Übergittereffekte in eindimensional moduliertem Graphen



Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)
der Fakultät Physik der Universität Regensburg

vorgelegt von

Martin Drieňovský

aus Dunajská Streda (Slowakei)

im Jahr 2018

Das Promotionsgesuch wurde am 08.11.2017 eingereicht.
Das Kolloquium fand statt am 23.10.2018.

Die Arbeit wurde von Prof. Dr. Dieter Weiss angeleitet.

Prüfungsausschuss:	Vorsitzender:	Prof. Dr. Klaus Richter
	1. Gutachter:	Prof. Dr. Dieter Weiss
	2. Gutachter:	Prof. Dr. Dominique Bougeard
	weiterer Prüfer:	Prof. Dr. Tobias Korn

INHALTSVERZEICHNIS

1 Einleitung **1**

2 Homogenes Graphen **5**
2.1 Kristallstruktur von Graphen . . . 5
2.2 Bandstruktur von Graphen . . . 6
2.3 Pseudospin und Chiralität . . . 8
2.4 Ambipolarer Feldeffekt . . . 10
2.5 Ladungstransport in Graphen . . . 12
2.5.1 Ballistischer Transport . . . 13
2.5.2 Elektron-Elektron-Wechselwirkung . . . 15
2.5.3 Leitfähigkeit im Magnetfeld . . . 17
2.6 Landau-Quantisierung in Graphen . . . 18
2.6.1 Effektive Masse und Zyklotronmasse in Graphen . . . 20
2.6.2 Quanten-Hall-Effekt . . . 21
2.6.3 Halbzahliger QHE in Graphen . . . 24
2.6.4 Diffusive Randstreuung . . . 26

3 Moduliertes Graphen **28**
3.1 Scharfe Potentialstufe . . . 28
3.2 Graduelle Potentialübergänge . . . 30
3.3 Elektronenoptik in Graphen . . . 33
3.4 Bipolare Barrieren . . . 35
3.5 Übergänge und Barrieren im Magnetfeld . . . 41

4 Graphen-Übergitter **45**
4.1 Laterale 1D-Übergitter in Graphen . . . 46
4.2 Multibarrieren in Graphen . . . 49
4.3 Quanten-Transportsimulation . . . 51

5 Übergitter im Magnetfeld **53**
5.1 Weiss-Oszillationen . . . 53
5.1.1 Semiklassische Erklärung . . . 57
5.1.2 Magnetischer Durchbruch . . . 58
5.1.3 Anisotrope Streuung . . . 59
5.2 Weiss-Oszillationen in Graphen . . . 60
5.2.1 Grenzen der asymptotischen Näherung . . . 63
5.2.2 Abschirmung der Coulomb-Wechselwirkung in Graphen . . . 65
5.3 Magnetische und Strain-induzierte Übergitter . . . 67
5.4 2D-Übergitter . . . 69

6 Methoden **72**
6.1 Präparation von moduliertem Graphen auf SiO_2 . . . 72
6.2 Graphen-Bornitrid-Heterostrukturen . . . 73
6.3 Transferprozess mit PPC . . . 75
6.4 Topgates auf hBN/Graphen/hBN . . . 77
6.5 Strukturierte Bottomgates . . . 79
6.6 Sequenzielles Ätzen von hBN/Gr/hBN . . . 82

7 Interferenzeffekte in bipolaren Übergittern **85**
7.1 Graphen mit SiO_2 und Al_2O_3 als Dielektrikum . . . 86
7.2 Graphen-Bornitrid-Heterostrukturen . . . 93
7.3 Übergitter mit strukturierten Bottomgates . . . 97

8 Übergitter im Quanten-Hall-Regime **107**
8.1 Vollständig äquilibrierter Randkanaltransport . . . 108
8.2 Partiell äquilibrierter Randkanaltransport . . . 114
8.3 Adiabatischer Randkanaltransport . . . 120

9 Weiss-Oszillationen in Graphen **125**
9.1 Nachweis von Weiss-Oszillationen . . . 125
9.2 Vergleich von Experiment und Theorie . . . 129
9.3 Asymmetrisches Übergitter . . . 132
9.4 Weiss-Oszillationen im p-Regime . . . 135
9.5 Temperaturabhängigkeit der Weiss-Oszillationen . . . 142

10 Zusammenfassung **146**

A Prozessdokumentation **150**

B Gemischte Füllfaktoren **155**

C Bipolares Regime im B-Feld **156**

Literaturverzeichnis **159**

KAPITEL 1

EINLEITUNG

Kohlenstoff ist der Grundbaustein des Lebens und tritt in seiner reinen Form in verschiedensten Modifikationen wie Diamant oder Graphit auf. Letzterer wird aus übereinander liegenden, im Wabenmuster kristallisierten Kohlenstoff-Monolagen aufgebaut, die Graphen genannt werden. Wie man inzwischen weiß, treten solche Monolagen auch in der Natur auf. Diese blieben jedoch - z. B. im Bleistiftstrich - lange vor den Augen der Wissenschaft verborgen [1]. Die Theorie entdeckte Graphen schon früh als Spielwiese und Ausgangspunkt der Beschreibung von Kohlenstoffmodifikationen [2] (Abb. 1.1), wenn auch dessen Stabilität als eigenständiger 2D-Kristall aus thermodynamischen Gesichtspunkten ausgeschlossen wurde [3, 4]. Im Jahr 2004 gelang A. K. Geim und K. S. Novoselov dennoch die überraschende Entdeckung von stabilen Monolagen auf Siliziumdioxid [5]. Dabei machten sie sich den schwach ausgeprägten, aber mit bloßem Auge erkennbaren Kontrast zwischen dem hauchdünnen Material und dem Substrat zu Nutze, um einzelne Monolagen zu lokalisieren. Die thermische Stabilität dieser, aus einem 3D-Material mechanisch exfolierter Monolagen, lässt sich durch eine leichte Wellung des wabenförmigen Kristallgitters und damit Minimierung der freien Energie erklären [6, 4]. Graphen stellte somit das erste, atomar-dünne, kristalline 2D-Material dar [7] und verursachte einen wahren Goldrausch [4], der im Nobelpreis für Geim und Novoselov im Jahr 2010 gipfelte.
Neben der Eigenart ein echtes 2D-Material zu sein, wartet Graphen mit faszinierenden und bisweilen einzigartigen mechanischen und elektronischen Eigenschaften auf. Graphen ist ein Halbleiter mit verschwindender Energielücke, wobei sich das Leitungs- und Valenzband am Neutralitätspunkt berühren und eine *konische* Form in Abhängigkeit der Energie und des Kristallimpulses für kleine Anregungsenergien aufweisen. Diese *lineare* Energiedispersion und die damit zusammenhängende Beschreibung der Ladungsträger als *Dirac-Fermionen* erlauben es, relativistische Effekte im Festkörper zu studieren. Die relativistische Beschreibung folgt dabei allein aus der besonderen Kristallsymmetrie des Graphens [7]. Insbesondere bewegen sich die Ladungsträger in Analogie zu Photonen unabhängig von ihrer Energie immer mit derselben Geschwindigkeit $v_F = c/300 \approx 1 \times 10^6\,\mathrm{m/s}$ durch das Kristallgitter.

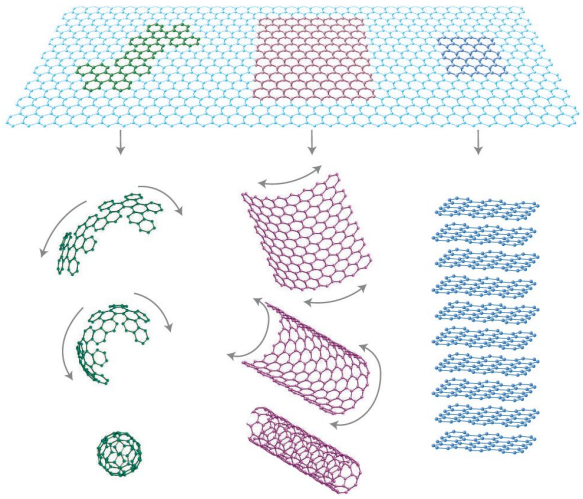


Abbildung 1.1: Graphen als Basis graphitischer Strukturen. Das 2D-Material Graphen kristallisiert im Wabengitter und dient als Ausgangspunkt unterschiedlichdimensionaler Kohlenstoffstrukturen wie Fullerenen (0D), Nanoröhrchen (1D) und Graphit (3D). Grafik aus [4].

Die besonderen - anderen Systemen teilweise überlegenen - Eigenschaften lassen Graphen als "Wundermaterial" [8, 9] erscheinen und auf mögliche industrielle Anwendungen hoffen. So könnte mittelfristig flexible Elektronik auf Graphen-Basis den Markt erobern [8]. Für hoch-integrierte Schaltungen wäre wiederum die verschwindende Ausdehnung von Graphen in z-Richtung sowie die hohe Beweglichkeit der Ladungsträger bei Raumtemperatur von Vorteil. Für logische Schaltungen bedarf es jedoch einer Bandlücke in Graphen, die z. B. durch räumliche Einschränkung des Graphens auf schmale Nanobänder, die *Nanoribbons*, erreicht werden kann. Es bleibt jedoch abzuwarten, ob sich die Entwicklung qualitativ hochwertigen Graphens und damit verbundener Anwendungen auch als massenproduktionstauglich erweist. So wird ein verlässliches, preisgünstiges und großflächiges Wachstumsverfahren, am besten auf beliebigen Substraten, von Nöten sein, um mit bestehenden Technologien in Konkurrenz treten zu können [8].
Die Entdeckung von Graphen führte auch zu einem Boom auf dem Gebiet anderer 2D-Materialien, von denen es inzwischen einen wahren Zoo, mit höchst unterschiedlichen elektronischen Eigenschaften gibt [10]. So ist z. B. hexagonales Bornitrid (hBN) mit seiner wabenförmigen Kristallstruktur isomorph zu der von Graphen, aufgrund der unterschiedlichen Atome in der Einheitszelle jedoch ein Isolator [11], weswegen es im Rahmen dieser Arbeit zum Einkapseln von Graphen verwendet wird. Mithilfe der van der Waals-Kräfte zwischen den Oberflächen unterschiedlicher 2D-Materialien, lassen sich diese zu Heterostrukturen stapeln. Dies ebnet den Weg für Materialien mit maßgeschneiderten, (opto-) elektrischen Eigenschaften.

