigkeit vorhergesagt und beobachtet [25–27]. Bei Lochgasen ist die Energieaufspaltung wesentlich größer als bei Elektronengasen und vergleichbar mit dem Abstand einzelner Subbänder [28].

2.1.3 Magnetotransport und Quanten-Hall-Effekt

Für schwache Magnetfelder wird der Ladungstransport eines 2DEGs im Rahmen des Drude-Modells beschrieben [29]. Die Elektronen bewegen sich durch den Halbleiter und streuen nach einer mittleren, vom Magnetfeld unabhängigen Transportstreuzeit τ an den Gitterionen. Die Driftgeschwindigkeit $\mathbf{v}_D = \frac{e\tau}{m^*}\mathbf{E} = \mu\mathbf{E}$ ist als zeitlicher Mittelwert ihrer Geschwindigkeit definiert, wobei $\mu = \frac{e\tau}{m^*}$ die Beweglichkeit der Elektronen und $\mathbf{E} = (E_x, 0, 0)$ das angelegte elektrische Feld bezeichnet. Es gilt die Bewegungsgleichung

$$m\dot{\mathbf{v}} + \frac{m^*}{\tau}\mathbf{v} = -e[\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})], \quad (2.2)$$

hierbei bezeichnet \mathbf{v} die Elektronengeschwindigkeit. Für den stationären Zustand ($\dot{\mathbf{v}} = 0$) ergibt sich mit $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ und $\mathbf{v} = (v_x, v_y, 0)$ die Gleichung

$$\frac{m^*}{\tau} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = e \left[\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_y B \\ -v_x B \end{pmatrix} \right]. \quad (2.3)$$

Es baut sich das elektrische Feld E_y auf, welches die Lorentzkraft kompensiert. Mit dem Ohmschen Gesetz

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

und der Stromdichte $\mathbf{j} = -en_s\mathbf{v}$ ergibt die Auswertung der Bewegungsgleichung die Komponenten des Widerstandstensors [21]:

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{m^*}{e^2 n_s \tau} = \frac{1}{e\mu n_s} = R_{xx} \frac{W}{L}, \quad (2.5)$$

$$\rho_{yx} = -\rho_{xy} = \frac{B}{en_s} = -R_{xy}. \quad (2.6)$$

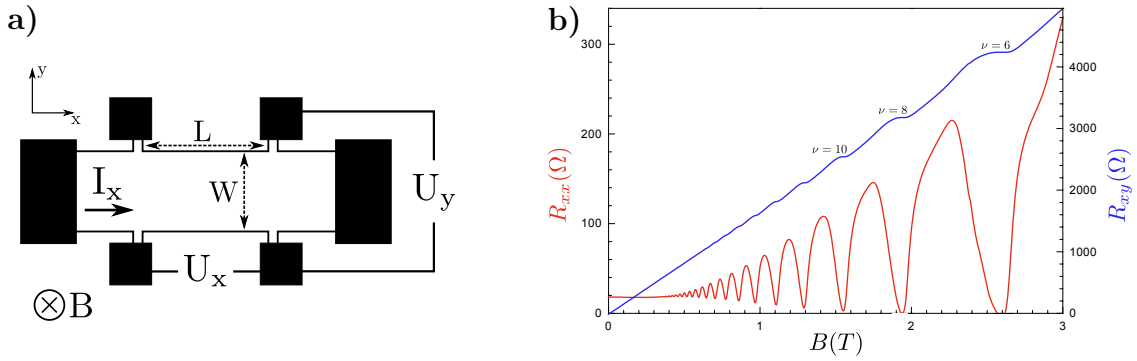


Abbildung 2.1: a) Typische Messanordnung einer Hallbar mit der Breite W und Länge L im senkrechten Magnetfeld B . b) Beispiel für eine Magnetotransportkurve in einer GaAs/AlGaAs-Heterostruktur bei 4,2K. Im Längswiderstand bilden sich ab etwa 0,5 T Shubnikov-de-Haas-Oszillationen aus und im Hallwiderstand sind Plateaus sichtbar (Abbildung aus [30]).

So lassen sich in einer typischen Hallbar-Geometrie (Abbildung 2.1 a)) mit der Breite W und Länge L aus den gemessenen Werten R_{xx} und R_{xy} die charakteristischen Parameter eines 2DEGs wie die Ladungsträgerdichte n_S und die Beweglichkeit μ ermitteln. Der Längswiderstand R_{xx} ist konstant und der Hallwiderstand R_{xy} steigt linear mit B an, wobei die Ladungsträgerdichte n_S die Steigung der Hallgeraden bestimmt (vergleiche Gleichungen 2.5 und 2.6). Die Beweglichkeit μ wird mit der Gleichung 2.5 aus dem gemessenen Längswiderstand R_{xx} bei Magnetfeld null berechnet.

Die Messung des Längs- und Hallwiderstandes in Abbildung 2.1 b) ist jedoch für höhere Magnetfelder mit dem eben beschriebenen klassischen Hall-Effekt nicht im Einklang [31]. Bei schwachen Magnetfeldern verläuft die Hallgerade linear und der Längswiderstand ist konstant. Mit steigender Magnetfeldstärke bilden sich Plateaus im Hallwiderstand und Shubnikov-de Haas- (SdH-)Oszillationen im Längswiderstand aus. Sie werden beobachtet, wenn die Magnetfeldstärke bei konstanter Ladungsträgerdichte variiert wird oder die Ladungsträgerdichte über eine Gate-Spannung bei konstantem Magnetfeld verändert wird.

In der bisherigen Beschreibung des Ladungstransportes im klassischen Regime wurde die Bahnquantisierung der Elektronen nicht berücksichtigt, da für $\omega_C\tau \ll 1$ das Drudemodell seine Gültigkeit behält, wobei $\omega_C = eB/m^*$ die Zyklotronfrequenz ist. Für starke Magnetfelder gilt $\omega_C\tau > 1$, hierbei gibt $\omega_C\tau$ an, wieviele Zyklotronumläufe ein Elektron im Mittel durchführen kann, bevor es gestreut wird [21]. Es wird angenommen, dass die möglichen Elektronenbahnen im Magnetfeld nach der Bohr-Sommerfeld-Beziehung quantisiert sind [32].

Als Konsequenz hieraus spaltet die konstante Zustandsdichte (Gleichung 2.1) in diskrete, äquidistante Energieniveaus mit Abstand $\hbar\omega_C$ auf (siehe Abbildung 2.3 links). Diese werden als Landau-Niveaus bezeichnet [22]. Wird die Schrödingergleichung für ein Elektron im Magnetfeld gelöst, ergeben sich die quantisierten Energieeigenwerte der Landau-Niveaus zu

$$E_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.7)$$

Aufgrund von Streuprozessen an Kristalldefekten und Verunreinigungen sind die eigentlich δ -förmigen Landau-Niveaus gaußförmig verbreitert. Die Elektronen sind an diesen Störstellen lokalisiert und nehmen nicht am Ladungstransport teil. Infolge der lokalisierten Zustände kann sich die Fermi-Energie zwischen zwei Landau-Niveaus befinden und ändert sich nicht abrupt.

Die Landau-Niveaus sind hochgradig entartet, wobei sich die Entartung eines jeden Niveaus sowie die Abstände zwischen den Landau-Niveaus mit steigendem Magnetfeld vergrößern, so dass die Anzahl der Landau-Niveaus unterhalb der Fermi-Energie – der Füllfaktor ν – abnimmt. Die Ladungsträgerdichte bleibt unverändert, so dass sich die Anzahl der Ladungsträger pro Landau-Niveau mit dem Magnetfeld vergrößert [18, 33].

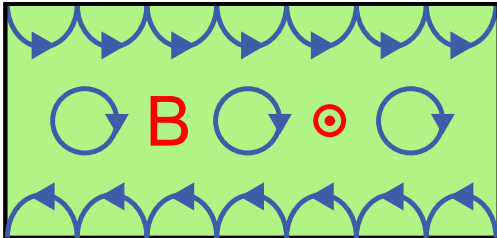


Abbildung 2.2: Die Elektronen bewegen sich im Inneren der Probe auf Zyklotronbahnen und nehmen nicht am Ladungstransport teil. Am Probenrand prallen die Elektronen ab und bewegen sich als „skipping orbits“ entlang des Randes.

Liegt die Fermi-Energie zwischen zwei Landau-Niveaus, so ist die Zustandsdichte innerhalb der Probe minimal und der Ladungstransport findet in den Randkanälen statt. In der klassischen Betrachtungsweise können die Elektronen an den Rändern der Probe nicht ihre Zyklotronbahnen ausführen, da sie an den Rändern abprallen („skipping orbits“ in Abbildung 2.2). Die Elektronen im Inneren der Probe bewegen sich auf geschlossenen Kreisbahnen, sind also lokalisiert und nehmen damit nicht am Transport teil.

Die vollständige quantenmechanische Betrachtung zeigt, dass diese „skipping orbits“ eindimensionale Randzustände sind. Sie entstehen dadurch, dass sich die Landau-Niveaus an den Probenrändern nach oben biegen und dabei die Fermi-Energie schneiden (siehe Abbildung 2.3). Diese Schnittpunkte stellen die eindimensionalen Randkanäle dar [22].

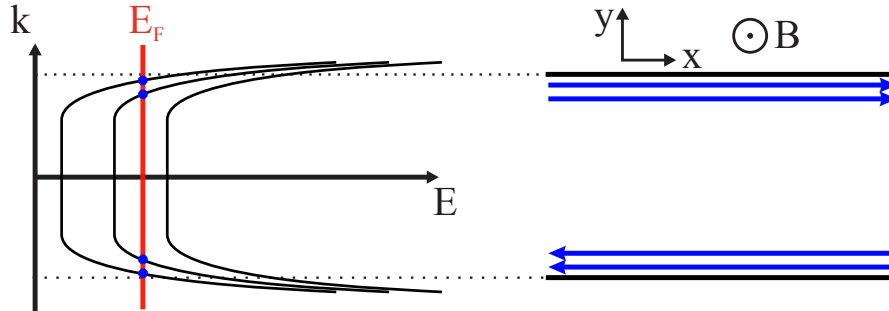


Abbildung 2.3: Entstehung von Randkanälen aufgrund der Wirkung des Randpotentials auf die Landau-Niveaus: Durch den Einfluss des Probenrandes sind die Landau-Niveaus nach oben gebogen (links). Die eindimensionalen Randkanäle an der Fermi-Energie transportieren den Strom an gegenüberliegenden Rändern in entgegengesetzte Richtungen (rechts).

Der Transport entlang dieser Randkanäle findet auf gegenüberliegenden Seiten der Probe in entgegengesetzten Richtungen statt. Es sind keine Zustände für Rückstreuung vorhanden, die Elektronen können nicht zum gegenüberliegenden Rand gestreut werden. Der Längswiderstand wird dabei minimal und die Hall-Leitfähigkeit

$$\sigma_{xy} = \nu \frac{e^2}{h} \quad (2.8)$$

ist in Einheiten bestehend aus den fundamentalen Konstanten e und h quantisiert. Hierbei bezeichnet der Füllfaktor ν die Anzahl der Randkanäle und somit auch die Anzahl der besetzten Landau-Niveaus und e^2/h gibt den Leitwert eines Randkanals an [18].

Die Hall-Leitfähigkeit wird mit hoher Präzision von $1 : 10^9$ gemessen. Dies geschieht unabhängig vom Material, in dem das 2DEG oder 2DHG realisiert wurde, unabhängig von der Reinheit des Halbleiters und auch von der Größe der vermessenen Hallbar [34, 35].

2.2 Topologische Isolatoren

Im vorhergehenden Kapitel wurde der Quanten-Hall-Effekt beschrieben. In Anlehnung an die Abhandlungen [19, 20] werden ausgehend vom Quanten-Hall-Effekt über den Quanten-Spin-Hall-Effekt die dreidimensionalen topologischen Isolatoren eingeführt.

2.2.1 Topologische Ordnung und Chern-Nummer

Innerhalb des Bändermodells können Zustände, wie z. B. die Quanten-Hall-Zustände oder topologische Isolatoren (TIs), anhand ihrer topologischen Ordnung klassifiziert werden [36]. Das Bändermodell unterscheidet die verschiedenen Zustände der Materie mittels ihres Impulses \mathbf{k} in einer periodischen Kristallstruktur [37]. Die Blochzustände $|u_m(\mathbf{k})\rangle$ sind die Eigenzustände des Hamilton-Operators $\mathcal{H}(\mathbf{k})$ und die Eigenwerte $E_m(\mathbf{k})$ stellen die Energiebänder dar.

Das Konzept der Topologie klassifiziert Materialien anhand von fundamentalen Eigenschaften, die sich bei kleinen Systemvariationen nicht ändern, sondern nur dann, wenn das System selbst einen topologischen Phasenübergang durchläuft. Die Äquivalenz der Hamilton-Operatoren zweier Systeme mit identischer topologischer Phase ist gegeben, wenn sie kontinuierlich ineinander übergehen können. Die Bänder zweier Isolatoren mit verschieden großen Bandlücken können via adiabatischer Interpolation ineinander übergehen und sich, ohne die Bandlücke zu schließen, verbinden [38]. Nach dieser topologischen Klassifikation sind alle Isolatoren äquivalent, selbst das Vakuum kann als Isolator mit einer Energielücke betrachtet werden [19].

Eine Änderung der topologischen Ordnung geschieht an der Grenzfläche eines Quanten-Hall-Systems und eines gewöhnlichen Isolatoren. Bei den Quanten-Hall-Zuständen resultiert die Zyklotronbewegung der Ladungsträger in der Formation von Landau-Niveaus mit den Energien $E_m = (m + 1/2)\hbar\omega_C$ (siehe Gleichung 2.7). Ähnlich wie bei einem Isolator trennt eine Energielücke die besetzten Landau-Niveaus vom ersten unbesetzten Niveau (Abbildung 2.4). Wird ein elektrisches Feld angelegt, führt dies zu einem Stromfluss, der durch den quantisierten Wert der Hall-Leitfähigkeit σ_{xy} (Gleichung 2.8) charakterisiert ist.

Auch wenn die Bandstruktur der Landau-Niveaus an die eines gewöhnlichen Isolatoren in Abbildung 2.4 a) erinnern mag, ergibt das Anlegen eines elektrischen Feldes $\sigma_{xy} = 0$ für einen Isolator [19].

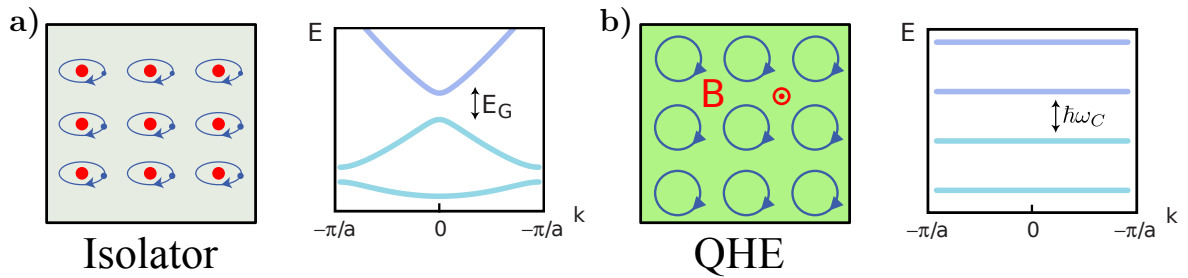


Abbildung 2.4: a) Der Isolator mit gebundenen Elektronen in den Atomhüllen weist eine Energielücke zwischen den besetzten und den unbesetzten Zuständen auf. b) Die Zyklotronbewegungen der QH-Zustände führen zur Formation von Landau-Niveaus, wobei die besetzten und unbesetzten Zustände durch eine Energielücke getrennt sind (Abbildung nach [19]).

Abbildung 2.5 verdeutlicht die Situation an der Grenzfläche eines Quanten-Hall-Systems und eines gewöhnlichen Isolators. Im Inneren des Quanten-Hall-Zustandes bewegen sich die Elektronen auf Zyklotronbahnen. An der Grenzfläche zum Isolator werden sie reflektiert und bewegen sich dadurch effektiv entlang des Randes. Eine kontinuierliche Transformation des Quanten-Hall-Systems in den Isolator ist nicht möglich. Die Energielücke wird durch die metallischen Randzustände geschlossen.

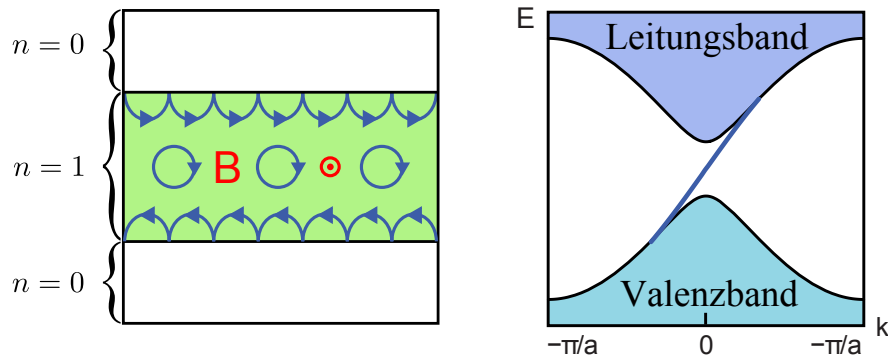


Abbildung 2.5: Die Elektronen bewegen sich im Inneren der Probe auf Zyklotronbahnen, am Probenrand prallen sie ab und bewegen sich als „skipping orbits“ entlang des Randes. Diese Randzustände schließen die Energielücke (Abbildung nach [19]).

Die quantisierte Hall-Leitfähigkeit in Gleichung 2.8 ist durch den Füllfaktor ν bestimmt. Ausgehend vom Berry-Fluss berechneten Thouless, Kohmoto, Nightingale und den Nijs die Hall-Leitfähigkeit für ein zweidimensionales periodisches Potential und zeigten, dass diese dieselbe Form wie Gleichung 2.8 annimmt. Somit entspricht die TKNN-Invariante oder auch erste Chern-Nummer n dem Füllfaktor ν [39].

Die Chern-Invariante n_m ist der Berry-Fluss durch die Brillouinzone

$$n_m = \frac{1}{2\pi} \int d^2\mathbf{k} \mathcal{F}_m. \quad (2.9)$$

Hier notiert $\mathcal{F}_m = \nabla \times \mathcal{A}_m$ den Berry-Fluss. Bei der zyklischen Bewegung im Parameterraum des Bloch-Hamiltonians $\mathcal{H}(\mathbf{k})$ akkumulieren die Blochzustände $|u_m(\mathbf{k})\rangle$ die Berry-Phase $\mathcal{A}_m = i\langle u_m | \nabla_{\mathbf{k}} | u_m \rangle$. Die gesamte Chern-Nummer n ergibt sich aus der Summe $n = \sum_{m=1}^{\nu} n_m$ über alle besetzten Bänder. Für einen trivialen Isolator ist die Chern-Nummer null. Ein Isolator mit einer Chern-Nummer ungleich null ist ein topologischer Isolator. Die Chern-Nummer ist eine Invariante, die bei kleinen, kontinuierlichen Änderungen des Hamilton-Operators unverändert bleibt und so eine Klassifizierung topologisch distinkter Bandstrukturen erlaubt.

Zwei Hamilton-Operatoren mit ungleichen Chern-Nummern sind topologisch unterscheidbar und ihre Eigenzustände können nicht durch kontinuierliche Änderungen ineinander übergehen. Hierfür muss die Energielücke in Form von metallischen Randzuständen geschlossen werden.

Diese Randzustände sind nicht losgelöst oder unabhängig vom Probeninneren, sondern sind eine Signatur der Topologie des Probeninneren („bulk-boundary correspondence“). Sie existieren an den Grenzflächen zweier topologisch distinkter Systeme. Im Quanten-Hall-Effekt spiegelt sich die „bulk-boundary correspondence“ wider: An der Grenzfläche zum Vakuum, also zu einem trivialen Isolator, treten metallische Randzustände auf. Diese sind chiral, der Transport entlang des Randes findet in nur eine Richtung statt. Da die Randzustände durch die Topologie des Probeninneren geschützt sind, ist die Quantisierung der Hall-Leitfähigkeit äußerst robust und nicht anfällig gegenüber Verunreinigungen oder geometrischen Störungen.

2.2.2 \mathbb{Z}_2 topologische Invariante

Topologische, nicht-triviale Ordnung manifestiert sich nicht nur in den Quanten-Hall-Zuständen. Diese werden in starken Magnetfeldern beobachtet, in denen Zeitumkehrsymmetrie nicht mehr gegeben ist. Es existiert eine weitere Klasse von topologischen Isolatoren, die aufgrund von Spin-Bahn-Wechselwirkung kein Magnetfeld zur Ausprägung benötigen. Hier bleibt die Zeitumkehrsymmetrie erhalten.

Analog zur Unterscheidung von topologischen Phasen mit der Chern-Nummer wird diese Klasse anhand der \mathbb{Z}_2 -Invariante ν mit $\nu = \{0, 1\}$ charakterisiert (hierbei ist die \mathbb{Z}_2 -Invariante ν nicht zu verwechseln mit dem Füllfaktor ν).

Selbst für den Fall, dass die TKNN-Invariante $n = 0$ ist, bestimmt der Wert der \mathbb{Z}_2 -Invariante ν über das Auftreten von topologischen Randzuständen in einem zeitumkehrsymmetrischen Isolator.

Die Zeitumkehrsymmetrie $\mathcal{T}^2 = -1$ mit $\mathcal{T} : t \rightarrow -t$ äußert sich in Kramers Theorem. Dieses besagt, dass alle Eigenzustände des \mathcal{T} -invarianten Hamilton-Operators bezüglich ihrer Energie mindestens zweifach entartet sind – sie werden als Kramer-Paare bezeichnet. In zweidimensionalen Systemen mit schwacher Spin-Bahn-Wechselwirkung beschreibt Kramers Theorem die Entartung zwischen Spin-up- und Spin-down-Zuständen, für starke Spin-Bahn-Wechselwirkung wird diese Entartung aufgehoben. Hier wird \mathcal{T} durch den anti-unitären Operator $\Theta = \exp(i\pi S_z/\hbar)K$ mit $\Theta^2 = -1$ repräsentiert, wobei S_z den Spinoperator und K den Operator für komplexe Konjugation notiert [19].

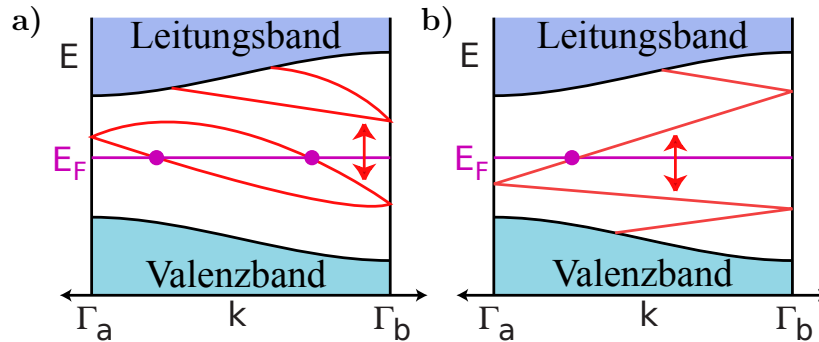


Abbildung 2.6: Dispersionsrelation der Randzustände in einem zweidimensionalen System zwischen den beiden zeitumkehrsymmetrischen Punkten Γ_a und Γ_b . In a) schneidet die Fermi-Energie die Randzustände in einer geraden Anzahl von Schnittpunkten und es gilt $\nu = 0$, während in b) die Anzahl ungerade und $\nu = 1$ ist (Abbildung nach [19]).

In Systemen, in denen der Hamiltonian die Gleichheit $\Theta\mathcal{H}(\mathbf{k})\Theta^{-1} = \mathcal{H}(-\mathbf{k})$ erfüllt, gibt es vier Zustände in der Brillouin-Zone, an denen die Zeitumkehrinvarianz erfüllt ist und die Energiebänder laut Kramers Theorem entartet sind. In Abbildung 2.6 a) und b) ist die Dispersionsrelation für die Randzustände in einem zweidimensionalen topologischen Isolator (2D TI) dargestellt. An den Punkten $\Gamma_a = 0$ und $\Gamma_b = \pi/a$ erfüllen die Randzustände Kramers Theorem und sind entartet. Zwischen diesen Punkten wird diese Entartung durch Spin-Bahn-Wechselwirkung aufgehoben. Für die Verbindung zwischen den Punkten gibt es zwei verschiedene Arten, die in Abbildung 2.6 a) und b) dargestellt sind. Die Anzahl von Schnittpunkten der Randzustände mit der Fermi-Energie definiert die topologische Invariante ν . Für eine ungerade Anzahl ist die

Bandlücke durch die topologisch geschützten Randzustände geschlossen. Sie kann nicht durch kontinuierliches Verändern – z. B. Verschiebung (Pfeil in Abbildung 2.6 b)) – wieder geöffnet werden. Es gilt für die \mathbb{Z}_2 -Invariante $\nu = 1$. Für den Fall einer geraden Anzahl von Schnittpunkten können die Randzustände z. B. durch Unordnung aus der Energielücke geschoben werden, es gilt $\nu = 0$ und es existieren keine topologischen Oberflächenzustände.

Die mathematische Herleitung ergibt für die \mathbb{Z}_2 -Invariante

$$(-1)^\nu = \prod_{a=1}^4 \delta_a, \quad (2.10)$$

wobei sie auf dreidimensionale topologische Isolatoren verallgemeinert werden kann und dann acht invariante Zustände in der Brillouin-Zone aufweist [19].

2.2.3 Quanten-Spin-Hall-Isolator

Die Randzustände von Quanten-Spin-Hall-Isolatoren bewegen sich für unterschiedliche Spin-Einstellung in entgegengesetzte Richtungen, ohne dass ein externes Magnetfeld vorhanden ist [5–7]. Sie wurden für Graphen von Kane und Mele, für zweidimensionale Halbleiter von Bernevig und Zhang vorhergesagt und in HgTe/HgCdTe-Heterostrukturen nachgewiesen [40–42].

HgTe zeichnet sich im Gegensatz zu CdTe durch eine invertierte Bandstruktur aus. Aufgrund der starken Spin-Bahn-Kopplung liegt in HgTe das p-förmige Γ_8 -Band über dem s-förmigen Γ_6 -Band [41]. In CdTe ist die Bandstruktur nicht invertiert, d.h. das Γ_6 -Band liegt über dem Γ_8 -Band. Für einen CdTe/HgTe/CdTe-Quantentrog bestimmt die Breite d der HgTe-Schicht die Topologie der resultierenden Bandstruktur folgendermaßen: Je nach Breite d dominiert entweder der Einfluss des Barrierenmaterials CdTe mit normaler Bandstruktur oder der von HgTe mit invertierter Bandstruktur. Wird eine kritische Breite $d > d_c = 6,3 \text{ nm}$ überschritten, so ist die Bandstruktur im Quantentrog invertiert [41, 42], wobei für $d = 6,3 - 6,6 \text{ nm}$ eine lineare Bandstruktur vorhanden ist [43, 44].

Die Grenzfläche von Materialien mit unterschiedlicher Parität ist in Abbildung 2.7 skizziert. Die p- und s-förmigen Bänder, die unterschiedliche Parität besitzen, kreuzen sich und schließen so die Bandlücke. Anderenfalls können sich die Zustände mit unterschiedlicher Parität nicht verbinden. An den Grenzen des topologischen Isolators zum trivialen Isolator entstehen so Randzustände mit linearer Energiedispersion.

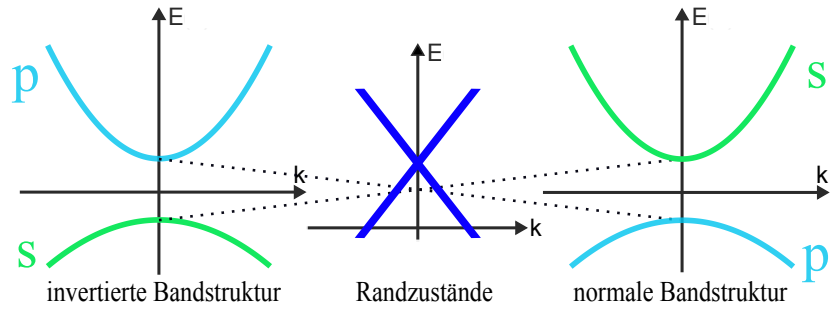


Abbildung 2.7: Beim adiabatischen Übergang von einem System mit normaler Bandstruktur zu einem mit invertierter Bandstruktur wird die Energielücke an der Grenzfläche der beiden Materialien geschlossen.

Die beiden Zustände an jedem Rand sind Spin-sensitiv, haben unterschiedliche Spin-Einstellung (Spin-up und Spin-down) und bewegen sich in entgegengesetzte Richtungen, wie in Abbildung 2.8 veranschaulicht ist. Diese Eigenschaften werden unter dem Begriff „helikale Randzustände“ zusammengefasst [41]. Die topologische Stabilität der Quanten-Spin-Hall-Zustände ist durch die Zeitumkehrsymmetrie gewährleistet, sie sind gegen Rückstreuung und Lokalisierung geschützt [7]. Das Innere der Probe ist isolierend und die spin-polarisierten Randzustände sind durch die Topologie des Probeninneren geschützt – eine Eigenschaft, die den Begriff Quanten-Spin-Hall-Isolator bzw. zweidimensionaler topologischer Isolator geprägt hat [7, 41].

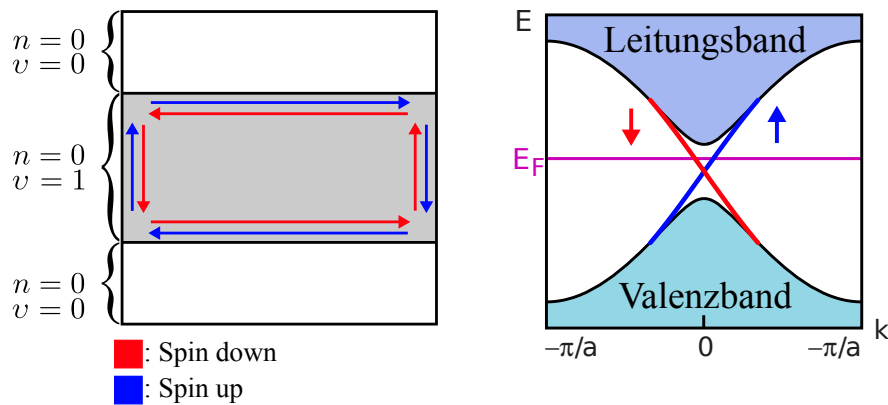


Abbildung 2.8: An den Grenzen des topologischen Isolators zu einem trivialen Isolator entstehen Randzustände mit linearer Energiedispersion. Diese Zustände bewegen sich für unterschiedliche Spin-Einstellungen in entgegengesetzte Richtungen (Abbildung nach [19].)

2.2.4 Dreidimensionale topologische Isolatoren

Im Dreidimensionalen sind die Wellenfunktionen von topologischen Isolatoren durch vier topologische Invarianten $(\nu_0; \nu_1\nu_2\nu_3)$ in \mathbb{Z}_2 charakterisiert [45]. Die vier Invarianten geben an, ob ein Material ein nicht-trivialer Isolator mit topologisch geschützten Oberflächenzuständen ist und beleuchten ihre Dispersion und Geometrie. Analog zu zweidimensionalen TIs entscheidet auch im Dreidimensionalen die topologische Ordnung des Probeninneren durch die „bulk boundary correspondance“ über das Auftreten von topologischen Randzuständen.

In dreidimensionalen Kristallen gibt es acht zeitumkehrinvariante Zustände $\Gamma_1 - \Gamma_8$ in der Brillouin-Zone, wobei Γ die Punkte mit $\mathbf{k} = 0$ kennzeichnet. Die acht Koordinaten $\Gamma_1 - \Gamma_8$ werden auf vier zeitumkehrinvariante Punkte der Oberflächen des dreidimensionalen Kristalls projiziert [19].

Auch hier bestimmt die Anzahl der Schnittpunkte von Oberflächenzuständen mit der Fermi-Energie den topologischen Charakter des betrachteten Systems. In Abbildung 2.9 sind die vier invarianten Punkte in der Bandstruktur der Oberflächenzustände abgebildet. Nach Kramers Theorem sind sie zweifach entartet, wobei die Entartung zwischen ihnen durch die Spin-Bahn-Kopplung behoben wird. Für den Dispersionsverlauf gibt es im Wesentlichen zwei verschiedene Möglichkeiten: In 2.9 a) umschließt die Fermi-Energie als Bogen eine gerade Anzahl von zeitumkehrinvarianten Punkten, wohingegen in 2.9 b) die kreisförmige Fermi-Energie eine ungerade Anzahl von Punkten, hier genau eine Koordinate, umschließt. Die genaue Form der Fermi-Energie ist abhängig von den vier topologischen Invarianten und kann für starke oder schwache topologische Isolatoren unterschiedliche Formen annehmen.

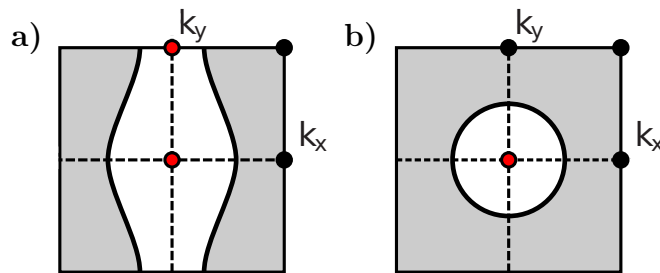


Abbildung 2.9: Bandstruktur der Oberflächenzustände eines topologischen Isolatoren, der der Zeitumkehrinvarianz gehorcht. Die vier zeitumkehrinvarianten Punkte sind durch die schwarzen und roten Punkte gekennzeichnet. In a) umschließt die Fermi-Energie als Bogen eine gerade Anzahl von zeitumkehrinvarianten Punkten (rot markiert), wohingegen in b) die kreisförmige Fermi-Energie eine ungerade Anzahl von Punkten, hier genau einen (rot markierten) umschließt (Abbildung nach [19]).

Für $\nu_0 = 0$ handelt es sich um einen schwachen 3D TI, hier umschließt die Fermi-Energie eine gerade Anzahl von zeitumkehrinvarianten Punkten (Abbildung 2.9 a)). Ein schwacher 3D TI entsteht durch Aufsichten von zweidimensionalen Quanten-Spin-Hall-Isolatoren [19]. Im Gegensatz zum Quanten-Spin-Hall-Effekt besteht hier kein topologischer Schutz der Oberflächenzustände vor Lokalisierung durch Unordnung.

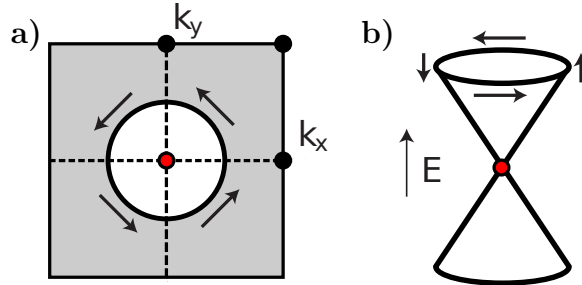


Abbildung 2.10: a) Die Fermi-Energie umschließt genau einen Punkt. Die Zustände für \mathbf{k} und $-\mathbf{k}$ haben aufgrund der Zeitumkehrsymmetrie entgegengesetzte Spinorientierung. b) Für den einfachsten der starken topologischen Isolatoren entsteht ein Dirac-Kegel pro Oberfläche. Die Spineinstellung rotiert mit dem Impuls \mathbf{k} entlang der Fermi-Fläche (Abbildung nach [19]).

In Abbildung 2.9 b) ist die Fermi-Oberfläche für den einfachsten der starken topologischen Isolatoren ($\nu_0 = 1$) gezeigt. Umschließt die kreisförmige Fermi-Energie genau einen zeitumkehrinvarianten Punkt, so bildet die Bandstruktur der Oberflächenzustände einen Dirac-Kegel aus (siehe Abbildung 2.10 b)). Die Oberflächenzustände haben eine lineare Energiedispersion mit einem Dirac-Kegel pro Oberfläche. Es besteht keine Entartung bezüglich ihres Spins, so dass jeder Zustand an der Fermi-Kante genau eine Spin-Einstellung hat. Aufgrund der Zeitumkehrsymmetrie haben die Zustände bei \mathbf{k} und $-\mathbf{k}$ entgegengesetzte Spineinstellung. Die Spinorientierung rotiert mit dem Impuls \mathbf{k} entlang der Fermi-Fläche, so dass der Spin senkrecht zum Impuls orientiert ist, aber immer noch in der Ebene der Oberfläche liegt (Abbildung 2.10 b)) [19]. Dies wird als „Spin-Momentum Locking“ bezeichnet. Ähnlich zum Quanten-Spin-Hall-Isolator verhindert die Topologie des Bulk-Isolators die Lokalisierung der Oberflächenzustände, selbst bei Unordnung oder Verunreinigungen [20].

Eine detaillierte Beschreibung aller vier topologischen Invarianten ist in [45–47] zu finden. Hier wird nur die erste Invariante ν_0 genauer beleuchtet, da sie zwei Phasen von dreidimensionalen topologischen Isolatoren (3D TIs) klassifiziert. In der restlichen Abhandlung ist ein starker topologischer Isolator gemeint, wenn von einem topologischen Isolator in 3D gesprochen wird.

Der erste nachgewiesene 3D topologischer Isolator war $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$, der durch eine komplizierte Bandstruktur von Oberflächenzuständen gekennzeichnet ist [48]. In den Nachfolgegenerationen Bi_2Se_3 und Bi_2Te_3 wurde eine Dirac-förmige Bandstruktur der Oberflächenzustände realisiert [49, 50]. Auch in HgTe-Quantentrögen mit einer Breite von 70 – 80 nm wurden topologisch geschützte Oberflächenzustände eines einzigen Dirac-Kegels nachgewiesen [11].

Im Gegensatz zu anderen Halbleiterheterostrukturen zeichnet sich HgTe durch eine invertierte Bandstruktur aus. In HgTe liegt das p-förmige Γ_8 -Band über dem s-förmigen Γ_6 -Band, wie in Abschnitt 2.2.3 bereits thematisiert wurde. Als Volumen- oder Bulk-Material ist HgTe ein Halbmetall. Wird HgTe auf CdTe aufgewachsen, so beträgt die Gitterfehlanpassung zwischen den beiden Materialien 0,3% und bewirkt eine Verspannung im HgTe-Film, die erst ab einer Filmdicke von über 200 nm relaxiert ist. Durch diese Verspannung wird im ansonsten lückenlosen Halbmetall HgTe eine Bandlücke von etwa 15 meV geöffnet, die topologisch geschützte Zustände erlaubt [11].

2.3 Quanteninterferenzeffekte

Die Wellennatur von Elektronen tritt bei der Propagation in mesoskopischen Strukturen oder Nanostrukturen zu Tage und äußert sich in Quantenkorrekturen zum klassischen Leitwert, die den Phasenbeziehungen zwischen den Elektronenwellen Rechnung tragen. In diesem Zusammenhang wird die Phasenkohärenzlänge L_Φ als charakteristische Distanz eingeführt, über die die Elektronen ihre Phaseninformation behalten. Interferenz von Ladungsträgern kann nur dann beobachtet werden, wenn der Transport phasenerhaltend stattfindet.

2.3.1 Das ABC der Aharonov-Effekte

Der **Aharonov-Bohm-Effekt** beschreibt die Phasenverschiebung, die ein geladenes Teilchen bei Bewegung in Gegenwart eines elektromagnetischen Feldes erfährt, selbst wenn sich das Teilchen in Regionen bewegt, in denen das Magnetfeld \mathbf{B} verschwindet, das Vektorpotential \mathbf{A} aber ungleich Null ist. Aharonov und Bohm zeigten, dass sowohl ein magnetisches Vektorpotential als auch ein skalares elektrisches Potential die Phase eines geladenen Teilchens beeinflussen, auch wenn das Teilchen nicht einem elektromagnetischen Feld ausgesetzt ist und somit keine Kraft erfährt [51].

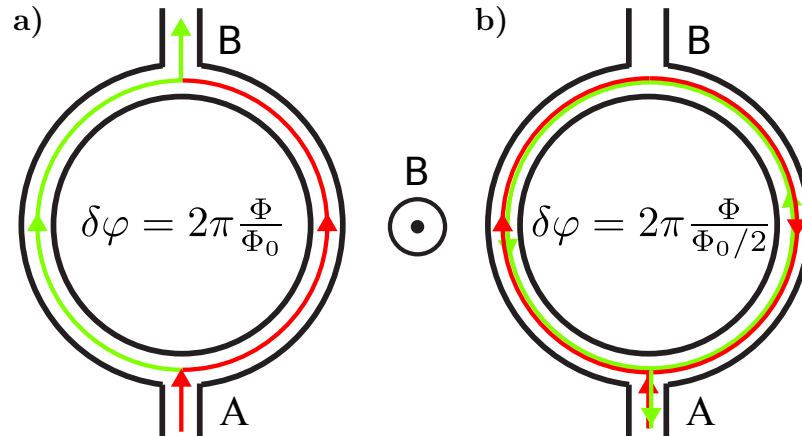


Abbildung 2.11: a) Beim Aharonov-Bohm-Effekt interferieren die Partialwellen am Ringausgang. b) Beim Altshuler-Aronov-Spivak-Effekt durchlaufen die Partialwellen den Ring komplett und interferieren am Ringeingang.

Beim magnetischen Aharonov-Bohm- (AB-) Effekt schließen zwei interferierende Partialwellen einen magnetischen Fluss Φ ein, der über das Vektorpotential \mathbf{A} eine Phasenverschiebung $\delta\varphi$ bewirkt, die sich für ein geladenes Teilchen entlang des Weges $r_1 \rightarrow r_2$, auf

$$\delta\varphi = \frac{e}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.11)$$

beläuft [52]. So beträgt die relative Phasendifferenz $\varphi_1 - \varphi_2$ der beiden Partialwellen

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{e}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s}_1 - \frac{e}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s}_2 = \frac{e}{\hbar} \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = 2\pi \frac{1}{\Phi_0} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{F} = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}, \quad (2.12)$$

wobei $\Phi_0 = h/e \simeq 4,15 \cdot 10^{-15} \text{ Tm}^2$ das Flussquant darstellt. Bei Änderung des eingeschlossenen magnetischen Flusses Φ ändert sich die Phasenverschiebung der beiden interferierenden Teilwellen und somit auch ihr Interferenzmuster.

Im Experiment werden die Aharonov-Bohm-Oszillationen in Ringstrukturen gemessen, in denen der Transport phasenerhaltend stattfindet, jedoch das Magnetfeld auch die beiden Ringarme durchsetzt. Der Widerstand des Ringes oszilliert in Abhängigkeit des externen Magnetfeldes mit der Periode $\Phi_0 = h/e$ (siehe Abbildung 2.11 a)).

