

**Dynamisches Spin-Modell für Finanzmärkte mit
korrelierten Ertragszeitreihen**



DISSERTATION ZUR ERLANGUNG DES DOKTORGRADES
DER NATURWISSENSCHAFTEN (DR. RER. NAT.)
DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK
DER UNIVERSITÄT REGENSBURG

vorgelegt von

Alexander Eckrot

aus

Uljanowskij, Kasachstan

im Jahr 2018

Promotionsgesuch eingereicht am:

Die Arbeit wurde angeleitet von:

Prof. Dr. Ingo Morgenstern

Prüfungsausschuss:

Termin Promotionskolloquium:

Unterschrift:

Alexander Eckrot

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	11
2 Stylized Facts	15
2.1 Verwendete Daten	16
2.2 Positiver Exzess der Erträge	18
2.3 Aggregierte Normalität	23
2.4 Verschwindende Autokorrelation von Erträgen	23
2.5 Gehäufte Volatilität	26
2.6 Struktur der Kreuzkorrelationen	29
2.7 Multifraktalität	37
3 Spin-Modelle in der Ökonophysik	43
3.1 Analogien aus der Physik	43
3.2 Überblick verschiedener Modelle	46
3.3 Das Gonçalves-Sornette-Zhou-Modell	50
3.3.1 Beschreibung des Gonçalves-Sornette-Zhou Modells . . .	50
3.3.2 Ergebnisse des Gonçalves-Sornette-Zhou-Modells	53
3.3.3 Weitere Untersuchung des GSZ-Modells	62
4 Generalisierung des GSZ-Modells	73
4.1 Beschreibung des Modells	74
4.2 Untersuchung des Modells	77
4.2.1 Wahl der Entscheidungsfunktion ξ	77

4.2.2 Weitere Parameterwahl	87
4.2.3 Erzeugung der Korrelationsstruktur	96
5 Zusammenfassung	113
Anhang	117
A Wahl der Entscheidungsfunktion ξ	119
B Weitere Parameterwahl	145
C Änderung der Nachrichtengewichtung	159

Abkürzungen

CCDF komplementäre kumulative Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

CDF kumulative Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

GHE *Generalized Hurst Exponent.*

PDF Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

RMT *Random Matrix Theory.*

Symbole

α_{\pm} Exponent des Potenzgesetzes der CDF und CCDF für extreme (positive bzw. negative) Erträge.

C Korrelationsfunktion.

$C_{\mathcal{A}}$ Autokorrelationsfunktion.

\mathcal{C} Korrelationsmatrix.

\mathcal{C}_{ij} Eintrag der Korrelationsmatrix.

$\tau_{\mathcal{A}}$ Integrierte Autokorrelationszeit.

λ Eigenwert.

ν Eigenvektor.

f Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

$\mathcal{F}_{<}$ kumulative Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

$\mathcal{F}_{>}$ komplementäre kumulative Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion.

H Generalisierter Hurstexponent.

γ Exzess.

κ Kurtosis, Wölbung.

\mathcal{M} Statistisches Moment.

$\mathcal{N}(0, 1)$ Standardnormalverteilung.

p Preis eines Vermögenswertes.

P Wahrscheinlichkeit.

r logarithmische Erträge mit Zeitskala $\tau = 1$.

r_n normierte logarithmische Erträge mit Zeitskala $\tau = 1$.

r_τ logarithmische Erträge mit Zeitskala τ .

$r_{n,\tau}$ normierte logarithmische Erträge mit Zeitskala τ .

ζ Skalierungsfunktion.

σ Standardabweichung.

δt Zeitabstand.

T Anzahl der Werte einer Zeitreihe.

τ Zeitskala.

α_M Gedächtnisparameter.

β Rationalitätsparameter.

b Grundlegende Imitationsneigung.

φ Nachrichtensensivität.

ϵ_i Privates Urteil des Agenten i .

CV Globaler Anteil zur Standardabweichung von ϵ_i .

M Anzahl der Vermögenswerte eines Marktes.

L Liquiditätsparameter.

K Kopplungskoeffizient.

s_i Kaufentscheidung des Agenten i .

G Gesamter Nachrichtenterm.

G_G Globaler Nachrichtenterm.

G_S Sektorbezogener Nachrichtenterm.

G_I Individueller Nachrichtenterm.

ξ Entscheidungsfunktion.

ξ_{\max} Entscheidungsfunktion, die auf dem maximalen absoluten Ertrag innerhalb eines Marktes basiert.

ξ_{most} Entscheidungsfunktion, die auf den Erträgen der meisten Vermögenswerten innerhalb eines Marktes basiert.

$|..|$ Absolutwert.

$<..>$ Mittelwert einer Zeitreihe.

Kapitel 1

Einleitung

Der Begriff *Econophysics* (Ökonophysik) entstand als Neologismus aus den Worten *Economics* und *Physics* im Jahr 1995 auf einer Konferenz zur statistischen Physik in Indien [19] und fand seine Verwendung innerhalb eines Artikels erstmals unter Stanley et al. [85, 89]. Seit der Begründung dieser interdisziplinären Fachrichtung hat sich die Ökonophysik zunehmend etabliert und ist stark gewachsen. Das lässt sich beispielsweise an der steigenden Anzahl von Veröffentlichungen des Feldes innerhalb von Physikjournalen erkennen, wie von T. Preis und C. Schnickus hervorgehoben wurde [84, 85]. Aber auch vor der Prägung des Begriffs Ökonophysik haben sich die Physik und die Wirtschaftswissenschaften häufig gegenseitig beeinflusst [87, 83]. Die Namensgebung dieses interdisziplinären Forschungszweigs war also nur eine Frage der Zeit.

In der Ökonophysik werden vor allem Methoden und Modelle aus den Gebieten der statistischen Physik, der computergestützten Physik und der Festkörperphysik auf Problemstellungen der Ökonomie, häufig aus den Finanzwissenschaften, angewendet. Dabei werden die untersuchten ökonomischen Systeme als Vielteilchensysteme betrachtet, deren makroskopische Variablen durch ihre mikroskopischen Wechselwirkungen bestimmt werden. So können Finanzmärkte beispielsweise als Systeme betrachtet werden, deren mikroskopische Teilchen, die Händler, anhand ihrer Wechselwirkungen die makroskopischen

sche Variable, den Preis, erzeugen.

Von Finanzmärkten erzeugte Ertragszeitreihen weisen einige empirische Eigenschaften auf, die anscheinend unabhängig von den genauen Spezifikationen des jeweiligen Handelsgutes und Marktes Gültigkeit haben. Diese Eigenschaften werden in der Ökonophysik als *Stylized Facts* bezeichnet und ihre Reproduktion ist das Ziel zahlreicher Modelle. Insbesondere agentenbasierte Modelle eignen sich dafür, mikroskopische Mechanismen zu finden, mit denen dieses Ziel erreicht werden kann. Dabei handelt es sich um Modelle, die durch das Miteinander einzelner Agenten, die nach bestimmten Regeln handeln, komplexe Dynamiken erzeugen, welche nicht unbedingt einen Gleichgewichtszustand erreichen. Besonders während der Finanzkrise ab 2007 waren viele Wissenschaftler der Meinung, dass agentenbasierte Modelle in Zukunft eine noch stärkere Verwendung innerhalb der Finanzwissenschaften finden sollten [12, 37, 64].

Ein prominentes Beispiel der agentenbasierten Modelle ist die Familie der Ising-Modelle. Seitdem diese Art von Modell erstmals von Wilhelm Lenz zur Beschreibung des Ferromagnetismus vorgeschlagen und von Ernst Ising untersucht wurde [15, 54], findet es in verschiedenen Variationen Anwendung in Fragestellungen weiterer wissenschaftlicher Disziplinen, wie beispielsweise der Biologie [50, 3, 42], der Soziologie [99, 90, 43, 71] und der Finanzwissenschaft (s. Kapitel 3). Ising-Modelle bestechen durch ihre einfache Struktur und die Tatsache, dass sie dennoch ein komplexes Verhalten aufweisen. Zahlreiche Ising-Modelle zur Simulation von Ertragszeitreihen wurden bereits entwickelt und weisen beispielsweise auf die Relevanz von Herdenbildung (engl. *Herd*ing) und irrationalem Verhalten hin (siehe Kapitel 3).

Ein sehr großer Teil dieser Modelle beschäftigt sich allerdings nur mit den Eigenschaften einzelner Preiszeitreihen. An realen Märkten werden jedoch zahlreiche Vermögenswerte (z.B. Anteile verschiedener Unternehmen) simultan gehandelt, was unter anderem zu Korrelationen zwischen den jeweiligen Werten führt, die zur Risikobestimmung eines Portfolios sehr relevant sind.

Aus diesem Grund ist es das Ziel der vorliegenden Arbeit, ein Modell für Finanzmärkte mit vielen Produkten zu entwickeln, welches die wichtigsten statistischen Eigenschaften von Finanzmärkten hervorbringt.

Kapitel 2 beschreibt die wichtigsten *Stylized Facts*, die vom Modell erzeugt werden sollen. Anschließend folgt eine kurze Beschreibung verschiedener Spin-Modelle (v.a. Ising-Modelle) aus der Ökonophysik in Kapitel 3. Insbesondere wird auf das Gonçalves-Sornette-Zhou-Modell eingegangen, welches die Relevanz irrationalen Verhaltens der Agenten hervorhebt. In Kapitel 4 folgt die Generalisierung dieses Modells auf Märkte mit vielen Vermögenswerten. Anschließend wird das generalisierte Modell genauer untersucht. Dabei werden verschiedene Regeln zur Dynamik der Imitationsneigung der Agenten betrachtet und wie sich diese auf das Modell auswirken. Es sind deutliche Unterschiede zum Fall isolierter Ertragszeitreihen zu erkennen. Weiterhin erfolgt eine Separation der Nachrichten, wodurch es möglich ist, Korrelationsstrukturen zwischen den Vermögenswerten zu erzeugen. Abschließend sollen in Kapitel 5 die wichtigsten Erkenntnisse und Ergebnisse der Arbeit zusammengeführt werden.

Kapitel 2

Stylized Facts

In diesem Kapitel wird auf die wichtigsten statistischen Eigenschaften von Finanzzeitreihen eingegangen. Diese sind in der Fachliteratur unter dem Begriff *Stylized Facts* bekannt. Dabei handelt es sich um empirische Fakten, welche qualitativ nicht auf einzelne Märkte, Zeitfenster oder Vermögenswerte beschränkt sind, sondern in der Mehrzahl von ihnen beobachtet werden können. Die Existenz dieser (generellen) qualitativen Eigenschaften ist nicht trivial. So können beispielsweise Nachrichten, welche sich auf die Preise verschiedener Vermögenswerte in unterschiedlichen Märkten auswirken, sehr verschiedene Parameter aufweisen (z.B. Qualität, Quantität, Medium, Verbreitung). Das könnte zu der Annahme führen, dass sich diese Finanzmärkte in ihrem Verhalten deutlich unterscheiden [24]. Das Vorliegen dieser gemeinsamen Eigenschaften deutet aber darauf hin, dass verschiedensten Märkten eine gemeinsame grundlegende Struktur zu eigen ist. Deswegen ist die Reproduktion der *Stylized Facts* für die Modellierung von Finanzzeitreihen besonders relevant. Bei erster Betrachtung ähneln simulierte Preiszeitreihen realen Preisverläufen oft stark, obwohl sie wichtige Merkmale nicht erzeugen. Aus diesem Grund ist eine etwas umfassendere Untersuchung notwendig, um die Qualität von Modellen beurteilen zu können. Da verschiedene Artikel teils auf unterschiedliche stilisierte statistische Eigenschaften eingehen, beschränkt sich dieser Abschnitt auf einige wenige Eigenschaften, die eine breite Akzeptanz in der Literatur fin-

den und von Chakraborti et al. zusammengefasst werden [20]. Darüber hinaus wird auf die Sektorenbildung mehrerer Aktien eines Marktes eingegangen und anschließend wird die Multifraktalität von Preiszeitreihen behandelt.

2.1 Verwendete Daten

Im Verlauf dieses Abschnittes werden unterschiedliche statistische Eigenschaften anhand der Zeitreihen verschiedener Vermögenswerte nachvollzogen. Bei den Zeitreihen handelt es sich um die Preise der digitalen Währung Bitcoin [9], der an der *New York Stock Exchange* gehandelten Unternehmensaktie JP Morgan [75], der an der deutschen Börse Xetra gehandelten Unternehmensaktie BMW [38], sowie des deutschen Aktienindex DAX [38]. Die verwendeten Bitcoinpreise beziehen sich auf den Zeitraum vom 08.01.2014 bis zum 04.09.2016, während die Preise von JP Morgan im Zeitraum vom 30.12.2002 bis zum 15.07.2011 aufgezeichnet wurden. Die DAX- und BMW-Tagesdaten wurden für den Zeitraum vom 03.01.2000 bis zum 03.08.2015 aufgenommen. Für Abschnitt 2.3 wird der amerikanische Aktienindex S&P 500 im Zeitraum vom 03.01.1950 bis zum 17.10.2016 verwendet [39], da hier aggregierte Daten über einen sehr langen Zeitraum benötigt werden.

Die Aufnahmefrequenz der Zeitreihen unterscheidet sich teilweise deutlich, sie reicht von der Aufnahme jeder Transaktion bis hin zu der von Tagesdaten. Weiterhin unterscheiden sich auch die Einheiten der angegebenen Preise. So sind die Bitcoin- und BMW-Preise in Euro gegeben, während die JP Morgan-Preise in Dollar angegeben werden. Der DAX und der S&P 500 werden in Punkten notiert. Die Zeiträume, Aufnahmefrequenzen und Anzahl der Datenpunkte sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst.

In der Regel werden nicht die Preise p der Finanzzeitreihen betrachtet, sondern die logarithmischen Erträge (*Log-Returns*) r . Diese sind wie folgt definiert:

$$r_\tau(t) = \ln(p(t + \tau)) - \ln(p(t)). \quad (2.1)$$

Name	Aufnahmefrequenz	Zeitraum	Datenpunkte
Bitcoin	transaktionsweise	08.01.2014 - 04.09.2016	3582627
JP Morgan	minütlich	30.12.2002 - 15.07.2011	835096
BMW	täglich	03.01.2000 - 03.08.2015	3950
DAX	täglich	03.01.2000 - 03.08.2015	3950
S&P 500	täglich	03.01.1950-17.10.2016	16807

Tabelle 2.1: Kurze Beschreibung der Daten, die in diesem Abschnitt verwendet werden. Weitere Informationen sind bei der jeweiligen Quellenangabe zu finden.

Dabei bezeichnet t einen beliebigen Zeitpunkt und τ die Zeitskala, auf welcher der Ertrag festgelegt wird. Für die Untersuchungen in diesem Kapitel bezieht sich die Zeitskala stets auf die Aufnahmefrequenz der entsprechenden Daten. Um eine bessere Vergleichbarkeit zu erhalten, werden die Erträge auf folgende Art normiert:

$$r_{n,\tau}(t) = \frac{r_\tau(t) - \langle r_\tau(t) \rangle}{\sigma(r_\tau)}. \quad (2.2)$$

Hier bezeichnet $\langle \dots \rangle$ den zeitlichen Mittelwert über die gesamte Zeitreihe, während $\sigma(r_\tau)$ die Standardabweichung der Erträge benennt.

Die verwendeten Preiszeitreihen weisen teils Lücken auf, so dass die zeitliche Frequenz der Erträge einer Zeitreihe leicht variieren kann. Die so entstehenden Fehler wurden nicht korrigiert, da sie keinen qualitativen Einfluss auf die *Stylized Facts* haben. Ihr quantitativer Einfluss ist sehr klein, so dass Vergleiche mit anderen Werten immer noch sinnvoll sind. Lediglich die Zeitreihen von BMW und DAX wurden daraufhin angepasst. Da sie Lücken aufweisen, die sich auf denselben Zeitraum beziehen, und dieselbe Aufnahmefrequenz haben. Die Erträge von JP Morgan wurden nur innerhalb der Tage berechnet, da sich die Erträge zwischen den Tagen auf einen sehr langen Zeitraum beziehen und leicht zu entfernen sind.

2.2 Positiver Exzess der Erträge

Die Kurtosis (Wölbung) κ einer Verteilung ist als zentrales Moment vierter Ordnung definiert. Für eine empirische Zeitreihe x_0, \dots, x_T gilt:

$$\kappa = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^T \left(\frac{x_i - \langle x \rangle}{\sigma(x)} \right)^4. \quad (2.3)$$

Dabei ist $\langle \dots \rangle$ der Mittelwert über die gesamte Zeitreihe und $\sigma(x)$ die dazugehörige Standardabweichung.

Als Exzess γ wird die Differenz der Kurtosis der empirischen Verteilung mit der Wölbung einer Normalverteilung, welche 3 beträgt, bezeichnet [91]. Besitzt eine Verteilung einen positiven Exzess, so ist die Verteilung spitzer und weist eine höhere Wahrscheinlichkeit für sehr große und sehr kleine Werte auf als die Normalverteilung, während ein negativer Exzess auf eine flachere Verteilung hindeutet.

Die empirische Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) $f(r_n, \tau)$ der Erträge von Finanzzeitreihen besitzt einen positiven Exzess, wie bereits 1963 von Mandelbrot festgestellt wurde [66]. Diese Eigenschaft der Finanzzeitreihen wird in der Literatur meist *Fat Tails* genannt.

Tabelle 2.2 gibt den Exzess der vier Ertragszeitreihen wieder. Dabei fällt auf, dass die Erträge von Bitcoin und JP Morgan einen extrem hohen Exzess aufweisen. Dies liegt daran, dass die Preise im untersuchten Zeitraum große Sprünge aufweisen. Für JP Morgan wurde überprüft, ob diese Sprünge aufgrund zeitlicher Lücken entstanden sind. Dies ist nicht der Fall, deshalb wurden diese Sonderfälle trotz ihres großen Einflusses auf die Wölbung nicht entfernt. Für die Bitcoinzeitreihe ist es aufgrund der transaktionsweisen Aufnahmefrequenz schwierig zu beurteilen, ob zeitliche Lücken vorhanden sind. Große Preissprünge können hier beispielsweise durch die teils sehr geringe Liquidität in den Orderbüchern entstehen.

Der positive Exzess wurde für eine Vielzahl von Märkten bestätigt, allerdings herrscht kein Konsens darüber, welcher Verteilung die Erträge genau folgen [20]. Empirisch lässt sich nur sagen, dass die PDF nicht gaußförmig,

Name	γ
Bitcoin	896.4
JP Morgan	361.9
BMW	4.0
DAX	4.2

Tabelle 2.2: Exzess verschiedener Finanzzeitreihen. Alle weisen einen positiven Exzess auf. Der Exzess der beiden ersten Reihen ist sehr groß, da sich einzelne große Preissprünge im Beobachtungszeitraum stark auf diesen Wert auswirken.

sondern spitzer ist und höhere Wahrscheinlichkeiten für sehr kleine und große, also extreme, Werte aufweist [24].

Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung ist die Ableitung der kumulativen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (kumulative Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (CDF)) $\mathcal{F}_<(u, \tau)$:

$$\mathcal{F}_<(u, \tau) = P(r_{n, \tau}(t) < u), \quad (2.4)$$

dabei ist P die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ertrag mindestens den Wert u aufweist. Grafisch wird meist die komplementäre kumulative Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (CCDF) $\mathcal{F}_>(u, \tau) = 1 - \mathcal{F}_<(u, \tau)$ verwendet und mit einem Potenzgesetz gefittet, um die Wahrscheinlichkeit extremer Erträge zu beschreiben (siehe z.b. [80, 45]):

$$\mathcal{F}_>(u, \tau) \sim u^{-\alpha_{\pm}}. \quad (2.5)$$

Die positiven Erträge werden durch α_+ quantifiziert, während sich α_- auf die negativen Erträge bezieht. Da die PDF die Ableitung der CDF ist, ist der positiv definierte Exponent α_{\pm} bei der PDF um 1 erhöht.

Unter Verwendung des Potenzgesetzes (Gleichung (2.5)) erhielten Gopikrishnan et al. für den Fit der Ränder von $\mathcal{F}_>(u, \tau)$ auf einer Zeitskala τ von 5 Minuten für 1000 verschiedene US-amerikanische Aktien einen Exponenten $\alpha_{\pm} \approx 3$ [45].

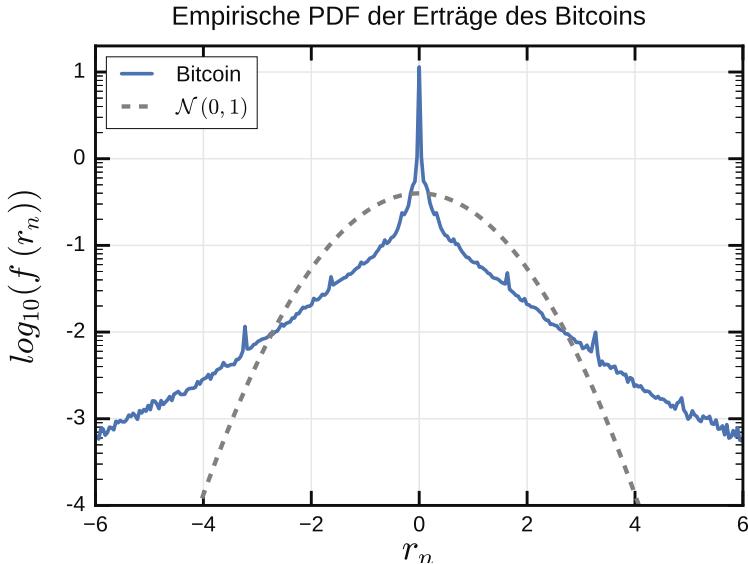


Abbildung 2.1: PDF der normierten Erträge von Bitcoin auf Basis einzelner Transaktionen. Zum Vergleich dazu ist die PDF der Standardnormalverteilung $\mathcal{N}(0, 1)$ durch die graue unterbrochene Linie abgebildet.

In einer weiteren Studie untersuchten sie die Erträge des S&P 500 Index für verschiedene Zeiträume und -abstände und fanden, dass sich das asymptotische Verhalten von $\mathcal{F}_>(u, \tau)$ für $\tau < 1560$ min. (4 Handelstage) auch durch ein Potenzgesetz mit $\alpha_{\pm} \approx 3$ beschreiben lässt [46]. Darüber hinaus hält dieses Gesetz auch für tägliche Erträge der Indices NIKKEI und Hang-Seng [46]. Größere Zeitskalen führen zu einem geringeren positiven Exzess, der sich 0 annähert.

Lux untersuchte die täglichen Erträge von deutschen Aktien, die im DAX gelistet sind, sowie des Indexes selbst für den Zeitraum von 1988 bis 1994 [63]. Bei diesen Zeitreihen lag α_{\pm} im Bereich $2 < \alpha_{\pm} < 4$. Auch weitere Untersuchungen anderer Märkte ergeben Exponenten, die in etwa in diesem Rahmen liegen [28, 80, 7, 49, 79, 65, 11].

Abbildung 2.1 zeigt die PDF der Bitcoin-Zeitreihe im Vergleich zur Normalverteilung. Aus dieser Abbildung ist sofort ersichtlich, dass die PDF nicht gaußförmig, sondern spitzer ist und eine höhere Wahrscheinlichkeit für extre-

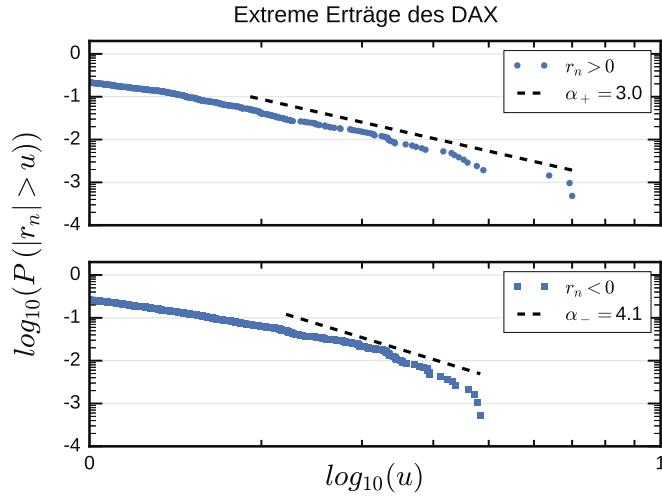


Abbildung 2.2: CCDF der täglichen DAX Erträge. Die Ränder der positiven (oben) und negativen (unten) Erträge wurden mit Hilfe eines Potenzgesetzes gefittet. Daraus resultiert $\alpha_+ = 3.04 \pm 0.04$ bzw. $\alpha_- = 4.1 \pm 0.2$. Für den Fit wurden die äußersten 5% der Erträge verwendet.

me Erträge aufweist als eine Normalverteilung mit gleichem Mittelwert und gleicher Standardabweichung.

Die CCDFs der DAX- und der Bitcoin-Zeitreihe sind exemplarisch in Abbildung 2.2 bzw. 2.3 zu sehen. Die unterbrochene Linie deutet den Fit mit dem Potenzgesetz an. Für diesen Fit wurden die positiven und negativen Erträge getrennt betrachtet und nur Erträge verwendet, die größer als u_{\min} sind. Da die Daten sehr unterschiedliche Zeitskalen und Anzahlen von Datenpunkten besitzen, wird u_{\min} zur besseren Vergleichbarkeit als empirische 95%-Quantile festgelegt. Extreme Erträge sind hier somit als Erträge definiert, die größer als 95% aller Erträge der Zeitreihe sind. Die Ergebnisse der Fits sowie das jeweils zugehörige u_{\min} aller Zeitreihen sind in Tabelle 2.2 zusammengefasst. Die erhaltenen Exponenten α_{\pm} liegen wie die zuvor aufgeführten Literaturwerte im Bereich $2 < \alpha_{\pm} < 4$. Außerdem ist zu erkennen, dass die Exponenten für die Tagesdaten höher sind, dies passt gut zur Beobachtung, dass α_{\pm} mit steigender Zeitskala τ zunimmt [49].

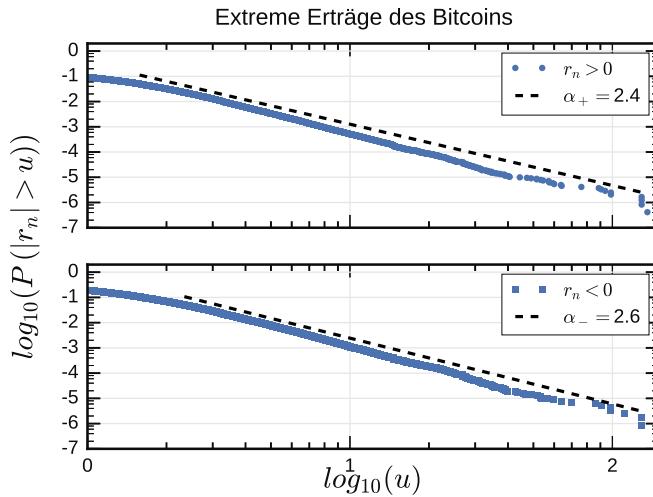


Abbildung 2.3: CCDF der Bitcoin Erträge auf Basis einzelner Transaktionen. Die Ränder der positiven (oben) und negativen (unten) Erträge wurden mit Hilfe eines Potenzgesetzes gefittet. Daraus resultiert $\alpha_+ = 3.04 \pm 0.04$ bzw. $\alpha_- = 4.1 \pm 0.2$. Für den Fit wurden die äußersten 5% der Erträge verwendet.

Name	α_+	α_-	u_{\min}^+	u_{\min}^-
Bitcoin	2.43 ± 0.01	2.61 ± 0.01	1.58	2.34
JP Morgan	2.64 ± 0.01	2.48 ± 0.01	2.12	1.70
BMW	3.40 ± 0.05	3.68 ± 0.04	2.09	2.08
DAX	3.04 ± 0.04	4.1 ± 0.2	1.91	2.20

Tabelle 2.3: Ergebnisse der Fits der CCDFs der verschiedenen Zeitreihen. α_+ ergibt sich aus dem Fit der positiven Erträge und α_- aus dem Fit der negativen Erträge. u_{\min} bezeichnet die Grenze, ab welcher der Fit durch das Potenzgesetz beginnt. Die Benennung erfolgt dabei analog zu der des Exponenten. Die Werte der Exponenten α_{\pm} passen gut zur Literatur [46, 63, 28, 80, 7, 49, 79].

2.3 Aggregierte Normalität

Wie in Abschnitt 2.2 erwähnt, weist die empirische Wahrscheinlichkeitsdichte-Verteilung der Erträge einen positiven Exzess auf, welcher durch eine spitzere Verteilung und erhöhte Wahrscheinlichkeiten für extreme Werte entsteht. Wird jedoch die Zeitskala τ , auf der die Erträge betrachtet werden, erhöht, so nähert sich die PDF der Normalverteilung an. Dies zeigt, dass der preisbildende Prozess eine nicht triviale temporäre Struktur aufweist [2].

Bei einer Untersuchung der Erträge des S&P 500 Indexes sahen Gopikrishnan et. al. den Beginn eines langsamens Übergangs hin zur Normalverteilung, ab einer Zeitskala τ von etwa vier Tagen [46]. Dieselbe Arbeitsgruppe analysierte auch die Erträge von 1000 Unternehmensaktien verschiedener amerikanischer Handelsplätze in einem Zeitraum von zwei Jahren. Dort beobachteten sie, dass der allmähliche Übergang zur Normalverteilung nach etwa 16 Tagen beginnt [80]. Auch Kullmann et. al. betrachteten die Erträge des S&P 500 Indexes über 32 Jahre [61]. Sie fanden, dass der Übergang ab einer Zeitskala τ von etwa einem Tag beginnt. Die Zeitskala, ab welcher aber tatsächlich eine gaußförmige PDF gefunden werden kann, kann allerdings wesentlich größer sein und im Bereich von mehreren Monaten liegen.

Abbildung 2.4 zeigt die PDF der täglichen (links) und monatlichen (rechts) Erträge des S&P 500 Indexes. Die täglichen Erträge weisen eine stark erhöhte Wahrscheinlichkeit für extreme Werte auf, während sich die Verteilung der monatlichen Erträge deutlich der Normalverteilung angenähert hat. Der Exzess ist von 7.7 auf 2.9 zurückgegangen. Es wurde gezeigt, dass die Erträge des S&P 500 auch auf einer Zeitskala von drei Monaten noch nicht normalverteilt sind [34].

2.4 Verschwindende Autokorrelation von Erträgen

Der Pearson-Korrelationskoeffizient C dient dazu, den linearen Zusammenhang zweier Zeitreihen $x_{0,\dots,T}$ und $y_{0,\dots,T}$ der Länge T zu quantifizieren und ist

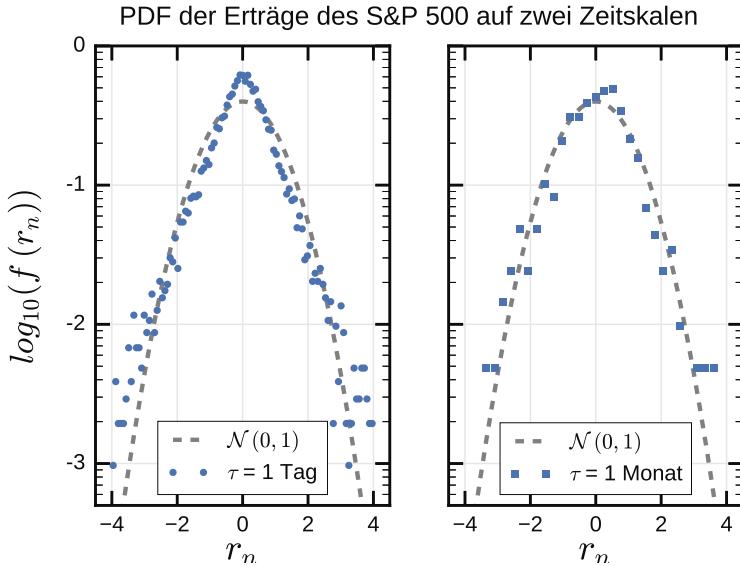


Abbildung 2.4: Empirische PDF der täglichen (links) bzw. monatlichen (rechts) Erträge des S&P 500 Indexes. Zum Vergleich ist die Standardnormalverteilung durch die unterbrochene Linie dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die monatlichen Erträge sich im Vergleich zu den täglichen Erträgen deutlich der Normalverteilung angenähert haben.

folgendermaßen definiert:

$$C(x, y) = \frac{\langle (x_i - \langle x \rangle) \cdot (y_i - \langle y \rangle) \rangle}{\sigma(x_{0, \dots, T}) \cdot \sigma(y_{0, \dots, T})}. \quad (2.6)$$

Dabei bezeichnen x_i und y_i die zeitlich angeordneten Elemente der Zeitreihen $x_{0, \dots, \tau}$ und $y_{0, \dots, \tau}$ mit $i = 0, 1, \dots, \tau$. Der Mittelwert wird durch $\langle \dots \rangle$ wiedergegeben und σ ist die Standardabweichung der entsprechenden Zeitreihe. Der Pearson-Korrelationskoeffizient C wird im Folgenden auch nur Korrelationskoeffizient, Korrelationsfunktion oder Korrelation genannt.

Mit der Autokorrelationsfunktion $C_A(x, \delta t)$ einer Zeitreihe wird in dieser Arbeit der Korrelationskoeffizient einer Zeitreihe x mit derselben, um δt versetzen, Zeitreihe bezeichnet. $x_{0, \dots, T}$ wird also durch $x_{0, \dots, T - \delta t}$ ersetzt und $y_{0, \dots, T}$ durch $x_{\delta t, \dots, T}$. Sie quantifiziert den Zusammenhang einer Zeitreihe mit sich selbst in Abhängigkeit eines zeitlichen Abstands δt . Als integrierte Autokor-

relationszeit $\tau_{\mathcal{A}}$ wird die Summe über die Autokorrelation bezeichnet:

$$\tau_{\mathcal{A}}(x) = \frac{1}{2} \sum_{\delta t=-\infty}^{\infty} C_{\mathcal{A}}(x, \delta t) = \sum_{\delta t=0}^{\infty} C_{\mathcal{A}}(x, \delta t). \quad (2.7)$$

Da die Autokorrelation symmetrisch ist, ist die Summation über den positiven Zeitversatz ausreichend. In der Praxis ist es nicht möglich, bis $\delta t = \infty$ zu summieren, deswegen wird meist nur ein Wert verwendet, bis zu welchem die Autokorrelationsfunktion bereits sehr stark gefallen ist. Die integrierte Autokorrelationszeit $\tau_{\mathcal{A}}$ wird in dieser Arbeit auch schlicht als Autokorrelationszeit bezeichnet.

Die Autokorrelation der Erträge von Finanzzeitreihen fällt sehr schnell ab und kann bereits bei Zeitabständen δt von etwa 15 Minuten sicher als 0 angesehen werden [27]. Dies lässt sich intuitiv so beschreiben, dass sich Autokorrelationen ausnutzen lassen, um einfache Handelsstrategien mit im Mittel positivem Gewinn zu betreiben. Diese führen wiederum dazu, dass sich die Autokorrelationszeit verringert [24]. Eine geringe Autokorrelation der Erträge ist ein wichtiges Kriterium für das effiziente Arbeiten eines Marktes.

Für hochfrequente Preiszeitreihen lässt sich allerdings eine signifikante negative Autokorrelation bei sehr kurzen Zeitabständen von nur wenigen Transaktionen feststellen. Der Grund dafür könnte in der Bid-Ask-Struktur liegen: Je nachdem, ob Transaktionen durch Käufer oder Verkäufer initiiert werden, liegen sie nahe dem Ask- oder Bid-Preis und springen deshalb zwischen diesen beiden Preisniveaus. [24].

Tabelle 2.4 führt die integrierte Autokorrelationszeit der Erträge für die untersuchten Datenreihen bis zu einem maximalen $\delta t = 500$ auf. Die angegebenen Werte fallen alle sehr gering aus, den höchsten Wert mit 0.96 besitzen die DAX-Daten. Das ist ein deutlicher Hinweis darauf, dass die Autokorrelation der Erträge sehr schnell gegen 0 geht.

Name	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$
Bitcoin	0.57
JP Morgan	0.93
BMW	0.64
DAX	0.96

Tabelle 2.4: Integrierte Autokorrelationszeit $\tau_{\mathcal{A}}$ der untersuchten Finanzzeitreihen. Die Autokorrelation wurde dazu bis zu einem maximalen Zeitabstand von $\delta t = 500$ Zeitschritten summiert. Die Autokorrelationszeit nimmt durchweg kleine Ergebnisse an.

2.5 Gehäufte Volatilität

Obwohl die Autokorrelation der Erträge sehr schnell abfällt, heißt das nicht, dass die Erträge unabhängig voneinander sind. So weisen die Autokorrelationen von $|r_{n,\tau}|^\vartheta$ signifikante, lang anhaltende, positive Werte auf. Die Autokorrelation ist am ausgeprägtesten für $\vartheta = 1$, also für den absoluten Betrag der Erträge, welcher als Maß für die Volatilität einer Preiszeitreihe dient [24]. Diese langanhaltende Autokorrelation ist eine typische Manifestation der sogenannten gehäuften Volatilität (engl. *Volatility Clustering*) [25]. Mit diesem Begriff wird die Eigenschaft bezeichnet, dass starke Preisschwankungen auf starke Preisschwankungen folgen, so wie auch kleine Änderungen eher nach kleinen Änderungen auftreten [66]. Dies ist in Abbildung 2.5, welche die Erträge verschiedener Vermögenswerte zeigt, zu sehen.

Die Autokorrelation der Erträge (blau) und der absoluten Erträge (grün) sind in Abbildung 2.6 dargestellt. Wie bereits in Abschnitt 2.4 erwähnt, fällt die Autokorrelation der Erträge nach sehr kurzer Zeit auf 0. Für den Bitcoin nimmt sie bei $\delta t = 1$ den negativen Wert -0.2 an, was aufgrund der Skala schlecht zu erkennen ist. Die Autokorrelation der absoluten Erträge ist hingegen meist deutlich größer. Besonders im Fall der minütlichen JP Morgan-

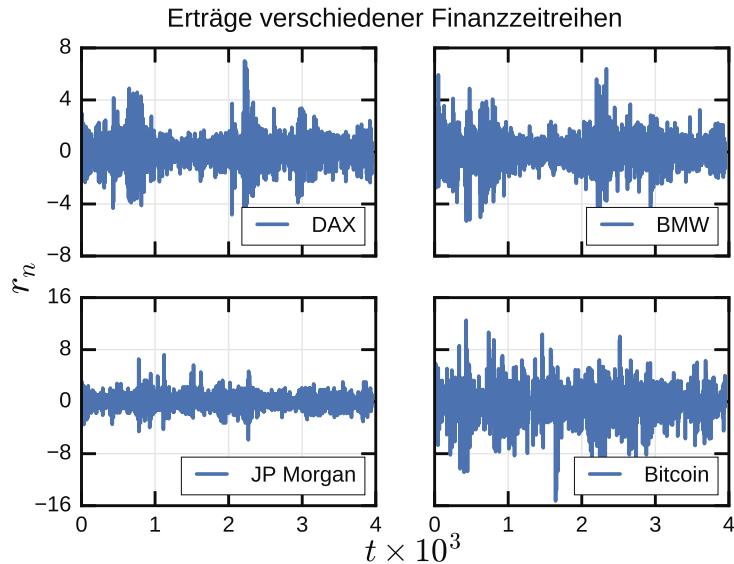


Abbildung 2.5: Erträge der verschiedenen Vermögenswerte. Es ist zu sehen, dass große Schwankungen oft in der Nähe großer Schwankungen sind. Dies nennt man gehäufte Volatilität oder *Volatility Clustering*.

Daten heben sie sich für einen sehr langen Zeitraum von der Autokorrelation der Erträge ab. In diesem Fall ist darüber hinaus eine besondere Struktur zu erkennen: Nach jeweils 390 Datenpunkten taucht ein neues Maximum auf. Dies liegt daran, dass nach dieser Zeit (6.5 Stunden) ein neuer Handelstag beginnt und dieser Beginn häufig mit erhöhter Volatilität einhergeht [8, 4, 96]. Bei BMW und dem DAX kann man diese Struktur nicht erkennen, da es sich dabei um tägliche Daten handelt. Der Bitcoin-Datensatz bildet keine festen Zeitabstände, da es sich hier um einzelne Transaktionen handelt. Zudem ist der Bitcoinhandel 24 Stunden täglich möglich, was eine solch stark ausgeprägte Tagesstruktur erschweren könnte. Trotz dieser Unterschiede weisen alle untersuchten Datensätze gehäufte Volatilität auf.

Eine Möglichkeit zur Quantifizierung der gehäuften Volatilität bildet die zuvor angesprochene integrierte Autokorrelationszeit $\tau_{\mathcal{A}}$, die für diese Daten berechnet wurde und in Tabelle 2.5 aufgeführt wird. Es wurde ein maximaler Zeitabstand von $\delta t = 500$ berücksichtigt. Dieser Wert ist für die JP Morgan

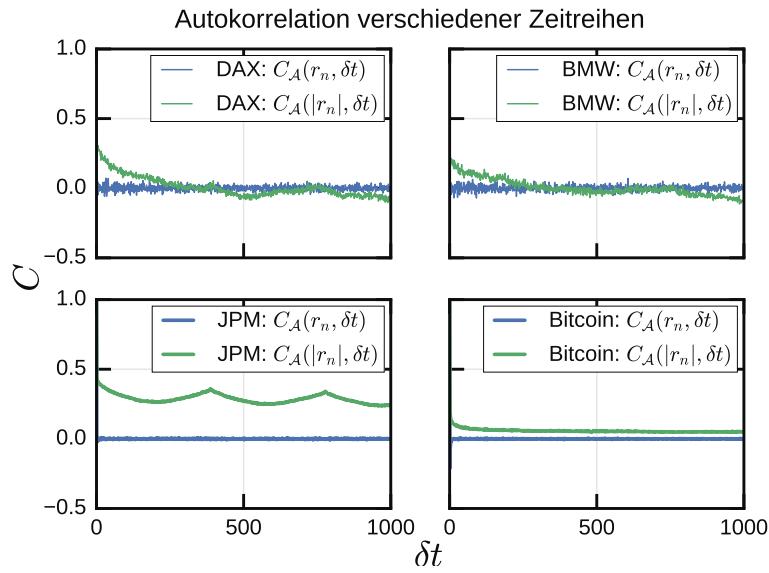


Abbildung 2.6: Autokorrelation der Erträge (blau) und der absoluten Erträge (grün) für verschiedene Vermögenswerte. Die Autokorrelation der Erträge fällt sehr schnell auf Null. Im Fall des Bitcoins nimmt sie einen deutlich negativen Wert für ca. 3 Transaktionen an (dies ist aufgrund der Skala nicht zu erkennen). Die Autokorrelation der absoluten Erträge fällt in der Regel nicht so schnell auf Null und kann in einigen Fällen für sehr lange Zeiten positive Werte aufweisen. Die Struktur die bei JP Morgan ins Auge fällt entsteht dadurch, dass es sich dabei um *Intraday*-Daten handelt. Ein neues Maximum in der Autokorrelation der absoluten Erträge entspricht einem neuen Handelstag.

Name	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$
Bitcoin	33.01
JP Morgan	153.53
BMW	21.98
DAX	26.97

Tabelle 2.5: Integrierte Autokorrelationszeit $\tau_{\mathcal{A}}$ der absoluten Erträge der untersuchten Finanzzeitreihen. Die Autokorrelation wurde dazu bis zu einem maximalen Zeitabstand von $\delta t = 500$ Zeitschritten summiert. Die Autokorrelationszeit ist stets deutlich größer als die der Erträge (vgl. Tabelle 2.4 Insbesondere JP Morgan weist einen sehr hohen Wert auf, während die anderen Datensätze eine vergleichbare $\tau_{\mathcal{A}}(|r|)$ besitzen.

Daten sehr niedrig gewählt, da sich die Autokorrelation hier noch lange nicht 0 angenähert hat. Allerdings wurde auch hier der maximale Wert von 500 aus Gründen der Einfachheit beibehalten, da die Autokorrelation erst nach etwa 10^5 Zeitschritten beginnt um 0 zu schwanken.

2.6 Struktur der Kreuzkorrelationen

In den vorhergehenden Abschnitten wurden stets Eigenschaften einzelner Finanzzeitreihen betrachtet. Da ein Markt aber in der Realität viele verschiedene Vermögenswerte umfasst, ist auch die Wechselwirkung zwischen diesen äußerst interessant. Dies ist nicht nur für Anwender relevant, die ein Portfolio aus mehreren Vermögenswerten erstellen, um so das Risiko zu verringern, sondern auch für die Modellierung ganzer Märkte wichtig.

Dieser Abschnitt behandelt die Erkenntnisse, die sich aus der Untersuchung von Aktienmärkten ergeben haben, da diese am eingehendsten betrachtet wurden. Alle Aktien eines Marktes können zwar auf direktem oder indirektem Wege aufeinander Einfluss nehmen, allerdings ist die genaue Art dieser

Wechselwirkung nicht bekannt. Das einfachste Maß für die Korrelation zweier Zeitreihen ist der in Gleichung (2.6) definierte Korrelationskoeffizient. Dieser wird jeweils für alle zu betrachtenden Aktienpaare gebildet und in der Korrelationsmatrix \mathcal{C} zusammengeführt. Die Einträge \mathcal{C}_{ij} sind also die paarweisen Korrelationskoeffizienten der Aktien i und j . Zur Untersuchung der Struktur der Wechselwirkung zwischen den Aktien haben sich Physiker häufig mit den spektralen Eigenschaften dieser Matrix befasst. Dazu wird \mathcal{C} diagonalisiert und die zugehörigen Eigenwerte und -vektoren werden berechnet. Das resultierende Eigenwertspektrum wird nun mit dem einer Wishart-Korrelationsmatrix verglichen. Die Wishart-Korrelationsmatrix wird dadurch gebildet, dass für N verschiedene Reihen der Länge T , welche aus standardgaußverteilten unabhängigen Zufallszahlen bestehen, die jeweiligen Korrelationskoeffizienten berechnet werden. Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $f(\lambda)$ der Eigenwerte λ dieser Wishart-Matrix ist für $N \rightarrow \infty$ und $Q = \frac{T}{N} \geq 1$ bekannt [23]:

$$f(\lambda) = \frac{Q}{2\pi\sigma^2} \frac{\sqrt{(\lambda_+ - \lambda)(\lambda - \lambda_-)}}{\lambda}. \quad (2.8)$$

Wobei σ^2 die Varianz der Zeitreihenmatrix ist, welche in unserem Fall aufgrund der Normalisierung der Erträge 1 ist. λ_+ und λ_- sind die Ober- und Untergrenzen der Eigenwertverteilung und ergeben sich durch:

$$\lambda_{\pm} = \sigma^2 \left(1 + \frac{1}{Q} \pm 2\sqrt{\frac{1}{Q}} \right). \quad (2.9)$$

Liegen Eigenwerte außerhalb dieser Grenzen, so liegt es nahe, dass strukturelle Begebenheiten im System vorliegen, die nicht allein auf Zufall basieren. Diese Ergebnisse sind der Teil der *Random Matrix Theory* (RMT), welche in der Physik beispielsweise verwendet wurde, um die Energiespektren komplexer Kerne zu untersuchen [14].