Neben der bereits erwähnten Einschränkung der räumlichen Ausdehnung bietet auch die Elektrostatik Möglichkeiten, die Bandstruktur zu modifizieren. So kann z. B. im Bilagen-Graphen über das Zusammenspiel eines Topgates und Backgates eine Bandlücke induziert werden [12]. In dieser Arbeit werden Experimente an in hBN eingekapseltem Monolagengraphen [11, 13] vorgestellt, das durch lokale Gate-Elektroden periodisch moduliert wird (vgl. Abb. 1.2). Eine periodische Variation des Potentials kann als Übergitter verstanden wer-

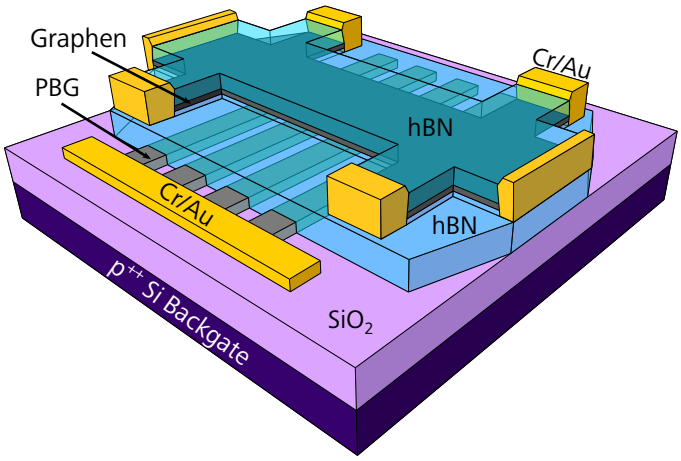


Abbildung 1.2: Graphen-Bornitrid-Heterostruktur mit strukturiertem Bottomgate. Schematische Darstellung einer im Rahmen dieser Arbeit konzipierten Probengeometrie. Das p-dotierte Si dient als globales Backgate und ist durch eine SiO_2-Schicht von den Strukturen auf der Oberfläche isoliert. Das strukturierte (lokale) Bottomgate (PBG) besteht aus mehrlagigem Graphen und schirmt das Backgate teilweise ab. Die hBN/Gr/hBN-Heterostruktur liegt auf dem PBG auf und ist über Cr/Au-Randkontakte mit der Außenwelt verbunden. Über das Zusammenspiel von Backgate und PBG lässt sich dem Graphen ein 1D-Übergitterpotential aufprägen.

den, welches die elektronischen Eigenschaften des Materials maßgeblich beeinflusst. Esaki und Tsu schufen in den frühen 1970er Jahren mit ihrer theoretischen Abhandlung zu Übergittern [14] die Voraussetzungen für ein breites Forschungsfeld, das sich mit der Manipulation der Bandstruktur von Halbleitern beschäftigt. So konnten z. B. Bloch-Oszillationen in vertikalen GaAs-AlGaAs-Übergittern nachgewiesen werden [15]. Experimentelle Untersuchungen von lateralen 2D-Übergittern im Magnetfeld [16] führten wiederum zum ersten Nachweis des Hofstadter-Schmetterlings [17]. Neuere Arbeiten zeigten weitere Einblicke in dieses fraktale Spektrum, in dem Graphen an hBN ausgerichtet und so ein kurz-periodisches 2D-Moiré-Übergitter generiert wurde [18, 19]. In einem konventionellen 2D-Elektronengas (2DEG) mit lateralen 1D- und 2D-Übergittern ließen sich in einem senkrechten Magnetfeld zudem Kommensurabilitäts- oder Weiss-Oszillationen [20, 21, 22] beobachten, die klassisch betrachtet die Zyklotronbewegung des Elektrons mit Radius r_C im periodischen Potential mit Periode a [23] abbilden, quantenmechanisch betrachtet den Einfluss des Übergitters auf das quantisierte Landau-Energiespektrum [24, 25] wiedergeben. Während der Nachweis der Kommensurabilität von r_C und a im 2D-Antidot-Gitter (periodisch perforiertes Graphen) gelang [26], entzogen sich die Weiss-Oszillationen bisher der experimentellen Beobachtung in Graphen, da dafür sowohl ein kurz-periodisches schwach-moduliertes 1D-Übergitter, als auch hohe Beweglichkeit der Ladungsträger vonnöten sind.

Diese Arbeit liefert den ersten Nachweis von Weiss-Oszillationen im 1D-modulierten Graphen-Übergitter. Die folgenden Kapitel sollen dazu dienen, sowohl die theoretischen als auch experimentellen Voraussetzungen für diese Beobachtung zu illustrieren. Im 2. Kapitel werden zunächst die wesentlichen elektronischen Charakteristika von (homogenem) Graphen eingeführt. Dabei liegt der Fokus auf der Physik von Monolagen-Graphen, da mehrla-

giges Graphen (Bi-, Tri-, Mehrlagengraphen), mit seinerseits einzigartigen Eigenschaften, im Rahmen dieser experimentellen Arbeit nicht untersucht wurde. In der theoretischen Einführung wird auf die Bandstruktur, sowie auf die daraus resultierenden Phänomene wie Klein-Tunneln und halbzahligen Quanten-Hall-Effekt eingegangen. Das darauffolgende 3. Kapitel widmet sich moduliertem Graphen mit einer oder mehreren lokalen Potentialstufen, das Interferenzphänomene in Anlehnung an die Optik hervorbringt. Aufgrund seiner Ambipolarität, d. h. der Eigenschaft kontinuierlich vom Elektronen- ins Löcherregime über ein von außen aufgeprägtes, elektrisches Feld wechseln zu können, stellt Graphen hierbei ein besonderes, interessantes System dar. Anschließend werden in Kap. 4 eine periodische Aneinanderreihung solcher Übergänge und damit die Auswirkungen eines lateralen 1D-Übergitters auf die elektronischen Eigenschaften von Graphen besprochen. Im abschließenden Theoriekapitel 5 werden Übergitter im senkrechten Magnetfeld, mit besonderem Augenmerk auf Weiss-Oszillationen, diskutiert. Das 6. Kapitel über die Probenprozessierung skizziert die Herstellung dieser Übergitterstrukturen und erklärt, welche technischen Hürden genommen werden mussten, um die nötige Qualität der Proben zu erhalten. Im experimentellen Teil der Arbeit werden zunächst Messungen zu ballistischen Interferenzen in Multibarrieren vorgestellt (Kap. 7) und dabei mögliche Signaturen eines Übergittereffekts im Transport untersucht. Anschließend werden Übergitter mit unterschiedlicher Periode und Barrierenbreite im vollständig ausgebildeten Quanten-Hall-Regime diskutiert (Kap. 8). Schließlich wird auf Messungen im unipolaren, schwach modulierten System eingegangen und die auftretenden Weiss-Oszillationen analysiert (Kap. 9).

KAPITEL 2

HOMOGENES GRAPHEN

2.1 Kristallstruktur von Graphen

Atomarer Kohlenstoff besitzt sechs Elektronen, die im Grundzustand der Hund'schen Regel entsprechend die Orbitale $1s^2 2s^2 2p^2$ besetzen. In der Natur tritt reiner Kohlenstoff in einer Vielzahl von Modifikationen auf, darunter Diamant und Graphit. Während die chemischen Bindungen der 3D-Diamantstruktur über sog. sp^3-Hybridorbitale beschrieben werden können, wird Graphit durch van der Waals-Kräfte schwach gekoppelte, planare Basalebenen aufgebaut. Eine einzelne dieser Ebenen wird Graphen genannt und besteht aus im Wabenmuster angeordneten Kohlenstoffatomen. Diese Anordnung resultiert aus der energetisch günstigen sp^2-Hybridisierung der Kohlenstofforbitale im Kristallverbund. Drei der vier Valenzelektronen besetzen dabei die neuen Hybridorbitale und bewirken eine starke, kovalente σ-Bindung (Bindungsenergie 4.3 eV [27]) unter einem Winkel von 120° zu den Nachbaratomen (Abb. 2.1). Das vierte Valenzelektron, das π-Elektron, besetzt das verbliebene p_z-Orbital und ist für die elektronischen Eigenschaften von Graphen verantwortlich. Die Bindungsenergie zwischen den Graphitebenen beträgt nur 70 meV [27], weshalb es relativ leicht ist, die Basalebenen gegeneinander zu verschieben oder gar voneinander zu trennen. Diese Eigenschaft machten sich Novoselov und Geim 2004 zu Nutze, um einige wenige Graphenlagen (*few layer graphene*, FLG), bis hin zu einer einzelnen Atomlage, auf einem Substrat zu isolieren [5]. Eine solche Monolage stellt ein perfektes 2D-Material dar. Insofern ist auch die Ladungsträgerdynamik strikt auf zwei Dimensionen beschränkt und Graphen repräsentiert elektronisch ein ideales 2D-Elektronengas (2DEG). Im Folgenden wird kurz auf die Kristallstruktur einer solchen Monolage eingegangen und diskutiert, wie sich diese in den elektronischen Eigenschaften des Materials niederschlägt.
Die Wabenstruktur, in der Graphen kristallisiert, besteht aus einem dreieckigen Bravais-Gitter mit zweiatomiger Basis per Einheitszelle, mit dem Abstand zwischen den Kohlenstoffatomen $a_{CC} = a_0/\sqrt{3} \approx 1.42\,\text{Å}$, mit a_0 der Gitterkonstante [28]. Alternativ lässt sich die Wabenstruktur als eine Überlagerung zweier, dreieckiger Untergitter A und B verstehen. Abbildung 2.1a zeigt die Wabenstruktur mit den farblich gekennzeichneten Untergittern