Die **Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen** entstehen durch Interferenz von Partialwellen, die die Ringanordnung komplett durchlaufen – einmal im Uhrzeigersinn und zum anderen in entgegengesetzte Richtung (siehe Abbildung 2.11 b)). Solche Bahnen werden zeitumgekehrte Pfade genannt. Solange kein externer magnetischer Fluss vorhanden ist, interferieren diese Partialwellen am Ringeingang konstruktiv, da sich ihre relative Phasenverschiebung $\delta\varphi_0$ auf null beläuft. Die konstruktive Interferenz entspricht einer erhöhten Rückstreuwahrscheinlichkeit zum Ringeingang, was sich in einem Leitwertminimum bei $B = 0\text{T}$ manifestiert. Die zeitumgekehrten Pfade führen bei Anlegen eines Magnetfeldes zu periodischen Oszillationen mit der Periode $\Phi_0/2 = h/2e$. Da die Pfade den doppelten magnetischen Fluss einschließen, ist die Periode nur halb so groß wie beim Aharonov-Bohm-Effekt.

Bei den Aharonov-Bohm-Oszillationen ist die Phasendifferenz $\delta\varphi_0$ der Partialwellen ohne magnetischen Fluss ungleich null, durch die Störstellenkonfiguration in der Ringgeometrie vorgegeben und somit für verschiedene Proben unterschiedlich. Bei den Altshuler-Aronov-Spivak Oszillationen ist $\delta\varphi_0$ probenunabhängig null und daher sind diese viel robuster gegenüber Ensemblemittelung als die Aharonov-Bohm-Oszillationen [53]. In einem Ensemble aus mehreren gleichen Ringen oder in einer wabenförmigen Struktur werden die Aharonov-Bohm-Oszillationen unterdrückt. Lediglich die Altshuler-Aronov-Spivak Oszillationen sind messbar [54].

Die Altshuler-Aronov-Spivak- (AAS-) Oszillationen sind nicht die erste Harmonische der Aharonov-Bohm-Oszillationen, sondern entstehen durch die Interferenz auf zeitumgekehrten Pfaden, die eine feste Phasenkorrelation besitzen.

Der **Aharonov-Casher-Effekt** kann als Pendant zum Aharonov-Bohm-Effekt gesehen werden: Während bei Letzterem eine elektrische Ladung eine Phasenverschiebung erfährt, wenn sie einen magnetischen Fluß umläuft, erfährt beim Aharonov-Casher- (AC-) Effekt ein magnetisches Moment einen Phasenfaktor, wenn es ein elektrisches Feld umrundet [55].

Diese Phasenverschiebung tritt auf, wenn ein Elektron im externen Magnetfeld einen mesoskopischen Ring aus einem 2DEG mit Spin-Bahn-Kopplung umläuft. Durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung wirkt das effektive Magnetfeld \mathbf{B}_{SO} auf die Elektronen: In ihrem Bezugssystem nehmen die Ladungsträger das vorliegende elektrische Feld als Magnetfeld wahr, welches je nach Einstellung ihres Spins bzw. Impulses unterschiedliche Wirkung aufweist. Dieses Magnetfeld \mathbf{B}_{SO} ist senkrecht zum Impuls der Elektronen in der Ringebene orientiert, wohingegen das externe Magnetfeld \mathbf{B}_{ext} senkrecht zum Ring

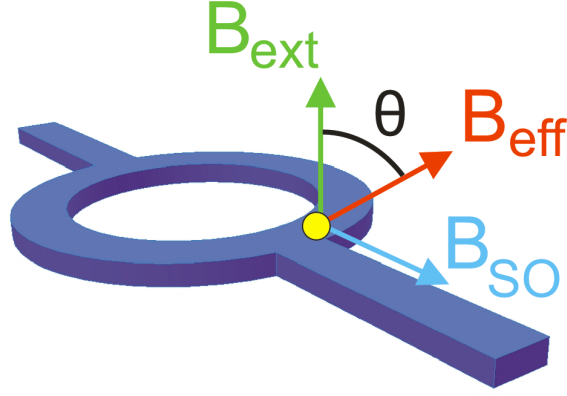


Abbildung 2.12: Die Ladung umläuft im externen Magnetfeld eine Ringstruktur aus einem Material mit Spin-Bahn-Kopplung. Der Spin präzediert um das resultierende Magnetfeld $\mathbf{B}_{ext} + \mathbf{B}_{SO}$.

angelegt ist. Das effektive Gesamtfeld $\mathbf{B}_{eff} = \mathbf{B}_{ext} + \mathbf{B}_{SO}$ für die Elektronen und das äußere Magnetfeld zeigen nicht mehr in die gleiche Richtung, sondern unterscheiden sich um einen Winkel θ (Abbildung 2.12).

Der Spin des Elektrons präzediert um das Magnetfeld \mathbf{B}_{eff} und akkumuliert während der zyklischen Bewegung um den Ring eine zusätzliche geometrische Phase, die von der relativen Spinorientierung zum gesamten Magnetfeld abhängt. Die beiden Partialwellen umlaufen den Ring in unterschiedliche Richtungen. Am Ringausgang beträgt ihre Phasenverschiebung [56]

$$\Delta\varphi_{\Psi_S^+ - \Psi_S^-} = - \underbrace{2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}}_{AB-Phase} - \underbrace{b \pi (1 - \cos \theta)}_{Berry-Phase} \quad (2.13)$$

$$\Delta\varphi_{\Psi_S^+ - \Psi_S^-} = - \underbrace{2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}}_{AB-Phase} - \underbrace{b 2\pi r \frac{m^* \alpha}{\hbar^2} \sin \theta}_{AC-Phase} . \quad (2.14)$$

Hierbei symbolisieren $S = \uparrow, \downarrow$ parallele bzw. antiparallele Spineinstellung bezüglich des Gesamtfeldes \mathbf{B}_{eff} , die Indizes + und - die Umlaufrichtung im und gegen den Uhrzeigersinn, und es gilt $b = +1$ für \uparrow bzw. $b = -1$ für \downarrow . Die Stärke der Spin-Bahn-Wechselwirkung wird durch α berücksichtigt.

Die Phasenverschiebung in Gleichung 2.13 und Gleichung 2.14 wird durch verschiedene Quanteninterferenzeffekte bestimmt: In Gleichung 2.13 setzt sich die akkumulierte Phase aus der Aharonov-Bohm-Phase und der geometrischen Berry-Phase zusammen. In Gleichung 2.14 stellt der zweite Term den dynamischen Anteil der Aharonov-Casher-

Phase dar. Eine stärkere Spin-Bahn-Wechselwirkung α verändert durch den Winkel θ sowohl die geometrische Phase als auch die Aharonov-Casher-Phase direkt, wobei die Aharonov-Casher-Phase beständig mit α zunimmt und die geometrische Phase auf $\varphi_{geom.} \leq \pi$ limitiert ist.

In der Aharonov-Bohm-Phase oder in der Aharonov-Casher-Phase manifestiert sich die **Berry-Phase**. Es wurde in [57] gezeigt, dass die Wellenfunktion eines Systems bei zyklischer Bewegung im Parameterraum eine geometrische Phase akkumuliert, die von der Topologie des Parameterraumes abhängt. Die geometrische Phase im Falle von adiabatischer Bewegung ist die Berry-Phase. Die Aharonov-Anandan-Phase berücksichtigt die Phasenverschiebung aufgrund nicht-adiabatischer, zyklischer Bewegung [58]. Die Aharonov-Anandan-Phase, die Aharonov-Bohm-Phase und die Aharonov-Casher-Phase verkörpern zusammen **das ABC der Aharonov-Effekte** [59].

2.3.2 Universelle Leitwertfluktuationen

Die Interferenz von gestreuten Partialwellen zeigt sich in mesoskopischen Leitern ohne lithographisch präparierte Ringstrukturen in Form der universellen Leitwertfluktuationen (UCFs¹). Die Elektronenwellen streuen auf ihrem Weg durch eine diffusive Probe an Störstellen und Verunreinigungen. In Abbildung 2.13 sind zwei mögliche Trajektorien einer gestreuten Elektronenwelle vom Ausgangspunkt A zum Endpunkt B skizziert.

Die Elektronenwellen erhalten eine Phasendifferenz, die von der individuellen Konfiguration der Streuzentren in der Probe abhängt und interferieren am Punkt B. Es gibt eine Vielzahl von möglichen Pfaden, die unterschiedlich große Flächen einschließen. In Abhängigkeit eines externen Magnetfeldes wird diese Phasenverschiebung durch den magnetischen Aharonov-Bohm-Effekt moduliert und es ergibt sich ein aperiodisches, probenspezifisches Fluktuationsmuster [60]. Dieses ist für die jeweilige Probe charakteristisch und wird daher auch „magnetischer Fingerabdruck“ genannt.

Die theoretischen Grundlagen der UCFs wurden von Lee et al. ausgearbeitet [60]: Aus dem Korrelationsfeld B_C lässt sich die Phasenkohärenzlänge für einen quasi-eindimensionalen Leiter² mit folgender Formel berechnen [60]:

$$B_C = \frac{\Phi_0}{L_\Phi w} . \quad (2.15)$$

¹UCFs – **U**niversal **C**onductance **F**luctuations

²Quasi-eindimensionales System: $L > L_\Phi > w, t$ mit der Länge L , der Breite w , der Höhe t des betrachteten mesoskopischen Leiter

Der Magnetfeldwert, bei dem die Magneto-Autokorrelationsfunktion

$$F(\Delta B) = \langle \delta G(B) \cdot \delta G(B + \Delta B) \rangle_B = \lim_{B_0 \rightarrow \infty} \int_{-B_0}^{+B_0} dB \delta G(B) \cdot \delta G(B + \Delta B) \quad (2.16)$$

auf die Hälfte des Wertes bei $B = 0$ T abgefallen ist, ergibt das Korrelationsfeld B_C mit

$$F(\Delta B_C) = \frac{1}{2} F(0) , \quad (2.17)$$

B_C ist ein Maß für die typische Breite der Fluktuationen auf der Magnetfeldskala. Die mittlere Amplitude ΔG der Leitertschwankungen ist universell in der Größenordnung von e^2/h , wenn der Transport im Leiter phasenerhaltend stattfindet, d. h. falls die Phasenkohärenzlänge größer ist als die Systemabmessungen. Findet keine thermische Mittelung statt ($L_\Phi \ll L_T = \sqrt{\hbar D/k_B T}$), so gilt für die mittlere Amplitude ΔG der Leitwertfluktuationen [60]

$$\Delta G = \frac{C e^2}{h} \left(\frac{L_\Phi}{L} \right)^{3/2} . \quad (2.18)$$

Liegen die beiden Längen L_Φ und L_T in der gleichen Größenordnung oder ist $L_\Phi \gg L_T$, so spielt thermische Mittelung eine Rolle und für die Amplitude ΔG der UCFs gilt

$$\Delta G = \frac{C e^2}{h} \frac{L_T L_\Phi^{1/2}}{L^{3/2}} . \quad (2.19)$$

In beiden Gleichungen ist C eine Konstante, die vom Magnetfeld und der Spin-Bahn-Wechselwirkung in der Probe abhängt und in der Größenordnung nahe von eins liegt [61].

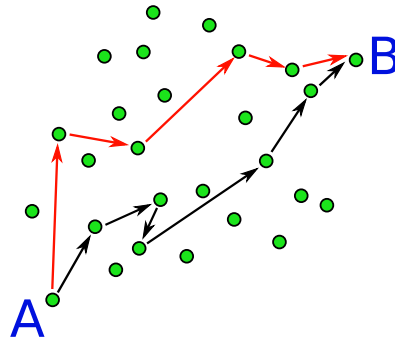


Abbildung 2.13: Beispiel für zwei gestreute Partialwellen in einem diffusivem Leiter. Für die Ausbreitung vom Ausgangspunkt A zum Endpunkt B gibt es eine Vielzahl von möglichen Pfaden, die von der spezifischen Verteilung der Streuzentren in der jeweiligen Probe abhängen. Die Punkte stellen phasenerhaltende Streuprozesse dar.

2.3.3 Schwache Lokalisierung und schwache Antilokalisierung

Schwache Lokalisierung

Im vorherigen Abschnitt 2.3.2 wurde die Interferenz von Elektronen im diffusiven Transportregime für Proben mit Abmessung L in Größenordnung der Phasenkohärenzlänge L_Φ betrachtet. In diffusiven Systemen mit Abmessungen $L \gg L_\Phi$ existieren Interferenzen zwischen Partialwellen auf zeitumgekehrten Pfaden, wie bei den Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen. In einem ungeordneten Leiter gibt es nach multiplen, phasenerhaltenden Streuprozessen viele Paare von zeitumgekehrten Pfaden, die verschiedene Flächen einschließen. Zwei von vielen möglichen Pfaden sind in Abbildung 2.14 gezeigt.

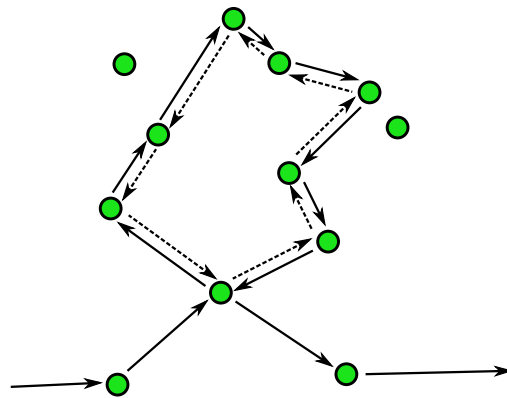


Abbildung 2.14: Zeitumgekehrte Pfade in einem diffusivem Leiter: Auf beiden Pfaden wird die gleiche Strecke in entgegengesetzter Richtung durchlaufen. In Abwesenheit eines Magnetfeldes ist die Interferenz dieser sich selbstkreuzenden Trajektorien immer konstruktiv.

Die relative Phasendifferenz der Partialwellen auf den zeitumgekehrten Pfaden beläuft sich auf null, da beide Pfade die gleiche Phasenverschiebung erfahren. Sie interferieren an ihrem Ausgangspunkt konstruktiv, was in einer erhöhten Rückstreuung und verringertem Leitwert resultiert. Da ein derart rückgestreutes Elektron nicht mehr am Ladungstransport teilnehmen kann, wird dieses Phänomen schwache Lokalisierung (WL³) genannt. Dies ist in Abgrenzung zu einem anderen Lokalisierungseffekt von Elektronen, der starken Lokalisierung⁴.

³WL – **W**eak **L**ocalization

⁴Auch Anderson Lokalisierung genannt: Lokalisierung von Elektronen-Wellenfunktionen in einem System, in dem diffusiver Transport ab einer kritischen Konzentration von Störstellen unterbunden wird.

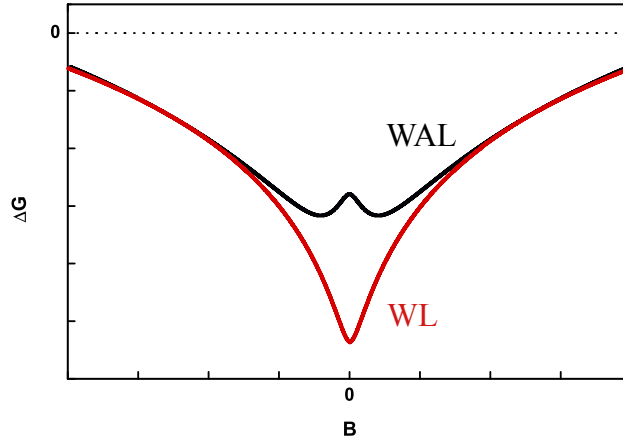


Abbildung 2.15: Leitwertkorrektur aufgrund der schwachen Lokalisierung (WL) und der schwachen Antilokalisierung (WAL). Das Anlegen eines Magnetfeldes führt zu einem Abklingen dieser Effekte.

Das Vektorpotential eines senkrechten Magnetfeldes führt zu einer zusätzlichen Aharonov-Bohm-Phase, so dass die Zeitumkehrsymmetrie der sich selbst kreuzenden Pfade gebrochen wird. Da jedes Wellenpaar im Gegensatz zu einer Ringstruktur unterschiedliche Flächen einschließt, werden die oszillatorischen Beiträge der einzelnen Pfade heraus gemittelt und die Leitwertkorrektur aufgrund der schwachen Lokalisierung klingt mit steigendem Magnetfeld ab.

Die Abbildung 2.15 zeigt den typischen Verlauf des Magnetleitwertes der schwachen Lokalisierung und der schwachen Antilokalisierung. Die Stärke der schwachen Lokalisierungskorrektur hängt von der Phasenkohärenzlänge ab. Eine Verkleinerung der Phasenkohärenzlänge, z. B. durch Temperaturerhöhung, führt zu einer Abschwächung des Effekts.

Die Leitwertkorrektur $\Delta G(B)$ in Abhängigkeit eines externen Magnetfeldes wurde für einen quasi-eindimensionalen Leiter zu

$$\Delta G_{WL}^{1D}(B) = -g_s \frac{e^2}{h} \frac{1}{L} \left(\frac{1}{D\tau_\Phi} + \frac{1}{D\tau_B} \right)^{-1/2} = -g_s \frac{e^2}{h} \frac{1}{L} \left(\frac{1}{L_\Phi^2} + \frac{1}{3L_m^4} \right)^{-1/2} \quad (2.20)$$

berechnet [61, 62]. Hierbei bezeichnen g_s die Spinrentartung, D die Diffusionskonstante, $\tau_B = 3L_m^4/w^2D$ die magnetische Relaxationszeit, $L_m = \sqrt{\hbar/eB}$ die magnetische Länge und w und L die Breite und Länge der betrachteten Struktur.

Schwache Antilokalisierung

In den bisherigen Betrachtungen wurde der Spin als Erhaltungsgröße angenommen und nur der Ortsanteil der Wellenfunktion in Hinblick auf Interferenzen betrachtet. In Systemen mit starker Spin-Bahn-Kopplung wird jedoch die schwache Lokalisierung zur schwachen Antilokalisierung (WAL⁵) durch die Kombination von phasenkohärentem Transport und Spinrotation modifiziert. Dazu werden die vorherigen Überlegungen zur schwachen Lokalisierung auf die Interferenz von Spinzuständen auf zeitumgekehrten Pfaden verallgemeinert.

Während und zwischen den Streuprozessen an Störstellen ändert sich die Spineinstellung unter dem Einfluss der Spin-Bahn-Wechselwirkung. Die charakteristische Zeitskala für die Änderung der Spinorientierung entlang der Bahn durch den ungeordneten Leiter ist durch τ_{SO} gegeben und hängt über $L_{SO} = \sqrt{D\tau_{SO}}$ mit der zugehörigen Spin-Bahn-Wechselwirkungslänge L_{SO} zusammen. Der Spinzustand der Partialwelle rotiert beim Durchlauf einer geschlossenen Trajektorie. Die komplementäre Welle auf dem zeitumgekehrten Pfad erfährt die umgekehrte Abfolge von Spinrotationen. Für starke Spin-Bahn-Kopplung $\tau_{SO} \gg \tau_{\Phi}$ beträgt die mittlere relative Spinrotation 2π am Ausgangspunkt [63]. Aufgrund der 4π -Periodizität der Spinrotation überlagern sich die Spinbeiträge am Ausgangspunkt gegenphasig. Dies resultiert in destruktiver Interferenz der Wellenfunktionen, einer verringerten Rückstreuwahrscheinlichkeit zum Ausgangspunkt und somit einer erhöhten Transmissionswahrscheinlichkeit der Ladungsträger. Daher wird dieser Interferenzeffekt auch schwache Antilokalisierung genannt.

Die Leitwertkorrektur für quasi-eindimensionale Systeme lautet nach Ergänzung des Spin-Bahn-Beitrags [64]

$$\Delta G_{WAL}^{1D}(B) = g_s \frac{e^2}{h} \frac{1}{L} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{L_{\Phi}^2} + \frac{1}{3} \frac{w^2}{L_m^4} \right)^{-1/2} - \frac{3}{2} \left(\frac{1}{L_{\Phi}^2} + \frac{4}{3L_{SO}^2} + \frac{1}{3} \frac{w^2}{L_m^4} \right)^{-1/2} \right]. \quad (2.21)$$

Zur quantitativen Beschreibung der schwachen Antilokalisierung in zweidimensionalen Systemen wurde von Hikami, Larkin und Nagaoka (HLN) folgende Formel erarbeitet [65]

$$\Delta \sigma_{WAL}^{2D}(B) = -\frac{e^2}{\pi h} \left[\frac{1}{2} \Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{B_{\Phi}}{B} \right) - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{B_{\Phi}}{B} \right) - \Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{B_{\Phi} + B_{SO}}{B} \right) + \ln \left(\frac{B_{\Phi} + B_{SO}}{B} \right) - \frac{1}{2} \Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{B_{\Phi} + 2B_{SO}}{B} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{B_{\Phi} + 2B_{SO}}{B} \right) \right]. \quad (2.22)$$

⁵WAL – Weak Anti-localization

Dabei notiert Ψ die Digamma-Funktion, die beiden Fitparameter

$$B_{\Phi} = \frac{\hbar}{4eL_{\Phi}^2}, \quad B_{SO} = \frac{\hbar}{4eL_{SO}^2} \quad (2.23)$$

erlauben die Bestimmung der Phasenkohärenzlänge L_{Φ} und der Spin-Bahn-Wechselwirkungslänge L_{SO} .

Die HLN-Theorie geht von der Elliott-Yafet-Spinrelaxation aus [65]. In Heterostrukturen aus III-V Halbleitern hingegen ist die Dyakonov-Perel-Streuung der dominierende Mechanismus [66, 67]. Diesem wird im Modell von Iordanskii, Lyanda-Geller and Pikus (ILP) Rechnung getragen [67]. In der ILP-Formel werden k-lineare und kubische Terme der Spin-Bahn-Kopplung bedacht. Ohne Berücksichtigung der k-linearen Terme liefert diese Formel die gleichen Ergebnisse wie die HLN-Theorie [67]. Für zweidimensionale Lochgase liegt eine kubische Abhängigkeit der Spin-Bahn-Wechselwirkung vor [25, 27]. Daher ist für sie die HLN-Theorie geeignet, wie in [68] gezeigt wurde.

3 Probenherstellung und Messverfahren

Die Beobachtung von Quanteninterferenzen in magnetischen Halbleitern und topologischen Isolatoren verlangt zum einen Strukturabmessungen in der Größenordnung der Phasenkohärenzlänge, die je nach Material im Bereich von hunderten Nanometern bis einigen Mikrometern liegt, und zum anderen tiefe Temperaturen bis hinab zu 20 mK. In diesem Kapitel werden die Prozesse zur Fabrikation der Proben und das Kryostatensystem zur Messung bei Millikelvin-Temperaturen präsentiert.

Es wird bei der Strukturierung zwischen folgenden Materialien unterschieden:

- Mangan-modulationsdotierte Heterostrukturen in InAs:Mn,
- Dreidimensionale topologische Isolatoren in HgTe.

Die meisten Prozessierungsschritte der Proben fanden im Reinraum der Klasse 10000 bei einer konstanten Temperatur von $T=22\text{ °C}$ und einer relativen Luftfeuchtigkeit von 50 % statt. Somit wurde gewährleistet, dass es nicht zur Verunreinigung der Proben durch Staubbelastung kommt. Mit einem typischen Durchmesser von einigen Mikrometern kann ein Staubkorn weitere Prozessierungsschritte behindern.

Im Anhang sind die detaillierten Rezepte für die Strukturierung der verwendeten Proben zu finden.

3.1 Probendesign für InAs:Mn-Proben

3.1.1 Mangan-modulationsdotierte InAs-Heterostrukturen

Wie für die meisten III-V-Halbleiter stellt die Zinkblendestruktur die thermodynamisch stabile Phase für Indiumarsenid (InAs) dar [69]. Hierbei handelt es um ein kubisch-flächenzentriertes (fcc¹) Gitter mit einer zweiatomigen Basis aus Indium auf

¹fcc – face centered cubic

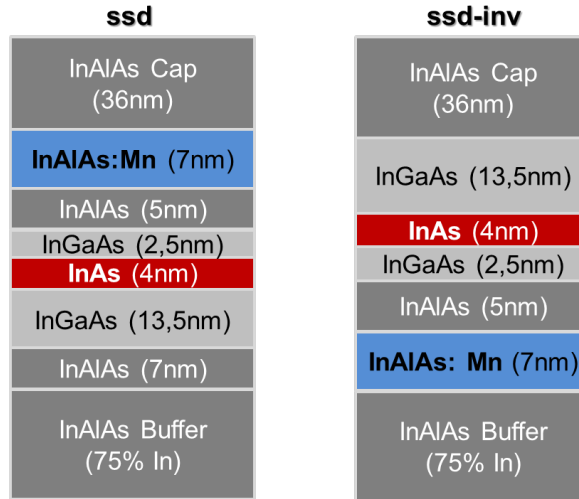


Abbildung 3.1: Schichtabfolge der verwendeten Heterostrukturen: Der einseitig dotierte ssd-Quantentrog aus InAs ist asymmetrisch in InGaAs eingebettet. Die Mn-dotierte InAlAs-Schicht ist durch einen InAlAs-Spacer vom aktiven Kanal getrennt und von einer InAlAs-Schutzschicht bedeckt. Beim invertiert dotierten ssd-inv-Quantentrog wird die InAlAs:Mn-Dotierschicht vor dem InAs-Kanal gewachsen.

dem Gitterplatz $(0,0,0)$ und Arsen auf dem Gitterplatz $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}) \cdot a$. Indiumarsenid hat eine kleine Bandlücke von $E_g = 0,417 \text{ eV}$ (bei $T = 0 \text{ K}$) und eine starke Spin-Bahn-Wechselwirkung. Der g-Faktor $|g| = 14,8$ zählt zu den größten bei Halbleiterstrukturen [69].

Die in dieser Arbeit untersuchten InAs-Heterostrukturen wurden mittels Molekularstrahlepitaxie² im Labor von Prof. Dr. Wegscheider und von Prof. Dr. Bougeard an der Universität Regensburg gewachsen. In Abbildung 3.1 sind die Schichtabfolgen der verwendeten Heterostrukturen dargestellt.

Im InAs-Quantentrog der InAs:Mn-Heterostrukturen bildet sich ein zweidimensionales Lochgas aus [12]. Die Mangan-dotierte Schicht stellt nicht nur freie Ladungsträger zur Verfügung, sondern bringt auch magnetische Momente mit Spin $S = 5/2$ in das System ein. Die InAs:Mn-Proben lassen sich anhand ihrer Schichtabfolgen in zwei Kategorien einteilen:

Der einseitig dotierte ssd³-Quantentrog aus InAs ist 4 nm breit und asymmetrisch in InGaAs eingebettet. Die Mn-dotierte InAlAs-Schicht ist durch einen InAlAs-Spacer vom aktiven Kanal separiert, um so die Streuung der Ladungsträger am Coulombpotential der ionisierten Akzeptoren zu minimieren. Ein InAlAs-Schutzüberzug bedeckt die

²MBE – Molecular Beam Epitaxy

³ssd – single sided doped

Mn-Dotierschicht. Die gesamte Struktur ist auf semi-isolierendes (001)-GaAs-Substrat aufgewachsen (nicht in Abbildung 3.1 dargestellt). Aufgrund der unterschiedlichen Gitterkonstanten von InAs und GaAs wird eine InAlAs-Pufferschicht benötigt, in der die In-Konzentration graduell auf 75% erhöht wird. Durch diese Gitteranpassung wird die kompressive Verspannung des InAs-Kanals reduziert.

Die invertiert dotierten *ssd-inv*⁴-Strukturen unterscheiden sich nur in der Schichtabfolge von den *ssd*-Proben. Die InAlAs:Mn-Dotierschicht wird vor dem leitenden InAs-Kanal gewachsen, wie in Abbildung 3.1 graphisch veranschaulicht. Die relative Lage der Dotierschicht zum InAs-Quantentrog entscheidet über das Transportverhalten der Strukturen:

Während des Wachstums kommt es in Wachstumsrichtung zur Mn-Segregation aus der Mn-Dotierschicht. Diese asymmetrische Verbreiterung der Mn-Dotierschicht führt zu einer signifikanten Menge von Mn-Ionen im Quantentrog des *ssd-inv*-Systems. Bei der *ssd*-Struktur sollte der leitende Kanal dagegen kein Mangan enthalten, da die Rückdiffusion von Mn-Atomen während des Wachstumsprozesses aus der Dotierschicht in den Quantentrog ausgeschlossen wurde [12].

Die Dotierkonzentration in der InAlAs:Mn-Schicht wird durch die Temperatur der Mn-Zelle während des Wachstums gesteuert. Eine höhere Temperatur der Mn-Zelle entspricht einer höheren Dotierkonzentration des Materials mit Mangan. Allerdings wurde kein quantitativer Zusammenhang zwischen der Wachstumstemperatur und der exakten Mangan-Konzentration bestimmt, so dass nur eine qualitative Unterscheidung der verschieden stark dotierten Proben möglich ist. Der Anteil der Mn-Ionen im *ssd-inv*-Quantentrog wurde auf unter 1 % abgeschätzt [12]. Die *ssd-inv*-Heterostrukturen zeigten in Magnetisierungsmessungen mittels SQUID paramagnetisches Verhalten [70].

3.1.2 Strukturierung der Mesa

Der Ausgangswafer wird mit Schutzlack bedeckt und anschließend mit einer Diamantspitze angeritzt, um in geeignet große Stücke vereinzelt zu werden. Anschließend werden die gründlich gereinigten Proben mit einem Lack, der empfindlich auf die Bestrahlung von UV-Licht reagiert, überzogen. Eine Quecksilberdampfampe bestrahlt die Probe durch eine Maske. Die Maske besteht aus Quarzglas und besitzt eine UV-undurchlässige Absorberbeschichtung aus Chrom an den Bereichen der späteren Hallbar-Mesa. Bei der Bestrahlung verändern sich die Polymerketten des Lackes durch

⁴*ssd-inv* – **inverse single sided doped**

eine photochemische Reaktion, so dass die belichteten Stellen im Entwickler gelöst werden und die Halbleitermaterialien aus Lack bestehen bleibt. Das Halbleitermaterial, das nicht von einer schützenden Lackschicht bedeckt ist, wird durch einen nasschemischen Ätzvorgang entfernt. Die Ätzlösungen für InAs basieren auf Säuren wie Essigsäure oder Phosphorsäure, die in Wasser verdünnt werden. Die Säure greift nicht das Material selbst, sondern nur die Oxidschicht an. Es wird ein Oxidationsmittel, meistens H_2O_2 , zugegeben, so dass die Oberflächen fortwährend oxidieren und die Säure das Material abtragen kann. Die Ätzlösung und die Stärke der Verdünnung sind im Anhang A detaillierter aufgeführt.

3.1.3 Herstellung der Nanostrukturen

Für die Beobachtung der meisten Quanteninterferenz-Effekte werden Strukturabmessungen vorausgesetzt, die nicht mit optischer Lithographie erzeugt werden können. Die Auflösung eines lithographischen Prozesses, sei es nun optische Lithographie oder Elektronenstrahlithographie (ESL), ist durch die Wellenlänge des Teilchenstrahls limitiert. Für die Nanostrukturen und Geometrien in der Größenordnung von einigen Mikrometern wird daher auf die Elektronenstrahlithographie ausgewichen.

Die Elektronenstrahlithographie basiert im Wesentlichen auf dem gleichen Prinzip wie die optische Lithographie. Die belackte Probe wird an bestimmten Bereichen belichtet, an diesen Stellen verändert sich der Lack durch eine chemische Reaktion und kann im Entwickler herausgelöst werden. Hierzu wird die Halbleiter-Mesa mit einem Elektronen-sensitiven Lack (PMMA⁵) bedeckt und von einem Elektronenstrahl im Rasterelektronenmikroskop (REM) abgerastet. Im Gegensatz zur Photolithographie wird keine Maske benötigt, denn der Elektronenstrahl wird über eine PC-gesteuerte Lithographie-Einheit navigiert. Durch eine hohe Spannung von 30 kV beschleunigt, wird der Elektronenstrahl auf der Probe fokussiert und verbleibt je nach eingestellter Dosis unterschiedlich lange auf den gewünschten Probenstellen und bestrahlt dort den Lack.

PMMA kann als Negativ- oder Positivlack eingesetzt werden: Wird der Elektronenstrahl über eine belackte Probe gerastert, reißen die langkettigen Polymermoleküle an den belichteten Stellen ab (Depolymerisation). Die aufgebrochenen Polymerketten werden im Entwickler herausgelöst. Der unbelichtete Lack mit den intakten Polymerketten ist im Entwickler unlöslich und bleibt auf der Probe bestehen. Dies entspricht

⁵PMMA – Polymethylmethacrylat

dem Positivprozess, hier werden die belichteten Bereiche im Entwickler aufgelöst. Wird die Belichtungsdosis auf das 50-fache der Dosis des Positivprozesses erhöht, so verschmelzen die Molekülketten aufgrund der starken Erwärmung. Der verbackene Lack bleibt im Entwickler und auch im Aceton unlöslich und kann nur durch ein Wasserstoffplasma entfernt werden. So verwendet ist PMMA ein Negativlack, hier werden die unbelichteten Stellen im Entwickler herausgelöst.

Zur Strukturierung von einem Ensemble aus Ringstrukturen (siehe Abbildung 3.3) werden zuerst in einem negativen ESL-Prozess die Ringstrukturen mit den Zuleitungen aus festgebrannten Polymerketten definiert. Nach dem Entwickeln wird die Probe erneut mit PMMA belackt und in einem ESL-Positivschritt wird ein Ätzfenster freigelegt, in dem das ungeschützte Material durch anschließendes Ätzen entfernt und das Ringarray in das Halbleitermaterial übertragen wird.

Die richtige Ätzprozedur ist essentiell und stellt den limitierenden Faktor für die Probenqualität und somit für erfolgreiche Transportmessungen an den Nanostrukturen dar. Die zur Verfügung stehenden Methoden sind nasschemisches Ätzen, reaktives Ionenätzen (RIE⁶) und chemisch unterstütztes Ionenstrahlätzen (CAIBE⁷).

Chemisch unterstütztes Ionenstrahlätzen (CAIBE) wurde nicht für die InAs-Proben als Ätztechnik verwendet. Denn es zeigte sich in einer Reihe von Tests, dass zweidimensionale Lochgase durch physikalisches Ätzen mit energiereichen Argon-Ionen beschädigt werden. So entstehen große Verarmungszonen an den Rändern. Bei einigen Proben wurde der gesamte Transportkanal an Ladungsträgern verarmt, so dass kein Transport durch die Struktur möglich war.

Für InAs-Proben ist reaktives Ionenätzen mit einer passenden Mischung aus Methan und Wasserstoff gut geeignet. In der RIE-Plasmaätzanlage wird in einem reaktiven Gasgemisch mittels Radiofrequenz-Strahlung ein Plasma gezündet. Gasdruck und Leistung werden so eingestellt, dass eine physikalische, anisotrope Komponente zwar vorhanden ist, aber der chemische, selektive Abtrag dominiert. Hierbei kommt es nicht zu Unterätzungen der Lackmaske und Defekten am Kristallgitter. Die damit verbundene Erzeugung von Verarmungszonen wird verringert. Zudem werden senkrechte Ätzflanken und reproduzierbare Abmessungen erzielt. Die Abbildung 3.2 a) zeigt eine rasterelektronenmikroskopische Aufnahme einer RIE geätzten Ringstruktur.

⁶RIE – **R**eactive **I**on **E**tching

⁷CAIBE – **C**hemically **A**ssisted **I**on **B**eam **E**tching

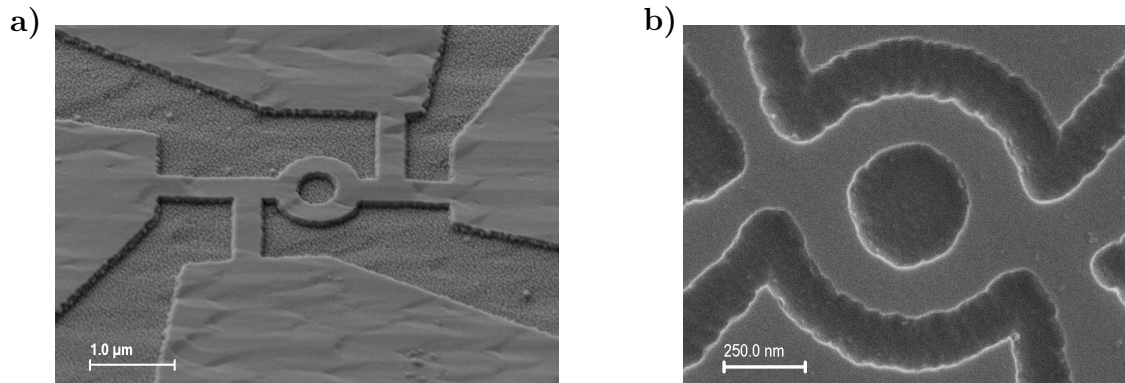


Abbildung 3.2: a) Rasterelektronenmikroskop-Aufnahme eines RIE geätzten Ringes mit Zuleitungen. Der mittlere Radius des Ringes beträgt 365 nm. b) REM-Aufnahme einer nasschemisch geätzten Ringstruktur mit einem mittleren Radius von 265 nm. Die durch das RIE-Verfahren hergestellte Probe zeichnet sich durch senkrechte Ätzflanken aus, wohingegen beim nasschemisch geätzten Ring abgerundete und flache Ätzkanten zu erkennen sind.

Parallel zum RIE-Prozess wurde auch der Ansatz weiterverfolgt, mit rein nasschemischem Ätzen Strukturen mit Abmessungen im Submikrometerbereich zu realisieren. Auf diesen Längenskalen sind die Ätzraten oft schlecht reproduzierbar, der Vorgang ist stark isotrop und führt zu Unterätzungen.

Eine Reihe von Tests brachte zum Vorschein, dass ein Tempern der PMMA-Lackschicht vor der Elektronenstrahlolithographie – eine Stunde bei 150 °C – die Haftung des Lackes auf dem Material erheblich verbessert und Unterätzungen verringern kann. Das Tempern dient der Verspannungsrelaxation des PMMA-Lackes und zudem kann der dünne Wasserfilm, der sich auf der Probenoberfläche anlagert, verdampft werden. Abbildung 3.2 b) zeigt eine nasschemisch geätzte Ringstruktur im Vergleich mit einer durch das RIE-Verfahren hergestellten Probe. Durch einen dünnen Lack und ein Tempern der Lackschicht vor der Belichtung konnten Unterätzungen vermieden werden. Allerdings erlaubt dieser Prozess nicht beliebig kleine Linienbreiten, er ist auf Abmessungen von circa 150 nm limitiert. Im Vergleich zu gerichteten, physikalischen Ätzprozeduren werden hier abgerundete und flach auslaufende Ätzflanken erzielt, so dass eine exakte Bestimmung der nominellen Strukturbreite erschwert ist. Diesen Nachteilen steht aber gegenüber, dass das Material hier so schonend wie möglich geätzt wird. Die Probe muss weder mechanischen noch thermischen Belastungen standhalten.

3.1.4 Kontaktmetallisierung

Für die Transportmessungen muss eine ohmsche Kontaktierung zwischen den äußeren metallischen Zuleitungen und dem zweidimensionalen System hergestellt werden. An der Grenzfläche eines Halbleiters und eines Metalls entsteht normalerweise ein Schottky-Kontakt mit einer nichtlinearen Strom-Spannungs-Kennlinie. Für einen ohmschen Kontakt zwischen Metall und Halbleiter bedarf es einer sehr hohen Dotierung im Kontaktbereich, um die Schottky-Barriere zu überwinden.

Für Lochsysteme, die auf GaAs oder InAs basieren, kommen für p-Dotierungen InZn- und AuZn-Legierungen in Frage. In Tabelle 3.1 sind drei verschiedene Kontaktierungen vorgestellt.

Kontaktierung	Verhalten bei Raumtemperatur	Verhalten bei He^4 - Temperatur	Kontaktwiderstand [$k\Omega$]
AuZn	8,15 % defekt	16 % defekt	3,73
InZn	0 % defekt	17 % defekt	7,61
InZnAu	0 % defekt	70 % defekt	1,74

Tabelle 3.1: Übersicht über die Ausfallquote der verschiedenen Kontaktierungsmethoden (aufgedampftes AuZn, aufgedampftes InZnAu und gelötetes InZn) bei Raumtemperatur und tiefen Temperaturen und Kontaktwiderstände bei tiefen Temperaturen.

Die wohl zielführendste Variante ist die Kontaktherstellung mit InZn, das mit einem LötKolben auf die Kontaktflächen der Hallbar aufgebracht wird. Zunächst werden die Kontaktflächen mit einem Diamantritzer leicht angeritzt, um innere Kreisströme in den Kontaktflächen während der Messung zu verhindern und sicherzustellen, dass alle Randkanäle an der Leitung teilnehmen [71]. Die InZn-Mischung (4-6% Zink) wird mit einer sehr dünnen Lötspitze aufgelötet und anschließend im Legierofen unter Formiergasdurchfluss⁸ bei 350 °C einlegiert, so dass die Metallatome in das Halbleitermaterial eindiffundieren können und den Kontakt zum zweidimensionalen Lochgas herstellen. Im Vergleich zu anderen Methoden zeigt die Kontaktierung mit InZn den höchsten Kontaktwiderstand, jedoch auch eine der geringsten Ausfallraten der Kontakte beim Abkühlen (vergleiche Tabelle 3.1).

Für die beiden anderen Kontaktierungsarten werden zunächst in einem Lithographieschritt Fenster im Lack freigelegt und anschließend geeignete Metalle thermisch

⁸Formiergas ist ein Gasgemisch aus 80% Stickstoff (N_2) und 20% Wasserstoff (H_2).

verdampft. In einer Zink-Aufdampfanlage wird eine Schichtabfolge von 5 nm Au, 15 nm Zn, 200 nm Au bzw. 20 nm InZn, 200 nm Au verdampft. Das thermische Verdampfen von Zink stellt eine Herausforderung dar, da es nicht wie andere Metalle bei Erwärmung zu glühen beginnt, sondern sublimiert. Bei langsamer thermischer Erwärmung setzt eine hohe Aufdampftrate unvermittelt und abrupt ein („Zn-Burst“) und das Metall lagert sich auf der Probe sowie in der ganzen Aufdampfanlage an. In einem anschließenden Acetonbad wird der Lack mit überschüssigem Metall entfernt, so dass das Metall nur auf den freigelegten Fenstern bestehen bleibt. Im Legierofen werden die Kontakte anschließend wie oben ausgeführt einlegiert. Die thermisch aufgedampften Kontakte zeigen den geringsten Kontaktwiderstand, aber sehr schlechte Haftung auf der Probe und auch höhere Ausfallquoten beim Abkühlungsvorgang auf Helium-Temperaturen.

3.1.5 Gate-Elektrode und Messvorbereitung

Für eine Anwendung des Feldeffektes zwischen der Gate-Elektrode und dem leitfähigen Kanal wird eine Isolatorschicht benötigt. Mittels ALD⁹ wird eine 80 nm dicke Aluminiumoxidschicht aufgebracht. Hierbei dient ein 14 nm dünner Film aus Siliziumdioxid als Startschicht, der mittels dem PECVD¹⁰-Verfahren erzeugt wird. So wird eine homogene und dichte Isolatorfläche gebildet.

Anschließend wird die Probe belackt und der Gate-Bereich mittels optischer Lithographie freigelegt. Die Probe wird in einer Aufdampfanlage mit 100 nm Gold bedampft. Im anschließenden Lift-Off-Schritt wird der Photolack und somit das darauf befindliche Gold entfernt, so dass nur die Gate-Elektrode bestehen bleibt.