Bei der Untersuchung der Korrelationsmatrix der täglichen Erträge von 406 Aktien aus dem S&P 500 Index im Zeitraum von 1991 bis 1996 stellten Laloux et al. fest, dass sich die meisten Eigenwerte (ca. 94%) in den von der RMT vorhergesagten Grenzen befinden [62]. Zu diesem Ergebnis kamen auch Plerou et al. bei der Analyse der Aktien der 1000 größten US-amerikanischen

Unternehmen [82]. Außerdem stellten sie fest, dass die Komponenten der meisten Eigenvektoren, deren zugehörige Eigenwerte innerhalb der RMT-Grenzen liegen, gaußverteilt sind, wie von der RMT vorhergesagt ist. Ein großer Teil des Spektrums wird also durch zufällige Bewegungen erklärt, aber einige Eigenwerte weichen davon ab und enthalten gewisse Informationen. Die gleiche Arbeitsgruppe untersuchte die Eigenvektoren zu diesen Eigenwerten auf Basis täglicher und halbstündiger Erträge amerikanischer Aktien und stellte fest, dass der Eigenvektor ν_0 zum größten Eigenwert λ_0 , ähnlich große Anteile aller Aktien enthält [81]. Deshalb wird dieser als Marktmode bezeichnet und stellt die gemeinsame Reaktion des Marktes dar. Die Eigenvektoren der nächstgrößeren Eigenwerte enthalten jeweils vor allem Anteile eines gewissen Geschäftsfeldes (Bankengeschäfte, Halbleiterindustrie, etc.) und werden Sektormoden genannt. Ein Eigenvektor hatte Anteile an drei verschiedenen Geschäftsfeldern, bei näherer Betrachtung stellte sich aber heraus, dass die zugehörigen Unternehmen besonders aktiv in Südamerika sind. Außerdem stellten sie fest, dass diese Sektorenbildung zeitlich über Jahre stabil ist, während sich die durchschnittliche Korrelation $\langle C_{ij} \rangle$ zweier Aktien verändert, aber meist positiv ist.

Die relativ gute Übereinstimmung zwischen dem Korrelationsspektrum von Aktienerträgen und der RMT findet sich auch in anderen Märkten. So konnten Utsugi et al. dies für tägliche Erträge von 493 Aktien, die an der Börse *Tokyo Stock Exchange* gehandelt werden, bestätigen. Allerdings weisen die Sektormoden eine Mischung verschiedener Geschäftsfelder auf und sind weniger klar als bei den amerikanischen Aktien [98]. Pan und Sinha zeigen, dass für Aktien, die an der indischen *National Stock Exchange* gehandelt werden, die Marktmode dominanter ist als für die US-amerikanischen und japanischen Aktien [78]. Darüber hinaus findet man dort in den anderen Eigenvektoren, deren Eigenwerte über der RMT-Grenze liegen, keine Sektorenbildung, Pan und Sinha sehen darin den Unterschied zwischen entwickelten Märkten und Schwellenmärkten. Auch bei an der *Shanghai Stock Exchange* zwischen 1997 und 2007

gehandelten Aktien liegen weniger Eigenvektoren über der RMT-Grenze und die zugehörigen Sektormoden weisen keine klassischen Geschäftsfelder auf, sondern unterteilen sich in folgende Sektoren [86]: "Bluechip"-Aktien (hochwertige Aktien), "ST"-Aktien (gehören zu Unternehmen mit finanziellen Schwierigkeiten) und Aktien aus dem Immobilienbereich in Shanghai. Die Eigenvektoren ab ν_4 weisen keine erkennbaren Sektoren auf. Darüber hinaus wiesen Shen und Zheng darauf hin, dass die mittlere Korrelation $\langle C_{ij} \rangle$ sowie der größte Eigenwert λ_0 bei ihrer Untersuchung fast doppelt so hoch waren, wie bei der Untersuchung der amerikanischen Aktien [86].

Um die Marktmode und die Sektormoden zu verdeutlichen, wurden 26 Aktien, die an der *New York Stock Exchange* gehandelt werden, aufgrund ihrer deutlich ausgeprägten Korrelationsstruktur ausgewählt. Bei den Daten handelt es sich um tägliche Preise im Zeitraum vom 01.01.2003 bis zum 01.01.2005, die von der Plattform *Yahoo Finance* zur Verfügung gestellt wurden [40]. Die Kürzel und Namen der Unternehmen sowie ihre jeweiligen Geschäftsfelder sind in Tabelle 2.6 angegeben.

Die Erträge der Aktien wurden normiert und daraus wurde die Korrelationsmatrix \mathcal{C} berechnet. Bei Betrachtung der Korrelationsmatrix in Abbildung 2.7 ist sofort zu erkennen, dass sich die 26 Aktien in vier verschiedene Sektoren aufspalten, innerhalb welcher die Korrelation der Erträge besonders hoch ist. Obwohl in Tabelle 2.6 nur drei Geschäftsfelder aufgezählt werden, können vier Sektoren unterschieden werden. Das liegt daran, dass sich der Sektor Bankgeschäfte in zwei Teile aufspaltet: Ein Teil besteht aus den Banken mit den Kürzeln RY, BMO, TD, BNS, CM, welche alle ihren Sitz in Kanada haben, während sich der Sitz der restlichen Banken in den USA befindet. Regionale Unterschiede können also auch zur Bildung von Sektoren innerhalb eines Geschäftsfeldes beitragen. Dies ist nicht verwunderlich, da verschiedene Länder verschiedene Regelungen und Gesetze haben.

Das Eigenwertspektrum der Korrelationsmatrix weist 22 Eigenwerte auf, die eng beieinander liegen und vier Eigenwerte, die deutlich größer sind. Dies

Kürzel	Name	Geschäftsfeld
DRD	DRDGOLD Limited	Goldindustrie
GFI	Gold Fields Limited	Goldindustrie
HMY	Harmony Gold Mining Company Limited	Goldindustrie
AU	AngloGold Ashanti Limited	Goldindustrie
NEM	Newmont Mining Corporation	Goldindustrie
ABX	Barrick Gold Corporation	Goldindustrie
AEM	Agnico Eagle Mines Limited	Goldindustrie
GG	Goldcorp Inc.	Goldindustrie
KGC	Kinross Gold Corporation	Goldindustrie
NAT	Nordic American Tankers Limited	Öltransport
FRO	Frontline Limited	Öltransport
TNP	Tsakos Energy Navigation Limited	Öltransport
TK	Teekay Corporation	Öltransport
RY	Royal Bank of Canada	Bankgeschäfte
BMO	Bank of Montreal	Bankgeschäfte
TD	The Toronto-Dominion Bank	Bankgeschäfte
BNS	The Bank of Nova Scotia	Bankgeschäfte
CM	Canadian Imperial Bank of Commerce	Bankgeschäfte
TCB	TCF Financial Corporation	Bankgeschäfte
STI	SunTrust Banks, Inc.	Bankgeschäfte
PNC	The PNC Financial Services Group, Inc.	Bankgeschäfte
CMA	Comerica Incorporated	Bankgeschäfte
BAC	Bank of America Corporation	Bankgeschäfte
WFC	Wells Fargo & Company	Bankgeschäfte
C	Citigroup Inc.	Bankgeschäfte
JPM	JPMorgan Chase & Co.	Bankgeschäfte

Tabelle 2.6: Unternehmen und Geschäftsfelder deren Preisdaten zur Verdeutlichung der komplexen Korrelationsstrukturen von Märkten herangezogen wurden.

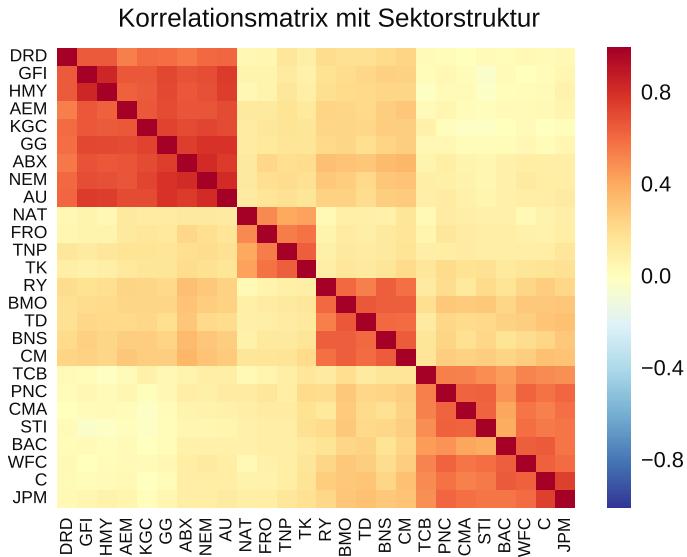


Abbildung 2.7: Farbdarstellung der Kreuzkorrelationen der Erträge der in Tabelle 2.6 aufgeführten Aktien. Die Aktien können deutlich in vier verschiedene Sektoren erhöhter Korrelation unterteilt werden.

ist in Abbildung 2.8 zu sehen. Sie zeigt oben die Eigenwerte von \mathcal{C} sowie das PDF der Eigenwerte (gebrochene Linie), welche zu erwarten wäre, wenn die Matrix nur aus gaußverteilten Zufallszahlen bestehen würde (siehe Gleichung (2.8)), dabei wurde die Varianz angepasst. Im unteren Teil von Abbildung 2.8 ist die zu erwartende PDF ohne Anpassung der Varianz abgebildet sowie die Eigenwertverteilung der gemischten Korrelationsmatrix. Im Vergleich ist zu erkennen, dass nur sehr wenige Eigenwerte der ursprünglichen Korrelationsmatrix innerhalb des RMT-Spektrums mit Varianz 1 liegen. Wird die zeitliche Struktur der Erträge zerstört, indem diese gemischt werden, so liegen die zugehörigen Eigenwerte erwartungsgemäß genau in dem von der RMT vorhergesagten Bereich mit Varianz 1. Verglichen mit der in diesem Abschnitt genannten Literatur ist die Übereinstimmung der Eigenwerte von \mathcal{C} sehr schlecht. Dies liegt vermutlich an der Auswahl und Anzahl der gewählten Vermögenswerte: 26 ist eine sehr geringe Zahl und die Aktien wurden so ausgewählt, dass sie alle sehr einfach einem Sektor zugeordnet werden können.

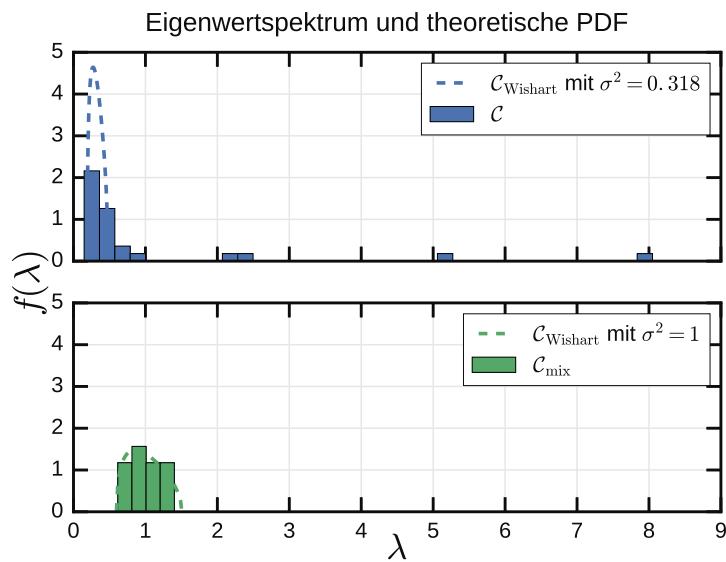


Abbildung 2.8: Oben: Eigenwertspektrum für die in Tabelle 2.6 aufgeführten Aktien. Die blaue unterbrochene Linie entspricht dem vorhergesagten Spektrum mit verringriger Varianz und schließt deutlich mehr Eigenwerte ein, als es die grüne unterbrochene Linie würde, welche dem vorhergesagten Spektrum mit Varianz 1 entspricht. Unten: Werden die Erträge gemischt, so erhält man Eigenwerte, die genau in dem von der RMT vorhergesagten Spektrum liegen.

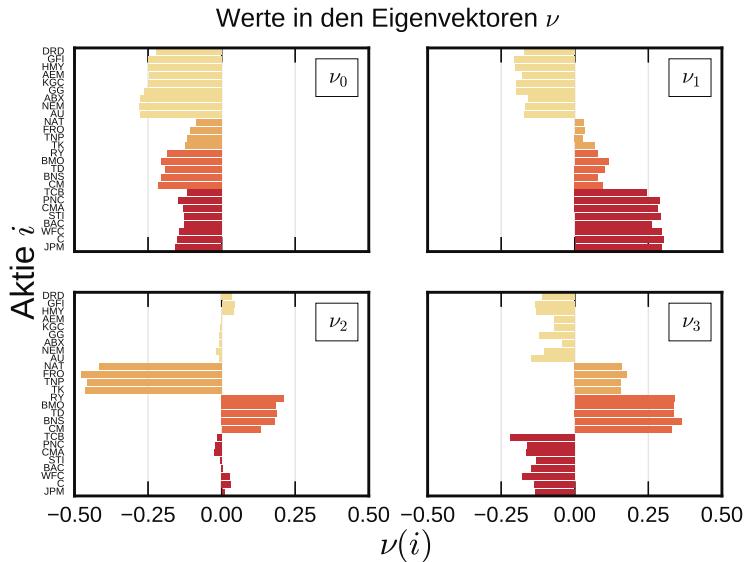


Abbildung 2.9: Bestandteile der Eigenvektoren ν_0 bis ν_3 zu den vier größten Eigenwerten λ_0 bis λ_3 . Die Marktmode ν_0 weist von allen Komponenten ähnliche Anteile auf, während die anderen Eigenvektoren eine Mischung von Sektoren darstellen.

Die Korrelation untereinander ist also relativ stark und nicht so zufällig, wie es bei ganzen Märkten der Fall wäre. Verringert man den Parameter σ^2 in Gleichung (2.8) analog zu [62] um den Einfluss der vier größten Eigenwerte so dass $\sigma^2 = 1 - \sum_{i=0}^3 \lambda_i/N = 0.318$, wobei N die Anzahl der Aktien ist, dann ergibt sich die blaue unterbrochene Kurve, welche deutlich mehr Werte des Spektrums einschließt.

Abbildung 2.9 zeigt die Bestandteile der Eigenvektoren, die zu den vier größten Eigenwerten gehören. Wie erwartet, besteht der Eigenvektor ν_0 zum größten Eigenwert λ_0 aus allen Komponenten zu ähnlichen Anteilen, wobei der erste Sektor am stärksten vertreten ist. Die übrigen Eigenvektoren ν_1 , ν_2 und ν_3 spiegeln Mischungen verschiedener Sektoren wieder. ν_1 weist vor allem Anteile der Goldindustrie sowie der amerikanischen Banken auf, während ν_2 besonders große Anteile des zweiten und dritten Sektors aufweist. ν_3 besitzt Anteile aller Komponenten, jedoch sind die kanadischen Banken besonders

stark ausgeprägt. Die Analyse der Kreuzkorrelationen kann also verwendet werden, um Sektoren innerhalb eines Marktes zu bestimmen.

2.7 Multifraktalität

Skalieren die statistischen Momente $\mathcal{M}(r_{n,\tau}, q)$ der Erträge $r_{n,\tau}$ einer Preiszeitreihe wie folgt, so nennt man diese multifraktal [100]:

$$\mathcal{M}(r_{n,\tau}, q) = \langle |r_{n,\tau}^q| \rangle \propto \tau^{\zeta(q)}. \quad (2.10)$$

Wobei $\zeta(q)$ eine nichtlineare Funktion von q ist. Ist $\zeta(q)$ linear, so spricht man von Unifraktalität. Dieses Verhalten gilt nur für $\tau \ll T$, wobei T die Länge der Zeitreihe ist. Es ist auch zu beachten, dass eine empirische Schätzung für $q > 4$ schwierig ist [73, 76].

In der Vergangenheit haben sich zahlreiche Arbeiten mit der Multifraktalität von Finanzzeitreihen beschäftigt. Beispielsweise beobachteten Xu und Gençay Multifraktalität in den Erträgen des USD-DEM Wechselkurses [100]. Matia et al. untersuchten die Preiszeitreihen von 29 Rohstoffen und 2449 Aktien. Beide Produktarten zeigten multifraktale Eigenschaften, wobei diese bei den Rohstoffen ausgeprägter waren [68]. Jiang und Zhou untersuchten über 1000 chinesische Aktien und zeigten, dass der dortige Markt auch als Ganzes Multifraktalität aufweist [55]. Außerdem wiesen sie darauf hin, dass sich die Multifraktalität nur auf die (absoluten) Erträge von Aktienindices bezieht, nicht auf die Preise selbst [56].

Sowohl die zeitlichen Korrelationen als auch die *Fat Tails* der Ertragsverteilung tragen zur Multifraktalität bei. Zhou zeigte, dass die Verteilung den stärkeren Beitrag leistet [103], während Green zeigte, dass die zeitliche Struktur mehr Gewicht hat [48]. Auch laut Barunik ist die Ertragsverteilung relevanter und zeitliche Korrelationen könnten die Multifraktalität sogar verringern [5], diese Aussage wurde später jedoch von derselben Arbeitsgruppe stark relativiert [16]. Cajueiro und Tabak schlagen vor, dass die Multifraktalität durch

das Herdenverhalten der Investoren erzeugt wird [17]. Der genaue Ursprung der Multifraktalität in Finanzzeitreihen ist also noch eine offene Forschungsfrage [16].

Zur Charakterisierung der Skalierungsfunktion $\zeta(q)$ existieren zahlreiche Methoden. Barunik und Kristoufek untersuchten folgende vier Methoden unter der Verwendung von Zeitreihen mit positivem Exzess in den Erträgen und einer begrenzten Anzahl an Datenpunkten [6]: *Rescaled Range Analysis* [53, 67], *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* [58], *Detrending Moving Average* [2, 18] und *Generalized Hurst Exponent Approach* [32]. Dabei fanden sie heraus, dass die *Generalized Hurst Exponent* (GHE)-Methode den generalisierten Hurst-Exponenten H , welcher mit ζ zusammenhängt, am zuverlässigsten schätzt. Aus diesem Grund beschränkt sich die vorliegende Arbeit auf die Bestimmung des generalisierten Hurst-Exponenten mit Hilfe der GHE-Methode. Die Bestimmung des generalisierten Hurst-Exponenten ist interessant, da dieser ein Maß bietet, um eine Klassifizierung zwischen entwickelten Märkten und Schwellenmärkten vorzunehmen [33]. Die Grundidee dahinter ist, dass Schwellenmärkte in Bezug auf die Zusammensetzung ihrer Marktteilnehmer weniger heterogen sind, was sich im Skalenverhalten der Preise niederschlagen kann [31].

Bei der GHE-Methode wird der generalisierte Hurst-Exponent $H(q)$ unter Verwendung von ζ folgendermaßen definiert:

$$\zeta(q) = qH(q). \quad (2.11)$$

Durch Logarithmieren von Gleichung (2.10) wird $H(q)$ als Durchschnitt mehrerer linearer Fits der folgenden Form bestimmt [73]:

$$\log(\mathcal{M}(r_{n,\tau}, q)) = qH(q) \log(\tau). \quad (2.12)$$

Dabei nimmt τ die Werte im Bereich $[1, \tau_{max}]$ an und für τ_{max} werden bei Tagesdaten meist Werte im Bereich $\tau_{max} \in [5, 19]$ verwendet [73]. Buonocore et al. zeigten jedoch anhand von Tagesdaten sowie simulierten Zeitreihen,

dass der Bereich $\tau_{max} \in [30, 250]$ weniger verzerrte Ergebnisse erzielt [16], weshalb dieser Bereich in der vorliegenden Arbeit verwendet wird. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird aus Gründen der Einfachheit der generalisierte Hurst-Exponent H auch nur kurz Hurst-Exponent genannt. Streng genommen bezieht sich Letzterer auf die Methode der *Rescaled Range Analysis*, jedoch ist er eng mit dem generalisierten Hurst-Exponenten für $q = 1$ verwandt [31].

Hurst-Exponenten größer als 0.5 werden mit persistenten Prozessen in Verbindung gebracht, während $H < 0.5$ mit anti-persistenten Prozessen verbunden wird. Bei persistenten Prozessen werden Steigerungen wahrscheinlicher von Steigerungen gefolgt und Minderungen von Minderungen. Anti-persistent Prozesse zeigen gegenteiliges Verhalten [6]. So weisen Aktienindices entwickelter Märkte einen generalisierten Hurst-Exponenten $H(q) \leq 0.5$ bei $q = 1, 2$ auf. Bei Schwellenmärkten hingegen ist $H(q) \geq 0.5$ für $q = 1, 2$ [33, 31].

Abbildung 2.10 zeigt die Skalierungsfunktion $\zeta(q)$ der BMW-Daten im Vergleich zu einer unifraktalen Zeitreihe mit $H(q) = H = 0.5$. Diese wurde mit Hilfe des *Python*-Moduls *fpm* unter Verwendung der Davies-Harte-Methode erzeugt [41, 30], bei der sich der Hurst-Exponent vorgeben lässt. Es ist zu sehen, dass $\zeta(q)$ der unifraktalen Zeitreihe eine konstante Steigung aufweist, wohingegen die Skalierungsfunktion der BMW-Daten leicht gekrümmmt ist. Die BMW-Daten besitzen also die Eigenschaft der Multifraktalität. $H(q)$ ist dabei durchgehend etwas geringer als $\frac{1}{2}$. Diese Zeitreihe besitzt also ein leicht anti-persistentes Verhalten und ist typisch für einen entwickelten Markt.

Tabelle 2.7 zeigt die generalisierten Hurst-Exponenten mit $q = 1, 2$ für die vier Zeitreihen unter der Verwendung von $\tau_{max} \in [30, 250]$. Die Fehler entsprechen den Standardabweichungen der jeweiligen Fits für die verschiedenen τ_{max} [16]. Es fällt auf, dass die DAX-Daten ein leicht anti-persistentes Verhalten aufweisen und somit einem Schwellenmarkt zugerechnet werden könnten [33], was sehr unerwartet ist. Allerdings ist bei dieser Zeitreihe der Fehler relativ groß, so dass $H(q = 2)$ nicht von 0.5 zu unterscheiden ist, was das Ergebnis von $H(q = 1)$ relativiert. Auffällig ist auch, dass die Bitcoin-Daten

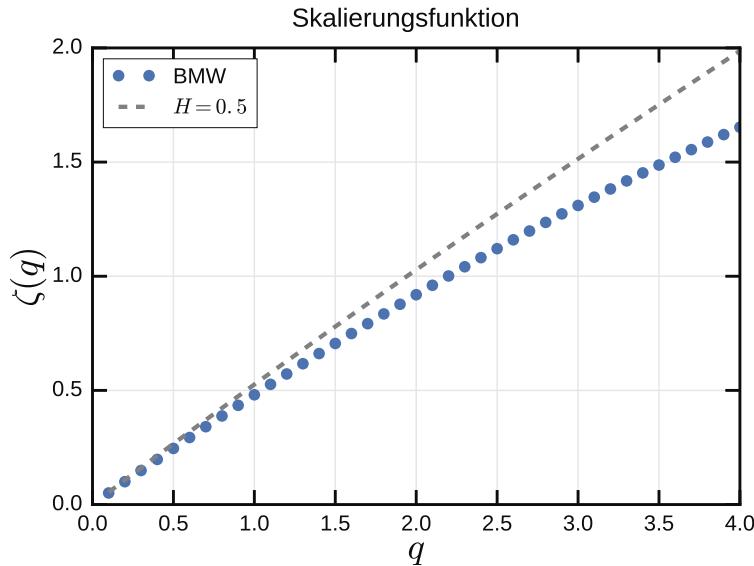


Abbildung 2.10: Skalierungsfunktion $\zeta(q)$ einer unifraktalen Zeitreihe und der BMW-Daten. Während sie bei der unifraktalen Zeitreihe linear ist, ist dies nicht der Fall für die BMW-Daten. Diese weisen also Multifraktalität auf.

ein sehr ausgeprägtes anti-persistentes Verhalten zeigen. Dabei handelt es sich im Unterschied zu den anderen Zeitreihen aber um Daten, die jede Transaktion ausführen. Solch ein stark anti-persistentes Verhalten könnte beispielsweise durch die Orderbuchstruktur auf kleinen Zeitskalen begünstigt werden.

Das Skalenverhalten einer Finanzzeitreihe kann sich mit der Zeit verändern. Dies zeigten unter anderem Barunik und Kristoufek an der Entwicklung von $H(q = 2)$ von minütlichen S&P 500-Daten über den Zeitraum der Jahre 1983 bis 2009 [6]. Sie stellten dabei fest, dass sich der Index von einem stark persistenten Verhalten zu einem unabhängigen Verhalten weiterentwickelt hat. Die zeitliche Veränderung der multifraktalen Eigenschaften wurde auch von Morales et. al anhand der Erträge von 13 US-amerikanischen Aktien gezeigt [74].

In diesem Kapitel wurden einige wichtige statistische Eigenschaften von Finanzzeitreihen aufgeführt. Diese dienen im weiteren Verlauf der Arbeit zur Auswertung des zu entwickelnden Modells.

Name	$H(q = 1)$	$H(q = 2)$
Bitcoin	0.406 ± 0.006	0.333 ± 0.022
JP Morgan	0.513 ± 0.006	0.476 ± 0.003
BMW	0.480 ± 0.006	0.455 ± 0.07
DAX	0.537 ± 0.027	0.509 ± 0.016

Tabelle 2.7: Generalisierte Hurst-Exponenten $H(q)$ für $q = 1, 2$ unter Verwendung von $\tau_{max} \in [30, 250]$.

Kapitel 3

Spin-Modelle in der Ökonophysik

Zahlreiche Modelle der Ökonophysik wurden durch Spin-Modelle der Festkörperphysik inspiriert. Aus diesem Grund bietet das folgende Kapitel eine kurze Beschreibung der Ising-Modelle für Ferromagneten und Spin-Gläser. Anschließend folgt ein kurzer Überblick verschiedener Spin-Modelle zur Beschreibung von Finanzmärkten. Nachfolgend wird das GSZ-Modell genauer beschrieben und untersucht, da das in dieser Arbeit entwickelte Modell eine Generalisierung davon ist.

3.1 Analogien aus der Physik

Das Ising-Modell des Ferromagnetismus besteht aus Spins auf einem n-dimensionalen regelmäßigen Gitter, welche nur die Zustände +1 und -1 einnehmen können. Wegen seiner konzeptionellen Einfachheit dient es als Modellsystem für Phasenübergänge und wird in zahlreichen Lehrbüchern genauer betrachtet (z.B. [77, 47]). Für das Verständnis der nachfolgenden Finanzmarktmodelle ist vor allem das Verhalten der Spins bei verschiedenen Temperaturen relevant. Aus diesem Grund wird dieses Modell hier nur sehr knapp beschrieben. Bereits die Wechselwirkung der nächsten Nachbarn ist ausreichend, um

einen Übergang zwischen der paramagnetischen und der ferromagnetischen Phase zu erzeugen, falls das System mindestens zwei Dimensionen aufweist. Der Hamiltonian dieses Modells lautet wie folgt:

$$\mathcal{H} = - \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} s_i s_j + h \sum_i s_i. \quad (3.1)$$

Dabei bezeichnet $\langle i,j \rangle$ Paare, die aus den nächsten Nachbarn bestehen. Die Werte der Spins werden durch s_i gegeben und h steht für ein externes Magnetfeld. Die Wechselwirkung zwischen zwei Spins i und j wird als J_{ij} bezeichnet und ist für einen Ferromagneten positiv. Das Modell lässt sich noch weiter vereinfachen, indem die Wechselwirkung für alle nächsten Nachbarn gleich ist, also $J_{ij} = J$ gilt.

Bei hohen Temperaturen und vergleichsweise geringem Magnetfeld fluktuieren die Spins weitgehend unabhängig voneinander. Bei niedrigen Temperaturen nehmen die Spins aufgrund der positiven Kopplung eine gemeinsame Ausrichtung an. Abbildung 3.1 zeigt Momentaufnahmen von Spins auf einem zweidimensionalen Gitters bei unterschiedlichen Temperaturen. Dabei bezeichnen weiße Quadrate Spins mit dem Wert $s_i = -1$ und schwarze Quadrate entsprechend Spins mit dem Wert $s_i = +1$. Für hohe Temperaturen ist zu sehen, dass die Spins zufällige Werte annehmen und die Anzahl von positiven und negativen Spins sehr ähnlich ist. Nähert sich die Temperatur dem kritischen Bereich, so bilden sich zusammenhängende Gebiete, sogenannte Cluster, in denen ein Wert vorherrscht. Wird das System weiter abgekühlt, richten sich alle Spins in die gleiche Richtung aus. In diesem Temperaturbereich kann der Wechsel eines einzelnen Spins zu einer Kettenreaktion führen, bei der alle Spins des Systems ihr Vorzeichen wechseln.

Wird die Wechselwirkung zwischen den Spins so verändert, dass den verschiedenen Spin-Paaren zufällig die Werte $\pm J$ zugewiesen werden, wird aus dem Modell für einen Ferromagneten das als $\pm J$ -Modell eines Spin-Glases bekannte Modell. Spin-Gläser sind ungeordnete magnetische Systeme, die sich experimentell z.B. durch metallische Legierungen mit geringem Anteil eines

Spinkonfigurationen verschiedener Temperaturbereiche

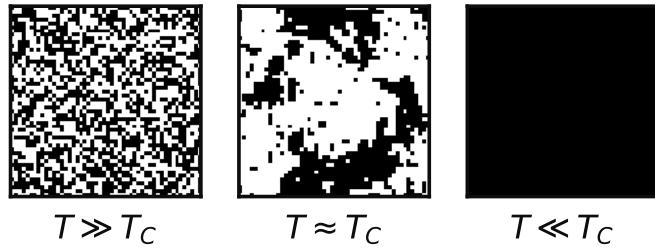


Abbildung 3.1: Momentaufnahmen der Spins eines zweidimensionalen ferromagnetischen Ising-Modells in verschiedenen Temperaturbereichen.

magnetischen Elements herstellen lassen. Die magnetischen Momente wechselwirken in solch einem System über die nach M. A. Ruderman, C. Kittel, T. Kasuya und K. Yosida benannte *RKKY*-Wechselwirkung, welche je nach Abstand der magnetischen Momente sowohl positiv als auch negativ sein kann [52]. Deshalb kann die räumliche Unordnung im Spin-Glas durch eine zufällige Verteilung positiver und negativer Kopplungen im Modell dargestellt werden. Die Konkurrenz zwischen positiven und negativen Kopplungen kann zu Frustration führen. Dieses Konzept wurde erstmals von Toulouse eingeführt [97]. Der Agent eines Systems ist frustriert, wenn er nicht allen Wechselwirkungen gleichzeitig gerecht werden kann, da diese energetisch gleich günstig sind. Eines der einfachsten Systeme, welches zur Veranschaulichung der Frustration herangezogen werden kann, besteht aus vier Spins, die in einem zweidimensionalen Gitter so angeordnet sind, dass sie die Ecken eines Quadrats bilden. Es wird nur die Wechselwirkung zu den jeweiligen Nachbarn betrachtet, welche immer dieselbe Stärke aufweist und ferromagnetischer Natur ist.

Nur die Wechselwirkung zwischen einem Spinaar auf diesem kleinen Gitter ist anti-ferromagnetisch mit derselben Stärke. Diese beiden Spins sind dann frustriert. Richten sie sich parallel zueinander aus, so wird die Energie des Systems erhöht, da sie sich entgegen ihrer Wechselwirkung verhalten. Richten sich sich aber anti-parallel aus, dann ist einer der Spins auch anti-parallel zu einem Nachbarn mit einer ferromagnetischen Wechselwirkung, was auch zu einer Erhöhung der Energie führt. In diesem Fall ist gut zu sehen, dass aufgrund der Frustration der Grundzustand entartet, also mehr Zustände der geringsten möglichen Energie im System zugeordnet werden können. Das Wechselspiel positiver und negativer Kopplung wird in vielen Finanzmarktmodellen verwendet. So auch im GSZ-Modell, bei welchem sich die Kopplung dynamisch verändert.

3.2 Überblick verschiedener Modelle

Dieser Abschnitt gibt einen kurzen Überblick zu Finanzmarktmodellen, welche durch die Spin-Modelle aus der Physik inspiriert sind. Ziel ist es lediglich, durch einige Beispiele dem Leser ein Gefühl für die Möglichkeiten und Zielsetzungen dieser Art von Modellen zu vermitteln.

Ein sehr bekanntes Ising-Modell eines Finanzmarktes wurde von Bornholdt vorgeschlagen [10]. Dabei befinden sich die Agenten/Spins auf einem zweidimensionalen Gitter und verfügen über eine ferromagnetische Kopplung zu ihren nächsten Nachbarn, imitieren diese also. Darüber hinaus koppeln sie mit der Gesamt magnetisierung, der Summe über alle Spins, die gleichzeitig den Preis widerspiegelt. Diese Interaktion ist zeitabhängig und basiert auf dem, den Spin zugeordneten, Strategiespin, der nur die Werte +1 und -1 annehmen kann. Der Strategiespin neigt dazu, sein Vorzeichen zu wechseln, wenn die eigene Strategie in der Mehrzahl ist. Die Kopplung zur Gesamtmeinung kann also auch anti-ferromagnetischer Natur sein, wodurch es zu Frustration im System kommen kann. Die Agenten ändern ihren Zustand unter Verwendung der *Heat-Bath*-Dynamik bei Berücksichtigung der nächsten Nachbarn, der Ge-

samt magnetisierung und der Temperatur. Die Temperatur kann aus ökonomischer Sicht als den Agenten eigene Informationen oder Umstände betrachtet werden. Dieses System weist sowohl Ising-Verhalten unter der kritischen Temperatur auf, bei welchem sich große Cluster bilden, als auch über der kritischen Temperatur, bei der schnelle Umordnungen der Spins auftreten. Mit diesem Modell erzeugt Bornholdt eine Ertragsverteilung mit positivem Exzess sowie gehäufte Volatilität in den Erträgen.

Das Bornholdt-Modell wurde auch von Miloslav und Kristoufek untersucht [60], allerdings nicht mit dem Ziel, die stilisierten statistischen Eigenschaften realer Märkte zu reproduzieren, sondern herauszufinden, welche Parameterkombination zu einem effizienten Markt führt. Dabei fanden sie heraus, dass die lokalen Wechselwirkungen im Vergleich zur globalen Interaktion stark sein sollten, Letztere aber nicht gänzlich verschwinden darf.

Yamano untersuchte dasselbe Modell für drei und vier Dimensionen. Dabei konnte ein ähnliches Verhalten zum zweidimensionalen Fall bei Anpassung der Parameter beobachtet werden. [101].

Kaizoji et al. erweiterten das Modell von Bornholdt um einen konstanten fundamentalen Preis, der einem Teil der Agenten bekannt ist [57]. Diese Fundamentalhändler basieren ihre Entscheidung zum Kauf oder Verkauf nur noch auf die Differenz zwischen aktuellem Preis und Fundamentalpreis, während die übrigen Händler die ursprüngliche Dynamik beibehalten. Zusätzlich führten Kaizoji et al. einen leicht veränderten Preisbildungsmechanismus ein und definierten ein Handelsvolumen. Mit diesem Modell konnten sie zeigen, dass Volatilität und Volumen positiv korrelieren.

Ein sehr frühes Finanzmarktmodell mit konkreter Analogie zum Magnetismus wurde von Chowdhury und Stauffer als Umformulierung und Erweiterung eines Modells von Cont und Bouchaud vorgeschlagen [21, 26]. Dieses Modell unterscheidet sich darin, dass den Spins unterschiedliche Stärken zugeordnet sind, die einem Potenzgesetz folgen. Außerdem sind alle Spins direkt und ferromagnetisch miteinander gekoppelt. Jeder Spin wählt in jedem Zeit-

schritt einen der Richtungszustände +1 oder -1 mit Wahrscheinlichkeit a (im Fall von $a \neq 0.5$ können sie auch den Zustand 0 einnehmen). Die Annahme dieses Zustands erfolgt mit einer durch das Metropolis-Kriterium [70] gegebenen Wahrscheinlichkeit. Dieses Modell führt zu einer Ertragsverteilung, deren Extremwerte einem Potenzgesetz folgen und wahrscheinlicher sind als bei der vorgegebenen Größenverteilung. Durch Einführung eines Feldes, welches nur die Hälfte der Spins betrifft, lassen sich Preisblasen erzeugen. Übertrifft der Ertrag einen bestimmten Grenzwert, so wird dieses Feld in die entgegengesetzte Richtung gedreht und es kommt zum Platzen der Blase. Chowdhury und Stauffer machen aber keine Aussagen über weitere stilisierte statistische Eigenschaften von Finanzzeitreihen.

Ein weiteres Ising-Modell wurde von Krawiecki et al. vorgeschlagen [59]. Bei diesem Modell wird den Spins keine Position zugeordnet und sie interagieren alle direkt miteinander. Allerdings sind die Interaktionen zeitabhängig und zufällig, darüber hinaus wirkt ein zufälliges und zeitabhängiges lokales Feld auf die Agenten. Die Wechselwirkung kann sowohl positiv als auch negativ sein. Dieses Modell erzeugt sowohl realistische Ertragsverteilungen als auch gehäufte Volatilität.

Einen ähnlichen Ansatz hat das von Gonçalves vorgeschlagene Modell zur Nachbildung der stilisierten statistischen Eigenschaften von Finanzzeitreihen [44]. Auf die Agenten wirkt ein lokales zufälliges Feld, welches als private Information verstanden wird, sowie ein globales zufälliges Feld, das als Nachrichten interpretiert wird. Beide Felder sind zeitabhängig. Darüber hinaus koppeln die Agenten mit ihren nächsten Nachbarn. Die Stärke dieser Kopplung ist zeitabhängig und unterschiedlich für die verschiedenen Agenten. Ein deutlicher Unterschied zu dem Modell von Krawiecki besteht darin, dass die Kopplungen nicht symmetrisch sind und sich abhängig von den Nachrichten und Erträgen entwickeln. Weiterhin sind die Agenten heterogen, in dem Sinne, dass sich die drei Informationsquellen unterschiedlich stark auf die binäre Entscheidung des Agenten auswirken. Sornette und Zhou verallgemeinerten dieses Modell

um einen Gedächtnisfaktor bezüglich des Einflusses der Agenten untereinander und zeigten, dass die im letzten Kapitel vorgestellten *Stylized Facts* nur erzeugt werden, wenn sich die Agenten irrational Verhalten [88, 104]. Dieses Modell eignet sich also dazu, weitere Rückschlüsse auf das Verhalten der Agenten und wie dieses interpretiert werden kann zu ziehen, was es im Vergleich zu den zuvor genannten Modellen besonders interessant macht.

Allen hier vorgestellten Modellen ist gemeinsam, dass die Interaktion und Imitation der Agenten miteinander, insbesondere mit ihren nächsten Nachbarn, zur Dynamik des Finanzmarktes beiträgt. Dies ist ein wichtiger Punkt, der auch von empirischer Seite Unterstützung findet. So zeigten Hong et al. bei einer Untersuchung von 1715 Aktienfonds, dass sich die Portfolios und deren Änderungen bei Fonds stärker ähneln, wenn deren Manager sich in derselben Stadt befinden [51]. Cohen et al. deckten auf, dass Fondsmanager, die sich in einem gemeinsamen Bildungsnetzwerk (gegeben durch besuchte Universität sowie Jahr und Art des Abschlusses) befinden, dazu neigen ähnliche Handelsentscheidungen zu treffen [22]. Ahern stellte fest, dass der Informationsfluss bei illegalen Insidergeschäften durch soziale Netzwerke mit starken Bindungen, wie Freunden, Berufskontakten oder Familienangehörigen, stattfindet [1]. Dabei spielt auch regionale Nähe eine Rolle. So kann die Art der Nachbarschaft unterschiedlich interpretiert werden, z.B. als regionale oder familiäre Nähe. Die Interaktionen reichen vom Meinungsaustausch bis zur Weitergabe von Informationen höchster Relevanz mit Bezug auf den Fundamentalwert einer Aktie.

Weiterhin beziehen sich die in diesem Abschnitt aufgelisteten Modelle, so wie die meisten agentenbasierten Modelle, nur auf Finanzmärkte mit einem gehandelten Produkt. Sie können also keine Aussagen darüber treffen, wie die Korrelationsstruktur von Finanzmärkten zustande kommen könnte, oder welche Änderungen sich im Verhalten der Agenten ergeben, wenn weitere Preiszeitreihen hinzukommen. Dem Autor ist nur ein Ising-Modell bekannt, welches mehrere Preiszeitreihen berücksichtigt. Dabei handelt es sich um eine Erweite-

rung des Modells von Bornholdt durch Takaishi [93, 94, 95]. In diesem Modell wird ein zusätzlicher Kopplungsterm zwischen den Spins eines Gitters mit der Magnetisierung aller anderen, ansonsten unabhängigen, Gitter eingeführt. Dies führt dazu, dass sich die Volatilität der einzelnen Preiszeitreihen synchronisieren kann. Das Modell verfügt, wie das zugrundeliegende Modell, über einen positiven Exzess und gehäufte Volatilität. Zusätzlich wendete Takaishi verschiedene Risikomaße für das System an und beobachtete ein zu realen Märkten unterschiedliches Verhalten.

Der nächste Abschnitt beschreibt und untersucht das Gonçalves-Sornette-Zhou-Modell näher. Es bildet die Basis für das in dieser Arbeit entwickelte Finanzmarktmodell, welches eine Generalisierung davon auf Finanzmärkte mit vielen Vermögenswerten ist.

3.3 Das Gonçalves-Sornette-Zhou-Modell

Das von Gonçalves vorgeschlagene Modell beruht darauf, dass heterogene Agenten dem Einfluss von allgemeinen und privaten Informationen ausgesetzt sind und außerdem von ihren direkten Nachbarn beeinflusst werden. Da dieses Modell so keine realistische Ertragsverteilung aufwies, haben Sornette und Zhou es um einen Gedächtnisfaktor für die Interaktion zwischen den Agenten erweitert und genauer untersucht. Das Gonçalves-Sornette-Zhou-Modell, kurz GSZ-Modell, wird im folgenden Unterabschnitt definiert.

3.3.1 Beschreibung des Gonçalves-Sornette-Zhou Modells

$N \times N$ Agenten befinden sich auf einem zweidimensionalen Gitter mit periodischen Randbedingungen, so dass jeder Agent genau vier direkte Nachbarn besitzt. Bei jedem Zeitschritt t nimmt jeder Agent i einen Wert $s_i(t) = \pm 1$ ein, welcher einer Kauforder ($s_i(t) = +1$) oder einer Verkaufsorder ($s_i(t) = -1$)

entspricht. Der Wert wird durch folgende Formel festgelegt:

$$s_i(t) = \operatorname{sgn} \left[\sum_{j \in \{n\}} K_{ij}(t) E_i[s_j](t) + \varphi_i G(t) + \epsilon_i(t) \right]. \quad (3.2)$$

Dabei bezeichnet der erste Term den Einfluss der Nachbarschaft $\{n\}$ von Agent i auf diesen. $E_i[s_j](t)$ ist der Wert den Agent j der Erwartung von Agent i nach in diesem Zeitschritt einnimmt. $K_{ij}(t)$ ist der Kopplungskoeffizient zwischen Agent i und Agent j , also die Neigung die erwartete Entscheidung von Agent j zu imitieren. Um das Modell einfacher zu gestalten, wird angenommen, dass die Neigung zur Imitation nur vom jeweiligen Agenten selbst abhängt und nicht von dessen Nachbarn, aus diesem Grund gilt also $K_{ij}(t) = K_i(t)$. Der zweite Term gibt den Einfluss der allgemeinen Nachrichten $G(t)$ auf den Agenten wieder. Diese sind unabhängig voneinander und folgen einer Normalverteilung mit Mittelwert $\mu = 0$ und Standardabweichung $\sigma = 1$. Diese Nachrichtendefinition folgt der jüngsten Arbeit zum GSZ-Modell [104], während die früheren Arbeiten [44, 88] nur das Vorzeichen der Zufallswerte verwendete. Aus den verschiedenen Nachrichtendefinitionen ergeben sich kleine Änderungen, die im Abschnitt 3.3.3 beleuchtet werden. φ_i bezeichnet dabei die Sensitivität des einzelnen Agenten gegenüber den Nachrichten. Dieser Wert ist für jeden Agenten konstant und liegt im Bereich $[0; \varphi_{\max}]$. Der letzte Term ϵ_i innerhalb der Signums-Funktion steht für das private Urteil des Agenten. Auch dieses folgt einer Normalverteilung um 0, allerdings hängt die Standardabweichung vom einzelnen Agenten ab. Diese wird durch die Summe einer gemeinsamen Konstanten CV und einer gleichverteilten Zufallszahl im Bereich $[0, 0.1)$ zu Beginn der Simulation gebildet. Zur Implementierung des erwarteten Werts $E_i[s_j](t)$ gibt es verschiedene Möglichkeiten. Die einfachste davon ist einen Rückblick für alle Agenten zu implementieren, also $E_i[s_j](t) = s_j(t - 1)$. Eine andere Möglichkeit ist die Realisierung einer Informationskette, dabei werden die Agenten in einer festgelegten Reihenfolge aktualisiert, sodass $E_i[s_j](t) = s_j(t)$ für alle $i > j$ und ansonsten $E_i[s_j](t) = s_j(t - 1)$ gilt. Diese zwei Optionen wurden von Sornette und Zhou getestet, wobei sie feststellten, dass beide sehr

ähnliche Ergebnisse erzielen. Bei Betrachtung von Gleichung (3.2) fällt auf, dass die Entscheidung über Kauf oder Verkauf nicht von dem Preis selbst abhängt. Dies erscheint als starke Einschränkung, ist aber nicht unbedingt unrealistisch, da der Fundamentalpreis einer Aktie oder Währung sehr schwer einzuschätzen ist [13]. Im GSZ-Modell bewerten die Agenten also vor allem neue Informationen in dem Glauben, dass diese eine Aussage über zukünftige zu erwartende Erträge aussagen.