A und B im Realraum. Die Gittervektoren $\boldsymbol{a_1}$ und $\boldsymbol{a_2}$ lassen sich schreiben als:

$$\boldsymbol{a_1} = \frac{a_{CC}}{2}\left(3, \sqrt{3}\right), \quad \boldsymbol{a_2} = \frac{a_{CC}}{2}\left(3, -\sqrt{3}\right). \tag{2.1}$$

Im reziproken Raum ergibt sich ebenfalls eine hexagonale Struktur, wobei die nicht-äquivalenten Eckpunkte (K,K') Punkte hoher Symmetrie sind.

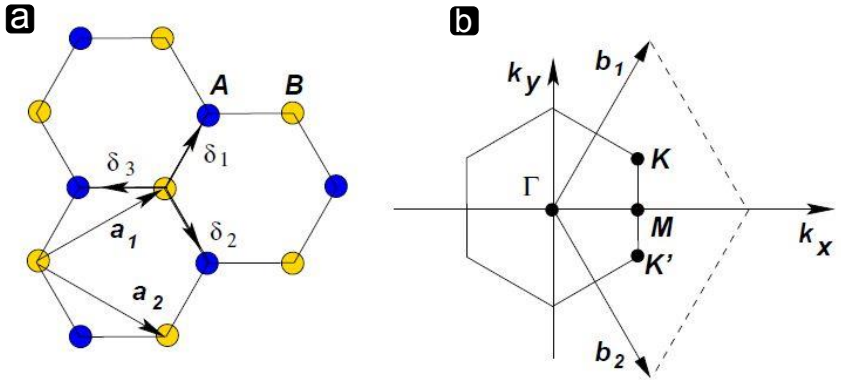


Abbildung 2.1: Wabengitter von Graphen.
a) Zwei sich überlagernde Untergitter (A,B) bilden die Wabenstruktur von Graphen. $\boldsymbol{a_{1,2}}$ sind die Gittervektoren, $\boldsymbol{\delta_{1,2,3}}$ die Vektoren zu den nächsten Nachbarn. **b)** Die erste Brillouin-Zone ist ebenfalls hexagonal, mit den ausgezeichneten Punkten K und K', an denen sich Valenz- und Leitungsband berühren. Grafik aus [28].

2.2 Bandstruktur von Graphen

Eine Herleitung der Bandstruktur für eine Monolage von Graphit in der Näherung stark gebundener Elektronen wurde bereits 1947 von Wallace [2] durchgeführt. Auf eine Herleitungsskizze wird an dieser Stelle verzichtet und stattdessen auf eine ausführliche Diskussion durch Saito, Dresselhaus und Dresselhaus [29], bzw. die Zusammenfassung durch Castro Neto *et al.* [28] verwiesen. Es bleibt festzuhalten, dass die Bandstruktur von Graphen auf die besondere Struktur der sich überlagernden Untergitter zurückgeht. Diese ergeben zwei Kosinus-förmige Energiebänder, die sich an den Ecken der Brillouinzone schneiden [30]. Die Schnittpunkte der beiden, den Untergittern zugeordneten Äste, werden aus weiter unten genannten Gründen *Dirac*-Punkte genannt.
Die Energiedispersion des Valenz- (-) und Leitungsbands (+) ergibt sich, unter Berücksichtigung des Ladungstransfers zum nächsten Nachbarn zu [28, 31, 32]

$$E_{\pm}(\boldsymbol{q}) = \pm t\sqrt{3 + f(\boldsymbol{q})}, \tag{2.2}$$

mit

$$f(\boldsymbol{q}) = 2\cos\left(\sqrt{3}q_y a_{CC}\right) + 4\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}q_y a_{CC}\right)\cos\left(\frac{3}{2}q_x a_{CC}\right). \tag{2.3}$$

$\boldsymbol{q} = (q_x, q_y)$ steht für den Wellenvektor in der 2D-Ebene, der Parameter $t \approx 3\,\text{eV}$ ist die *Hopping*-Amplitude, welche den Energieaufwand beschreibt, um von einem Atomrumpf zum nächsten (d. h. unterschiedliches Untergitter) zu springen, und $\hbar\boldsymbol{q}$ ist der Impuls des Ladungsträgers. Die Taylor-Entwicklung von (2.2) in der Nähe des K-Punkts liefert bis zur zweiten Ordnung [28]:

$$E_\pm(k) \approx \pm\hbar v_F|\boldsymbol{k}| \mp \frac{3ta_{CC}^2}{8}\sin(3\theta_k)\,|\boldsymbol{k}|^2. \tag{2.4}$$

Man beachte, dass $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{K} + \boldsymbol{k}$ mit $|\boldsymbol{k}| \ll |\boldsymbol{K}|$ gesetzt wurde und sich der Wellenvektor $\boldsymbol{k}$ ab jetzt immer auf die K- oder K'-Punkte, anstatt auf den Γ-Punkt der ersten Brillouin-Zone bezieht. Die in der Lösung aus Quelle [28] aufgeführte Hopping-Amplitude zwischen den übernächsten Nachbarn t' wurde hier $= 0$ gesetzt. Der Parameter $v_F = 3ta_{CC}/(2\hbar)$ heißt Fermi-Geschwindigkeit und $\theta_k = \arctan^{-1}(k_x/k_y)$ ist der durch die Ausbreitungsrichtung aufgespannte Winkel im k-Raum. Berücksichtigt man weiters nur die erste Ordnung der Entwicklung, erhält man die lineare Energie-Dispersionsrelation für Graphen [28]:

$$\boxed{E_\pm(k) = \pm\hbar v_F|\boldsymbol{k}|} \tag{2.5}$$

Durch den Term zweiter Ordnung in Gl. (2.4) wird die Dispersionsrelation bei großen $|\boldsymbol{k}|$ nicht-linear, $\boldsymbol{k}$-richtungsabhängig und offenbart eine besondere 3-fach-Symmetrie (Trigonal Warping) [33]. Interessanterweise ergibt sich für den K'-Punkt das gleiche Spektrum, was zu einer zusätzlichen, zweifachen Entartung (Valley-Entartung) führt. Die Bandstruktur von Graphen ist in Abb. 2.2 dargestellt. Zoomt man in einen Bereich kleiner $|\boldsymbol{k}| = k$, ergibt die Näherung des Spektrums die sog. Dirac-Kegel, die sich am Dirac-Punkt berühren.

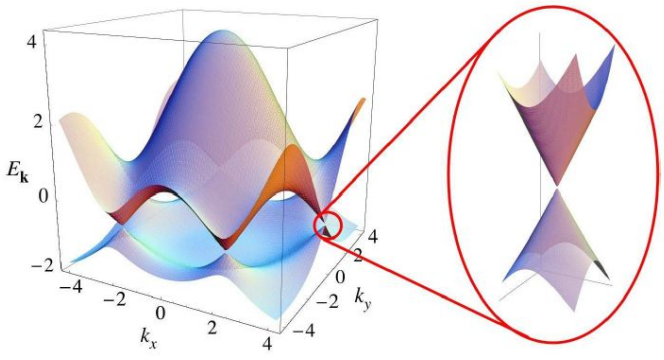


Abbildung 2.2: Bandstruktur von Graphen. Spektrum für endliche Werte $t = 2.7\,\text{eV}$ und $t' = 0.2t$. In der Nähe der K- bzw. K'-Punkte ist die Dispersionsrelation linear und die Bänder werden als Dirac-Kegel bezeichnet. Grafik aus [28].