Das gesamte Layout ist in Abbildung 3.3 und 3.4 für zwei verschiedene Probentypen gezeigt.

Die fertige Probe wird in einen Chipcarrier mit zweikomponentigem Leitsilber eingeklebt und die Kontaktflächen der Probe werden über 25 µm dicke Golddrähte mit den Kontakten des Chipcarriers verbunden.

⁹ALD – Atomic Layer Deposition

¹⁰PECVD – Plasma Enhanced Chemical Vapour Deposition

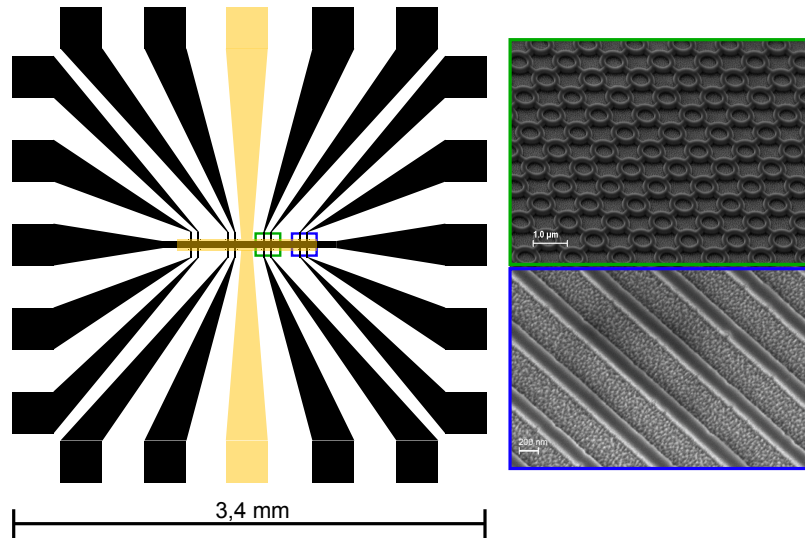


Abbildung 3.3: Proben-Layout mit Mesa, goldener Gate-Elektrode und großen Kontaktpads zur Kontaktierung mittels dem LötKolben. Auf dem Strompfad der Mesa wird je nach Probe ein Ensemble aus Ringen, Linien oder andere Geometrien strukturiert.

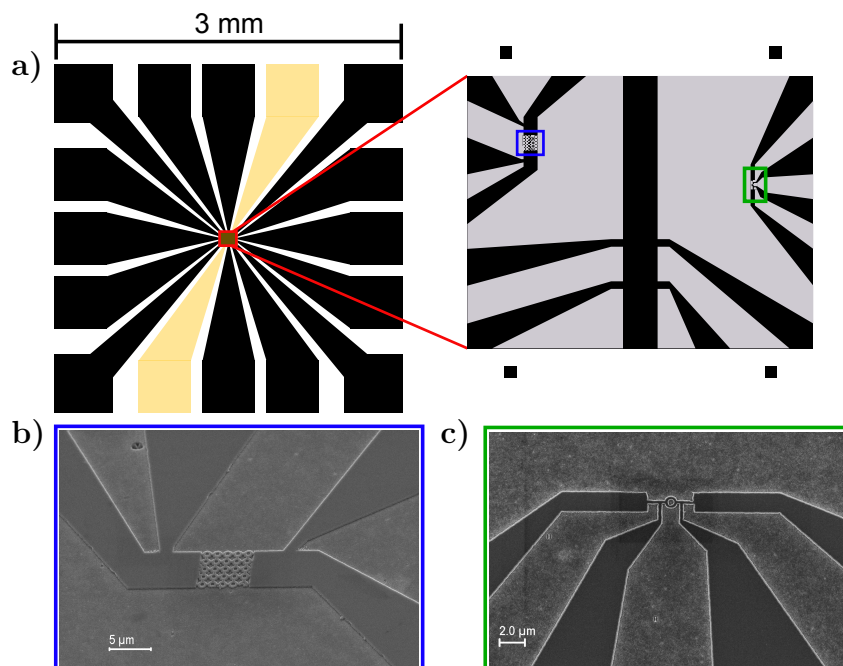


Abbildung 3.4: Layout einer Probe: a) Mesa mit Gate-Elektrode und großen Kontaktpads zur Kontaktierung mittels LötKolben. Der Ausschnitt zeigt den Bereich der Mesa vergrößert, der mittels Elektronenstrahlolithographie weiter strukturiert wird. In b) wird ein Ringarray aus 25 Ringen und in c) eine einzelne Ringstruktur hergestellt.

3.2 Probendesign für HgTe-Proben

3.2.1 Ausgangsmaterial HgTe

Quecksilbertellurid (HgTe) gehört zur Familie der II-VI-Halbleiter, kristallisiert in der Zinkblende-Struktur und ist als Volumen- (englisch „Bulk“-) Material ein Halbmetall. Im Gegensatz zu anderen Halbleiterheterostrukturen zeichnet sich HgTe durch eine invertierte Bandstruktur aus: Das p-förmige Γ_8 -Band liegt über dem s-förmigen Γ_6 -Band. In keinem anderen Halbleitermaterial ist die Rashba-Spinaufspaltung größer als in HgTe [72]. Wie in Abschnitt 2.2.4 bereits erläutert wurde, ist HgTe eigentlich ein Halbmetall. Wird HgTe auf CdTe aufgewachsen, so erzeugt die Gitterfehlpassung der beiden Materialien eine Verspannung. Durch diese öffnet sich eine kleine Energielücke von circa 15 meV [11].

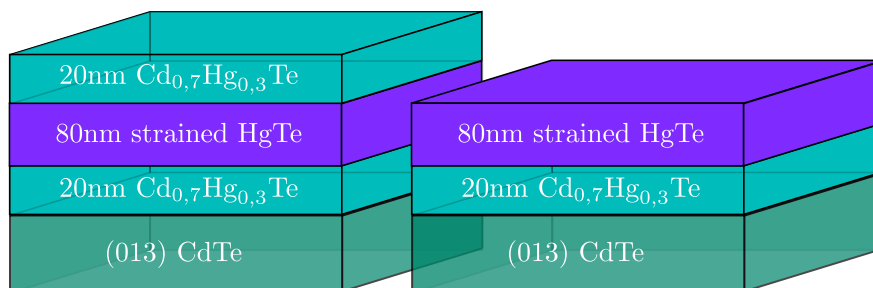


Abbildung 3.5: Schichtabfolge der beiden verwendeten Heterostrukturen: Der 80 nm breite HgTe-Film ist verspannt auf eine (013) CdTe-Schicht gewachsen. Eine 20 nm breite CdHgTe-Schicht trennt den HgTe-Film von der CdTe-Schicht. Das GaAs-Substrat ist hier nicht dargestellt. Bei einem Teil der Heterostrukturen war der HgTe-Film von einer Capschicht aus 20 nm CdHgTe bedeckt.

Die untersuchten Strukturen wurden von Nikolai N. Mikhailov und Sergey A. Dvortsky im A. V. Rzhanov Institut für Halbleiterphysik in Novosibirsk gewachsen und ihre Schichtabfolge ist in Abbildung 3.5 vorgestellt. Mittels Molekularstrahlepitaxie wird zunächst auf das (013) CdTe-Substrat eine 20 nm dünne Schicht aus CdHgTe aufgewachsen, um die Defektdichte aufgrund der Gitterfehlpassung zu minimieren. Die Gitterfehlpassung zwischen HgTe und CdTe beträgt 0,3 % und bewirkt eine Verspannung im 80 nm dicken HgTe-Film, die erst ab einer Filmdicke von über 100 nm relaxiert ist [11]. Bei einem Teil der Proben war die Oberfläche des HgTe-Films von einer 20 nm dicken CdHgTe-Schicht bedeckt, während beim anderen Teil der Proben die Oberfläche des HgTe-Films ungeschützt war.

Quecksilber-basierte Heterostrukturen weisen eine sehr starke Temperatursensibilität auf, die von ihrer niedrigen Wachstumstemperatur von 180 °C herrührt [72]. Wird eine kritische Temperatur von 100 °C überschritten, so kommt es zur Diffusion von Quecksilber, was zur Schädigung des Materials führt [73]. Daher wird während des Fabrikationsprozesses eine Temperatur von 80 °C nicht überschritten und die branchenüblichen Rezepte werden abgeändert, um die Degradierung des Ausgangswafers zu vermeiden. Zudem wird darauf geachtet, dass die empfindliche und sehr weiche Oberfläche des Materials nicht durch Umfallen auf die fusselfreie, jedoch auf mikroskopischer Skala raue Reinraumpapier-Unterlage zerkratzt wird.

3.2.2 Strukturierung der Mesa

Mit einem Skalpell wird der weiche HgTe-Wafer in $(4,5 \times 4)$ mm² große Stücke geschnitten. Die gereinigte Probe wird mit einem UV-lichtempfindlichen Photolack überzogen und mittels Belichtung wird die Struktur der Chrommaske in den Lack übertragen. Im anschließenden Entwicklungsschritt werden die belichteten Stellen herausgelöst und die im Lack geöffneten Fenster werden durch nasschemisches Ätzen in einer Lösung aus Brom und Ethylenglykol in das HgTe-Material hinein vertieft. Das nasschemische Ätzen mit Brom-Ethylenglykol ist stark isotrop und führt zu unreproduzierbaren Unterätzungen, was die laterale Ausdehnung der Strukturen auf der Nanometerskala unkontrollierbar macht. Da jedoch die kleinsten Abmessungen, die mit optischer Lithographie realisiert werden, nicht 10 µm unterschreiten, sind diese Unterätzungen nicht störend und werden in Kauf genommen.

3.2.3 Herstellung der Nanostrukturen

Die Hallbar-Mesa in Abbildung 3.6 bildet den Ausgangspunkt für die weitere Strukturierung mittels Elektronenstrahlithographie (in Analogie zu Abschnitt 3.1.3). Der Elektronenstrahl, der mit einer Beschleunigungsspannung von 3 kV fokussiert ist, wird über die mit PMMA belackte Probe navigiert und belichtet die ausgewählten Probenstellen.

Die im Vergleich zur herkömmlichen 30 kV-Lithographie verringerte Hochspannung belichtet nur die 250 nm dicke Lackschicht, so dass die Elektronen nicht zu tief in das Material eindringen können. Abbildung 3.7 verdeutlicht den Zusammenhang der Beschleunigungsspannung mit der Eindringtiefe der Elektronen in ein Substrat.

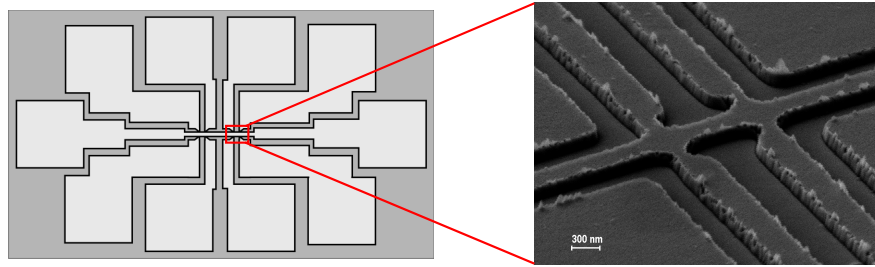


Abbildung 3.6: Verwendete Hallbar-Struktur mit großen Kontaktflächen für die Kontaktierung mittels Lötcolben. Im rechten Teil der Hallbar wird der Strompfad zu einer Linie mit einer Breite von 250 nm verengt. Die REM-Aufnahme zeigt die Drahtstruktur, die mittels Ionenstrahl-Ätzen strukturiert wurde.

In einer Lithographie-Testserie mit unterschiedlichen Beschleunigungsspannungen, beginnend mit 2,5 kV bis 3,5 kV in 0,25 kV-Schritten, zeigte sich, dass genau bei 3,0 kV der Lack durchbelichtet wird. In Abbildung 3.8 sind REM-Bilder für Strukturen gezeigt, die mit unterschiedlich hohen Beschleunigungsspannungen belichtet und anschließend geätzt wurden. Bei niedrigeren Beschleunigungsspannungen, z. B. 2,75 kV, können die Elektronen nicht die gesamte Höhe der Lackschicht durchdringen und belichten. Hier wird nur der obere Teil der Lackschicht belichtet. Nach dem Entwicklungsprozess verbleibt noch eine unbelichtete, untere Lackschicht auf dem Substrat. Für die Lithographie wurde die niedrigst mögliche Beschleunigungsspannung gewählt, bei der die Lackschicht gerade komplett belichtet wird, die Elektronen jedoch nicht zu tief in die HgTe-Schicht eindringen. Eine Schädigung aufgrund des Wärmeeintrages durch die beschleunigten Elektronen soll so vermieden werden.

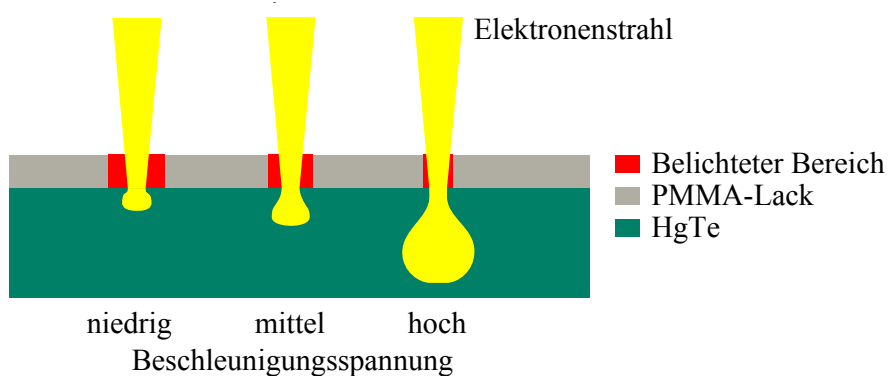


Abbildung 3.7: Bei der Elektronenstrahlbelichtung hängt die Eindringtiefe und die Streuung der Elektronen im Substrat von der Beschleunigungsspannung ab (Abbildung nach [74]).

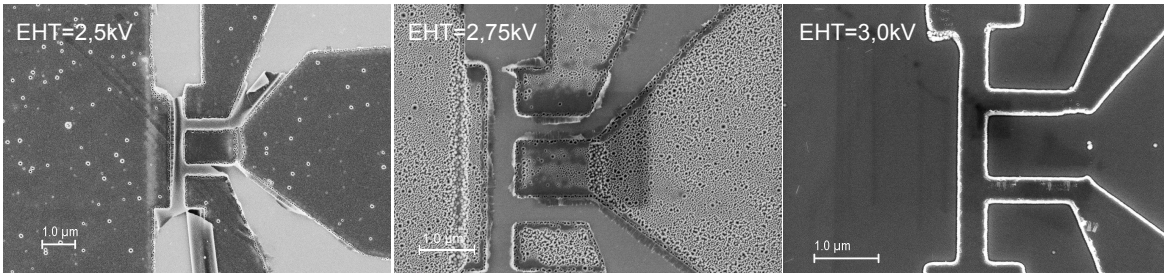


Abbildung 3.8: Testreihe der verschiedenen Beschleunigungsspannungen EHT=2,5 kV bis EHT=3,0 kV. Für jede Beschleunigungsspannung ist nur eine ausgewählte Dosis dargestellt. Mit niedriger EHT=2,5 kV bis EHT=2,75 kV konnte der Lack nicht belichtet werden.

Parallel zur Testreihe mit verschiedenen Beschleunigungsspannungen wurde auch die Dosis variiert, um eine optimale Auflösung der lithographisch präparierten Struktur zu gewährleisten. In Abbildung 3.8 ist jeweils nur eine Dosis für jede Beschleunigungsspannung gezeigt. Für geringe Beschleunigungsspannungen von 2,5 kV und 2,75 kV konnte auch eine starke Erhöhung der Dosis nicht ein vollständiges Belichten des Lackes bewirken.

Die belichtete PMMA-Struktur dient als Lackmaske im darauffolgenden Ätzprozess und schützt das darunter befindliche Material, während das unbedeckte Material abgetragen wird. Die Fabrikation von Strukturen im Submikrometer-Bereich verlangt einen Transfer der Lackmaske in das Material, wobei eine hohe Anisotropie beibehalten werden soll. Jedoch sind die niedrige Volatilität der CdTe-Komponenten und die Temperatursensitivität der Hg-Komponenten die Gründe für die Anfälligkeit dieser Strukturen bei anisotropen, physikalischen Ätzprozessen [75].

Die zur Verfügung stehenden Ätztechniken sind nasschemisches Ätzen und verschiedene Trockenätz-Verfahren. Bei den Trockenätz-Verfahren kann reaktives Ionenätzen (RIE) und Ionenstrahlätzen (IBE¹¹) verwendet werden. Tabelle 3.2 fasst die verwendeten Ätztechniken mit ihren jeweiligen Ätzraten und Prozessparametern zusammen.

Das nasschemische Ätzen wurde wie bei der Hallbar-Geometrie, die im vorherigen Abschnitt behandelt wurde, mit einer Lösung aus Brom und Ethylenglykol durchgeführt. Eine Drahtstruktur, die mit dieser nasschemischen Ätzlösung präpariert wurde, ist in Abbildung 3.9 gezeigt. Deutlich ist zu erkennen, dass der Draht durch Unterätzungen des Lackes kaum mehr vorhanden ist. Auch an den breiten Zuleitungen des Drahtes kam es zu Unterätzungen der Lackmaske. Dies ist anhand des Kontrastes

¹¹IBE – Ion Beam Etching

	Ätzrate (nm s ⁻¹)	Strahlstrom- stärke (mA)	Beschleunigungs- spannung (V)	elektrisches Verhalten
Br:Ethylenglykol	8,3–14,7	—	—	isolierend
IBE Gen1	3,1	3,5	500	p-dotiert
IBE Gen2	2,0	2,5	250	Störstellen vorhanden
IBE Gen3	1,6	2,0	250	keine Degradation

Tabelle 3.2: Übersicht der eingesetzten Ätztechniken: Es wurde nasschemisches Ätzen in Brom-Ethylenglykol und Ionenstrahlätzen verwendet. Die jeweiligen Parameter und die Ätzrate ist angegeben. Der Ionenstrahl-Ätzprozess wurde in drei Probengenerationen Gen1 – Gen3 optimiert.

in der REM-Aufnahme zu erkennen. Die Ätzraten waren kaum reproduzierbar. Auch Strukturen, die eine Breite von einigen Mikrometern hatten, zeigten laterale Unterätzungen und ein isolierendes Verhalten. Aufgrund der schwer kontrollierbaren Ätzrate und der fehlenden Reproduzierbarkeit dieses Prozesses konnten mit nasschemischen Verfahren mit der Brom-Ethylenglykol-Lösung keine leitenden Interferometer präpariert werden.

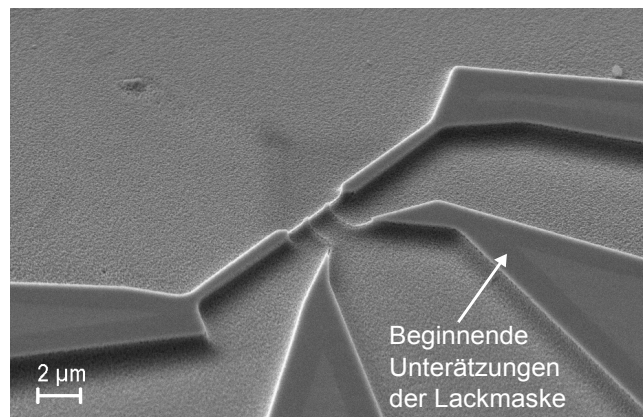


Abbildung 3.9: REM-Aufnahme eines Drahtes, der nasschemisch in einer Lösung aus Brom und Ethylenglykol geätzt wurde. Die Lackmaske wurde an den Stellen mit den kleinsten Abmessungen komplett unterätzt. Zudem zeigt der Kontrast an den Zuleitungen, dass auch hier eine Unterätzung der Lackmaske stattfand.

Auch für die Trockenätz-Verfahren wurden in der Literatur strukturelle und elektrische Beschädigungen beobachtet. Durch einen RIE-Prozess kam es in [76–79] zu einer Konversion der Majoritätsladungsträger von p-leitendem zu n-leitendem Material und umgekehrt. Bei Trockenätz-Verfahren, wie ionenstrahlbasierten oder RIE-Verfahren

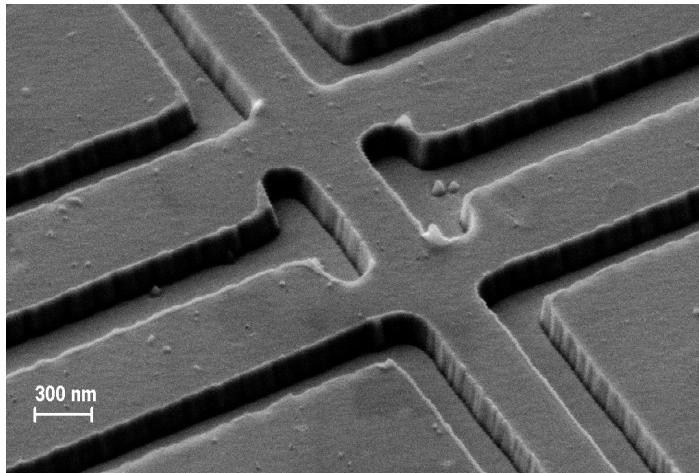


Abbildung 3.10: REM-Aufnahme einer Drahtstruktur aus HgTe. Der Draht wurde durch das physikalische Ionenstrahlätzen präpariert, welches senkrechte Flanken erzeugt.

wurden zudem stöchiometrische Änderungen, Defekte in der Kristallstruktur und Polymerablagerungen beobachtet [75]. Der Beschuss mit energiereichen Ionen verändert die elektrischen und optischen Eigenschaften [75, 79].

Im Gegensatz zum nasschemischen Ätzen ist die Kontrollierbarkeit der lateralen Abmessungen und die Reproduzierbarkeit der Ätzraten beim Ionenstrahlätzen sichergestellt. Die lithographisch definierte Breite des Drahtes in Abbildung 3.10 wird durch den IBE-Prozess nicht beeinflusst. Ein hoher Grad an Anisotropie und senkrechte Ätzflanken sind durch dieses Ätzverfahren gegeben.

Bei dieser Methode werden beschleunigte Argon-Ionen im Hochvakuum auf die Probe gerichtet, die beim Aufprall auf der Probenoberfläche diese abtragen. In der ersten Probengeneration (Gen1) wurde durch dieses physikalische Ätzen mit energiereichen Argon-Ionen die Probenqualität herabgesetzt und eine starke p-Dotierung in das Material implementiert. In den beiden nachfolgenden Probengenerationen (Gen2 und Gen3) zeigte sich, dass eine verringerte Beschleunigungsspannung und ein niedrigerer Strahlstrom der Argon-Ionen die Qualität erheblich verbessern. Des Weiteren wurde in der letzten Probengeneration (Gen3) das Intervall-Ätzen eingeführt: In Intervall-Schritten wird die Probe für elf Sekunden dem Ionenstrahl ausgesetzt, anschließend folgt eine Abkühlungsphase von zwei Minuten. Ein Aufheizen des Materials sollte so unterbunden bzw. reduziert werden. Diese Prozedur wird je nach gewünschter Ätztiefe iteriert, für die vorgestellten Proben wurde sie viermal durchgeführt.

3.2.4 Kontaktierung und Gate-Elektrode

Die ohmsche Kontaktierung wird mit angelötetem Indium hergestellt. Ein Indium-Stückchen wird per Hand mit einem Skalpell angeschnitten und so von allen Seiten von der Oxidschicht, die sich an der Luft bildet, befreit. Anschließend wird das Indium-Stückchen weiter mit dem Skalpell zugeschnitten, bis es die Größe eines Sandkorns (Durchmesser circa $200\ \mu\text{m}$) hat. Mit einer Plastikpinzette wird das Indium vorsichtig auf die Kontaktflächen der Hallbar gegeben und mit einem LötKolben thermisch eingeschmolzen und gelötet. Im Gegensatz zu den InAs-Heterostrukturen ist hier kein weiterer Legierungsschritt notwendig, da ein thermisches Anlöten der Kontakte von wenigen Sekunden (circa 5 s) bereits lineare Strom-Spannungs-Kennlinien ergibt.

Für eine Isolatorschicht auf den HgTe-Proben werden ähnliche Rezepte wie bei den InAs-Proben verwendet (vergleiche Abschnitt 3.1.5). Jedoch wird die Prozesstemperatur von $150\ ^\circ\text{C}$ auf $80\ ^\circ\text{C}$ verringert, um eine thermische Degradierung des HgTe-Filmes zu vermeiden. Auf der ganzen Probe wird der Isolator bestehend aus einer $14\ \text{nm}$ dünnen Siliziumdioxid-Startschicht und einer $80\ \text{nm}$ dicken Aluminiumoxidschicht aufgebracht und von einer Gate-Elektrode aus Titan/Gold bedeckt.

Die Abbildung 3.11 zeigt den Querschnitt einer fertig prozessierten HgTe-Probe. Für die ausführlichen Rezepte mit den Angaben der verwendeten Chemikalien ist hier auf den Anhang B verwiesen.

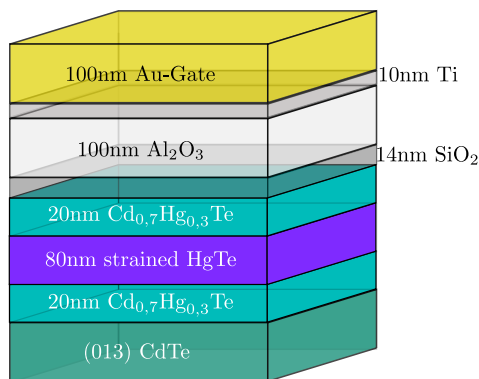


Abbildung 3.11: Schichtabfolge der verwendeten HgTe-Struktur: Die Topgate-Elektrode besteht aus einer dünnen Titanschicht als Haftvermittler und der eigentlichen Gold Gate-Elektrode, die durch einen Isolator vom HgTe-Material separiert ist.

3.3 Kryostate

Die Tieftemperatur-Transportmessungen wurden an zwei verschiedenen Kryostaten-Systemen durchgeführt, deren Funktionsweise im Folgenden erläutert wird. Für eine eingehende Beschreibung des Funktionsprinzips der verwendeten Kryostaten sei auf Fachliteratur wie [80, 81] verwiesen.

Der **^4He -Verdampferkryostat** besteht aus einem ^4He -Badkryostaten mit einem „Variable Temperature Inset“ (VTI). Über ein Nadelventil ist das VTI mit dem ^4He -Reservoir verbunden und kann mit flüssigem ^4He geflutet werden. Unter normalem Atmosphärendruck kann die Probe auf 4,2 K abgekühlt werden. Wird der Druck im VTI durch Pumpen reduziert, so können Temperaturen bis 1,4 K erreicht werden. Der Temperaturbereich über 4,2 K wird durch eine Heizung mit PID¹²-Strecke geregelt. Die integrierten supraleitenden Spulen erzeugen Magnetfelder bis 14 T.

Tiefere Temperaturen im Millikelvin-Bereich werden durch eine Mischung aus $^3\text{He}/^4\text{He}$ im **Mischkryostaten** realisiert. Abbildung 3.12 zeigt den schematischen Aufbau des verwendeten Toploading-Verdünnungskryostaten des Typs Kelvinox TLM der Firma Oxford mit einer Basistemperatur von 15 mK und einem 19 T-Magneten. Die Mischkammer ist von einer inneren Vakuumkammer, gefolgt vom ^4He -Reservoir sowie von einem Stickstoffschild und schließlich von einer äußeren Vakuumkammer ummantelt (nicht in Abbildung 3.12 dargestellt). In der Mischkammer bilden sich unterhalb einer Temperatur von 0,87 K in der $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischung zwei räumlich getrennte Phasen aus: Eine leichte, konzentrierte ^3He -Phase und eine schwere $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischphase. Letztere besitzt einen Anteil von 6,6% an ^3He , da sich ^3He in ^4He bis zu dieser Grenzkonzentration löst, darüber sind zwei getrennte Phasen energetisch günstiger. Mit Hilfe einer Destille wird der Mischphase ^3He entzogen, wodurch ein Konzentrationsgefälle entsteht. Dadurch diffundiert ^3He aus der konzentrierten ^3He -Phase über die Phasengrenze in die $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischphase um eine konstante Konzentration an ^3He aufrechtzuerhalten. Die für diesen Phasenübergang nötige Energie wird der Umgebung thermisch entzogen und sorgt somit für eine Kühlung der Mischung auf Temperaturen bis circa 15 mK. Das entnommene ^3He wird in den Kühlfallen gereinigt, im 1K-Pot einkondensiert und in die konzentrierte ^3He -Phase zurückgeleitet.

¹²PID – **P**roportional **I**ntegral **D**ifferential

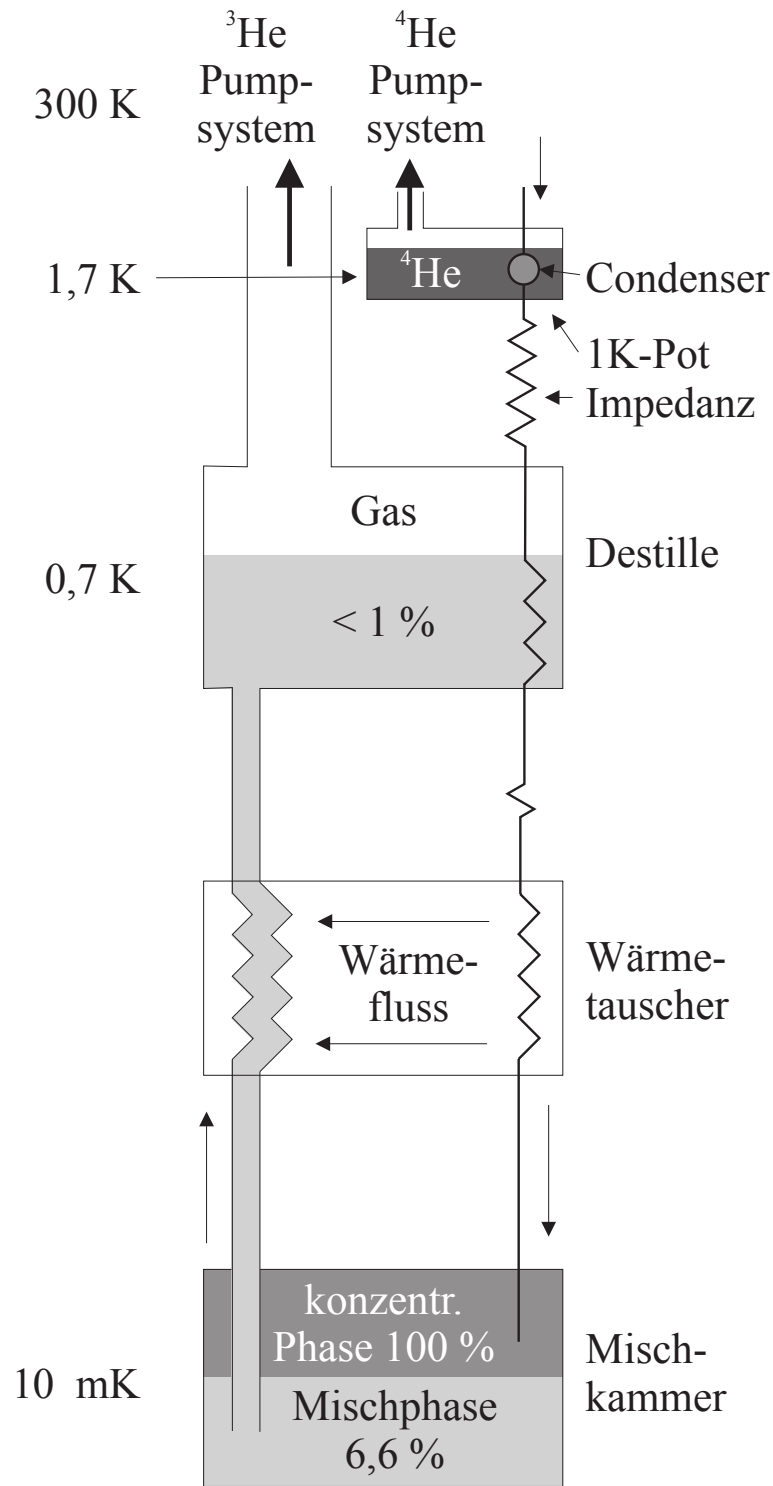


Abbildung 3.12: Schematischer Aufbau des verwendeten $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Verdünnungskryostaten (Abbildung aus [82]). Wird in der Destille ^3He aus der Mischphase abgepumpt, so findet ein Übergang von ^3He -Atomen von der konzentrierten Phase in die Mischphase statt. Dies wird zur Kühlung verwendet.

3.4 Messtechnik

Transportmessungen an der Hallbar:

Die Messungen werden in Vier-Punkt-Geometrie durchgeführt: Der Probe wird ein konstanter Strom aufgeprägt und an den Potentialsonden der Hallbar wird die abfallende Spannung in Abhängigkeit eines Magnetfeldes oder einer Gate-Spannung abgegriffen (vergleiche Abbildung 2.1).

Am Oszillatorausgang des Lock-In-Verstärkers (Signal Recovery 7265) wird eine Wechsellspannung mit einer Frequenz von 17 Hz und konstanter Amplitude ausgegeben, so dass dieser mit einem geeignet dimensionierten Vorwiderstand als konstante Stromquelle dient. Die Spannungsabfälle entlang der Probe werden ebenfalls mit Lock-In-Verstärkern detektiert, die auf die Referenzfrequenz von 17 Hz eingestellt sind. Durch die stark frequenzselektive Messung kann zwischen dem eigentlichen Signal mit der Referenzfrequenz und eingekoppelten Störsignalen mit anderen Frequenzen unterschieden werden.

Bei sehr hochohmigen Proben kann aufgrund des endlichen Eingangswiderstandes des Lock-In-Verstärkers kein Wechselstromaufbau verwendet werden. Hier wird auf einen Gleichstromaufbau ausgewichen. Auch hier gibt eine konstante Spannungsquelle (Yokogawa 7651) über einen Vorwiderstand den Stromfluss durch die Probe vor, welcher durch einen Strom-Spannungswandler (DL Instruments Ithaco 1211) verstärkt an den Eingang eines Spannungsmessgerätes weitergegeben wird. Die an den Potentialsonden gemessene Spannung wird mit Multimetern (Agilent 34401A) aufgezeichnet. Im Gegensatz zu den Lock-In-Verstärkern basieren diese nicht auf frequenzsensitiver Detektion, so dass das gemessene Signal eine höhere Rauschamplitude aufweist. Dieser Nachteil gegenüber der relativ rauscharmen Lock-In-Technik muss bei Proben mit hohen Widerständen in Kauf genommen werden.

Bei Messungen am $^3\text{He}/^4\text{He}$ -System werden alle Messleitungen mit π -Filtern versehen, um das Einkoppeln externer, hochfrequenter elektromagnetischer Strahlung zu unterdrücken. Durch geschickte Masseführung wird darauf geachtet, dass keine Masseschleifen entstehen.

Untersuchung des phasenkohärenten Transports:

Zur Untersuchung des phasenkohärenten Transports wurden die Nanostrukturen in Vier-Punkt-Anordnung bei tiefen Temperaturen im $^3\text{He}/^4\text{He}$ -System vermessen. Der prinzipielle Messaufbau ist in Abbildung 3.13 skizziert und ist der oben beschriebenen

4 Transportuntersuchungen an Mn-dotierten InAs-Heterostrukturen

Im Fokus dieses Kapitels steht das Transportverhalten von Mangan-dotiertem Indiumarsenid (InAs:Mn). Die Mangan-Atome wirken nicht nur als Akzeptoren für freie Löcher, sondern bringen auch magnetische Momente ein [12]. In dieser Kombination aus zweidimensionalem Ladungsträgersystem und magnetischer Dotierung soll der phasenkohärente Transport untersucht werden. So bietet sich die Möglichkeit, die Rolle der Austauschwechselwirkung zwischen den ortsfesten Mangan-Ionen und den beweglichen Löchern zu erforschen. Zudem können die für ein grundlegendes Verständnis wichtigen Systemparameter und Mechanismen, wie zum Beispiel Streuung, bestimmt werden.

Die untersuchten Heterostrukturen unterscheiden sich in ihrer Schichtabfolge und in ihrer Mn-Dotierung, wie es in Abbildung 3.1 vorgestellt wurde. Prinzipiell können sie in zwei Kategorien eingeteilt werden: Bei der ersten Kategorie handelt es sich um die normal dotierten (ssd-)Heterostrukturen. Der InAs-Kanal wird vor der Dotierschicht gewachsen und somit ist der Quantentrog frei von Mangan-Ionen. Die zweite Kategorie umfasst die invertiert dotierten (ssd-inv-)Strukturen. Hier wird die Dotierschicht vor dem Quantentrog gewachsen. Beim Wachstum kommt es zur Mangan-Segregation aus der Dotierschicht in Wachstumsrichtung, wie in Abschnitt 3.1.1 erläutert wird. Bei den ssd-inv-Strukturen befindet sich daher eine signifikante Menge von Mangan-Ionen im Quantentrog. Der Mangan-Gehalt in der Dotierschicht und im Quantentrog wird über die Temperatur der Mangan-Zelle (Mn T) während des Wachstums gesteuert. Somit stehen ssd-inv-Heterostrukturen mit unterschiedlich hoher Mn-Dotierkonzentration zur Verfügung.

Für die Transportexperimente wurden Hallbar-Strukturen, Drahtarrays, einzelne Drähte und Ringe hergestellt. In Tabelle 4.1 befindet sich eine Übersicht aller betrach-

Hallbars	Struktur	Mn T (°C)	w (μm)	L (μm)	Gate- elektrode	Ätz- verfahren
Hallbar 1	ssd	787	50	50	Backgate	nasschemisch
Hallbar 2	ssd-inv	790	50	50	–	nasschemisch
Hallbar 3	ssd-inv	803	50	50	Topgate	nasschemisch
Hallbar 4	ssd-inv	810	50	50	Topgate	nasschemisch

Drähte	Struktur	Mn T (°C)	w (nm)	L (μm)	N	Ätz- verfahren
Drahtarray 1	ssd-inv	803	200	30	55	RIE
Drahtarray 2	ssd-inv	803	150	30	55	RIE
Drahtarray 3	ssd	787	50	38	50	RIE
Draht 1	ssd-inv	810	250	12	1	nasschemisch

Ringe	Struktur	Mn T (°C)	r_i (nm)	r_a (nm)	r (nm)	Ätz- verfahren
Ring 1	ssd-inv	803	183	461	322	nasschemisch
Ring 2	ssd-inv	790	191	339	265	nasschemisch

Tabelle 4.1: Probenübersicht der betrachteten Strukturen. Neben den geometrischen Abmessungen wie der Breite w , der Länge L , und der Anzahl der Drähte N in einem Drahtarray wurde auch die verwendete Ätzprozedur zur Herstellung der jeweiligen Struktur angegeben. Für die Ringstrukturen bezeichnet r_i den inneren Radius, r_a den äußeren Radius und r ihren Mittelwert.

teten Proben mit ihren geometrischen Abmessungen und der verwendeten Ätzprozeduren. Für eine ausführliche Beschreibung der Probenprozessierung und der speziellen Anforderungen an die Nanostrukturierung wird auf Abschnitt 3.1 verwiesen.

In Abschnitt 4.1 werden zunächst die verwendeten Heterostrukturen charakterisiert, wozu Transportmessungen an Hallbars durchgeführt werden. In Abschnitt 4.2 wird der Transport an Drahtarrays untersucht, hier wird eine Unterdrückung der schwachen Antilokalisierung beobachtet. In Abschnitt 4.3 werden die Messungen an Ringstrukturen bei Temperaturen im Millikelvin-Bereich vorgestellt und ausgewertet. Die Phasenkohärenzlänge wird aus den universellen Leitwertschwankungen bestimmt und für verschiedene Mangan-Konzentrationen und Temperaturen analysiert. Alle vorgestellten Messungen wurden in Vier-Punkt-Anordnung durchgeführt, wobei das Magnetfeld senkrecht zur Probenebene ausgerichtet war (siehe Abschnitt 3.4).

4.1 Magnetotransport in Hallbar-Strukturen

In Abbildung 4.1 sind Magnetotransportmessungen für die beiden Kategorien (ssd und ssd-inv) von InAs-Heterostrukturen dargestellt. Im Bereich kleiner Magnetfelder um $B = 0$ T unterscheidet sich der Transport in der ssd-inv- und in der ssd-Struktur.

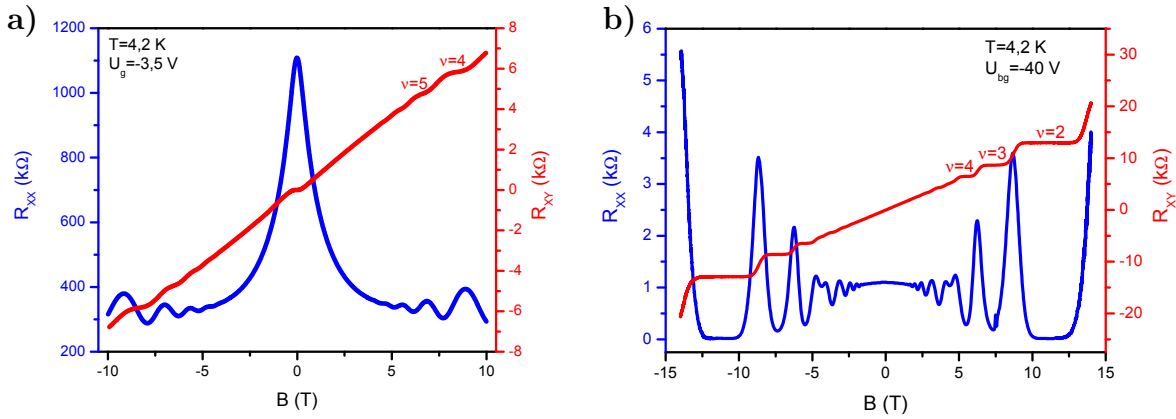


Abbildung 4.1: Magnetotransportuntersuchungen an der ssd-inv-Probe in a) und an der ssd-Probe in b) bei $T = 4,2$ K. a) Längs- und Querwiderstand der Hallbar 4 für Topgate-Spannung $U_g = 3,5$ V. Für kleine Magnetfelder wird starke Lokalisierung in Form eines Widerstandsanstieges gemessen. b) Längs- und Querwiderstand der Hallbar 1 mit Backgate-Spannung $U_G = -40$ V.

Die ssd-inv-Struktur in Abbildung 4.1 a) weist eine starke Lokalisierung um $B = 0$ T im Längswiderstand auf, die sich in Form eines negativen Magnetowiderstandes äußert. Für die ssd-Struktur in Abbildung 4.1 b) ist kein Anstieg des Längswiderstandes für $B = 0$ T zu verzeichnen. Diese ist in der Niederfeldregion von einem parabolischen Magnetowiderstand gekennzeichnet.