Die Entscheidung zu kaufen oder zu verkaufen, hängt also nicht vom Preis selbst ab, was eine sehr stark vereinfachende Annahme ist.

Die Erträge $r(t)$ des Vermögenswertes werden durch das Überschussangebot oder die Überschussnachfrage am Ende des Zeitschritts bestimmt, sie berechnen sich folgendermaßen:

$$r(t) = \frac{1}{LN^2} \sum_{i \in N^2} s_i(t). \quad (3.3)$$

Die Liquidität des Marktes wird dabei durch L bezeichnet, eine geringe Liquidität führt zu starken Preisänderungen, während eine hohe Liquidität zu schwachen Preisänderungen führt. Die Preise $p(t)$ können nun folgendermaßen berechnet werden:

$$p(t) = p(t-1)e^{r(t)}. \quad (3.4)$$

Sie werden zur Untersuchung des Modells allerdings in der Regel nicht benötigt, da dazu direkt die Erträge $r(t)$ verwendet werden.

Im Laufe der Simulation können die Agenten ihr Verhalten ändern, indem sie ihre Neigung zur Imitation K_i anpassen. Dies geschieht auf folgende Weise:

$$K_i(t) = b_i + \alpha_M K_i(t-1) + \beta r(t-1) G(t-1). \quad (3.5)$$

Hierbei bezeichnet b_i die grundlegende Imitationsneigung von Agent i , welche zu Beginn der Simulation für alle Agenten aus einer uniformen Verteilung im Bereich $(0, b_{\max})$ gezogen wird. Der globale Parameter α_M gibt die Wirkung vergangener Einflüsse auf die aktuelle Entscheidung wieder. Er stellt dar, dass sich soziale Verbindungen nur langsam entwickeln und lange anhalten. Der

letzte Term bestimmt die Auswirkung vergangener Nachrichten und Erträge auf die Imitationsneigung des Agenten. Für ein negatives β entscheidet der Agent eingeschränkt rational: Sind sowohl vergangene Nachrichten als auch dazugehörige Erträge positiv oder negativ, so nimmt K_i ab, da die Nachrichten als Informationsquelle ausreichend sind. Dies führt wiederum dazu, dass die Agenten bei ihrer Entscheidung die Nachrichten stärker berücksichtigen und diese infolgedessen die Erträge richtig bestimmen. Ist jedoch das Gegenteil der Fall, verstärkt sich die Neigung zur Imitation, da die Nachrichten nicht zuverlässig sind.

Bei positivem β interpretieren die Agenten die Preisbewegungen falsch und verhalten sich nicht rational: Die Neigung zur Imitation steigt, obwohl die Nachrichten die Erträge korrekt vorhersagen. Dieses Verhalten kann beispielsweise durch gegenseitig verstärkten Optimismus oder Gruppenselbstüberschätzung entstehen: Im ersten Fall erkundigen sich die Marktteilnehmer bei Bekannten, um zu erfahren, ob ein positiver Markttrend aufrechterhalten werden kann, und orientieren sich an deren Meinung. Im zweiten Fall gehen die Marktteilnehmer davon aus, dass die Nachrichten die Meinung der Mehrheit widerspiegeln und achten deswegen besonders auf die Meinung ihrer Bekannten, in dem Glauben, dass diese die globale Meinung wiedergeben.

3.3.2 Ergebnisse des Gonçalves-Sornette-Zhou-Modells

Nun werden einige ausgewählte Ergebnisse von Sornette und Zhou aus [88, 104] dargestellt und teilweise reproduziert. Die Simulationen wurden für $N = 50$ durchgeführt, also ein System mit $N^2 = 2500$ Agenten. Sornette und Zhou untersuchten aber auch Systeme mit N zwischen 20 und 100. Innerhalb dieser Agentenzahlen sind die Ergebnisse sehr ähnlich. Noch größere Systeme wurden nicht untersucht, da die Anzahl der Investoren, die einen maßgeblichen Einfluss auf den Aktienpreis eines Unternehmens haben, in der Realität relativ gering ist [29]. Außerdem ist nicht zu erwarten, dass eine größere Agentenzahl die Dynamik des simulierten Marktes deutlich verändert.

Bimodale Ertragsverteilung

Gonçalves schlägt zur Erzeugung der wichtigsten stilisierten statistischen Eigenschaften von Finanzzeitreihen die Parameter $b_{\max} = 0.22$, $\varphi_{\max} = 0.14$ und $CV = 0.8$ bei $\beta = +1$ vor. Allerdings weisen Sornette und Zhou darauf hin, dass das Modell dabei eine bimodale Ertragsverteilung produziert, welche unrealistisch ist. Ihnen zufolge liegt dies daran, dass der durchschnittliche Kopplungskoeffizient $\langle K_i \rangle$ während der Simulation immer wieder Werte annimmt, die größer als der kritische Wert K_C sind. Das Modell befindet sich also zu häufig in einem geordneten Zustand, bei dem viele Agenten gemeinsam ihren Wert ändern, wodurch die Bimodalität in der Verteilung entstehen. Aus diesem Grund haben Sornette und Zhou den Gedächtnisfaktor α_M in der sozialen Bindung der Agenten (siehe Gl. 3.5) eingeführt. Dieser sorgt dafür, dass die Kopplung zwischen den Agenten langlebiger ist, wodurch die Bimodalität der Ertragsverteilung verringert wird.

Abbildung 3.2 zeigt die PDF der unnormierten Erträge unter Verwendung der von Gonçalves vorgeschlagenen Parameter ohne (links) und mit (rechts) Gedächtnisfaktor α_M . Es ist zu erkennen, dass das Hinzufügen des Gedächtnisfaktors von $\alpha_M = 0.8$ von einer bimodalen zu einer unimodalen Verteilung führt. Geringere Werte von α_M resultieren noch immer in einer leichten Bimodalität. Es ist zu beachten, dass zur Reproduktion dieses Effekts nur das Vorzeichen der Nachrichten verwendet wurde, da dies die eigentliche Ursache der Bimodalität ist, wie in Abschnitt 3.3.3 zu sehen ist.

Eingeschränkt rationale Agenten

Sornette und Zhou untersuchten ihr Modell für die zwei Fälle $\beta = \pm 1$, wobei, wie bereits beschrieben, der Fall $\beta = -1$ eingeschränkt rationalen Agenten entspricht, da hier die Neigung zur Imitation K abnimmt, wenn die Nachrichten die Richtung der Erträge korrekt vorhersagen. Dies führt dazu, dass sich die Agenten stärker an den Nachrichten, als an ihren Nachbarn orientieren, wodurch die Nachrichten die Bewegung der Erträge stärker beeinflussen, sodass

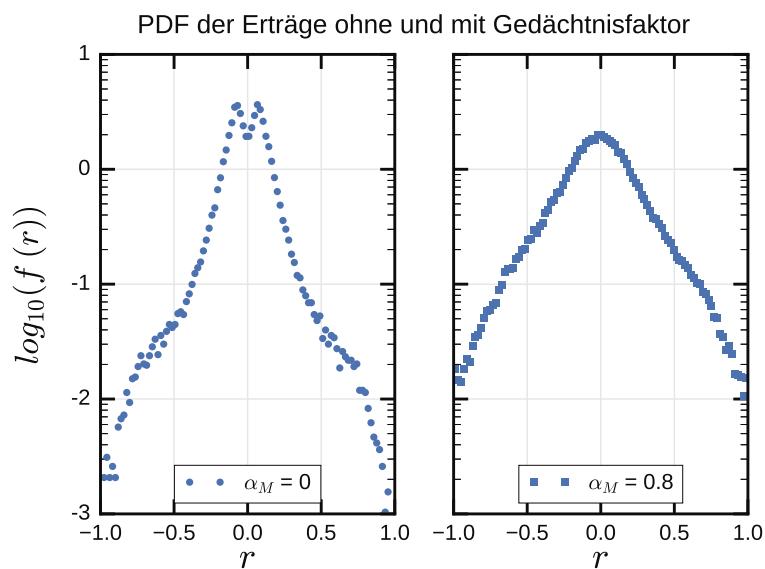


Abbildung 3.2: Histogramme der Erträge des GSZ-Modells für 10^5 Zeitschritte unter Verwendung folgender Parameter: $b_{\max} = 0.22$, $\varphi_{\max} = 0.14$ und $CV = 0.8$. Gilt $\alpha_M = 0$, so führt dies zu einer unrealistischen bimodalen Ertragsverteilung. Diese geht in eine unimodale Verteilung über, wenn α_M auf 0.8 erhöht wird.

sich dieser Prozess weiter verstrtzt und die Kopplung zwischen den Agenten sehr gering wird. Geben die Nachrichten die Ertre aber nicht korrekt wieder, wird der Einfluss der Agenten aufeinander stärker, sodass die Nachrichten eine geringere Rolle spielen. So würden sich auch rationale Agenten verhalten, sie nutzen die Informationsquelle die Wertänderungen am zuverligsten wider- spiegelt.

Sornette und Zhou untersuchten den Einfluss der verschiedenen Parameter auf dieses Modell. Sie variierten b_{\max} zwischen 0.1 und 0.5 in Schritten von 0.1, φ_{\max} zwischen 0.005 und 0.08 in Schritten von 0.005 und CV zwischen 0.1 und 1.1 in Schritten von 0.2. Dies sind also 480 verschiedene Parameterkonfigurationen. Dabei wurde α_M konstant auf 0.2 gehalten und auch L wurde konstant gehalten.

Für einen hohen Wert von CV bei geringer grundlegender Imitationsneigung b_{\max} ist die Ertragsverteilung für alle Zeitskalen gaußförmig. Für kleinere Werte von CV und ein höheres b_{\max} fanden Sornette und Zhou multimodale Ertragsverteilungen. Diese resultieren daraus, dass die Kopplung zwischen den Agenten deutlich höher ist als der Einfluss der zufälligen privaten Informationen. Dadurch operiert das System meist in einem subkritischen Bereich, in dem die Dynamik des Marktes durch große Agentencluster bestimmt wird.

In dem von ihnen untersuchten Parameterraum konnten Zhou und Sornette keine unimodale Ertragsverteilung mit erhöhtem Exzess beobachten, die für größere Zeitskalen in eine Normalverteilung übergeht. Darer hinaus verhalten sich die Korrelationsfunktionen für die Ertre und deren absolute Betre sehr ähnlich. Im Fall eingeschrkt rationaler Agenten konnten Sornette und Zhou also keine der im letzten Kapitel vorgestellten empirischen Eigenschaften von Finanzzeitreihen nachbilden.

Irrationale Agenten

Wie bereits in Abschnitt 3.3.1 beschrieben, handeln die Agenten des GSZ-Modells irrational, wenn β positiv ist. Damit ist gemeint, dass die Imitation

zwischen den Agenten zunimmt, falls die Nachrichten die Richtung der Erträge korrekt vorhersagen. Laut Sornette und Zhou können nur in diesem Fall die wichtigsten stilisierten statistischen Eigenschaften von Finanzzeitreihen produziert werden.

Sie untersuchten 160 verschiedene Parameterkonfigurationen mit positivem β . b_{\max} reichte dabei von 0.1 bis 0.5 in Abständen von 0.1. φ_{\max} nahm Werte zwischen 0.01 und 0.08 in Schritten von 0.01 an. CV lag zwischen 0.1 und 0.7 mit Abständen von 0.2. α_M hatte den konstanten Wert 0.2. Die Simulationen wiesen eine Länge von 10^5 Zeitschritten auf. Mehrere dieser Parameterkonfigurationen erzeugten realistische Eigenschaften von Finanzzeitreihen. Einige dieser Konfigurationen haben sie aufgelistet [88]. Zur Darstellung ihrer Ergebnisse verwendeten Zhou und Sornette die Parameter $b_{\max} = 0.3$, $\varphi_{\max} = 0.03$ und $CV = 0.1$, welche auch in diesem Abschnitt zur Reproduktion der wichtigsten Ergebnisse benutzt wurden. An dieser Stelle ist zu erwähnen, dass Sornette und Zhou in ihren Veröffentlichungen für den Parameter L einen Wert von 40 festgelegt haben, dies aber ein Fehler zu sein scheint, da das Modell für diesen Wert einfrieren kann. Dies liegt daran, dass die Erträge im Vergleich zur Imitationsneigung b_{\max} zu gering sind, um die Kopplung $K_i(t)$ zwischen den Agenten zu verringern (vgl. Gleichung (3.5)). Aus diesem Grund wurde für die Reproduktion der Ergebnisse der Wert von L auf 1.0 gesetzt. Für diesen Wert stimmen die Ergebnisse gut mit denen von Sornette und Zhou überein. Der Einfluss von L wird in Abschnitt 3.3.3 weiter untersucht.

Abbildung 3.3 zeigt die empirische PDF der Erträge in Abhängigkeit von der Zeitskala τ für eine Simulation mit 10^6 Zeitschritten im Vergleich zur Normalverteilung. Während die PDF für $\tau = 1$ einen deutlich positiven Exzess γ aufweist, wie an den erhöhten Wahrscheinlichkeiten am Rande zu sehen ist, verringert sich der Exzess sichtbar für $\tau = 256$, sodass sich die Ertragsverteilung einer Normalverteilung annähert. Der Verringerung von γ ist auch in Tabelle 3.1 zu sehen, die zusätzlich die Werte 16 und 64 für τ aufführt. Das Modell weist also die ersten beiden in Abschnitt 2 behandelten stilisierte

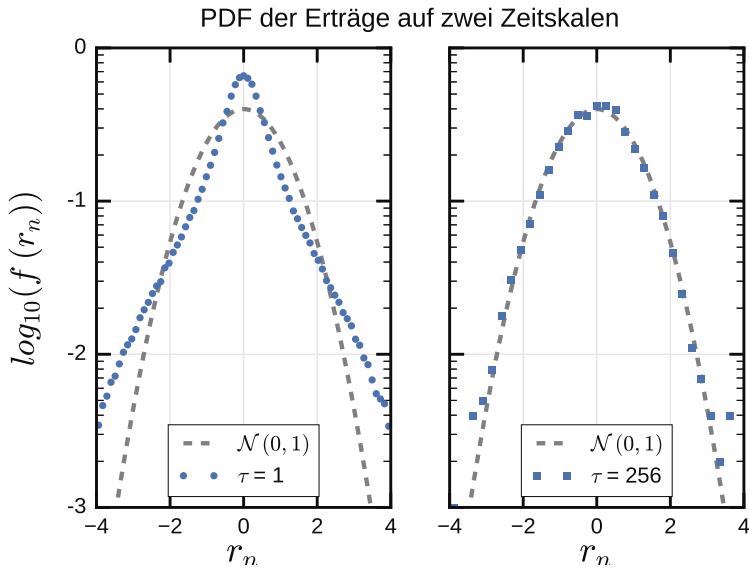


Abbildung 3.3: PDF der Erträge des GSZ-Modells für zwei Zeitskalen τ . Erstellt mit 10^6 Zeitschritten. Während sich die PDF für $\tau = 1$ deutlich von der Normalverteilung abhebt, hat sie sich für $\tau = 256$ bereits stark angenähert.

ten statistischen Eigenschaften von Finanzzeitreihen auf: positiven Exzess der Erträge und aggregierte Normalität.

In Abbildung 3.4 ist zu erkennen, dass die Autokorrelation der Erträge r_n innerhalb weniger Zeitschritte sehr stark abfällt und den Wert 0 erreicht, während die Autokorrelation der absoluten Erträge $|r_n|$ sich verglichen dazu langsam 0 annähert. Als Werte für die integrierten Autokorrelationszeiten $\tau_A(r_n)$ und $\tau_A(|r_n|)$ ergeben sich 3.49 ± 0.03 bzw. 11.9 ± 0.4 Zeitschritte. Diese Werte basieren auf drei voneinander unabhängigen Simulationen mit je 10^6 Zeitschritten und einem maximalen Zeitabstand $\delta t = 500$. Im Vergleich zu den in Kapitel 2 betrachteten Zeitreihen ist $\tau_A(r_n)$ hoch und $\tau_A(|r_n|)$ niedrig.

Die Autokorrelation lässt sich durch den Gedächtnisfaktor α_M stark beeinflussen. Wird ein höherer Wert für α_M gewählt, so nimmt die Autokorrelation der absoluten Erträge deutlich zu. Allerdings gilt dies auch für die Autokorrelation der Erträge. Sornette und Zhou zufolge sollte α_M nicht größer als etwa $0.2 - 0.3$ gewählt werden, da ansonsten die Autokorrelation der Erträge zu un-

τ	γ
1	2.49 ± 0.07
16	2.09 ± 0.06
64	0.98 ± 0.06
256	0.37 ± 0.08

Tabelle 3.1: Der Exzess γ der Ertragsverteilungen auf unterschiedlichen Zeitskalen τ . Die Tabelle gibt die Mittelwerte und deren Fehler von drei unabhängigen Simulationen mit je $T = 10^6$ Zeitschritten wieder. Der Exzess wird kleiner mit größer werdendem Zeitabstand.

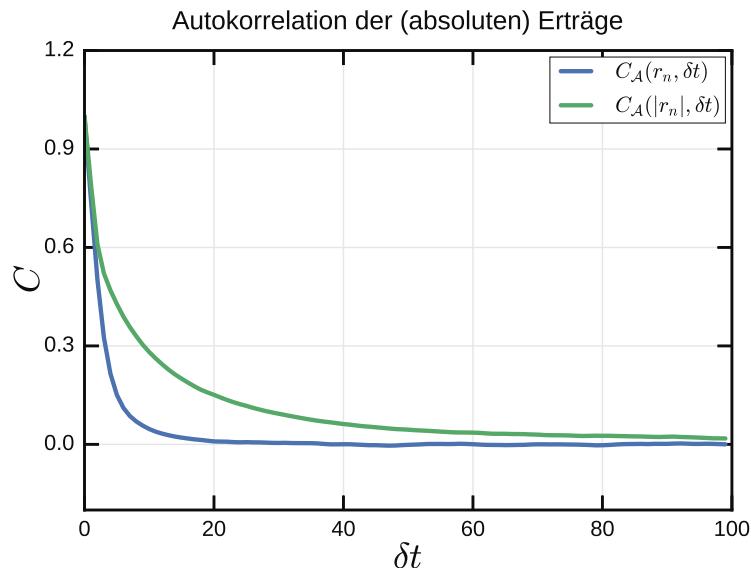


Abbildung 3.4: Autokorrelation der Erträge r_n und der absoluten Erträge $|r_n|$ des GSZ-Modells. Erstellt mit den von Sornette und Zhou verwendeten Parameter und 10^6 Zeitschritten. Es ist zu erkennen, dass die Autokorrelation der Erträge deutlich geringer ist, als die der absoluten Erträge.

α_M	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$
0.05	2.4 ± 0.12	6.9 ± 0.11
0.2	3.7 ± 0.13	12.6 ± 1.4
0.35	5.9 ± 0.51	20.9 ± 2.0
0.5	14.8 ± 1.5	39.2 ± 0.87
0.65	38.1 ± 2.3	62.6 ± 5.2
0.8	104.9 ± 3.8	97 ± 12

Tabelle 3.2: Integrierte Autokorrelationszeit $\tau_{\mathcal{A}}$ der Erträge r_n und der absoluten Erträge $|r_n|$ des GSZ-Modells für verschiedene Gedächtnisfaktoren α_M . Die Autokorrelation wurde dazu bis zu einem maximalen Zeitabstand von $\delta t = 500$ Zeitschritten summiert. Beide Autokorrelationszeiten wachsen mit zunehmendem α_M stark an.

realistisch wird. Für hohe Gedächtnisfaktoren gilt außerdem $\tau_{\mathcal{A}}(r_n) > \tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$. Der Einfluss von α_M auf die Autokorrelationen ist in Tabelle 3.2 dargestellt.

Weiterhin zeigten Sornette und Zhou, dass die Skalierungsfunktion $\zeta(q)$ aus Gleichung (2.10) nicht linear verläuft und das Modell somit Multifraktalität aufweist. Dies ist in Abbildung 3.5 zu sehen. Sie zeigt $\zeta(q)$ im Vergleich zur Skalierungsfunktion einer unifraktalen Zeitreihe mit konstantem Hurst-Exponenten $H = 0.5$. Zur in Abschnitt 2.7 beschriebenen Klassifizierung von Märkten werden die Werte von $H(q)$ mit $q = 1$ und $q = 2$ verwendet. Diese wurden aus drei unabhängigen Simulationen mit je 10^6 Zeitschritten und $\tau_{max} \in [30, 250]$ ermittelt und ergeben sich zu $H(q = 1) = 0.640 \pm 0.002$ und $H(q = 2) = 0.614 \pm 0.002$. Beide Werte sind deutlich größer als 0.5, somit weist das GSZ-Modells ein persistentes Verhalten auf, welches auch Schwellemärkten zugeordnet wird.

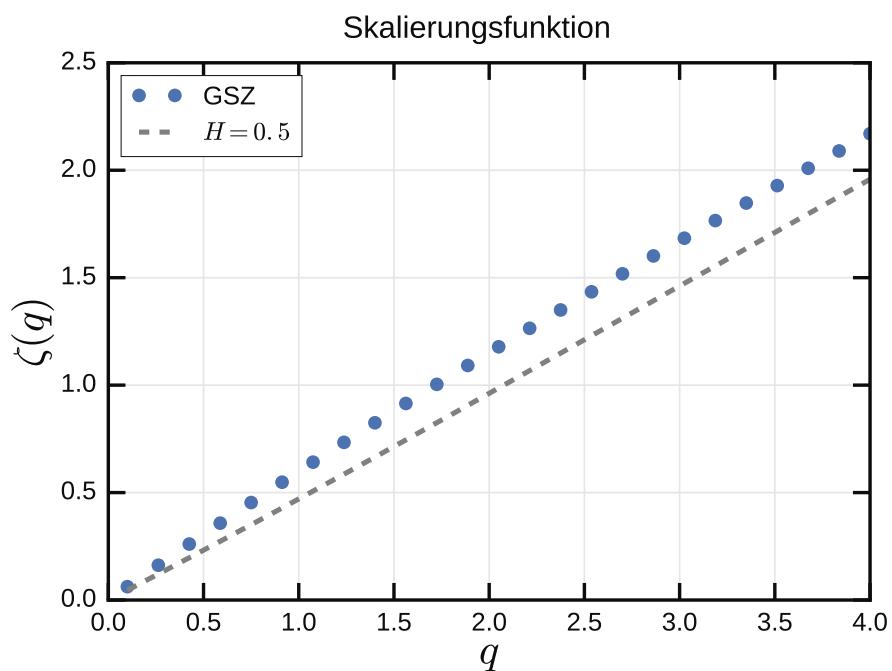


Abbildung 3.5: Skalierungsfunktion $\zeta(q)$ des GSZ-Modells im Vergleich zur Skalierungsfunktion einer unifraktalen Zeitreihe. Zur Berechnung wurde eine Zeitreihe mit 10^6 Zeitschritten und $\tau_{max} = 250$ verwendet. Es ist zu erkennen, dass $\zeta(q)$ eine leicht konkave Form aufweist, das GSZ-Modell also Multifraktalität zeigt.

3.3.3 Weitere Untersuchung des GSZ-Modells

Das GSZ-Modell ist sehr interessant, da es durch die Vereinigung gemeinsamer und privater Nachrichten mit den Mechanismen der Imitation und positiven Rückkopplung die wichtigsten stilisierten, statistischen Eigenschaften von Finanzzeitreihen nachbildet. Um ein besseres Verständnis für dieses Modell zu schaffen, werden in diesem Abschnitt weitere selbst durchgeführte Untersuchungen präsentiert, welche die Arbeit von Sornette und Zhou ergänzen.

Unterschiede in der Verwendung der Nachrichten

Wie bereits in Abschnitt 3.3.1 beschrieben, wurden die Nachrichten $G(t)$ einmal als standardnormalverteilte Zufallsvariable definiert und einmal als dessen Vorzeichen. Dieser Unterschied ist nicht unbedingt vernachlässigbar, da die Nachrichten in letzterem Fall auf die Werte ± 1 eingeschränkt sind, während sie im ersten Fall einer unimodalen kontinuierlichen Verteilung folgen. Extreme Ereignisse können im normalverteilten Fall durch einzelne extreme Nachrichtenwerte dargestellt werden. Dies ist im eingeschränkten Fall nicht möglich, dort können extreme Ereignisse nur durch eine häufige Wiederholung desselben Wertes abgebildet werden. Die beiden unterschiedlichen Nachrichtendefinition können also zu unterschiedlichen Eigenschaften des Modells führen. Inwiefern dies der Fall ist, wird im Folgenden untersucht.

Einfluss auf die Ertragsverteilung Eine direkte Konsequenz der Änderung der Nachrichtenverteilung, von den Werten ± 1 hin zu einer unimodalen Gaußverteilung, ist das Verschwinden der in Abschnitt 3.3.2 gezeigten Bimodalität der Ertragsverteilung bei Verwendung von $\alpha_M = 0$. Bei Betrachtung der Gleichung (3.2) für den Wert $s_i(t)$ eines Agenten lässt sich dies folgendermaßen erklären: Nimmt die Varianz von ϵ_i für genügend Agenten einen relativ geringen Wert an, so werden diese von den Nachrichten dominiert. Für den von Gonçalves eingeführten Parametersatz ($\alpha_M = 0$, $\beta = 1.0$, $b_{\max} = 0.22$, $\varphi_{\max} = 0.14$ und $CV = 0.8$) scheint dies der Fall zu sein, wodurch sich die

Bimodalität der Nachrichten direkt in den Erträgen widerspiegelt. Werden jedoch nicht nur die Vorzeichen, sondern die Werte der Normalverteilung als Nachrichten verwendet, so liegen die meisten Nachrichtenwerte zwischen -1 und $+1$. Somit ist der Einfluss der Nachrichten in den meisten Zeitschritten geringer.

Sornette argumentierte, dass die durchschnittliche Kopplung $\langle K \rangle$ im Falle eines Gedächtnisfaktors zu hoch ist, sodass der kritische Bereich zu häufig durchschritten wird, wodurch die Bimodalität in den Erträgen entsteht [88]. Diese Argumentation könnte vermuten lassen, dass durch Einführung des Gedächtnisfaktors α_M die durchschnittliche Kopplung geringer wird. Dies ist aber nicht der Fall. $\langle K \rangle$ ist für $\alpha_M > 0$ höher als ohne Gedächtnisfaktor, was nicht verwunderlich ist, da eine positive Kopplung im Zeitschritt t dann wieder eine Erhöhung der Kopplung im Zeitschritt $t+1$ zur Folge hat (siehe Gleichung (3.5)). Die höhere Kopplung bewirkt, dass der Einfluss der Nachrichten auf das System geringer ist, wodurch die gesamte Dynamik des Systems entschleunigt wird. Das System befindet sich häufiger und länger in einem Zustand nahe des kritischen Punktes, sodass sich große Cluster bilden können und diese länger bestehen, als im Fall $\alpha_M = 0$. Es kommt also etwas öfter zu größeren Erträgen und die Nachrichten können nicht mehr so leicht die Richtung des ganzen Clusters ändern. Dies ist auch in der Varianz der Erträge zu erkennen. Bei Verdrängung der Bimodalität durch Einführung des Gedächtnisfaktors nimmt die Varianz der Erträge deutlich zu, extreme Erträge werden öfter erzeugt (vgl. Abbildung 3.2). Werden allerdings die normalverteilten Nachrichten statt des Gedächtnisfaktors verwendet, so ändert sich die Varianz kaum.

Zur Bestimmung des weiteren Einflusses der Nachrichtendefinition auf die Ertragsverteilung werden nun wieder die von Sornette und Zhou verwendeten Parameter benutzt ($\alpha_M = 0.2$, $\beta = 1.0$, $b_{\max} = 0.3$, $\varphi_{\max} = 0.03$ und $CV = 0.1$).

Abbildung 3.6 zeigt die empirische PDF des GSZ-Modells für die beiden Nachrichtendefinitionen. Im gezeigten Bereich ist kein offenkundiger Unter-

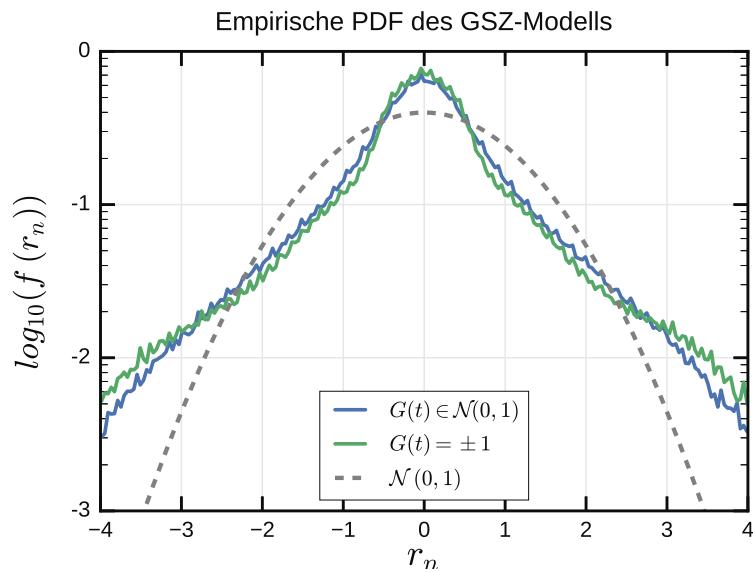


Abbildung 3.6: Empirische PDF der normierten Erträge des GSZ-Modells mit den beiden verschiedenen Nachrichtendefinitionen. Zum Vergleich dazu ist die PDF der Standardnormalverteilung $\mathcal{N}(0, 1)$ durch die graue unterbrochene Linie abgebildet. Es ist zu erkennen, dass sich die Ertragsverteilung für beide Nachrichtendefinitionen nahezu identisch verhält.

schied in den Ertragsverteilungen festzustellen und beide weisen eine erhöhte Wahrscheinlichkeit extremer Erträge gegenüber der Normalverteilung auf. Diese Wahrscheinlichkeit fällt jedoch stark ab für ca. $|r_n| > 4$, was in Abbildung 3.7 zu sehen ist. Die Abbildung zeigt die CCDFs des GSZ-Modell für die beiden unterschiedlichen Nachrichtendefinitionen. Dabei wurden die Absolutbeträge der Erträge verwendet, da sich durch die Konstruktion des Modells keine Unterschiede für positive und negative Erträge ergeben, was durch eine separate Auswertung bestätigt wurde. Für beide Nachrichtendefinitionen weist das GSZ-Modell einen starken Wahrscheinlichkeitsabfall extremer Erträge auf. Um zu vermeiden, dass dieser Abfall sich auf die Exponenten α_{\pm} auswirkt, wurden für deren Bestimmung lediglich die Erträge bis zur 99%-Quantile verwendet. Die entsprechenden Werte sind gemeinsam mit dem zugehörigen Exzess in Tabelle 3.3 aufgeführt.

Matia et. al. beobachteten für die täglichen Erträge von 49 indischen Unternehmensaktien einen starken Abfall der CCDF auf der doppeltlogarithmischen Skala [69]. Dieser Abfall verschwand auf einer einfachlogarithmischen Skala, woraus sie schlossen, dass eine Exponentialfunktion das Verhalten für extreme Erträge bei entwickelten Märkten besser beschreiben könnte. Pan und Sinha konnten dies mit einer eigenen Untersuchung jedoch nicht bestätigen und führten dies auf die Wahl der Aktien zurück, da für einige Aktien sowohl die Exponentialfunktion als auch die Potenzfunktion sehr gute Beschreibungen liefern und somit nicht zu unterscheiden ist, welche sich besser eignet [79].

Da das GSZ-Modell ein begrenztes System mit festen, maximalen, rohen Erträgen ist, ist davon auszugehen, dass dieser starke Abfall in der CCDF ein Effekt der begrenzten Systemgröße ist. Dies wird in Abschnitt 3.3.3 näher betrachtet.

Einfluss auf die Autokorrelation der Erträge Die Definition der Nachrichten hat auch einen geringen Einfluss auf die Autokorrelation der Erträge $C_{\mathcal{A}}(r, \delta t)$ und der absoluten Erträge $C_{\mathcal{A}}(|r|, \delta t)$. Dies ist in Abbildung 3.8 zu sehen. Am auffälligsten ist dabei, dass die Autokorrelation der Erträge für

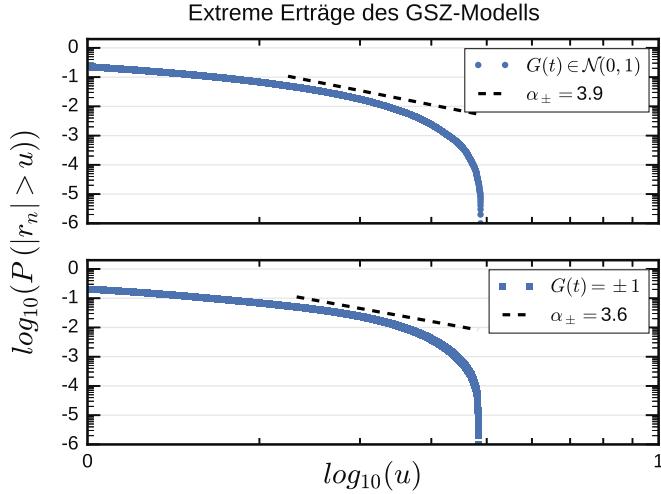


Abbildung 3.7: CCDFs der Ertragsverteilungen des GSZ-Modells mit Nachrichtenterm G als Normalverteilung (oben) bzw. als deren Vorzeichen (unten). Die Verteilungen basieren auf Simulationen mit je 10^6 Zeitschritten. Die Verteilungen beginnen ab ca. $u > 4$ stark abzufallen. Für die zugehörigen Fits mit dem Potenzgesetz wurde der Abfall nicht berücksichtigt.

$G(t)$	α_{\pm}	u_{\min}	u_{\max}	γ
$\mathcal{N}(0, 1)$	3.96 ± 0.01	2.24 ± 0.01	3.32 ± 0.02	2.49 ± 0.06
± 1	3.65 ± 0.01	2.32 ± 0.01	2.53 ± 0.03	3.4 ± 0.2

Tabelle 3.3: Ergebnisse der Fits der CCDFs der Erträge des GSZ-Modells und Exzess γ der Erträge. Aufgeführt sind die Mittelwerte dreier unabhängiger Simulationen mit je 10^6 Zeitschritten. Die Grenzen des Fits u_{\min} und u_{\max} liegen jeweils bei der 95%-Quantile und 99%-Quantile. Die Exponenten α_{\pm} sind für beide Nachrichtendefinitionen ähnlich und vergleichbar mit realen Daten.

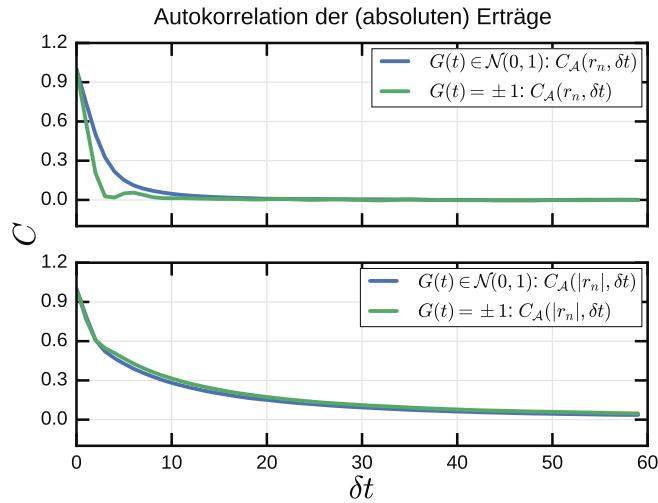


Abbildung 3.8: Autokorrelation der (absoluten) Erträge des GSZ-Modells für standardnormalverteilte Nachrichten (blau) und für $G(t) = \pm 1$ (grün). Im letzteren Fall fällt die Autokorrelation der Erträge schneller ab.

$G(t) = \pm 1$ etwas schneller abfällt. Auch die integrierten Autokorrelationszeiten sind in beiden Fällen ähnlich, so ergibt sich für normalverteilte Nachrichten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n) = 3.49 \pm 0.03$ und $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|) = 11.9 \pm 0.4$, während sich für den anderen Fall die Werte $\tau_{\mathcal{A}}(r_n) = 2.18 \pm 0.04$ und $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|) = 14.9 \pm 0.4$ ergeben. Diese Autokorrelationszeiten beziehen sich auf einen maximalen Zeitabstand $\delta t = 500$ und wurden durch drei unabhängige Simulationen mit je 10^6 -Zeitschritten berechnet. In beiden Fällen sind die Autokorrelationszeiten der Erträge höher als bei den in Kapitel 2 betrachteten Daten und die Autokorrelationszeiten der absoluten Beträge sind geringer, jedoch in der selben Größenordnung, wie es bei den Tagesdaten der Fall war.

Die genaue Definition der Nachrichtenverteilung spielt also sowohl für die Ertragsverteilungen als auch die Autokorrelationen der Erträge und absoluten Erträge eine relativ geringe Rolle. Im verbleibenden Teil dieses Abschnittes werden die standardnormalverteilten Nachrichten für weitere Untersuchungen verwendet.

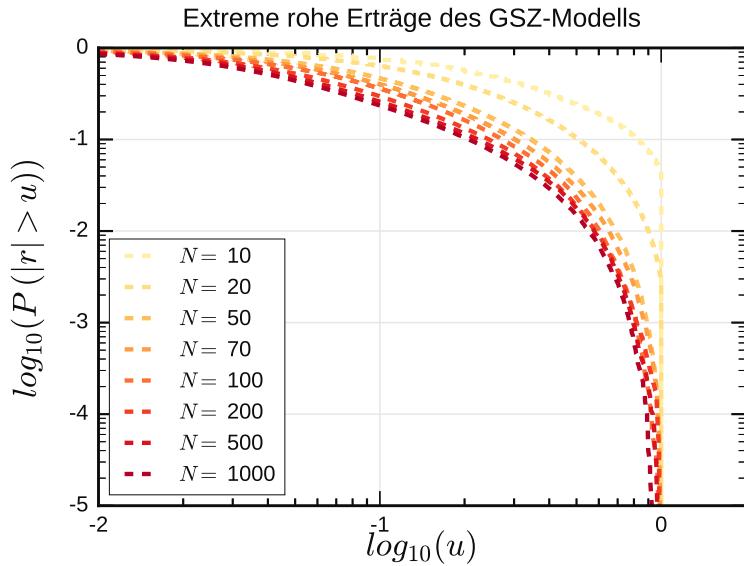


Abbildung 3.9: CCDF der nicht-normierten Erträge in Abhängigkeit von der Systemgröße N . Je kleiner das System ist, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass viele Agenten dieselbe Handelsentscheidung treffen.

Einfluss der Systemgröße

In Abschnitt 3.3.3 wurde angemerkt, dass die CCDF der Erträge an den Rändern abrupt vom Potenzgesetz abweicht und sozusagen abgeschnitten ist. Extreme Ertragswerte werden also seltener erzeugt, als es der Fall wäre, wenn die Funktion dort weiter dem Potenzgesetz folgen würde. Die Vermutung liegt nahe, dass dieser Schnitt mit der begrenzten Systemgröße zusammenhängt.

Abbildung 3.9 zeigt die CCDF der nicht-normierten Erträge r in Abhängigkeit von der Systemgröße. Je weniger Agenten in dem System sind, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Agenten gleichzeitig kaufen oder verkaufen und umso abrupter wirkt der Schnitt in der Verteilungsfunktion.

In Analogie zu dem aus der Physik bekannten Ising-Modell des Ferromagnetismus lässt sich dies folgendermaßen erklären: In der Nähe der kritischen Temperatur reicht die räumliche Korrelationslänge des Systems sehr weit und es richtet sich aus. Bei endlicher Systemgröße richtet sich das System früher aus, da die Korrelationslänge schnell größer als das System wird. Aus diesem

Grund liegt die dort beobachtete kritische Temperatur etwas über dem theoretischen Wert. Im GSZ-Modell durchschreitet das System häufig den kritischen Bereich, dabei wird die räumliche Korrelationslänge relativ groß, und es richten sich sehr viele Agenten aus, wodurch es zu tendenziell extremen absoluten Erträgen kommt. Bei einer höheren Anzahl von Agenten N^2 ist das System größer als die Korrelationslänge zwischen den Agenten, wodurch diese extremen Erträge seltener auftreten. Dadurch sinkt die Varianz der Erträge, sodass die CCDF der normierten Erträge einen größeren Bereich abdeckt. Der Schnitt tritt also später ein, verschwindet aber nicht ganz. Das ist nicht verwunderlich, da die Erträge dieses Modells tatsächlich einer harten Grenze unterliegen. Dies ist ein deutlicher Unterschied zu echten Finanzmärkten.

Einfluss des Liquiditätsparameters L

Der Liquiditätsparameters L wirkt sich lediglich auf die Größe der Erträge aus, wie in Gleichung (3.3) zu sehen ist. Ein hoher Liquiditätsparameters führt zu geringen Erträgen und umgekehrt. Diese beeinflussen dann die Dynamik des Modells, da die Kopplung zwischen den Agenten die Erträge berücksichtigt (siehe Gleichung (3.5)). Es ist also zu erwarten, dass eine Veränderung von L die Dynamik des Systems auf folgende Art beeinflusst:

Ist L sehr groß, so werden die Erträge r klein und der zugehörige Term ist für die Kopplung vernachlässigbar. Gilt für den Gedächtnisfaktor $\alpha_M < 1$, wie im vorliegenden Fall, so konvergiert die durchschnittliche Kopplung gegen den Wert $\langle b_i \rangle / (1 - \alpha_M)$. Dies entspricht bei den hier verwendeten Parametern $\alpha_M = 0.2$ und $b_{\max} = 0.3$, also einem durchschnittlichen $\langle b_i \rangle$ von 0.15, dem Wert 0.1875. Das System erreicht nach einigen Zeitschritten einen ferromagnetischen (subkritischen) Zustand, bei dem die positive Kopplung überwiegt, sodass alle Agenten nur noch kaufen oder verkaufen. Ändert ein Agent aufgrund sehr starker Nachrichten seine Handlung, so folgt das ganze System sehr schnell. Bei einem sehr kleinen Liquiditätsparameter nimmt die Relevanz des Ertragsterms bei der Kopplung entsprechend zu. Dann ist zu erwarten, dass

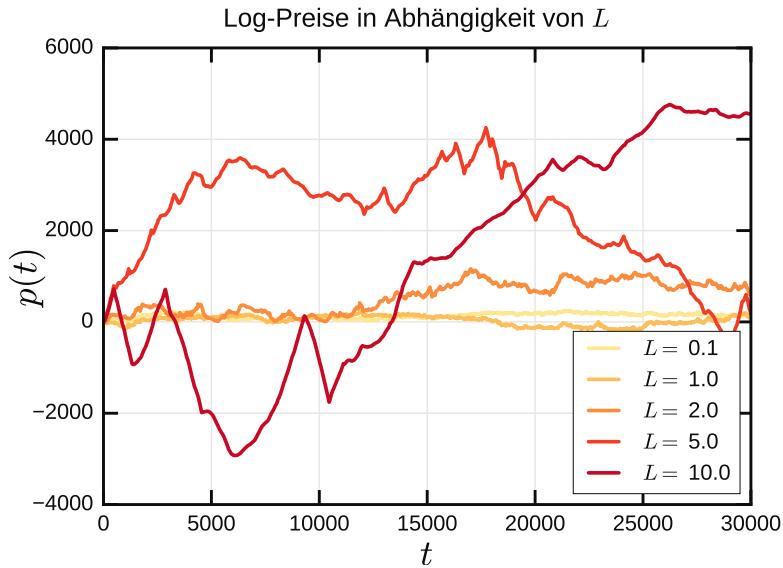


Abbildung 3.10: Log-Preise des GSZ-Modells für verschiedene Werte des Liquiditätsparameters L . Je größer L ist, desto persistenter verhält sich der erzeugte Preis.

gebildete Trends kurzlebiger sind, da das Vorzeichen der Kopplung häufiger wechselt kann.

Wie in Abbildung 3.10 zu sehen ist, sind die erzeugten Log-Preise tatsächlich persistenter für höhere Liquiditätsparameter L . Für $L = 20$ (hier nicht gezeigt) ergibt sich nach wenigen Zeitschritten eine Gerade, welche dadurch entstehen, dass die Agenten kollektiv aufgrund der starken Kopplung dauerhaft in einem Kauf- oder Verkaufzustand verweilen, der selten die Richtung verändert. Dabei ist es zufällig, welche dieser beiden Optionen umgesetzt wird. Zusätzlich sind in Tabelle 3.4 der Exzess γ und die integrierte Autokorrelationszeiten τ_A der Erträge und absoluten Erträge in Abhängigkeit von L aufgeführt.