Die bemerkenswerte Analogie von Gl. (2.5) zur linearen Dispersionsrelation des Lichts, $E(k) = \hbar ck$, lässt darauf schließen, dass sich Elektronen und Löcher in Graphen wie masselose Fermionen betrachten lassen. Die Fermi-Geschwindigkeit $v_F \cong c/300$ [34] nimmt dabei

die Rolle der energieunabhängigen Ausbreitungsgeschwindigkeit ein (Man beachte, dass freie Elektronen im Vergleich dazu einer parabolischen Dispersionsrelation $E = \hbar^2 k^2/2m$ folgen, wobei die Ausbreitungsgeschwindigkeit $v_g = (1/\hbar)dE/dk$ entspricht). Die lineare Dispersion von Graphen in der Nähe der K-, K'-Punkte erlaubt die Beschreibung der Ladungsträger als quasi-relativistische Dirac-Fermionen. Diese führt, wie weiter unten zu sehen sein wird, zu einer Reihe besonderer Transportphänomene in Graphen.
Die lineare Dispersion hat auch Auswirkungen auf die Zustandsdichte $D(E)$ in Graphen. Die Anzahl der Teilchen innerhalb des Fermi-Kreises ist gegeben durch:

$$N = \frac{g_s g_v \pi k_F^2}{A} \cdot \frac{A}{(2\pi)^2} = \frac{E^2}{\pi \hbar^2 v_F^2}, \tag{2.6}$$

mit $g_s g_v = 4$, dem Spin- und Valley-Entartungsgrad von Graphen und $A/(2\pi^2)$ der Dichte der Zustände pro Fläche. Damit folgt die Zustandsdichte [35]:

$$\boxed{D(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{8\pi E}{h^2 v_F^2}.} \tag{2.7}$$

Im Gegensatz zu einem 2DEG mit konstanter Zustandsdichte (für ein Subband) steigt $D(E)$ in Graphen linear in E, wurzelförmig in der Ladungsträgerdichte n an, wobei für Graphen $k_F = \sqrt{\pi n}$ gilt.

2.3 Pseudospin und Chiralität

Die formale Beschreibung von Graphen in der Näherung stark gebundener Elektronen und kleiner Energien führt in der Umgebung des K-Punktes zum Hamilton-Operator

$$H = \hbar v_F \begin{pmatrix} 0 & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.8}$$

Mithilfe der Pauli-Matrizen $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y)$ lässt sich die Eigenwertgleichung schreiben als [31]:

$$-i\hbar v_F \boldsymbol{\sigma} \nabla \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}) = E \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}), \tag{2.9}$$

die formal der Dirac-Gleichung für masselose, relativistische Teilchen ähnelt [28]. Für jedes Valley K, K' ergibt sich eine unterschiedliche Wellenfunktion [28] und es ist legitim die Dirac-Kegel getrennt voneinander zu betrachten, solange Intervalley-Streuung unwahrscheinlich ist [36].
Die Energieeigenwerte der Dirac-Gleichung in Graphen sind gegeben durch Gl. 2.5 und die Wellenfunktion $\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{r}) = (\Psi_A(r), \Psi_B(r))$ ist ein zwei-komponentiger Spinor, dessen Komponenten sich nicht auf den bisher außer Acht gelassenen Elektronenspin, sondern vielmehr auf die intrinsische Kristallstruktur mit zwei, den Untergittern zugeordneten Atomen A und B in der Einheitszelle beziehen [36]. Der Spinor im reziproken Raum kann für den

K-Punkt geschrieben werden als [28]:

$$\Psi_{\boldsymbol{K}}(\boldsymbol{k}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm e^{i\theta_k} \end{pmatrix}. \tag{2.10}$$

Diese Spintextur wird auch als (Untergitter-) Pseudospin σ bezeichnet. Sie lässt sich dadurch erklären, dass zur Beschreibung des Ladungsträgers im Graphen-Gitter die relativen Beiträge beider Untergitter berücksichtigt werden müssen [30]. Die Zugehörigkeit eines Elektrons oder Lochs zum jeweiligen Untergitter lässt sich somit mit dem Pseudospin, bzw. dessen Projektion auf die Ausbreitungsrichtung, der *Chiralität*, verknüpfen. Eine Besonderheit von Gl. (2.10) ist, dass erst eine doppelte Umdrehung $\theta_k = 4\pi$ die Wellenfunktion in sich selbst überführt. Diese Eigenschaft ist charakteristisch für Spinoren. Eine einzelne Umdrehung $\theta_k = 2\pi$ hingegen ändert das Vorzeichen der Wellenfunktion und diese akkumuliert eine Phase π, die Berry-Phase genannt wird [28]. Abbildung 2.3 zeigt schematisch die sich am K-Punkt schneidenden Kosinus-Bänder der Untergitter. Der rote, bzw. grüne Ast der Dispersionsrelation ist mit einer "Sorte" des Pseudospin verknüpft. Der Pseudospin des grünen Asts (grüner Pfeil) ist im Leitungsband somit parallel, im Valenzband anti-parallel zum Wellenvektor ausgerichtet. Der Einfluss der Chiralität auf die Transporteigenschaften ist recht dramatisch: Ein an einer Potentialstufe senkrecht auftreffendes Elektron wird perfekt und ohne zeitliche Verzögerung transmittiert. Dieses Phänomen wird auch als *Klein-Tunneln* bezeichnet, da es an die Elektron-Positron-Übergänge ultra-relativistischer Teilchen (Klein-Paradoxon) [37] an hohen Potentialstufen in der Hochenergiephysik erinnert [38].

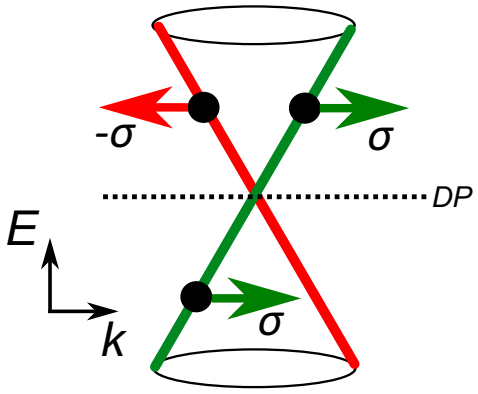


Abbildung 2.3: Dirac-Kegel und Pseudospin. Die beiden von den Kosinus-Bändern der Untergitter A und B herrührenden Äste in der Nähe des Dirac-Punktes (DP) sind rot, bzw. grün markiert. Der Pseudospin (roter, bzw. grüner Pfeil) steht (anti-) parallel zum Wellenvektor $\boldsymbol{k}$ des Elektrons im (Valenz-) Leitungsband. Grafik adaptiert aus [30].

Ein eingängiger Beweis für das Klein-Tunneln ist unter Einbeziehung der Translationsinvarianz der Potentialstufe in y-Richtung im Übersichtsartikel von Allain und Fuchs [36] zu finden. Die Geschwindigkeit in x-Richtung (und die damit verknüpfte Projektion des Pseudospins) ist eine Erhaltungsgröße der Bewegung und Rückstreuung des Ladungsträgers bei senkrechtem Einfall wird unterdrückt. Die besondere Rolle des mit den beiden Untergittern korrelierten Spinors wird bei der Beschreibung homogen dotierten Graphens im Magnetfeld in Abschnitt 2.6 eine Rolle spielen. Die Pseudospinerhaltung und das mit

einhergehende Klein-Tunneln werden wiederum bei der Beschreibung lokal dichtemodulierten Graphens in Kapitel 3 von großer Bedeutung sein.

2.4 Ambipolarer Feldeffekt

Graphen wird entweder als Halbleiter mit verschwindender Bandlücke, oder Halbmetall bezeichnet, je nachdem welche Eigenschaften hervorgehoben werden sollen. Die fehlende Bandlücke erlaubt es, das Fermi-Niveau in Graphen stetig vom Elektronen- ins Löcherregime zu verschieben. Diese *Ambipolarität* lässt sich im besonderen Maße mithilfe des Feldeffekts demonstrieren und zum Schalten nutzen. Abbildung 2.4a zeigt in Analogie zum gängigen Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekt-Transistor (MOSFET) den Aufbau eines Graphen-FET (GFET). Die Monolage liegt auf einem isolierenden Substrat (z. B. SiO_2) und wird per metallischen Kontakten mit der Außenwelt verbunden. Das SiO_2 trennt das leitende Graphen dielektrisch von einer Schicht (hoch-) dotierten Siliziums, welches als globale Backgate-Elektrode dient. Messungen des Gate-abhängigen Widerstands bzw. der Leitfähigkeit haben sich als eine der wichtigsten Methoden zur Charakterisierung von Graphen etabliert.
Im Unterschied zum MOSFET ist der GFET stets leitfähig [7], wobei durch Anlegen einer Gate-Spannung die Ladungsträgerdichte im Graphen variiert werden kann. Der (spezifische) Widerstand ρ der Geometrie ändert sich dabei wie in Abb. 2.4b dargestellt: Beim Durchfahren des Dirac-Punktes steigt ρ auf ein Maximum und fällt mit zunehmender Gate-Spannung V_g bzw. Ladungsträgerdichte n ab. Der GFET kann auch als Plattenkondensator verstanden werden, wobei das Graphen und das hochdotierte Si entgegengesetzte Elektroden bilden und die Oberflächenladungsdichte der Graphenelektrode der tatsächlichen Ladungsträgerdichte n entspricht. Diese *klassische* Dichte $n = n_{klass.}$ wird im einfachen Modell über die Dicke und die dielektrischen Eigenschaften des Isolators bestimmt zu:

$$n_{klass.} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{ed} V_g = C_g V_g. \tag{2.11}$$

ϵ_0 und ϵ_r sind die Dielektrizitätskonstante des Vakuums und die relative Dielektrizitätszahl des Isolators, d steht für die Dicke des Isolators. Bei einer Heterostruktur (z. B. SiO_2/hBN/PMMA) ist die Gesamtkapazität:

$$C_{ges} = \left(\sum_{j=1}^{N} \frac{1}{C_j} \right)^{-1}, \tag{2.12}$$

mit C_j, der Kapazität des jeweiligen Dielektrikums. Wie im folgenden Abschnitt ersichtlich wird, lässt sich die aus dem Plattenkondensatormodell ermittelte Ladungsträgerdichte für die Abschätzung der Beweglichkeit des Graphens nutzen.
Das Plattenkondensatormodell ist eine gute Näherung, solange die Isolatordicken nicht allzu klein werden. Andernfalls wird eine Quantenkorrektur erforderlich, der die wurzelförmige Abhängigkeit der Zustandsdichte $D(E)$ von der Ladungsträgerdichte n (vgl. Gl. (2.7))