Im Querwiderstand der ssd-inv-Probe in 4.1 a) wird der anomale Hall-Effekt beobachtet. Für kleine Magnetfelder um $B = 0$ T ist die Steigung der Hallgeraden negativ, bei hohen Magnetfeldern dagegen positiv. Für die ssd-Probe in 4.1 b) weist der Hallwiderstand eine lineare Abhängigkeit vom angelegten Magnetfeld auf, bis sich Quanten-Hall-Plateaus für hohe Felder ausbilden. In beiden Strukturtypen sind Shubnikov-de-Haas-Oszillationen im Längswiderstand und Quanten-Hall-Plateaus im Querwiderstand bei hohen Magnetfeldstärken feststellbar.

Diese Messungen bestätigen das bisherige Verständnis um das System, welches in [16] ausgearbeitet wurde. Die Anwesenheit von Mn^{2+} -Ionen im Quantentrog manifestiert sich für die ssd-inv-Proben im starken negativen Magnetowiderstand. Für kleine Magnetfelder um $B = 0$ T sind die Löcher an den Mn-Akzeptoren lokalisiert.

Die Spins der Löcher sind antiparallel zu denen der Mn-Ionen ausgerichtet [13]. Die Austauschwechselwirkung zwischen den Mn-Spins und den Spins der Löcher bestimmt die Energielandschaft für die Löcher, denn ihre Energie hängt von der relativen Ausrichtung ihres Spins zu dem der Mn-Ionen ab. Für kleine Magnetfelder sind die Mn-Spins beliebig orientiert. Der Ladungstransport geschieht hier, indem die Löcher von einem Mn-Akzeptor zum nächsten springen. Diese Art des Ladungstransportes wird im „bad-metal-“ oder auch „hopping“-Regime beschrieben [83]. Mit steigendem Magnetfeld werden die Spins der Mn-Ionen ausgerichtet, so dass die Energielandschaft für die Löcher abgeflacht und geglättet wird. Dies hat zur Folge, dass der Widerstand sinkt. Der Übergang vom lokalisierten zum Quanten-Hall-Regime wird durch ein magnetisches Feld hervorgerufen. Die Stärke dieses Lokalisierungseffektes hängt vom Verhältnis der Löcher zu den Mn-Ionen ab und kann entweder über die Mn-Konzentration oder über die Löcherdichte gesteuert werden [16].

Im ssd-Quantentopf führt die Segregation der Mangan-Ionen dazu, dass die magnetischen Momente weiter weg vom aktiven InAs-Kanal verschoben werden. Die Abwesenheit der Mangan-Atome zeigt sich in den Transportmessungen bei kleinen Magnetfeldstärken. Es treten keine Lokalisierungseffekte auf, ein parabolischer negativer Magnetowiderstand wird beobachtet, welcher durch Loch-Loch-Wechselwirkung begründet wird [15].

Probe	Struktur	Mn T (°C)	n_S (10^{11} cm^{-2})	Wafernummer
HB 1	ssd	787	5,3	C120314B
HB 2	ssd-inv	790	4,3	C071004A
HB 3	ssd-inv	803	5,7	C070924B
HB 4	ssd-inv	810	6,8	C070921A

Tabelle 4.2: Parameter der betrachteten Proben: „ssd“ beschreibt Strukturen mit einseitig dotiertem und „ssd-inv“ mit invertiert dotiertem Quantentrog. Die Ladungsträgerdichte n_S wurde aus Quanten-Hall-Messungen an Hallbar-Strukturen bestimmt.

Die Ladungsträgerdichte n_S wurde für die ssd-Proben aus dem Anstieg der Hallgeraden im klassischen Bereich bestimmt und durch die Periodizität der SdH-Oszillationen überprüft. Aufgrund des anomalen Hall-Effektes in den ssd-inv-Proben konnte n_S nicht aus der Hallgeraden bestimmt werden. Die Ladungsträgerdichte wurde aus den SdH-Oszillationen ermittelt. Die charakteristischen Parameter für diese beiden Proben und andere betrachtete Heterostrukturen sind in der Tabelle 4.2 zusammengefasst.

Die Gate-Spannung betrug hier $U_g = 0$ V. Die Beweglichkeit der Ladungsträger ist nicht angegeben. Wird die Beweglichkeit mit $\mu = 1/en_S R_{\square}$ berechnet, so spiegelt dies vor allem die Beweglichkeit der Löcher bei kleinen Magnetfeldern wider, da der Längswiderstand bei $B = 0$ T durch den starken Widerstandsanstieg gekennzeichnet ist. Der Beweglichkeit der Löcher bei höheren Magnetfeldern wird damit nicht Rechnung getragen. Auch in anderen Berichten [84] wurde die Beweglichkeit der ssd-inv-Proben im Vergleich zu den ssd-Proben abgeschätzt.

4.2 Untersuchungen zur Lokalisierung und schwachen Antilokalisierung

Der phasenkohärente Transport, insbesondere der Beitrag der schwachen Lokalisierung und Antilokalisierung in InAs:Mn wurde für quasi-eindimensionale Drahtarrays und für ausgedehnte, zweidimensionale Hallbars untersucht. Hierbei kamen sowohl ssd-Strukturen als auch ssd-inv-Strukturen zum Einsatz.

In den ssd-inv-Strukturen wurde eine Topgate-Elektrode verwendet, um die Ladungsträgerdichte mittels des Feld-Effektes zu beeinflussen. Für ssd-Proben zeigte eine Topgate-Spannung U_g keinen merklichen Einfluss auf das Transportverhalten der Probe. Eine Backgate-Spannung U_G erlaubte nur eine kleine Variation der Ladungsträgerdichte von $n_S = 5,18 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ bei $U_G = 40$ V auf $n_S = 5,43 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ bei $U_G = -40$ V. Da das $350 \mu\text{m}$ dicke GaAs-Substrat als Dielektrikum dient, sind sehr hohe Spannungen nötig um die Ladungsträgerdichte zu verändern, z. B. sind $\Delta U_G = 400$ V notwendig, um die Ladungsträgerdichte um $\Delta n_S = 1,22 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ zu variieren.

4.2.1 Starke Lokalisierungseffekte in invertierten Strukturen

Zunächst wird der Transport in Drahtarrays aus dem invertiert dotierten Material mit der Wafernummer C070924B betrachtet. Hierfür wurde eine Hallbar (HB3) mit einer Breite von $50 \mu\text{m}$ und einer Länge von $450 \mu\text{m}$ strukturiert. Der Abstand der Spannungsabgriffe voneinander beträgt $L = 50 \mu\text{m}$. Auf derselben Probe wurden zwei Drahtarrays (DA1 und DA2) hergestellt. Die REM-Aufnahme in Abbildung 4.2 zeigt eines der beiden Arrays. Ein Drahtarray besteht aus 55 Drähten, wobei jeder Draht eine Länge von $30 \mu\text{m}$ und eine Breite von 200 nm bzw. 150 nm hat. Der Längswiderstand der Hallbar und der beiden Drahtarrays ist in Abbildung 4.2 abgebildet.

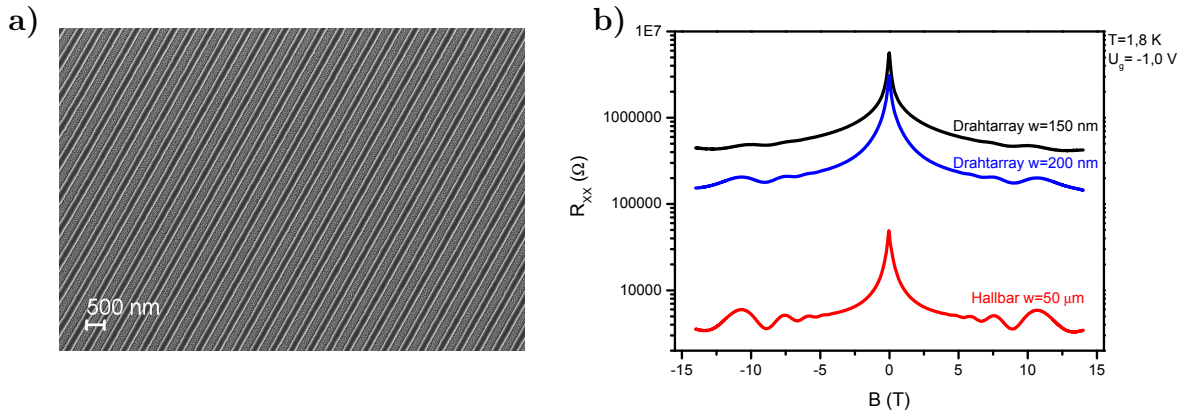


Abbildung 4.2: a) REM-Aufnahme des gemessenen Linienarrays: Das Array besteht aus 55 Linien mit einer Breite von 200 nm und einer Länge von 30 μm. b) Längswiderstand einer Hallbar und zweier Drahtarrays bei $T = 1,8$ T und $U_g = -1,0$ V. Die Hallbar hat die Breite $w = 50$ μm und die Drahtarrays $w = 200$ nm bzw. $w = 150$ nm. Die Lokalisierung im Niederfeldbereich ist in den Drahtarrays verstärkt.

Im Vergleich zur Hallbar hat sich der Längswiderstand in den Drahtarrays um zwei Größenordnungen erhöht. Der Grund ist neben der Verschlechterung der Beweglichkeit und Ladungsträgerdichte auch ein Geometrieeffekt durch die Verengung des Strompfades. Für kleine Magnetfelder indiziert der Anstieg des Längswiderstandes die Lokalisierung der Löcher.

Mittels einer Topgate-Elektrode wird die Ladungsträgerdichte und somit das Verhältnis aus Löchern und Mangan-Ionen verändert. In Abbildung 4.3 ist der Längswiderstand der Hallbar für verschiedene Topgate-Spannungen dargestellt. Eine negative Gate-Spannung führt unter Einfluss des Feldeffektes zu einer Anhäufung von Löchern im Quantentrog. Eine positive Gate-Spannung bewirkt eine Verdrängung der Löcher und somit eine Verarmung des InAs-Kanals an Löchern. Die Ladungsträgerdichte n_S wurde aus den SdH-Oszillationen bestimmt und ist in Abbildung 4.3 eingetragen.

Wird die Löcherdichte mit einer positiven Gate-Spannung verringert, so steigt der Längswiderstand um eine Größenordnung an. Wie eingangs dieses Kapitels erläutert wird, hängt die starke Lokalisierung der Ladungsträger nicht von der absoluten Mn-Konzentration ab, sondern vom Verhältnis aus Mn-Ionen zu Löchern. Wird der InAs-Kanal an Ladungsträgern verarmt, so nimmt die relative Mn-Konzentration zu. Damit ist auch die Lokalisierung der Löcher an den Mangan-Akzeptoren verstärkt. Dies zeigt sich im erhöhten Widerstand und bestätigt die bisherigen Erkenntnisse um dieses Materialsystem [16].

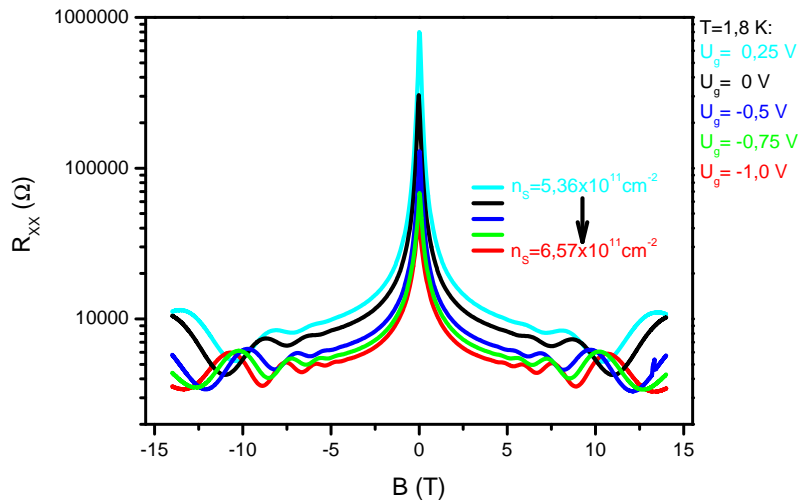


Abbildung 4.3: Längswiderstand der Hallbar (HB3) bei einer Temperatur von 1,8 K. Durch die Topgate-Spannung U_g wird der Widerstand moduliert. Eine negative Gate-Spannung U_g führt zu einer Erhöhung der Ladungsträgerdichte n_s .

4.2.2 Schwache Lokalisierung und Antilokalisierung

Auch für die ssd-Heterostruktur wurde der Transport im Bereich kleiner Magnetfelder um $B = 0$ T untersucht. Die vermessene Hallbar (HB1) hat die Breite $50 \mu\text{m}$ und die Spannungsabgriffe an der Hallbar haben einen Abstand von $50 \mu\text{m}$. Das Drahtarray (DA3) befindet sich auf derselben Probe und besteht aus 50 einzelnen Drähten, die jeweils eine Breite von 50 nm und eine Länge von $38 \mu\text{m}$ aufweisen.

Der Längswiderstand der Hallbar ist für Temperaturen von $T = 2,0 \text{ K}$ bis $T = 10,0 \text{ K}$ in Abbildung 4.4 gezeigt. Die Backgate-Spannung war auf $U_G = -40 \text{ V}$ eingestellt.

Eine Variation dieser Spannung zeigte kaum Einfluss auf das Transportverhalten, so konnte die Ladungsträgerdichte nur um 5% im Bereich von $U_G = 40 \text{ V}$ bis $U_G = -40 \text{ V}$ verändert werden. Die starke Spin-Bahn-Wechselwirkung in InAs:Mn resultiert in der schwachen Antilokalisierung, welche sich in einem Minimum des Widerstandes für $B = 0 \text{ T}$ äußert. Die Amplitude dieser Korrektur nimmt mit steigender Temperatur ab.

Die schwache Antilokalisierung wurde mit der Formel 2.22 nach Hikami, Larkin und Nagaoka angefitet. Zunächst wurde jedoch der Hintergrund abgezogen, um nur die Korrektur zur Leitfähigkeit zu betrachten. Hierfür wurde eine Lorentz-Funktion für den Bereich $B = (-0,5 \text{ T}; -0,15 \text{ T}) \cup (0,15 \text{ T}; 0,5 \text{ T})$ angepasst und diese von der Leitfähigkeit abgezogen. Diese Leitfähigkeitskorrektur $\Delta\sigma$ ist in Abbildung 4.5 gezeigt.

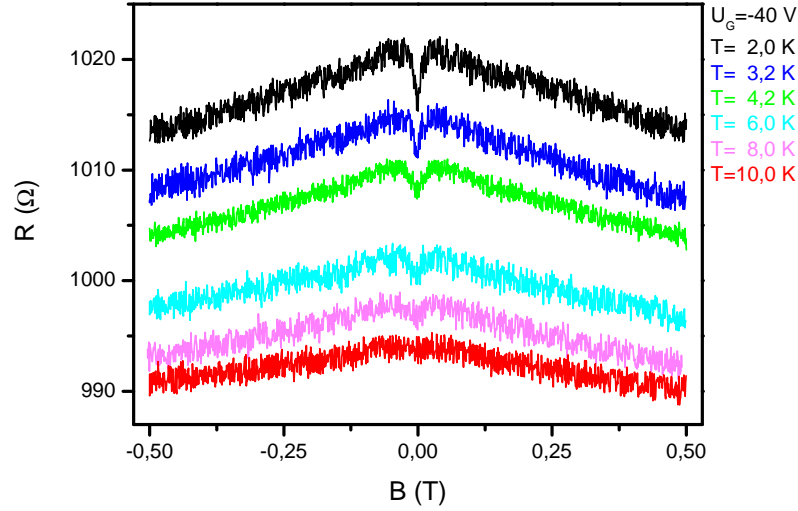


Abbildung 4.4: Längswiderstand der Hallbar (HB1) für Temperaturen von $T = 2,0$ K bis $T = 10,0$ K und einer Backgate-Spannung von $U_G = -40$ V. Im Niederfeldbereich wird schwache Antilokalisierung beobachtet.

Die Anpassung an das theoretische HLN-Modell ist als rote Linie gezeigt. Die HLN-Formel 2.22 ist im diffusivem Transportregime gültig, für das die Bedingung $B < B_{tr} = \hbar/(2eL_e^2)$ erfüllt ist. Hier ist $L_e = 138$ nm die freie Weglänge für die betrachtete Backgate-Spannung von $U_G = -40$ V. Für Magnetfeldstärken kleiner als $B_{tr} = 0,02$ T behält das HLN-Modell seine Gültigkeit. Die Fit-Prozedur wurde für Magnetfelder von $B = -0,1$ T bis $B = 0,1$ T durchgeführt, da sich die WAL bis $B = 5 \cdot B_{tr}$ erstreckt. Auch in vergleichbaren InAs-Strukturen wurde die schwache Antilokalisierung bis zu Feldern von $B = 6 \cdot B_{tr}$ beobachtet und an das HLN-Modell angepasst [85, 86].

Das Anfitzen der Daten ergibt die Phasenkohärenzlänge L_Φ und die Spin-Bahn-Wechselwirkungslänge L_{SO} . Diese sind in Abbildung 4.6 für verschiedene Temperaturen eingetragen. Die Phasenkohärenzlänge ist mit $L_\Phi = 700$ nm ($T = 2,0$ K) vergleichbar mit jener aus ähnlichen InAs-Heterostrukturen ohne eingebrachte magnetische Dotierschicht [85].

Auch die Spin-Relaxationslänge L_{SO} konnte aus der Anpassung der gemessenen Daten an das HLN-Modell bestimmt werden. Wie in Graph 4.6 dargestellt, nimmt L_{SO} mit steigender Temperatur ab. Für $T = 2,0$ K beträgt $L_{SO} = 320$ nm und liegt damit in der Größenordnung von InAs-Quantentrögen ohne Mangan-Dotierung [85].

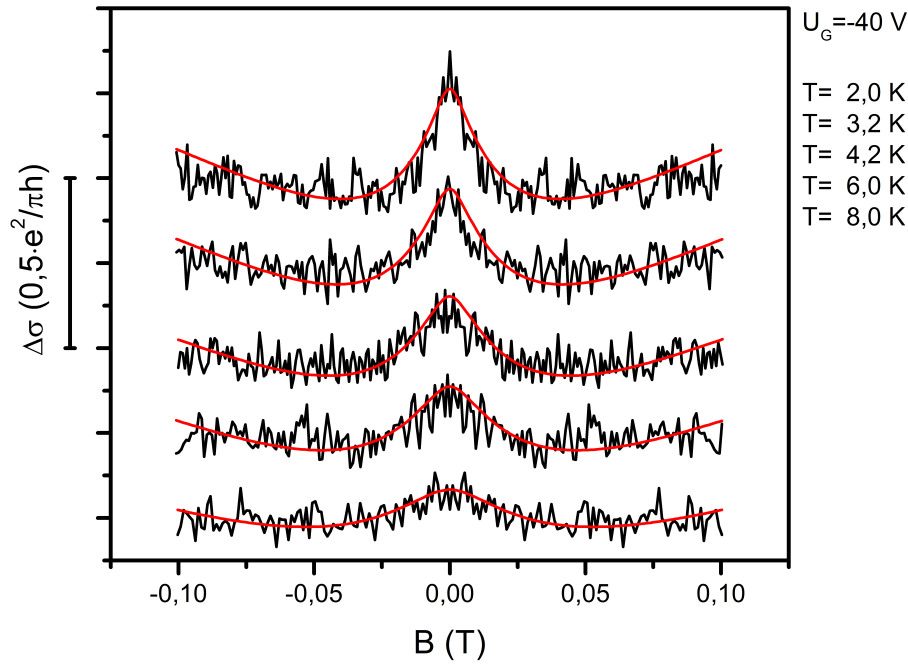


Abbildung 4.5: Leitwertkorrektur durch schwache Antilokalisierung der Hallbar (HB1) bei verschiedenen Temperaturen von $T = 2,0$ K bis $T = 10,0$ K. Die roten Linien sind die Fits nach Gleichung 2.22. Die Fitparameter sind L_Φ und L_{SO} . Die Graphen wurden zur besseren Übersicht vertikal gegeneinander verschoben.

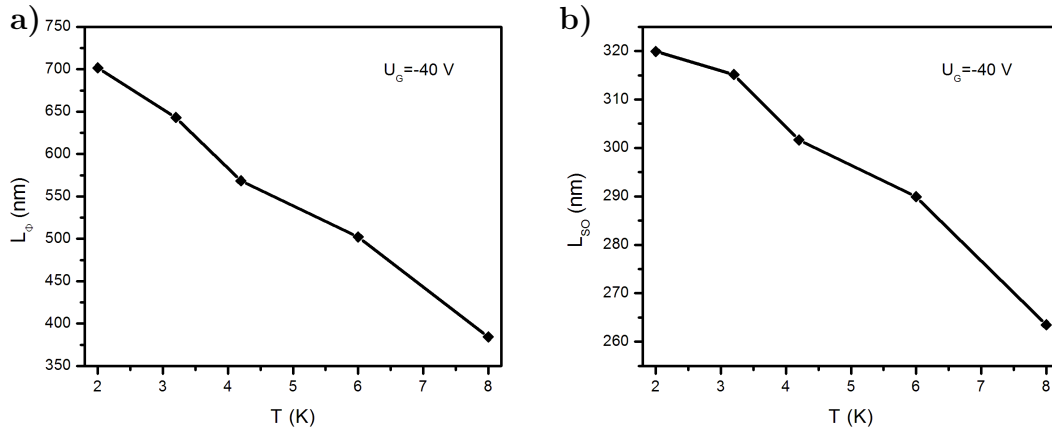


Abbildung 4.6: a) Temperaturabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge L_Φ , ermittelt aus den Fits der schwachen Antilokalisierung. Bei der tiefsten Temperatur $T = 2,0$ K ist $L_\Phi = 700$ nm. b) Spin-Bahn-Wechselwirkungslänge L_{SO} in Abhängigkeit der Temperatur, ebenso aus den Fits der schwachen Antilokalisierung bestimmt.

Hier wurde ebenso eine Abnahme der Spin-Relaxationslänge L_{SO} mit steigenden Temperaturen über $T = 4,0$ K beobachtet [85]. Abgesehen davon fehlen Berichte und somit auch Erklärungsansätze für eine temperaturabhängige Spin-Relaxationslänge.

Über die Diffusionskonstante $D = 0,01064 \text{ m}^2/\text{s}$ ist die Phasenkohärenzlänge L_Φ mit der inelastischen Streuzeit τ_Φ folgendermaßen verknüpft [87]:

$$L_\Phi = \sqrt{D\tau_\Phi} . \quad (4.1)$$

Zur besseren Vergleichbarkeit mit dem Übersichtsartikel [87] wird die Phasenkohärenzlänge in die inelastische Streuzeit τ_Φ umgerechnet und die Temperaturabhängigkeit von τ_Φ diskutiert.

Die inelastische Streurrate τ_Φ^{-1} ergibt sich aus der Summe der einzelnen, relevanten Streuraten. Für zweidimensionale Systeme setzt sich diese aus den Beiträgen der Elektron-Phonon-Streuung und der Elektron-Elektron-Streuung zusammen [88]:

$$\frac{1}{\tau_\Phi} = \frac{1}{\tau_{ee}} + \frac{1}{\tau_{ep}} . \quad (4.2)$$

Für tiefe Temperaturen ist die Elektron-Elektron-Streuung der dominierende dephasierende Mechanismus [87, 89]. Für eine zweidimensionale Struktur führt die sogenannte Nyquist-Streuung, die Elektron-Elektron-Streuung mit einem kleinen Energieübertrag, zu einer Rate $\tau_{ee}^{-1} \propto T$ [87–89]. Bei höheren Temperaturen führt die Wechselwirkung mit Phononen zur Dekohärenz, die sich in einer Temperaturabhängigkeit von $\tau_{ep}^{-1} \propto T^2$ bis T^4 äußert [87, 90].

In Graph 4.7 ist die inelastische Streurrate τ_Φ^{-1} für Temperaturen von $T = 2,0$ K bis $T = 8,0$ K gezeigt. Es können zwei verschiedene Abhängigkeiten identifiziert werden: Für Temperaturen unterhalb der kritischen Temperatur der Elektron-Elektron-Streuung $T < \hbar D/k_B L_e^2 = 4,27$ K steigt τ_Φ^{-1} linear mit der Temperatur an. Dies stimmt mit der Streurrate aufgrund von Elektron-Elektron-Streuung überein. Allerdings wurden für $T < 4,27$ K nur zwei Temperaturen betrachtet. Für $T > 4,27$ K hat τ_Φ^{-1} eine parabolische Abhängigkeit von der Temperatur. Für diese Temperaturen wird eine Dephasierung aufgrund der Wechselwirkung mit Phononen erwartet und die beobachtete Streurrate entspricht diesem Mechanismus.

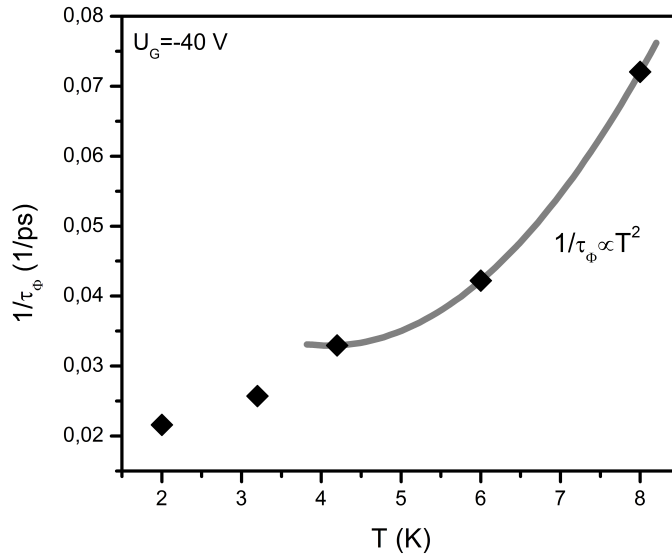


Abbildung 4.7: Temperaturabhängigkeit der inelastischen Streurrate τ_ϕ^{-1} . Für $T > 4,3$ K folgt τ_ϕ^{-1} einem parabolischen T^2 -Gesetz. Unterhalb von $T = 4,3$ K weist τ_ϕ^{-1} eher eine lineare Temperaturabhängigkeit auf.

In Graph 4.8 ist der Widerstand des Drahtarrays (DA3) für Temperaturen von $T = 2,0$ K bis $T = 10,0$ K abgebildet. Der Widerstandsverlauf zeigt schwache Lokalisierung, welche sich in einem Maximum für $B = 0$ T äußert. Im Gegensatz zur benachbarten Hallbar mit einer Breite von $50 \mu\text{m}$ wird keine schwache Antilokalisierung beobachtet. Eine Einschränkung der Strukturweite auf 50 nm induziert hier einen Übergang von schwacher Antilokalisierung zur schwachen Lokalisierung.

Dies wurde in theoretischen Arbeiten [91, 92] bereits vorhergesagt und in experimentellen Beiträgen [93, 94] überprüft und nachgewiesen. Die Ursache liegt in der Einschränkung der Geometrie in einen schmalen Draht mit der Breite w . Für $w \ll L_{SO}$ ist eine Relaxation der Spins der Ladungsträger unterdrückt. Ist die Drahtbreite kleiner als die Spin-Bahn-Wechselwirkungslänge, wird die Interferenz aufgrund des Spin-Beitrages der Wellenfunktion abgeschaltet. Die schwache Antilokalisierung ist unterdrückt und es wird schwache Lokalisierung beobachtet.

Die schwache Lokalisierung wird an die Formel 2.20 für quasi-eindimensionale Strukturen angefügt. Dies ist gerechtfertigt, da $L > L_\phi > w, t$ mit der Länge $L = 38 \mu\text{m}$, der Breite $w = 50 \text{ nm}$, der Höhe $t = 4 \text{ nm}$ für das Drahtarray gilt. Zunächst wird der Hintergrundwiderstand abgezogen, um nur die Korrektur ΔG zum Leitwert $G = 1/R$ zu analysieren. Diese Leitwertkorrektur ist mit zugehörigen Fit in Abbildung 4.9 a)

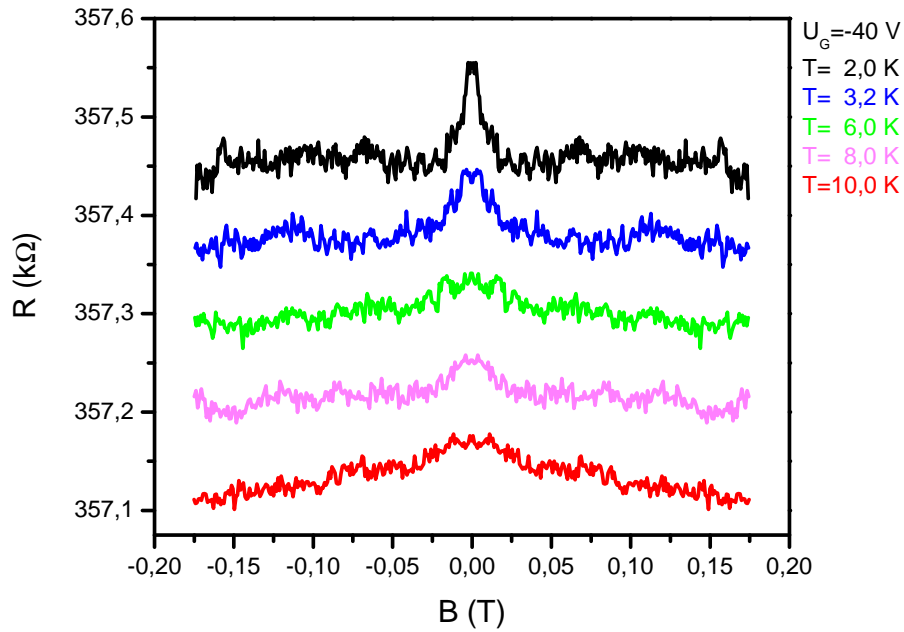


Abbildung 4.8: Magnetowiderstand des Drahtarrays (DA3) für Temperaturen von $T = 2,0$ K bis $T = 10,0$ K und Backgate-Spannung $U_G = -40$ V. Für kleine Magnetfelder wird schwache Lokalisierung beobachtet. Die Graphen wurden zur besseren Übersicht vertikal gegeneinander verschoben.

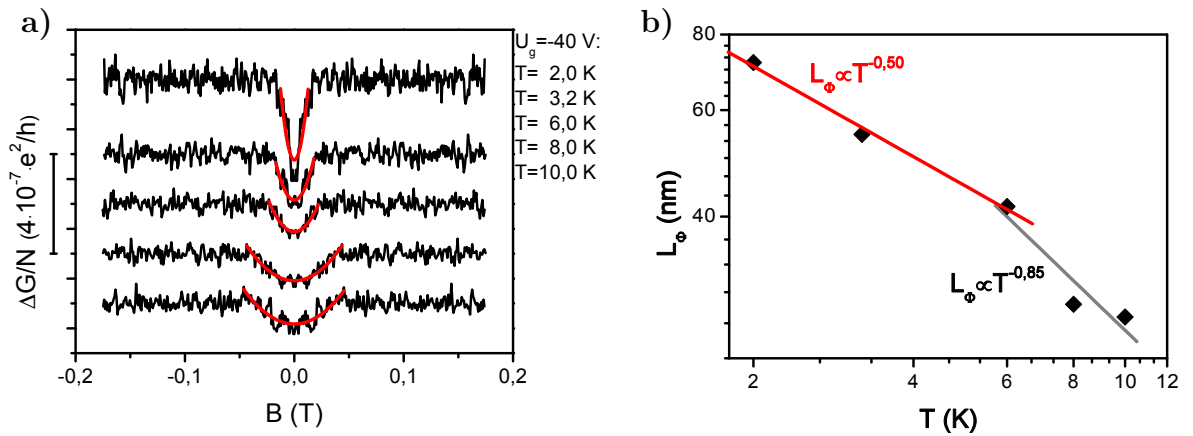


Abbildung 4.9: a) Leitwertkorrektur durch schwache Lokalisierung für das Drahtarray DA3 bei Temperaturen von $T = 2,0$ K bis $T = 10,0$ K. Die roten Linien sind die Fits nach Gleichung 2.20. Der Fitparameter ist L_Φ . b) Temperaturabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge $L_\Phi(T)$, ermittelt aus den Fits der schwachen Lokalisierung. Die Temperaturabhängigkeit $L_\Phi(T)$ weist zwei verschiedene Steigungen, $L_\Phi \propto T^{0,50}$ für $T < 6$ K und $L_\Phi \propto T^{0,85}$ für $T > 6$ K, auf.

dargestellt. Die Phasenkohärenzlänge in Abbildung 4.9 b) ist im Vergleich zu den Werten, die aus der schwachen Antilokalisierung der Hallbar ermittelt wurden, um ein Vielfaches geringer, was in [93] ebenso beobachtet wurde. Die Drähte wurden durch reaktives Ionenätzen strukturiert und haben raue Ränder. So kommt es zur diffusiven Streuung an den Probenrändern und zu einer Abnahme der Phasenkohärenzlänge L_{Φ} . Für den Bereich $T < 6$ K lässt die Temperaturabhängigkeit $\tau_{\Phi} \propto T^{-1,00}$ auf die Elektron-Elektron-Wechselwirkung schließen. Für die höheren Temperaturbereiche ergibt sich $\tau_{\Phi} \propto T^{-1,70}$, was auf die Elektron-Phonon-Streuung deutet [87].

4.3 Universelle Leitwertfluktuationen

Eine Analyse von phasenkohärenten Effekten, wie der schwachen Lokalisierung und Antilokalisierung, ermöglicht die Bestimmung der Phasenkohärenzlänge. Schwache Lokalisierungseffekte können in ausgedehnten Strukturen wie Hallbars oder auch in Drahtarrays beobachtet werden. In solchen Strukturen sind universelle Leitwertschwankungen durch Ensemble-Mittelung unterdrückt. Für einzelne Drähte oder Ringe ist dies nicht der Fall. Im folgenden Abschnitt werden die universellen Leitwertfluktuationen für Ring- und Drahtstrukturen mit unterschiedlich starker Mangan-Dotierung untersucht.

Die Ringstruktur (Ring 1) in Abbildung 4.10 a) wurde aus dem Wafer C070924B hergestellt. Hierbei handelt es sich um einen invertiert dotierten Quantentrog. Die Temperatur der Mangan-Zelle betrug während des Wachstums 803 °C. Der Ring wurde nasschemisch geätzt, wie in Kapitel 3.1.3 beschrieben. Der innere Radius beträgt $r_i = 183$ nm und der äußere Radius $r_a = 461$ nm. Damit ergibt sich ein mittlerer Radius von $r = 322$ nm. Die Breite des Ringes beträgt $\Delta r = 278$ nm.

Bei kleinen Magnetfeldern von $B = -1,7$ T bis $B = 1,7$ T wird eine starke Lokalisierung beobachtet (Abbildung 4.10 b)). Mit steigendem Magnetfeld sinkt der Widerstand um das 100-fache des Wertes $R(B = 0 \text{ T}) = 2,0 \text{ M}\Omega$. Aufgrund der starken Lokalisierung war es nicht möglich, den Bereich kleiner Magnetfelder ausführlich auf phasenkohärente Effekte, wie den Aharonov-Bohm- oder den Aharonov-Casher-Effekt, zu untersuchen. Bei höheren Magnetfeldern zeigte diese Ringstruktur keine periodischen Aharonov-Bohm-Oszillationen. Dafür wurden ausgeprägte universelle Leitwertschwankungen gemessen.

In Abbildung 4.11 ist der Widerstand für Magnetfelder über 2 T gezeigt. Es sind aperiodische Fluktuationen zu erkennen. Die Amplitude der Leitwertschwankungen

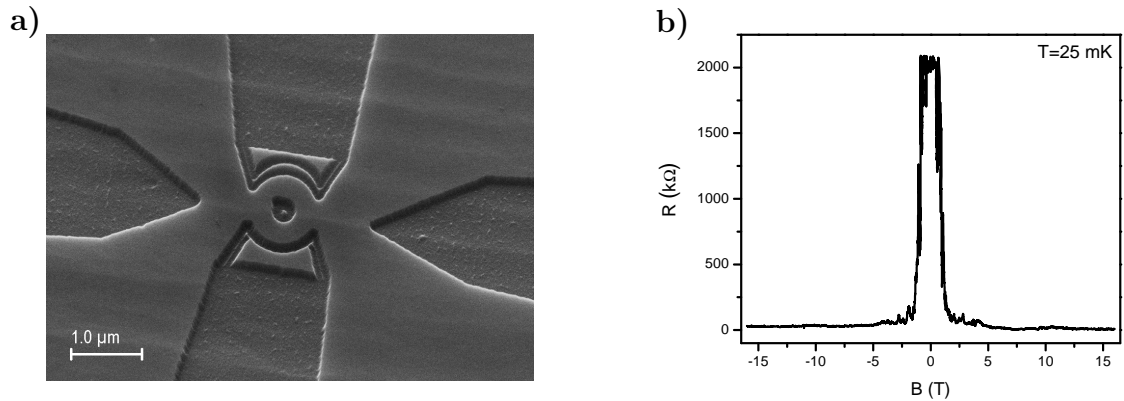


Abbildung 4.10: a) Rasterelektronenmikroskopische Aufnahme der untersuchten Ringstruktur: Der Ring hat einen inneren Radius von $r_i = 183$ nm, einen äußeren Radius von $r_a = 461$ nm und eine Breite von $\Delta r = 278$ nm. Der Abstand der Spannungsabgriffe zum Ringeingang beträgt im Mittel $d = 360$ nm. b) Magnetowiderstand des Ringes für eine Temperatur $T = 25$ mK. Für kleine Magnetfelder ist der Widerstand $R = 2,0$ M Ω und nimmt mit steigender Magnetfeldstärke ab.

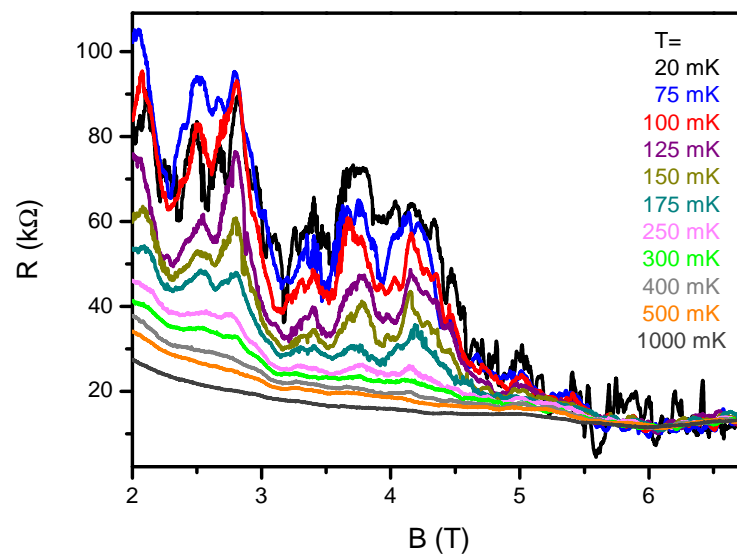


Abbildung 4.11: Magnetowiderstand der Ringstruktur im Temperaturbereich von $T = 20$ mK bis $T = 1$ K. Die Amplitude der aperiodischen Leitwertschwankungen verringert sich für steigende Temperaturen. Der Bereich kleiner Magnetfelder ist für eine bessere Sichtbarkeit der Leitwertschwankungen nicht dargestellt.

ist durch die Phasenkohärenzlänge bestimmt. Mit steigender Temperatur nimmt die Amplitude der UCFs ab. Zur Auswertung mit der Formel 2.18 wird der Ring als zwei unabhängige, parallel geschaltete Linien aufgefasst. Dies wird berücksichtigt, indem der halbe Ringumfang mit einem Faktor $\sqrt{2}$ multipliziert wird [95]. Zu diesem Wert wird der Abstand $d = 360 \text{ nm}$ der Spannungsabgriffe zum Ringeingang addiert. Es ergibt sich somit eine Länge $L = 2,2 \text{ }\mu\text{m}$. Die Berechnung der Phasenkohärenzlänge mit der Formel 2.18 ist gerechtfertigt, da die thermische Länge L_T die Phasenkohärenzlänge übersteigt.

Eine Auswertung anhand der Autokorrelationsfunktion mit Gleichung 2.15 ist nicht durchgeführt worden, denn eine exakte Bestimmung des Korrelationsfeldes B_C ist nur dann möglich, wenn für den betrachteten Magnetfeldbereich $B \gg B_C$ gilt. Nach [60] ist dies erst ab einem Verhältnis $B/B_C \approx 50$ sinnvoll; in Graph 4.13 umfasst der untersuchte Magnetfeldbereich nur wenige B_C .

Die Phasenkohärenzlänge ist für verschiedene Temperaturen in Graph 4.16 eingetragen. Für $T = 20 \text{ mK}$ beträgt $L_\Phi = 361 \text{ nm}$. An dieser Stelle wird darauf verzichtet, die beobachtete Temperaturabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge zu diskutieren. Zunächst werden die universellen Leitwertschwankungen in zwei anderen Proben analysiert. Anschließend werden die Temperaturabhängigkeiten der Phasenkohärenzlängen verglichen und diskutiert.

Die zweite untersuchte Ringstruktur (Ring 2) unterscheidet sich in ihrer Mangan-Konzentration vom ersten Ring. Hier ist die Mangan-Konzentration geringer, da die Temperatur der Mangan-Zelle $790 \text{ }^\circ\text{C}$ betrug. In Abbildung 4.12 ist eine REM-Aufnahme des zweiten untersuchten Ringes und der Widerstand für $T = 25 \text{ mK}$ bis $T = 1000 \text{ mK}$ gezeigt. Es handelt sich hierbei um eine nasschemisch geätzte Ringstruktur aus dem invertiert dotierten Wafer C071004A. Für kleine Magnetfelder von $B = -2,5 \text{ T}$ bis $B = 2,5 \text{ T}$ ist ein sehr starker Widerstandsanstieg zu beobachten. Für höhere Magnetfelder sinkt der Widerstand.

In Abbildung 4.13 a) ist der Widerstand für eine Temperatur von $T = 25 \text{ mK}$ abgebildet. Zur besseren Sichtbarkeit des Verhaltens bei hohen Magnetfeldern wird der Bereich um $B = 0 \text{ T}$ nicht dargestellt. Es sind aperiodische Leitwertfluktuationen zu erkennen. Zusätzlich zu den schnell fluktuierenden Mustern sind auch langsame Schwankungen vorhanden. Die schnellen Fluktuationen in Abbildung 4.13 b) werden als UCFs identifiziert, da ihre Amplitude mit steigender Temperatur abnimmt. Zudem zeigen sie keine Periodizität in $1/B$. Die langsamen Schwankungen hingegen werden kaum vom Anstieg

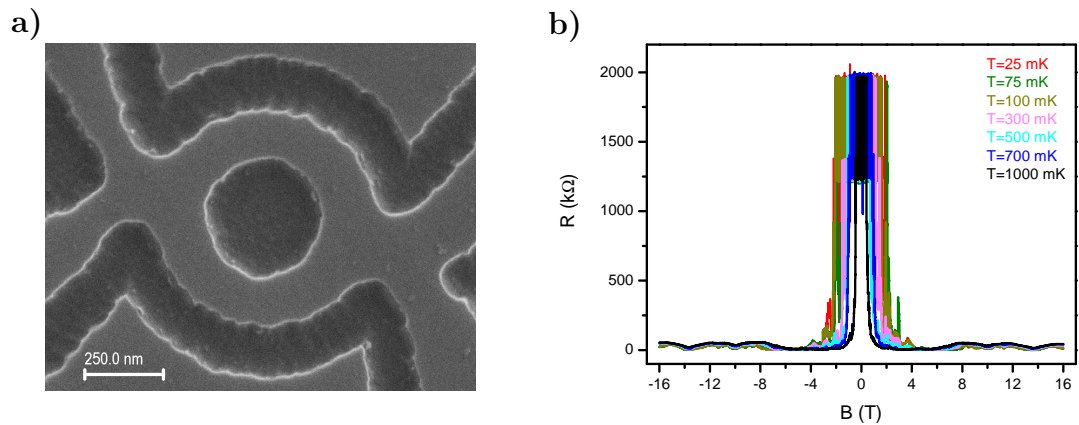


Abbildung 4.12: a) REM-Aufnahme der untersuchten Ringstruktur: Der Ring hat einen inneren Radius von $r_i = 191$ nm, einen äußeren Radius von $r_a = 339$ nm und eine Breite $\Delta r = 148$ nm. Der Abstand der Spannungsabgriffe zum Ringeingang beläuft sich auf $d = 120$ nm. b) Widerstand des Ringes für $T = 25$ mK bis $T = 1000$ mK. Für kleine Magnetfelder dominiert die starke Lokalisierung den Widerstandsverlauf.