Die Dynamik des Systems lässt sich auf dieselbe Art durch die Größe des Parameters β beeinflussen, da dieser sich auch nur auf den selben Term in der Kopplung auswirkt, wie die Erträge. Er hat allerdings keine direkte Auswirkung auf die Größenordnung der rohen Erträge. Die normierten Erträge r_n

L	γ	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$
0.1	1.11 ± 0.03	1.72 ± 0.07	4.8 ± 0.2
0.2	1.06 ± 0.02	1.9 ± 0.1	4.2 ± 0.2
0.5	1.45 ± 0.04	2.44 ± 0.06	6.3 ± 0.3
1.0	2.5 ± 0.2	3.7 ± 0.2	12.2 ± 0.8
2.0	4.1 ± 0.2	14 ± 2	34 ± 2
5.0	1.6 ± 0.3	137 ± 7	111 ± 8

Tabelle 3.4: Auswirkung des Liquiditätsparameters L auf Exzess γ und integrierte Autokorrelationszeit der Erträge. Die angegebenen Werte basieren auf fünf unabhängigen Simulationen mit je 10^5 Zeitschritten. Mit steigendem Liquiditätsparameter werden die Erträge persistenter, was sich in der Zunahme der Autokorrelationszeiten widerspiegelt.

sind in der Tat identisch, wenn $\beta = L^{-1}$ gilt. Lediglich die rohen Erträge r unterscheiden sich um den Faktor L^{-1} .

Kapitel 4

Generalisierung des GSZ-Modells

Wie im letzten Kapitel beschrieben, eignet sich das von Gonçalves, Sornette und Zhou entwickelte Ising-Modell gut zur Simulation von Finanzzeitreihen. Es erzeugt die wichtigsten stilisierten statistischen Eigenschaften auf eine qualitativ zufriedenstellende Art, indem es ein Wechselspiel zwischen den sozialen Mechanismen der Imitation und positiven Rückkopplung mit einem exogenen Nachrichtenfluss einführt. Mit diesem Modell kann allerdings nur eine Finanzzeitreihe simuliert werden, die nicht im Kontext zu anderen Finanzzeitreihen steht. Es ist also möglich, den Preisverlauf einer fiktiven Unternehmensaktie zu erzeugen, aber nicht den weiteren Aktien, die demselben Markt zugeordnet sind. Einen gesamten Markt zu simulieren, hat eine große praktische Relevanz. Zum Beispiel ist die Korrelation zu anderen Finanzprodukten sehr wichtig für die Erstellung von Investment-Portfolios. Aber auch zum besseren Verständnis der Funktionsweise von Finanzmärkten kann ein Modell beitragen, welches viele miteinander korrelierte Finanzzeitreihen erzeugt, die die wichtigsten stilisierten statistischen Eigenschaften aufweisen.

Aus diesem Grund wird in diesem Kapitel eine Generalisierung des GSZ-Modells auf viele Aktien beschrieben und anschließend untersucht. Das Modell wurde in seiner einfachsten Art sowie einigen zugehörigen Ergebnissen bereits

veröffentlicht [35]. Die vorliegende Arbeit geht vor allem auf weitere Arten des Modells ein, die noch nicht veröffentlicht wurden.

4.1 Beschreibung des Modells

Ziel des Modells ist es, die stilisierten statistischen Eigenschaften für viele Finanzzeitreihen zu erzeugen und dabei die nicht triviale Korrelationsstruktur realer Finanzmärkte zu erhalten. Wie in Abschnitt 2.6 gezeigt, hängt die Struktur der Korrelation zwischen den Finanzzeitreihen eines Marktes stark vom jeweiligen Markt ab. Entwickelte Märkte weisen beispielsweise oft deutliche Sektorstrukturen auf, während Schwellenmärkte keine ausgeprägten Sektoren aufzeigen, aber dafür eine stark ausgeprägte Marktmode besitzen. Das Modell sollte eine einfache Möglichkeit bieten, diese Unterschiede einfließen zu lassen.

Darüber hinaus ist zu beachten, dass jeder Agent Zugriff auf alle Vermögenswerte eines Marktes haben sollte. Außerdem sollten Eigenschaften der Agenten, wie die Sensitivität gegenüber den Nachrichten oder die Neigung zur Imitation, in erster Linie unabhängig vom Finanzprodukt sein. Dies muss in der Realität nicht immer gegeben sein, vereinfacht das Modell aber deutlich. Mit diesen Überlegungen wurde die Generalisierung des GSZ-Modells folgendermaßen definiert:

Wie beim ursprünglichen Modell befinden sich $N \times N$ Agenten auf einem zweidimensionalen Gitter mit periodischen Randbedingungen. Jeder Agent i nimmt M Werte an, die den Kauf bzw. Verkauf der Aktie m darstellen, dabei gilt $m \in \{1, 2, \dots, M\}$. Diese Werte können in jedem Zeitschritt t geändert werden und berechnen sich folgendermaßen:

$$s_i^m(t) = \text{sgn} \left[\sum_{j \in \{n\}} K_{ij}(t) E_i^m [s_j^m](t) + \varphi_i G^m(t) + \epsilon_i^m(t) \right]. \quad (4.1)$$

Wie bereits in Gleichung (3.2), beschreibt der erste Term innerhalb der Sgnumsfunktion den Einfluss der Nachbarschaft $\{n\}$ auf Agenten i . Der dynamische Kopplungskoeffizient zwischen den Agenten i und j , genannt $K_{ij}(t)$, wird

wie zuvor so vereinfacht, dass die Imitationsneigung unabhängig vom Nachbarn ist, es gilt also $K_{ij} = K_i$. Die Erwartungshaltung, die Agent i bezüglich der Entscheidung von Agent j , betreffend Aktie m , einnimmt, wird durch $E_i^m[s_j^m](t)$ bezeichnet. Dafür gibt es, wie in Abschnitt 3.3.1 beschrieben, verschiedene Möglichkeiten. Da die Informationskette im Falle einzelner Aktien gute Ergebnisse erzielt hat, wurde sie auch weiterhin beibehalten. Es gilt also $E_i^m[s_j^m](t) = s_j^m(t)$ für alle $i > j$ und ansonsten $E_i^m[s_j^m](t) = s_j^m(t-1)$. Der zweite Term entspricht dem Einfluss der Aktie m betreffenden Nachrichten $G^m(t)$ auf Agenten i . Dabei ist φ_i die Sensitivität des einzelnen Agenten gegenüber den Nachrichten. Wie schon im GSZ-Modell wird φ_i zu Beginn der Simulation ein zufälliger Wert aus dem Bereich $[0; \varphi_{\max}]$ mit gleichverteilter Wahrscheinlichkeit zugewiesen. Der dritte Term $\epsilon_i^m(t)$ bezeichnet das private Urteil des Agenten i . Der entsprechende Wert wird zu jedem Zeitschritt zufällig aus einer Normalverteilung mit Mittelwert 0 und einer vom Agenten abhängigen Standardabweichung gezogen. Die Standardabweichung wird zu Beginn der Simulation durch die Summe einer globalen Konstanten CV und einer gleichverteilten Zufallszahl aus dem Bereich $[0; 0.1)$ gebildet.

Der wichtigste Unterschied zwischen dieser Formulierung und dem GSZ-Modell besteht in der Definition der Nachrichten $G^m(t)$. Im einfachen GSZ-Modell ist es ausreichend, einen globalen Nachrichtenfluss zu definieren, der durch unabhängige und normalverteilte Zufallszahlen um 0 mit Standardabweichung 1 gegeben ist. Das vorliegende Modell soll jedoch eine Möglichkeit zur Bildung der Korrelationsstruktur innerhalb des Marktes bieten. Aus diesem Grund werden die Nachrichten als Summe dreier unabhängiger Ströme definiert, diese entsprechen Nachrichten mit globalem, sektorspezifischem und individuellem Einfluss. Es gilt also:

$$G^m(t) = G_G(t) + G_S^m(t) + G_I^m(t). \quad (4.2)$$

Der Wert, der für Aktie m relevanten Nachrichten $G^m(t)$, beinhaltet also globale Nachrichten $G_G(t)$, Nachrichten $G_S^m(t)$, die sich auf den entsprechenden Sektor S beziehen, und die für diese Aktie individuellen Nachrichten

$G_I^m(t)$. Jeder dieser Nachrichtenströme wird aus einer Normalverteilung mit Mittelwert 0 gezogen. Die Standardabweichungen sind jedoch jeweils unterschiedlich und werden zu Beginn der Simulation festgelegt. Aus Gründen der Einfachheit wird jede Aktie m maximal einem Sektor S zugeordnet und die Standardabweichung besitzt für alle Sektoren denselben Wert. Entsprechend wird $\sigma(G_I)$ für alle Aktien m gleich gewählt.

Die Erträge werden durch das Überschussangebot bzw. die Überschussnachfrage auf folgende Art am Ende eines Zeitschrittes unabhängig voneinander berechnet:

$$r^m(t) = \frac{1}{LN^2} \sum_{i=1}^{N^2} s_i^m(t). \quad (4.3)$$

Dabei bezeichnet L den Liquiditätsparameter. Dieser wird zu Beginn der Simulation festgelegt und besitzt für alle Aktien denselben Wert, um das Modell einfach zu halten. Die Preise $p^m(t)$ der Aktien berechnen sich dann aus den entsprechenden Erträgen:

$$p^m(t) = p(t-1) e^{r^m(t)}. \quad (4.4)$$

Die Neigung zur Imitation $K_i(t)$ der einzelnen Agenten verändert sich im Lauf der Simulation nach folgendem Schema:

$$K_i(t) = b_i + \alpha_M K_i(t-1) + \beta \xi(t). \quad (4.5)$$

Die grundlegende Imitationsneigung von Agent i wird durch b_i gegeben. Sie wird zu Beginn der Simulation festgelegt und folgt einer uniformen Verteilung im Bereich $[0; b_{\max}]$. α_M ist der globale Gedächtnisparameter, er spiegelt die Tatsache wieder, dass sich soziale Verbindungen in der Regel nur langsam entwickeln. Wie bereits in Abschnitt 3.3.1 beschrieben, spiegelt der Parameter β das Verhalten der Agenten bezüglich der letzten Nachrichten und Erträge wieder. Ein positives β entspricht irrationalen Agenten und ein negatives eingeschränkt rationalen Agenten. Im Vergleich zum Modell mit nur einer Aktie (siehe Gleichung (3.5)) fällt auf, dass der Term $\beta r(t-1)G(t-1)$ durch die

Funktion $\xi(t)$ ersetzt wurde. Dies liegt daran, dass die Wahrnehmung der Agenten, bezüglich dem Zusammenhang von Erträgen und Nachrichten in der Vergangenheit, im Fall vieler Aktien unterschiedlich dargestellt werden kann. Da die Neigung zur Imitation eine Eigenschaft des Agenten ist, sollte $\xi(t)$ die Erträge und Nachrichten aller Finanzprodukte berücksichtigen und auf ein Skalar abbilden. So entsteht eine indirekte Interaktion zwischen den verschiedenen Finanzprodukten durch die Agenten. Die Wahl von $\xi(t)$ wird im nächsten Abschnitt beschrieben.

4.2 Untersuchung des Modells

In den folgenden Abschnitten werden die Ergebnisse des Modells präsentiert und interpretiert. Zuerst werden unterschiedliche Entscheidungsfunktionen $\xi(t)$ beschrieben und das zugehörige Kenngrößenverhalten betrachtet. Dann wird die Auswirkung der verschiedenen Parameter auf das Modell beschrieben. Im Anschluss folgt die Untersuchung der Korrelationsstruktur.

4.2.1 Wahl der Entscheidungsfunktion ξ

Die Entscheidungsfunktion $\xi(t)$ wird den Agenten an die Hand gegeben, damit diese anhand der wahrgenommenen Verbindung zwischen den Nachrichten und der Preisbewegung entscheiden, ob sie sich in Zukunft stärker auf die Nachrichten und ihre eigene Meinung verlassen oder stärker zur Imitation ihrer Nachbarn neigen. Im Fall eines Marktes mit nur einem Vermögenswert ist $\xi(t)$ durch $r(t-1)G(t-1)$ gegeben. Je nach Wahl des Parameters β wird dieser Wert zur Imitationsneigung K addiert oder von ihr subtrahiert, wenn die Preisbewegung mit den Nachrichten korreliert. Diese sehr einfache Darstellung von $\xi(t)$ führt je nach Vorzeichen von β zu eingeschränkt rationalem oder irrationalem Verhalten.

Befinden sich aber viele Vermögenswerte in dem Markt, welche der Agent wahrnimmt, so existieren noch mehr Möglichkeiten, um den Zusammenhang zwischen Nachrichten und Erträgen zu bestimmen. Dabei stellt sich die Frage,

wie ein realer Agent diesen Zusammenhang wahrnehmen könnte. Im Folgenden werden einige Möglichkeiten beschrieben und anschließend ihre Auswirkung auf das Modell untersucht.

Ausgehend von der bisherigen Entscheidungsfunktion ist die geradlinigste Umsetzung die folgende Entscheidungsfunktion, welche den Mittelwert der bisherigen Funktion über alle Vermögenswerte des Marktes darstellt:

$$\xi_{\text{mean}}(t) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M r^m(t-1) G^m(t-1). \quad (4.6)$$

Da die Nachrichten aber normalverteilt um 0 sind und der Mittelwert über alle Finanzprodukte gebildet wird, ist zu erwarten, dass der Einfluss dieser Entscheidungsfunktion mit steigender Anzahl der Vermögenswerte im Markt fällt. Der Entscheidungsterm wird für große M vernachlässigbar, wodurch die Koppelung gegen $b_i/(1 - \alpha_M)$ konvergiert und zu einem ferromagnetischen Zustand des Systems führt, analog zur starken Erhöhung des Liquiditätsparameters L (vgl. Abschnitt 3.3.3).

Aus diesem Grund ist es sinnvoll, die Entscheidungsfunktion so zu gestalten, dass die Anzahl der Vermögenswerte keinen Einfluss auf die Größenordnung der von ihr erhaltenen Werte nimmt. Dies kann dadurch erreicht werden, dass das Vorzeichen und der Betrag der Nachrichten separat voneinander betrachtet werden. Das Vorzeichen wird durch das Produkt aller Vorzeichen gebildet und der Wert von $\xi(t)$ hängt vom Absolutbetrag der Erträge ab. So ergibt sich folgende einfache Entscheidungsfunktion, welche bereits näher betrachtet wurde [35]:

$$\xi_{\text{simple}}(t) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |r^m(t-1)| \cdot \prod_{m=1}^M \text{sgn}[r^m(t-1) G^m(t-1)]. \quad (4.7)$$

Bei dieser Entscheidungsfunktion tritt allerdings das Problem auf, dass das Produkt der Vorzeichen sehr instabil ist. Das Vorzeichen dieser Entscheidungsfunktion hängt davon ab, ob die Anzahl der mit den Nachrichten positiv korrelierenden Erträge im letzten Zeitschritt gerade war oder nicht. Technisch gesehen ergibt $\xi_{\text{simple}}(t)$ zwar die wichtigsten, stilisierten statistischen Eigen-

schaften, ökonomisch gesehen macht die Entscheidungsfunktion allerdings wenig Sinn.

Dies lässt sich beispielsweise dadurch lösen, dass sich die Agenten daran orientieren, ob die Erträge der Mehrzahl an Vermögenswerten zu der Richtung der jeweiligen Nachrichten passen. Diese Entscheidungsgrundlage lässt sich wie folgt darstellen:

$$\xi_{\text{most}}(t) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |r^m(t-1)| \cdot \text{sgn} \left[\sum_{m=1}^M \text{sgn} [r^m(t-1)G^m(t-1)] \right]. \quad (4.8)$$

Die erste Signumsfunktion dient in dieser Formulierung dem Erhalt der Größenordnung der sich ergebenden Werte im Vergleich zur vorherigen Formulierung, damit die Unterschiede in der Parameterwahl für die Formulierungen möglichst gering sind. Die zweite Signumsfunktion stellt sicher, dass die Größe der Nachrichten und Erträge keine Rolle in der Entscheidung spielt. Bei dieser Entscheidungsfunktion vereinfachen die Agenten dadurch den Zusammenhang von Erträgen und Nachrichten in ihrer Wahrnehmung, lediglich die Mehrheit der Erträge ist relevant und deren Verhalten wird verallgemeinert.

Die Wahrnehmung zum Zusammenhang von Erträgen und Nachrichten, lässt sich noch stärker vereinfachen, indem nur der Ertrag und die Nachrichtenlage für den Vermögenswert mit dem extremsten Ertrag betrachtet wird. Dieses Kriterium wird durch folgende Entscheidungsfunktion modelliert:

$$\xi_{\text{max}}(t) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |r^m(t-1)| \cdot \text{sgn} [r^k(t-1)G^k(t-1)]. \quad (4.9)$$

Dabei bezeichnet k den Vermögenswert m , welcher den höchsten absoluten Ertrag im vorhergehenden Zeitschritt aufwies. Hier erringen also nur die stärksten Erträge die Aufmerksamkeit der Agenten. Dieser Fall könnte beispielsweise vor allem auf nicht professionelle Händler zutreffen, da diese nur eine begrenzte Zeit zur Informationsgewinnung aufwenden können. Empirisch wurde gezeigt, dass bei dieser Gruppe medial stark verbreitete Finanzereignisse zu einer stärkeren Handelstätigkeit führen [102].

Diese Fälle können lediglich starke Vereinfachungen der Realität sein, erfassen im Kern aber verschiedene Herangehensweisen von Agenten, sich einen

Überblick innerhalb eines Marktes zu verschaffen. Es sind noch zahlreiche weitere Entscheidungsfunktionen denkbar, die beliebig komplex werden können. Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt jedoch darin, inwiefern die zwei sehr unterschiedlichen Konzepte von ξ_{most} und ξ_{max} das Verhalten des Modells verändern. Bei Ersterem ist die Wahrnehmung der Gesamtheit des Marktes relevant, während Letzteres sich nur auf das extremste Ereignis konzentriert. In den nachfolgenden Teilabschnitten werden einige Kenngrößen der Finanzzeitreihen in Abhängigkeit von der Entscheidungsfunktion betrachtet.

Einfluss von ξ für $M = 1$

Nun wird überprüft, inwiefern sich die Wahl der Entscheidungsfunktion auf das Modell mit nur einem Vermögenswert auswirkt und ob es weiterhin mit dem GSZ-Modell vergleichbar bleibt.

Vergleicht man die Entscheidungsfunktionen ξ_{simple} , ξ_{most} und ξ_{max} für den Fall $M = 1$, so ist zu erkennen, dass diese äquivalent sind und sich auf folgende Form reduzieren lassen:

$$\xi_{\text{single}}(t) = |r| \cdot \text{sgn} [r(t-1)G(t-1)]. \quad (4.10)$$

Diese Formulierung unterscheidet sich vom GSZ-Modell darin, dass nur das Vorzeichen der Nachrichten in die Kopplung zwischen den Agenten eingeht. Die Werte der Entscheidungsfunktion sind also auf den Bereich $[-1; +1]$ beschränkt und die Beträge der Nachrichten fließen nicht in die Entscheidungsfunktion ein. Im Folgenden wird überprüft, inwiefern sich diese Einschränkung auf die Bildung der *Stylized Facts* auswirkt. Währenddessen entspricht ξ_{mean} dem ursprünglichen GSZ-Modell.

Um einen groben Überblick über den Parameterraum zu erhalten, wurden die Parameter φ_{max} und CV im Bereich von 0.01 bis 10 variiert, während den Parametern b_{max} , α_M und β dieselben Werte zugewiesen wurden, welche sich bei der Analyse des GSZ-Modells bewährt haben, nämlich 0.3, 0.2 und 1.0. Für jede überprüfte Kombination von φ_{max} und CV wurden drei voneinander unabhängige Simulationen mit 10^5 Zeitschritten durchgeführt.

In Abbildung 4.1 sind der Exzess γ und die Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$ in Abhängigkeit von φ_{\max} und CV abgebildet.

Bezüglich des Exzesses ergeben beide Entscheidungsfunktionen ein ähnliches Bild (oberer Teil der Abbildung). Für hohe Werte von φ_{\max} ist der Exzess der Erträge negativ, dies liegt daran, dass der Einfluss der Nachrichten so groß wird, dass die Ertragsverteilung bimodal wird, mit Gipfeln am negativen und positiven Ende der Verteilung. Ist CV zu hoch, so nähert sich die Ertragsverteilung stark der Normalverteilung an und es ergibt sich ein verschwindender Exzess. In dem Bereich dazwischen ergibt sich ein positiver Exzess.

Die Autokorrelation der Erträge sollte schnell auf 0 abfallen, was für beide Entscheidungsfunktionen im größten Teil des Parameterraums der Fall ist, wie an den geringen Werten von $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ zu sehen ist. Dabei wurde ein maximaler Zeitabstand von $\delta t = 500$ verwendet. Nur wenn φ_{\max} sehr klein ist, nimmt die Summe relativ hohe Werte an. Für beide Entscheidungsfunktionen führen sowohl große Werte von CV als auch von φ_{\max} dazu, dass die Autokorrelationen der Erträge und absoluten Erträge ähnlich stark abfallen. ξ_{single} weist im geeigneten Parameterbereich aber etwas höhere Werte dieses Verhältnisses auf.

Werden alle Kenngrößen gemeinsam betrachtet, wird klar, dass die Parameterwahl $CV = 0.1$ und $\varphi_{\max} = 0.03$ gut ist, da das Modell hier einen positiven Exzess aufweist und gleichzeitig eines hohen Verhältnis von $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$ zu $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ besitzt. Die Unterschiede, die sich durch die Wahl von ξ_{mean} oder ξ_{single} in den beobachteten Größen ergeben, sind gering und beeinflussen die Parameterwahl nicht. Jedoch sind die sich ergebenden Werte im geeigneten Parameterbereich für ξ_{single} etwas besser.

Dieselbe Untersuchung wurde auch für $\beta = -1.0$ durchgeführt. Für beide Entscheidungsfunktionen wurde dabei keine gute Parameterkombination gefunden. In den Fällen, in denen $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|) > \tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ gilt, ist der Exzess der Erträge deutlich geringer (siehe Abbildung A.1 in Anhang A). Das Modell ist also weiterhin, wie von Sornette und Zhou beschrieben, nur bei irratio-

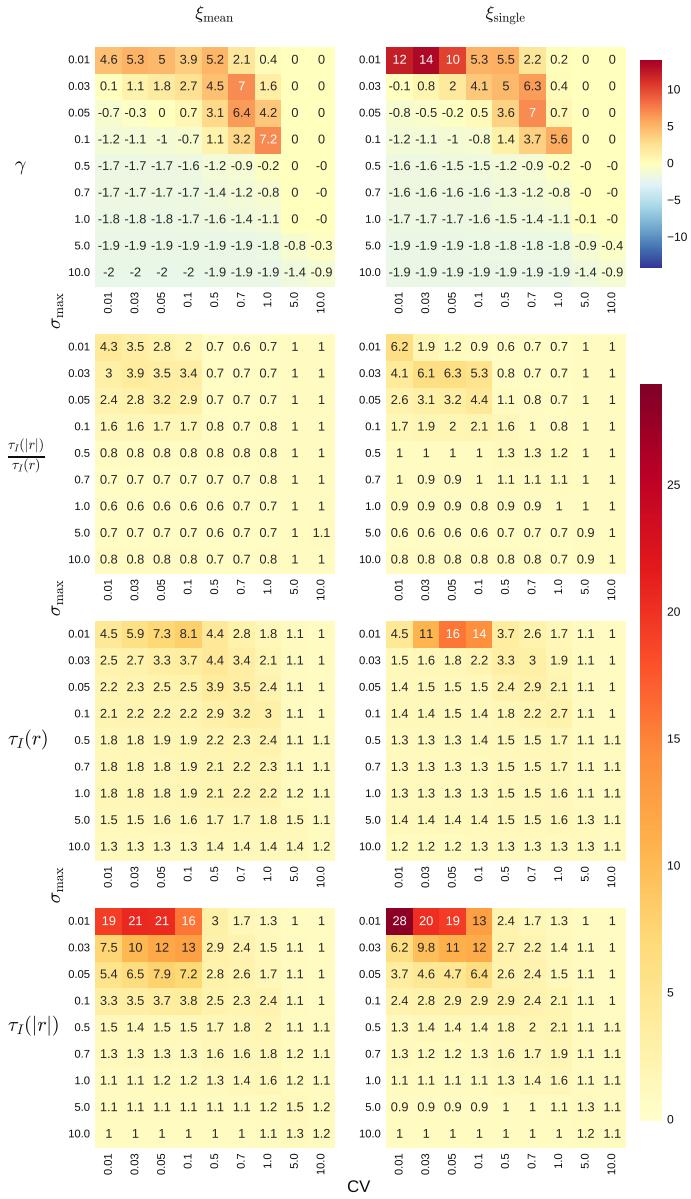


Abbildung 4.1: Der Exzess γ der Erträge, sowie die integrierten Autokorrelationszeiten $\tau_A(r_n)$ und $\tau_A(|r_n|)$ und deren Verhältnis bei verschiedenen Parametern φ_{max} und CV . Die beiden Entscheidungsfunktionen ξ_{mean} und ξ_{single} weisen ein sehr ähnliches Verhalten auf. Die Unterschiede beeinflussen die Parameterwahl nicht.

nalem Verhalten der Agenten dazu in der Lage, die wichtigsten statistischen Eigenschaften von Finanzzeitreihen zufriedenstellend zu erzeugen.

Einfluss von ξ für $M > 1$

Im folgenden Abschnitt wird das Kenngrößenverhalten für Märkte mit mehr als einem Vermögenswert untersucht. Dazu wurden die Modellparameter φ_{\max} und CV für die vier Entscheidungsfunktionen ξ_{mean} , ξ_{simple} , ξ_{\max} und ξ_{most} im Bereich zwischen 0.01 bis 1.0 variiert. Wie auch im vorherigen Abschnitt wurden die Parameter α_M und L konstant bei 0.2 bzw. 1.0 gehalten. β erhielt die Werte +1.0 und -1.0, was irrationalem bzw. rationalem Verhalten der Agenten entspricht.

Da sich die Simulationen auf viele Finanzprodukte beziehen, nimmt die Gewichtung der drei Nachrichtenkanäle einen Einfluss auf das Modell. Zur Parameterbestimmung wurde der Extremfall völlig individueller Nachrichten mit einer Standardabweichung von $\sigma(G_I) = 1.0$ angenommen. Dies ist kein realistischer Fall, da sowohl das Gesamtmarktverhalten als auch sektorspezifische Einflüsse eine Rolle bei der individuellen Preisbildung spielen, wie in Abschnitt 2.6 gezeigt wurde. Dennoch wurde solch ein unkorrelierter Markt als Basis gewählt, um davon ausgehend zu beobachten, inwiefern die Änderung der Nachrichtengewichtung, die Korrelationsstruktur des Marktes und dessen Kenngrößen beeinflusst. Bei der Parametersuche wurden für die Anzahl der Vermögenswerte M die Werte 2, 5 und 10 gewählt, sodass die Stabilität der Parameter für unterschiedliche Marktgrößen gewährleistet ist. Es hat sich jedoch gezeigt, dass die Ergebnisse der Simulationen meist sehr ähnlich sind. Wie im vorherigen Abschnitt wurden für jede Parameterkombination drei unabhängige Simulationen mit einer Länge von 10^5 Zeitschritten erzeugt, deren Ergebnisse gemittelt wurden.

Im Fall des Marktes mit $M = 1$ hat sich der Wert $b_{\max} = 0.3$ als gute Wahl für die grundlegende Imitationsneigung der Agenten erwiesen. Das ist jedoch nicht mehr der Fall im Markt mit vielen Vermögenswerten, denn Pa-

rameterwerte, die hier einen positiven Exzess erzeugen, erzeugen auch eine hohe Autokorrelationszeit $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ (die zugehörige grafische Darstellung ist in Abschnitt A des Anhangs zu finden). Bessere Ergebnisse lassen sich für den Wert $b_{\max} = 0.1$ erzielen.

Sowohl der Exzess γ als auch die integrierten Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$ sowie deren Verhältnis, sind in den Abbildungen 4.2 und 4.3 für die verschiedenen Entscheidungsfunktionen dargestellt. Die beiden Abbildungen beziehen sich auf einen Markt mit $M = 5$ und $\beta = 1.0$. Die Resultate für $M = 2$ und $M = 10$ sind ähnlich und in Teil A des Anhangs zu finden.

Es ist zu erkennen, dass die Entscheidungsfunktion $\xi_{\text{mean}}(t)$ (siehe Gleichung (4.6)) keine gute Wahl ist, da Parameterwerte, die einen positiven Exzess erzeugen, auch ein kleines Verhältnis zwischen $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ aufweisen. Für die anderen Entscheidungsfunktionen weist beispielsweise die Kombination aus $\varphi_{\max} = 0.01$ und $CV = 0.05$ einen relativ hohen Exzess bei gleichzeitig deutlichem Unterschied in den Autokorrelationszeiten auf. Dabei zeigt ξ_{simple} den höchsten Exzess, während ξ_{\max} eine hohe Autokorrelationszeit der absoluten Erträge auszeichnet. Werden beispielsweise die Parameter $\varphi_{\max} = 0.01$ und $CV = 0.05$ gewählt, so sind die Ergebnisse mit denen des GSZ-Modells für einen Markt mit nur einem Vermögenswert vergleichbar.

Dieselben Simulationen wurden auch für rationales Verhalten der Agenten bei $\beta = -1$ durchgeführt. In diesem Fall nimmt die Imitationsneigung ab, wenn die Agenten die Nachrichten als treibende Information erkennen. Für ξ_{simple} ändern sich die Ergebnisse kaum. Dies ist nicht verwunderlich, da wie bereits erwähnt, bei dieser Entscheidungsfunktion ausschlaggebend ist, ob eine gerade oder ungerade Anzahl von Erträgen positiv mit den Nachrichten korreliert. Dadurch hat das Vorzeichen des Rationalitätsparameters β kaum einen Einfluss auf die Simulation. Für die anderen Entscheidungsfunktionen ergibt sich ein deutlicherer Unterschied zwischen rationalem und irrationalen Verhalten der Agenten. So ist der Exzess bei ξ_{mean} mit negativem β immer sehr gering, dies entspricht dem Verhalten des GSZ-Modells.

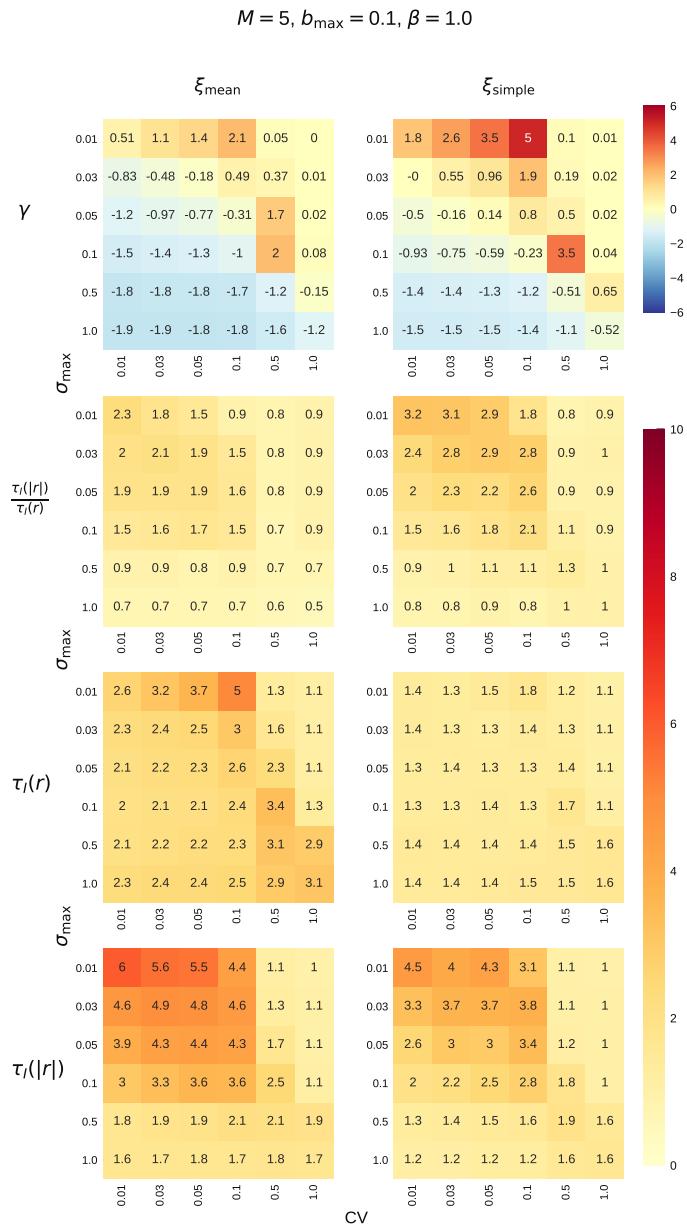


Abbildung 4.2: Kenngrößen für die Entscheidungsfunktionen ξ_{mean} und ξ_{simple} . Für ξ_{mean} ist der Exzess gering. Bei Parametersätzen mit $\gamma > 1$ ist die Autokorrelationszeit der Erträge hoch. Die Entscheidungsfunktion ξ_{simple} weist einen positiven Exzess auf, jedoch fällt die Autokorrelation der absoluten Erträge rasch ab.

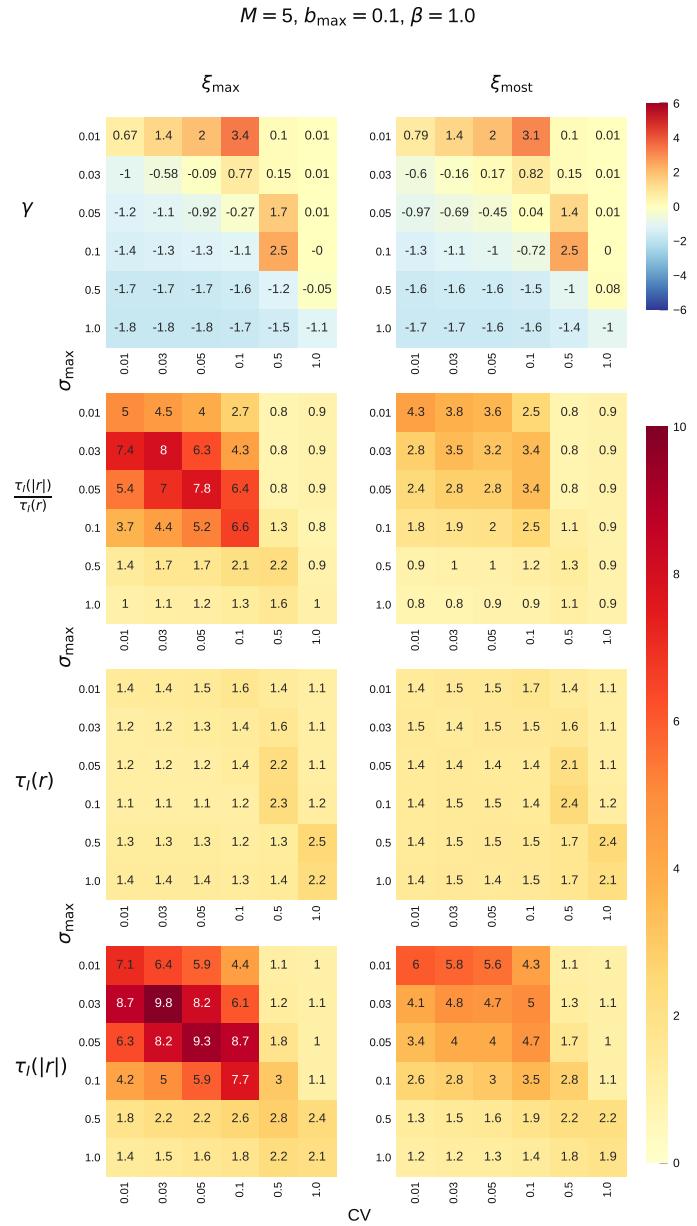


Abbildung 4.3: Kenngrößen für die Entscheidungsfunktionen ξ_{\max} und ξ_{most} . Für ξ_{\max} ist der Exzess relativ gering. Jedoch weist die Autokorrelationszeit der absoluten Erträge hohe Werte auf. ξ_{most} weist ähnliche Kenngrößen zu ξ_{simple} auf.

Unter Verwendung von ξ_{\max} nimmt das Verhältnis der Autokorrelationszeiten, im Vergleich zu den Simulationen mit positivem β , deutlich ab. Interessant ist, dass der positive Exzess bei ξ_{most} deutlich zunimmt (siehe Abbildung 4.4). Insbesondere weist die Parameterkombination von $\varphi_{\max} = 0.03$ und $CV = 0.01$ einen höheren Exzess bei gleichzeitig sehr ähnlichen Autokorrelationszeiten im Vergleich zum Fall irrationalen Verhaltens auf. Wird diese Entscheidungsfunktion verwendet, scheint also ein eingeschränkt rationales Verhalten realistischer zu sein, als ein Irrationales. Dass dies für $M = 2$ nicht so ist, liegt an der konkreten Implementierung der Signumsfunktion, welche in diesem Fall beim Punkt 0 nicht 0 liefert. Bei $M = 2$ kommt die 0 allerdings sehr häufig vor, sodass dieser Fall nicht mehr vernachlässigbar ist und der Entscheidungsfunktion ihren Sinn nimmt.

4.2.2 Weitere Parameterwahl

Im letzten Abschnitt wurde gezeigt, dass die Entscheidungsfunktion ξ_{mean} die stilisierten statistischen Eigenschaften von Finanzzeitreihen nicht zufriedenstellend wiedergeben kann. Aus diesem Grund wird sie bei den weiteren Untersuchungen des Modells nicht mehr berücksichtigt.

ξ_{simple} erzielt zwar einen hohen Exzess, allerdings ist die Interpretation dieser Entscheidungsfunktion nicht klar, da das Vorzeichen das Produkt der einzelnen Vorzeichen ist. Somit ist für den Agenten vor allem von Bedeutung, ob eine gerade oder ungerade Anzahl von Erträgen mit den Nachrichten übereinstimmt. Hierin eine psychologische oder ökonomische Motivation zu finden, gestaltet sich schwierig. Die Problematik der Interpretation ist auch darin zu erkennen, dass die Ergebnisse größten Teils davon unabhängig sind, ob sich die Agenten rational verhalten oder nicht. Aus diesen Gründen wird auch diese Entscheidungsfunktion im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit nicht weiter betrachtet.

Für die weiteren vorgestellten Entscheidungsfunktionen erfolgt in diesem Abschnitt eine kurze Analyse der Auswirkung der einzelnen Parameter. Dabei

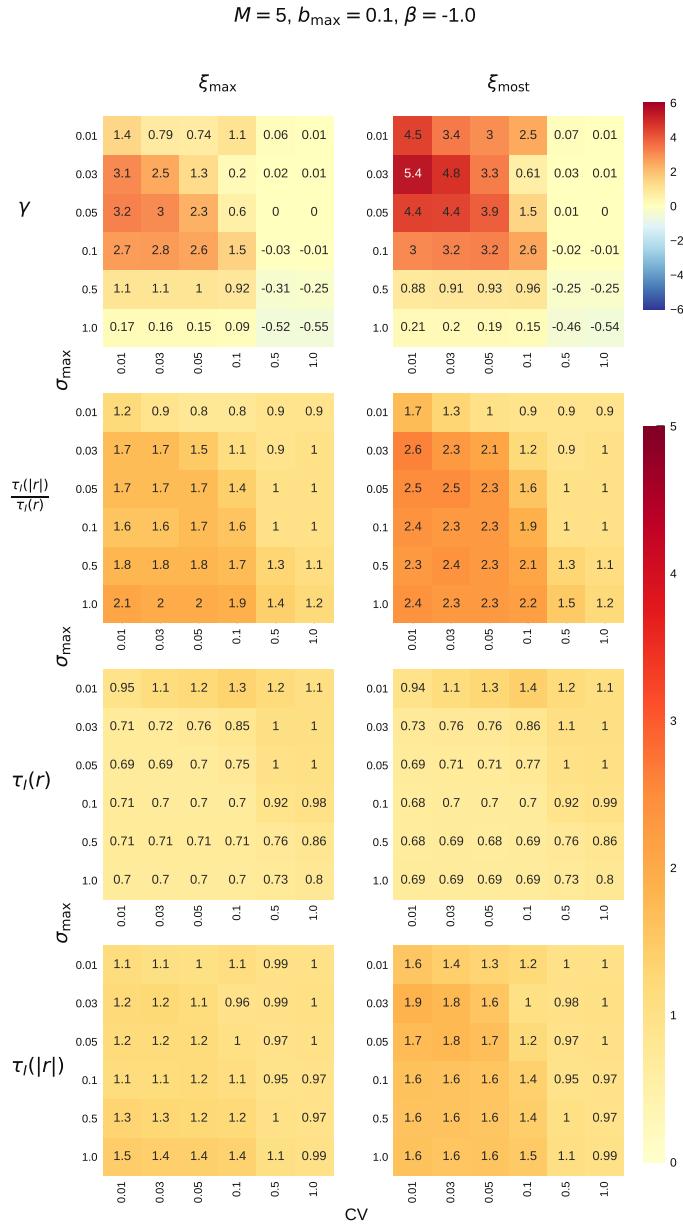


Abbildung 4.4: Kenngrößen für die Entscheidungsfunktionen ξ_{\max} und ξ_{most} bei negativem β . Interessant ist besonders, dass der Exzess unter ξ_{most} größer ist als für $\beta = 1.0$, während sich die Autokorrelationszeiten nur leicht ändern.

Parameter	$V(\xi_{\max})$	$V(\xi_{\text{most}})$
α_M	0.2	0.2
β	1.0	-1.0
b_{\max}	0.1	0.1
φ_{\max}	0.01	0.03
CV	0.05	0.01
M	5	5
L	1.0	1.0
N	50	50

Tabelle 4.1: Parameterkonfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$, welche für die weiteren Untersuchungen verwendet werden.

werden die Parameter ausgehend von Konfigurationen, die sich im letzten Abschnitt als sinnvoll erwiesen haben, verändert. Zur besseren Übersicht erfolgt in Tabelle 4.1 eine kurze Auflistung der verwendeten Parameterkonfigurationen, die im weiteren Verlauf der Arbeit als $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ bezeichnet werden.

Nun werden kurz die Ergebnisse dieser Parameterkonfigurationen für individuelle Nachrichten $G(t) = G_I(t)$ mit $\sigma(G_I) = 1$ vorgestellt. Tabelle 4.2 beschreibt die interessanten Kennzahlen der beiden Parameterkonfigurationen, also den Exponenten α_{\pm} des Potenzgesetzes, mit welchem die Extremwerte der Ertragsverteilung angenähert werden, die integrierten Autokorrelationszeiten der Erträge und absoluten Erträge $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$, sowie den Exzess γ . Diese wurden durch Mittelung dreier von einander unabhängigen Simulationen mit je 10^5 Zeitschritten erhalten.

Im direkten Vergleich ist zu sehen, dass $V(\xi_{\max})$ einen deutlich höheren Exponenten α_{\pm} aufweist als $V(\xi_{\text{most}})$. Das bedeutet, dass extreme Ertragswerte seltener erzeugt werden, was durch den geringeren Exzess bestätigt wird. In

Parameter	$V(\xi_{\max})$	$V(\xi_{\text{most}})$
α_{\pm}	4.140 ± 0.002	2.125 ± 0.001
$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	1.44 ± 0.05	0.73 ± 0.01
$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	6.0 ± 0.2	1.96 ± 0.9
γ	2.00 ± 0.05	5.46 ± 0.04

Tabelle 4.2: Die Kennzahlen der Parameterkonfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$.

der Literatur und bei den in Kapitel 2 gemessenen Exponenten sind Werte im Bereich von $2 < \alpha_{\pm} < 4$ üblich. Somit liegt der Exponent von $V(\xi_{\max})$ leicht über diesem Bereich und der zu $V(\xi_{\text{most}})$ gehörende Exponent liegt in der Nähe der unteren Grenze. Bei den zu Beginn der Arbeit untersuchten realen Daten ergibt sich eine große Spanne für den Exzess von 4 bis nahezu 900, wobei die täglichen Erträge einen geringeren positiven Exzess aufweisen als die minuten- oder transaktionsbasierten Erträge (vgl. Tabelle 2.2). Im Vergleich dazu erscheint der Exzess der Erträge von $V(\xi_{\max})$ relativ klein. Für $V(\xi_{\text{most}})$ stimmt der Wert von γ jedoch gut mit den untersuchten Tagesdaten überein.

Bei Betrachtung der Autokorrelationszeiten fällt auf, dass die integrierte Autokorrelationszeit der Erträge für $V(\xi_{\text{most}})$ deutlich geringer ist und unter dem Wert 1 liegt. Die Autokorrelation fällt in diesem Fall also deutlich schneller ab und nimmt für einen Zeitabstand von nur einem Zeitschritt einen negativen Wert ein, so wie dies bei den transaktionsbasierten Daten aus Kapitel 2 der Fall war, während das GSZ-Modell mit nur einem Vermögenswert diese Eigenschaft nicht aufweist. Im Vergleich zum GSZ-Modell ist $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ für beide Entscheidungsfunktionen niedriger. Bei beiden Entscheidungsfunktionen ist die Autokorrelationszeit der absoluten Erträge deutlich geringer als bei den betrachteten realen Daten (hier lagen die Werte bei etwa 20 - 150 Zeitschritten) und dem GSZ-Modell (etwa 12 Zeitschritte), insbesondere für $V(\xi_{\text{most}})$ ist dieser Wert sehr gering. Daran ist zu erkennen, dass für beide

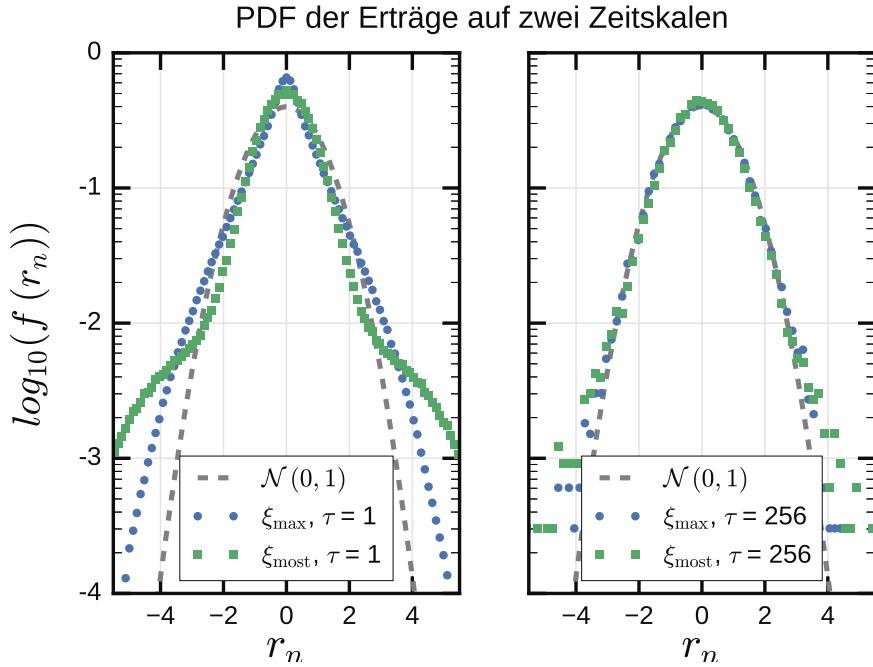


Abbildung 4.5: Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der normalisierten Erträge für die beiden Entscheidungsfunktionen ξ_{\max} und ξ_{most} . Erstere weist eine spitzere Verteilung auf, hat aber eine geringere Wahrscheinlichkeit für extreme Erträge. Beide Verteilungen nähern sich der Normalverteilung (rot) an, wenn die Zeitskala τ erhöht wird. Die Simulationen wurden je mit $T = 10^6$ Zeitschritten, $M = 5$ Vermögenswerten und völlig individuellen Nachrichten durchgeführt.