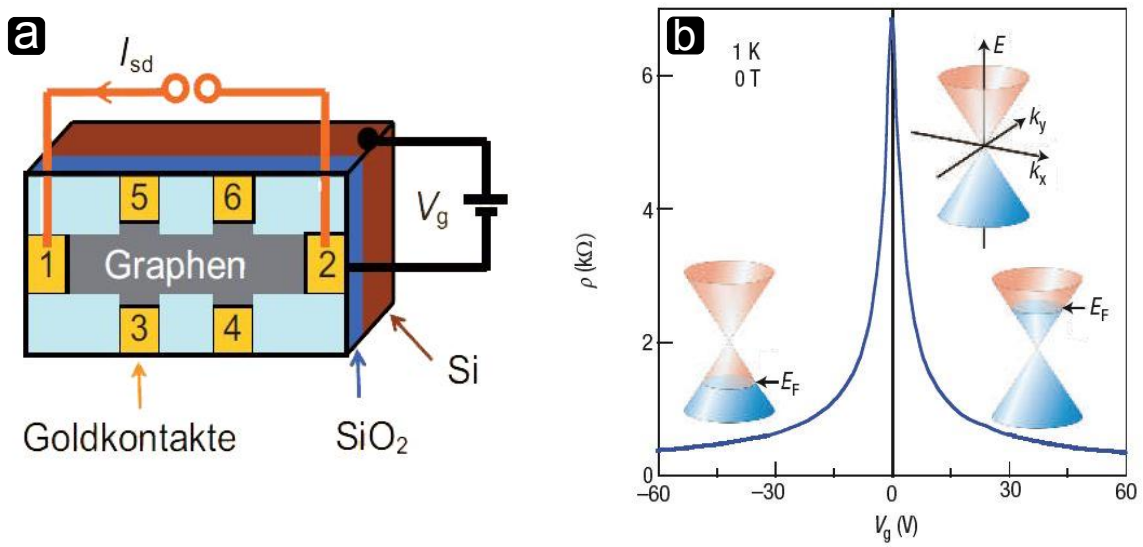


Abbildung 2.4: GFET und ambipolarer Feldeffekt. a) Das Graphen liegt auf dem Isolator (SiO_2) und wird über Metallkontakte mit der Umwelt verbunden. Die Ladungsträgerdichte wird über die Backgate-Spannung V_g gesteuert. **b)** Bei negativen V_g liegt die Fermi-Energie E_F innerhalb des Valenzbands und Ladung wird über Löcher transportiert. Im reinen Graphen tritt bei $V_g = 0$ ein Maximum im Widerstand auf. E_F liegt hierbei genau am Dirac-Punkt. Wird V_g ins Positive erhört, sinkt ρ und der Transport erfolgt über Elektronen des Leitungsbands. Grafik (a) aus [39], Grafik (b) aus [4].

zugrunde liegt [40]. In diesem *Quantenkapazitätsmodell* lässt sich die Quantenkorrektur als weitere Kapazität betrachten, die C_{ges} erniedrigt. Die Ladungsträgerdichte schreibt sich in diesem Bild als [40]:

$$n = n_{klass.} + \mathrm{sgn}(n_{klass.}) n_Q \left(1 - \sqrt{1 + 2\frac{|n_{klass.}|}{n_Q}}\right) + \mathrm{sgn}(n_0)\sqrt{2n_Q|n_0|}, \tag{2.13}$$

mit der Quantenkapazität

$$n_Q = \frac{\pi}{2}\left(\frac{\hbar v_F}{e}\sum_{i=1}^{N}\frac{C_i}{e}\right)^2. \tag{2.14}$$

Für Standardchips mit 285 nm SiO_2 ($\epsilon_r = 3.9$) ist die Abweichung n zu $n_{klass.}$ marginal (z. B. $n = 0.96 n_{klass.}$ bei $V_g = 0.5\,\mathrm{V}$). Für dünne Gatedielektrika (z. B. hBN, $d = 7\,\mathrm{nm}, \epsilon_r = 3$), wie sie in dieser Arbeit für effizientes, lokales Gating produziert wurden, sinkt die tatsächlich induzierte Ladungsträgerdichte im Vergleich zum klassischen Kondensatormodell deutlich (z. B. $n \approx 0.75 n_{klass.}$ bei $V_g = 0.5\,\mathrm{V}$). Folglich spielt die Quantenkapazität bei der Bestimmung der Ladungsträgerdichte gerade bei den in dieser

Arbeit vorgestellten, strukturierten Bottomgates, die nur wenige Nanometer Bornitrid vom Graphen trennt, eine nicht zu vernachlässigende Rolle (vgl. Abb. 2.5).

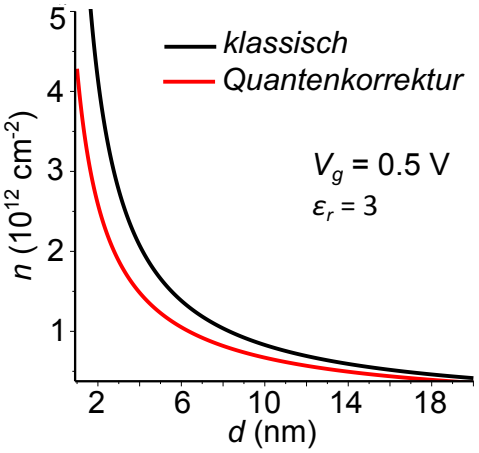


Abbildung 2.5: Einfluss der Quantenkapazität auf die Ladungsträgerdichte. Ladungsträgerdichte n ohne (schwarz) und mit Quantenkorrektur (rot). Während bei niedrigen Isolatordicken d und niedrigen V_g die Quantenkapazität nicht außer Acht gelassen werden sollte, wird ihr Einfluss für dicke Schichten bzw. hohe Spannungen gering.

2.5 Ladungstransport in Graphen

Um die besonderen Eigenschaften des Ladungstransports in Graphen beschreiben zu können, wird zunächst auf das Drude-Modell für elektrische Leitfähigkeit in Metallen zurückgegriffen. In diesem einfachen Modell konnte P. Drude den linearen Zusammenhang zwischen angelegtem Feld $\boldsymbol{E}$ und Stromdichte $\boldsymbol{j}$ in Metallen erklären. Die Elektronen bewegen sich in diesem Bild wie freie Teilchen, die mit den Ionen zusammenstoßen. Aus der Bewegungsgleichung [41]

$$m\dot{\boldsymbol{v}} = -e\boldsymbol{E} - \frac{m\boldsymbol{v_d}}{\tau_p} \tag{2.15}$$

lässt sich im stationären Fall $\dot{v} = 0$ die Driftgeschwindigkeit schreiben als

$$\boldsymbol{v_d} = -\frac{e\tau_p}{m}\boldsymbol{E} = -\mu_{\pm}\boldsymbol{E}. \tag{2.16}$$

Hier ist m die Masse des Ladungsträgers (die im Kristall durch die effektive Masse m^* ersetzt wird), τ_p die isotrope Impulsrelaxations- oder Stoßzeit und $\mu_{\pm}$ die Beweglichkeit der Ladungsträger (- für Elektronen, + für Löcher). Die Stromdichte ergibt sich schließlich zu [41]

$$\boldsymbol{j} = ne\boldsymbol{v_d} = \sigma_0\boldsymbol{E}, \tag{2.17}$$

mit der Leitfähigkeit

$$\sigma_0 = \frac{ne^2\tau_p}{m} = ne\mu_{\pm}. \tag{2.18}$$

Im Allgemeinen ist die Masse der Ladungsträger im Kristall der *effektiven Masse* gleichzusetzen, die der reziproken Krümmung eines Bands $m^* = \left(\frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2}\right)^{-1}$ entspricht [41]. Da Graphen eine lineare Energiedispersion aufweist, wäre m^* unendlich. Wie später zu sehen sein wird (Abschnitt 2.6.1), lässt sich die dynamische Masse der Ladungsträger in Graphen jedoch mit der Zyklotronmasse $m_C^* = \hbar k_F / v_F$ ausdrücken. Aus der Einstein-Beziehung [42]

$$\sigma = e^2 D(E_F)\mathcal{D} \tag{2.19}$$

erhält man mithilfe der Zustandsdichte für Graphen (2.7) außerdem die Diffusionskonstante:

$$\mathcal{D} = \frac{l_p v_F}{2}, \tag{2.20}$$

mit der mittleren freien Weglänge der Ladungsträger l_p. Trotz der Einfachheit der Drude-Theorie lassen sich hier bereits einige, in dieser Arbeit relevante Messgrößen wiederfinden. So sind die Leitfähigkeit, bzw. der über Inversion des vollständigen Leitfähigkeitstensors gekoppelte Widerstand direkte Messgrößen im Transportexperiment. Mithilfe der Beweglichkeit $\mu_\pm$, bzw. der Impulsrelaxationszeit τ_p lassen sich Aussagen über die Qualität einer (Graphen-) Probe treffen. Die Beweglichkeit selbst lässt sich mithilfe des Plattenkondensatormodells und der Annahme einer linearen Leitfähigkeit $\sigma_0(n)$ in der Nähe des Dirac-Punktes abschätzen.
Das Drude-Modell geht davon aus, dass alle Elektronen zum Stromtransport beitragen, was u. a. dem Pauli-Prinzip für Fermionen widerspricht. In erweiterten Theorien, die die Fermi-Dirac-Statistik miteinbeziehen (z. B. Sommerfeld'sche Theorie oder Boltzmann-Transportgleichung), können nur die Elektronen an der Fermi-Fläche zum Transport beitragen. Diese Beschreibung liefert für isotrope Systeme dennoch einen der Drude-Theorie (Gl. (2.18)) entsprechenden Ausdruck und unterstreicht die hohe Aussagekraft dieser klassischen, kinetischen Gastheorie bei der Beschreibung des Ladungstransports komplexer Festkörpersysteme. Die Impulsrelaxationszeit der Elektronen nimmt hierbei den Wert an der Fermi-Fläche $\tau_p = \tau_p(E_F)$ an [41].