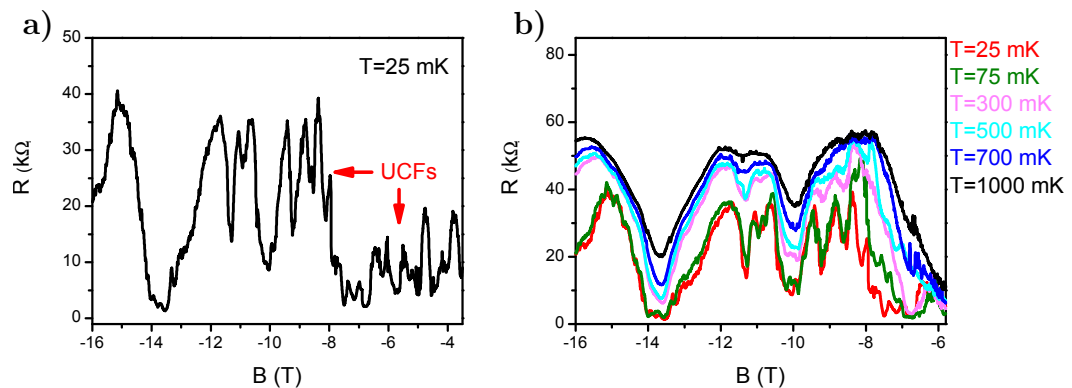


Abbildung 4.13: a) Universelle Leitwertfluktuationen auf einem langsam variierenden Hintergrundwiderstand für $T = 25$ mK. b) Temperaturabhängigkeit der universellen Leitwertfluktuationen für $T = 25$ mK bis $T = 1000$ mK. Die Amplitude der UCFs nimmt mit steigender Temperatur ab, die niederfrequenten Schwankungen werden nur wenig vom Anstieg der Temperatur beeinflusst.

der Temperatur beeinflusst. Hier handelt es sich um Shubnikov-de-Haas-Oszillationen. Für die Auswertung dieser Messdaten wurden die langsamen Schwankungen nicht berücksichtigt. Nach Abzug eines interpolierten Hintergrundwiderstandes wurde die Amplitude ΔG bestimmt und mit Gleichung 2.18 die Phasenkohärenzlänge L_Φ berechnet. Die Ringgeometrie wird hierfür als zwei parallele, unabhängige Linien betrachtet. Der halbe Umfang πr mit $r = 265$ nm wird mit dem Faktor $\sqrt{2}$ multipliziert, um dies zu berücksichtigen [95]. Dazu wird der Abstand $d = 120$ nm der Spannungsabgriffe zum Ringeingang addiert, so dass die Gesamtlänge 1417 nm beträgt. Die Phasenkohärenzlänge L_Φ erreicht bei $T = 25$ mK einen Wert von $1,1 \mu\text{m}$. Auch hier wird für eine Diskussion der Temperaturabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge auf den nächsten Abschnitt verwiesen.

Bei der dritten untersuchten Struktur handelt es sich um einen einzelnen Draht. Dieser Draht wurde aus der invertiert dotierten Heterostruktur des Wafers C070921A hergestellt und hat mit einer Mangan-Temperatur von 810°C die höchste Mangan-Konzentration. Der Draht wurde ebenso durch das nasschemische Ätzverfahren strukturiert, ist 250 nm breit und hat eine Länge von $20,3 \mu\text{m}$, wie in Abbildung 4.14 gezeigt.

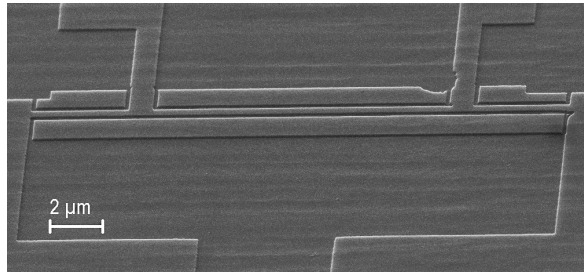


Abbildung 4.14: REM-Aufnahme des Drahtes mit Gesamtlänge $L = 20,3 \mu\text{m}$, Abstand zwischen den Spannungsabgriffen $l = 12,15 \mu\text{m}$ und Breite $w = 250$ nm.

In Graph 4.15 a) nimmt der Widerstand im Bereich kleiner Magnetfelder sehr hohe Werte (bis $R = 25 \text{ M}\Omega$) an. Mit steigender Magnetfeldstärke sinkt der Widerstand. Zudem sind in Graph 4.15 b) aperiodische Schwankungen auf einem langsam variierenden Hintergrund zu erkennen. Wie bei Ring 2 können die schnellen Fluktuationen als UCFs und die langsamen als SdH-Oszillationen identifiziert werden. Die Amplitude ΔG der universellen Leitwertschwankungen wird nach Abzug eines interpolierten Hintergrundwiderstandes bestimmt und ergibt mit Gleichung 2.18 die Phasenkohärenzlänge $L_\Phi = 151$ nm für $T = 20$ mK. Diese wird im Graph 4.16 mit den Resultaten der beiden Ringstrukturen verglichen.

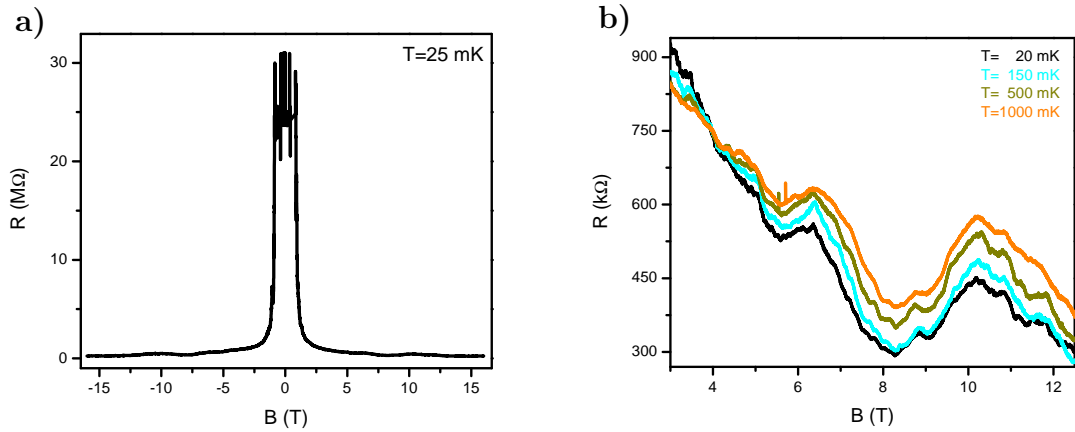


Abbildung 4.15: a) Magnetowiderstand des Drahtes für $T = 25$ mK. Für kleine Magnetfelder ist $R = 25 M\Omega$ und nimmt mit steigender Magnetfeldstärke ab. b) Aperiodische Leitwertschwankungen auf einem Hintergrundwiderstand für $T = 20$ mK bis $T = 1000$ mK.

Diskussion der Ergebnisse

Aus der Analyse der universellen Leitwertschwankungen konnte die Temperatur-Evolution der Phasenkohärenzlänge für drei verschiedene Mangan-Dotierungen bestimmt werden. In Graph 4.16 werden die drei Proben mit Mn T= 790 °C, Mn T= 803 °C und Mn T= 810 °C gegenübergestellt. Die Phasenkohärenzlänge wird für steigende Mn-Konzentrationen kleiner.

Die höchste Mangan-Dotierung ist für Mn T= 810 °C gegeben, was sich in den Transportmessungen bestätigt. Diese Probe hat die höchsten Widerstandswerte und weist die kleinste Phasenkohärenzlänge auf. Über einen weiten Temperaturbereich ist die Phasenkohärenzlänge unabhängig von der Temperatur, was in Abbildung 4.17 verdeutlicht wird. Unterhalb von $T_S = 300$ mK ist L_Φ konstant, für $T > T_S = 300$ mK unterliegt L_Φ einem $T^{-0,33}$ -Gesetz.

Diese Quasisättigung der Phasenkohärenzlänge hängt von der Stärke der Mangan-Konzentration ab. Für die Proben mit Mn T= 790 °C und Mn T= 803 °C tritt die Quasisättigung von L_Φ erst bei tieferen Temperaturen T_S auf, dies ist in Tabelle 4.3 für verschiedene Mn-Konzentrationen verglichen. Die beobachtete Temperaturabhängigkeit $L_\Phi \propto T^{-0,33}$ bis $L_\Phi \propto T^{-0,39}$ entspricht der erwarteten Relation für Elektron-Elektron-Streuung, die in quasi-eindimensionalen Systemen einer Gesetzmäßigkeit von $L_\Phi \propto T^{-0,33}$ bis $L_\Phi \propto T^{-0,5}$ gehorcht [88, 89, 96, 97].

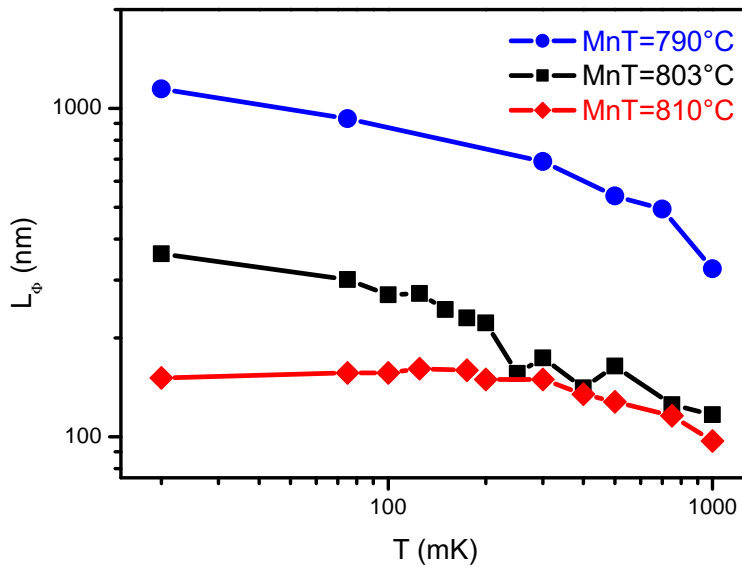


Abbildung 4.16: Temperaturabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge L_Φ für InAs:Mn-Proben mit $MnT = 790^\circ\text{C}$, $MnT = 803^\circ\text{C}$ und $MnT = 810^\circ\text{C}$. Mit steigender Mangan-Konzentration nimmt die Phasenkohärenzlänge L_Φ kleinere Werte an.

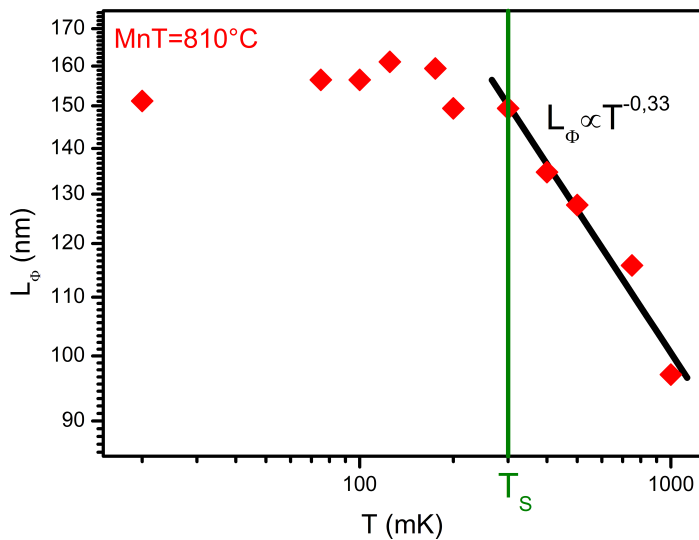


Abbildung 4.17: Temperaturabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge L_Φ für $MnT = 810^\circ\text{C}$. Unterhalb von $T_S = 300\text{ mK}$ ist die Phasenkohärenzlänge L_Φ nahezu konstant, für $T > T_S$ folgt L_Φ einem $T^{-1/3}$ -Gesetz.

Probe	Struktur	MnT (°C)	L_Φ (20 mK) (nm)	T_S (mK)	a ($L_\Phi \propto T^a$)	b ($\tau_\Phi \propto T^b$)
Ring 1	ssd-inv	803	361	125	-0,39	-0,78
Ring 2	ssd-inv	790	1146	75	-0,37	-0,74
Draht 1	ssd-inv	810	151	300	-0,33	-0,66

Tabelle 4.3: Übersicht der betrachteten Ring- und Drahtstrukturen: Die Strukturgeometrie und die Temperatur der Mn-Zelle während des Wachstumprozesses sind angegeben. T_S gibt an, unterhalb welcher Temperatur die Quasisättigung von L_Φ einsetzt. Die Exponenten a und b bestimmen die Temperaturabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge $L_\Phi \propto T^a$ und der inelastischen Streuzeit $\tau_\Phi \propto T^b$.

Die Elektron-Elektron-Streuung erklärt nicht die Quasisättigung der Phasenkohärenzlänge. Ein ähnliches Verhalten wurde in [64, 98] beobachtet. Pierre et al. und Huard et al. zeigten, dass eine kleine oder eine kaum nachweisbare Konzentration von magnetischen Verunreinigungen, z. B. Mangan-Ionen, die inelastische Streuzeit τ_Φ limitiert. Die roten Punkte in Graph 4.18 stellen die Streuzeit einer Silber-Probe mit eingebrachten Mn-Ionen dar. Für $T < 1$ K ist τ_Φ unabhängig von der Temperatur. Die blauen Punkte in Graph 4.18 stammen von einer Silber-Probe ohne extra eingebrachte Mn-Ionen, jedoch mit einer leichten Kontamination während des Herstellungsprozesses. Die schwarze Kurve stellt die theoretisch erwartete $\tau_\Phi \propto T^{-2/3}$ -Abhängigkeit der Elektron-Elektron-Wechselwirkung dar. In diesen Berichten wurde der Einfluss von magnetischen Störstellen auf die inelastische Streuzeit demonstriert.

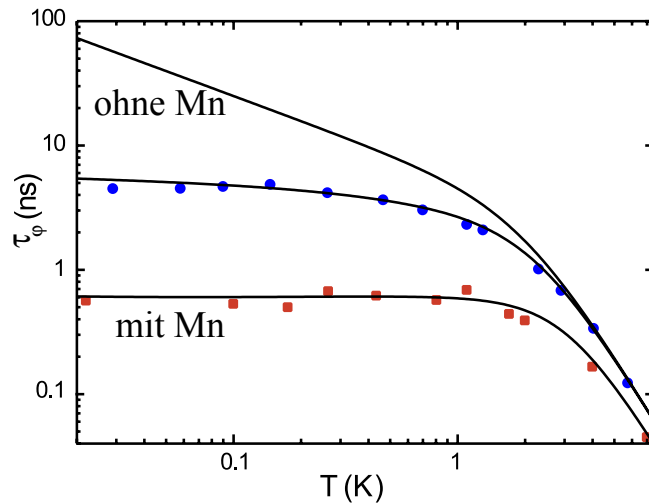


Abbildung 4.18: Temperaturabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge für Silberproben mit unterschiedlich hohen Mangan-Konzentrationen (Graph aus [98]).

Die beobachtete Quasisättigung der Phasenkohärenzlänge für verschiedene Mangan-Konzentrationen ist in sehr guter Übereinstimmung mit den Untersuchungen von [64, 98]. In Abbildung 4.16 wird für $T > T_S$ die erwartete $\tau_\Phi \propto T^{-2/3}$ -Abhängigkeit der Elektron-Elektron-Wechselwirkung bestätigt. Unterhalb $T < T_S$ ist die inelastische Streuzzeit limitiert. Folgende mögliche Erklärung liefern Huard et al. in [98]: Während der Streuung der Ladungsträger an den magnetischen Störstellen findet ein Spin-Flip statt. Dies ist weitgehend unabhängig von der Temperatur und hängt nur von der Störstellendichte ab. Die Phasenkohärenzlänge in Graph 4.16 zeigt genau dieses Verhalten: Für höhere Mangan-Konzentrationen wird die Phasenkohärenzlänge verkürzt und die Spin-Flip-Streuung dominiert ab höheren Temperaturen T_S .

4.4 Zusammenfassung des Kapitels

Die untersuchten InAs:Mn-Heterostrukturen können in zwei Kategorien eingeteilt werden: Für die normal dotierten (ssd-)Heterostrukturen ist der Quantentrog frei von Mangan-Ionen, für die invertiert dotierten (ssd-inv-)Strukturen befinden sich Mangan-Ionen im Quantentrog.

Die normal-dotierten Heterostrukturen zeigen bei Messungen an Hallbars schwache Antilokalisierung. Das Anpassen an theoretische Modelle erlaubt eine Betrachtung der Temperatur-Evolution der Phasenkohärenzlänge: Für Temperaturen $T > 4,3$ K ist die Elektron-Phonon-Wechselwirkung für die Dephasierung verantwortlich. Bei tieferen Temperaturen geht die Phaseninformation durch Elektron-Elektron-Wechselwirkung verloren. Durch laterale Einschränkung in quasi-eindimensionale Drahtstrukturen wird ein Vorzeichenwechsel bei der Leitwertkorrektur gemessen, es findet demnach ein Übergang von schwacher Antilokalisierung zu schwacher Lokalisierung statt. Diese Vorzeichenänderung der Leitwertkorrektur entspricht einer Unterdrückung der Spin-Relaxation in schmalen Drahtarrays.

Der Transport an invertiert dotierten Quantentrögen ist von der Lokalisierung der Löcher an den Mangan-Ionen gekennzeichnet. Im Temperaturbereich $T < 1,0$ K traten universelle Leitwertschwankungen in Nanostrukturen auf. Die Auswertung für drei unterschiedlich hohe Mangan-Konzentrationen zeigte, dass die Phasenkohärenzlänge mit steigendem Mangan-Gehalt kleiner wird. Zudem ist sie für tiefe Temperaturen nahezu konstant und unabhängig von der Temperatur. Dieses „Abknicken“ der Phasenkohärenzlänge lässt auf zwei unterschiedliche Streumechanismen schließen: Die Spin-Flip-Streuung an den magnetischen Mangan-Ionen löst die Elektron-Elektron-Streuung als dominierenden Mechanismus bei tiefen Temperaturen ab.

5 Transportuntersuchungen an HgTe-Nanostrukturen

In diesem Kapitel werden die Messungen an Interferometern auf Basis des dreidimensionalen topologischen Isolators HgTe vorgestellt. Das Ziel ist der Nachweis von geschützten Oberflächenzuständen, die in Form ihrer Interferenzen belegt werden können. Zudem wird das bisherige Wissen um dieses System ergänzt, da bis dato Berichte über phasenerhaltenden Transport in dreidimensionalen HgTe-Filmen nicht vorhanden waren. Somit war es bisher nicht möglich, Aussagen über wichtige Systemparameter wie die Phasenkohärenzlänge oder phasenerstörende Mechanismen in diesem Material zu treffen. Eine Übersicht über die einzelnen Proben ist in Tabelle 5.1 aufgeführt. Das folgende Kapitel geht auch auf die Evolution zwischen den einzelnen Generationen an Interferometern ein. Die ersten drei Probengenerationen sind Strukturen mit mesoskopischen Abmessungen. Der phasenkohärente Transport wird in Abschnitt 5.1.1 für die erste und in Abschnitt 5.1.2 für die zweite Probengeneration diskutiert. In Abschnitt 5.2 werden nach einer grundlegenden Charakterisierung der dritten Probengeneration die Quanteninterferenzeffekte für verschiedene Positionen der Fermi-Energie in der Bandstruktur des topologischen Isolators betrachtet (Abschnitt 5.2.2). Zudem wird die Temperaturabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge analysiert. Die Transportuntersuchungen an einem makroskopischen Interferometer werden in Abschnitt 5.3 thematisiert.

Die Beschaffenheit der metallischen Oberflächenzustände in dreidimensionalen topologischen Isolatoren wurde ergiebig untersucht – durch elektrische Transportexperimente [11, 99, 100] und im größeren Rahmen durch Oberflächenspektroskopie [49, 50, 101]. HgTe als dreidimensionaler topologischer Isolator wurde bereits durch Transportmessungen an Hallbar-Strukturen charakterisiert [11, 102]. In [102] wurde mit einer Gate-Spannung die Fermi-Energie vom Valenzband über die Bandlücke in das Leitungsband gesteuert. Eine detaillierte Analyse der Shubnikov-de-Haas-Oszillationen ließ hier die Signatur der topologischen Oberflächenzustände erkennen [102].

	Draht 1	Draht 2	Draht 3	Draht 4
Wafernummer	120227	120227.1	120227.1	120227.1
Capschicht	Keine Capschicht	20 nm CdHgTe	20 nm CdHgTe	20 nm CdHgTe
Ätzprozedur	IBE-Gen1	IBE-Gen2	IBE-Gen3	nasschemisch
Breite w (nm)	391	240	259	3000
Höhe h (nm)	80	80	80	80
Länge l (μm)	0,91	0,91	0,93	36

Tabelle 5.1: Übersicht der vier betrachteten Proben: Die ersten drei Proben stellen mit ihren geometrischen Abmessungen die mesoskopischen Interferometer dar, die sich in ihrer Ätzprozedur unterscheiden. Die vierte Probe ist ein makroskopisches Interferometer.

Phasenerhaltender Transport in Interferometern im dreidimensionalen topologischen Isolator Bi_2Se_3 wurde in [103–105] beobachtet. In [106] wurden die Aharonov-Bohm-Oszillationen von Bi_2Se_3 -Nanodrähten für verschiedene Positionen der Fermi-Energie analysiert.

Das Konzept zur Messung von Aharonov-Bohm-Oszillationen im dreidimensionalen topologischen Isolator HgTe ist in Abbildung 5.1 präsentiert. Der Draht, parallel zum äußeren Magnetfeld ausgerichtet, stellt das Interferometer dar. Die Längsspannung wird in Abhängigkeit des magnetischen Feldes und der Gate-Spannung aufgezeichnet. Der Querschnitt $A = w \cdot h$ ist durch die Höhe h und Breite w des Drahtes vorgegeben. Über die Relation $\Delta B = \Phi_0/A$ definiert der Querschnitt die Periodizität der Aharonov-Bohm-Oszillationen, da die Oberflächenzustände genau die Fläche A umschließen. Analog zum Aharonov-Bohm-Experiment in Ringstrukturen interferieren die Partialwellen der Ladungsträger abhängig vom eingeschlossenen magnetischen Fluss Φ konstruktiv oder destruktiv und erzeugen ein periodisches Interferenzmuster.

Befindet sich die Fermi-Energie in der Bandlücke des topologischen Isolators, so tragen nur die Dirac-artigen Elektronen zum Transport bei. Das Innere des Nanodrahtes ist isolierend und der Draht kann als hohler Metallzylinder aufgefasst werden. Liegt die Fermi-Energie im Valenz- oder Leitungsband, so nehmen zusätzlich die „Bulk“-Elektronen bzw. „Bulk“-Löcher am Transport teil, deren Interferenzen in Form von aperiodischen universellen Leitwertschwankungen die AB-Oszillationen überlagern, wie schon in [103, 104] beobachtet wurde. Durch eine Gate-Spannung kann der Anteil der „Bulk“-Ladungsträger am Transport reduziert und so die Interferenzen der Oberflächenzustände verdeutlicht werden.

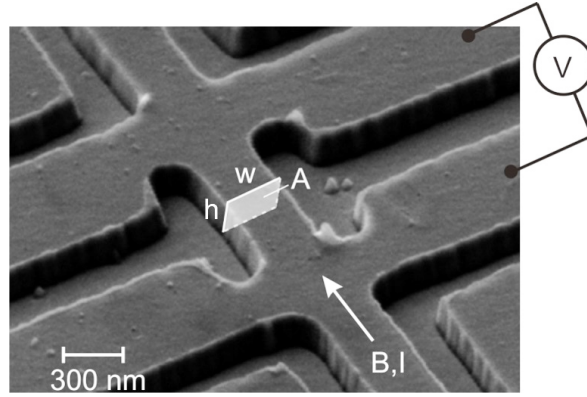


Abbildung 5.1: Rasterelektronenmikroskopische Aufnahme des Drahtes: Die Breite w und die Höhe h geben den Querschnitt A des Drahtes vor, der Abstand zwischen den Spannungsabgriffen ist l . Die Richtung des Magnetfeldes ist für den Fall einer parallelen Ausrichtung der Probe zum Magnetfeld skizziert. Die Probe kann jedoch auch senkrecht zum externen Magnetfeld orientiert werden.

In hohlen, zylindrischen Leitern sind üblicherweise die Altshuler-Aronov-Spivak-Interferenzen von zeitumgekehrten Pfaden die dominierenden Oszillationen [107]. Die Aharonov-Bohm-Oszillationen werden in zylindrischen Leitern, die ein Pendant zu einem Ensemble aus Ringstrukturen sind, unterdrückt [53]. In den einzelnen Abschnitten des Zylinders kommt es zwar zu Aharonov-Bohm-Interferenzen, die jedoch von Partialwellen auf unkorrelierten Pfaden verursacht werden. Die Beiträge aus den einzelnen Abschnitten weisen keine feste Phasenkorrelation auf, so dass eine Mittelung über die einzelnen Zylinderabschnitte zu einer Abschwächung der AB-Amplitude führt.

In den bisherigen Experimenten in Nanodrähten aus topologischen Isolatoren waren jedoch die Aharonov-Bohm-Oszillationen der dominierende Beitrag [103, 104, 106]. Eine Fourieranalyse dieser Messdaten zeigte, dass die Oszillationen eine starke h/e - und eine schwächere $h/2e$ -Periode aufweisen.

Es werden Aharonov-Bohm-Oszillationen erwartet, wenn sich die Probe im ballistischen oder quasi-ballistischen Regime befindet [108]. Dieser Sachverhalt wird im Kontext der Formation einer eindimensionalen Subbandstruktur in Nanodrähten in TIs erklärt: Die konische Bandstruktur der Oberflächenzustände wird durch den Einschluss in eindimensionale Nanostrukturen modifiziert. Die Oberflächenzustände werden durch einen Dirac-Kegel mit $\mathcal{H} = \nu_F \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} + V(\mathbf{r})$ beschrieben, wobei $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y)$ die Pauli-Matrizen, ν_F die Fermi-Geschwindigkeit und das Potential $V(\mathbf{r})$ die Unordnung des Systems angibt [108].

Die Kontinuität der Wellenfunktion entlang des Umfangs U verlangt

$$\Psi(x, y + U) = \Psi(x, y)e^{i(2\pi\Phi/\Phi_0 + \pi)}. \quad (5.1)$$

Hierbei bezeichnet x die Koordinate entlang des Drahtes, y die Koordinate orthogonal zur Drahtlänge und $2\pi\Phi/\Phi_0$ ist die Aharonov-Bohm-Phase der Oberflächenzustände, die einen magnetischen Fluss Φ einschließen [108]. Während eines vollen Umlaufs um den Nanodraht rotiert der Spin um 2π und die Wellenfunktion erhält den zusätzlichen Faktor π der Berry-Phase. Aufgrund der periodischen Randbedingung in Gleichung 5.1 bilden die Oberflächenzustände diskrete eindimensionale Subbänder entlang der Drahtlänge. Dies ist vergleichbar mit dem Übergang von Graphen zu Kohlenstoffnanoröhren [109]. Die Subbänder werden durch die Gleichung

$$E(n, k, \Phi) = \pm\hbar v_F [k^2 + \pi(n + 1/2 - \Phi/\Phi_0)^2/A]^{1/2} \quad (5.2)$$

mit $n \in \mathbb{Z}$, $n + 1/2 = \pm 1/2, \pm 3/2, \pm 5/2, \dots$ als Beitrag der Berry-Phase beschrieben [110]. Die Energiedispersion ist periodisch in Φ/Φ_0 , was die h/e -Oszillationen in Nanodrähten erklärt. In Abbildung 5.2 sind die Subbänder eines Interferometers für zwei verschiedene Werte des magnetischen Flusses durch das Interferometer skizziert.

Im linken Teil der Abbildung 5.2 sind die parabolischen Subbänder für einen magnetischen Fluss von $\Phi = 0$ veranschaulicht. Sie sind bezüglich ihres Spins entartet.

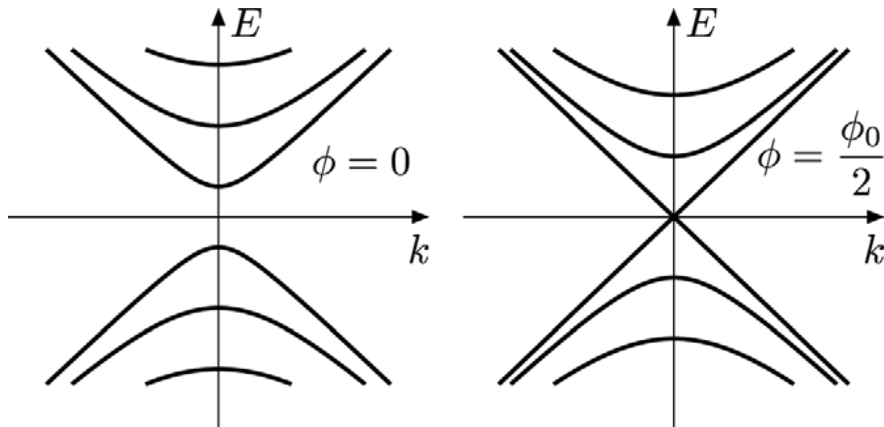


Abbildung 5.2: Bandstruktur eines Nanodrahtes im dreidimensionalen topologischen Isolator für zwei verschiedene Werte $\Phi = 0$ und $\Phi = \Phi_0/2$ des magnetischen Flusses durch das Interferometer. Für $\Phi = 0$ bilden die Oberflächenzustände diskrete, eindimensionale Subbänder aus, die spin-entartet sind. Für $\Phi = \Phi_0/2$ gibt es einen Zustand am Dirac-Punkt in Form einer eindimensionalen helikalen Mode (Abbildung aus [108]).

Aufgrund des „Spin-Momentum Locking“ erlangt der Spin eine Berry-Phase von π , wenn das Elektron einen vollen Umlauf um den Nanodraht ausführt. Dies bewirkt die Öffnung der Energielücke in der Subbandstruktur, die durch Gleichung 5.2 beschrieben ist. Ein angelegter magnetischer Fluss von $\Phi = \Phi_0/2 = h/2e$ bewirkt eine Phasenverschiebung um π aufgrund des magnetischen Aharonov-Bohm-Effektes. Somit wird die Berry-Phase des Elektronenspins aufgehoben. Dies resultiert in der Formation einer eindimensionalen, helikalen Mode, die nicht spin-entartet ist (Abbildung 5.2 rechts). Die helikale Mode kann in Transportmessungen am oder in der Nähe des Dirac-Punktes nachgewiesen werden, indem ein Minimum des Leitwertes für $\Phi = 0$ und ein Maximum in der Größenordnung von e^2/h für $\Phi = \Phi_0/2$ beobachtet wird [108]. Somit erlauben Aharonov-Bohm-Oszillationen einen indirekten Nachweis der topologischen Eigenschaften der Oberflächenzustände. Im Gegensatz dazu ist die Beobachtung von AAS-Oszillationen, die im diffusivem Transportregime auftreten, zwar ein starkes Indiz für die Anwesenheit von Oberflächenzuständen, jedoch enthalten sie keine Information über die Berry-Phase des Systems [107, 108, 111].

5.1 Frühe Probengenerationen von mesoskopischen HgTe-Linien

5.1.1 Erste Probengeneration

In diesem Kapitel werden Messungen von frühen Probengenerationen vorgestellt, um zu erklären, wie aus den gemessenen Daten Rückschlüsse auf die Probenqualität gezogen wurden. Die erste Probengeneration von HgTe-Interferometern wurde im $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Verdünnungskryostaten in Hinblick auf Quanteninterferenzeffekte untersucht. Der Draht in Abbildung 5.3 hat eine Breite $w = 391$ nm und eine Höhe $h = 80$ nm. Dies ergibt den Querschnitt $A = 3,13 \times 10^{-14}$ m². Der Abstand zwischen den Spannungsabgriffen beträgt $l = 911$ nm und liegt damit unterhalb der mittleren freien Weglänge $L_e = 2 - 3$ μm des Ausgangsmaterials [102].

Für eine Charakterisierung wurden zunächst der Längs- und Querwiderstand in einem senkrechten Magnetfeld gemessen und analysiert. In Graph 5.4 sind diese für eine Temperatur von 20 mK gezeigt.

Für hohe Magnetfelder ab circa $B = \pm 2,0$ T sind im Hall-Widerstand Plateaus ausgebildet. Im Bereich kleiner Felder findet sich eine Nicht-Linearität des Hallwiderstandes. Die Steigung der Hallkurve ändert sich zweimal bei $B = \pm 0,5$ T.

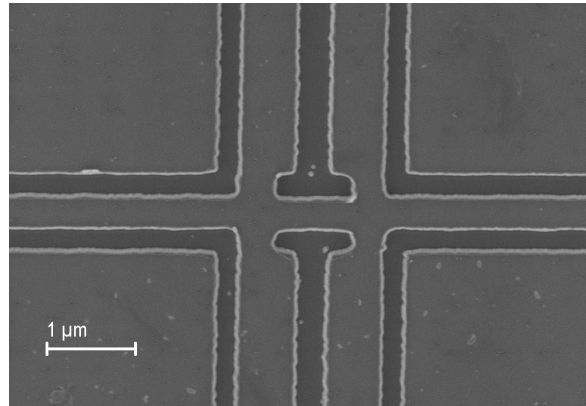


Abbildung 5.3: Rasterelektronenmikroskopische Aufnahme des Drahtes: Die Breite $w = 391$ nm und die Höhe $h = 80$ nm ergeben für den Querschnitt des Drahtes $A = 3,13 \times 10^{-14}$ m², der Abstand zwischen den Spannungsabgriffen beträgt $l = 911$ nm.

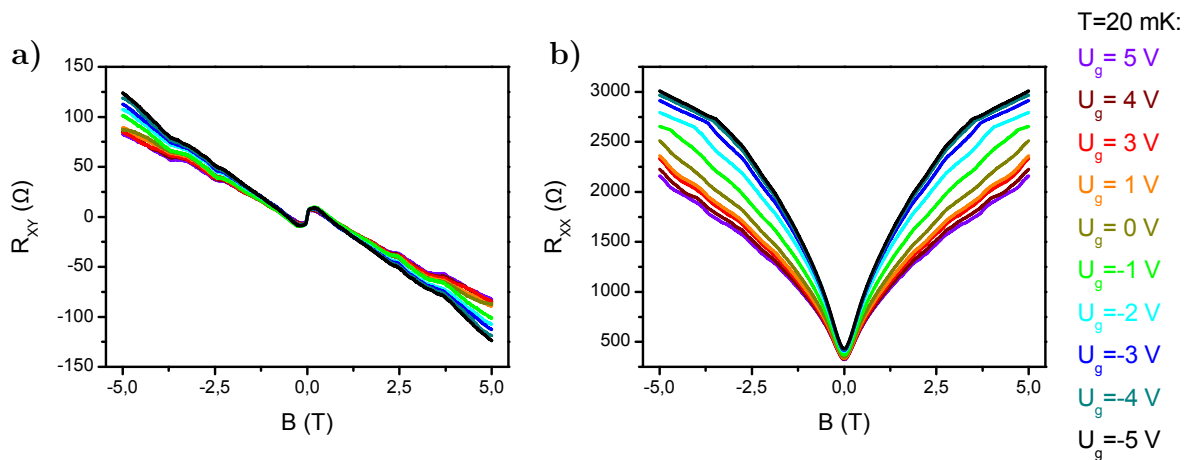


Abbildung 5.4: Hallwiderstand und Längswiderstand des Drahtes für Gate-Spannungen $U_g = -5$ V bis $U_g = +5$ V und $T = 20$ mK: a) Der Hallwiderstand ist von einer Nicht-Linearität bei kleinen Magnetfeldern gekennzeichnet und bildet bei höheren Magnetfeldern Plateaus aus. b) Der Längswiderstand ist durch einen starken positiven Magnetowiderstand charakterisiert.

Der Längswiderstand ist durch einen starken positiven Magnetowiderstand charakterisiert. Für $U_g > 0$ V sind Shubnikov-de-Haas-Oszillationen dem positiven Magnetowiderstand überlagert, wobei der longitudinale Widerstand nicht auf Null abfällt, wenn sich im Querwiderstand Plateaus ausbilden.

Der Verlauf der „Hallgeraden“ ist für einen großen Gate-Bereich fast unverändert, vor allem im Bereich kleiner Magnetfelder. Mit der Gate-Spannung kann der absolute Wert des longitudinalen Widerstandes variiert werden, die grundsätzliche Form bleibt jedoch erhalten. Diese Unabhängigkeit der Hall- und Längswiderstände von der Gate-Spannung lässt vermuten, dass die Fermi-Energie an einer bestimmten Position in der Bandstruktur lokalisiert ist und nicht durch die Bandlücke gestimmt werden kann. Aus dem starken positiven Magnetowiderstand und der Nicht-Linearität der Hallgeraden kann abgeleitet werden, dass die Fermi-Energie im Valenzband, in dem Löcher und Dirac-Elektronen gleichzeitig vorhanden sind, lokalisiert sein muss [102, 112, 113]. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 5.5 anhand der Zustandsdichte des verspannten HgTe-Films veranschaulicht.

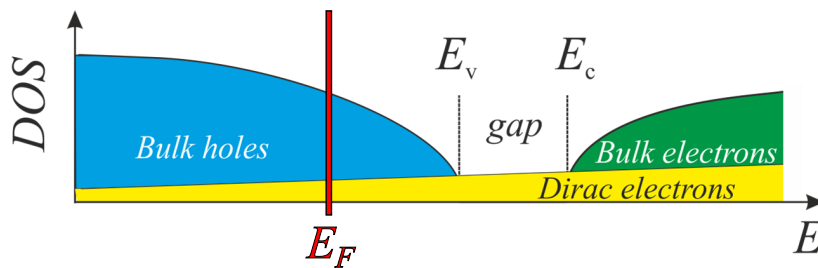


Abbildung 5.5: Zustandsdichte für den topologischen Isolator HgTe (Abbildung nach [102]). Die Fermi-Energie E_F ist für dieses System im Valenzband lokalisiert und kann nicht über die Bandlücke in das Leitungsband gestimmt werden.

Es stellt sich die Frage, woraus diese unbeabsichtigte, starke p-Dotierung resultiert. Eine schlüssige Erklärung liefert der Herstellungsprozess der Nanostrukturen, da bereits Hallbars aus demselben Wafermaterial ein Durchstimmen der Fermi-Energie vom Valenzband über die Bandlücke in das Leitungsband erlaubten [102]. Die Defektdichte kann durch den Beschuss mit energiereichen Ionen modifiziert worden sein, so dass die Lage der Fermi-Energie durch das Einbringen einer zusätzlichen p-Dotierung auf einen kleinen Bereich der Bandstruktur begrenzt wird [75]. Der Grund für die Beschädigung der Proben kann neben der Ionen-Implantation beim Ätzen auch die Temperaturerhöhung während des Ätzprozesses sein. Durch einen Anstieg der Temperatur auf über 100°C kann Quecksilber lokal aus der Probe diffundieren und so eine p-Dotierung im Material erzeugen [73].

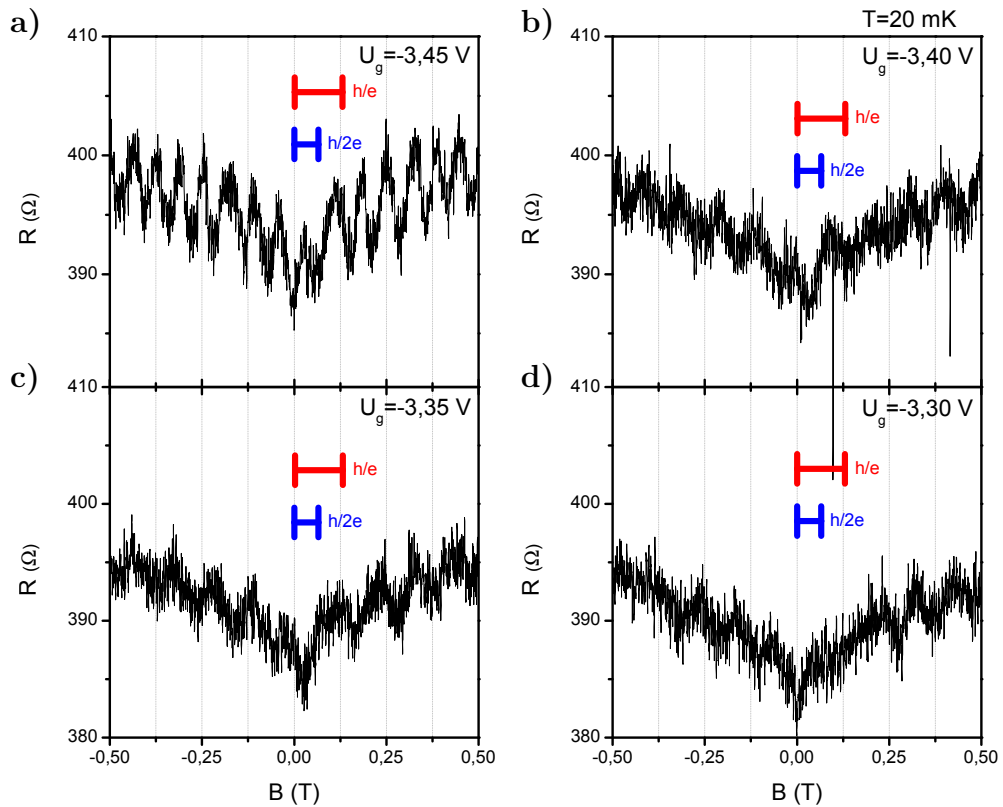


Abbildung 5.6: a)–d) Widerstand des Drahtes in einem parallelen Magnetfeld für den Gate-Bereich um $U_g = -3,4$ V. Die Gate-Spannung U_g wurde in Schritten von $\Delta U_g = 0,05$ V variiert und verändert die Oszillationsamplitude und Frequenz.