Entscheidungsfunktionen das *Volatility Clustering* schwächer ausgeprägt ist.

Abbildung 4.5 zeigt die PDF der normierten Erträge beider Entscheidungsfunktionen für verschiedene Zeitskalen τ im Vergleich zur Normalverteilung. ξ_{\max} weist trotz geringerem Exzess γ eine spitzere Verteilung auf, aber ξ_{most} besitzt eine höhere Wahrscheinlichkeit für extreme Erträge. Bei Erhöhung der Zeitskala nähern sich beide Verteilungen der Gaußverteilung an. Das Modell weist also, wie das GSZ-Modell, sowohl *Fat Tails* als auch aggregierte Normalität auf. Im Gegensatz zu diesem nimmt der Exzess hier jedoch nicht sofort mit steigender Zeitskala ab, sondern weist ein Maximum auf einer Zeitskala

τ	$V(\xi_{\max})$	$V(\xi_{\text{most}})$
τ	γ	γ
1	1.97 ± 0.01	5.46 ± 0.03
6	5.61 ± 0.03	26.9 ± 0.8
7	5.49 ± 0.04	28.3 ± 0.8
16	3.95 ± 0.05	20 ± 1
64	1.52 ± 0.04	7.3 ± 0.6
256	0.44 ± 0.03	1.9 ± 0.2
1024	0.07 ± 0.03	0.49 ± 0.08

Tabelle 4.3: Der Exzess γ der Ertragsverteilungen auf unterschiedlichen Zeitskalen τ . Die Tabelle gibt die Mittelwerte und deren Fehler von drei unabhängigen Simulationen mit je $T = 10^6$ Zeitschritten und 5 Vermögenswerten wieder. Bei steigender Zeitskala nimmt der Exzess zunächst zu, bevor er stark sinkt.

von etwa $\tau = 6 - 7$ auf. Dies ist in Tabelle 4.3 zu sehen und konnte beim GSZ-Modell nicht beobachtet werden.

Einfluss von α_M

Bei der Untersuchung des Gedächtnisparameters α_M im GSZ-Modell wurde gezeigt, dass sich dieser stark auf die Autokorrelation der Erträge und absoluten Erträge auswirkt (siehe Abschnitt 3.3.2). Bei $\alpha_M > 0.3$ war der Verlauf von $C_{\mathcal{A}}(r_n, \delta t)$ mit dem von $C_{\mathcal{A}}(|r_n|, \delta t)$ vergleichbar oder hatte sogar einen langsameren Abfall. Dies ist auch für $V(\xi_{\max})$ der Fall, die Autokorrelationszeiten steigen beide stark mit α_M an, wobei $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ schneller steigt. Bei einem Wert von $\alpha_M = 1.0$ nimmt die durchschnittliche Kopplung stetig zu, sodass die Agenten einfrieren und die Erträge konstant bleiben. Für $V(\xi_{\max})$ nimmt die durchschnittliche Kopplung mit steigendem α_M ab. Dabei nähern sich die Autokorrelationszeiten der Erträge und der absoluten Erträge an, indem

vor allem $\tau_A(|r_n|)$ abnimmt. Das größte Verhältnis der Autokorrelationszeiten zueinander ergibt sich für $\alpha_M = 0$. Im GSZ-Modell wurde der Gedächtnisparameter α_M eingeführt, um die Bimodalität der Ertragsverteilung zu beseitigen. $V(\xi_{\text{most}})$ weist allerdings keine solche Bimodalität bei $\alpha_M = 0$ auf, weshalb diese Wahl eine mögliche Option bleibt, allerdings fällt der Exzess mit einem Wert von $\gamma = 4.4$ geringer aus als im Fall mit $\alpha_M = 0.2$.

Die Ertragsverteilung bleibt für ξ_{max} weitgehend unverändert, bis die Agenten in ihren Handlungen einfrieren. So zeigen der Exponent α_{\pm} und der Exzess der Ertragsverteilung nur geringe Änderungen mit steigendem α_M . Im Falle von ξ_{most} wird die PDF der Erträge mit zunehmendem α_M flacher und die Wahrscheinlichkeit extremer Erträge sinkt stark. Der korrespondierende Exzess sinkt bei etwa $\alpha_M = 0.3$ stark ab und wird für hohe Werte von α_M negativ, passend dazu nimmt der Exponent α_{\pm} deutlich zu.

Die Werte der verschiedenen Kenngrößen in Abhängigkeit des Gedächtnisparameters sind in den Tabellen B.1, B.2 und B.3 des Anhangs aufgeführt.

Einfluss von β und L

Für das GSZ-Modell wurde gezeigt, dass der Liquiditätsparameter L und der Rationalitätsparameter β die Dynamik des Systems gegenläufig beeinflussen. Eine Verringerung von β bzw. eine Erhöhung von L führt zu einer stärkeren Kopplung im System, bis hin zum ferromagnetischen Verhalten. Der Einfluss dieser Parameter wurde für die Konfigurationen $V(\xi_{\text{max}})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ in drei unabhängigen Simulationen mit je $5 \cdot 10^4$ Zeitschritten und individuellen Nachrichten für $M = 5$ Vermögenswerten untersucht. Dabei wurden negative Werte von β für $V(\xi_{\text{most}})$ und positive für $V(\xi_{\text{max}})$ verwendet.

Der Einfluss des Parameters β auf die Kenngrößen ist in den Tabellen B.4 bis B.6 des Anhangs aufgeführt. Wird anstelle von β der Liquiditätsparameter L variiert, so ergeben sich Werte, die denen von $\beta = L^{-1}$ sehr gut entsprechen. Deshalb wurden diese Werte nicht noch einmal separat aufgeführt.

Mit sinkendem L bzw. steigendem β nimmt die Kopplung bei ξ_{max} durch-

schnittlich zu, sodass beide Autokorrelationszeiten für einen sehr niedrigen bzw. hohen Wert stark ansteigen. Dabei fällt der Exzess γ ab und der Exponent α_{\pm} nimmt zu. Ansonsten erweisen sich die Kenngrößen von ξ_{\max} als robust gegenüber einer Erhöhung (L) bzw. Verringerung (β) des entsprechenden Parameters bis zu einem Wert von 0.1 bzw. 10.

Für die Entscheidungsfunktion ξ_{most} nimmt die durchschnittliche Kopplung für steigendes $|\beta|$ ab. Dabei nimmt der Exzess γ stark zu und der Exponent α_{\pm} fällt deutlich ab, sodass er unrealistische Werte kleiner 2 annimmt. Dieselben Ergebnisse kommen durch eine entsprechende Verringerung des Liquiditätsparameters zustande.

Einfluss der Systemgröße

Sornette und Zhou haben angegeben, dass die Eigenschaften des GSZ-Modells kaum von der Systemgröße abhängen [88]. Dies wurde für die Größen $N = 20$ und $N = 100$ unter Verwendung von ξ_{simple} bestätigt [35]. In Abschnitt 3.3.3 wurde gezeigt, dass sich die Anzahl der Agenten vor allem darin widerspiegelt, dass die komplementäre kumulative Ertragsverteilungsfunktion (CCDF) der Erträge einen scharfen Schnitt aufweist, der abrupter ist, je weniger Agenten das System beinhaltet.

Das Kenngrößenverhalten für die beiden Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ ist weitgehend stabil gegenüber Änderungen von N (siehe Tabelle B.7 bis B.9 des Appendix). Nur für sehr kleine Systeme mit $N = 10$ ist der Exzess deutlich geringer. In Abbildung 4.6 sind die CCDFs der nicht normierten Erträge für beide Entscheidungsfunktionen abgebildet. Je mehr Agenten im System sind, desto weniger abrupt endet die Verteilung für ξ_{\max} , dabei bleibt die mittlere Kopplung der Agenten gleich. Für die Entscheidungsfunktion ξ_{most} tritt zwischen $N = 10$ und $N = 25$ eine starke Änderung der CCDF ein. Diese geht mit einer Erhöhung der durchschnittlichen Kopplung von etwa $\langle K \rangle = -0.066$ auf etwa -0.046 einher. Bei einer weiteren Erhöhung der Agentenzahl bleibt die Ertragsverteilung sowie die mittlere Kopplung weit-

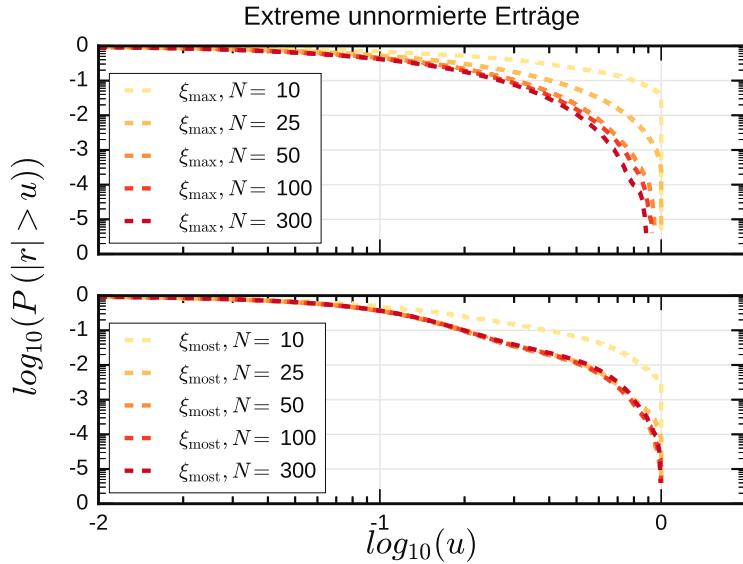


Abbildung 4.6: CCDF der nicht-normierten Erträge in Abhängigkeit von der Systemgröße N . Je kleiner das System ist, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass viele Agenten unter ξ_{\max} dieselbe Handelsentscheidung treffen. Für ξ_{most} hingegen ändert sich die Verteilung ab etwa $N = 25$ kaum.

gehend konstant. Für weitere Simulationen sollte also $N \geq 25$ gewählt werden, um für beide Entscheidungsfunktionen die Effekte eines zu kleinen Systems zu vermeiden.

Einfluss der Marktgröße

Für die Simulation großer Märkte mit zahlreichen Vermögenswerten ist es relevant, wie sich das Modell bei einer Änderung der Marktgröße M verhält. Aus diesem Grund wurde die Zahl der Vermögenswerte M für die Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ zwischen 1 und 200 variiert. Die Kenngrößen sind in tabellarischer Form im Appendix am Ende des Abschnitts B aufgeführt.

Bei nur einem Vermögenswert im Markt sind die integrierten Autokorrelationszeiten der vorzeichenbehafteten und absoluten Erträge etwas geringer. Ansonsten bleibt $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ für ξ_{most} weitgehend konstant und nimmt bei ξ_{\max} für größere Märkte leicht ab. Ein deutlicher Unterschied zwischen beiden Ent-

scheidungsfunktionen zeigt sich im Verhalten der Autokorrelationszeit der absoluten Erträge $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$, welche für ξ_{most} mit steigender Marktgröße abnimmt, während sie für ξ_{max} zunimmt. Für $M = 200$ nimmt sie im letzteren Fall einen sehr hohen Wert ein, da die mittlere Kopplung des Modells in diesem Fall deutlich erhöht ist und der Großteil der Agenten gemeinsame Entscheidungen trifft.

Ein weiterer Unterschied zwischen den Konfigurationen besteht in der Veränderung der Ertragsverteilung. Die Ertragsverteilung von ξ_{most} wird ab $M \geq 15$ flacher und runder mit geringerer Wahrscheinlichkeit für die Extremwerte, bei weiterer Erhöhung der Anzahl an Vermögenswerten wird der zugehörige Exzess negativ und der Exponent α_{\pm} steigt. Die Ertragsverteilung von ξ_{max} hingegen bleibt im untersuchten Bereich nahezu konstant, und so verhält es sich auch mit dem zugehörigen Exzess γ und Exponenten α_{\pm} . Lediglich für $M = 200$ nimmt γ ab und α_{\pm} deutlich zu.

Die Entscheidungsfunktion ξ_{most} scheint also für größere Märkte ungeeignet zu sein. Dies könnte allerdings auch durch den extremen Fall rein individueller Nachrichten bedingt sein, weshalb ξ_{most} auch in den weiteren Abschnitten noch betrachtet wird.

4.2.3 Erzeugung der Korrelationsstruktur

Bisher bestanden die Nachrichten lediglich aus individuellen unabhängigen normalverteilten Strömen für jeden Vermögenswert. Dies führt allerdings dazu, dass keine erkennbare Korrelationsstruktur zwischen den Erträgen der Vermögenswerte existiert. Um eine realistischere Korrelationsstruktur zu erzeugen, welche sowohl eine Marktmode als auch Sektormoden aufweist, werden die Nachrichten in drei unterschiedliche Kanäle aufgespalten: einen individuellen, einen sektorspezifischen und einen globalen Kanal (siehe Gleichung (4.2)). Diese werden durch unabhängige normalverteilte Zufallszahlen ausgedrückt, deren Summe in die Kaufentscheidung (Gleichung (4.1)) und die Entscheidungsfunktion einfließt. Bisher wurde zur Darstellung der Nachrichten eine

Normalverteilung mit Varianz 1 gewählt. Die Summe von unabhängigen Normalverteilungen folgt wiederum einer Normalverteilung, wobei gilt, dass die Varianz und der Mittelwert dieser Verteilung durch die Summe der Varianzen bzw. Mittelwerte der einzelnen Verteilungen gebildet werden [36]. Da die Systemparameter für eine Nachrichtenverteilung mit Varianz 1 gesucht wurden, werden die untersuchten Nachrichtenverteilungen so gewählt, dass die Summe ihrer Varianzen 1 ergibt.

Kenngrößenverhalten

Zunächst wird das Verhalten der Kenngrößen in Abhängigkeit der Standardabweichungen $\sigma(G_G)$, $\sigma(G_S)$ und $\sigma(G_I)$ betrachtet. Dazu wurden Simulationen mit $M = 100$ Vermögenswerten und $S = 10$ Sektoren erstellt. Wie im letzten Abschnitt untersucht, hat die Systemgröße keinen allzu großen Einfluss, so lange $N \geq 25$ gilt, deshalb wurde N für die Simulationen in diesem Abschnitt auf 40 gesetzt, um Rechenzeit zu sparen. Ausgangspunkt ist der Fall rein individueller Nachrichten, also $\sigma(G_I) = 1.0$. Anschließend wurde die Varianz der globalen Nachrichten $\sigma^2(G_G)$ in Schritten der Größe 0.1 von 0.0 bis 0.9 erhöht und $\sigma(G_I)$ entsprechend verringert.

Das Verhalten der Kenngrößen der beiden Entscheidungsfunktionen unterscheidet sich deutlich, wie in den Abbildungen 4.7 und 4.8 zu sehen ist. Die Autokorrelationszeiten der vorzeichenbehafteten Erträge bleiben zwar nahezu konstant, doch $\tau_A(|r_n|)$ nimmt mit steigender Abweichung $\sigma(G_G)$ im Falle von ξ_{\max} deutlich ab, mit einer Ausnahme bei $\sigma^2(G_G) = 0.2$, welche ein ausgeprägtes Maximum aufweist. Im Falle von ξ_{most} steigt die Autokorrelationszeit der absoluten Erträge mit zunehmendem $\sigma(G_G)$ immerhin auf den doppelten Wert.

Der Exzess γ bleibt für ξ_{\max} stabil bei einem Wert von ca. 2. Im Falle von ξ_{most} nimmt er jedoch mit steigendem $\sigma(G_G)$ zu, erreicht ein Maximum von 5 bei $\sigma^2(G_G) = 0.6$ und fällt dann ab. Durch das Einführen globaler Nachrichten, lässt sich der Exzess also aus dem negativen Bereich herausführen, sodass

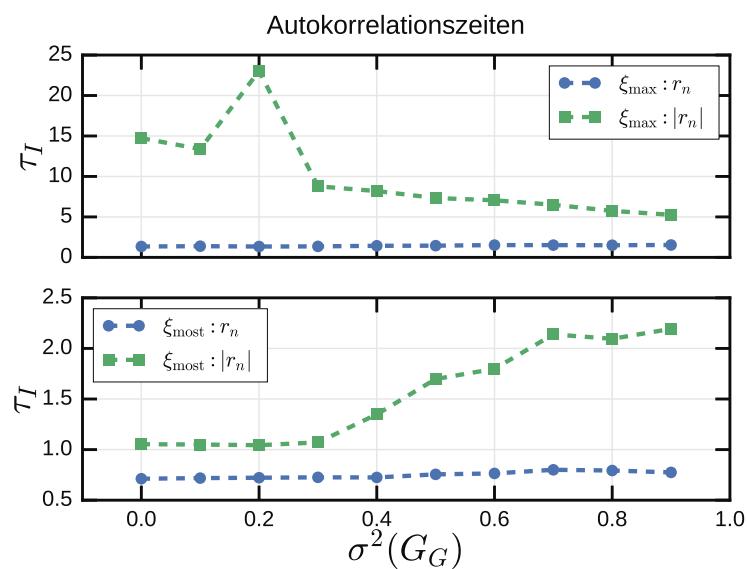


Abbildung 4.7: Autokorrelationszeiten für die vorzeichenbehafteten und absoluten Erträge in Abhängigkeit der Nachrichtengewichtung. Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 4 \cdot 10^4$ Zeitschritten, $M = 100$ Vermögenswerten und $S = 10$ Sektoren und ergeben sich durch den Mittelwert der einzelnen Zeitreihen.

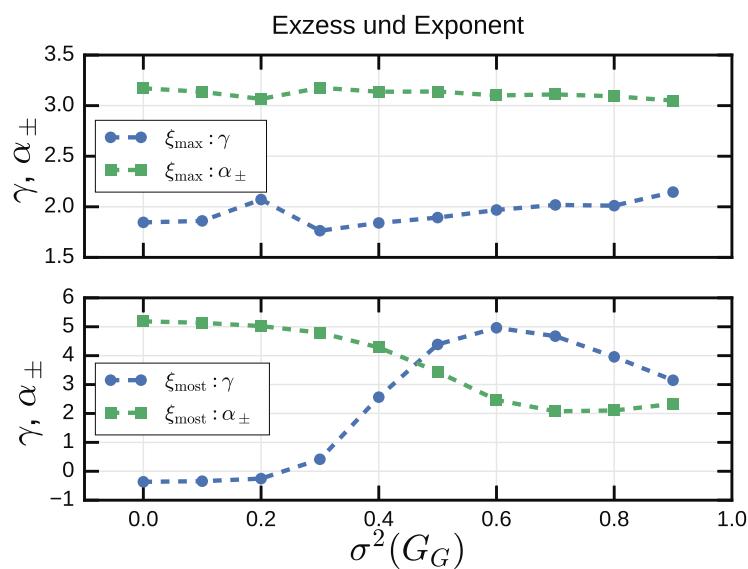


Abbildung 4.8: Exzess γ sowie Exponent α_{\pm} des Potenzgesetzes der extremen Erträge in Abhängigkeit der Nachrichtengewichtung. Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 4 \cdot 10^4$ Zeitschritten, $M = 100$ Vermögenswerten und $S = 10$ Sektoren und ergeben sich durch den Mittelwert der einzelnen Zeitreihen.

ξ_{most} auch bei vielen Vermögenswerten einen positiven Exzess aufweist. Zum Verhalten des Exzesses passt auch das Verhalten des Exponenten α_{\pm} , er nimmt für ξ_{most} deutlich ab, was einer Wahrscheinlichkeitszunahme extremer Erträge entspricht. Bei ξ_{max} hingegen bleibt der Exponent so wie auch der Exzess stabil.

Dasselbe Vorgehen wurde auch zur Untersuchung von $\sigma(G_S)$ verwendet. Die Auswirkungen einer Verschiebung der Nachrichten hin zu stärkeren Sekturnachrichten sind weniger deutlich als bei einer Erhöhung von $\sigma(G_G)$. So reagieren die Autokorrelationszeiten von ξ_{most} nicht erkennbar und die Autokorrelationszeit für die absoluten Erträge von ξ_{max} schwankt ohne erkennbaren Trend (vgl. Tabelle C.1 im Appendix).

Eine Auflistung der Kenngrößen ist in den Tabellen C.1 bis C.3 im Appendix zu finden. Dabei sind auch Mischungen aller drei Nachrichtenkanäle aufgeführt. Auf eine Auflistung des Exponenten α_{\pm} für ξ_{max} wurde verzichtet, da sich dieser stets im Bereich von etwa 3.1 bis 3.2 bewegt. Die zugehörigen Quantilen betragen stets 1.7 und 2.8.

Eigenschaften der Korrelationsmatrix

Nun wird die Korrelationsmatrix \mathcal{C} für die Simulationen aus dem letzten Abschnitt betrachtet. Abbildung 4.9 zeigt die Verteilung der Matrixeinträge \mathcal{C}_{ij} für ξ_{max} und ξ_{most} unter einer gleichmäßigen Erhöhung der Gewichtung des globalen Nachrichtenkanals von $\sigma^2(G_G) = 0.0$ auf $\sigma^2(G_G) = 0.9$ in Schritten von 0.1. Die Varianz des individuellen Nachrichtenstroms wurde entsprechend verringert. Um die Verteilung nicht zu verzerren, wurde die Diagonale der Matrix entfernt, welche nur aus dem Wert 1.0 besteht. Wie zu erwarten ist, nimmt die durchschnittliche Korrelationsstärke in beiden Fällen zu. Für ξ_{max} weist die Verteilung ihre maximale Breite für $\sigma^2(G_G) = 0.2$ auf und wird anschließend schmäler. Für ξ_{most} hingegen ist die Verteilung von \mathcal{C}_{ij} schmäler und hat ihre maximale Breite bei $\sigma^2(G_G) = 0.6$. Diese Entscheidungsfunktion verfügt über eine höhere durchschnittliche Korrelation als ξ_{max} .

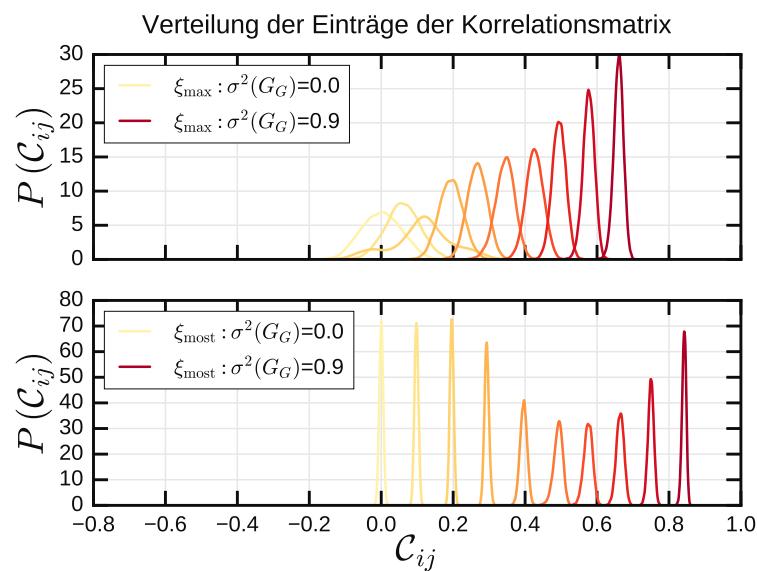


Abbildung 4.9: Verteilung der Komponenten C_{ij} der Korrelationsmatrix der Erträge bei steigender Varianz des globalen Nachrichtenkanals in Schritten von 0.1. Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 4 \cdot 10^4$ Zeitschritten und $M = 100$ Vermögenswerten. Die durchschnittliche Korrelation nimmt für beide Entscheidungsfunktionen zu.

Werden anstelle der globalen Nachrichten die sektorspezifischen Nachrichten stärker gewichtet, so erhalten die Verteilungen ein zweites lokales Maximum. Der Großteil der Einträge liegt also noch in der Nähe von 0, während einige Vermögenswertepaare erhöhte Korrelationen aufweisen. Bei der Entscheidungsfunktion ξ_{\max} wandert diese Spitze zu höheren Werten bei einer weiteren Erhöhung von $\sigma^2(G_S)$. Ansonsten ändert sich die Verteilung kaum. Für ξ_{most} flachen beide Verteilungsspitzen zusätzlich ab.

Bei Erhöhung der Gewichtung des globalen Nachrichtenkanals ist zu erwarten, dass der größte Eigenwert λ_0 des Eigenwertspektrums zunimmt und sich dadurch immer weiter vom Rest des Spektrums entfernt. Der zugehörige Eigenvektor ν_0 sollte alle Vermögenswerte zu ähnlichen Teilen enthalten und somit die Marktmode darstellen. Abbildung 4.10 zeigt die Eigenwertspektren beider Entscheidungsfunktionen für verschiedene Werte von $\sigma^2(G_G)$. Die schwarzen Linien markieren die minimal und maximal möglichen Eigenwerte λ_{\pm} bei rein zufälligen Korrelationen, die durch Gleichung 2.9 gegeben sind. Wie in dieser Abbildung zu sehen ist, nimmt λ_0 mit steigender Varianz $\sigma^2(G_G)$ zu und entfernt sich immer weiter vom übrigen Spektrum. Interessant ist jedoch, dass die Anzahl der Eigenwerte, die größer als λ_+ sind, deutlich von der Entscheidungsfunktion abhängt. So liegt bei ξ_{most} stets nur ein Eigenwert über λ_{\max} , während dies bei ξ_{\max} nur für $\sigma^2(G_G) > 0.5$ der Fall ist. Ansonsten gilt, je kleiner $\sigma^2(G_G)$, desto mehr Eigenwerte sind größer als λ_{\max} . Die genaue Anzahl unterscheidet sich für verschiedene Simulationsläufe. Die Entscheidungsfunktion ξ_{\max} scheint also zur Bildung von Kreuzkorrelationen außerhalb des zufälligen Regimes beizutragen.

Die durch den Nachrichtenkanal G_G herbeigeführte Marktmode sollte sich in dem Eigenvektor ν_0 zum größten Eigenwert λ_0 widerspiegeln. Dies ist für $\sigma^2(G_G) > 0$ der Fall, wie in Abbildung 4.11 zu erkennen ist. Zur besseren Übersichtlichkeit zeigt diese lediglich die ersten 30 Komponenten des Eigenvektors bei unterschiedlicher Gewichtung der globalen Nachrichten. Dabei befinden sich alle Komponenten einer Farbe im selben Sektor. Bei völlig individuellen

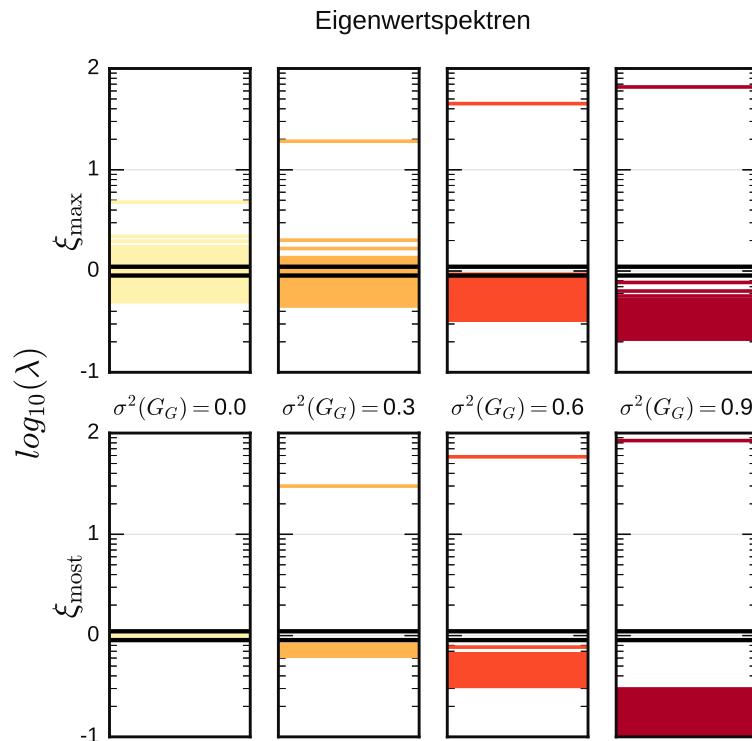


Abbildung 4.10: Eigenwertspektren für verschiedene Varianzen des globalen Nachrichtenkanals. Die schwarzen Linien markieren den minimalen und maximalen Eigenwert einer Wishart-Matrix mit Varianz 1. Der größte Eigenwert λ_0 steigt mit zunehmender Varianz $\sigma^2(G_G)$. Die Verteilung der Eigenwerte hängt von der Entscheidungsfunktion ab: ξ_{most} besitzt stets nur einen Eigenwert $\lambda_0 > \lambda_{\text{max}}$. Für ξ_{max} weisen kleine Werte von $\sigma^2(G_G)$ mehrere Eigenwerte über der Grenze auf. Erst bei $\sigma^2(G_G) > 0.5$ reduziert sich diese Anzahl auf einen Eigenvektor.

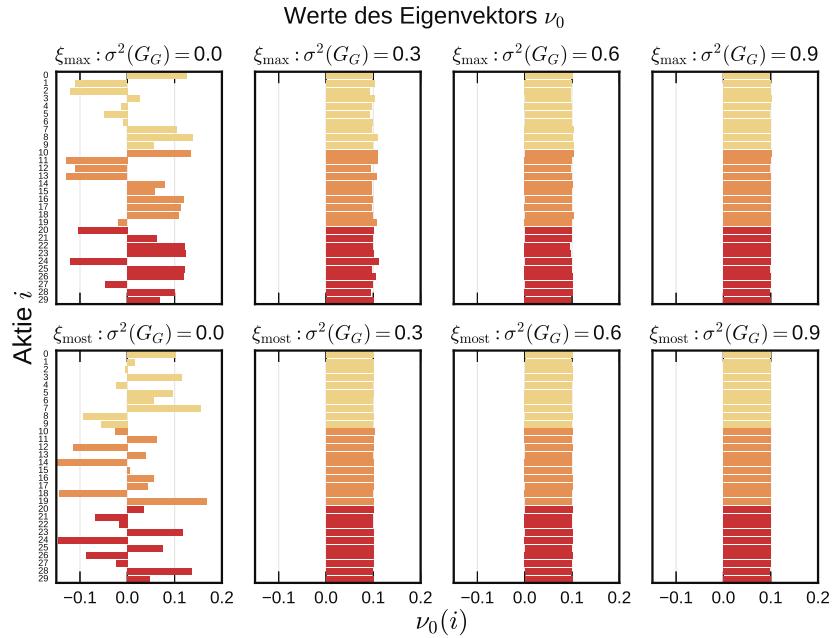


Abbildung 4.11: Die Komponenten des Eigenvektors ν_0 bei unterschiedlicher Gewichtung der globalen Nachrichten. Die y-Achse entspricht den verschiedenen Vermögenswerten des simulierten Marktes. Die Anteile der Komponenten gleichen sich mit zunehmendem $\sigma(G_G)$ an.

Nachrichten kann bei keiner der beiden Entscheidungsfunktionen von einer Marktmode gesprochen werden, da sich die enthaltenden Komponenten stark unterscheiden. Mit steigendem Anteil der globalen Nachrichten gleichen sich die Anteile der Komponenten immer stärker an. Die Gleichverteilung der Werte innerhalb ν_0 tritt bei ξ_{\max} etwas später als bei ξ_{most} ein. So können bei ξ_{\max} für den Wert $\sigma^2(G_G) = 0.1$ noch deutliche Unterschiede in der Ausprägung der einzelnen Komponenten gesehen werden, während sie bei ξ_{most} bereits nahezu gleichverteilt sind. Die Verteilung der Komponenten des Eigenvektors ν_1 ähnelt denen von ν_0 für den Fall rein individueller Nachrichten. Es können also keine augenfälligen Unterschiede zwischen den Entscheidungsfunktionen festgestellt werden.

Für die Erhöhung der Gewichtung der sektorspezifischen Nachrichten ergibt sich ein ähnliches Bild. Wie in Abbildung 4.12 zu sehen, spalten sich für

ξ_{most} genau so viele Eigenwerte vom Rest des Spektrums ab, wie es der Anzahl Sektoren in der Simulation entspricht. Für ξ_{max} nähert sich die Anzahl der Eigenwerte über λ_+ nur dieser Zahl an, sodass es bei $\sigma^2(G_S) = 0.9$ abhängig von der Simulation ca. 10-13 Werte darüber sind.

Die Eigenvektoren zu den größten Eigenwerten weisen wie erwartet eine Sektorstruktur auf. Die ersten 30 Komponenten von ν_0 sind in Abbildung 4.13 aufgeführt. Sie sind dabei so sortiert, dass eine Farbe einem Sektor entspricht. Für die Eigenvektoren ν_1 bis ν_9 ergibt sich ein sehr ähnliches Bild, da in der entsprechenden Simulation 10 Sektoren verwendet wurden. Die Komponenten sind auch für hohe Werte von $\sigma(G_S)$ nicht gleichverteilt, ν_0 ist in diesem Fall also keine Marktmode, was auch nicht zu erwarten war, da der globale Nachrichtenkanal nicht verwendet wurde. Stattdessen ist zu erkennen, dass die Werte der Komponenten stark von den Sektoren abhängen und einzelne Sektoren in sich weitgehend gleich verteilt sind. Die Eigenvektoren, die zu den kleineren Eigenwerten gehören, weisen diese Sektorstruktur nicht auf, auch wenn sie im Falle von ξ_{max} größer als λ_+ sein können. Das sektormodenartige Verhalten tritt für ξ_{max} in schwacher Form ab $\sigma^2(G_G) = 0.2$ auf, während es für ξ_{most} bereits bei $\sigma^2(G_G) = 0.1$ stark ausgeprägt ist.

Die Sektorenbildung ist auch direkt in der Korrelationsmatrix zu erkennen, wie Abbildung 4.14 zeigt. Für die Entscheidungsfunktion ξ_{max} sind die Sektoren für $\sigma^2(G_S) = 0.2$ leicht zu erkennen, während sie für ξ_{most} bereit für $\sigma^2(G_S) = 0.1$ zu sehen sind. Weiterhin weist ξ_{most} außerhalb der Sektoren nur eine sehr geringe gleichmäßige Korrelation zwischen den einzelnen Zeitreihen auf, wohingegen bei ξ_{max} ein stärkeres Variation in den Matrixelementen zu erkennen ist. Für diese Abbildung wurden zur besseren Übersichtlichkeit lediglich 15 Zeitreihen aus drei Sektoren verwendet. Die Ergebnisse ändern sich jedoch nicht, wenn alle 100 Vermögenswerte betrachtet werden.

Werden die Eigenvektoren unter Verwendung aller drei Nachrichtenkanäle betrachtet, so kann ν_0 als Marktmode identifiziert werden, während die übrigen Eigenvektoren bis zur Anzahl der Sektoren als Sektormoden fungieren.

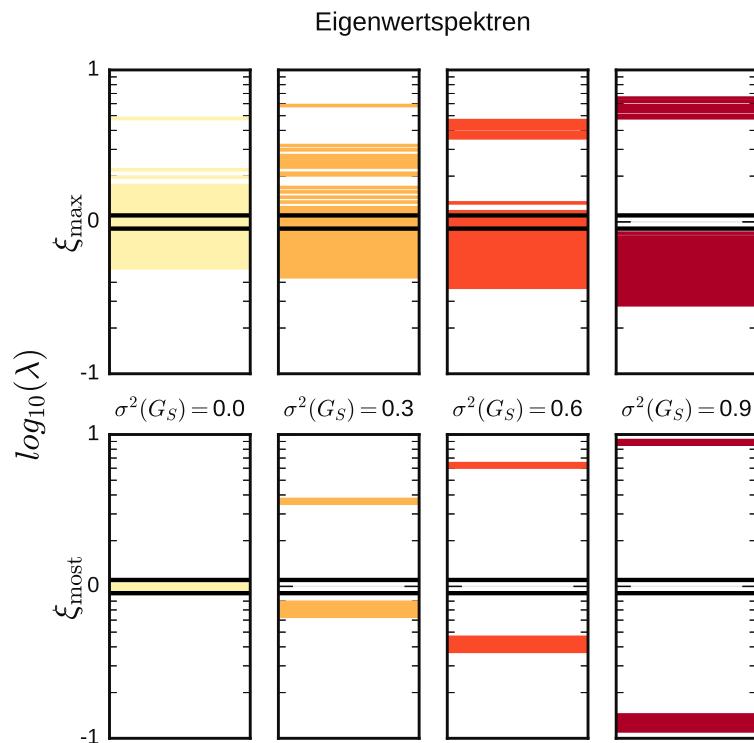


Abbildung 4.12: Eigenwertspektren für verschiedene Varianzen des Sektornachrichtenkanals unter Verwendung von 10 Sektoren. Die schwarzen Linien markieren den minimalen und maximalen Eigenwert λ_{\pm} einer Wishart-Matrix. Für ξ_{\max} liegen meist mehr als 10 Eigenwerte über λ_{+} . Bei steigender Varianz $\sigma^2(G_S)$ nähert sich diese Zahl der Anzahl der Sektoren an. Im Gegensatz dazu weist ξ_{most} genau 10 Eigenwerte über λ_{+} auf, wenn $\sigma^2(G_S) > 0$.

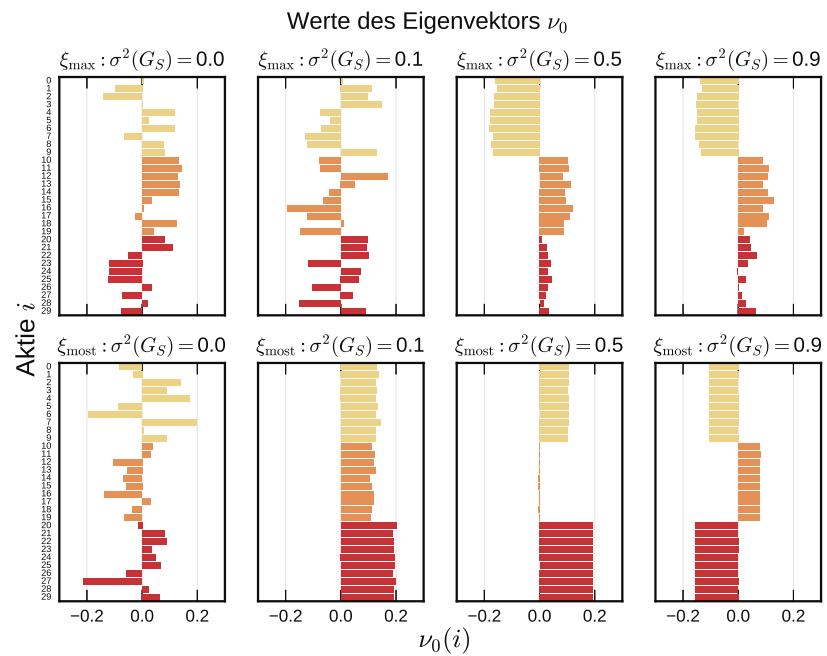


Abbildung 4.13: Die Komponenten des Eigenvektors ν_0 . Die y-Achse entspricht den verschiedenen Vermögenswerten des simulierten Marktes, geordnet nach Sektoren. Die Anteile der Komponenten sind innerhalb eines Sektors ähnlich stark ausgeprägt. Dies geschieht besonders für ξ_{most} bereits bei kleinen Werten von $\sigma(G_S)$, während ξ_{max} dafür höhere Werte von $\sigma(G_S)$ benötigt.

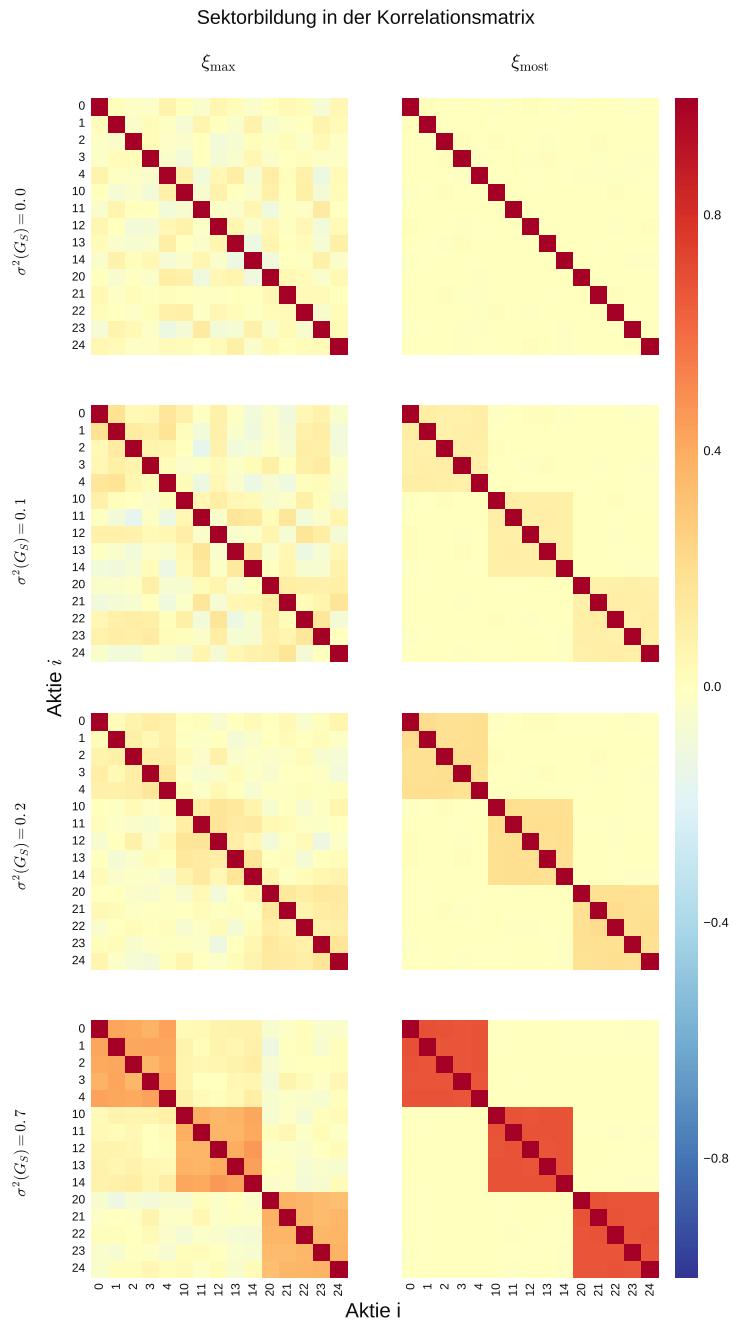


Abbildung 4.14: Die Korrelationsmatrix \mathcal{C} bei unterschiedlicher Gewichtung des sektorbezogenen Nachrichtenkanals für beide Entscheidungsfunktionen. Für die Entscheidungsfunktion ξ_{most} ist die Sektorenbildung bereits für sehr niedrige Werte von $\sigma^2(G_S)$ gut zu erkennen.

Generalisierter Hurst-Exponent $H(q)$

Nun wird kurz der generalisierte Hurst-Exponent $H(q)$ näher betrachtet. Abbildung 4.15 zeigt die Skalierungsfunktion $\zeta(q)$, berechnet für Märkte mit fünf Vermögenswerten und rein individuellen Nachrichten. Es wurden je $5 \cdot 10^4$ Zeitschritte in drei unabhängigen Simulationen erstellt und deren GHE gemittelt. Es ist deutlich zu erkennen, dass beide Entscheidungsfunktionen zu einer nicht-linearen Skalierungsfunktion führen und die zugehörigen Zeitreihen somit Multifraktalität aufweisen. Im Falle von ξ_{most} ist diese stärker ausgeprägt ($\zeta(q)$ ist stärker gekrümmmt). Die Krümmung der Skalierungsfunktion ist gegenüber einer Änderung der Marktgröße und der Nachrichtengewichtung sehr robust. Es wurden auch der Fall rein individueller Nachrichten und der Fall von Nachrichten mit hohem globalen Anteil für $M = 100$ betrachtet sowie ein Markt mit gemischtem Nachrichtenanteil für $M = 10$ wobei sich jeweils nur eine geringe, nicht relevante Änderung von $\zeta(q)$ ergeben hat. Durch eine Veränderung der Parameter, insbesondere von β , ergibt sich ein deutlich anderes Bild. So verschwindet die Krümmung der Skalierungsfunktion, wenn die Parameterkonfigurationen $V(\xi_{\text{max}})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ mit vertauschtem Rationalitätsparameter und $M = 5$ verwendet werden. Dieser Tausch führt im Fall von ξ_{most} zu einer Ertragsverteilung mit mehreren Maxima, während die Autokorrelationszeit der vorzeichenbehafteten Erträge für ξ_{max} höher wird als die Autokorrelationszeit der absoluten Erträge. Sowohl die Form der Ertragsverteilung als auch die zeitliche Struktur der Erträge beeinflussen also die Skalierungsfunktion $\zeta(q)$, was zur bisherigen Literatur dieses Themas passt (vgl. Abschnitt 2.7).