2.5.1 Ballistischer Transport

Neben der Impulsrelaxationszeit τ_p bzw. der mittleren freien Weglänge l_p, die sich über elastische Streuprozesse im Festkörper definiert, spielt in Interferenzexperimenten die Phasenkohärenz zweier Teilwellen eine wichtige Rolle. Diese wird im Festkörper durch inelastische Streuprozesse aufgehoben, wobei die Phasenkohärenzlänge $l_\phi = \sqrt{\mathcal{D}\tau_\phi}$ und τ_ϕ die Kohärenzzeit ist [42].
Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Resonanzphänomene implizieren ballistischen Transport auf einer Längenskala L, sodass deren experimentelle Beobachtung eine *ballistische Länge* $l_b \geq L$ im System voraussetzt. Allerdings wird l_b durch unterschiedliche Streumechanismen limitiert, die wiederum selbst unterschiedlich stark von Parametern wie der Temperatur T oder der Ladungsträgerdichte n abhängen. Im Allgemeinen ist es schwierig l_b bzw. eine mittlere Gesamtstreuzeit τ über die verschiedenen Streumechanismen zu

bestimmen. Eine Möglichkeit der Näherung von τ bietet die Matthiessen-Regel über die Addition der effektiven Widerstände, die sich durch die jeweiligen Streumechanismen ergeben. Daraus folgt [43]:

$$\tau(T, n, ...) = \left(\frac{1}{\tau_p} + \frac{1}{\tau_\phi} + ... \right)^{-1} . \tag{2.21}$$

In Abb. 2.6 gezeigte experimentelle Beobachtungen legen nahe, dass die Beweglichkeit μ, bzw. die mittlere freie Weglänge l_p und somit τ_p, sowohl in Graphen auf SiO_2 (a), als auch in hBN eingekapseltem Graphen (b), über einen weiten Bereich relativ unabhängig von T sind [44, 13]. Bei höheren Temperaturen wird die Beweglichkeit über Streuung an akustischen Phononen abgebremst [35, 44]. Die Elektron-Phonon-Streuzeit τ_{eph} lässt sich in Graphen bei erhöhten Temperaturen T schreiben als [35]:

$$\tau_{eph} = \left(\frac{1}{\hbar^3} \frac{E_k}{4 v_F^2} \frac{U_d^2}{\rho_m v_{ph}^2} k_B T \right)^{-1} . \tag{2.22}$$

Hierbei sind U_d das Gitterdeformationspotential, $\rho_m = 7.6 \times 10^{-8}\,\mathrm{g/cm^2}$ die Massendichte von Graphen und $v_{ph} = 2 \times 10^6\,\mathrm{cm/s}$ die Ausbreitungsgeschwindigkeit der akustischen Phononen [35]. U_d geht quadratisch in τ_{eph} ein und kann die Berechnung der Beweglichkeit dementsprechend maßgeblich beeinflussen [35]. In dieser Arbeit wurde das in [44] bestimmte $U_d = (18 \pm 1)\,\mathrm{eV}$ zur Abschätzung der Elektron-Phonon-Streuzeit herangezogen (vgl. Abschnitt 9.5.).

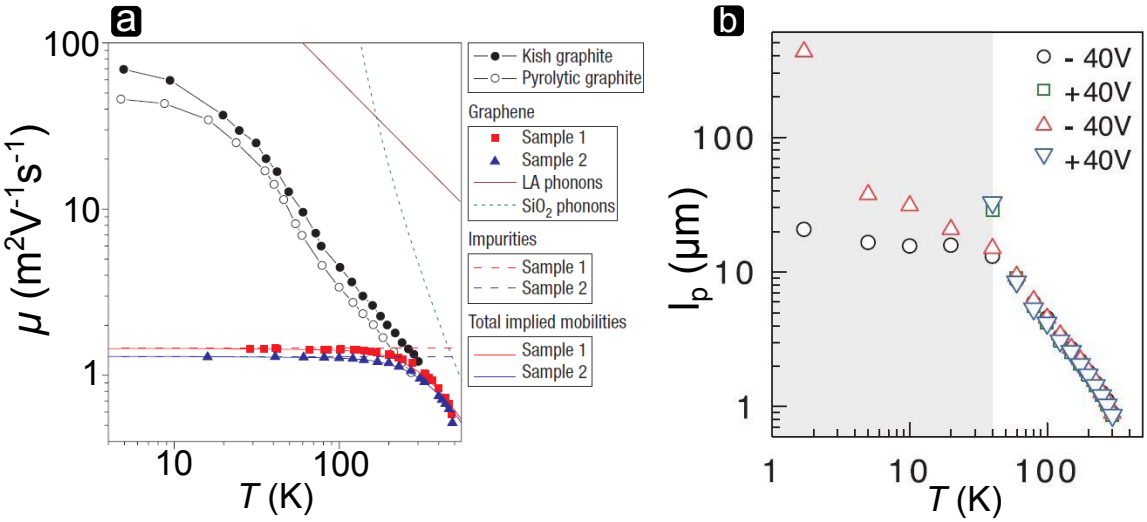


Abbildung 2.6: Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit in Graphen.
a) Messungen von μ an Graphen auf SiO_2. In einem Bereich $T = 0...100\,\mathrm{K}$ bleibt $\mu \approx 11\,000\,\mathrm{cm^2/(Vs)}$ annähernd konstant (rote Quadrate, blaue Dreiecke). **b)** Auch in hBN/Gr/hBN sinkt das mit μ verknüpfte l_p erst ab einer höheren T ab. Grafik (a) aus [44], Grafik (b) aus [13].

Die Phasenkohärenzzeit τ_ϕ variiert ebenfalls deutlich mit T [45]. Im Allgemeinen unterscheidet man bei der T-Abhängigkeit von τ_ϕ das diffusive [46] und ballistische Transportregime [47], für die jeweils unterschiedliche Temperaturabhängigkeiten gelten (Ausdrücke entnommen aus [45]):

$$\tau_\phi^{-1} = \alpha \frac{k_B T}{2E_F \tau_p} \ln\left(\frac{2E_F \tau_p}{\hbar}\right) \qquad \text{(diffusiv)} \tag{2.23}$$

$$\tau_\phi^{-1} = \beta \frac{\pi}{4} \frac{(k_B T)^2}{\hbar E_F} \ln\left(\frac{2E_F}{k_B T}\right) \qquad \text{(ballistisch)}. \tag{2.24}$$

Hier sind α und β Koeffizienten der Größenordnung 1 [45] und k_B ist die Boltzmann-Konstante. Für diffusiven Transport ergibt sich mit $l_\phi = \sqrt{\mathcal{D}\tau_\phi}$ eine Abhängigkeit $l_\phi \sim 1/\sqrt{T}$, für ballistischen Transport mit $l_\phi = v_F \tau_\phi$ folgt genähert $l_\phi \sim 1/T^2$.

2.5.2 Elektron-Elektron-Wechselwirkung

Die schwache Elektron-Phonon-Wechselwirkung ist eine Besonderheit von Graphen [48], welche beispielsweise im Vergleich zu einem 2DEG in einer GaAs-Heterostruktur relativ hohe Beweglichkeit auch bei Raumtemperatur ermöglicht [49]. In Graphen ist somit die Elektron-Elektron-Wechselwirkung der limitierende Faktor, insbesondere wenn die Streulänge bei höheren Temperaturen $l_{ee} \ll W, l_p$ wird. Dabei steht W für die Breite des leitenden Kanals. In diesem Regime wird das Elektronengas wie eine zähe (Fermi-) Flüssigkeit betrachtet [48]. Das Studium der *Hydrodynamik* von Ladungsträgern in Graphen wurde erst in den letzten Jahren durch die stetige Verbesserung der Proben ermöglicht. Um viskosen Fluss durch die Struktur zu erhalten, muss die bereits oben genannte Bedingung $l_{ee} \ll l_p$ erfüllt sein, wobei diese aufgrund der unterschiedlichen T-Abhängigkeiten $l_{ee} \propto T^{-2}$, $l_p \propto T^{-1}$ prinzipiell realisierbar ist [48]. Bandurin *et al.* gelang es, dieses hydrodynamische Verhalten in einer nicht-lokalen Messgeometrie zu bestätigen. Dabei ergaben sich negative, nichtlokale Spannungen, die auf eine Verwirbelung des Elektronenflusses hindeuten, wobei die Viskosität der Fermi-Flüssigkeit um eine Größenordnung höher als die von Honig bestimmt wurde. Die Proben wiesen dabei eine genügend hohe Beweglichkeit $\sim 50\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ bei Raumtemperatur auf, sodass sich $l_p \approx 1\,\mu\mathrm{m}$, bei Ladungsträgerdichten der Größenordnung $10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$, ergab. Die Streulänge der Elektron-Elektron-Wechselwirkung wurde im selben Intervall der Ladungsträgerdichte bei $T > 150\,\mathrm{K}$ auf $l_{ee} = 0.1 - 0.3\,\mu\mathrm{m}$ abgeschätzt, womit die Bedingung einer viskosen Fermi-Flüssigkeit erfüllt wurde. Im longitudinalen Widerstand wurde kein Effekt des viskosen Flusses beobachtet, da der Transport auch im viskosen Limit gleichförmig durch die Probe von statten geht.