Parallel zum Magnetfeld ausgerichtet wurde der Längswiderstand des Drahtes für verschiedene Gate-Spannungen gemessen. In Abbildung 5.6 sind reproduzierbare Oszillationen sowohl mit h/e - wie auch mit $h/2e$ -Periode zu erkennen. Der Querschnitt A des Drahtes definiert die Periode $\Delta B = 0,13$ T für die AB-Oszillationen und $\Delta B = 0,066$ T für AAS-Oszillationen. Die beobachteten Perioden stimmen sehr gut mit diesen Werten überein.

Obleich die AB-Oszillationen und AAS-Oszillationen auf die Existenz von Oberflächenzuständen schließen lassen, ist eine weitere Analyse dieser Oszillationen durch das Defizit, die Fermi-Energie nicht durch die Bandstruktur stimmen zu können, erschwert. Diese Einschränkung unterstreicht die unzulängliche Qualität dieser ersten Generation an HgTe-Interferometern und betont die Notwendigkeit einer Überarbeitung der Probenherstellung. Dies resultierte in der zweiten Probengeneration.

5.1.2 Zweite Probengeneration

Für die nächste Probe wurden die Beschleunigungsspannung und der Strahlstrom der Argon-Ionen beim Ätzprozess verringert (siehe Abschnitt 3.2.3). So sollte der nachteilige Einfluss der hoch-energetischen Argon-Ionen beim Auftreffen auf die Probenoberfläche und ein Aufheizen der Probe reduziert werden.

Diese Probe wurde bei Temperaturen unter $T = 1$ K untersucht. Die Breite $w = 240$ nm und die Höhe $h = 80$ nm des Drahtes ergeben den Querschnitt $A = 1,92 \times 10^{-14}$ m², der die Periode $\Delta B = 0,22$ T für die AB-Oszillationen und $\Delta B = 0,11$ T für AAS-Oszillationen definiert. Es werden h/e -Oszillationen beobachtet, deren Amplitude erwartungsgemäß mit steigender Temperatur abnimmt. In Abbildung 5.7 ist dies für Temperaturen von $T = 20$ mK bis $T = 1$ K gezeigt. Die Gate-Spannung betrug hierbei $U_g = -1,0$ V. Oszillationen mit einer definierten Periode von $\Delta B = 0,22$ T sind auf einem langsam variierenden Hintergrund zu erkennen.

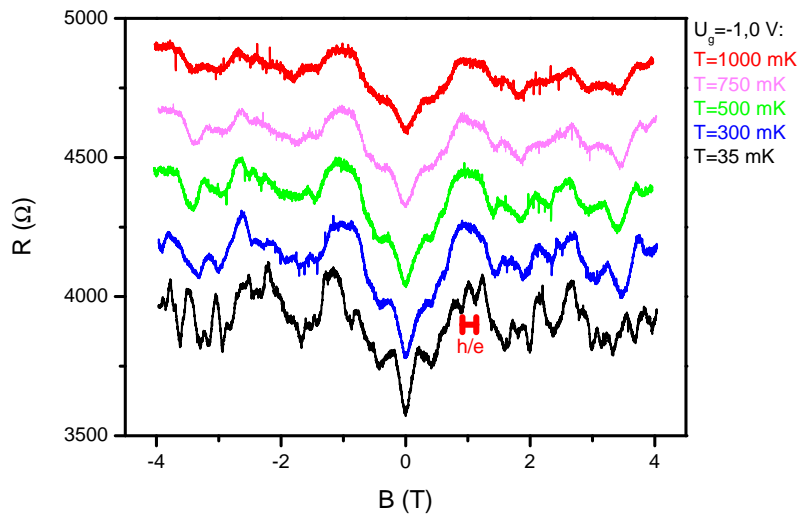


Abbildung 5.7: Das Interferometer zeigt im Temperaturbereich von $T = 20$ mK bis $T = 1$ K Aharonov-Bohm-Oszillationen, die einem langsam variierendem Hintergrund überlagert sind. Die Gate-Spannung war auf $U_g = -1,0$ V eingestellt. Die einzelnen Graphen wurden für eine bessere Sichtbarkeit vertikal gegeneinander verschoben.

In Graph 5.8 zeigt die Fourier-Transformierte dieser Daten den erwarteten Ausschlag bei der Frequenz der AB-Oszillationen $\nu = 4,5$ T⁻¹. Für die $h/2e$ -Oszillationen ist kein Ausschlag im Fourier-Spektrum zu beobachten. Im Frequenzspektrum tritt dieses Maximum im Hintergrund zwischen $\nu = 2,0$ T⁻¹ und $\nu = 11,0$ T⁻¹ auf.

Dies korrespondiert mit dem Hintergrund, der sich schon in den Magnetotransport-Kurven zeigte, und kann auf universelle Leitwertschwankungen zurückgeführt werden. Diese werden durch die Interferenzen an Störstellen hervorgerufen. Auch für andere Gate-Spannungen zeigt sich ein ähnliches Bild aus aperiodischen Leitwertschwankungen und periodischen Oszillationen.

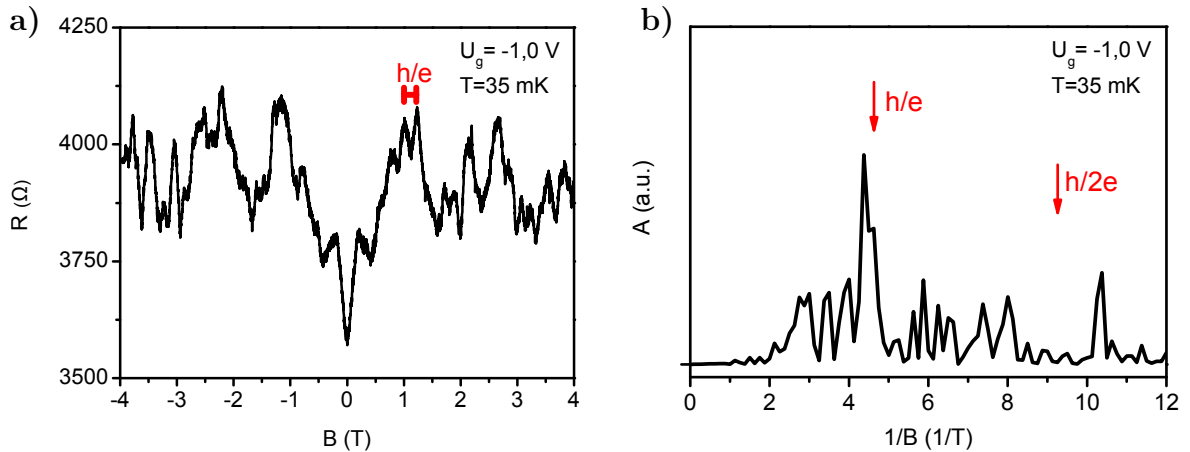


Abbildung 5.8: a) Für eine Gate-Spannung von $U_g = -1,0$ V werden Aharonov-Bohm-Oszillationen beobachtet. Die theoretisch erwartete Periode ΔB ist als roter Balken für die h/e -Oszillationen gekennzeichnet. b) Die korrespondierende Fouriertransformation bestätigt das Vorhandensein von Aharonov-Bohm-Oszillationen in Form eines Maximums bei $\nu = 1/\Delta B = 4,5$ T $^{-1}$.

Die Amplitude ΔG der Aharonov-Bohm-Oszillationen wird in Abhängigkeit der Temperatur für Gate-Spannungen von $U_g = -2,0$ V bis $U_g = 1,0$ V analysiert und ist in Graph 5.9 dargestellt. Hierfür wird vom Leitwert $G = 1/R$ ein Hintergrund abgezogen, der durch Tiefpassfilterung des Signals berechnet wird. Die Oszillationsamplitude ΔG wird exponentiell mit

$$\Delta G \propto \exp(-\alpha T) = \exp\left(-\frac{U}{L_\Phi(T)}\right) \quad (5.3)$$

unterdrückt [114]. Hierbei steht U für den Umfang des Interferometers.

Die Anpassung der gemessenen Daten an die Relation 5.3 ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Der Fitparameter α erlaubt eine Abschätzung der Phasenkohärenzlänge L_Φ . Dies ist in Tabelle 5.2 zusammengefasst.

Da der Fit für die Gate-Spannungen von $U_g = 1,0$ V und $U_g = 0,0$ V nur bedingt gut auf die gemessenen Daten angepasst war, sind die daraus berechneten Werte für die Phasenkohärenzlänge als Abschätzung zu betrachten.

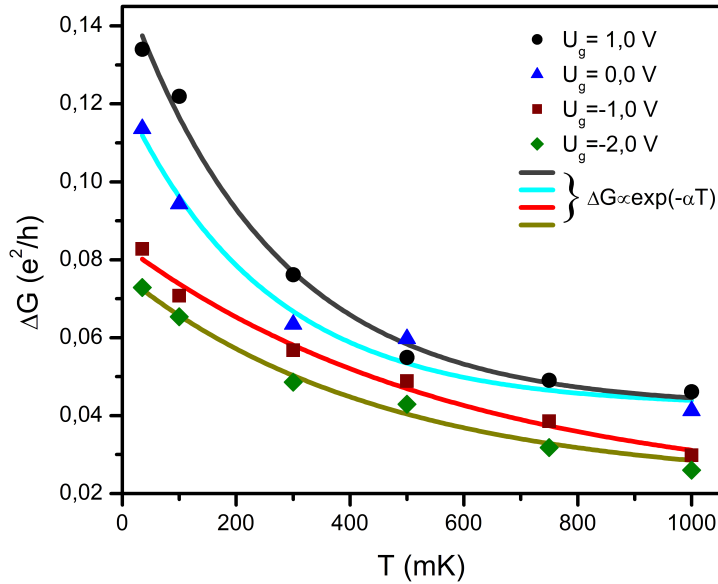


Abbildung 5.9: Temperaturabhängigkeit der Aharonov-Bohm-Oszillationen für verschiedene Gate-Spannungen von $U_g = 1,0 \text{ V}$ bis $U_g = -2,0 \text{ V}$. Die Punkte stellen die Amplitude ΔG der AB-Oszillationen dar, die durchgezogenen Linien sind die Anpassungen der experimentellen Daten an die Formel $\Delta G \propto \exp(-\alpha T)$.

	$U_g = -2,0 \text{ V}$					
$T(\text{mK})$	35	100	300	500	750	1000
$L_\Phi(\text{nm})$	8274,08	2895,93	965,31	579,19	386,12	289,59
	$U_g = -1,0 \text{ V}$					
$T(\text{mK})$	35	100	300	500	750	1000
$L_\Phi(\text{nm})$	10756,30	3764,71	1254,90	752,94	501,96	376,47
	$U_g = 0,0 \text{ V}$					
$T(\text{mK})$	35	100	300	500	–	1000
$L_\Phi(\text{nm})$	4617,61	1616,16	538,72	323,23	–	161,62
	$U_g = 1,0 \text{ V}$					
$T(\text{mK})$	35	100	300	500	750	1000
$L_\Phi(\text{nm})$	4799,40	1679,79	559,93	335,96	223,97	167,98

Tabelle 5.2: Übersicht über die Phasenkohärenzlänge für verschiedene Temperaturen von $T = 35 \text{ mK}$ bis $T = 1000 \text{ mK}$ für vier verschiedene Gate-Spannungen $U_g = -2,0 \text{ V}$ bis $U_g = 1,0 \text{ V}$.

Für die Gate-Spannungen $U_g = -1,0\text{ V}$ und $U_g = -2,0\text{ V}$ konnten die Daten optimal mit der exponentiellen Abhängigkeit dargestellt werden. Hier weist die Phasenkohärenzlänge eine $1/T$ -Abhängigkeit ab. Diese Abhängigkeit wurde bereits für Aharonov-Bohm-Oszillationen im topologischen Isolator Bi_2Se_3 beobachtet [104]. Auch die dritte Probengeneration von HgTe-Interferometern zeigt dieses Verhalten. Eine ausführliche Diskussion der $1/T$ -Abhängigkeit findet sich in Abschnitt 5.2.4.

Abschließend zur zweiten Probengeneration lässt sich aus der Messung von Aharonov-Bohm-Oszillationen auf die Interferenzen der Oberflächenzustände schließen. Jedoch wird die Beobachtung der Aharonov-Bohm-Oszillationen durch universelle Leitwertfluktuationen erschwert. Auch durch das neue Ätzverfahren werden viele Störstellen erzeugt, die in Interferenzen der „Bulk“-Ladungsträger in Form von UCFs resultieren. Auch andere Proben aus der zweiten Generation bestätigen dieses Bild. Es sind folglich weitere Verbesserungen beim Prozessieren der Proben notwendig.

5.2 Quanteninterferenzeffekte in mesoskopischen HgTe-Linien

Die Proben der dritten Generation wurden in Intervallen für wenige Sekunden dem Ionenstrahl ausgesetzt, um anschließend für einige Minuten abzukühlen. Zudem wurde die Stärke des Ionenstromes und die Beschleunigungsspannung der Argon-Ionen verringert (siehe Abschnitt 3.2.3).

Eine rasterelektronenmikroskopische Aufnahme der Probe ist in Abbildung 5.10 zu sehen. Die Abmessungen dieser Probe mit der Breite $w = 259\text{ nm}$, Höhe $h = 80\text{ nm}$ ergeben für den Querschnitt des Drahtes $A = 2,07 \times 10^{-14}\text{ m}^2$. Der Abstand zwischen den Spannungsabgriffen beträgt $l = 928\text{ nm}$.

5.2.1 Charakterisierung des Interferometers

Für eine Charakterisierung dieses Systems wurde der Längs- und Querwiderstand am Draht in Abhängigkeit eines senkrecht angelegten Magnetfeldes aufgezeichnet. In Abbildung 5.11 ist dies für verschiedene Gate-Spannungen dargestellt.

Zunächst wird der Hallwiderstand für positive Gate-Spannungen betrachtet. In der linearen Hallgeraden bilden sich Plateaus aus. Für kleine Magnetfelder hängt R_{XY} linear von der angelegten Magnetfeldstärke ab – dies indiziert, dass der Strom von einer

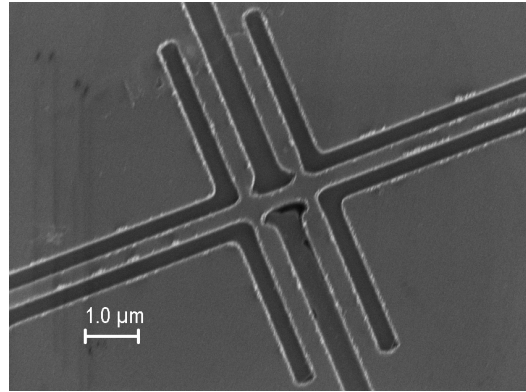


Abbildung 5.10: REM-Aufnahme des Drahtes aus der dritten Probengeneration mit der Breite $w = 259$ nm, der Höhe $h = 80$ nm und dem Querschnitt $A = 2,07 \times 10^{-14}$ m². Der Abstand zwischen den Spannungsabgriffen beträgt $l = 928$ nm.

Sorte Ladungsträger getragen wird. Im Gegensatz zu früheren Probengenerationen (siehe Abbildung 5.4) ändert sich die Steigung der Hallgeraden mit der Gate-Spannung. Für den Gate-Bereich um $U_g = 0$ V nimmt die Steigung der Hallgeraden zu, bis sie ab circa $U_g = -1,5$ V in eine stark nicht-lineare Form übergeht. Dies ist typisch für die Koexistenz zweier Ladungsträgersorten, wie Löcher und Elektronen [112, 113].

Der Hallwiderstand R_{XY} weist quantisierte Plateaus mit Füllfaktoren $\nu = 1$ und $\nu = 3$ auf. Die Abwesenheit von Plateaus mit geraden Füllfaktor, wie $\nu = 2$ in Abbildung 5.11 b), lässt sich durch die halbzahlige Quantisierung der Hall-Leitfähigkeit der Oberflächenzustände erklären [46]. Im Experiment wird die Hall-Leitfähigkeit σ_{xy}^{total} als Summe der Leitfähigkeiten σ_{xy}^{top} und σ_{xy}^{bottom} der beiden parallelen Oberflächen gemessen, wobei σ_{xy}^{top} und σ_{xy}^{bottom} in Einheiten von $(1/2)e^2/h$ quantisiert sind [46]. Der Füllfaktor ν setzt sich aus $\nu_t + \nu_b = (N_t + 1/2) + (N_b + 1/2)$ zusammen, wobei ν_t , ν_b den Füllfaktor der oberen und unteren Oberfläche beschreibt und die Indizes N_t , N_b das korrespondierende Landau-Niveau angeben [115].

Es werden ungeradzahlige Füllfaktoren ν erwartet, wenn die Ladungsträgerdichten der beiden Oberflächen gleich groß sind. Dies kann am Beispiel $\nu = 1$ veranschaulicht werden: $\sigma_{xy}^{total} = \nu e^2/h = \sigma_{xy}^{top} + \sigma_{xy}^{bottom} = (\nu_t + \nu_b)e^2/h = (1/2 + 1/2)e^2/h = e^2/h$ [115].

Haben die beiden Oberflächen unterschiedliche Ladungsträgerdichten, so ergeben sich geradzahlige Füllfaktoren, wie am Beispiel $\sigma_{xy}^{total} = \nu e^2/h = \sigma_{xy}^{top} + \sigma_{xy}^{bottom} = (\nu_t + \nu_b)e^2/h = (3/2 + 1/2)e^2/h = 2e^2/h$ gezeigt werden kann.

In Abbildung 5.11 b) werden nur ungerade Füllfaktoren $\nu = 1$ und $\nu = 3$ beobachtet. Dies lässt darauf schließen, dass die Dichte der Dirac-Fermionen auf der oberen und unteren Oberfläche gleich große Werte hat.

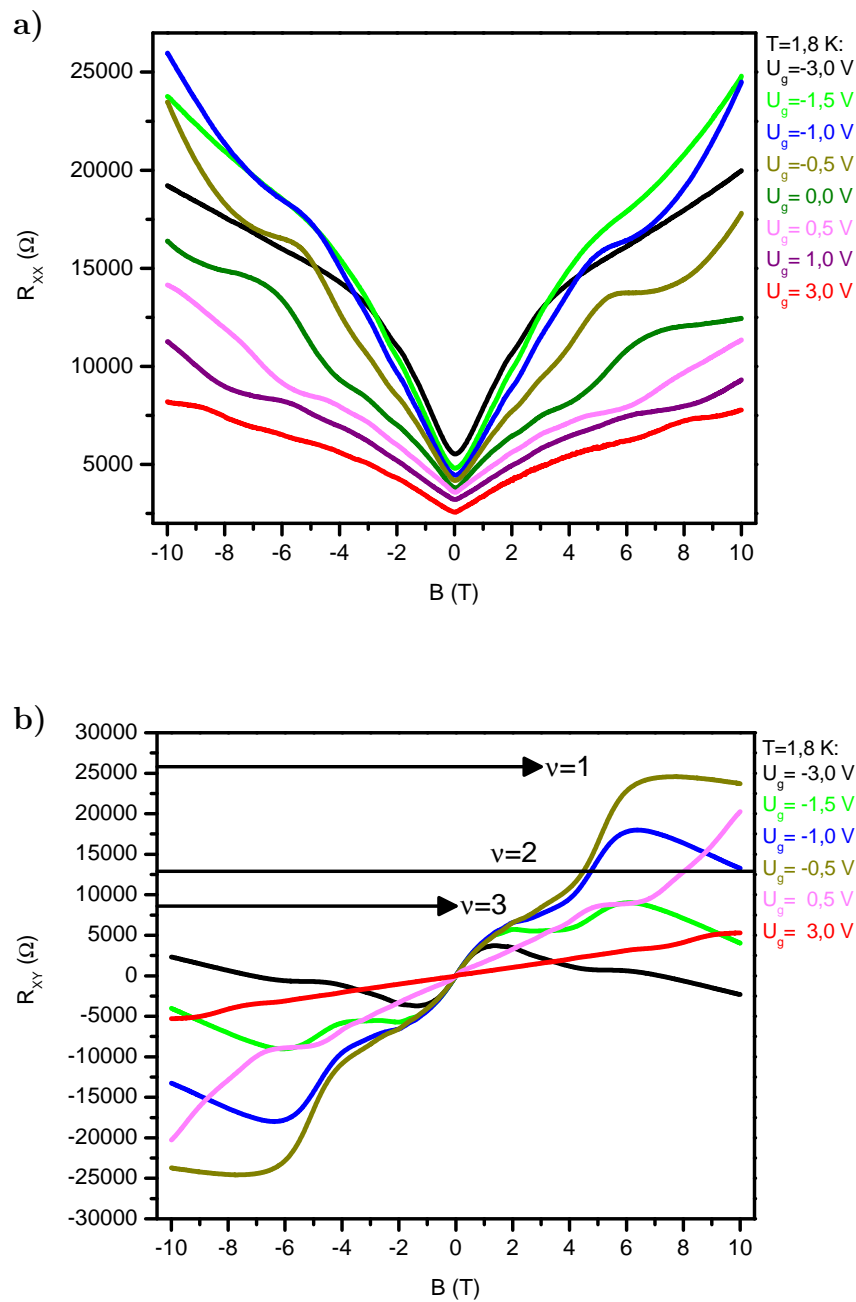


Abbildung 5.11: Längs- und Querwiderstand des Drahtes in Abhängigkeit eines senkrecht angelegten Magnetfeldes: a) Der Längswiderstand nimmt mit kleiner werdender Gate-Spannung zu. b) Die Steigung des Querwiderstandes ändert sich mit der Gate-Spannung. Ab circa $U_g = -1,5$ V geht die lineare Hallgerade in eine starke nicht-lineare Form über.

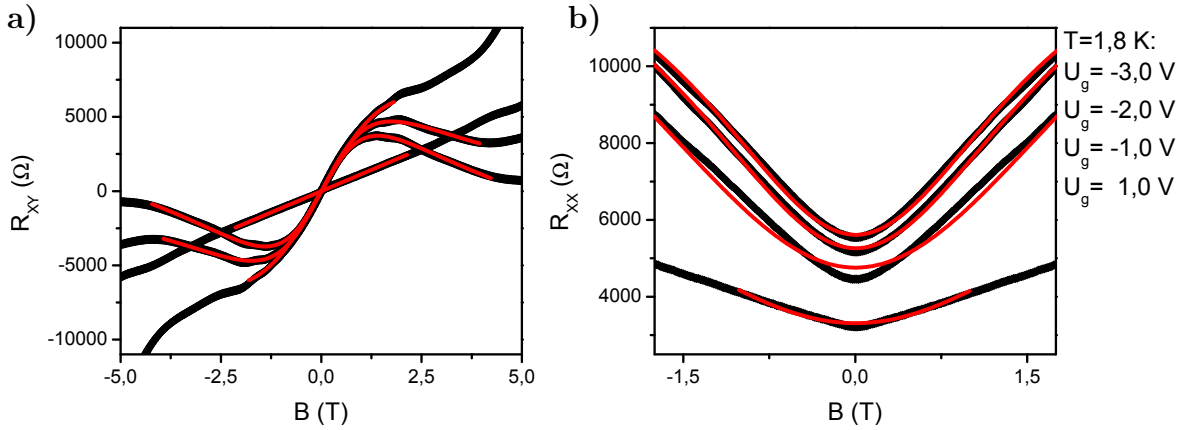


Abbildung 5.12: Fit des Hallwiderstandes a) und des Längswiderstandes b) an das klassische Drude-Modell: Die schwarzen Graphen sind die Messdaten, die roten Kurven die Anpassungen an das klassische Drude-Modell.

Die Shubnikov-de-Haas-Oszillationen im Längswiderstand sind sehr schwach ausgeprägt. Der longitudinale Widerstand fällt jedoch nicht auf Null ab, wenn sich im Querschnitt Plateaus ausbilden. Der Grund hierfür liegt darin, dass die Seitenflächen der Struktur auch leitfähig bleiben. Für kleiner werdende Gate-Spannungen nimmt der Längswiderstand zu. Zudem sind die SdH-Oszillationen im Längswiderstand schwächer ausgeprägt, bis sie bei circa $U_g = -3 \text{ V}$ nicht mehr sichtbar sind.

Diese Daten werden an das klassische Drude-Modell angefitet. Es gilt für ein System mit $i = 1, \dots, n$ Gruppen verschiedener Ladungsträger, dass sich die Leitfähigkeiten σ_{xx} und σ_{xy} aus der Summe der Leitfähigkeiten der einzelnen Gruppen σ_{xx}^i und σ_{xy}^i zusammensetzen: $\sigma_{xx} = \sum_i^n \sigma_{xx}^i$ und $\sigma_{xy} = \sum_i^n \sigma_{xy}^i$. Für die gemessenen Leitfähigkeiten gelten folgende Gleichungen:

$$\sigma_{xx}^i = \frac{q^i n_{2D}^i \mu^i}{1 + (\mu^i B)^2}, \quad (5.4)$$

$$\sigma_{xy}^i = \mu^i B \frac{q^i n_{2D}^i \mu^i}{1 + (\mu^i B)^2}. \quad (5.5)$$

Hierbei notieren μ^i die Beweglichkeit und n_{2D}^i die Ladungsträgerdichte jeder Gruppe i . In Graph 5.12 ist die Fitformel für einige Gate-Spannungen mit den zugehörigen Daten des Längs- und Querschnittswiderstandes gezeigt. Hier wurde der Drude-Formalismus für $n = 2$ Gruppen von Ladungsträgern, Löcher und Elektronen, angewandt. Eine Unterscheidung der einzelnen Gruppen von Elektronen – Dirac-ähnliche Elektronen und „Bulk“-Elektronen – wurde hier nicht durchgeführt.

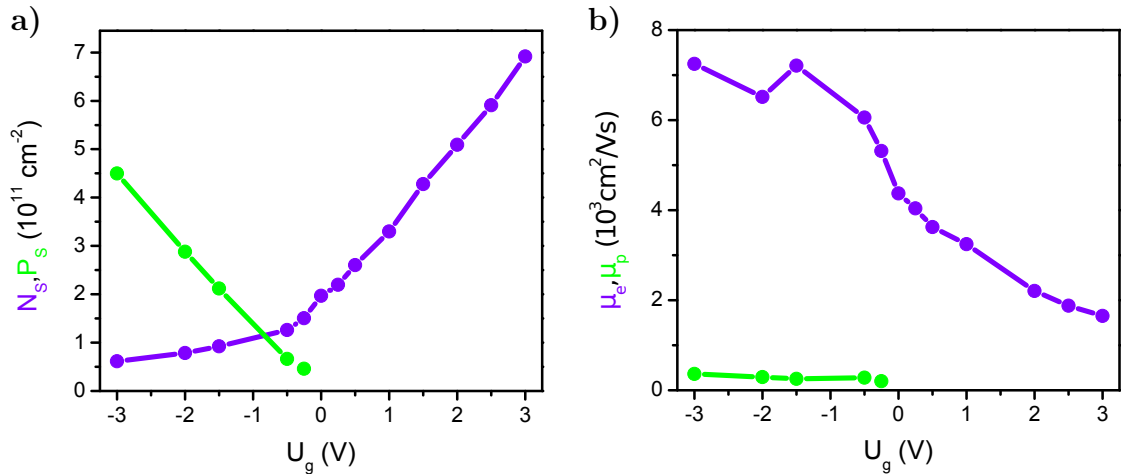


Abbildung 5.13: a) Ladungsträgerdichten N_S der Elektronen und P_S der Löcher für verschiedene Gate-Spannungen. b) Beweglichkeiten μ_e und μ_p der Elektronen und Löcher in Abhängigkeit der Gate-Spannung U_g .

Auch in der Literatur [102, 113] wurde das klassische Drude-Modell bereits erfolgreich angewandt, um die Ladungsträgerdichte in zweidimensionalen HgTe-Quantentrögen und im 3D TI HgTe zu ermitteln.

Das Anpassen der gemessenen Daten an die Fitgleichungen 5.4 und 5.5 erlaubt es, die Ladungsträgerdichte der Elektronen und Löcher zu bestimmen. Diese sind in Abbildung 5.13 gezeigt. Aus den Ladungsträgerdichten und aus dem Verhalten des Hallwiderstandes kann der Gate-Spannungsbereich, in dem die Fermi-Energie in der Bandlücke liegt, vorerst auf circa $-0,5 \text{ V} < U_g < 0,5 \text{ V}$ abgeschätzt werden.

Die Abhängigkeit des Längswiderstandes von der Gate-Spannung wurde in Abbildung 5.14 für Temperaturen von 1,8 K bis 55,0 K untersucht. Hierbei betrug das angelegte Magnetfeld $B = 0 \text{ T}$. Der Widerstand nimmt kontinuierlich zu, wenn die Gate-Spannung vom positiven Bereich über $U_g = 0 \text{ V}$ in das negative Gate-Regime gestimmt wird. Für den Bereich positiver Gate-Spannungen zeigt eine Temperaturerhöhung kaum Einfluss auf den Widerstandswert. Im Bereich $U_g < -0,5 \text{ V}$ nimmt der Widerstand des Drahtes für steigende Temperatur ab. Der Widerstand sinkt um circa 17% seines Ausgangswertes $R = 5,5 \text{ k}\Omega$ bei $T = 1,8 \text{ K}$ auf $R = 4,8 \text{ k}\Omega$ bei $T = 55,0 \text{ K}$.

Ein ähnliches Verhalten wurde für Hallbar-Strukturen aus dem gleichen Ausgangswafer in [102] beobachtet und einer temperaturaktivierten Landau-Streuung von koexistierenden Elektronen und Löchern zugeschrieben [116, 117].

Für $U_g < 0 \text{ V}$ und $U_g > 0 \text{ V}$ weist die Gate-Kurve jeweils unterschiedliche Temperaturabhängigkeit auf. Diese Änderung lässt auf unterschiedliche Streumechanismen für

die beiden Gate-Regimes schließen. Somit kann der Temperatureinfluss auf die Gate-Kurve zur Abschätzung der Bandlücke in diesem Material herangezogen werden und bestätigt das Bild, das sich aus Magnetotransportmessungen ergibt. Die Bandlücke befindet sich auf der Gate-Spannungsskala um $U_g = 0$ V.

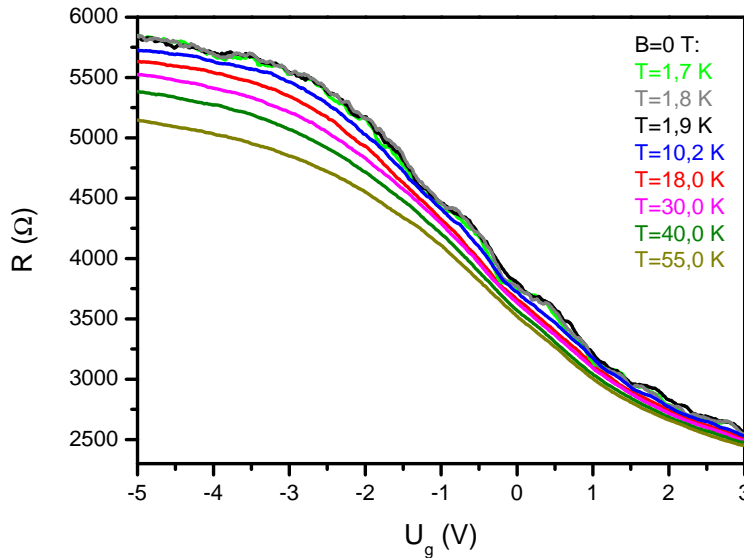


Abbildung 5.14: Gate-Kurve für $B = 0$ T und $T = 1,7$ K bis $T = 55,0$ K. Der Widerstand des Drahtes ändert sich für $U_g > -0,5$ V unmerklich mit einer Temperaturerhöhung. Für Gate-Spannungen $U_g < -0,5$ V nimmt der Widerstand des Drahtes für steigende Temperatur ab.

Eine exakte Ermittlung der Breite der Energielücke war aus diesen Daten allerdings nicht möglich. Sie kann im Vergleich mit den Proben aus [102] folgendermaßen abgeschätzt werden: Die Bandlücke in diesem Material beträgt nach theoretischen Modellen in [11] $E_g = 15$ meV. In [102] wurde die Fermi-Energie mit einer Gate-Spannung durch die Bandstruktur des topologischen Isolators gestimmt und für die Breite der Energielücke ergab sich ein Wert von circa $\Delta U_g = 1,65$ V auf der Gate-Spannungsskala. Durch einen Vergleich der Kapazitäten $C = Q/U$ der beiden Proben und der Änderung Δn_S der Ladungsträgerdichte im Gate-Bereich ΔU_g kann über $\Delta Q = \Delta n_S \cdot e = C \cdot \Delta U_g$ die Breite der Bandlücke auf $\Delta U_g = 0,69$ V für diesen Draht abgeschätzt werden.

5.2.2 Gate-Spannungsabhängigkeit der Aharonov-Bohm-Oszillationen

Nach der Charakterisierung des Interferometers wurde der Draht im $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Verdünnungskryostaten in Hinblick auf Quanteninterferenzeffekte untersucht. Die Probe wurde so ausgerichtet, dass das externe Magnetfeld parallel zur Drahtlänge angelegt war. In Abbildung 5.15 ist der Magnetowiderstand dieses mesoskopischen Drahtes für den Gate-Bereich von $U_g = -1,0\text{ V}$ bis $U_g = 1,0\text{ V}$ gezeigt. Der Querschnitt A des Drahtes ergibt eine Periode von $\Delta B = 0,20\text{ T}$ für die AB-Oszillationen und $\Delta B = 0,10\text{ T}$ für AAS-Oszillationen. Ausgeprägte Oszillationen mit h/e - und $h/2e$ -Periodizitäten sind zu erkennen. Die erwartete Periode für Aharonov-Bohm-Oszillationen ist durch die blauen Balken markiert. So sind beispielsweise für $U_g = -0,05\text{ V}$ ausgeprägte h/e -periodische Oszillationen vorhanden, bei $U_g = 0,5\text{ V}$ handelt es sich bei den Mustern um h/e - und $h/2e$ -Oszillationen.

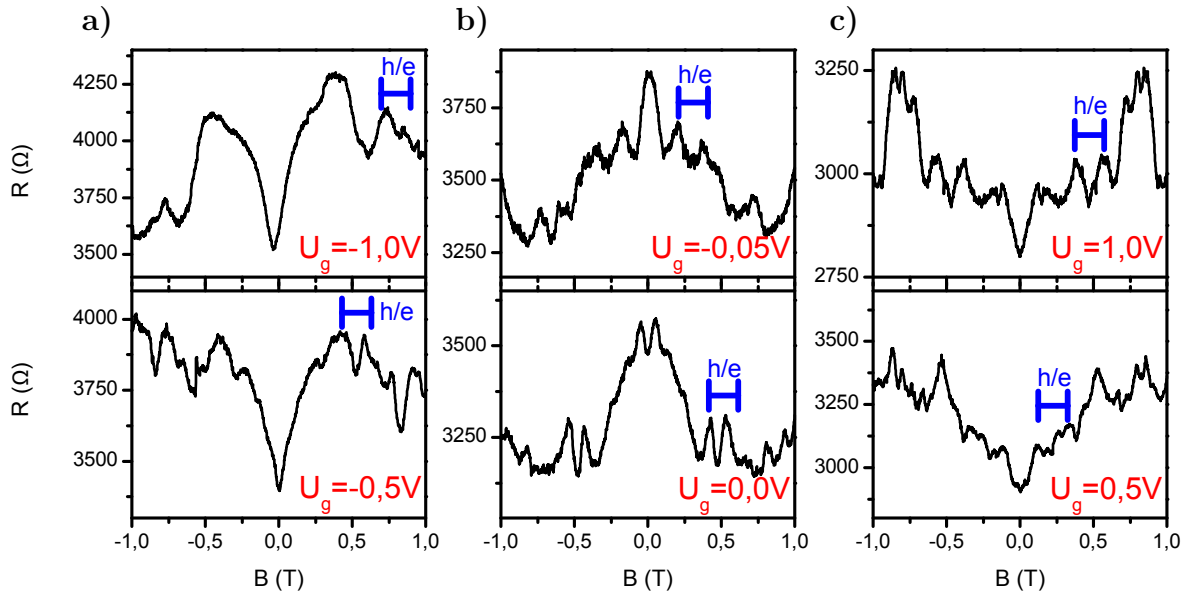


Abbildung 5.15: Magnetowiderstand des Drahtes im parallelen Magnetfeld für Gate-Spannungen von $U_g = -1,0\text{ V}$ bis $U_g = 1,0\text{ V}$. Die blauen Balken markieren die erwartete Periode der AB-Oszillationen. Die Sichtbarkeit der AB-Oszillationen ist in den drei Teilbereichen a) – c) unterschiedlich hoch.

Der Magnetowiderstand des Drahtes im parallelen Magnetfeld lässt sich anhand der Stärke der AB-Oszillationen in drei Bereiche a) bis c) unterteilen: der erste Teilbereich a) erstreckt sich auf den Gate-Bereich $U_g < -0,25\text{ V}$, der Zwischenbereich b) ist in $-0,25\text{ V} < U_g < 0,1\text{ V}$ zu finden und der dritte Bereich c) für $U_g > 0,1\text{ V}$. Für den

Gate-Bereich a) in Abbildung 5.15 sind Ansätze von periodischen Oszillationen erkennbar. Im Bereich b) werden Aharonov-Bohm-Oszillationen im Magnetowiderstand beobachtet und sind am deutlichsten ausgeprägt. Dies zeigt sich sowohl in der Amplitude der Aharonov-Bohm-Oszillationen wie auch in den Fourier-Transformierten. Die Resultate der Fouriertransformation werden im nächsten Abschnitt 5.2.3 diskutiert, die Auswertung der AB-Amplituden findet in Abschnitt 5.2.4 statt. Im Bereich c) werden sowohl universelle Leitwertschwankungen, wie auch Oszillationen mit einer Periode von $\Phi_0 = h/e$ und $\Phi_0/2 = h/2e$ gemessen.

Die starke Spin-Bahn-Wechselwirkung in HgTe manifestiert sich in Form der schwachen Antilokalisierung, die für fast alle Gate-Spannungen vorhanden ist. Diese äußert sich in einem Minimum des Widerstandes für $B = 0$ T. Die Signatur des Magnetowiderstandes ändert sich im Gate-Bereich b) um $-0,1 \text{ V} \leq U_g \leq 0,1 \text{ V}$ signifikant. Daher wird dieser in Abbildung 5.16 genauer betrachtet. Während für Gate-Spannungen $U_g < -0,1 \text{ V}$ schwache Antilokalisierung und ein positiver Magnetowiderstand gemessen wird, entwickelt sich für $-0,1 \text{ V} \leq U_g \leq 0,1 \text{ V}$ ein negativer Magnetowiderstand, der dann für $U_g > 0,1 \text{ V}$ in den Verlauf des positiven Magnetowiderstandes übergeht.

In Abbildung 5.17 sind die beobachteten Aharonov-Bohm-Oszillationen für den eingeschlossenen magnetischen Fluss Φ/Φ_0 aufgetragen. Hier wird nicht der Widerstand, sondern der Leitwert der Probe dargestellt, um die Ergebnisse besser mit der Abhandlung in [108] vergleichen zu können. Bei einer Gate-Spannung $U_g = -0,05 \text{ V}$ wird für $\Phi/\Phi_0 = 0$ ein Minimum und für $\Phi/\Phi_0 = \pm 1/2$ ein Maximum im Leitwert beobachtet. Bei Variation der Gate-Spannung kommt es zu einer Abwechslung dieser Aharonov-Bohm-Phase: So bildet sich für $U_g = -0,15 \text{ V}$ und $U_g = 0,5 \text{ V}$ ein Leitwertmaximum bei $\Phi/\Phi_0 = 0$ und ein Minimum bei $\Phi/\Phi_0 = \pm 1/2$ aus. Diese Messungen sind konsistent mit der Existenz einer Subbandstruktur und dem Vorhandensein einer helikalen, eindimensionalen Mode, wie eingangs dieses Kapitels anhand der Abbildung 5.2 erläutert wurde. In [108] wird gezeigt, dass diese Mode detektiert wird, indem ein Minimum des Leitwertes für $\Phi = 0$ und ein Maximum für $\Phi = \pm \Phi_0/2$ gemessen wird. Dieses Verhalten ist für die Gate-Spannung $U_g = -0,05 \text{ V}$ nachgewiesen worden. Die Fourier-Transformation dieser Messung in Abbildung 5.18 b) bestätigt die Periodizität der Aharonov-Bohm-Oszillationen und die Abwesenheit der Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen für $U_g = -0,05 \text{ V}$.

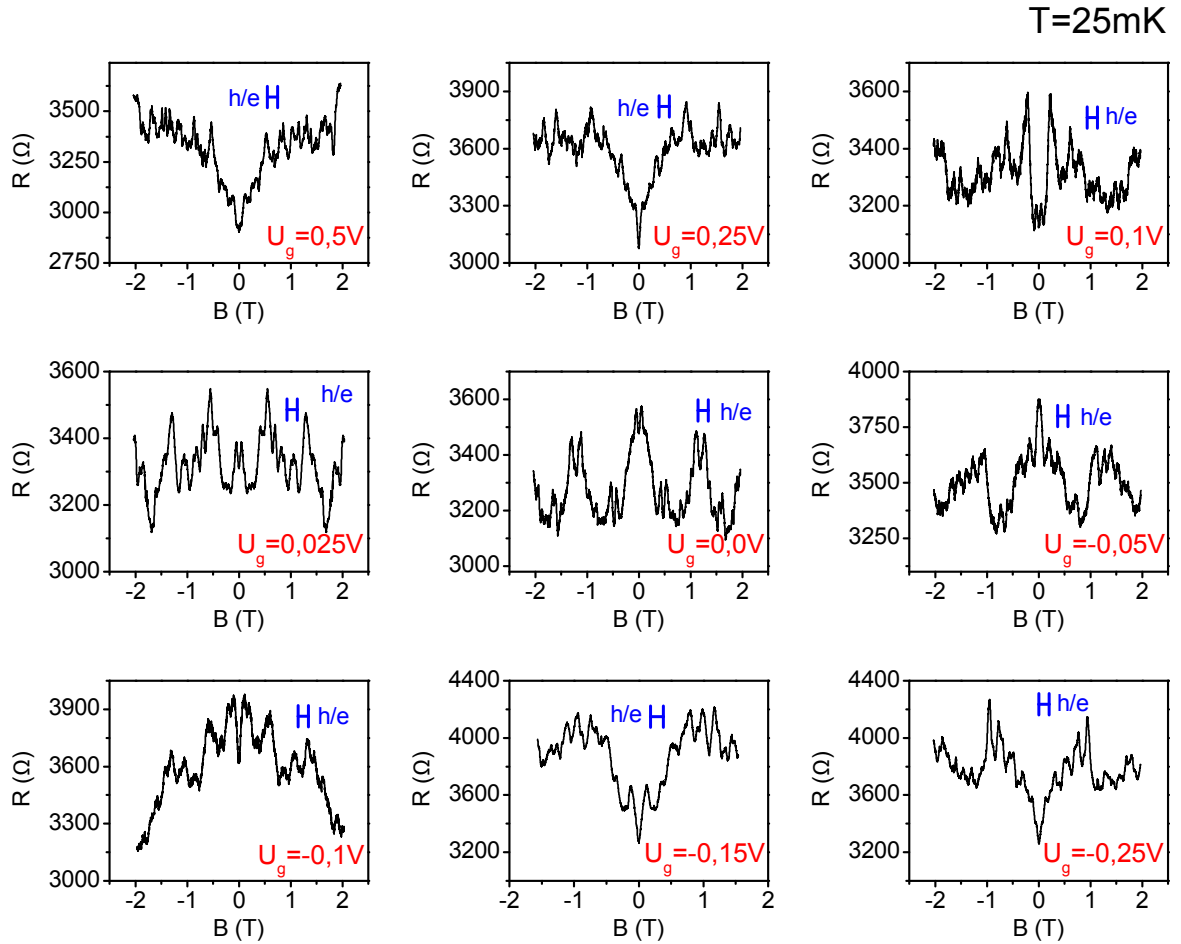


Abbildung 5.16: Der Magnetowiderstand des Interferometers im parallelen Magnetfeld ist im Bereich um $U_g = 0,0\text{ V}$ genauer untersucht worden. Zwischen $U_g = 0,1\text{ V}$ und $U_g = -0,1\text{ V}$ ändert sich die Signatur des Widerstandes. Es wird ein negativer Magnetowiderstand und keine schwache Antilokalisierung beobachtet. Für Gate-Spannungen über $U_g = 0,1\text{ V}$ und kleiner $U_g = -0,1\text{ V}$ wird ausnahmslos ein positiver Magnetowiderstand und schwache Antilokalisierung gemessen. Die Aharonov-Bohm-Oszillationen sind deutlich ausgeprägt. Die theoretisch erwartete h/e -Periode ist durch die blauen Balken gekennzeichnet.