Der GHE kann dafür verwendet werden, Märkte in die Kategorien Schwellenmarkt und entwickelter Markt einzurordnen [33]. Diese Einteilung wird im Folgenden genutzt, um den simulierten Markt zu kategorisieren. Dazu werden in Tabelle 4.4 die generalisierten Hurst-Exponenten für $q = 1$ und $q = 2$ betrachtet. Die Werte sind für verschiedene Nachrichtengewichtungen und Marktgrößen sehr ähnlich, unterscheiden sich jedoch für die beiden Entschei-

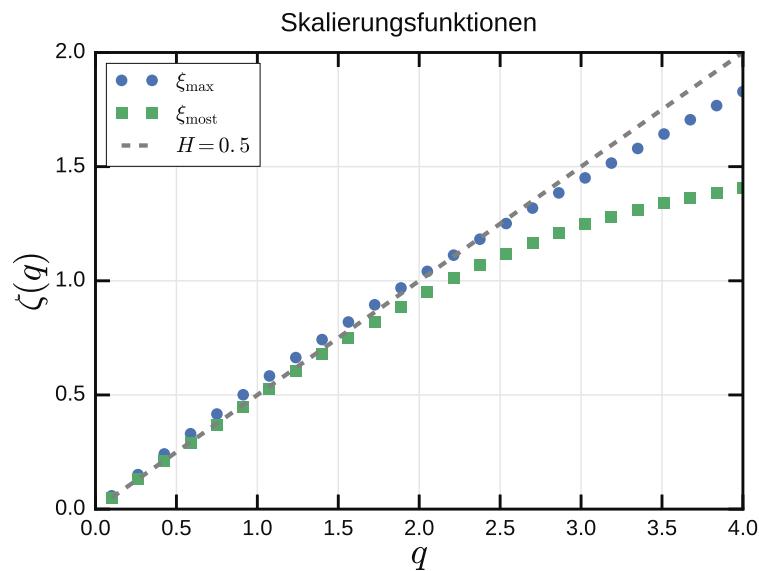


Abbildung 4.15: Skalierungsfunktion $\zeta(q)$, für ξ_{\max} und ξ_{most} und $M = 5$ mit rein individuellen Nachrichten. Im Vergleich dazu ist $\zeta(q)$ einer multifraktalen Zeitreihe mit $H = 0.5$ angetragen. Es ist zu erkennen, dass $\zeta(q)$ bei beiden Entscheidungsfunktionen eine konkave Form aufweist. Die Krümmung ist für ξ_{most} stärker ausgeprägt.

$\sigma^2(G_G)$	$\sigma^2(G_I)$	M	ξ_{\max}		ξ_{most}	
			$H(q = 1)$	$H(q = 2)$	$H(q = 1)$	$H(q = 2)$
0.0	1.0	5	0.56 ± 0.01	0.52 ± 0.01	0.47 ± 0.01	0.45 ± 0.01
0.0	1.0	100	0.57 ± 0.01	0.53 ± 0.01	0.49 ± 0.01	0.46 ± 0.01
0.9	0.1	100	0.55 ± 0.01	0.51 ± 0.01	0.45 ± 0.02	0.46 ± 0.01

Tabelle 4.4: Generalisierte Hurst-Exponenten $H(q)$ für $q = 1, 2$ unter Verwendung von $\tau_{\max} \in [30, 250]$ für verschiedene Entscheidungsfunktionen.

dungsfunktionen deutlich. Die Entscheidungsfunktion ξ_{\max} weist Werte über 0.5 auf, während $H(q)$ für ξ_{most} kleiner als 0.5 ist. Somit verhält sich das Modell bei den verwendeten Parametern unter ξ_{\max} wie ein Schwellenmarkt und unter ξ_{most} wie ein entwickelter Markt. Ein Grund für den Unterschied zwischen persistentem oder anti-persistentem Verhalten der Zeitreihen könnte darin liegen, dass die durchschnittliche Kopplung zwischen den Agenten für ξ_{\max} meist positiv ist. Für ξ_{most} hingegen ist sie meist negativ. Imitation könnte also in Schwellenmärkten stärker verbreitet sein.

Kombination von ξ_{\max} und ξ_{most}

In den vorangegangen Abschnitten wurde dargelegt, dass sich das Modell unter den beiden Entscheidungsfunktionen ξ_{\max} und ξ_{most} sehr unterschiedlich verhält. Insbesondere ist bei Ersterer das *Volatility Clustering* stärker ausgeprägt, während bei Letzterer der Exzess höher ist. Da es sich um ein agentenbasiertes Modell handelt, liegt es nahe, die beiden Entscheidungsfunktionen zu kombinieren, indem ein Teil der Agenten ξ_{\max} und der andere Teil ξ_{most} folgt. Diese Kombination wird als ξ_{mm} bezeichnet.

Dies wurde folgendermaßen umgesetzt: Mit der Wahrscheinlichkeit P^{\max} wird zu Beginn der Simulation für jeden Agenten bestimmt, ob er der Funktion ξ_{\max} folgt. Wird dies abgelehnt, so wird dem Agenten die andere Entscheidungsfunktion zugeordnet. Dabei ist der Parameter β für jeden Agenten

unabhängig, sodass die ξ_{\max} -Agenten $\beta = 1$ erhalten und die ξ_{most} -Agenten $\beta = -1$. Der Parameterraum wurde wie zuvor für $b_{\max} = 0.1$ und $M = 5$ bei rein individuellen Nachrichten durchsucht. Dabei wurden für P^{\max} die Werte 0.25, 0.5 und 0.75 betrachtet. Für alle Parameterkombinationen waren sowohl der Exzess γ als auch das Verhältnis zwischen den Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$ zu $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ sehr gering.

Daraufhin wurden auch die Parameter φ_{\max} und CV so gestaltet, dass den ξ_{\max} -Agenten die Parameter φ_{\max}^{\max} und CV^{\max} zugewiesen wurden, während die ξ_{most} -Agenten $\varphi_{\max}^{\text{most}}$ und CV^{most} erhielten. Bei der Parametersuche wurden diese Parameter für jeweils einen Agententyp entsprechend den Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ konstant gehalten und für den anderen Agententyp variiert. Doch auch in diesem Fall waren der Exzess und das Verhältnis zwischen den Autokorrelationszeiten sehr gering. Eine Mischung der beiden Entscheidungsfunktionen führt also innerhalb des untersuchten Parameterraums nicht zu einer stärkeren Ausprägung der *Stylized Facts*.

Kapitel 5

Zusammenfassung

Der Zustand der Finanzmärkte kann einen entscheidenden Einfluss auf das Wachstum einer modernen Wirtschaft haben. Dies wird besonders im Falle von Finanzkrisen deutlich, wie beispielsweise der Krise ab 2007, in der zahlreiche Personen ihren Arbeitsplatz verloren. Währenddessen können stabile Märkte die Wirtschaft positiv beeinflussen und das Wachstum stärken. Dementsprechend sind das Verstehen und Modellieren von Finanzzeitreihen Themen von hoher praktischer Relevanz, denen sich Wissenschaftler aus unterschiedlichen Disziplinen widmen. In der Ökonophysik stehen insbesondere die empirische Untersuchung von Finanzzeitreihen und die Modellierung ihrer Eigenschaften durch physikalisch inspirierte Modelle im Vordergrund. Dabei stoßen agentenbasierte Modelle auf großes Interesse, da diese es ermöglichen, durch die mikroskopische Interaktion von heterogenen Agenten makroskopische Phänomene von Finanzzeitreihen zu erzeugen. Auf diese Weise kann ein Einblick in die grundlegenden Mechanismen gewonnen werden, die zur Bildung dieser Phänomene führen. Die Ökonophysik verwendet zur Modellierung von Finanzmärkten häufig Modelle, deren Ursprung in der Festkörperphysik zu finden ist. Dabei erfreuen sich insbesondere Spin-Modelle großer Beliebtheit, da diese in der Lage sind, komplexe Phänomene zu erzeugen und dabei gleichzeitig relativ einfachen Regeln folgen.

Sehr viele dieser Modelle beschäftigen sich jedoch nur mit einzelnen isolier-

ten Zeitreihen. Dies ist sinnvoll, da Modelle mit vielen Agenten häufig sehr viel Rechenleistung benötigen und viele Phänomene von Finanzmärkten auch in einzelnen Zeitreihen erzeugt werden können. Jedoch ermöglicht die stetig steigende Leistung von Computern, dass heutzutage auch komplexe Modelle mit einer Vielzahl von Finanzzeitreihen simuliert werden können. Dadurch können weitere Eigenschaften von Finanzmärkten erschlossen und neue Erkenntnisse gewonnen werden. Hier setzt die vorliegende Arbeit an, indem sie ein Modell vorschlägt und untersucht, das gleichzeitig statistische Eigenschaften einzelner und vieler Ertragszeitreihen erzeugt.

Um dieses Modell mit realen Finanzmärkten vergleichen zu können, wurden in Kapitel 2 einige etablierte empirische Eigenschaften (*Stylized Facts*) von Finanzzeitreihen unter Verwendung realer Daten näher betrachtet. Es wurde gezeigt, dass Ertragszeitreihen sehr unterschiedlicher Vermögenswerte auf verschiedenen Zeitskalen ähnliche Eigenschaften besitzen, die zur Bewertung eines Modells verwendet werden können. Weiterhin wurde auf die Korrelationsstruktur von Finanzmärkten mit vielen Vermögenswerten eingegangen, die für entwickelte Märkte und Schwellenmärkte unterschiedlich ausgeprägt ist. Eine Möglichkeit, Märkte in diese beiden Kategorien zu unterteilen bietet der betrachtete generalisierte Hurst-Exponent.

Kapitel 3 gibt einen kurzen Überblick verschiedener Spin-Modelle für Finanzmärkte aus der Ökonophysik, bevor das Gonçalves-Sornette-Zhou-Modell detailliert beschrieben und untersucht wird. Dieses Modell zeigt, dass durch die Interaktion von externen Nachrichten und Imitation zwischen den Agenten die wichtigsten empirischen Eigenschaften einzelner Finanzzeitreihen erzeugt werden können. Dies gilt jedoch nur, wenn die Imitation zwischen den Agenten zunimmt, falls die Nachrichten positiv mit den Erträgen korrelieren. Ein irrationales Verhalten der Agenten, welches auch in realen Finanzmärkten beobachtet wird [92], ist in diesem Modell also eine wichtige Voraussetzung für einen realistischen Markt. Die Entscheidung zur Imitation basiert in diesem Modell auf der Wahrnehmung zum Zusammenhang zwischen Erträgen und

Nachrichten und bietet damit einen interessanten Aspekt zur Erweiterung auf Märkte mit vielen Vermögenswerten.

Diese Erweiterung bildet den Kernpunkt der vorliegenden Arbeit. In Kapitel 4 wird die Generalisierung des GSZ-Modells beschrieben. Dabei stehen vor allem zwei Aspekte im Vordergrund: das Wahrnehmungskonzept der Agenten, das zur Imitationsentscheidung führt (Entscheidungsfunktion ξ), sowie die Separation der Nachrichten in globale, sektorspezifische und individuelle Ströme, welche die gewünschte Korrelationsstruktur zwischen den Vermögenswerten ermöglichen. Da die Erträge und Nachrichten zu vielen Vermögenswerten vorliegen, können die Agenten deren Zusammenhang ganz unterschiedlich wahrnehmen. In der vorliegenden Arbeit wurden insbesondere die Entscheidungsfunktion ξ_{\max} und ξ_{most} untersucht. Bei der Ersteren berücksichtigen die Agenten zur Imitationsentscheidung nur die Nachrichten des Vermögenswertes mit dem größten absoluten Ertrag des letzten Zeitschrittes. Die Vorstellung dahinter ist, dass vor allem dieses Ereignis medial präsent ist und die Agenten es deshalb als sehr wichtig empfinden. Im Kontrast dazu steht die Entscheidungsfunktion ξ_{most} , bei der die Agenten darauf achten, ob der Großteil der Vermögenswerte Erträge aufweist, die positiv mit den Nachrichten korrelierten. Es wurde gezeigt, dass diese sehr unterschiedlichen Entscheidungsfunktionen für den Fall nur einer Preiszeitreihe identisch sind. Für Märkte mit vielen Vermögenswerten ist die jeweilige Dynamik jedoch sehr unterschiedlich und es müssen verschiedene Parametersätze verwendet werden, um die empirischen Eigenschaften von Finanzzeitreihen zu erzeugen. Besonders interessant ist dabei, dass die Irrationalität der Agenten nicht für beide Entscheidungsfunktionen notwendig ist. In diesem Punkt unterscheidet sich der Fall vieler Vermögenswerte also deutlich vom Fall einzelner Vermögenswerte.

Weiterhin erzeugen beide Entscheidungsfunktionen unterschiedliche Korrelationsstrukturen unter der Nachrichtenseparation, welche sich zudem auf die empirischen Kenngrößen auswirkt. Durch Verwendung des generalisierten Hurst-Exponenten wurde gezeigt, dass die Zeitreihen, welche von ξ_{\max} bzw.

ξ_{most} erzeugt werden, sich leicht persistent bzw. anti-persistent verhalten. Dies kann als Merkmal zur Unterscheidung von entwickelten Märkten und Schwellenmärkten verwendet werden und zeigt, dass ein Grund für den Unterschied zwischen diesen Märkten im Imitationsverhalten der Agenten liegen könnte.

Das erarbeitete Modell bietet also sehr unterschiedliche Möglichkeiten zur Modellierung von Finanzmärkten und zeigt, dass der Fall einzelner Zeitreihen und vieler Zeitreihen deutliche Unterschiede aufweisen kann. Daher ist es wichtig, in Zukunft verstärkt agentenbasierte Modelle für Märkte mit vielen Vermögenswerten zu betrachten und diese mit empirischen Fakten realer Märkte zu vergleichen. Insbesondere eine bessere quantitative Nähe zwischen Modell und Realität wäre wünschenswert, um beispielsweise die praktische Anwendbarkeit zur Risikobewertung von Portfolios oder zur Untersuchung finanzökonomischer Instrumente zu ermöglichen. Die Änderung des Preisbildungsmechanismus könnte hier eine Möglichkeit bieten. So konnten beispielsweise Mike und Farmer durch die Verwendung eines Modells, das auf dem Orderfluss von realen Finanzmärkten basiert, große quantitative Ähnlichkeiten zwischen den statistischen Eigenschaften von Modell und realen Ertragszeitreihen erzeugen [72]. Dieses Modell bietet jedoch keinen Einblick in das Verhalten der Marktteilnehmer. Eine Kombination des agentenbasierten Modells mit zahlreichen Vermögenswerten und dem Orderbuchmechanismus könnte eine gute Möglichkeit bieten, um gleichzeitig verbesserte quantitative Aussagen und einen Einblick in relevante Mechanismen des Marktes zu ermöglichen.

Anhang

Anhang A

Wahl der Entscheidungsfunktion ξ

Dieses Kapitel des Anhangs führt die Abbildungen zur Parameterüberprüfung für die vier verschiedenen Entscheidungsfunktionen aus Abschnitt 4.2.1 auf. Zunächst folgt die Abbildung, welche sich auf die Überprüfung eines Marktes mit nur einem Vermögenswert und negativem β bezieht. Anschließend werden Märkte mit 2, 5 und 10 Vermögenswerten betrachtet. Erhält die grundlegende Imitationsneigung b_{\max} einen Wert von 0.3 so ergeben sich dabei deutlich unrealistischere Kenngrößen als dies für einen Wert von 0.1 der Fall ist. Auf Grund dieser Untersuchung wurden für die weiteren Analysen die Parameterkombinationen $b_{\max} = 0.1$, $\varphi_{\max} = 0.01$ und $CV = 0.05$ für ξ_{\max} gewählt und $b_{\max} = 0.1$, $\varphi_{\max} = 0.03$ und $CV = 0.01$ für ξ_{most} . Die Entscheidungsfunktion ξ_{most} erzielt mit einem negativen Rationalitätsparameter bessere Ergebnisse. Die gezeigten Werte beruhen auf jeweils drei voneinander unabhängigen Simulationen mit je 10^5 Zeitschritten.

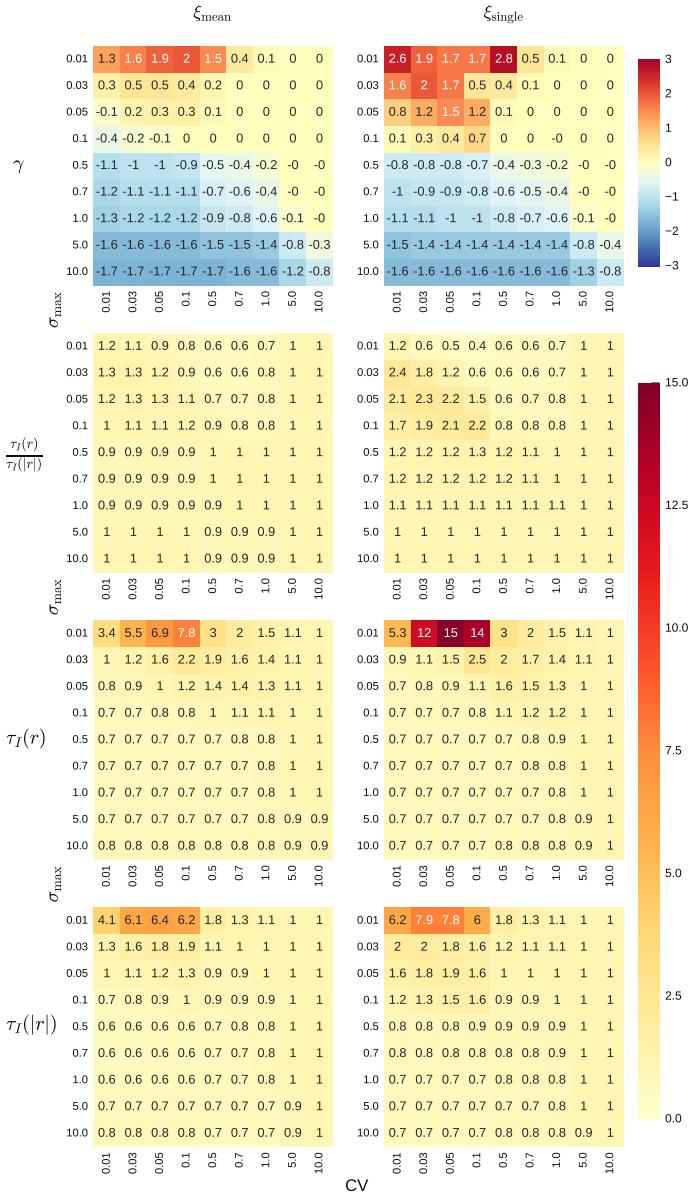


Abbildung A.1: Der Exzess γ der Erträge, sowie die integrierten Autokorrelationszeiten $\tau_A(r)$ und $\tau_A(|r|)$ und deren Verhältnis bei verschiedenen Parametern φ_{max} und CV . Dabei wurden folgende weitere Parameter verwendet:

$\alpha_M = 0.2$, $\beta = -1$, $M = 1$ und $b_{\text{max}} = 0.3$.

$M = 2, b_{\max} = 0.1, \beta = 1.0$

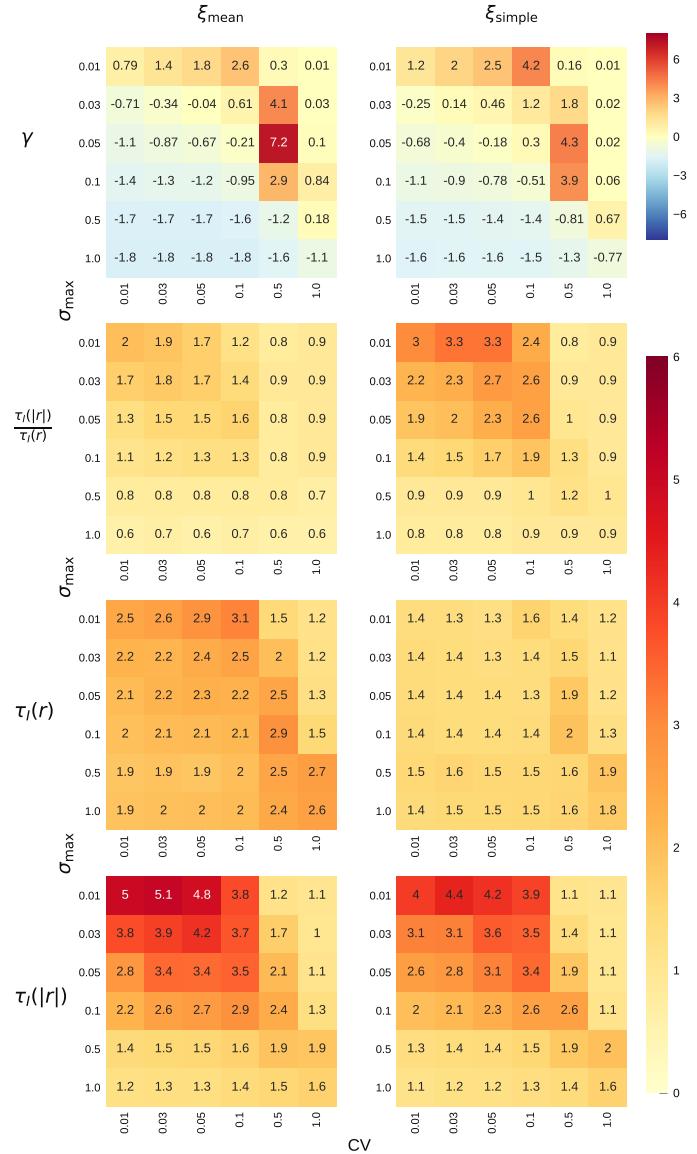


Abbildung A.2: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.1, M = 2$ und $\beta = +1$.

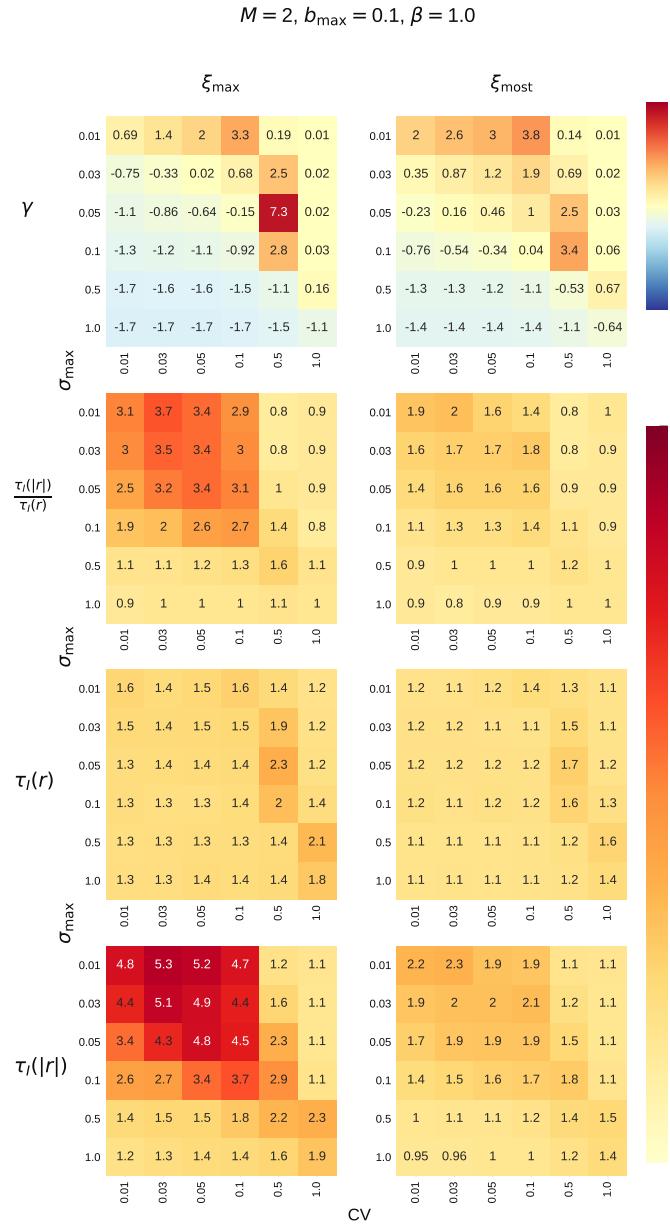


Abbildung A.3: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 2$ und $\beta = +1$.

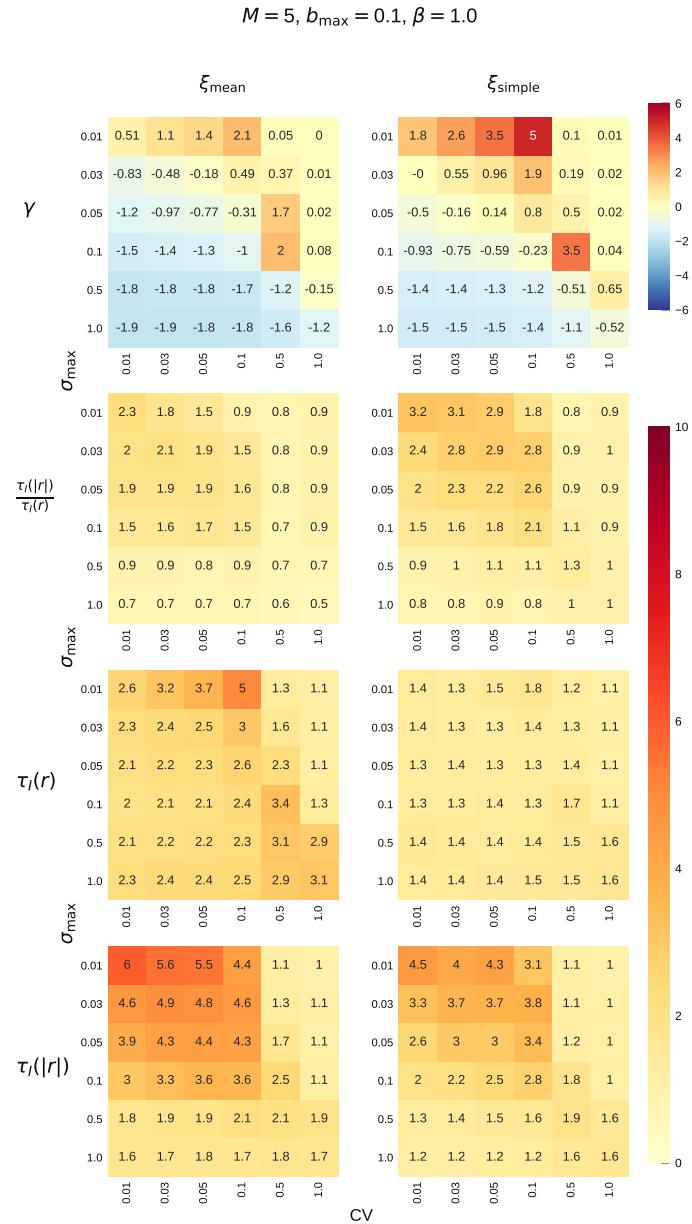


Abbildung A.4: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 5$ und $\beta = +1$.

$M = 5, b_{\max} = 0.1, \beta = 1.0$

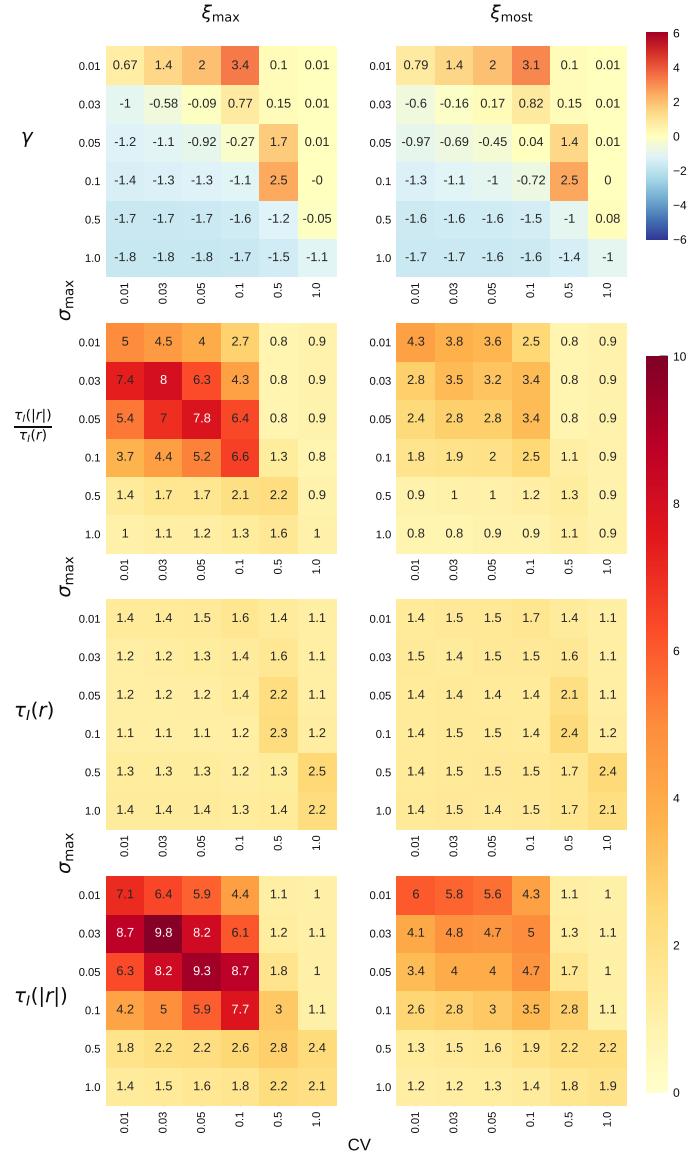


Abbildung A.5: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.1, M = 5$ und $\beta = +1$.

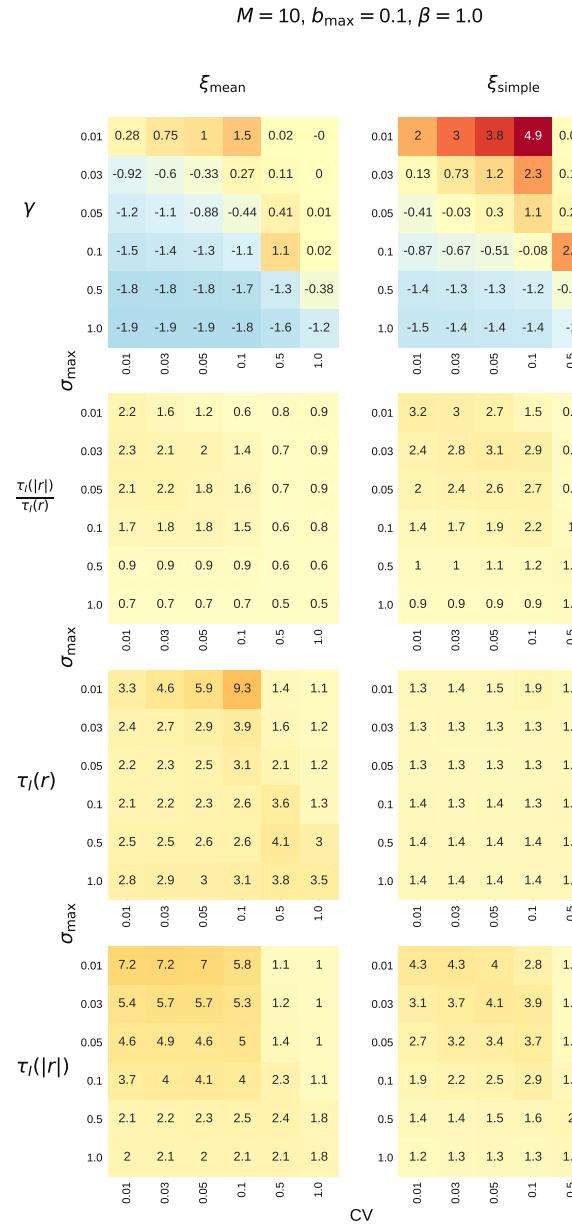


Abbildung A.6: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 10$ und $\beta = +1$.

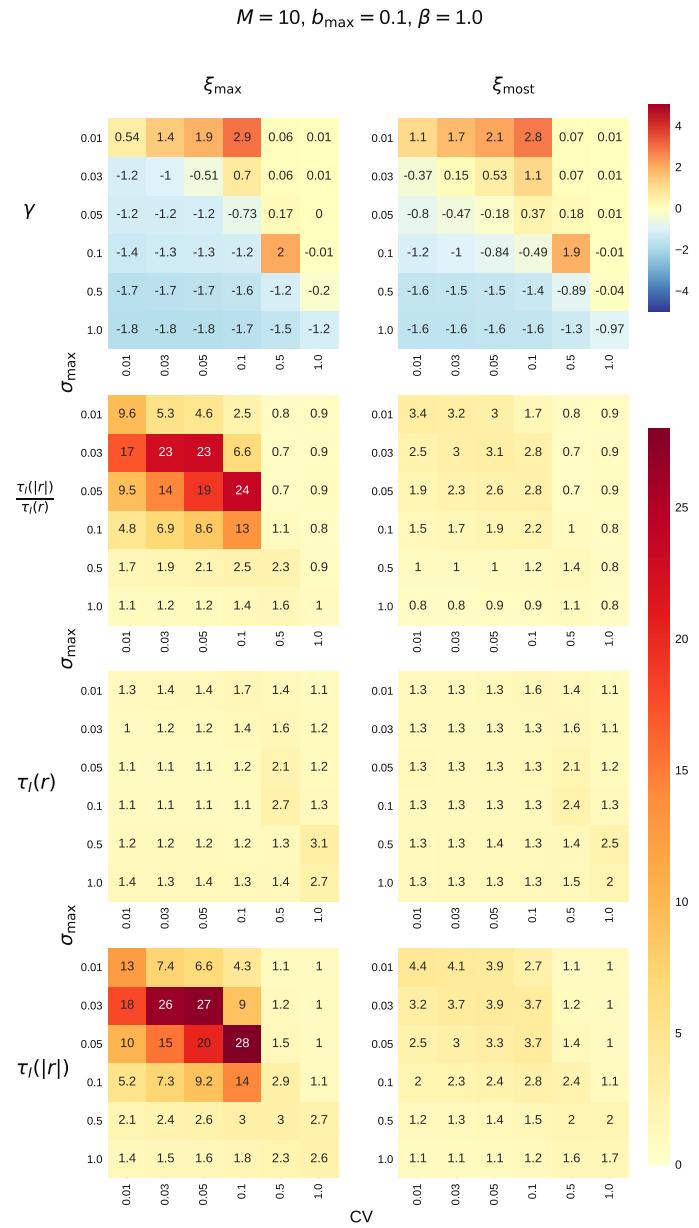


Abbildung A.7: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 10$ und $\beta = +1$.

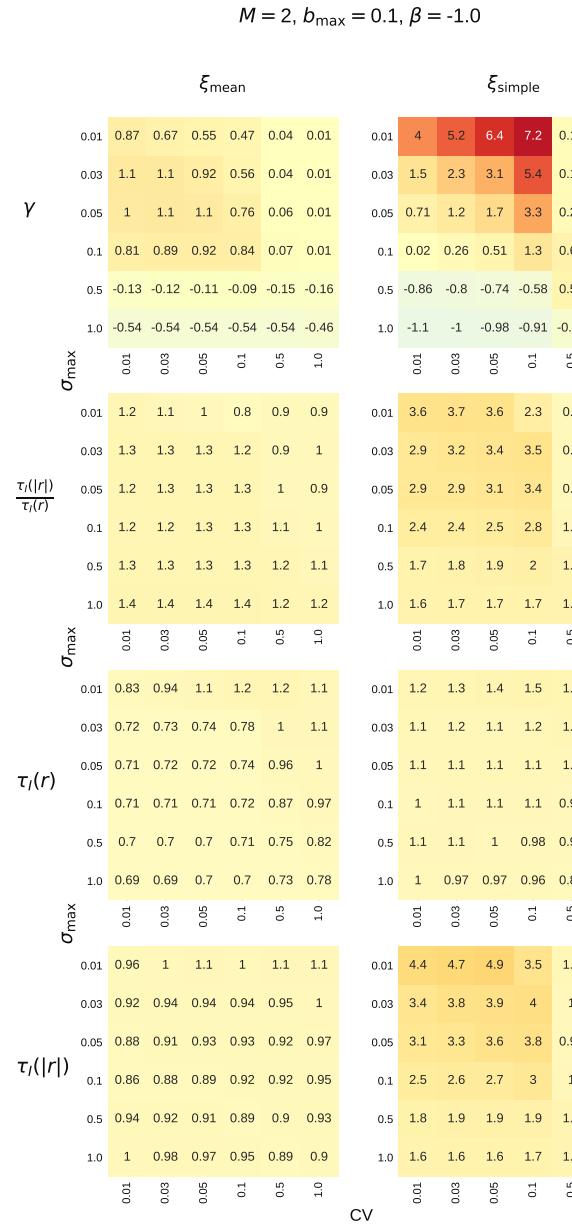


Abbildung A.8: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 2$ und $\beta = -1$.

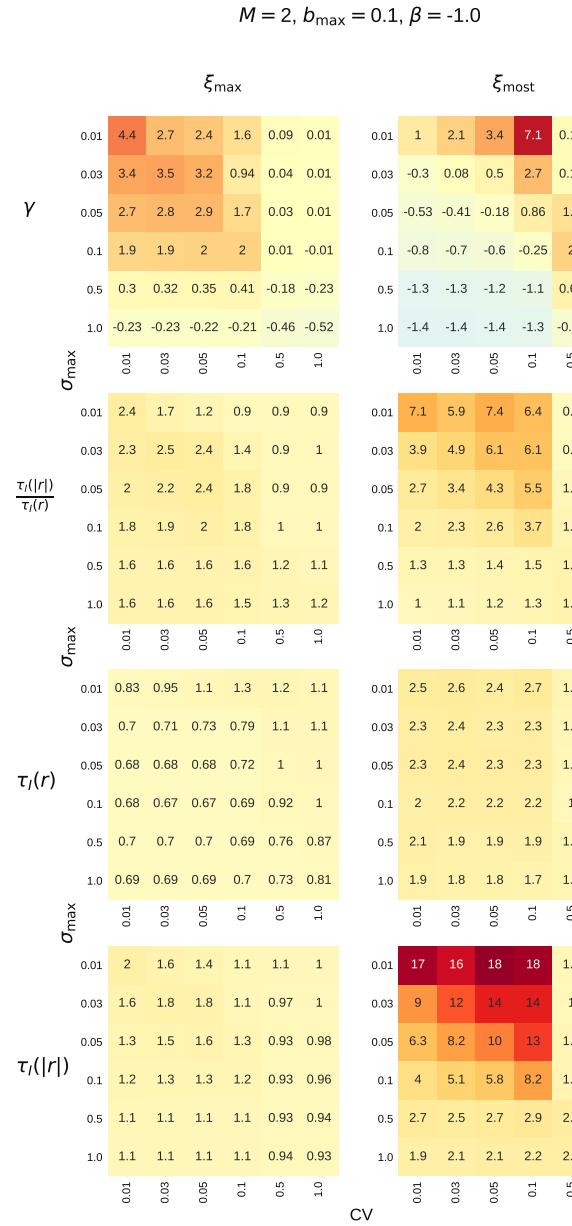


Abbildung A.9: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 2$ und $\beta = -1$.

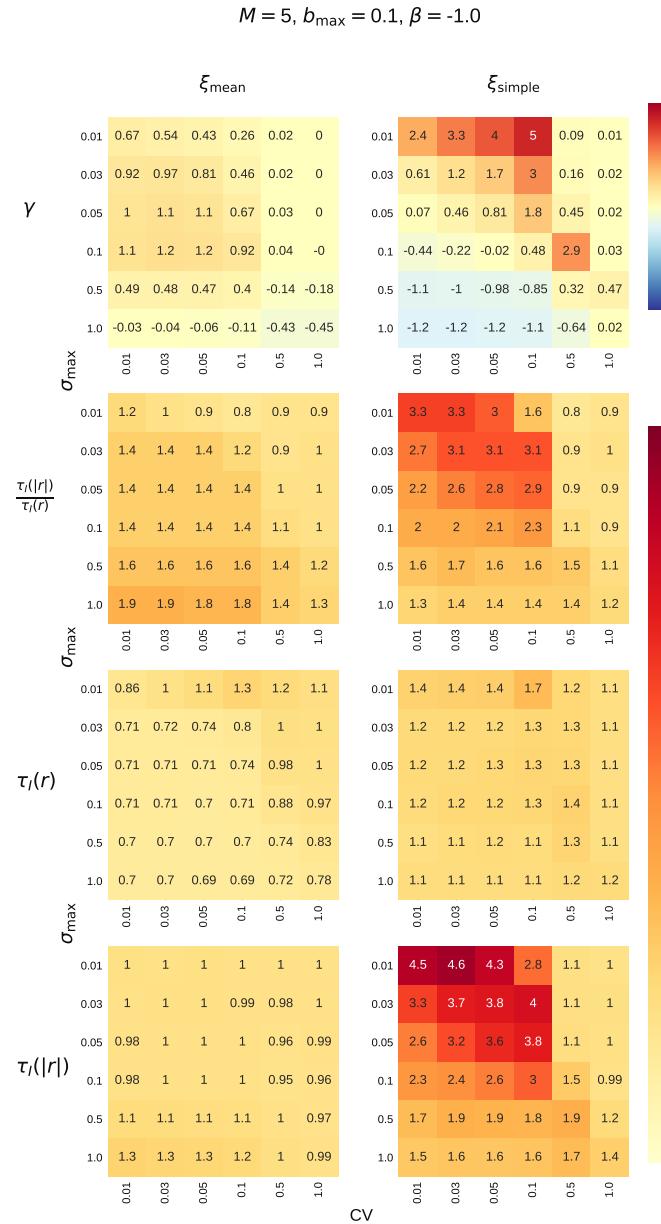


Abbildung A.10: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 5$ und $\beta = -1$.

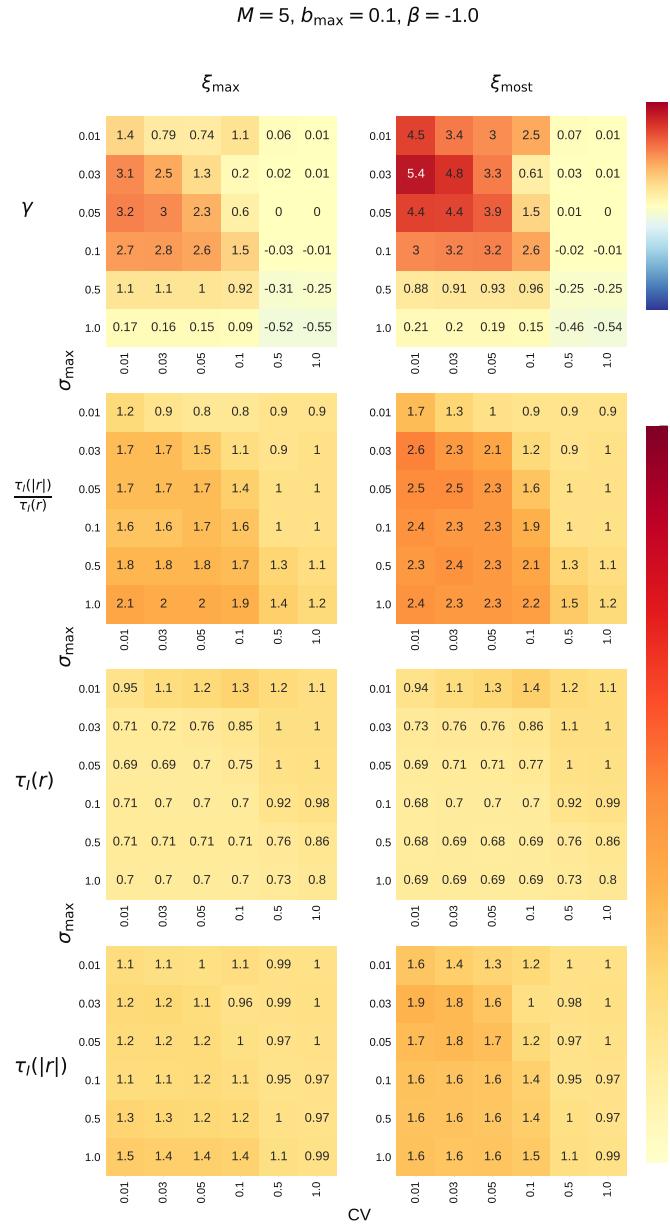
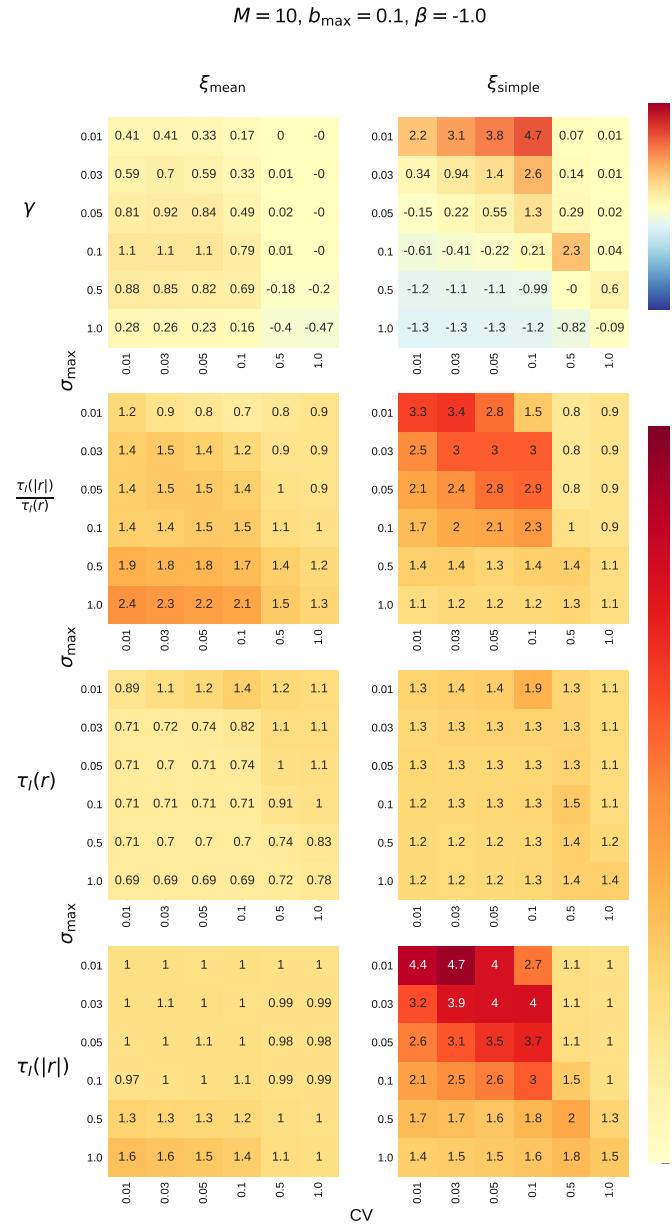


Abbildung A.11: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 5$ und $\beta = -1$.