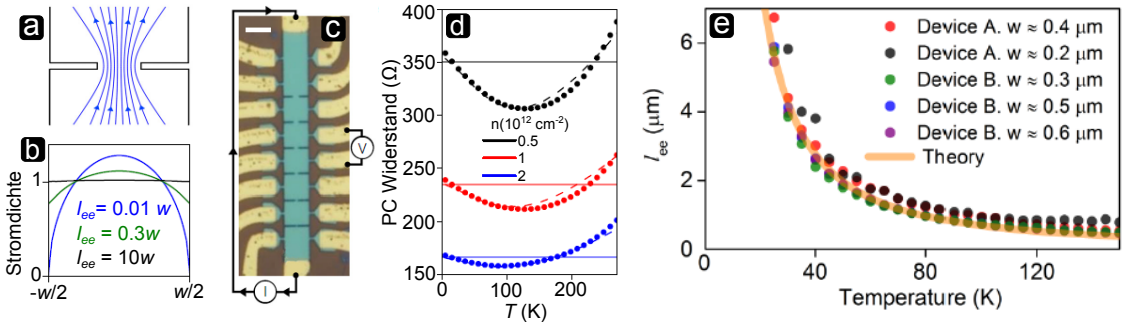


Abbildung 2.7: Superballistischer viskoser Elektronentransport.
a) Schema des Elektronenflusses an einer Einschnürung. **b)** Stromdichteverteilung in der Einschnürung. Für viskosen Fluss mit $l_{ee} \ll w$ ergibt sich eine Absenkung der Stromdichte an den Rändern, ganz im Gegensatz zum ballistischen Limit $l_{ee} \gg w$. **c)** Mikroskopbild der in [50] verwendeten Probe. Die mittleren freien Weglängen lagen bei $T \simeq 0$ im Bereich $\sim 3\,\mu\text{m}$ und sanken bei Raumtemperatur auf $1\,\mu\text{m}$ ab. **d)** Nicht-monotoner Widerstand der Einschnürung (PC) in Abhängigkeit von der Temperatur (Gurzhi-Effekt). Die horizontalen Linien repräsentieren den erwarteten Widerstand im ballistischen Limit. Die gestrichelten Kurven stammen von der Vielteilchentheorie viskoser Elektronenflüssigkeiten und stimmen mit dem Experiment überein. Die farbcodierten Messpunkte repräsentieren unterschiedliche Dichten. **e)** Elektron-Elektron-Streulänge l_{ee} in Abhängigkeit der Temperatur bei $n = 1 \times 10^{12}\,\text{cm}^{-2}$ und unterschiedliche Weite w der Einschnürung. Grafiken (a-d) adaptiert aus [50] , Grafik (e) aus [51].

Krishna Kumar *et al.* führten die Untersuchungen der Hydrodynamik von Elektronen in Graphen an Einschnürungen fort und konnten in dieser Geometrie *superballistischen* viskosen Fluss nachweisen [50]. Abbildung 2.7a zeigt die schematische Einschnürung und den viskosen Fluss der Elektronen hindurch, Abb. 2.7b zeigt wiederum die normierte Stromverteilung durch die Einschnürung. Die blaue Stromdichte repräsentiert das hydrodynamische Regime mit $l_{ee} \ll w$, der Breite der Einschnürung. In diesem superballistischen Regime bilden sich - ähnlich einer laminaren Strömung von Flüssigkeiten und Gasen über Oberflächen - Schichten unterschiedlicher Geschwindigkeit aus, wobei die Elektronen über gegenseitige Wechselwirkung etwaigen Impulsverlust abschirmen und das Hindernis kollektiv umgangen wird [50]. Abbildung 2.7d zeigt eine Absenkung des Widerstands der Einschnürung mit der Temperatur bei unterschiedlichen Ladungsträgerdichten, im Einklang mit der Vielteilchentheorie für eine viskose Elektronenflüssigkeit. Hier zeigt sich das superballistische Verhalten, indem der Widerstand des ballistischen Limits in einem bestimmten T-Intervall unterboten wird. Aus der T-Abhängigkeit des Widerstands lässt sich l_{ee} abschätzen. Wie aus Abb. 2.7e ersichtlich, variiert l_{ee} kaum mit der Breite der Einschnürung und zeigt die von der Theorie vorhergesagte T-Abhängigkeit. Die Untersuchungen an hoch-beweglichem Graphen zeigen somit, dass sich die Ladungsträger in einem bestimmten T-Bereich aufgrund der Elektron-Elektron-Wechselwirkung wie eine zähe Flüssigkeit verhalten und mithilfe eines hydrodynamischen Modells beschrieben werden können.
Die in [50] gezeigte Abschätzung von l_{ee} erweist sich für diese Arbeit als wertvoll, zumal die

hier vorgestellten Proben in ähnliche Größenordnungen der Beweglichkeit und Ladungsträgerdichte vordringen. Insbesondere kann die Elektron-Elektron-Streuung bei höheren Temperaturen $T > 100\,\mathrm{K}$ als zusätzlicher limitierender Streumechanismus nicht mehr außer Acht gelassen werden.

2.5.3 Leitfähigkeit im Magnetfeld

Wenden wir uns nun dem Ladungstransport im Magnetfeld zu und ziehen erneut das Drude-Bild heran, wobei die Bewegungsgleichung (2.15) um die Lorentzkraft erweitert wird. Für einen flachen Leiter ergibt sich im senkrechten B_z-Feld, ohne E-Felder und Ströme in z-Richtung nach gewisser Rechnung (vgl. [41]):

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}, \tag{2.25}$$

mit den Leitfähigkeitskomponenten im stationären Fall:

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_0}{1+\mu^2 B^2}, \quad \sigma_{xy} = \frac{\sigma_0 \mu B}{1+\mu^2 B^2}. \tag{2.26}$$

Die im Experiment bestimmbaren Komponenten des Widerstandstensors ρ_{ij} ergeben sich durch Inversion des Leitfähigkeitstensors zu

$$\begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xy}\sigma_{yx}} \begin{pmatrix} \sigma_{yy} & -\sigma_{xy} \\ -\sigma_{yx} & \sigma_{xx} \end{pmatrix}, \tag{2.27}$$

wobei für ein isotropes System $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ und $\sigma_{yx} = -\sigma_{xy}$ gelten.

Wird ein Magnetfeld senkrecht zur Materialebene eines solchen isotropen Systems angelegt, tritt der klassische *Hall-Effekt* auf. Je nach Vorzeichen, werden die stromführenden Ladungsträger aufgrund der Lorentzkraft auf einer der Seiten der Geometrie akkumuliert. Im Gegenzug baut sich ein der Polarisation entgegengerichtetes Hall-Feld $\mathcal{E}_y$ auf (vgl. Abb. 2.8), welches die Lorentzkraft kompensiert. Im stationären Fall ergeben sich aus Gl. (2.27) die Widerstände

$$\rho_{xx} = \frac{1}{\sigma_0} = \frac{1}{ne\mu} \quad \text{und} \quad \rho_{xy} = \frac{B}{ne} = -R_H B. \tag{2.28}$$

Letzterer ist der Hall-Widerstand und $R_H = -1/ne$ die Hall-Konstante.

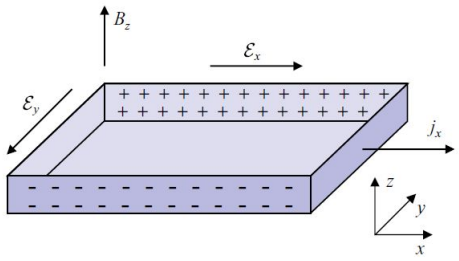


Abbildung 2.8: Klassischer Hall-Effekt.
Ein in z-Richtung angelegtes Magnetfeld verursacht über die Lorentzkraft $\boldsymbol{F_L} = e(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$ eine Polarisation, die durch das sich aufbauende Hall-Feld $\mathcal{E}_y$ kompensiert wird. Die Potentialdifferenz ergibt schließlich den Hall-Widerstand ρ_{xy}. Grafik aus [41].

Im Folgenden wird Graphen betrachtet, das ein perfektes 2-dimensionales Elektronengas darstellt, und das bisher bemühte, klassische Bild verlassen, in dem eine Quantisierung der Energien aufgrund der räumlichen Einschränkung, sowie der Zyklotronbahnen im Magnetfeld, zugelassen wird. Dies führt zu Landau-Quantisierung und dem Quanten-Hall-Effekt in Graphen.