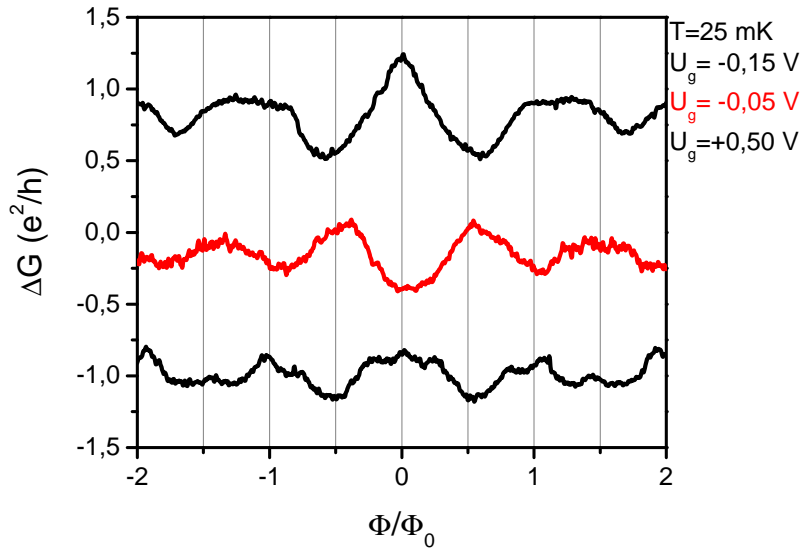


Abbildung 5.17: Leitwertoszillationen des Interferometers für $U_g = -0,15\text{ V}$, $U_g = -0,05\text{ V}$ und $U_g = 0,5\text{ V}$. Für $U_g = -0,05\text{ V}$ wird ein Leitwertminimum für $\Phi = 0$ und ein Maximum für $\Phi = \pm\Phi_0/2$ beobachtet wird, was die Existenz einer helikalen, eindimensionalen Mode in der Subbandstruktur des Nanodrahtes nachweist. Die Graphen wurden zur besseren Übersicht vertikal gegeneinander verschoben.

Hier wurde die alternierende Aharonov-Bohm-Phase in einem zweifachen „Umschalten“ der Oszillationen beobachtet. In [106] wurde ein Interferometer im dreidimensionalen topologischen Isolator $(\text{Bi}_{1,33}\text{Sb}_{0,67})\text{Se}_3$ mit kürzerer Drahtlänge untersucht. Es wurde ein mehrfaches „Umschalten“ und Alternieren der AB-Phase beobachtet. Dieses Interferometer befand sich im ballistischen Regime, wohingegen das hier betrachtete Interferometer im quasi-ballistischen Regime ist.

5.2.3 Auswertung der Fourier-Transformation

Der periodische Charakter der Oszillationen wird durch eine Fourier-Transformation (FFT¹) weiter analysiert. Eine Fourier-Transformation wurde sowohl auf die Rohdaten als auch auf die Daten nach Abzug eines Hintergrund-Widerstandes angewandt. Es kann ausgeschlossen werden, dass Artefakte der Datenbearbeitung das Fourier-Spektrum unnötig verkomplizieren oder verfälschen.

¹Es wurden **F**ast **F**ourier **T**ransformations (FFTs) als spezielle Implementierung der diskreten Fourier-Transformation durchgeführt.

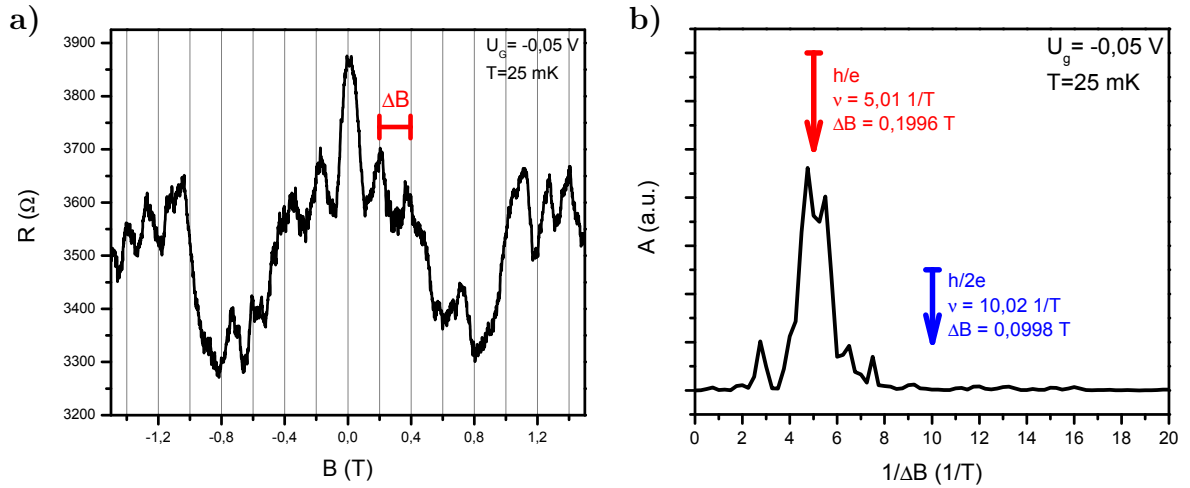


Abbildung 5.18: a) Im Magnetotransport zeigen sich deutliche und klare AB-Oszillationen für eine Gate-Spannung von $U_g = -0,05$ V und eine Temperatur $T = 25$ mK. b) Die korrespondierende Fourier-Transformation unterstützt dies mit einem Ausschlag im Spektrum bei $\nu = 1/\Delta B = 5,0$ T^{-1} . Die Fourier-Transformierte bestätigt die Abwesenheit von AAS-Oszillationen.

Für die Gate-Spannung $U_g = -0,05$ V sind in Abbildung 5.18 a) Oszillationen mit einer Periode von $\Delta B = 0,2$ T vorhanden. Die Fourier-Transformierte dieser Daten in Abbildung 5.18 b) bestätigt dies mit einem hohen Ausschlag bei der korrespondierenden Frequenz $\nu = 1/\Delta B = 5,0$ T^{-1} . Die Aharonov-Bohm-Oszillationen dominieren sowohl das Fourier-Spektrum als auch die Transportdaten. Die Abwesenheit von Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen oder höheren Harmonischen der Aharonov-Bohm-Oszillationen deutet darauf hin, dass sich die Probe hier nicht im diffusivem, sondern im ballistischem oder quasi-ballistischem Regime befindet [108]. In diesem Regime werden die Aharonov-Bohm-Oszillationen als dominierender Interferenzeffekt in dreidimensionalen topologischen Isolatoren erwartet.

In Abbildung 5.19 b) zeigt das Fourier-Spektrum für die Gate-Spannung $U_g = -0,25$ V zwei klare Maxima. Der höhere Ausschlag korrespondiert mit einem Fluss von $\Phi_0 = h/e$ und ist in sehr guter Übereinstimmung mit der Frequenz $\nu = 1/\Delta B = 5,0$ T^{-1} der Aharonov-Bohm-Oszillationen. Das zweite, schwächere Maximum tritt bei einer höheren als der theoretisch erwarteten Frequenz $\nu = 10,0$ T^{-1} auf. Neben der Fourier-Transformation bei $T = 25$ mK ist auch die FFT bei einer höheren Temperatur $T = 100$ mK dargestellt. Auch hier liegt die gemessene Frequenz der h/e -Oszillationen in sehr guter Übereinstimmung mit der erwarteten Frequenz und die $h/2e$ -Frequenz zeigt die gleiche Abweichung vom erwarteten Wert. Die FFT wurde auch auf die Rohdaten angewandt, dies ergab die gleiche Unstimmigkeit für die $h/2e$ -Oszillationen.

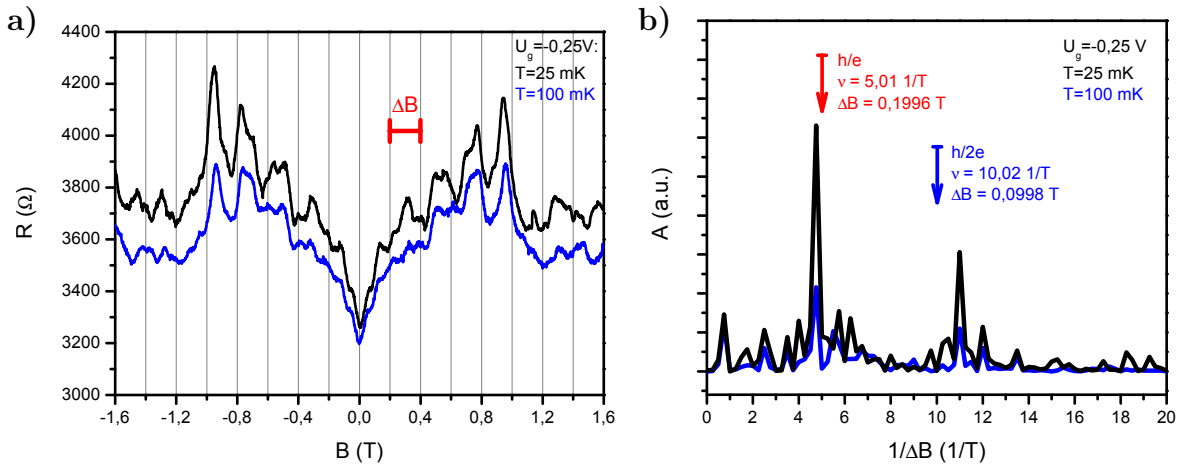


Abbildung 5.19: a) Für $T = 25$ mK und $T = 100$ mK wurden AB-Oszillationen bei einer Gate-Spannung $U_g = -0,25$ V gemessen. b) Die Fourier-Transformation bestätigt das Vorhandensein der h/e - und $h/2e$ -Oszillationen.

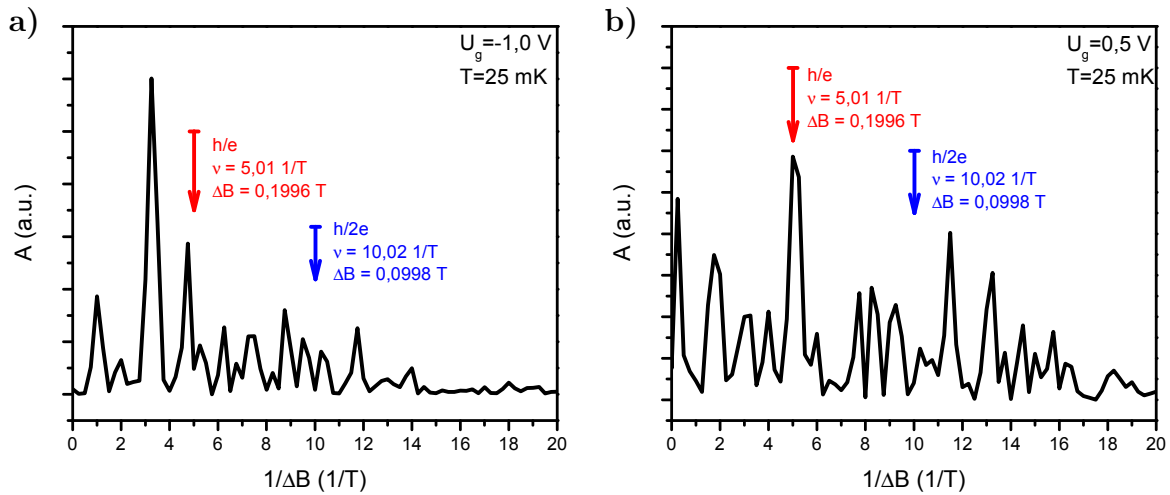


Abbildung 5.20: Für $U_g = -1,0$ V in a) und $U_g = 0,5$ V in b) ist im Fourier-Spektrum ein Maximum bei $\nu = 1/\Delta B = 5,0$ T^{-1} vorhanden. Die Amplitude des FFT-Maximums hat im Vergleich zum Hintergrund im Fourier-Spektrum abgenommen.

Die Fourier-Spektren für $U_g = -1,0\text{ V}$ und $U_g = 0,5\text{ V}$ in Abbildung 5.20 zeigen einen Ausschlag bei einer Frequenz von $\nu = 1/\Delta B = 5,0\text{ T}^{-1}$. Jedoch ist das Fourier-Spektrum im Vergleich zu den Abbildungen 5.18 und 5.19 von universellen Leitwert-schwankungen überlagert.

Für den Bereich zwischen $U_g = -0,25\text{ V}$ und $U_g = 0,1\text{ V}$ werden die jeweiligen Fourier-Spektren vom Maximum bei der h/e -Frequenz dominiert. Für die anderen Gate-Spannungen sind zwar ausgeprägte Maxima der h/e -Frequenzen vorhanden, aber sie treten nicht so deutlich aus dem Hintergrund der UCFs im Spektrum hervor (Abbildung 5.20). Der Anteil der Aharonov-Bohm-Oszillationen wird verstärkt, sobald der Beitrag der Oberflächenzustände zum Transport vergrößert wird. Dies ist der Fall, wenn die Fermi-Energie in die Bandlücke gestimmt wird. Für alle Gate-Spannungen ist der h/e -Ausschlag der Fourier-Transformierten höher als der $h/2e$ -Ausschlag. In diesem Draht sind die Aharonov-Bohm-Oszillationen der dominierende Beitrag gegenüber den Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen. Dies lässt darauf schließen, dass sich das System im quasi-ballistischen Regime, an der Grenze zur schwachen Unordnung befindet [108].

Eine Fourier-Transformation wurde für alle gemessenen Gate-Spannungen ausgeführt. Die Frequenzen, bei denen Ausschläge im Fourier-Spektrum zu verzeichnen waren, wurden in Abhängigkeit der Gate-Spannung aufgetragen. Dies ist in Abbildung 5.21 a) für die Aharonov-Bohm-Oszillationen und in Abbildung 5.21 b) für die Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen gezeigt. Zudem werden mit der Ladungsträgerdichte in c) und der Temperaturabhängigkeit der Gate-Kurve in d) die bisher gesammelten Ergebnisse zu diesem Interferometer zusammengetragen. Die Position der Bandlücke auf der Gate-Spannungsskala ist durch die graue Schraffierung gekennzeichnet. Es ist zu erkennen, dass die Positionen der FFT-Maxima für die Aharonov-Bohm-Oszillationen in a) durch eine Gate-Spannung verschoben werden. Im Bereich der Bandlücke stimmen der gemessene und der theoretische Wert sehr gut überein. Mit Erreichen des Valenzbandes verschiebt sich die Position sehr abrupt zu kleineren Frequenzen. Kleinere Frequenzen im Fourier-Spektrum entsprechen einem geringeren Querschnitt der interferierenden Pfade.

Dieses Verhalten lässt darauf schließen, dass die Lage der Oberflächenzustände nicht exakt an den Rändern des Interferometers lokalisiert ist. Die Oberflächenzustände dehnen sich in das Volumen aus. Diese Ausdehnung beläuft sich auf maximal 5% des gesamten Querschnittes. Befindet sich die Fermi-Energie im Leitungsband oder in der Bandlücke, so sind die Wellenfunktionen der Oberflächenzustände an den Rändern

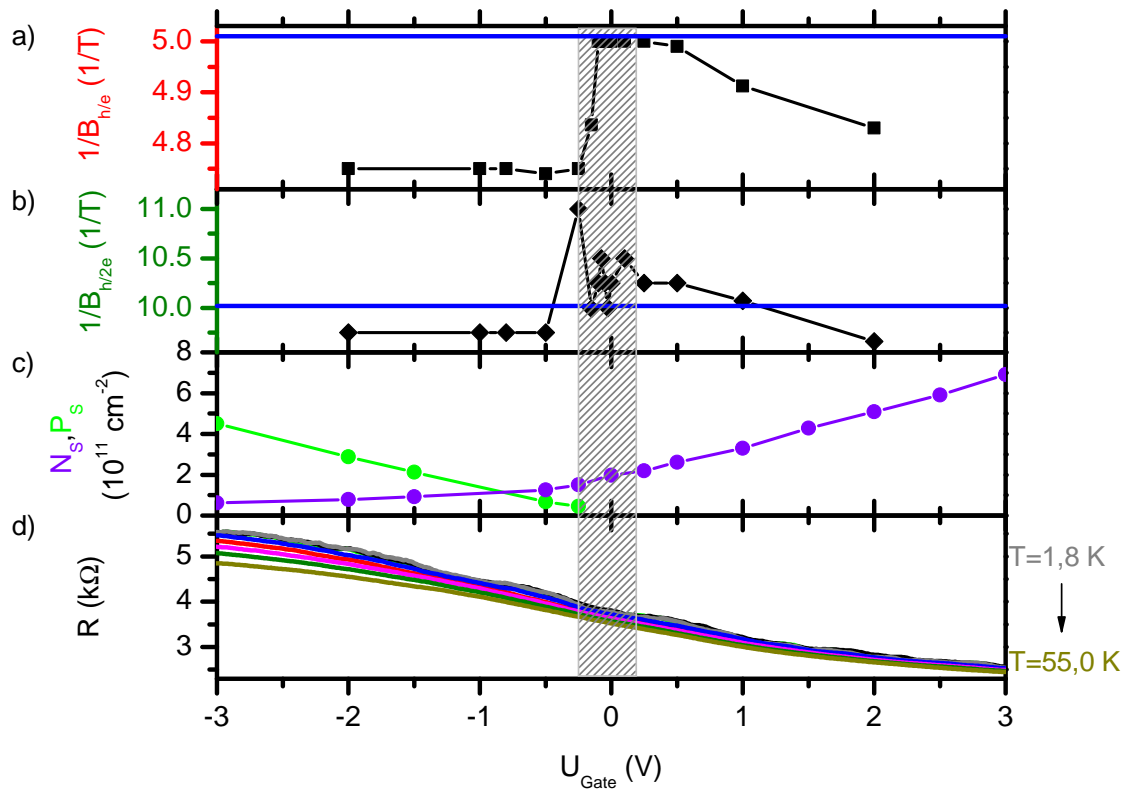


Abbildung 5.21: Die Frequenzen der AB-Oszillationen sind in a) als Funktion der Gate-Spannung dargestellt. Die blaue horizontale Linie kennzeichnet den aus den geometrischen Abmessungen des Drahtes erwarteten Wert der h/e -Oszillationen. Die zugehörigen Frequenzen der AAS-Oszillationen sind in Graph b) zu finden. Auch hier markiert eine blaue horizontale Linie den aus den geometrischen Abmessungen des Drahtes erwarteten Wert der $h/2e$ -Oszillationen. Zum besseren Vergleich sind in c) die ermittelten Ladungsträgerdichten der Elektronen und Löcher und in d) die Temperaturabhängigkeit der Gate-Spannung abgebildet. Der grau schraffierte Bereich kennzeichnet die abgeschätzte Position der Bandlücke.

lokalisiert. Im Valenzband sind die Wellenfunktionen jedoch nicht scharf definiert und lokalisiert, sondern ausgedehnt. Diese Ausdehnung kann auf eine Hybridisierung der Wellenfunktionen von Oberflächenzuständen mit denen der „Bulk“-Löcher zurückgeführt werden. Dieses Verhalten wird momentan in theoretischen Bandstruktur-Rechnungen mit der $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Methode geprüft. Die Kalkulationen werden von der Gruppe um Professor Dr. Tarasenko des Physikalisch-Technischen Instituts Joffe in Sankt Petersburg durchgeführt [118]. Eine ähnliche These zur Hybridisierung der Oberflächenzustände wurde von Hanaguri et al. aufgestellt: In Experimenten zur Rastertunnel-spektroskopie vom dreidimensionalen topologischen Isolator Bi_2Se_3 konnten sie keine lochartigen Landau-Niveaus beobachten und argumentieren, dass die Kopplung der Dirac-Zustände an „Bulk“-Ladungsträger für Valenz- und Leitungsband qualitativ verschieden sein muss [119]. Sie vermuten, dass eine Kopplung oder Hybridisierung der Randzustände an die Volumenzustände im Valenzband stattfindet.

5.2.4 Bestimmung der Phasenkohärenzlänge

Die Evolution der Aharonov-Bohm-Oszillationen mit steigenden Temperaturen erlaubt es, Rückschlüsse auf die dephasierenden Prozesse zu ziehen. Nach [114] wird die Oszillationsamplitude ΔG exponentiell mit

$$\Delta G \propto \exp(-\alpha T) = \exp\left(-\frac{U}{L_\Phi(T)}\right) \quad (5.6)$$

unterdrückt. Hier ist U der Umfang und L_Φ die Phasenkohärenzlänge. Zur Auswertung der Amplitude ΔG wird zunächst der Leitwert $G = 1/R$ berechnet und ein Hintergrund abgezogen, der über Tiefpassfilterung des Signals gewonnen wird.

In Abbildung 5.22 wurden Aharonov-Bohm-Oszillationen bis Temperaturen von $T = 500$ mK gemessen. Bei $T = 25$ mK haben die periodischen Fluktuationen die höchste Amplitude. Diese verringert sich mit steigender Temperatur. Auch für andere Gate-Spannungen sind die AB-Oszillationen für verschiedene Temperaturen beobachtet worden, wie Abbildung 5.23 für die Gate-Spannung $U_g = -0,15$ V zeigt.

Die Amplitude ΔG der AB-Oszillationen ist in Abbildung 5.24 in Abhängigkeit der Temperatur für verschiedene Gate-Spannungen aufgetragen. Mit steigender Temperatur nimmt ΔG exponentiell ab. Im Graph 5.24 stellen die Symbole die Amplitude ΔG der Aharonov-Bohm-Oszillationen bei den einzelnen Temperaturen dar. Die durchgängigen Linien sind die Anpassung der experimentellen Daten an die Relation $\Delta G \propto \exp(-\alpha T)$.

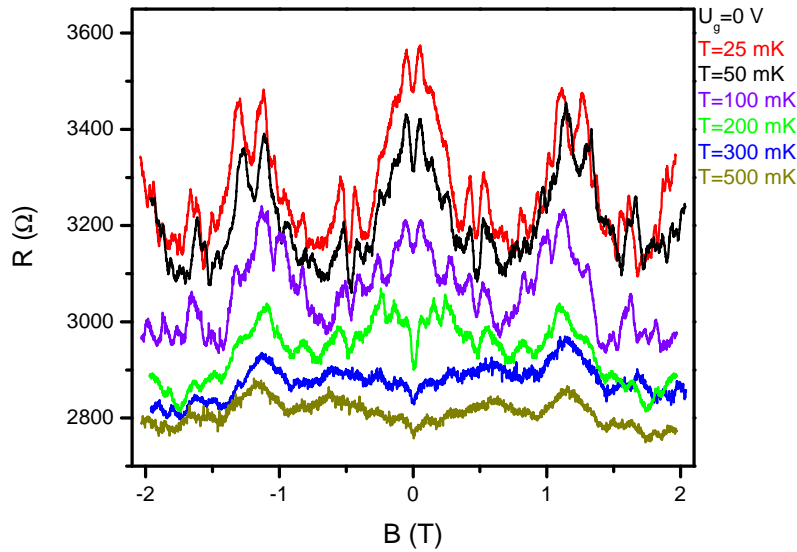


Abbildung 5.22: Magnetowiderstand des Drahtes bei einer Gate-Spannung $U_g = 0$ V für verschiedene Temperaturen von $T = 25$ mK bis $T = 500$ mK. Die Amplitude der AB-Oszillationen verringert sich mit steigender Temperatur. Bei $T = 500$ mK sind noch Anzeichen von AB-Oszillationen zu erkennen.

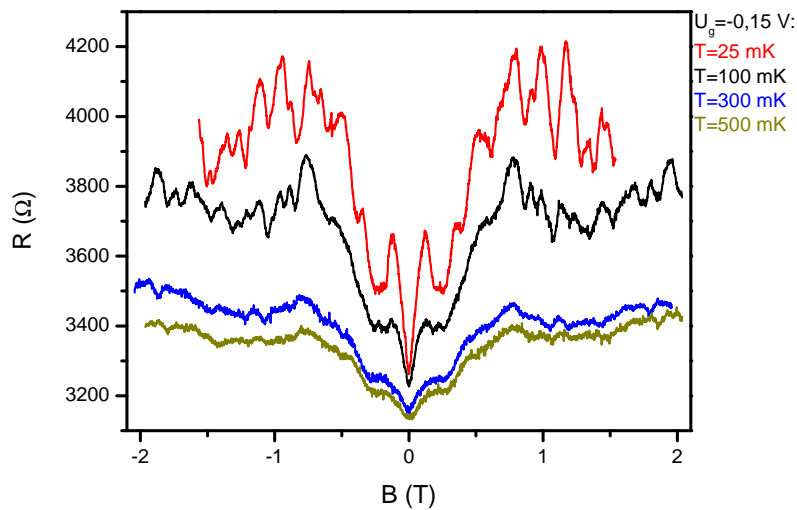


Abbildung 5.23: Magnetowiderstand des Interferometers bei einer Gate-Spannung $U_g = -0,15$ V für verschiedene Temperaturen von $T = 25$ mK bis $T = 500$ mK. Die Amplitude der AB-Oszillationen wird mit steigender Temperatur geringer.

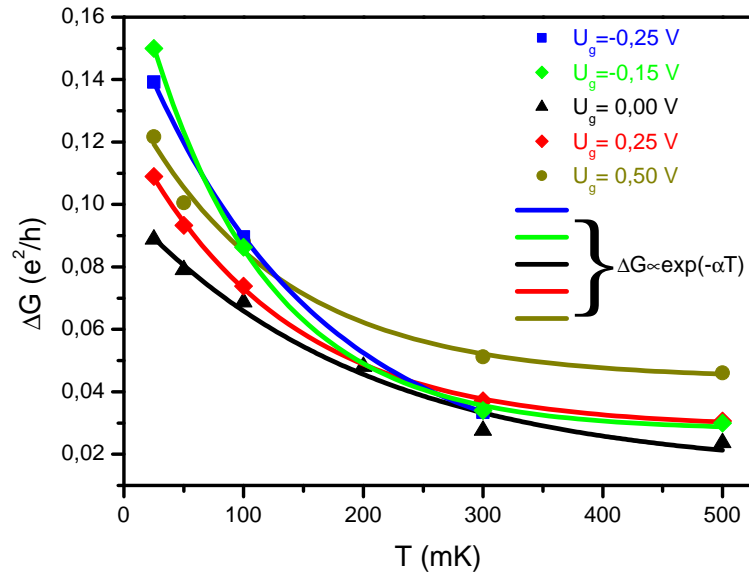


Abbildung 5.24: Temperaturabhängigkeit der Amplitude der Aharonov-Bohm-Oszillationen für verschiedene Gate-Spannungen. Die durchgängigen Linien stellen die Anpassung der gemessenen Daten an die Abhängigkeit $\Delta G \propto \exp(-\alpha T)$ dar. Für alle Gate-Spannungen liefert das Modell gute Übereinstimmung mit den beobachteten Werten.

Für alle Gate-Spannungen findet sich eine gute Übereinstimmung der gemessenen Daten mit der modellbasierten Anpassung. Das Fitten ergibt den Faktor α , der die Abnahme der Amplitude mit der Temperatur beschreibt. Mit der Relation 5.6 lässt sich die Phasenkohärenzlänge L_Φ für die einzelnen Gate-Spannungen abschätzen.

Die Werte für die Phasenkohärenzlänge sind in Tabelle 5.3 zusammengetragen. Die Phasenkohärenzlänge liegt im Bereich einiger Mikrometer. Für den Gate-Bereich, der mit der Bandlücke assoziiert wird, nimmt sie die höchsten Werte an.

Die Amplitude der Aharonov-Bohm-Oszillationen ΔG nimmt für die zweite und dritte Probengeneration ähnlich große Werte an. Dies deutet auf den topologischen Charakter hin. In beiden Proben waren die Interferenzen der Oberflächenzustände nachweisbar. In der zweiten Probengeneration wurde dieses Interferenzmuster durch das der vielen „Bulk“-Ladungsträger überlagert, wohingegen in der dritten Generation deutliche Aharonov-Bohm-Oszillationen beobachtet wurden. Zudem stimmen die ermittelten Werte für die Phasenkohärenzlänge mit den Messungen an einem makroskopischen Interferometer überein. Darauf wird im Abschnitt 5.3 eingegangen.

	$U_g = -0,5 \text{ V}$					
$T(\text{mK})$	25	50	100	–	300	500
$L_\Phi(\text{nm})$	5534,70	2767,35	1383,67	–	461,22	276,73
	$U_g = -0,25 \text{ V}$					
$T(\text{mK})$	25	–	100	–	300	–
$L_\Phi(\text{nm})$	9416,67	–	2354,17	–	784,72	–
	$U_g = -0,15 \text{ V}$					
$T(\text{mK})$	25	–	100	–	300	500
$L_\Phi(\text{nm})$	11740,26	–	2935,07	–	978,36	587,01
	$U_g = 0,00 \text{ V}$					
$T(\text{mK})$	25	50	100	200	300	500
$L_\Phi(\text{nm})$	20390,98	10195,49	5097,74	2548,87	1699,25	1019,55
	$U_g = 0,25 \text{ V}$					
$T(\text{mK})$	25	50	100	–	300	500
$L_\Phi(\text{nm})$	3512,95	1756,48	878,24	–	292,75	175,65
	$U_g = 0,50 \text{ V}$					
$T(\text{mK})$	25	50	100	–	300	500
$L_\Phi(\text{nm})$	3339,90	1669,95	834,98	–	278,33	167,00

Tabelle 5.3: Übersicht über die Phasenkohärenzlänge für verschiedene Temperaturen von $T = 35 \text{ mK}$ bis $T = 1000 \text{ mK}$ für vier verschiedene Gate-Spannungen $U_g = -0,5 \text{ V}$ bis $U_g = 0,5 \text{ V}$. Aufgrund der begrenzten Messzeit wurden nicht für alle untersuchten Gate-Spannungen alle Temperaturbereiche gleich genau abgetastet.

Die beobachtete Temperaturabhängigkeit führt nach Gleichung 5.6 zu einer $1/T$ -Abhängigkeit der Phasenkohärenzlänge $L_\Phi \propto 1/T$.

Bei tiefen Temperaturen und niedrig-dimensionalen Proben ist die Elektron-Elektron-Streuung mit einem kleinen Energie-Transfer, die sogenannte Nyquist-Streuung, der dominierende Mechanismus für den Verlust der Phaseninformation [87, 89]. Diese äußert sich in einer $L_\Phi \propto T^{-a}$ Abhängigkeit [104]. Handelt es sich um einen quasi-eindimensionalen Draht, so beträgt $a = 1/3$ [88, 89] und für Aharonov-Bohm-Ringe ist $a = 1/2$ [96, 97]. Auch eine Dephasierung aufgrund von Wechselwirkung mit Phononen kann ausgeschlossen werden, da sich diese in einer $L_\Phi \propto T^{-1}$ bis T^{-2} Abhängigkeit für quasi-eindimensionale Systeme manifestieren sollte [87]. Diese führen vor allem bei Temperaturen $T > 1 \text{ K}$ zur Dekohärenz [87, 90].

Eine Abhängigkeit $L_\Phi \propto 1/T$ wird im ballistischen Transport von Fermionen mit einer schwachen Kopplung an die Umgebung begründet [104, 120]. Beispiele sind die Aharonov-Bohm-Oszillationen im dreidimensionalen topologischen Isolator Bi_2Se_3 in [104], die derselben Temperaturabhängigkeit gehorchen, oder die eindimensionalen Randzustände im Quanten-Hall-Regime [121].

Die $1/T$ -Abhängigkeit der Phasenkohärenzlänge L_Φ bestätigt, dass es sich bei den beobachteten Oszillationen um Interferenzen der Oberflächenzustände handelt.

5.3 Quanteninterferenzeffekte in makroskopischen HgTe-Linien

Im vorangegangenen Kapitel wurde ein Interferometer mit mesoskopischen Abmessungen untersucht. Zum Vergleich wurde ein größerer Draht aus demselben Ausgangswafer hergestellt und vermessen. Dieses Interferometer liegt mit seinen Abmessungen im makroskopischen Bereich. Die Länge des Drahtes beträgt $l = 36 \mu\text{m}$. Die Breite $w = 3,0 \mu\text{m}$ und die Höhe $h = 80 \text{ nm}$ ergeben den Querschnitt $A = 2,4 \times 10^{-13} \text{ m}^2$. Aus den Abmessungen des Drahtes lassen sich die Periode der Aharonov-Bohm-Oszillationen $\Delta B = \Phi_0/A = 0,017 \text{ T}$ und die Periode der Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen $\Delta B = \Phi_0/2A = 0,009 \text{ T}$ bestimmen.

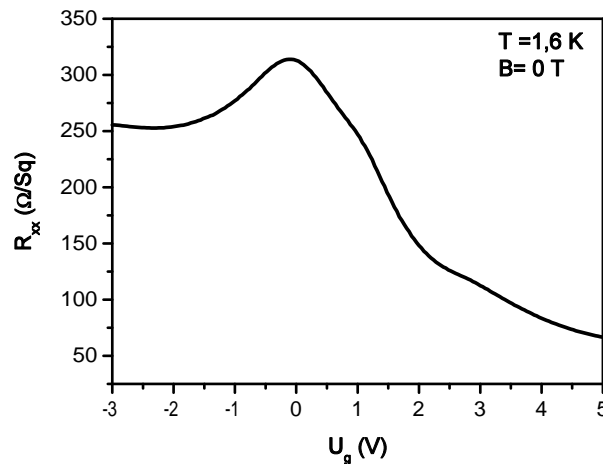


Abbildung 5.25: Längswiderstand des makroskopischen Interferometers in Abhängigkeit der Gate-Spannung. Die Temperatur betrug $T = 1,6 \text{ K}$ und das Magnetfeld $B = 0 \text{ T}$ (Messung: Dmitriy Kozlov).

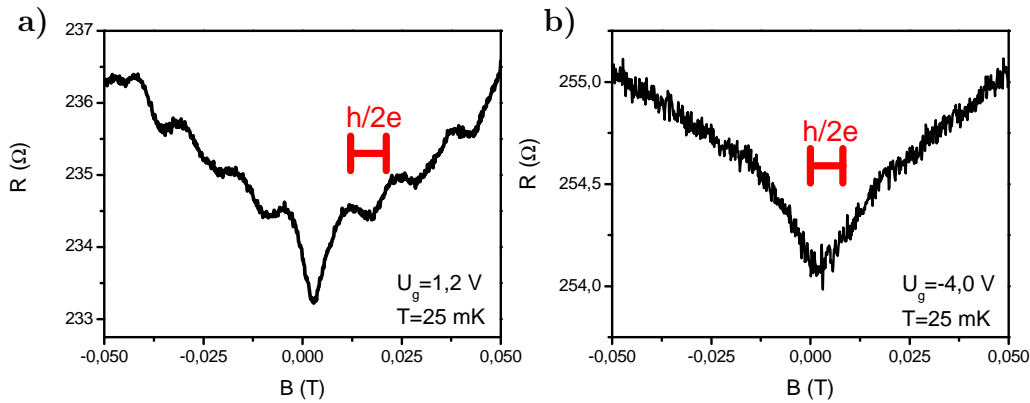


Abbildung 5.26: Längswiderstand des Interferometers in einem parallelen Magnetfeld für $T = 25$ mK. a) Für $U_g \geq 1,2$ V sind AAS-Oszillationen vorhanden. b) Für kleinere Gate-Spannungen treten keine AAS-Oszillationen auf (Messung: Dmitriy Kozlov).

Die Gate-Kurve ist in Graph 5.25 gezeigt. Der Widerstand weist ein Maximum bei einer Gate-Spannung von $U_g = 0$ V auf und ist asymmetrisch in U_g bezüglich dieses Maximums. Der Widerstand auf der linken Seite dieses Maximums ist bedeutsam höher als auf der rechten Seite für $U_g > 0$ V. Diese Abhängigkeit des Widerstandes von der Gate-Spannung wurde schon in breiten Hallbar-Strukturen aus dem gleichen Wafermaterial beobachtet [102]. Im Vergleich zu diesen Proben kann abgeleitet werden, dass sich die Fermi-Energie für $U_g < 0$ V im Valenzband befindet.

Das Interferometer wurde der Länge nach parallel zum Magnetfeld ausgerichtet und der Längswiderstand in Abhängigkeit des magnetischen Feldes für verschiedene Gate-Spannungen aufgezeichnet. Für den Gate-Bereich $U_g \geq 1,2$ V wurden in Graph 5.26 periodische Oszillationen gemessen. Die gemessene Periode lässt sich den Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen zuordnen. Mit einer Länge von $l = 36$ μm befindet sich das Interferometer im diffusiven Regime, in dem Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen erwartet werden [107]. Für Gate-Spannungen $U_g < 1,2$ V sind weder periodische Oszillationen noch aperiodische Fluktuationen beobachtet worden (siehe Graph 5.26). Der Vergleich mit der Gate-Kurve verdeutlicht, dass keine Oszillationen auftreten, wenn sich die Fermi-Energie im Valenzband ($U_g < 0,0$ V) befindet. Im makroskopischen Interferometer setzen die AAS-Oszillationen mit dem Erreichen der Bandlücke ein.

Die Messung der AAS-Oszillationen zeigt, dass der Transport in diesem Draht phasenerhaltend stattfindet. Für ein Zustandekommen dieser Interferenzen muss L_Φ in der Größenordnung mehrerer Mikrometer liegen. Diese Abschätzung ist in guter Übereinstimmung mit den Werten für L_Φ , die aus der zweiten und dritten Probengeneration in mesoskopischen Interferometern gewonnen wurden.

5.4 Zusammenfassung des Kapitels

In diesem Kapitel wurde das Auftreten von Aharonov-Bohm-Oszillationen und anderen Interferenzeffekten im dreidimensionalen topologischen Isolator HgTe untersucht. Hierfür musste in einer Evolution von Probengenerationen die Prozessierung verbessert werden. Das Ziel war der Nachweis von topologisch geschützten Oberflächenzuständen. Diese zeigten sich in Aharonov-Bohm-Interferenzen in einem mesoskopischen Draht. Zudem lieferten die periodischen Aharonov-Bohm-Oszillationen Werte für die Phasenkohärenzlänge in diesem Material. Diese Werte sind konsistent mit der Messung von Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen in einem makroskopischen Draht. Die Gate-Spannungsabhängigkeit der Aharonov-Bohm-Oszillationen zeigte, dass diese als ein sehr sensibles Messinstrument genutzt werden können, um die Interaktion der Oberflächenzustände mit den Wellenfunktionen der „Bulk“-Ladungsträgern zu analysieren.

6 Zusammenfassung

In zwei Schwerpunkte aufgeteilt, wurden in dieser Arbeit Quanteninterferenzeffekte in topologischen Isolatoren und in magnetisch dotierten zweidimensionalen Lochgasen untersucht. Der gemeinsame Nenner ist neben den untersuchten Quanteninterferenzeffekten die starke Spin-Bahn-Wechselwirkung, die eine rein elektrische Kontrolle des Spins ermöglicht und somit einen zusätzlichen Freiheitsgrad in elektronische Komponenten einbringen kann, wie in der Einleitung beschrieben ist.

In den durchgeführten Experimenten zu InAs:Mn wurde der Einfluss von Mangan insbesondere auf den phasenkohärenten Transport untersucht. Die betrachteten Strukturen lassen sich in zwei Kategorien einteilen: Die invertiert dotierten Heterostrukturen haben eine signifikante Menge von Mangan-Ionen in ihrem aktiven Kanal. Bei den normal dotierten Quantentrögen ist dies nicht der Fall.

Die Mangan-Ionen modifizieren bei den invertiert dotierten Strukturen die Transporteigenschaften des Lochgases, sodass eine starke Lokalisierung der Löcher an den Mangan-Akzeptoren beobachtet wird. Bei Anlegen eines magnetischen Feldes findet ein Übergang des Systems in das Quanten-Hall-Regime statt. In diesem Übergangsbereich wurden universelle Leitwertschwankungen gemessen und daraus die Phasenkohärenzlänge bestimmt. Auswertungen über verschiedene Mangan-Konzentrationen zeigen, dass die Phasenkohärenzlänge mit steigendem Mangan-Gehalt geringer wird. Zudem ist sie unterhalb einer bestimmten Temperaturschwelle nahezu konstant und unabhängig von der Temperatur. Dies lässt auf zwei unterschiedliche Streumechanismen schließen: Die Spin-Flip-Streuung an den magnetischen Mangan-Ionen löst die Elektron-Elektron-Streuung als vorrangigen dephasierenden Mechanismus bei tiefen Temperaturen ab.

Die normal dotierten Heterostrukturen zeigten bei Messungen an Hallbars schwache Antilokalisierung, die den Korrekturterm zum klassischen Leitwert aufgrund der starken Spin-Bahn-Wechselwirkung in InAs-Strukturen darstellt. Die Anpassung an theoretische Modelle bestätigt die erwarteten Gesetzmäßigkeiten in diesem System:

So ist für tiefe Temperaturen die Elektron-Elektron-Wechselwirkung und für höhere Temperaturen die Elektron-Phonon-Wechselwirkung für den Verlust der Phaseninformation verantwortlich. Diese Arbeit forcierte die Untersuchungen an Nanostrukturen auf Basis von InAs:Mn. Durch eine Einschränkung der lateralen Ausdehnung in schmale Drahtstrukturen kommt es zu einem Vorzeichenwechsel der Leitwertkorrektur. Im Gegensatz zu den betrachteten Hallbars ergeben sich in den Nanostrukturen weniger Pfade, auf denen eine Spinrelaxation erfolgen kann. Die Spinrelaxation und die schwache Antilokalisierung werden deswegen unterdrückt; im Experiment wurde schwache Lokalisierung beobachtet.