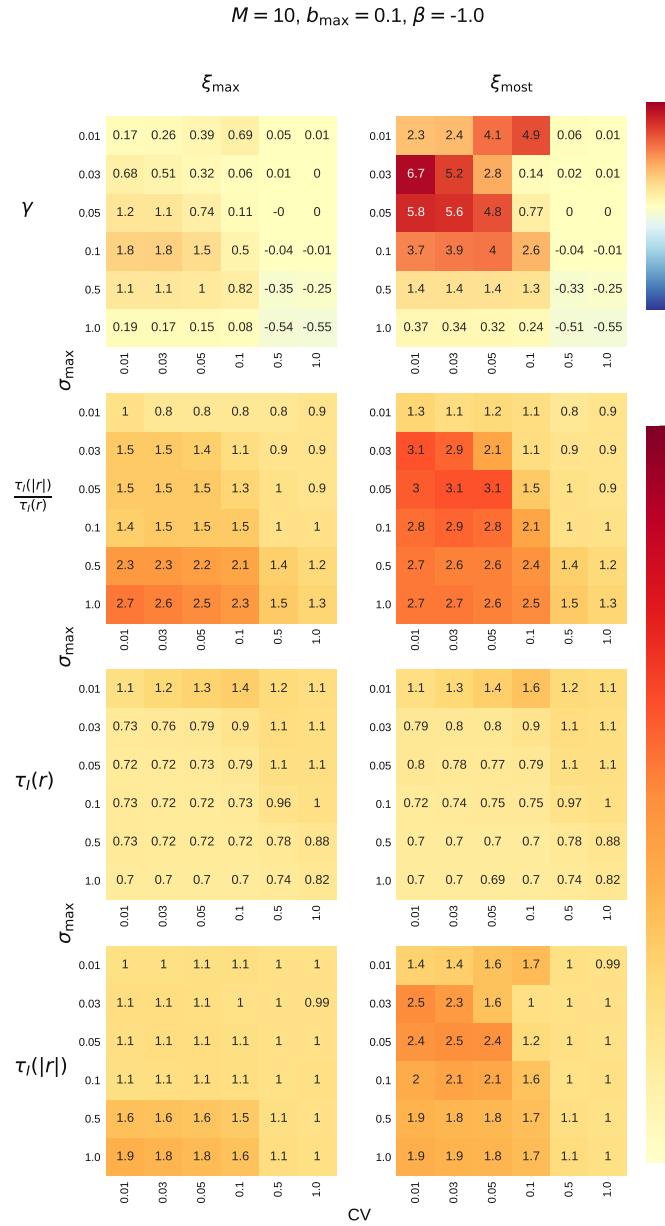


Abbildung A.13: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 10$ und $\beta = -1$.

$$M = 2, b_{\max} = 0.3, \beta = 1.0$$

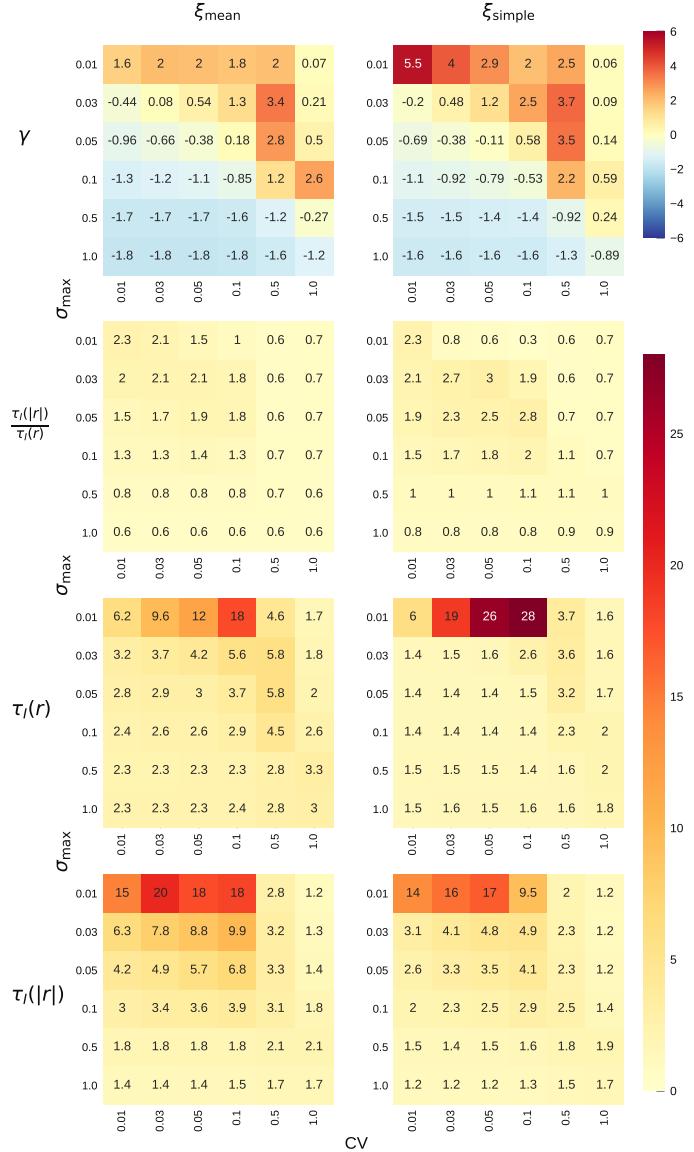


Abbildung A.14: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 2$ und $\beta = +1$.

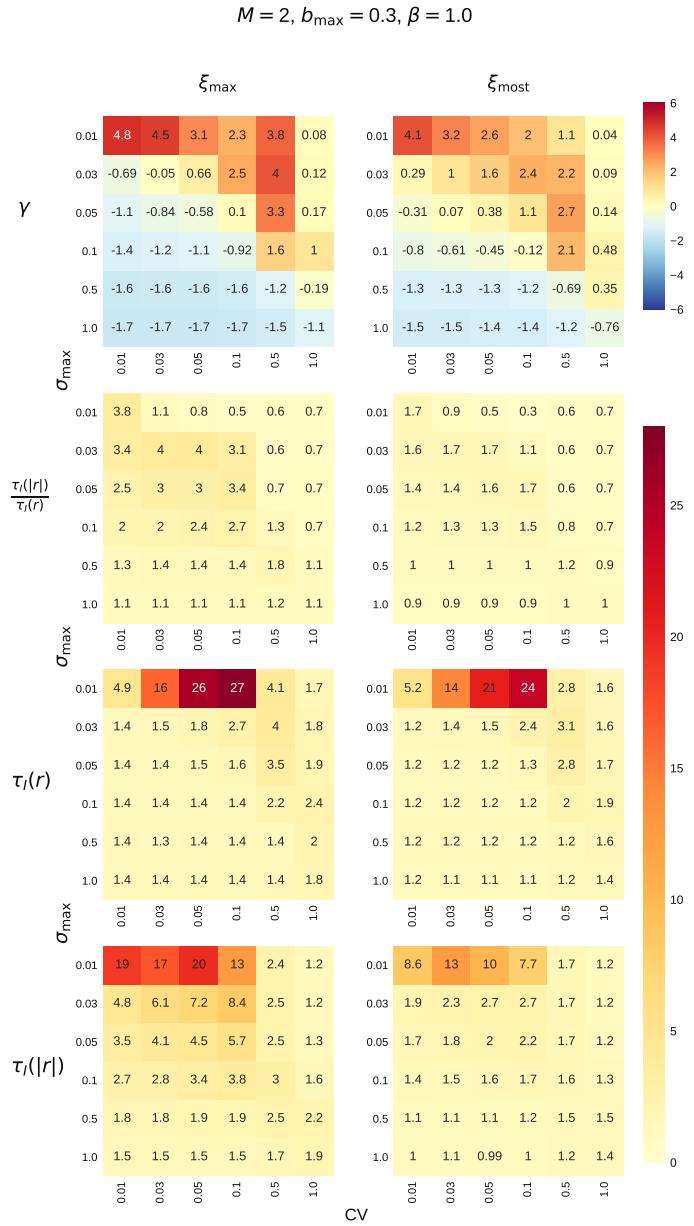


Abbildung A.15: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 2$ und $\beta = +1$.

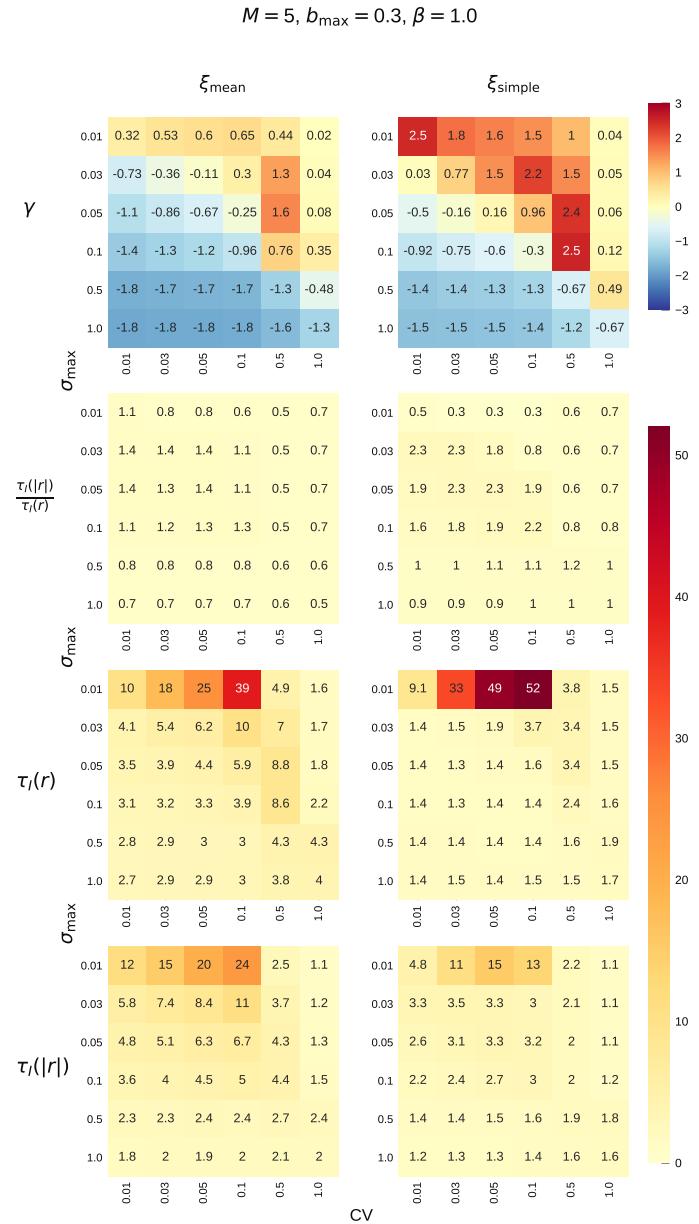


Abbildung A.16: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 5$ und $\beta = +1$.

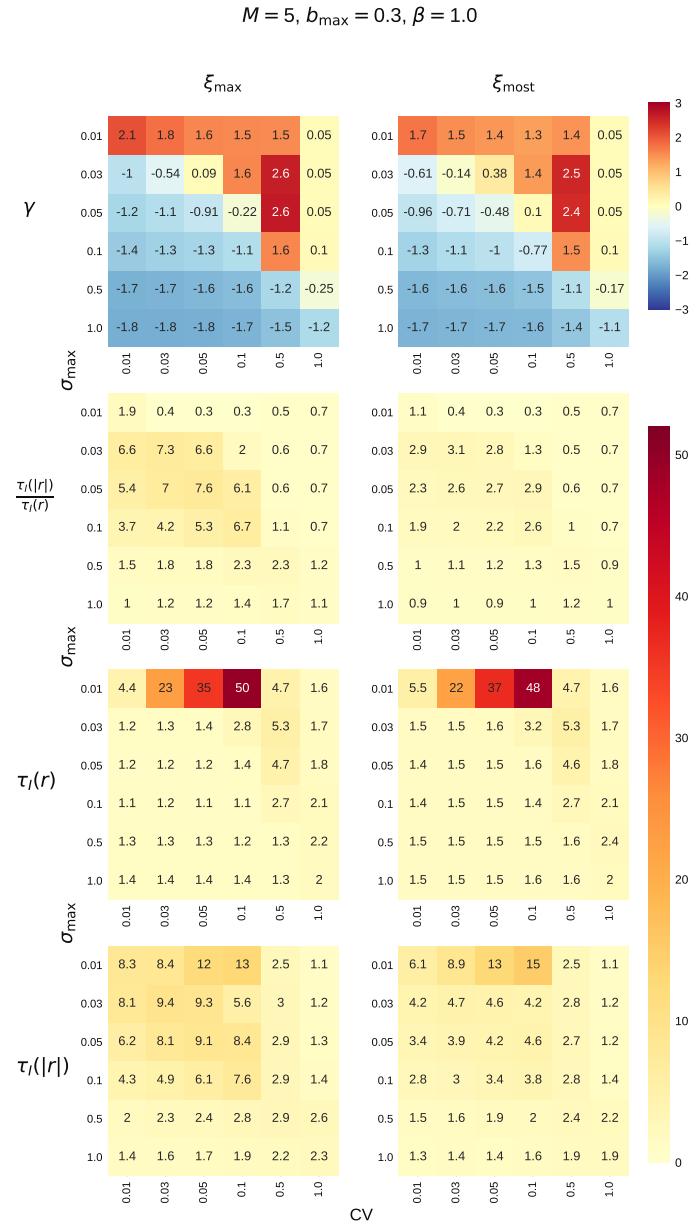


Abbildung A.17: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 5$ und $\beta = +1$.

$M = 10, b_{\max} = 0.3, \beta = 1.0$

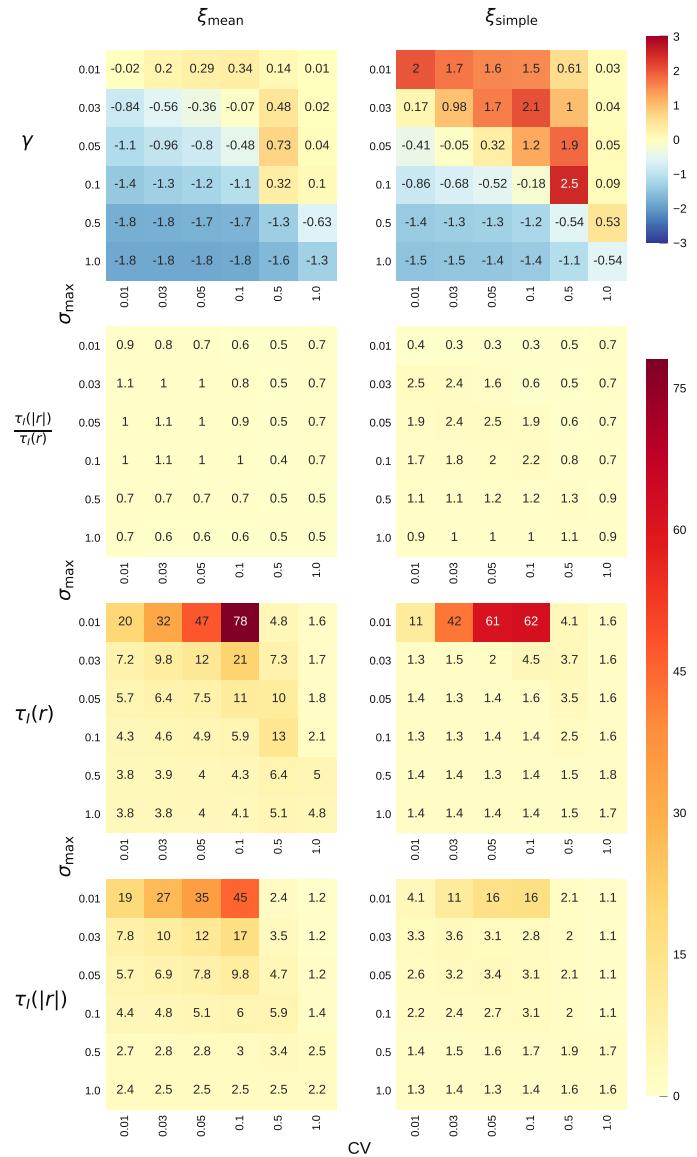


Abbildung A.18: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.3, M = 10$ und $\beta = +1$.

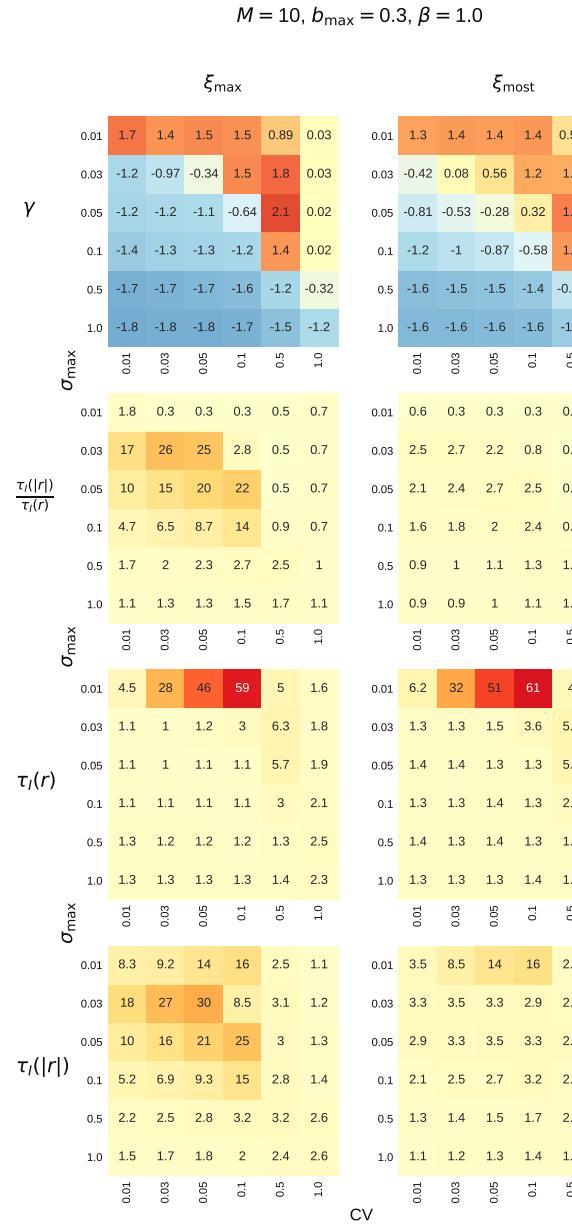


Abbildung A.19: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 10$ und $\beta = +1$.

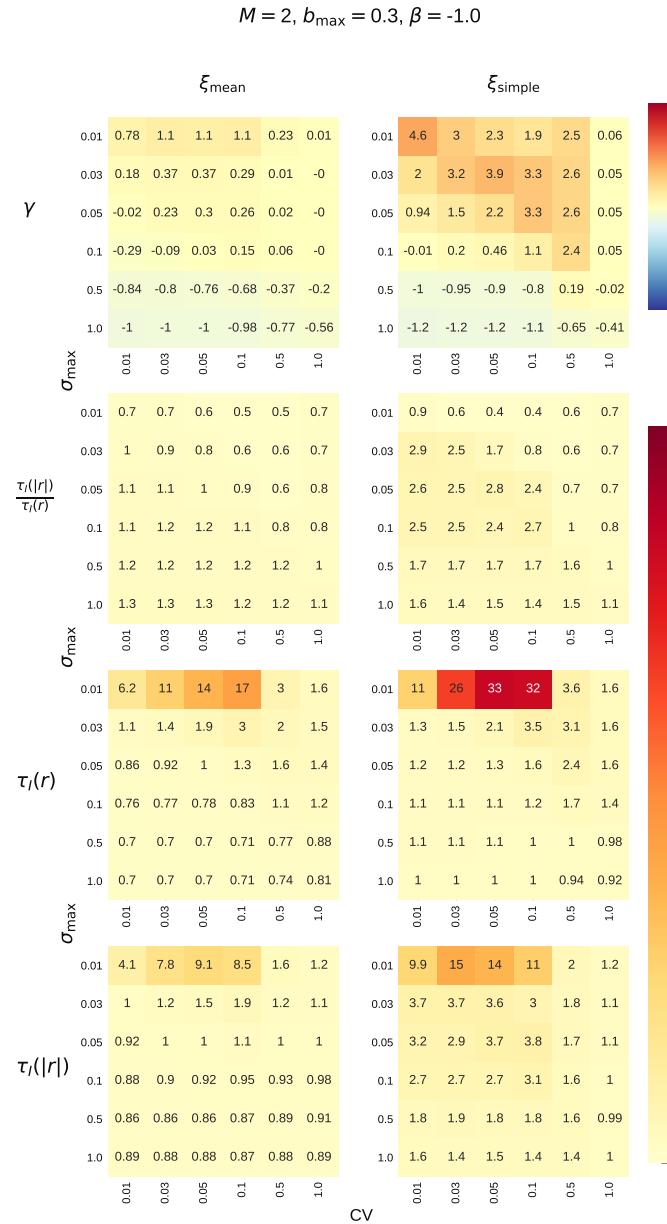


Abbildung A.20: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 2$ und $\beta = -1$.

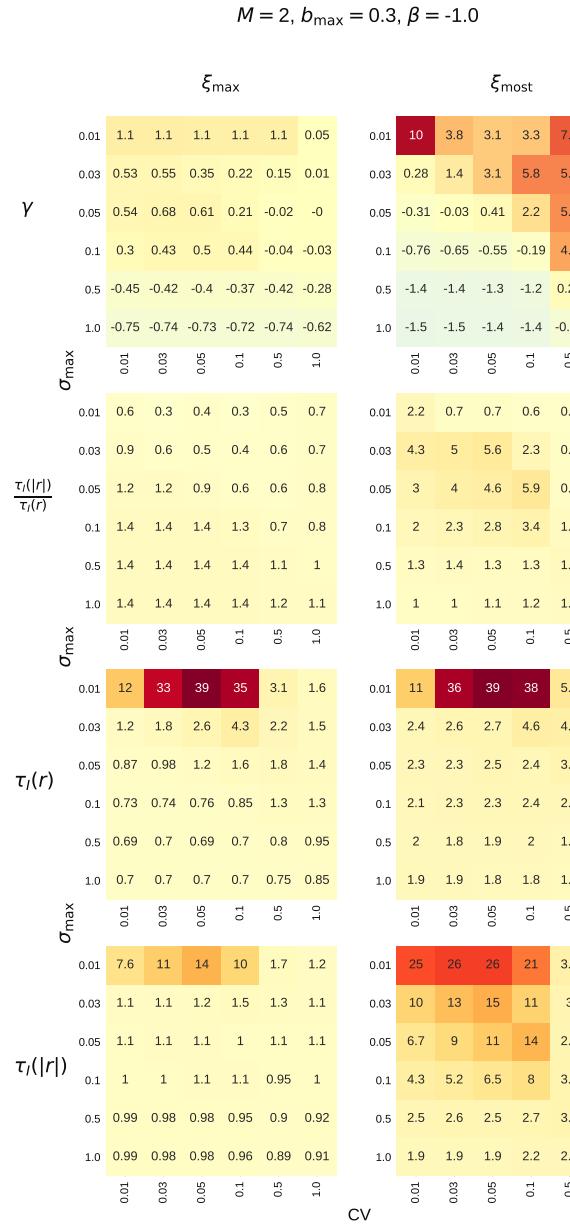


Abbildung A.21: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 2$ und $\beta = -1$.

$$M = 5, b_{\max} = 0.3, \beta = -1.0$$

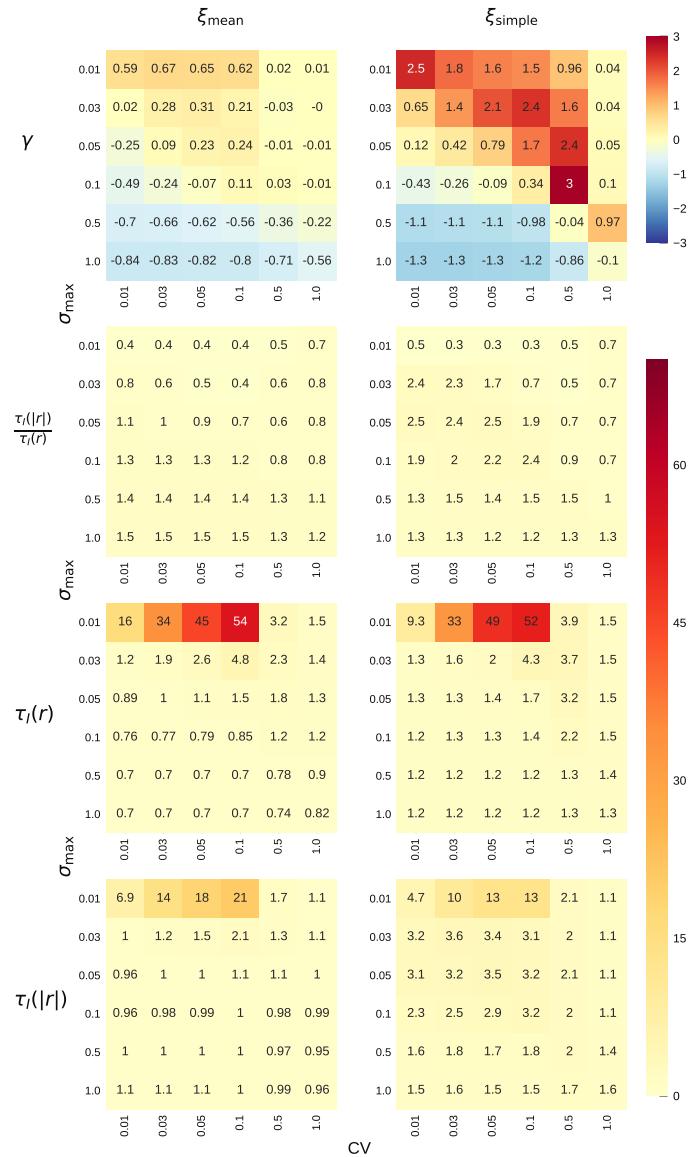


Abbildung A.22: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 5$ und $\beta = -1$.

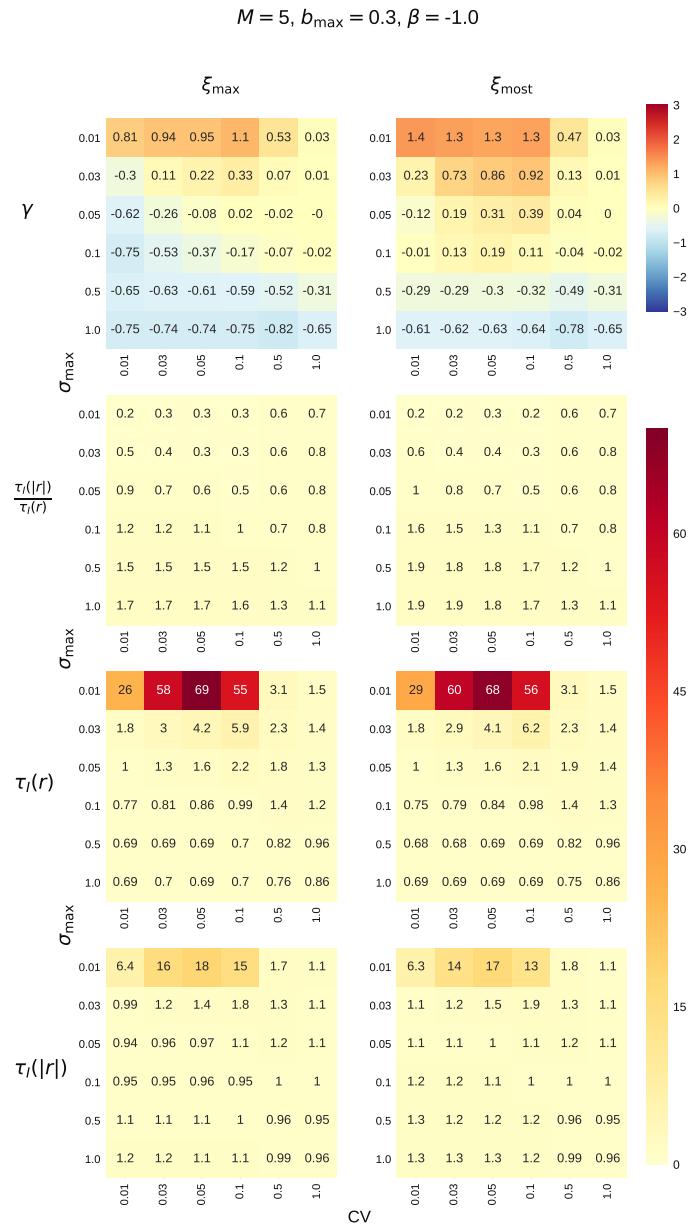


Abbildung A.23: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 5$ und $\beta = -1$.

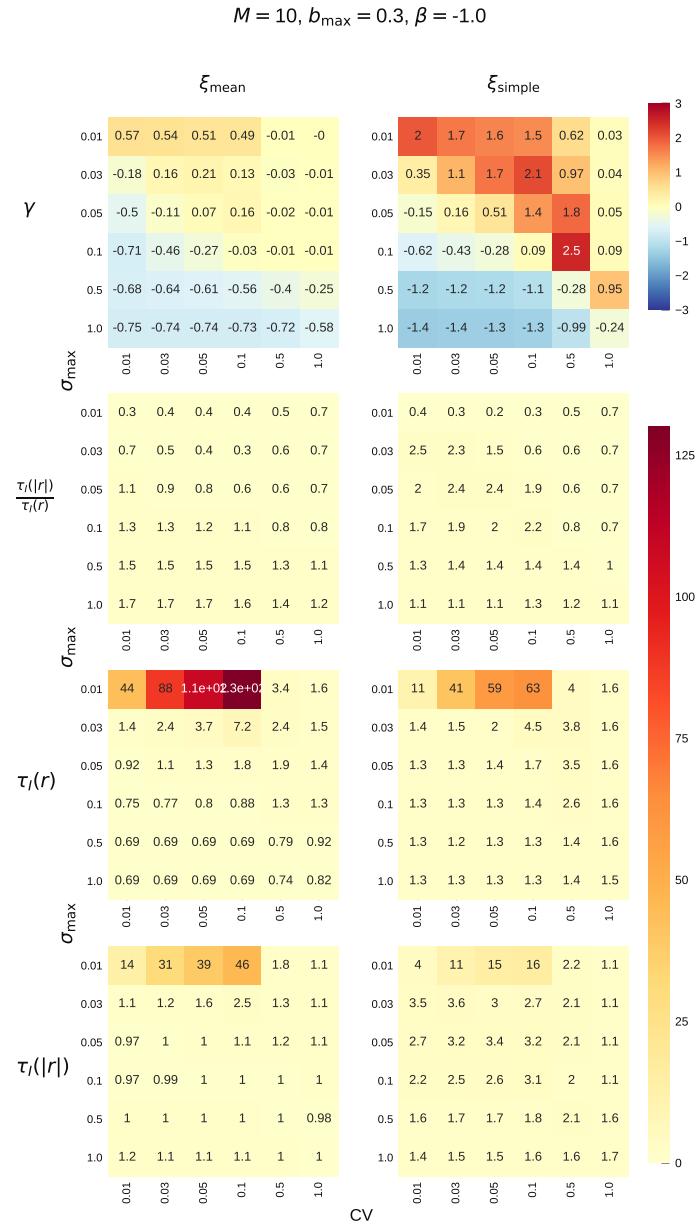


Abbildung A.24: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 10$ und $\beta = -1$.

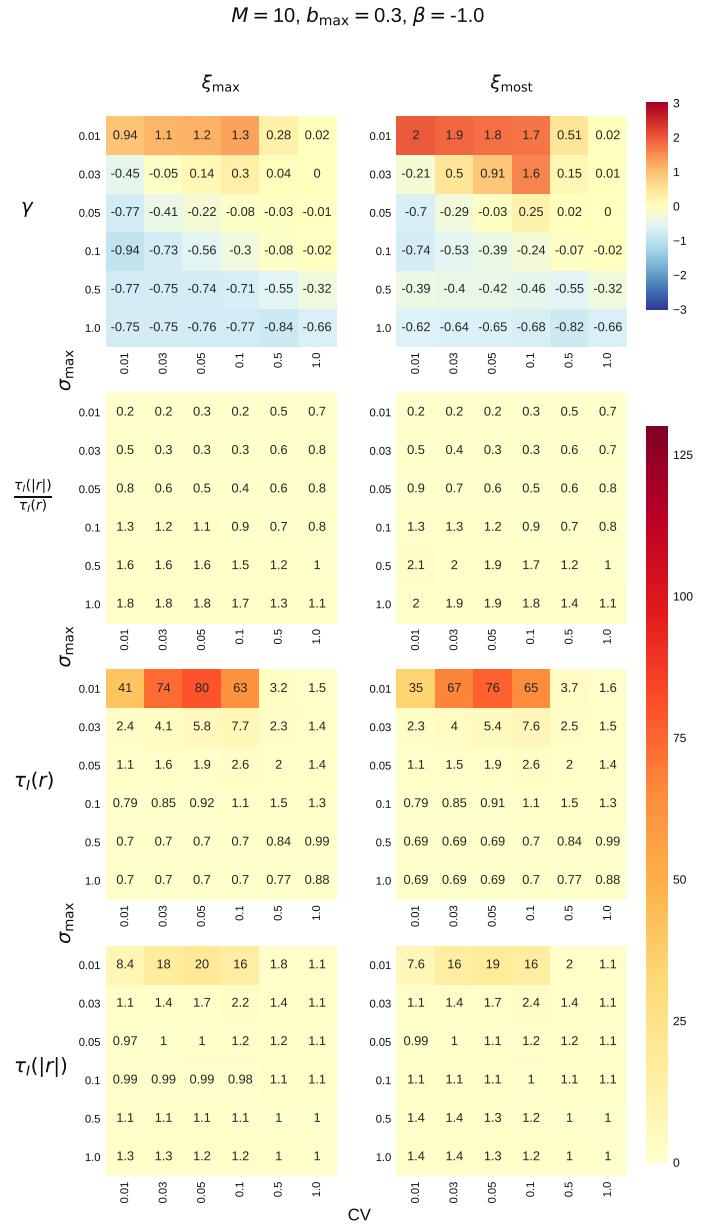


Abbildung A.25: Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 10$ und $\beta = -1$.

Anhang B

Weitere Parameterwahl

Im Folgenden werden die Kenngrößen des Modells in Abhängigkeit der einzelnen Parameter tabellarisch aufgeführt. Dabei wird stets nur ein Parameter variiert, während die restlichen Parameter unverändert bleiben und Werte gemäß den Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ einnehmen (siehe 4.1).

α_M	$V(\xi_{\max})$		$V(\xi_{\text{most}})$	
	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$
0.0	1.48 ± 0.04	6.2 ± 0.3	0.74 ± 0.01	2.24 ± 0.05
0.1	1.48 ± 0.05	6.5 ± 0.2	0.74 ± 0.02	2.14 ± 0.07
0.2	1.44 ± 0.05	6.0 ± 0.2	0.73 ± 0.01	1.96 ± 0.09
0.3	1.56 ± 0.03	5.2 ± 0.2	0.71 ± 0.01	1.66 ± 0.06
0.4	2.6 ± 0.1	4.0 ± 0.2	0.71 ± 0.01	1.19 ± 0.03
0.5	5.7 ± 0.3	4.0 ± 0.2	0.73 ± 0.01	1.00 ± 0.02
0.75	24.2 ± 0.9	10.7 ± 0.4	0.78 ± 0.01	0.92 ± 0.02
1.0	314 ± 26	313 ± 26	0.94 ± 0.02	1.00 ± 0.02

Tabelle B.1: Integrierte Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$ für die Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ für verschiedene Gedächtnisfaktoren α_M . Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 10^5$ Zeitschritten und $M = 5$ Vermögenswerten, unter Verwendung unabhängiger Nachrichten. Sie ergeben sich durch den Mittelwert der Autokorrelationszeiten der einzelnen Zeitreihen. Die Erhöhung von α_M bewirkt bei ξ_{\max} einen Anstieg der Autokorrelationszeiten, welcher für $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ stärker ausgeprägt ist als für $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$. Im Gegensatz dazu ändern sich die Autokorrelationszeiten für ξ_{most} kaum.

α_M	$V(\xi_{\max})$	$V(\xi_{\text{most}})$
	γ	γ
0.0	1.71 ± 0.03	4.41 ± 0.03
0.1	1.82 ± 0.03	5.05 ± 0.04
0.2	2.00 ± 0.05	5.46 ± 0.04
0.3	2.26 ± 0.04	5.0 ± 0.1
0.4	2.55 ± 0.05	2.46 ± 0.06
0.5	2.07 ± 0.03	0.59 ± 0.03
0.75	2.01 ± 0.04	-0.49 ± 0.01
1.0	480 ± 90	-0.70 ± 0.01

Tabelle B.2: Der Exzess γ für die Ertragsverteilungen der Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ bei verschiedenen Gedächtnisfaktoren α_M . Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 10^5$ Zeitschritten und $M = 5$ Vermögenswerten, unter Verwendung unabhängiger Nachrichten. Sie ergeben sich durch den Mittelwert der einzelnen Zeitreihen. Der Exzess von $V(\xi_{\max})$ bleibt relativ konstant, und nimmt nur bei $\alpha_M = 1.0$ einen sehr hohen Wert an, was an dem ferromagnetischen Verhalten des Systems bei diesem Wert liegt. $V(\xi_{\text{most}})$ weist nur bis $\alpha_M = 0.3$ einen hohen Exzess auf. Bei höheren Werten nimmt γ stark ab und wird negativ.

α_M	$V(\xi_{\max})$			$V(\xi_{\text{most}})$		
	α_{\pm}	u_{\min}	u_{\max}	α_{\pm}	u_{\min}	u_{\max}
0.0	3.3 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.7 ± 0.1	2.0 ± 0.1	1.5 ± 0.1	3.1 ± 0.1
0.1	3.2 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	2.0 ± 0.1	1.4 ± 0.1	3.1 ± 0.1
0.2	3.1 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	2.2 ± 0.1	1.4 ± 0.1	3.0 ± 0.1
0.3	3.0 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	2.8 ± 0.1	1.5 ± 0.1	2.6 ± 0.1
0.4	3.0 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	3.9 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.4 ± 0.1
0.5	3.2 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.7 ± 0.1	4.6 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.3 ± 0.1
0.75	3.2 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.7 ± 0.1	5.5 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.2 ± 0.1
1.0	—	—	—	6.3 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.1 ± 0.1

Tabelle B.3: Der Exponent α_M für die Potenzgesetze der extremen Erträge für die beiden Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ in Abhängigkeit des Gedächtnisfaktors α_M . Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 10^5$ Zeitschritten und $M = 5$ Vermögenswerten, unter Verwendung unabhängiger Nachrichten. Sie ergeben sich durch den Mittelwert der einzelnen Zeitreihen. Für ξ_{\max} ändert sich die Verteilung der extremen Erträge kaum, bis das Modell für $\alpha_M = 1.0$ einfriert und die Erträge weitgehend konstant sind. Bei ξ_{most} nimmt der Exponent mit steigendem α_M zu, Extremwerte werden also unwahrscheinlicher, dies stimmt mit der Verringerung des Exzesses überein.

$ \beta $	$V(\xi_{\max})$		$V(\xi_{\text{most}})$	
	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$
0.1	89 ± 5	26 ± 2	5.8 ± 0.2	2.12 ± 0.09
0.5	2.5 ± 0.1	4.0 ± 0.2	0.81 ± 0.02	1.26 ± 0.05
1.0	1.51 ± 0.05	5.6 ± 0.2	0.74 ± 0.02	1.72 ± 0.08
2.0	1.39 ± 0.05	6.0 ± 0.2	0.72 ± 0.01	2.2 ± 0.1
5.0	1.38 ± 0.04	6.3 ± 0.3	0.74 ± 0.02	2.2 ± 0.1
10.0	1.43 ± 0.05	5.9 ± 0.4	0.72 ± 0.02	2.4 ± 0.1

Tabelle B.4: Integrierte Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$ für die Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ in Abhängigkeit von β mit maximalem Zeitabstand $\tau = 500$. Für $V(\xi_{\max})$ wurden positive Werte von β benutzt, während sie für $V(\xi_{\text{most}})$ negativ waren. Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 5 \cdot 10^4$ Zeitschritten und $M = 5$ Vermögenswerten, unter Verwendung unabhängiger Nachrichten. Sie ergeben sich durch den Mittelwert der Autokorrelationszeiten der einzelnen Zeitreihen. Eine Verringerung von β führt in beiden Fällen dazu, dass $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ zunimmt. Bei einer Erhöhung von β weisen beide Entscheidungsfunktionen nur geringe Änderungen in den Autokorrelationszeiten auf.

$ \beta $	$V(\xi_{\max})$	$V(\xi_{\text{most}})$
	γ	γ
0.1	0.42 ± 0.02	-0.395 ± 0.006
0.5	2.39 ± 0.04	0.94 ± 0.04
1.0	1.96 ± 0.04	5.41 ± 0.09
2.0	1.93 ± 0.02	9.52 ± 0.08
5.0	2.16 ± 0.03	16.61 ± 0.09
10.0	2.07 ± 0.03	23.2 ± 0.2

Tabelle B.5: Der Exzess γ für die Ertragsverteilungen der Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ in Abhängigkeit des Rationalitätsparameters β . Für $V(\xi_{\max})$ wurden positive Werte von β benutzt, während sie für $V(\xi_{\text{most}})$ negativ waren. Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 5 \cdot 10^4$ Zeitschritten und $M = 5$ Vermögenswerten, unter Verwendung unabhängiger Nachrichten. Sie ergeben sich durch den Mittelwert der einzelnen Zeitreihen. Geringe Werte von β führen zu einem sehr kleinen (teils negativen) Exzess. Während eine Erhöhung von β bei der Konfiguration $V(\xi_{\max})$ nur einen geringen Einfluss auf den Exzess hat, steigt dieser deutlich bei $V(\xi_{\text{most}})$ an.

$ \beta $	$V(\xi_{\max})$			$V(\xi_{\text{most}})$		
	α_{\pm}	u_{\min}	u_{\max}	α_{\pm}	u_{\min}	u_{\max}
0.1	3.9 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.4 ± 0.1	5.5 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.2 ± 0.1
0.5	3.0 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	4.4 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.3 ± 0.1
1.0	3.1 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	2.3 ± 0.1	1.4 ± 0.1	3.0 ± 0.1
2.0	3.1 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	1.6 ± 0.1	1.3 ± 0.1	3.4 ± 0.1
5.0	3.1 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	1.4 ± 0.1	1.2 ± 0.1	3.6 ± 0.1
10.0	3.1 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	1.2 ± 0.1	1.0 ± 0.1	3.7 ± 0.1

Tabelle B.6: Der Exponent α_{\pm} des Potenzgesetzes der extremen Erträge für die Parameterkonfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ in Abhängigkeit des Faktors β . Für $V(\xi_{\max})$ wurden positive Werte von β benutzt, während sie für $V(\xi_{\text{most}})$ negativ waren. Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 5 \cdot 10^4$ Zeitschritten und $M = 5$ Vermögenswerten, unter Verwendung unabhängiger Nachrichten. Sie ergeben sich durch den Mittelwert der einzelnen Zeitreihen. Die Entscheidungsfunktion ξ_{\max} erweist sich als relativ robust gegenüber einer Änderung von β , während eine Verringerung des Rationalitätsparameters bei ξ_{most} zu einem deutlichen Anstieg des Exponenten führt.

N	$V(\xi_{\max})$		$V(\xi_{\text{most}})$	
	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$
10	1.33 ± 0.04	3.5 ± 0.1	0.87 ± 0.03	2.14 ± 0.07
25	1.36 ± 0.06	5.4 ± 0.3	0.76 ± 0.01	1.95 ± 0.07
50	1.51 ± 0.05	5.6 ± 0.2	0.74 ± 0.02	1.72 ± 0.08
75	1.49 ± 0.04	5.4 ± 0.3	0.74 ± 0.02	1.89 ± 0.06
100	1.47 ± 0.05	6.0 ± 0.4	0.72 ± 0.02	1.87 ± 0.07
300	1.63 ± 0.06	6.0 ± 0.3	0.73 ± 0.02	2.12 ± 0.08

Tabelle B.7: Integrierte Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$ für die Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ für verschiedene Systemgrößen N . Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 5 \cdot 10^4$ Zeitschritten und $M = 5$ Vermögenswerten, unter Verwendung unabhängiger Nachrichten. Sie ergeben sich durch den Mittelwert der Autokorrelationszeiten der einzelnen Zeitreihen. Es ist zu sehen, dass $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$ von $V(\xi_{\max})$ bei sehr kleinen Systemgrößen geringer wird und $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ von $V(\xi_{\text{most}})$ für kleine Systeme leicht zunimmt.

N	$V(\xi_{\max})$	$V(\xi_{\text{most}})$
	γ	γ
10	0.39 ± 0.02	3.79 ± 0.09
25	1.82 ± 0.04	5.40 ± 0.09
50	1.96 ± 0.05	5.4 ± 0.1
75	1.95 ± 0.04	5.54 ± 0.08
100	2.00 ± 0.06	5.45 ± 0.08
300	1.91 ± 0.03	5.48 ± 0.09

Tabelle B.8: Der Exzess γ für die Ertragsverteilungen der Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ unter verschiedenen Systemgrößen N . Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 5 \cdot 10^4$ Zeitschritten und $M = 5$ Vermögenswerten, unter Verwendung unabhängiger Nachrichten. Sie ergeben sich durch den Mittelwert der einzelnen Zeitreihen. Für sehr kleine Systeme ($N = 10$) ist der Exzess deutlich geringer. Bei größeren Systemen bleibt er sehr stabil.

N	$V(\xi_{\max})$			$V(\xi_{\text{most}})$		
	α_{\pm}	u_{\min}	u_{\max}	α_{\pm}	u_{\min}	u_{\max}
10	4.2 ± 0.1	1.9 ± 0.1	2.4 ± 0.1	2.3 ± 0.1	1.6 ± 0.1	3.2 ± 0.1
25	3.1 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	2.2 ± 0.1	1.4 ± 0.1	3.0 ± 0.1
50	3.1 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	2.3 ± 0.1	1.4 ± 0.1	3.0 ± 0.1
75	3.2 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	2.2 ± 0.1	1.4 ± 0.1	3.0 ± 0.1
100	3.1 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	2.3 ± 0.1	1.4 ± 0.1	3.0 ± 0.1
300	3.2 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.7 ± 0.1	2.2 ± 0.1	1.4 ± 0.1	3.0 ± 0.1

Tabelle B.9: Der Exponent α_{\pm} des Potenzgesetzes der extremen Erträge für die Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ bei verschiedenen Systemgrößen N . Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 5 \cdot 10^4$ Zeitschritten und $M = 5$ Vermögenswerten, unter Verwendung unabhängiger Nachrichten. Sie ergeben sich durch den Mittelwert der einzelnen Zeitreihen. Die Konfiguration $V(\xi_{\max})$ weist für $N = 10$ einen erhöhten Exponenten auf. Ansonsten sind die Exponenten beider Konfigurationen sehr stabil.

M	$V(\xi_{\max})$		$V(\xi_{\text{most}})$	
	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$
1	1.36 ± 0.09	3.7 ± 0.2	0.68 ± 0.03	1.90 ± 0.09
3	1.51 ± 0.06	5.3 ± 0.4	0.75 ± 0.02	2.44 ± 0.09
5	1.45 ± 0.05	6.0 ± 0.3	0.72 ± 0.01	1.9 ± 0.2
7	1.49 ± 0.05	5.8 ± 0.2	0.71 ± 0.01	1.66 ± 0.04
9	1.40 ± 0.04	6.0 ± 0.3	0.70 ± 0.01	1.50 ± 0.05
15	1.38 ± 0.03	6.7 ± 0.2	0.72 ± 0.01	1.10 ± 0.02
25	1.38 ± 0.02	7.4 ± 0.2	0.72 ± 0.01	1.03 ± 0.02
49	1.39 ± 0.02	8.6 ± 0.2	0.71 ± 0.01	1.05 ± 0.01
75	1.38 ± 0.02	9.5 ± 0.2	0.71 ± 0.01	1.05 ± 0.01
100	1.33 ± 0.02	12.0 ± 0.2	0.71 ± 0.01	1.07 ± 0.01
200	1.14 ± 0.01	218.0 ± 5	0.71 ± 0.01	1.06 ± 0.01

Tabelle B.10: Integrierte Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$ für die Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ unter verschiedene Marktgrößen M bis zu einem maximalen Zeitabstand von $\delta t = 500$ Zeitschritten. Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 5 \cdot 10^4$ Zeitschritten, unter Verwendung unabhängiger Nachrichten. Sie ergeben sich durch den Mittelwert der Autokorrelationszeiten der einzelnen Zeitreihen. $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ von $V(\xi_{\max})$ bleibt sehr stabil, während $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$ mit der Produktanzahl deutlich zunimmt. Sowohl die Korrelationszeiten der absoluten, als auch der vorzeichenbehafteten Erträge, erweisen sich unter ξ_{most} als stabil gegenüber Änderungen von M .

M	$V(\xi_{\max})$	$V(\xi_{\text{most}})$
	γ	γ
1	1.78 ± 0.08	2.08 ± 0.08
3	2.00 ± 0.06	4.55 ± 0.06
5	2.03 ± 0.06	5.44 ± 0.07
7	1.93 ± 0.03	4.92 ± 0.07
9	1.91 ± 0.04	3.9 ± 0.1
15	1.89 ± 0.03	0.65 ± 0.05
25	1.81 ± 0.02	-0.25 ± 0.01
49	1.71 ± 0.02	-0.33 ± 0.01
75	1.65 ± 0.02	-0.36 ± 0.01
100	1.77 ± 0.02	-0.37 ± 0.01
200	1.03 ± 0.04	-0.39 ± 0.01

Tabelle B.11: Der Exzess γ für die Ertragsverteilungen der Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ unter verschiedenen Marktgrößen M . Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 5 \cdot 10^4$ Zeitschritten, unter Verwendung unabhängiger Nachrichten. Sie ergeben sich durch den Mittelwert der einzelnen Zeitreihen. Der Exzess ist für $V(\xi_{\max})$ sehr stabil, nimmt jedoch für $V(\xi_{\text{most}})$ mit einer steigenden Anzahl an Vermögenswerten M ab und wird negativ.

M	$V(\xi_{\max})$			$V(\xi_{\text{most}})$		
	α_{\pm}	u_{\min}	u_{\max}	α_{\pm}	u_{\min}	u_{\max}
1	3.3 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.9 ± 0.1
3	3.1 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	2.0 ± 0.1	1.5 ± 0.1	3.2 ± 0.1
5	3.3 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	2.2 ± 0.1	1.4 ± 0.1	3.0 ± 0.1
7	3.1 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	3.1 ± 0.1	1.5 ± 0.1	2.5 ± 0.1
9	3.1 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	3.8 ± 0.1	1.5 ± 0.1	2.3 ± 0.1
15	3.2 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.8 ± 0.1	4.7 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.3 ± 0.1
25	3.2 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.7 ± 0.1	5.0 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.2 ± 0.1
49	3.2 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.7 ± 0.1	5.1 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.2 ± 0.1
75	3.3 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.7 ± 0.1	5.2 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.2 ± 0.1
100	3.2 ± 0.1	1.7 ± 0.1	2.7 ± 0.1	5.2 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.2 ± 0.1
200	15 ± 1	1.9 ± 0.1	2.4 ± 0.1	5.3 ± 0.1	1.6 ± 0.1	2.2 ± 0.1

Tabelle B.12: Der Exponent α_{\pm} des Potenzgesetzes der extremen Erträge für die Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ bei verschiedenen Marktgrößen M . Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 5 \cdot 10^4$ Zeitschritten, unter Verwendung unabhängiger Nachrichten. Sie ergeben sich durch den Mittelwert der einzelnen Zeitreihen. Der Exponent ist für $V(\xi_{\max})$ sehr stabil, bis auf den Wert für $M = 200$, bei welchem er stark steigt. Bei der Konfiguration $V(\xi_{\text{most}})$ nimmt der Exponent mit wachsender Anzahl an Vermögenswerten zu.

Anhang C

Änderung der Nachrichtengewichtung

Durch eine Änderung der Nachrichtengewichtung ändern sich auch die Kenngrößen des Modells. Dies wird im Folgenden tabellarisch betrachtet. Abschnitt 4.2.3 bezieht sich auf diese Ergebnisse.

$\sigma^2(G_G)$	$\sigma^2(G_S)$	$\sigma^2(G_I)$	$V(\xi_{\max})$		$V(\xi_{\text{most}})$	
			$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$	$\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$
0.0	0.0	1.0	1.35 ± 0.02	14.7 ± 0.4	0.71 ± 0.01	1.05 ± 0.01
0.1	0.0	0.9	1.38 ± 0.02	14.4 ± 0.3	0.72 ± 0.01	1.05 ± 0.01
0.2	0.0	0.8	1.34 ± 0.02	23 ± 2	0.72 ± 0.01	1.04 ± 0.01
0.3	0.0	0.7	1.36 ± 0.02	8.8 ± 0.2	0.73 ± 0.01	1.35 ± 0.02
0.4	0.0	0.6	1.43 ± 0.02	8.2 ± 0.2	0.72 ± 0.01	1.35 ± 0.02
0.5	0.0	0.5	1.45 ± 0.02	7.3 ± 0.1	0.76 ± 0.01	1.70 ± 0.02
0.6	0.0	0.4	1.52 ± 0.02	7.1 ± 0.1	0.76 ± 0.01	1.80 ± 0.02
0.7	0.0	0.3	1.52 ± 0.02	6.50 ± 0.08	0.80 ± 0.01	2.14 ± 0.03
0.8	0.0	0.2	1.50 ± 0.02	5.75 ± 0.07	0.79 ± 0.01	2.09 ± 0.03
0.9	0.0	0.1	1.53 ± 0.02	5.26 ± 0.07	0.77 ± 0.01	2.19 ± 0.02
0.0	0.1	0.9	1.32 ± 0.02	14.9 ± 0.5	0.72 ± 0.01	1.05 ± 0.01
0.0	0.2	0.8	1.33 ± 0.02	12.1 ± 0.3	0.72 ± 0.01	1.05 ± 0.01
0.0	0.3	0.7	1.40 ± 0.02	13.2 ± 0.4	0.72 ± 0.01	1.05 ± 0.01
0.0	0.4	0.6	1.31 ± 0.02	16.8 ± 0.4	0.72 ± 0.01	1.05 ± 0.01
0.0	0.5	0.5	1.31 ± 0.02	12.8 ± 0.4	0.72 ± 0.01	1.04 ± 0.01
0.0	0.6	0.4	1.38 ± 0.02	10.9 ± 0.3	0.72 ± 0.01	1.04 ± 0.01
0.0	0.7	0.3	1.34 ± 0.02	19.2 ± 0.7	0.72 ± 0.01	1.03 ± 0.01
0.0	0.8	0.2	1.38 ± 0.02	8.4 ± 0.2	0.72 ± 0.01	1.03 ± 0.01
0.0	0.9	0.1	1.34 ± 0.02	9.6 ± 0.2	0.72 ± 0.01	1.04 ± 0.01
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1.51 ± 0.02	6.6 ± 0.1	0.73 ± 0.01	2.17 ± 0.03
$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	1.42 ± 0.02	7.6 ± 0.1	0.72 ± 0.01	1.07 ± 0.01
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	1.34 ± 0.02	9.2 ± 0.2	0.72 ± 0.01	1.04 ± 0.01
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1.33 ± 0.02	8.8 ± 0.2	0.72 ± 0.01	1.24 ± 0.01
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	1.41 ± 0.02	8.7 ± 0.3	0.74 ± 0.01	1.60 ± 0.02
$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	1.43 ± 0.02	7.9 ± 0.1	0.73 ± 0.01	1.40 ± 0.02
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	1.36 ± 0.02	9.0 ± 0.2	0.72 ± 0.01	1.05 ± 0.01
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1.44 ± 0.02	7.5 ± 0.2	0.75 ± 0.01	1.67 ± 0.02
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1.38 ± 0.02	7.6 ± 0.1	0.72 ± 0.01	1.09 ± 0.01
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1.32 ± 0.02	10.2 ± 0.2	0.72 ± 0.01	1.05 ± 0.01

Tabelle C.1: Integrierte Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$ mit maximalen Zeitabstand von 500 Zeitschritten für ξ_{\max} und ξ_{most} bei unterschiedlicher Gewichtung der Nachrichtenkanäle. Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 4 \cdot 10^4$ Zeitschritten mit $M = 100$ und $S = 10$. Sie ergeben sich durch den Mittelwert der Autokorrelationszeiten der einzelnen Zeitreihen. Bei ξ_{\max} führt eine hohe Gewichtung von σ_{G_I} zu einer hohen Autokorrelationszeit $\tau_{\mathcal{A}}(|r_n|)$, während dies bei ξ_{most} für eine hohe Gewichtung von σ_{G_G} der Fall ist.

$\sigma^2(G_G)$	$\sigma^2(G_S)$	$\sigma^2(G_I)$	$V(\xi_{\max})$	$V(\xi_{\text{most}})$
			γ	γ
0.0	0.0	1.0	1.85 ± 0.02	-0.36 ± 0.01
0.1	0.0	0.9	1.86 ± 0.02	-0.34 ± 0.01
0.2	0.0	0.8	2.07 ± 0.03	-0.25 ± 0.01
0.3	0.0	0.7	1.76 ± 0.01	0.41 ± 0.02
0.4	0.0	0.6	1.84 ± 0.01	2.56 ± 0.03
0.5	0.0	0.5	1.89 ± 0.01	4.38 ± 0.03
0.6	0.0	0.4	1.97 ± 0.02	4.96 ± 0.02
0.7	0.0	0.3	2.02 ± 0.01	4.67 ± 0.02
0.8	0.0	0.2	2.01 ± 0.01	3.96 ± 0.01
0.9	0.0	0.1	2.15 ± 0.01	3.15 ± 0.01
0.0	0.1	0.9	1.86 ± 0.02	-0.36 ± 0.01
0.0	0.2	0.8	1.78 ± 0.02	-0.36 ± 0.01
0.0	0.3	0.7	1.84 ± 0.02	-0.34 ± 0.01
0.0	0.4	0.6	1.98 ± 0.02	-0.33 ± 0.01
0.0	0.5	0.5	1.84 ± 0.02	-0.31 ± 0.01
0.0	0.6	0.4	1.83 ± 0.02	-0.28 ± 0.01
0.0	0.7	0.3	2.10 ± 0.03	-0.25 ± 0.01
0.0	0.8	0.2	1.81 ± 0.02	-0.11 ± 0.01
0.0	0.9	0.1	1.89 ± 0.02	0.20 ± 0.02
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	2.02 ± 0.01	4.67 ± 0.02
$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	1.83 ± 0.01	0.41 ± 0.02
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	1.76 ± 0.02	-0.24 ± 0.01
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1.93 ± 0.02	1.76 ± 0.02
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	1.98 ± 0.02	3.52 ± 0.03
$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	1.84 ± 0.02	2.95 ± 0.03
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	1.78 ± 0.02	0.05 ± 0.01
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1.94 ± 0.02	4.85 ± 0.03
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1.78 ± 0.01	0.84 ± 0.02
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1.85 ± 0.02	0.22 ± 0.01

Tabelle C.2: Der Exzess γ der Ertragsverteilungen für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $M = 100$ und $S = 10$ bei verschiedenen Gewichtungen der drei Nachrichtenkanäle. Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 4 \cdot 10^4$ Zeitschritten und ergeben sich durch den Mittelwert der einzelnen Zeitreihen. Während der Exzess für ξ_{\max} nahe 2 liegt, ist bei $V(\xi_{\text{most}})$ zu erkennen, dass eine hohe Gewichtung von σ_{G_G} nötig ist, um einen hohen positiven Exzess zu erhalten.

$\sigma^2(G_G)$	$\sigma^2(G_S)$	$\sigma^2(G_I)$	α_{\pm}	u_{\min}	u_{\max}
0.0	0.0	1.0	5.18 ± 0.01	1.63 ± 0.01	2.21 ± 0.01
0.1	0.0	0.9	5.14 ± 0.01	1.63 ± 0.01	2.22 ± 0.01
0.2	0.0	0.8	5.02 ± 0.01	1.63 ± 0.01	2.23 ± 0.01
0.3	0.0	0.7	4.80 ± 0.01	1.62 ± 0.01	2.25 ± 0.01
0.4	0.0	0.6	4.28 ± 0.01	1.56 ± 0.01	2.27 ± 0.01
0.5	0.0	0.5	3.44 ± 0.01	1.50 ± 0.01	2.41 ± 0.01
0.6	0.0	0.4	2.47 ± 0.01	1.45 ± 0.01	2.85 ± 0.01
0.7	0.0	0.3	2.08 ± 0.01	1.45 ± 0.01	3.07 ± 0.01
0.8	0.0	0.2	2.10 ± 0.01	1.50 ± 0.01	3.10 ± 0.01
0.9	0.0	0.1	2.33 ± 0.01	1.57 ± 0.01	3.02 ± 0.01
0.0	0.1	0.9	5.17 ± 0.01	1.63 ± 0.01	2.21 ± 0.01
0.0	0.2	0.8	5.15 ± 0.01	1.63 ± 0.01	2.21 ± 0.01
0.0	0.3	0.7	5.12 ± 0.01	1.63 ± 0.01	2.22 ± 0.01
0.0	0.4	0.6	5.10 ± 0.01	1.63 ± 0.01	2.22 ± 0.01
0.0	0.5	0.5	5.07 ± 0.01	1.64 ± 0.01	2.23 ± 0.01
0.0	0.6	0.4	5.01 ± 0.01	1.64 ± 0.01	2.24 ± 0.01
0.0	0.7	0.3	4.96 ± 0.01	1.64 ± 0.01	2.25 ± 0.01
0.0	0.8	0.2	4.87 ± 0.01	1.63 ± 0.01	2.25 ± 0.01
0.0	0.9	0.1	4.75 ± 0.01	1.63 ± 0.01	2.27 ± 0.01
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	2.11 ± 0.01	1.45 ± 0.01	3.06 ± 0.01
$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	4.73 ± 0.01	1.62 ± 0.01	2.26 ± 0.01
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	5.02 ± 0.01	1.63 ± 0.01	2.23 ± 0.01
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	4.43 ± 0.01	1.59 ± 0.01	2.27 ± 0.01
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	3.83 ± 0.01	1.53 ± 0.01	2.34 ± 0.01
$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	4.12 ± 0.01	1.55 ± 0.01	2.29 ± 0.01
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	4.87 ± 0.01	1.63 ± 0.01	2.25 ± 0.01
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	3.07 ± 0.01	1.47 ± 0.01	2.54 ± 0.01
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	4.65 ± 0.01	1.61 ± 0.01	2.26 ± 0.01
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	4.83 ± 0.01	1.63 ± 0.01	2.25 ± 0.01

Tabelle C.3: Der Exponent α_{\pm} des Potenzgesetzes der Ertragsverteilung für ξ_{most} mit $M = 100$ und $S = 10$ bei verschiedenen Gewichtungen der Nachrichtenkanäle. Die Werte basieren auf drei Simulationen mit $T = 4 \cdot 10^4$ Zeitschritten und ergeben sich durch den Mittelwert der einzelnen Zeitreihen. Um realistische Werte für den Exponenten zu erhalten, ist es nötig, dass der globale Nachrichtenkanal relativ stark gewichtet wird.

Herzlichen Dank,...

... Prof. Dr. Ingo Morgenstern, für die herzliche Aufnahme in Ihre Arbeitsgruppe und die Möglichkeit bei Ihnen zu promovieren.

... Prof. Dr. Elmar Lang dafür, dass Sie mir als Ansprechpartner zur Seite standen.

... an die Stiftung der Deutschen Wirtschaft, für die ideelle und finanzielle Förderung sowie an die Regionalgruppe für die gemeinsame Zeit.

... Jan Jurczyk dafür, dass Du mir über die Jahre mit Rat und Tat zur Seite standest und ein guter Freund geworden bist.

... Gerd Plechinger, Helena Zacharias und Sabine Kugler, für unsere wertvolle Freundschaft während des gesamten Studiums.

... Thorsten Rehberg und Martin Kurz, wir haben uns immer sehr über Eure Besuche gefreut.

... Klaus Nagl für die nette Zeit in der Arbeitsgruppe.

... Max Wiegland und Martin Opitsch, ohne Euch hätte ich so einige Tippfehler nie entdeckt.

... Friedericke Koch und Saskia Merle für die fröhlichen Kaffeerunden.

... ProVeg Regionalgruppe Regensburg für die schöne gemeinsame Zeit.

... meiner Familie dafür, dass ihr mich immer unterstützt habt.

... Sonja, dass Du immer für mich da bist.

Abbildungsverzeichnis

2.1	PDF der normierten Erträge von Bitcoin auf Basis einzelner Transaktionen.	20
2.2	CCDF der täglichen DAX Erträge.	21
2.3	CCDF der Bitcoin Erträge auf Basis einzelner Transaktionen.	22
2.4	Empirische PDF der täglichen bzw. monatlichen Erträge des S&P 500 Indexes.	24
2.5	Erträge der verschiedenen Vermögenswerte.	27
2.6	Autokorrelation der Erträge und der absoluten Erträge von verschiedenen Vermögenswerten.	28
2.7	Farbdarstellung der Kreuzkorrelationen der Erträge der in Tabelle 2.6 aufgeführten Aktien.	34
2.8	Eigenwertspektrum für die in Tabelle 2.6 aufgeführten Aktien mit chronologischen und gemischten Erträgen	35
2.9	Bestandteile der Eigenvektoren ν_0 bis ν_3 zu den vier größten Eigenwerten λ_0 bis λ_3	36
2.10	Skalierungsfunktion $\zeta(q)$ einer unifraktalen Zeitreihe und der BMW-Daten.	40
3.1	Momentaufnahmen der Spinwerte eines zweidimensionalen ferromagnetischen Ising-Modells in verschiedenen Temperaturbereichen.	45
3.2	Histogramme der Erträge des GSZ-Modells.	55
3.3	PDF der Erträge des GSZ-Modells für zwei Zeitskalen τ	58

3.4	Autokorrelation der Erträge r_n und der absoluten Erträge $ r_n $ des GSZ-Modells.	59
3.5	Skalierungsfunktion $\zeta(q)$ des GSZ-Modells.	61
3.6	Empirische PDF der normierten Erträge des GSZ-Modells mit den beiden verschiedenen Nachrichtendefinitionen.	64
3.7	CCDFs der Ertragsverteilungen des GSZ-Modells für beide Nachrichtendefinitionen.	66
3.8	Autokorrelation der (absoluten) Erträge des GSZ-Modells für beide Nachrichtendefinitionen.	67
3.9	CCDF der nicht-normierten Erträge in Abhängigkeit von der Systemgröße N.	68
3.10	Log-Preise des GSZ-Modells für verschiedene Werte des Liquiditätsparameters L	70
4.1	Exzess γ der Erträge, sowie die integrierten Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ unter verschiedenen Parametern und Entscheidungsfunktionen.	82
4.2	Kenngrößen für die Entscheidungsfunktionen ξ_{mean} und ξ_{simple}	85
4.3	Kenngrößen für die Entscheidungsfunktionen ξ_{max} und ξ_{most}	86
4.4	Kenngrößen für die Entscheidungsfunktionen ξ_{max} und ξ_{most} bei negativem β	88
4.5	Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der normalisierten Erträge für die beiden Entscheidungsfunktionen ξ_{max} und ξ_{most}	91
4.6	CCDF der nicht-normierten Erträge in Abhängigkeit von der Systemgröße N.	95
4.7	Autokorrelationszeiten für die vorzeichenbehafteten und absoluten Erträge in Abhängigkeit der Nachrichtengewichtung.	98
4.8	Exzess γ sowie Exponent α_{\pm} des Potenzgesetzes der extremen Erträge in Abhängigkeit der Nachrichtengewichtung.	99
4.9	Verteilung der Komponenten \mathcal{C}_{ij} der Korrelationsmatrix der Erträge bei steigender Varianz des globalen Nachrichtenkanals.	101

4.10 Eigenwertspektren für verschiedene Varianzen des globalen Nachrichtenkanals.	103
4.11 Die Komponenten des Eigenvektors ν_0 bei unterschiedlicher Gewichtung der globalen Nachrichten.	104
4.12 Eigenwertspektren für verschiedene Varianzen des Sektornachrichtenkanals.	106
4.13 Die Komponenten des Eigenvektors ν_0 bei steigender Varianz des Sektornachrichtenkanals.	107
4.14 Korrelationsmatrix \mathcal{C} bei unterschiedlicher Gewichtung des sektorbezogenen Nachrichtenkanals.	108
4.15 Skalierungsfunktion $\zeta(q)$, für ξ_{\max} und ξ_{most} und $M = 5$ mit rein individuellen Nachrichten.	110
A.1 Exzess γ der Erträge, sowie die integrierten Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(r)$ und deren Verhältnis bei verschiedenen Parametern φ_{\max} und CV	120
A.2 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 2$ und $\beta = +1$	121
A.3 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 2$ und $\beta = +1$	122
A.4 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 5$ und $\beta = +1$	123
A.5 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 5$ und $\beta = +1$	124
A.6 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 10$ und $\beta = +1$	125
A.7 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 10$ und $\beta = +1$	126
A.8 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 2$ und $\beta = -1$	127

A.9 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 2$ und $\beta = -1$	128
A.10 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 5$ und $\beta = -1$	129
A.11 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 5$ und $\beta = -1$	130
A.12 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 10$ und $\beta = -1$	131
A.13 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.1$, $M = 10$ und $\beta = -1$	132
A.14 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 2$ und $\beta = +1$	133
A.15 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 2$ und $\beta = +1$	134
A.16 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 5$ und $\beta = +1$	135
A.17 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 5$ und $\beta = +1$	136
A.18 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 10$ und $\beta = +1$	137
A.19 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 10$ und $\beta = +1$	138
A.20 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 2$ und $\beta = -1$	139
A.21 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 2$ und $\beta = -1$	140
A.22 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 5$ und $\beta = -1$	141
A.23 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 5$ und $\beta = -1$	142

- A.24 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für
 ξ_{mean} und ξ_{simple} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 10$ und $\beta = -1$ 143
- A.25 Kenngrößen in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter für
 ξ_{\max} und ξ_{most} mit $b_{\max} = 0.3$, $M = 10$ und $\beta = -1$ 144

Tabellenverzeichnis

2.1	Beschreibung der betrachteten Daten.	17
2.2	Exzess verschiedener Finanzzeitreihen.	19
2.3	Ergebnisse der Fits der CCDFs der verschiedenen Zeitreihen. .	22
2.4	Integrierte Autokorrelationszeit $\tau_{\mathcal{A}}$ der untersuchten Finanzzeitreihen.	26
2.5	Integrierte Autokorrelationszeit $\tau_{\mathcal{A}}$ der absoluten Erträge der untersuchten Finanzzeitreihen.	29
2.6	Unternehmen und Geschäftsfelder zur gezeigten Korrelationsmatrix.	33
2.7	Generalisierte Hurst-Exponenten $H(q)$ für verschiedene Vermögenswerte.	41
3.1	Der Exzess γ der Ertragsverteilungen auf unterschiedlichen Zeitskalen τ	59
3.2	Integrierte Autokorrelationszeit $\tau_{\mathcal{A}}$ der Erträge r_n und der absoluten Erträge $ r_n $ des GSZ-Modells.	60
3.3	Ergebnisse der Fits der CCDFs der Erträge des GSZ-Modells und Exzess γ der Erträge.	66
3.4	Exzess γ und integrierte Autokorrelationszeit der Erträge bei verschiedenen Werten des Liquiditätspараметers L	71
4.1	Parameterkonfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$, welche für die weiteren Untersuchungen verwendet werden.	89

4.2	Die Kennzahlen der Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$	90
4.3	Exzess γ der Ertragsverteilungen auf unterschiedlichen Zeitskalen τ für $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$	92
4.4	Generalisierte Hurst-Exponenten $H(q)$ für beide Entscheidungsfunktionen.	111
B.1	Integrierte Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ für die Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ für verschiedene Gedächtnisfaktoren α_M	146
B.2	Exzess γ für die Ertragsverteilungen der Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ bei verschiedenen Gedächtnisfaktoren α_M	147
B.3	Der Exponent α_M für die Potenzgesetze der extremen Erträge für die beiden Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ in Abhängigkeit des Gedächtnisfaktors α_M	148
B.4	Integrierte Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ für die Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ in Abhängigkeit von β	149
B.5	Exzess γ für die Ertragsverteilungen der Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ in Abhängigkeit des Rationalitätsparameters β	150
B.6	Der Exponent α_{\pm} des Potenzgesetzes der extremen Erträge für die Parameterkonfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ in Abhängigkeit des Faktors β	151
B.7	Integrierte Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ für die Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ für verschiedene Systemgrößen N	152
B.8	Exzess γ für die Ertragsverteilungen der Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ unter verschiedenen Systemgrößen N	153
B.9	Exponent α_{\pm} des Potenzgesetzes der extremen Erträge für die Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ bei verschiedenen Systemgrößen N	154

B.10 Integrierte Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ für die Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ unter verschiedene Marktgrößen M	155
B.11 Der Exzess γ für die Ertragsverteilungen der Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ unter verschiedenen Marktgrößen M	156
B.12 Exponent α_{\pm} des Potenzgesetzes der extremen Erträge für die Konfigurationen $V(\xi_{\max})$ und $V(\xi_{\text{most}})$ bei verschiedenen Marktgrößen M	157
C.1 Integrierte Autokorrelationszeiten $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ und $\tau_{\mathcal{A}}(r_n)$ für ξ_{\max} und ξ_{most} bei unterschiedlicher Gewichtung der Nachrichtenkanäle.	160
C.2 Exzess γ der Ertragsverteilungen für ξ_{\max} und ξ_{most} mit $M = 100$ und $S = 10$ bei verschiedenen Gewichtungen der drei Nachrichtenkanäle.	161
C.3 Exponent α_{\pm} des Potenzgesetzes der Ertragsverteilung für ξ_{most} mit $M = 100$ und $S = 10$ bei verschiedenen Gewichtungen der Nachrichtenkanäle.	162

Literaturverzeichnis

- [1] K. R. Ahern. Information networks: Evidence from illegal insider trading tips. *Journal of Financial Economics*, 125(1):26–47, 2017.
- [2] E. Alessio, A. Carbone, G. Castelli, and V. Frappietro. Second-order moving average and scaling of stochastic time series. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 27(2):197–200, 2002.
- [3] C. Amitrano, L. Peliti, and M. Saber. Population dynamics in a spin-glass model of chemical evolution. *Journal of Molecular Evolution*, 29(6):513–525, 1989.
- [4] R. T. Baillie and T. Bollerslev. Intra-day and inter-market volatility in foreign exchange rates. *The Review of Economic Studies*, 58(3):565–585, 1991.
- [5] J. Barunik, T. Aste, T. Di Matteo, and R. Liu. Understanding the source of multifractality in financial markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 391(17):4234–4251, 2012.
- [6] J. Barunik and L. Kristoufek. On Hurst exponent estimation under heavy-tailed distributions. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(18):3844–3855, 2010.
- [7] W. K. Bertram. An empirical investigation of Australian Stock Exchange data. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 341(1-4):533–546, 2004.

- [8] R. Bildik. Intra-day seasonalities on stock returns: evidence from the Turkish Stock Market. *Emerging Markets Review*, 2(4):387–417, 2001.
- [9] Bitcoincharts. api.bitcoincharts.com/v1/csv, 2016. krakenEUR.csv.gz, Stand: 12.10.2016, Zeitraum: 08.01.2014 - 26.02.2014.
- [10] S. Bornholdt. Expectation bubbles in a spin model of markets: Intermittency from frustration across scales. *International Journal of Modern Physics C*, 12(05):667–674, 2001.
- [11] F. Botta, H. S. Moat, H. E. Stanley, and T. Preis. Quantifying stock return distributions in financial markets. *PLoS one*, 10(9):e0135600, 2015.
- [12] J.-P. Bouchaud. Economics needs a scientific revolution. *Nature*, 455(7217):1181–1181, 2008.
- [13] J.-P. Bouchaud, J. D. Farmer, and F. Lillo. How markets slowly digest changes in supply and demand. *arXiv preprint arXiv:0809.0822*, 2008.
- [14] T. A. Brody, J. Flores, J. B. French, P. A. Mello, A. Pandey, and S. S. M. Wong. Random-matrix physics: spectrum and strength fluctuations. *Reviews of Modern Physics*, 53(3):385, 1981.
- [15] S. G. Brush. History of the Lenz-Ising model. *Reviews of modern physics*, 39(4):883, 1967.
- [16] R. Buonocore, T. Aste, and T. Di Matteo. Measuring multiscaling in financial time-series. *Chaos, Solitons & Fractals*, 88:38–47, 2016.
- [17] D. O. Cajueiro and B. M. Tabak. Multifractality and herding behavior in the Japanese stock market. *Chaos, Solitons & Fractals*, 40(1):497–504, 2009.
- [18] A. Carbone, G. Castelli, and H. E. Stanley. Time-dependent Hurst exponent in financial time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 344(1):267–271, 2004.

- [19] B. K. Chakrabarti and A. Chakraborti. Fifteen years of econophysics research. *arXiv preprint arXiv:1010.3401*, 2010.
- [20] A. Chakraborti, I. M. Toke, M. Patriarca, and F. Abergel. Econophysics review: I. Empirical facts. *Quantitative Finance*, 11(7):991–1012, 2011.
- [21] D. Chowdhury and D. Stauffer. A generalized spin model of financial markets. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 8(3):477–482, 1999.
- [22] L. Cohen, A. Frazzini, and C. Malloy. The small world of investing: Board connections and mutual fund returns. *Journal of Political Economy*, 116(5):951–979, 2008.
- [23] T. Conlon, H. J. Ruskin, and M. Crane. Random matrix theory and fund of funds portfolio optimisation. *Physica A: Statistical Mechanics and its applications*, 382(2):565–576, 2007.
- [24] R. Cont. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1(April):223–236, 2001.
- [25] R. Cont. Volatility clustering in financial markets: empirical facts and agent-based models. In *Long memory in economics*, pages 289–309. Springer, 2007.
- [26] R. Cont and J.-P. Bouchaud. Herd behavior and aggregate fluctuations in financial markets. *Macroeconomic dynamics*, 4(2):170–196, 2000.
- [27] R. Cont, M. Potters, and J.-P. Bouchaud. Scaling in stock market data: stable laws and beyond. In *Scale invariance and beyond*, pages 75–85. Springer, 1997.
- [28] H. F. Coronel-Brizio and A. R. Hernández-Montoya. On fitting the Pareto-Levy distribution to stock market index data: Selecting a suitable cutoff value. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 354(1-4):437–449, 2005.

- [29] K. P. Coyne and J. W. Witter. What makes your stock price go up and down: Identifying and understanding important individual investors can help corporate executives predict the direction of share prices. *The McKinsey Quarterly*, pages 29–40, 2002.
- [30] R. B. Davies and D. S. Harte. Tests for Hurst effect. *Biometrika*, 74(1):95–101, 1987.
- [31] T. Di Matteo. Multi-scaling in finance. *Quantitative finance*, 7(1):21–36, 2007.
- [32] T. Di Matteo, T. Aste, and M. M. Dacorogna. Scaling behaviors in differently developed markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 324(1):183–188, 2003.
- [33] T. Di Matteo, T. Aste, and M. M. Dacorogna. Long-term memories of developed and emerging markets: Using the scaling analysis to characterize their stage of development. *Journal of Banking & Finance*, 29(4):827–851, 2005.
- [34] P. Dvořák. Ising model in finance: from microscopic rules to macroscopic phenomena. 2012.
- [35] A. Eckrot, J. Jurczyk, and I. Morgenstern. Ising model of financial markets with many assets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 462:250–254, 2016.
- [36] B. Eisenberg and R. Sullivan. Why is the sum of independent normal random variables normal? *Mathematics Magazine*, 81(5):362–366, 2008.
- [37] J. D. Farmer and D. Foley. The economy needs agent-based modelling. *Nature*, 460(7256):685–686, 2009.
- [38] Yahoo Finance. <https://de.finance.yahoo.com/>, 2016. Stand: 12.10.2016, Zeitraum: 03.01.2000 - 03.08.2015.

- [39] Yahoo Finance. <https://de.finance.yahoo.com/>, 2016. Stand: 20.10.2016, Zeitraum: 03.01.1950-17.10.2016.
- [40] Yahoo Finance. <https://de.finance.yahoo.com/>, 2016. Stand: 12.10.2016, Zeitraum: 1.1.2003 - 1.1.2005.
- [41] C. Flynn. <https://www.github.com/crflynn/fbm>, 2017. Stand: 12.07.2017.
- [42] S. Franz, L. Peliti, and M. Sellitto. An evolutionary version of the random energy model. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 26(23):L1195, 1993.
- [43] S. Galam. Rational group decision making: A random field Ising model at $T=0$. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 238(1-4):66–80, 1997.
- [44] C. P. Gonçalves. Artificial financial market model, 2003. <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/community/Artificial%20Financial%20Market>.
- [45] P. Gopikrishnan, M. Meyer, L. A. Nunes Amaral, and H. E. Stanley. Inverse Cubic Law for the Probability Distribution of Stock Price Variations. *European Physical Journal B*, 3(2):5, 1998.
- [46] P. Gopikrishnan, V. Plerou, L. A. Nunes Amaral, M. Meyer, and H. E. Stanley. Scaling of the distribution of fluctuations of financial market indices. *Physical review. E, Statistical physics, plasmas, fluids, and related interdisciplinary topics*, 60(5):5305–5316, 1999.
- [47] H. Gould, J. Tobochnik, and W. Christian. *An introduction to computer simulation methods*. Addison-Wesley New York, 1988.
- [48] E. Green, W. Hanan, and D. Heffernan. The origins of multifractality in financial time series and the effect of extreme events. *European Physical Journal B*, 87:129–138, 2014.

- [49] G. F. Gu, W. Chen, and W.-X. Zhou. Empirical distributions of Chinese stock returns at different microscopic timescales. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(2-3):495–502, 2008.
- [50] P. G. Higgs and B. Derrida. Stochastic models for species formation in evolving populations. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 24(17):L985, 1991.
- [51] H. Hong, J. D. Kubik, and J. C. Stein. Thy neighbor’s portfolio: Word-of-mouth effects in the holdings and trades of money managers. *The Journal of Finance*, 60(6):2801–2824, 2005.
- [52] S. Hunklinger. *Festkörperphysik*. Oldenbourg Verlag, 2009.
- [53] H. E. Hurst. Long-term storage capacity of reservoirs. *Trans. Amer. Soc. Civil Eng.*, 116:770–808, 1951.
- [54] E. Ising. Beitrag zur Theorie des Ferromagnetismus. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, 31(1):253–258, 1925.
- [55] Z.-Q. Jiang and W.-X. Zhou. Multifractal analysis of Chinese stock volatilities based on the partition function approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(19):4881–4888, 2008.
- [56] Z.-Q. Jiang and W.-X. Zhou. Multifractality in stock indexes: Fact or Fiction? *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(14):3605–3614, 2008.
- [57] T. Kaizoji, S. Bornholdt, and Y. Fujiwara. Dynamics of price and trading volume in a spin model of stock markets with heterogeneous agents. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 316(1):441–452, 2002.
- [58] J. W. Kantelhardt, S. A. Zschiegner, E. Koscielny-Bunde, S. Havlin, A. Bunde, and H E. Stanley. Multifractal detrended fluctuation analysis

- of nonstationary time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 316(1):87–114, 2002.
- [59] A. Krawiecki, J. A. Holyst, and D. Helbing. Volatility clustering and scaling for financial time series due to attractor bubbling. *Physical review letters*, 89(15):158701, 2002.
- [60] L. Kristoufek and M. Vosvrda. Herding, minority game, market clearing and efficient markets in a simple spin model framework. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 54:148–155, 2018.
- [61] L. Kullmann, J. Töyli, J. Kertesz, A. Kanto, and K. Kaski. Characteristic times in stock market indices. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 269(1):98–110, 1999.
- [62] L. Laloux, P. Cizeau, J.-P. Bouchaud, and M. Potters. Noise dressing of financial correlation matrices. *Physical review letters*, 83(7):1467, 1999.
- [63] T. Lux. The stable Paretian hypothesis and the frequency of large returns: an examination of major German stocks. *Applied Financial Economics*, 6(6):463–475, 1996.
- [64] T. Lux and F. Westerhoff. Economics crisis. *Nature Physics*, 5(1):2–3, 2009.
- [65] D. Makowiec and P. Gnacinski. Fluctuations Of WIG-the index of Warsaw Stock Exchange. Preliminary studies. *arXiv preprint cond-mat/0010190*, 2000.
- [66] B. B. Mandelbrot. The variation of certain speculative prices. In *Fractals and Scaling in Finance*, pages 371–418. Springer, 1997.
- [67] B. B. Mandelbrot and J. R. Wallis. Noah, Joseph, and operational hydrology. *Water resources research*, 4(5):909–918, 1968.

- [68] K. Matia, Y. Ashkenazy, and H. E. Stanley. Multifractal properties of price fluctuations of stocks and commodities. *EPL (Europhysics Letters)*, 61(3):422, 2003.
- [69] K. Matia, M. Pal, H. Salunkay, and H. E. Stanley. Scale-dependent price fluctuations for the Indian stock market. *EPL (Europhysics Letters)*, 66(6):909, 2004.
- [70] N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller, and E. Teller. Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, 21(6):1087–1092, 1953.
- [71] Q. Michard and J.-P. Bouchaud. Theory of collective opinion shifts: from smooth trends to abrupt swings. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 47(1):151–159, 2005.
- [72] S. Mike and J. D. Farmer. An empirical behavioral model of liquidity and volatility. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 32(1):200–234, 2008.
- [73] R. Morales and T. Di Matteo. *Unwinding Financial Market Complexity*. PhD thesis, King's College London, 2014.
- [74] R. Morales, T. Di Matteo, and T. Aste. Non-stationary multifractality in stock returns. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 392(24):6470–6483, 2013.
- [75] Bestand Arbeitsgruppe Morgenstern, 2011. Stand: 12.10.2016, Zeitraum: 30.12.2002 - 15.07.2011.
- [76] J.-F. Muzy, E. Bacry, R. Baile, and P. Poggi. Uncovering latent singularities from multifractal scaling laws in mixed asymptotic regime. Application to turbulence. *EPL (Europhysics Letters)*, 82(6):60007, 2008.
- [77] M. E. J. Newman and G. T. Barkema. *Monte Carlo Methods in Statistical Physics*. Oxford University Press: New York, USA, 1999.

- [78] R. K. Pan and S. Sinha. Collective behavior of stock price movements in an emerging market. *Physical Review E*, 76(4):046116, 2007.
- [79] R. K. Pan and S. Sinha. Self-organization of price fluctuation distribution in evolving markets. *EPL (Europhysics Letters)*, 77(5), 2007.
- [80] V. Plerou, P. Gopikrishnan, L. A. Nunes Amaral, M. Meyer, and H. E. Stanley. Scaling of the distribution of price fluctuations of individual companies. *Physical review. E, Statistical physics, plasmas, fluids, and related interdisciplinary topics*, 60(6 Pt A):6519–6529, 1999.
- [81] V. Plerou, P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L. A. Nunes Amaral, T. Guhr, and H E. Stanley. Random matrix approach to cross correlations in financial data. *Physical Review E*, 65(6):066126, 2002.
- [82] V. Plerou, P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L. A. Nunes Amaral, and H. E. Stanley. Universal and nonuniversal properties of cross correlations in financial time series. *Physical Review Letters*, 83(7):1471, 1999.
- [83] T. Preis. Econophysics in a Nutshell. *Science and Culture*, 76(9):333–337, 2010.
- [84] T. Preis. *Quantifying and modeling financial market fluctuations*. PhD thesis, Johannes Gutenberg-Universit Mainz, 2010.
- [85] C. Schinckus. Econophysics and economics: Sister disciplines?, 2010.
- [86] J. Shen and B. Zheng. Cross-correlation in financial dynamics. *EPL (Europhysics Letters)*, 86(4):48005, 2009.
- [87] D. Sornette. Physics and financial economics (1776–2014): puzzles, Ising and agent-based models. *Reports on Progress in Physics*, 77(6):062001, 2014.
- [88] D. Sornette and W.-X. Zhou. Importance of positive feedbacks and overconfidence in a self-fulfilling Ising model of financial markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 370(2):704–726, 2006.

- [89] H. E. Stanley, V. Afanasyev, L. A. Nunes Amaral, S. V. Buldyrev, A. L. Goldberger, S. Havlin, H. Leschhorn, P. Maass, R. N. Mantegna, C.-K. Peng, et al. Anomalous fluctuations in the dynamics of complex systems: from DNA and physiology to econophysics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 224(1-2):302–321, 1996.
- [90] H.-U. Stark. *Decision making in models of social interaction*. PhD thesis, ETH Zurich, 2012.
- [91] H. G. Strohe. *Lexikon Statistik*. Springer-Verlag, 2013.
- [92] A. Subrahmanyam. Behavioural finance: A review and synthesis. *European Financial Management*, 14(1):12–29, 2008.
- [93] T. Takaishi. Multiple time series ising model for financial market simulations. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 574, page 012149. IOP Publishing, 2015.
- [94] T. Takaishi. Dynamical cross-correlation of multiple time series Ising model. *Evolutionary and Institutional Economics Review*, 13(2):455–468, 2016.
- [95] T. Takaishi. Large-Scale Simulation of Multi-Asset Ising Financial Markets. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 820, page 012016. IOP Publishing, 2017.
- [96] G. G. Tian and M. Guo. Interday and intraday volatility: Additional evidence from the Shanghai Stock Exchange. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 28(3):287–306, 2007.
- [97] G. Toulouse. Theory of the frustration effect in spin glasses: I. *Spin Glass Theory and Beyond: An Introduction to the Replica Method and Its Applications*, 9:99, 1987.
- [98] A. Utsugi, K. Ino, and M. Oshikawa. Random matrix theory analysis of

- cross correlations in financial markets. *Physical Review E*, 70(2):026110, 2004.
- [99] W. Weidlich. The statistical description of polarization phenomena in society. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 24(2):251–266, 1971.
- [100] Z. Xu and R. Gençay. Scaling, self-similarity and multifractality in FX markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 323:578–590, 2003.
- [101] T. Yamano. Bornholdt’s spin model of a market dynamics in high dimensions. *International Journal of Modern Physics C*, 13(01):89–96, 2002.
- [102] Y. Yuan. Market-wide attention, trading, and stock returns. *Journal of Financial Economics*, 116(3):548–564, 2015.
- [103] W.-X. Zhou. The components of empirical multifractality in financial returns. *EPL (Europhysics Letters)*, 88(2):28004, 2009.
- [104] W.-X. Zhou and D. Sornette. Self-organizing Ising model of financial markets. *The European Physical Journal B*, 55(2):175–181, 2007.