Der zweite Teil der Arbeit wies die Existenz von topologisch geschützten Oberflächenzuständen in HgTe anhand der Beobachtung von Aharonov-Bohm-Oszillationen nach. Hierfür musste zunächst eine hohe Probenqualität bei der Prozessierung erreicht werden. Es wurden Interferometer mit mesoskopischen und makroskopischen Geometrien vermessen. Die Resultate ergeben ein konsistentes Bild: Im mesoskopischen Interferometer sind ausgeprägte Aharonov-Bohm-Oszillationen beobachtet worden, im makroskopischen traten ausschließlich Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen auf.

Das mesoskopische Interferometer befindet sich im quasiballistischen Regime – an der Grenze zur Unordnung – und folglich sind die Aharonov-Bohm-Oszillationen die dominierenden Interferenzbeiträge. Mit einer Gate-Elektrode kann die Fermi-Energie durch die Bandstruktur des topologischen Isolators gestimmt werden: Befindet sich die Fermi-Energie in der Bandlücke, so sind die Interferenzen der Oberflächenzustände am deutlichsten ausgeprägt, da die Anteile der Volumen-Ladungsträger verschwinden. Liegt die Fermi-Energie im Leitungs- oder Valenzband, so nehmen auch „Bulk“-Ladungsträger am Transport teil. Deren Interferenzen werden in Form von überlagerten, universellen Leitwertschwankungen beobachtet.

Bei Variation der Gate-Spannung kommt es zu einer alternierenden Aharonov-Bohm-Phase, die eine Subband-Struktur im Energiespektrum des Nanodrahtes nach Bardarson et al. bestätigt [108]. Auch die Temperaturabhängigkeit der Phasenkohärenzlänge ist in Übereinstimmung mit der theoretisch erwarteten Gesetzmäßigkeit $L_\Phi \propto 1/T$. Die Temperaturabhängigkeit und die alternierende Aharonov-Bohm-Phase bestätigen, dass die beobachteten Interferenzen von den Oberflächenzuständen des topologischen Isolators hervorgerufen werden.

Zusätzlich wurde ein noch ursächlich ungeklärter Effekt aufgedeckt: Ist die Fermi-Energie in der Bandlücke oder im Leitungsband, so befinden sich die Wellenfunktionen der Oberflächenzustände an den Rändern und dringen nicht ins Probeninnere ein. Für Fermi-Energien im Valenzband ändert sich die Ausdehnung der Wellenfunktion abrupt: Sie dringt in das Probeninnere ein. Die Ursache hierfür kann eine Hybridisierung der Oberflächenzustände mit den „Bulk“-Ladungsträgern im Valenzband sein. Eine ähnliche These wurde schon in einem Bericht über den dreidimensionalen topologischen Isolator Bi_2Se_3 aufgestellt [119]. Zudem wird dieser Effekt momentan in theoretischen Bandstrukturrechnungen mit der $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Methode geprüft [118].

Für ein genaueres Verständnis der Interaktion der Oberflächenzustände mit den Volumen-Ladungsträgern sind weitere theoretische Untersuchungen notwendig, um die vermutete Hybridisierung der Oberflächenzustände durch theoretische Bandstrukturrechnungen zu bestätigen. Das Wissen um dieses System kann weiter ausgebaut werden, indem die hier gesammelten Ergebnisse zu Interferometern im diffusiven und quasi-ballistischen Transportregime mit ballistischen Interferometern verglichen werden.

Anhang: Prozessdokumentation

A Strukturierung der InAs:Mn-Proben

1 Mesastrukturierung

- Schutzbelackung des Ausgangsmaterials,
Material mit Diamantritzler anritzen und in $(4,5 \times 4,5)$ mm² große Stücke brechen
- 10 min Aceton-Bad bei 60 °C, Standardreinigung
- Photolack AR-P 3740 aufschleudern,
Schleuder-Parameter für 1,7 µm dicke Lackschicht:
 - Phase 1: 3000-0-5
 - Phase 2: 6000-0-30
- 6 min bei 90 °C ausheizen
- Im Maskaligner MJB 3 der Firma Karl Süss 4,50 min durch Photomaske # 52 belichten
- 10 s in AR 300-47 entwickeln, 30 s in Reinstwasser stoppen,
mit Stickstoff trockenblasen
- Nasschemisches Ätzen
 - 30 s in $\text{H}_3\text{PO}_4 : \text{H}_2\text{O} : \text{H}_2\text{O}_2 = 1 : 12 : 1$
 - Ätzprozess in Reinstwasser stoppen
- Lack in Aceton-Ultraschallbad entfernen
- Standardreinigung
- Ätztiefe mit Dektak Profilometer überprüfen

2 Elektronenstrahlithographie am Rasterelektronenmikroskop Zeiss Auriga:
Negativprozess für Nanostrukturen

- Standardreinigung
- Belacken mit PMMA-Lack (Kettenlänge 200k, Konzentration in Chlorbenzol 3,5%) mit Schleuder-Parameter:
 - Phase 1: 3000-0-5; 3 Tropfen unmittelbar nach Starten der Lackschleuder
 - Phase 2: 8000-9-30; 3 Tropfen während der Beschleunigungsphase
- 9 min bei 150 °C ausheizen
- Einstellen der Fokusebene bei Arbeitsabstand von 10 mm
- Belichten der Strukturen mit Beschleunigungsspannung 30 kV, Aperturblende 30 μm , Flächendosis von 20 000 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$
- 1 min in Isopropanol entwickeln, mit Stickstoff trockenblasen

3 Elektronenstrahlithographie am Rasterelektronenmikroskop Zeiss Auriga:
Positivprozess für Ätzschritt nach der negativen ESL

- Standardreinigung
- Belacken mit PMMA 200k 3,5% (wie oben)
- 9 min Lack bei 150 °C ausheizen
- Einstellen der Fokusebene bei Arbeitsabstand von 10 mm
- Belichten der Strukturen mit Beschleunigungsspannung 30 kV, Aperturblende 30 μm , Flächendosis von 340 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$
- 30 s in MIBK:Isopropanol=1:3 entwickeln, 30 s in Isopropanol, mit Stickstoff trockenblasen

4 Reaktives Ionenätzen in der RIE-Plasmaätzanlage Oxford Plasmalab 80Plus:

- 7,50 min CH_4/H_2 , Gasfluß 10/35 sccm, Kammerdruck 50 mTorr, 150 W
- 1 h Lackentfernung in Acetonbad bei 60 °C
- 1 min Aceton-Ultraschallbad
- Standardreinigung
- Ätztiefe an AFM prüfen

5 Nasschemisches Ätzen:

- 1 h Temperprozess bei 150 °C
- Elektronenstrahlolithographie: Positivprozess für Nanostrukturen
- 28 s in $\text{H}_3\text{PO}_4 : \text{H}_2\text{O} : \text{H}_2\text{O}_2 = 1 : 12 : 1$
- Ätzprozess in Reinstwasser stoppen
- Lack in Aceton-Ultraschallbad entfernen
- Standardreinigung

6 Ohmsche Kontaktierung

- Kontaktfelder der Hallbars mit der Spitze einer Spritze leicht anritzen
- Löten mit InZn (5% Zn, In 6N) mit Temperatur der Lötspitze von 310 °C
- Einlegieren im Legierofen mit Parametern:
 - step 1: 350 °C, 60 s, type II (forming gas anneal)
 - step 2: 50 °C, 2 s, type III (gas flow anneal)
- Überprüfung der Qualität der Kontakte am Spitzenmessplatz

7 Isolator

- Standardreinigung
- PECVD-Plasmaätzenanlage Oxford Plasmalab 80Plus: 14 nm SiO_2 Seedlayer
 - 10 s $\text{SiH}_4/\text{N}_2\text{O}$, Gasfluß 710/170 sccm, $T = 150$ °C, 150 W
 - Kammer kurz belüften, anschließend evakuieren
 - 10 s $\text{SiH}_4/\text{N}_2\text{O}$, Gasfluß 710/170 sccm, $T = 150$ °C, 150 W
- A_2O_3 -Wachstum in ALD Nano-Tech Savannah 100:
 - 10 nm A_2O_3 , $T = 80$ °C, 60 s Purgetime
 - 40 nm A_2O_3 , $T = 150$ °C, 20 s Purgetime

8 Topgateelektrode

- Belacken mit Photolack AR-P 3740 (siehe Mesastrukturierung)
- Im Maskaligner 4,5 min mit der Chrommaske # 52 belichten
- 10 s in AR 300-47 entwickeln, 30 s in Reinstwasser stoppen

- Aufdampfen des Gates:
 - Evakuieren der Aufdampfanlage Univex 450 Leybold auf $4,5 \cdot 10^{-6}$ mbar
 - 10 nm Titan, 100 nm Gold aufdampfen (Rate 1,0 Å/s)
- Lift-Off in Acetonbad bei 60 °C, Abspülen der überschüssigen Goldreste mit Aceton-Spritze
- Standardreinigung

9 Messvorbereitung

- Probe mit zweikomponentigem Leitsilber für Strukturen mit Backgate bzw. mit PMMA-Kleber für Strukturen ohne Backgate in 20-poligen Chipcarrier einkleben
- Kleber 10 min bei 150 °C ausheizen
- Au-Drähte (25 µm Durchmesser) mittels Indium an Kontaktflächen der Hallbar und an den Kontakten des Chipcarriers anlöten

B Strukturierung der HgTe-Proben

1 Mesastrukturierung

- Ausgangsmaterial mit Skalpell in $(4,5 \times 4)$ mm² große Stücke schneiden
- 10 min Aceton-Bad bei 60 °C, Standardreinigung
- Photolack Shipley S1813 aufschleudern,
Schleuder-Parameter für 1,3 µm dicke Lackschicht: 6000-0-30
- 3 min bei 60 °C ausheizen
- Im Maskaligner MJB 3 der Firma Karl Süss 3,00 min durch Photomaske # 52 belichten
- 10 s in MF-26A entwickeln, 30 s in Reinstwasser stoppen,
mit Stickstoff trockenblasen
- Nasschemisches Ätzen
 - 30 s in Br:Ethylenglykol = 1 : 100
 - 60 s Ätzprozess in Reinstwasser stoppen
 - 60 s Ätzprozess in Reinstwasser stoppen
- Lack in Acetonbad entfernen
- Standardreinigung
- Ätztiefe mit Dektak Profilometer überprüfen

2 Elektronenstrahlolithographie am Rasterelektronenmikroskop Zeiss Auriga:

- Standardreinigung
- Belackten mit PMMA-Lack (Kettenlänge 200k, Konzentration in Chlorbenzol 3,5%) mit Schleuder-Parameter:
 - Phase 1: 3000-0-5; 3 Tropfen unmittelbar nach Starten der Lackschleuder
 - Phase 2: 8000-9-30; 3 Tropfen während der Beschleunigungsphase
- Lack 20 min bei 80 °C ausbacken
- Einstellen der Fokusebene bei Arbeitsabstand von 10 mm
- Belichten der Strukturen mit Beschleunigungsspannung 3 kV,
Aperturblende 30 µm, Flächendosis von 80 µC/cm²

- 30 s in MIBK:Propanol=1:3, 30 s in Isopropanol entwickeln, mit Stickstoff trockenblasen

3 Argon-Ionenstrahlätzen in der IBE-Ätzanlage:

- Intervall-Ätzen:
 - 10 s Strahlstrom 2,0 mA, Beschleunigungsspannung 250 V, Ätzrate ~ 1 nm/s
 - 2 min Abkühlphase
 - Je nach Ätztiefe 4- oder 5-malige Iteration
- Lackentfernung 1 h in Acetonbad bei 60 °C
- Aceton-Ultraschallbad für 10 s
- Standardreinigung

4 Ohmsche Kontaktierung

- Kontaktfelder der Hallbars mit der Spitze einer Spritze leicht anritzen
- Indium mit Skalpell von allen Seiten vom Oxid befreien und in Stücke von ca. 300 μm Durchmesser verkleinern
- Indiumstückchen mit Spitze einer Plastikpinzette auf die Kontaktflächen drücken
- Einlegieren mittels LötKolben
- Überprüfung der Kennlinie der Kontakte am Spitzenmessplatz

5 Isolator

- Standardreinigung
- PECVD-Plasmaätzenanlage Oxford Plasmalab 80Plus: 14 nm SiO₂ Seedlayer
 - 10 s SiH₄/N₂O, Gasfluß 710/170 sccm, $T = 80$ °C, 150 W
 - Kammer kurz belüften, anschließend evakuieren
 - 10 s SiH₄/N₂O, Gasfluß 710/170 sccm, $T = 80$ °C, 150 W
- ALD Nano-Tech Savannah 100: 50 nm A₂O₃, $T = 80$ °C, 60 s Purgetime

6 Topgate-Elektrode

- Belackern mit Photolack S1813 (siehe Mesastrukturierung)
- Im Maskaligner 3,0 min mit der Chrommaske # 52 belichten

- 10 s in MF-26A entwickeln, 30 s in Reinstwasser stoppen
- Aufdampfen des Gates:
 - Evakuieren der Aufdampfanlage Univex 450 Leybold auf $4,5 \cdot 10^{-6}$ mbar
 - 10 nm Titan, 100 nm Gold aufdampfen (Rate 1,0 Å/s)
- 60 min Lift-Off in Acetonbad bei 60 °C, Abspülen der überschüssigen Goldreste mit Aceton-Spritze
- Standardreinigung

7 Messvorbereitung

- Probe mit zweikomponentigem Leitsilber in 20-poligen Chipcarrier einkleben
- Kleber 24 h bei Raumtemperatur oder 1 h bei 80 °C ausheizen
- Gold-Drähte (25 µm Durchmesser) mittels Indium an Kontaktflächen der Hallbar und an den Kontakten des Chipcarriers anlöten

Literatur

- [1] *The Haswell Review: Intel Core i7-4770K & i5-4670K Tested*, (2013) <http://www.anandtech.com/show/7003/the-haswell-review-intel-core-i74770k-i54560k-tested/5>.
- [2] *picture-alliance/dpa/Photocom*, (2003) <http://polpix.sueddeutsche.com/bild/1.1470979.1347961051/900x600/megacity-mobilitaet-verkehrsprobleme.jpg>.
- [3] *Autobahn A1 von Janik Lipke*, (2008) <http://galerie.designnation.de/bild/19415>.
- [4] *The Strange Future of Electronics*, (2011) <http://science.energy.gov/discovery-and-innovation/stories/2011/127024/>.
- [5] X.-L. Qi und S.-C. Zhang, *The quantum spin Hall effect and topological insulators*, *Physics Today* **63**, 33–38 (2010).
- [6] B. A. Bernevig und S.-C. Zhang, *Quantum Spin Hall Effect*, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 106802 (2006).
- [7] C. L. Kane und E. J. Mele, *Z_2 Topological Order and the Quantum Spin Hall Effect*, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 146802 (2005).
- [8] I. Žutić, J. Fabian und S. D. Sarma, *Spintronics: Fundamentals and applications*, *Rev. Mod. Phys* **76**, 323–410 (2004).
- [9] S. Datta und B. Das, *Electronic analog of the electro-optic modulator*, *Appl. Phys. Lett.* **56**, 665–667 (1990).
- [10] M. Tanaka, *Spintronics: recent progress and tomorrow's challenges*, *Journal of Crystal Growth* **278**, 25–37 (2005).
- [11] C. Brüne, C. X. Liu, E. G. Novik, E. M. Hankiewicz, H. Buhmann, Y. L. Chen, X. L. Qi, Z. X. Shen, S. C. Zhang und L. W. Molenkamp, *Quantum Hall Effect from the Topological Surface States of Strained Bulk HgTe*, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 126803 (2011).

- [12] U. Wurstbauer, M. Soda, R. Jakiela, D. Schuh, D. Weiss, J. Zweck und W. Wegscheider, *Coexistence of ferromagnetism and quantum Hall effect in Mn modulation-doped two-dimensional hole systems*, Journal of Crystal Growth **311**, 2160–2162 (2009).
- [13] H. Ohno, H. Munekata, T. Penney, S. Von Molnar und L. Chang, *Magnetotransport properties of p-type (In, Mn) As diluted magnetic III-V semiconductors*, Phys. Rev. Lett. **68**, 2664 (1992).
- [14] J. K. Furdyna, *Diluted magnetic semiconductors*, Journal of Applied Physics **64**, R29–R64 (1988).
- [15] U. Wurstbauer und W. Wegscheider, *Magnetic ordering effects in a Mn-modulation-doped high mobility two-dimensional hole system*, Phys. Rev. B **79**, 155444 (2009).
- [16] U. Wurstbauer, C. Śliwa, D. Weiss, T. Dietl und W. Wegscheider, *Hysteretic magnetoresistance and thermal bistability in a magnetic two-dimensional hole system*, Nature Physics **6**, 955–959 (2010).
- [17] Datta und Supriyo, *Electronic transport in mesoscopic systems* (Cambridge University Press, 1997).
- [18] J. H. Davies, *The Physics of Low-dimensional Semiconductors: An Introduction* (Cambridge University Press, 1998).
- [19] M. Z. Hasan und C. L. Kane, *Colloquium: Topological Insulators*, Rev. Mod. Phys. **82**, 3045–3067 (2010).
- [20] J. E. Moore, *The birth of topological insulators*, Nature **464**, 194–198 (2010).
- [21] D. W. und W. Wegscheider, *Vorlesungsskript Halbleiterphysik*, Vorlesungsskript (Universität Regensburg, 2008).
- [22] T. Ihn, *Semiconductor Nanostructures Quantum States and Electronic Transport* (Oxford University Press, Oxford, 2000).
- [23] G. Dresselhaus, *Spin-Orbit Coupling Effects in Zinc Blende Structures*, Phys. Rev. **100**, 580–586 (1955).
- [24] Y. A. Bychkov und E. I. Rashba, *Oscillatory effects and the magnetic susceptibility of carriers in inversion layers*, Journal of Physics C: Solid State Physics **17** (1984).

-
- [25] R. Winkler, *Rashba spin splitting in two-dimensional electron and hole systems*, Phys. Rev. B **62**, 4245 (2000).
- [26] R. Winkler, H. Noh, E. Tutuc und M. Shayegan, *Anomalous giant Rashba spin splitting in two-dimensional hole systems*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **12**, Proceedings of the Fourteenth International Conference on the Electronic Properties of Two-Dimensional Systems, 428–431 (2002).
- [27] W. Xu und L. Lin, *Elementary electronic excitation from a two-dimensional hole gas in the presence of spin–orbit interaction*, Journal of Physics: Condensed Matter **16** (2004).
- [28] M. Hirmer, M. Hirmer, D. Schuh, W. Wegscheider, T. Korn, R. Winkler und C. Schüller, *Fingerprints of the Anisotropic Spin-Split Hole Dispersion in Resonant Inelastic Light Scattering in Two-Dimensional Hole Systems*, Phys. Rev. Lett. **107**, 216805 (2011).
- [29] P. Drude, *Zur Elektronentheorie der Metalle*, Annalen der Physik **306**, 566–613 (1900).
- [30] P. Silberhorn, *Der Quanten-Hall-Effekt - Ein Praktikumsversuch*, Praktikumsversuch (Universität Regensburg, 2000).
- [31] E. H. Hall, *On a new action of the magnet on electric currents*, American Journal of Mathematics **2**, 287–292 (1879).
- [32] C. Kittel, *Einführung in die Festkörperphysik* (Oldenbourg Verlag, 2013).
- [33] K. Kopitzki und P. Herzog, *Einführung in die Festkörperphysik* (Springer, 2007).
- [34] K. v. Klitzing, G. Dorda und M. Pepper, *New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance*, Phys. Rev. Lett. **45**, 494–497 (1980).
- [35] K. von Klitzing, *Developments in the quantum Hall effect*, Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences **363**, 2203–2219 (2005).
- [36] X.-G. Wen, *Topological orders and edge excitations in fractional quantum Hall states*, Advances in Physics **44**, 405–473 (1995).
- [37] F. Bloch, *Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern*, Zeitschrift für Physik **52**, 555–600 (1929).

- [38] M. König, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, T. Hughes, C.-X. Liu, X.-L. Qi und S.-C. Zhang, *The quantum spin Hall effect: theory and experiment*, Journal of the Physical Society of Japan **77** (2008).
- [39] D. J. Thouless, M. Kohmoto, M. P. Nightingale und M. den Nijs, *Quantized Hall Conductance in a Two-Dimensional Periodic Potential*, Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 10.1103/PhysRevLett.49.405.
- [40] C. L. Kane und E. J. Mele, *Quantum Spin Hall Effect in Graphene*, Phys. Rev. Lett. **95**, 226801 (2005).
- [41] B. A. Bernevig, T. L. Hughes und S.-C. Zhang, *Quantum spin Hall effect and topological phase transition in HgTe quantum wells*, Science **314**, 1757–1761 (2006).
- [42] M. König, S. Wiedmann, C. Brüne, A. Roth, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, X.-L. Qi und S.-C. Zhang, *Quantum spin Hall insulator state in HgTe quantum wells*, Science **318**, 766–770 (2007).
- [43] B. Büttner, C. Liu, G. Tkachov, E. Novik, C. Brüne, H. Buhmann, E. Hankiewicz, P. Recher, B. Trauzettel, S. Zhang u. a., *Single valley Dirac fermions in zero-gap HgTe quantum wells*, Nature Physics **7**, 418–422 (2011).
- [44] D. Kozlov, Z. Kvon, N. Mikhailov, S. Dvoretiskii, S. Weishäupl, Y. Krupko und J.-C. Portal, *Quantum Hall effect in HgTe quantum wells at nitrogen temperatures*, Appl. Phys. Lett. **105**, 132102 (2014).
- [45] L. Fu, C. L. Kane und E. J. Mele, *Topological Insulators in Three Dimensions*, Phys. Rev. Lett. **98**, 106803 (2007).
- [46] L. Fu und C. L. Kane, *Topological insulators with inversion symmetry*, Phys. Rev. B **76**, 045302 (2007).
- [47] J. E. Moore und L. Balents, *Topological invariants of time-reversal-invariant band structures*, Phys. Rev. B **75**, 121306 (2007).
- [48] D. Hsieh, D. Qian, L. Wray, Y. Xia, Y. S. Hor, R. Cava und M. Z. Hasan, *A topological Dirac insulator in a quantum spin Hall phase*, Nature **452**, 970–974 (2008).
- [49] Y. Xia, D. Qian, D. Hsieh, L. Wray, A. Pal, H. Lin, A. Bansil, D. Grauer, Y. Hor, R. Cava u. a., *Observation of a large-gap topological-insulator class with a single Dirac cone on the surface*, Nature Physics **5**, 398–402 (2009).

-
- [50] Y. L. Chen, J. G. Analytis, J.-H. Chu, Z. K. Liu, S.-K. Mo, X. L. Qi, H. J. Zhang, D. H. Lu, X. Dai, Z. Fang, S. C. Zhang, I. R. Fisher, Z. Hussain und Z.-X. Shen, *Experimental Realization of a Three-Dimensional Topological Insulator, Bi_2Te_3* , Science **325**, 178–181 (2009).
- [51] Y. Aharonov und D. Bohm, *Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory*, Phys. Rev. **115**, 485–491 (1959).
- [52] F. Schwabl, *Quantenmechanik (QM I)* (Springer, 1998).
- [53] C. P. Umbach, C. Van Haesendonck, R. B. Laibowitz, S. Washburn und R. A. Webb, *Direct observation of ensemble averaging of the Aharonov-Bohm effect in normal-metal loops*, Phys. Rev. Lett. **56**, 386–389 (1986).
- [54] F. Schopfer, F. Mallet, D. Mailly, C. Texier, G. Montambaux, C. Bäuerle und L. Saminadayar, *Dimensional crossover in quantum networks: from macroscopic to mesoscopic Physics*, Phys. Rev. Lett. **98**, 026807 (2007).
- [55] Y. Aharonov und A. Casher, *Topological Quantum Effects for Neutral Particles*, Phys. Rev. Lett. **53**, 319–321 (1984).
- [56] J. Nitta, F. E. Meijer und H. Takayanagi, *Spin-interference device*, Appl. Phys. Lett. **75**, 695–697 (1999).
- [57] M. Berry, *Quantal phase factors accompanying adiabatic changes*, Proc. R. Soc. Lond. A **392**, 45 (1984).
- [58] Y. Aharonov und J. Anandan, *Phase change during a cyclic quantum evolution*, Phys. Rev. Lett. **58**, 1593–1596 (1987).
- [59] K. Richter, *The ABC of Aharonov effects*, Physics **5**, 22 (2012).
- [60] P. A. Lee, A. D. Stone und H. Fukuyama, *Universal conductance fluctuations in metals: Effects of finite temperature, interactions, and magnetic field*, Phys. Rev. B **35**, 1039–1070 (1987).
- [61] C. Beenakker und H. van Houten, *Quantum transport in semiconductor nanostructures*, Solid state physics **44**, 228 (1991).
- [62] B. Altshuler und A. Aronov, *Magnetoresistance of thin films and of wires in a longitudinal magnetic field*, JETP Lett. **33**, 499–501 (1981).
- [63] G. Bergmann, *Weak anti-localization—An experimental proof for the destructive interference of rotated spin $\frac{1}{2}$* , Solid State Communications **42**, 815–817 (1982).

- [64] F. Pierre, A. Gougam, A. Anthore, H. Pothier, D. Esteve und N. O. Birge, *Dephasing of electrons in mesoscopic metal wires*, Phys. Rev. B **68**, 085413 (2003).
- [65] S. Hikami, A. Larkin und Y. Nagaoka, *Spin-Orbit Interaction and Magnetoresistance in the Two Dimensional Random System*, Progress of Theoretical Physics **63**, 707–710 (1980).
- [66] W. Knap, C. Skierbiszewski, A. Zduniak, E. Litwin-Staszewska, D. Bertho, F. Kobbi, J. L. Robert, G. E. Pikus, F. G. Pikus, S. V. Iordanskii, V. Mosser, K. Zekentes und Y. B. Lyanda-Geller, *Weak antilocalization and spin precession in quantum wells*, Phys. Rev. B **53**, 3912–3924 (1996).
- [67] Y. B. L.-G. S. V. Iordanskii und G. E. Pikus, *Weak localization in quantum wells with spin-orbit interaction*, JETP Lett. **60**, 199 (1994).
- [68] B. Grbić, R. Leturcq, T. Ihn, K. Ensslin, D. Reuter und A. D. Wieck, *Strong spin-orbit interactions and weak antilocalization in carbon-doped p -type GaAs/Al_xGa_{1-x}As heterostructures*, Phys. Rev. B **77**, 125312 (2008).
- [69] I. Vurgaftman, J. Meyer und L. Ram-Mohan, *Band parameters for III–V compound semiconductors and their alloys*, Journal of Applied Physics **89**, 5815–5875 (2001).
- [70] C. Wensauer, *Anomaler Hall-Effekt in zweidimensionalen InAs:Mn-Lochsystemen*, Diplomarbeit (Universität Regensburg, 2011).
- [71] T. Takamasu, Y. Oikawa, G. Kido, A. Endo, M. Kato, S. Katsumoto und Y. Iye, *Nonlinear transport properties of samples with inner current contacts in quantum Hall regime*, Physica B: Condensed Matter **256**, 78–81 (1998).
- [72] M. König, *Spin-related transport phenomena in HgTe-based quantum well structures*, Dissertation (Universität Würzburg, 2007).
- [73] V. Daumer, I. Golombek, M. Gbordzoe, E. Novik, V. Hock, C. Becker, H. Buhmann und L. Molenkamp, *Quasiballistic transport in HgTe quantum-well nanostructures*, Appl. Phys. Lett. **83**, 1376–1378 (2003).
- [74] S. L. Flegler, J. W. Heckman und K. L. Klomparens, *Scanning and transmission electron microscopy: an introduction* (WH Freeman New York, 1993).
- [75] V. Srivastav, R. Pal und H. Vyas, *Overview of etching technologies used for HgCdTe*, OPTOELECTRONICS REVIEW **13**, 197 (2005).

-
- [76] M. Neswal, K. Gresslehner, K. Lischka und K. Lubke, *Dry etching of Cd-Te/GaAs epilayers using CH₄/H₂ gas mixtures*, Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures **11**, 551–555 (1993).
- [77] J. White, R. Pal, J. Dell, C. Musca, J. Antoszewski, L. Faraone und P. Burke, *p-to-n type-conversion mechanisms for HgCdTe exposed to H₂/CH₄ plasmas*, Journal of Electronic Materials **30**, 762–767 (2001).
- [78] E. Belas, J. Franc, A. Toth, P. Moravec, R. Grill, H. Sitter und P. Höschl, *Type conversion of p-(HgCd)Te using and Ar reactive ion etching*, Semiconductor science and technology **11**, 1116 (1996).
- [79] E. Smith, C. Musca, D. Redfern, J. Dell und L. Faraone, *H₂-based dry plasma etching for mesa structuring of HgCdTe*, Journal of Electronic Materials **29**, 853–858 (2000).
- [80] C. Enss und S. Hunklinger, *Tieftemperaturphysik* (Springer, 2000).
- [81] F. Pobell, *Matter and methods at low temperatures*, Bd. 2 (Springer, 2007).
- [82] C. Mitzkus, *Transportuntersuchungen an dichtemodulierten zweidimensionalen Elektronensystemen*, Dissertation (Universität Regensburg, 2005).
- [83] N. Nagaosa, J. Sinova, S. Onoda, A. MacDonald und N. Ong, *Anomalous hall effect*, Rev. Mod. Phys. **82**, 1539 (2010).
- [84] P. Olbrich, C. Zoth, P. Lutz, C. Drexler, V. V. Bel'kov, Y. V. Terent'ev, S. A. Tarasenko, A. N. Semenov, S. V. Ivanov, D. R. Yakovlev, T. Wojtowicz, U. Wurstbauer, D. Schuh und S. D. Ganichev, *Spin-polarized electric currents in diluted magnetic semiconductor heterostructures induced by terahertz and microwave radiation*, Phys. Rev. B **86**, 085310 (2012).
- [85] M. Hirmer, *High-mobility two-dimensional hole gases in III-V semiconductor heterostructures: growth and transport properties*, Dissertation (2013).
- [86] S. Studenikin, P. Coleridge, N. Ahmed, P. Poole und A. Sachrajda, *Experimental study of weak antilocalization effects in a high-mobility In_xGa_{1-x}As/InP quantum well*, Phys. Rev. B **68**, 035317 (2003).
- [87] J.-J. Lin und J. Bird, *Recent experimental studies of electron dephasing in metal and semiconductor mesoscopic structures*, Journal of Physics: Condensed Matter **14**, R501 (2002).

- [88] S. Wind, M. Rooks, V. Chandrasekhar und D. Prober, *One-dimensional electron-electron scattering with small energy transfers*, Phys. Rev. Lett. **57**, 633 (1986).
- [89] B. L. Altshuler, A. Aronov und D. Khmelnitsky, *Effects of electron-electron collisions with small energy transfers on quantum localisation*, Journal of Physics C: Solid State Physics **15**, 7367 (1982).
- [90] A. Schmid, *Electron-phonon interaction in an impure metal*, Zeitschrift für Physik **259**, 421–436 (1973).
- [91] S. Kettemann, *Dimensional Control of Antilocalization and Spin Relaxation in Quantum Wires*, Phys. Rev. Lett. **98**, 176808 (2007).
- [92] A. G. Mal'shukov und K. A. Chao, *Waveguide diffusion modes and slowdown of D'yakonov-Perel' spin relaxation in narrow two-dimensional semiconductor channels*, Phys. Rev. B **61**, R2413–R2416 (2000).
- [93] T. Schäpers, V. A. Guzenko, M. G. Pala, U. Zülicke, M. Governale, J. Knobbe und H. Hardtdegen, *Suppression of weak antilocalization in $Ga_xIn_{1-x}AsInP$ narrow quantum wires*, Phys. Rev. B **74**, 081301 (2006).
- [94] Y. Kunihashi, M. Kohda und J. Nitta, *Enhancement of Spin Lifetime in Gate-Fitted InGaAs Narrow Wires*, Phys. Rev. Lett. **102**, 226601 (2009).
- [95] D. Neumeier, *Quanteninterferenzeffekte in ferromagnetischen Halbleitern*, Diplomarbeit (Universität Regensburg, 2006).
- [96] T. Ludwig und A. Mirlin, *Interaction-induced dephasing of Aharonov-Bohm oscillations*, Phys. Rev. B **69**, 193306 (2004).
- [97] C. Texier und G. Montambaux, *Dephasing due to electron-electron interaction in a diffusive ring*, Phys. Rev. B **72**, 115327 (2005).
- [98] B Huard, A Anthore, N. O. Birge, H Pothier und D Esteve, *Effect of magnetic impurities on energy exchange between electrons*, Phys. Rev. Lett. **95**, 036802 (2005).
- [99] J. G. Checkelsky, Y. S. Hor, R. J. Cava und N. P. Ong, *Bulk Band Gap and Surface State Conduction Observed in Voltage-Tuned Crystals of the Topological Insulator Bi_2Se_3* , Phys. Rev. Lett. **106**, 196801 (2011).

-
- [100] H. Steinberg, D. R. Gardner, Y. S. Lee und P. Jarillo-Herrero, *Surface State Transport and Ambipolar Electric Field Effect in Bi₂Se₃ Nanodevices*, Nano Letters **10**, PMID: 21038914, 5032–5036 (2010).
- [101] D. Hsieh, Y. Xia, D. Qian, L. Wray, J. Dil, F. Meier, J. Osterwalder, L. Patthey, J. Checkelsky, N. Ong u. a., *A tunable topological insulator in the spin helical Dirac transport regime*, Nature **460**, 1101–1105 (2009).
- [102] D. A. Kozlov, Z. D. Kvon, E. B. Olshanetsky, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky und D. Weiss, *Transport Properties of a 3D Topological Insulator based on a Strained High-Mobility HgTe Film*, Phys. Rev. Lett. **112**, 196801 (2014).
- [103] H. Peng, K. Lai, D. Kong, S. Meister, Y. Chen, X.-L. Qi, S.-C. Zhang, Z.-X. Shen und Y. Cui, *Aharonov-Bohm interference in topological insulator nanoribbons*, Nature Materials **9**, 225–229 (2010).
- [104] J. Dufouleur, L. Veyrat, A. Teichgräber, S. Neuhaus, C. Nowka, S. Hampel, J. Cayssol, J. Schumann, B. Eichler, O. G. Schmidt, B. Büchner und R. Giraud, *Quasiballistic Transport of Dirac Fermions in a Bi₂Se₃ Nanowire*, Phys. Rev. Lett. **110**, 186806 (2013).
- [105] S. S. Hong, Y. Zhang, J. J. Cha, X.-L. Qi und Y. Cui, *One-dimensional helical transport in topological insulator nanowire interferometers*, Nano Letters **14**, 2815–2821 (2014).
- [106] S. Cho, B. Dellabetta, R. Zhong, J. Schneeloch, T. Liu, G. Gu, M. J. Gilbert und N. Mason, *Aharonov-Bohm Oscillations in a Quasi-Ballistic 3D Topological Insulator Nanowire*, arXiv preprint arXiv:1409.5095 (2014).
- [107] A. G. Aronov und Y. V. Sharvin, *Magnetic flux effects in disordered conductors*, Rev. Mod. Phys. **59**, 755–779 (1987).
- [108] J. H. Bardarson, P. W. Brouwer und J. E. Moore, *Aharonov-Bohm Oscillations in Disordered Topological Insulator Nanowires*, Phys. Rev. Lett. **105**, 156803 (2010).
- [109] C. Dekker, *Carbon nanotubes as molecular quantum wires*, Physics Today **52**, 22–28 (1999).
- [110] F. Xiu, L. He, Y. Wang, L. Cheng, L.-T. Chang, M. Lang, G. Huang, X. Kou, Y. Zhou, X. Jiang u. a., *Manipulating surface states in topological insulator nanoribbons*, Nature Nanotechnology **6**, 216–221 (2011).

- [111] J. H. Bardarson und J. E. Moore, *Quantum interference and Aharonov–Bohm oscillations in topological insulators*, Reports on Progress in Physics **76**, 056501 (2013).
- [112] F. J. Blatt, *Physics of electronic conduction in solids*, Bd. 7 (McGraw-Hill New York, 1968).
- [113] Z. D. Kvon, E. Olshanetsky, D. A. Kozlov, N. N. Mikhailov und S. A. Dvoretiskii, *Two-dimensional electron-hole system in a HgTe-based quantum well*, JETP Lett. **87**, 502–505 (2008).
- [114] S. Washburn und R. A. Webb, *Aharonov-Bohm effect in normal metal quantum coherence and transport*, Advances in Physics **35**, 375–422 (1986).
- [115] Y. Xu, I. Miotkowski, C. Liu, J. Tian, H. Nam, N. Alidoust, J. Hu, C.-K. Shih, M. Z. Hasan und Y. P. Chen, *Observation of topological surface state quantum Hall effect in an intrinsic three-dimensional topological insulator*, Nature Physics **10**, 956–963 (2014).
- [116] E. Olshanetsky, Z. Kvon, M. Entin, L. Magarill, N. Mikhailov, I. Parm und S. Dvoretzky, *Scattering processes in a two-dimensional semimetal*, JETP Lett. **89**, 290–293 (2009).
- [117] V. Gantmakher und Y. Levinson, *Carrier scattering in metals and semiconductors* (Elsevier, 2012).
- [118] D. Weiss und D. Kvon, *Interne Kommunikation*, 2014.
- [119] T. Hanaguri, K. Igarashi, M. Kawamura, H. Takagi und T. Sasagawa, *Momentum-resolved Landau-level spectroscopy of Dirac surface state in Bi_2Se_3* , Phys. Rev. B **82**, 081305 (2010).
- [120] G. Seelig und M. Büttiker, *Charge-fluctuation-induced dephasing in a gated mesoscopic interferometer*, Phys. Rev. B **64**, 245313 (2001).
- [121] P. Roulleau, F. Portier, P. Roche, A. Cavanna, G. Faini, U. Gennser und D. Mailly, *Direct Measurement of the Coherence Length of Edge States in the Integer Quantum Hall Regime*, Phys. Rev. Lett. **100**, 126802 (2008).

Danksagung

Prof. Dr. Dieter Weiss möchte ich für seine Betreuung und sein stetiges Interesse an meiner Arbeit danken. Außerdem möchte ich meinen Dank dafür aussprechen, dass er in fachlichen Diskussionen Ratschläge und Verbesserungsvorschläge für mich bereit hatte. Durch seine Unterstützung hatte ich zudem die Möglichkeit zur Teilnahme an interessanten Konferenzen.

Für die Übernahme des Zweitgutachtens sowie für die interessanten Gespräche danke ich Prof. Dr. Sergey Ganichev.

Mein Dank gilt Dr. Dmitry „Dima“ Kozlov und Prof. Dr. Dmitry Kvon für die gute Zusammenarbeit. Für die Versorgung mit HgTe-Material möchte ich Nikolai Mikhailov, Sergey Dvoretzky, Dr. Dmitry Kozlov und Prof. Dr. Dmitry Kvon danken.

Für das InAs:Mn-Material danke ich Dr. Ursula Wurstbauer, Prof. Dr. Werner Wegscheider, Josef Loher und Prof. Dr. Dominique Bougeard.

Bei Claudia Rahm und Elke Haushalter möchte ich mich für ihre hilfsbereite und freundliche Art bedanken.

Meinen Bürokollegen Dr. Josef Kamann, Florian Oberhuber und Johannes Ziegler möchte ich nicht nur für das angenehme Arbeitsklima, sondern auch für die vielen lustigen und fachlichen Gespräche danken. Zudem danke ich Florian für die gute Zusammenarbeit bei der Betreuung der beiden Elektronenmikroskope.

Für die Unterstützung bei Problemen im Reinraum danke ich Cornelia Linz, Uli Gürster und Florian Birkner, bei dem ich mich auch für die gute Zusammenarbeit bei der Betreuung des Chemie-Labors bedanken möchte.

Den Mischerbetreuern Christian Betthausen, Dieter Vogel und Alexei Iankilevitch bin ich für einen funktionierenden Mischkryostaten dankbar.

Vielen, vielen Dank an Alexei Iankilevitch und Johannes Ziegler für das Korrekturlesen.

Danke auch für die gute Zusammenarbeit an meine ehemaligen Diplomanden, Masteranden und Bacheloranden Florian Heimbach, Johannes Ziegler, Julian Schaumann, Dominik Bauer, Philipp Faltermeier und Madelaine Ochs.

Meinen Schwestern Eva und Maximiliane möchte ich besonders danken: Maxi, die mich mit ihrer lustigen und lieben Art immer aufgemuntert hat, nachdem gefühlte 1000 Proben nicht das erwartete Verhalten zeigten, und die wohl als einzige 15-jährige schon eine Doktorarbeit Korrektur gelesen hat und dies sehr gut machte. Eva las meine Doktorarbeit aus mathematischer Sicht und leistete dabei hervorragende Arbeit und half mir zudem, mich abzulenken und auf andere Gedanken als Physik zu kommen.

Christian danke ich für seine Hilfe beim Korrekturlesen und ganz besonders für seine Unterstützung in jeglicher Hinsicht, selbst aus Singapur, und auch für seine Geduld, wenn ich ganze Wochenenden im Kryolabor verschwand.

Meinen Eltern möchte ich ganz besonders für ihre Unterstützung danken: Meine Mutter hat schon meine Diplomarbeit Korrektur gelesen und obwohl sie den Reinraum nie betreten hat, war sie durch ihr Interesse eigentlich immer dabei. Meinem Vater, der mein Interesse an Technik und Physik geweckt hat, danke ich für seine Verbesserungsvorschläge und seinen lustigen Aufheiterungen und Lebensweisheiten.

Nachträgliche Änderungen

- Seite 22: Folgender Satz „Für $v_0 = 0$ handelt es sich um einen schwachen 3D TI, hier umschließt die Fermi-Energie eine ungerade Anzahl von zeitumkehrinvarianten Punkten (Abbildung 2.9 a).“ wurde nachträglich zu „Für $v_0 = 0$ handelt es sich um einen schwachen 3D TI, hier umschließt die Fermi-Energie eine gerade Anzahl von zeitumkehrinvarianten Punkten (Abbildung 2.9 a).“ geändert.
- Seite 42: Die Bildunterschrift der Abbildung 3.5 „Schichtabfolge der beiden verwendeten Heterostrukturen: Der 80 nm breite HgTe-Film ist verspannt auf das (013) CdTe-Substrat gewachsen. Eine 20 nm breite CdHgTe-Schicht trennt den HgTe-Film vom Substrat. Bei einem Teil der Heterostrukturen war der HgTe-Film von einer Capschicht aus 20 nm CdHgTe bedeckt.“ wurde nachträglich zu „Schichtabfolge der beiden verwendeten Heterostrukturen: Der 80 nm breite HgTe-Film ist verspannt auf eine (013) CdTe-Schicht gewachsen. Eine 20 nm breite CdHgTe-Schicht trennt den HgTe-Film von der CdTe-Schicht. Das GaAs-Substrat ist hier nicht dargestellt. Bei einem Teil der Heterostrukturen war der HgTe-Film von einer Capschicht aus 20 nm CdHgTe bedeckt.“ geändert.