2.6 Landau-Quantisierung in Graphen

Quantenmechanisch betrachtet muss der zweidimensionale, Dirac-ähnliche Hamiltonoperator für eine Graphenmonolage im Einteilchenbild, Gl. (2.9), im Magnetfeld erweitert werden zu [52]:

$$H = v_F \boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\hbar\nabla + e\boldsymbol{A}) \,, \tag{2.29}$$

wobei $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y)$ erneut die Pauli-Matrizen und $\boldsymbol{A} = (0, Bx, 0)$ das Vektorpotential unter Landau-Eichung mit $\nabla \times \boldsymbol{A} = \boldsymbol{B} = (0, 0, B)$ repräsentieren. Die Lösungen der stationären Schrödinger-Gleichung

$$(H - E)\,\Psi(\boldsymbol{r}) = 0 \tag{2.30}$$

lassen sich für ein Untergitter schreiben als:

$$\boxed{E_N = \hbar v_F k_F = \pm\sqrt{2e\hbar v_F^2 BN}} \,. \tag{2.31}$$

Hierbei steht N für den ganzzahligen Index der Landau-Niveaus. Eine Herleitung der Landau-Energien (2.31) und zugehöriger Eigenfunktionen, in Analogie zum harmonischen Oszillator in der Quantenmechanik, kann z. B. in Quelle [28] nachgelesen werden. Wir betrachten das Problem stattdessen im semiklassischen Bild, unter besonderer Berücksichtigung der Berry-Phase.
Im senkrechten Magnetfeld zwingt die Lorentz-Kraft ein geladenes Teilchen auf eine Kreisbahn, die, klassisch betrachtet, kontinuierliche Radien in Abhängigkeit der Energie annehmen kann. Der Zyklotronradius für 2D-Systeme lässt sich allgemein schreiben als:

$$r_C = \frac{\hbar}{eB}\sqrt{\frac{4\pi n}{g_s g_v}} = \frac{\hbar k_F}{eB}. \tag{2.32}$$

Dabei sind g_s und g_v die Spin- bzw. Valleyentartungsgrade, wobei in Graphen $g_s g_v = 4$ gilt. Im semiklassischen Bild muss das Elektron, einer stehenden Welle entsprechend, nach einem kompletten Umlauf ein ganzzahliges Vielfaches der Phase 2π akkumuliert haben, was zu einer Quantisierung der erlaubten Bahnen führt. Onsager [53] zeigte mithilfe der Bohr-Sommerfeld-Quantisierung

$$\oint (\boldsymbol{p} + e\boldsymbol{A})\, d\boldsymbol{r} = (N + \theta)h, \tag{2.33}$$

dass das Kontinuum erlaubter Energien nur zu bestimmten Orbits, die den Landau-Energieniveaus (LL) (mit ganzzahligem Index N) entsprechen, quantisiert. Das Integral stellt hierbei eine von einer Bahn umschlossene Fläche dar. Die relevanten Phasenbeiträge während eines Umlaufs sind die *Aharonov-Bohm*-Phase ($\varphi_{AB} = 2\pi$, wenn ein Flussquant umschlossen wird), eine Phasenverschiebung von π an jedem Umkehrpunkt und die intrinsische Berry-Phase. Im Ortsraum bedingt die Quantisierung, dass der magnetische Fluss ϕ sich von Niveau zu Niveau um ein ganzzahliges Vielfaches von $\phi_0 \equiv h/e$, zuzüglich einer Berry-Phasen-abhängigen Korrektur, ändert [54].
Die im reziproken Raum von einer Kreisbahn umschlossene Fläche $S(E)$ lässt sich schreiben als [53, 55]:

$$S(E) = \pi k^2 = \left(\frac{2\pi|e|B}{\hbar}\right)(N + \theta)\,, \tag{2.34}$$

mit $\theta = 1/2 - \gamma/2\pi$, wobei γ die Berry-Phase ist. Im Allgemeinen ist γ für jeden Orbit unterschiedlich und die Abstände der Energieniveaus sind ungleich [54]. Wir betrachten hier zwei Spezialfälle: das parabolische Spektrum (P) eines 2DEG und das lineare Spektrum von Graphen. Nicht-relativistische Elektronen mit $k = \sqrt{2m^* E}/\hbar$ haben eine triviale Berry-Phase [55] und die LL wachsen entsprechend Gl. (2.34) in äquidistanten Schritten

$$E_N^P = \hbar\omega_C(N + 1/2) \quad \text{mit} \quad \omega_C = eB/m^*. \tag{2.35}$$

In Graphen hingegen stellt der Dirac-Punkt ($k_y = k_x = 0$) eine topologische Singularität dar [56]. Ist die Energiedispersion in der Nähe eines solchen Punktes linear, erhalten ihn umschließende Bahnen eine Berry-Phase von $\gamma = \pi$, unabhängig von der tatsächlichen Form des Orbits [54]. Gleichung (2.34) wird somit zu

$$S(E) = \pi k^2 = \left(\frac{2\pi|e|B}{\hbar}\right)N. \tag{2.36}$$

Gleichung (2.36) eingesetzt in Gl. (2.5) ergibt schließlich Gl. (2.31), die ungewöhnliche Sequenz der LL in Graphen [34, 54]. In Abb. (2.9) sind die LL, bzw. die diskretisierte Zustandsdichte $D(E)$ schematisch dargestellt. In Graphen existiert ein Zustand mit $E_{N=0} = 0$, der insbesondere bei der Erklärung des halbzahligen Quanten-Hall-Effekts eine Rolle spielt (vgl. Abschnitt 2.6.3).

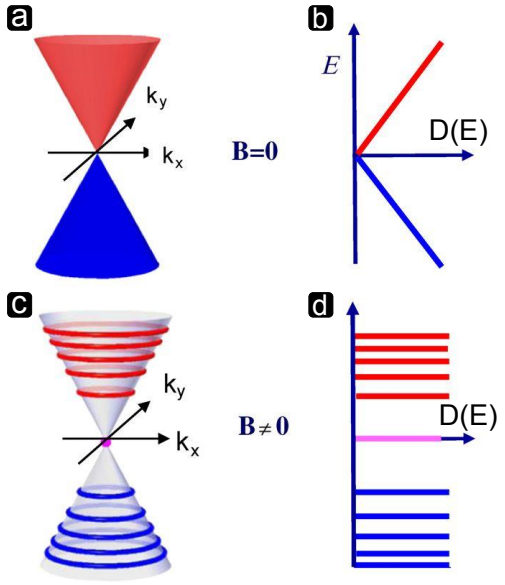


Abbildung 2.9: Landau-Quantisierung in Graphen. a) Energiedispersion von Graphen mit symmetrischem Leitungs- (rot) und Valenzband (blau). Anders als beim parabolischen 2DEG, wo die Zustandsdichte $D(E)$ konstant ist, skaliert $D(E)$ in Graphen linear mit der Energie und verschwindet am DP **(b)**. Im Magnetfeld quantisiert die Zustandsdichte zu diskreten Landau-Energieniveaus, die wurzelförmig mit der Ladungsträgerdichte skalieren **(c)**. Die Niveaus sind somit nicht-äquidistant in der Energie. Für besonders hohe Felder lässt sich aufgrund dieser besonderen Abhängigkeit der erlaubten Energien der Quanten-Hall-Effekt sogar bei Raumtemperatur beobachten. **d)** Die Zustandsdichte von Graphen im Magnetfeld. Die Peaks haben dieselbe Höhe, proportional zum Entartungsgrad des Niveaus $4B/\phi_0$. Grafik aus [55].

2.6.1 Effektive Masse und Zyklotronmasse in Graphen

Während sich aufgrund der linearen Energiedispersion die Beschreibung der Ladungsträger in Graphen als (ruhe-) masselose Dirac-Fermionen aufdrängt, ist deren Zyklotronmasse $m_C^* \neq 0$ und damit ein probater Parameter um Dirac-Fermionen im Magnetfeld zu charakterisieren. Insbesondere lässt sich das lineare Energiespektrum über die Abhängigkeiten $m_C^*(n, E)$ überprüfen. Im semiklassischen Grenzfall gilt für die Zyklotronmasse eines eine Fläche $S(E)$ umschließenden Elektrons [34]:

$$m_C^* = \frac{\hbar^2}{2\pi} \cdot \left[\frac{\partial S}{\partial E}\right]_{E_F}. \tag{2.37}$$

Aus den Gln. (2.36) und (2.5) folgt wiederum

$$S(E) = \frac{\pi E^2}{\hbar^2 v_F^2} = \pi^2 n. \tag{2.38}$$

Daraus ergibt sich mit Gl. (2.37)

$$m_C^* = \frac{E_F}{v_F^2} = \frac{\hbar k_F}{v_F} = m^*, \tag{2.39}$$

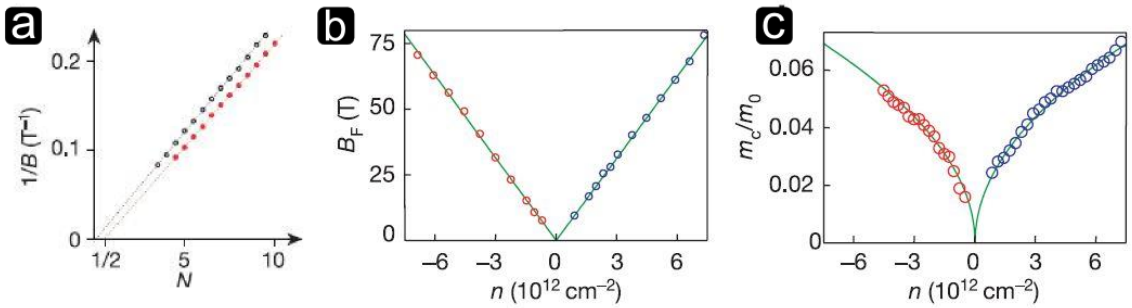


Abbildung 2.10: SdHO-Frequenz und Zyklotronmasse in Graphen.
a) Vergleich zwischen der Position der SdHO-Minima von 5 nm dickem Graphit (schwarz) und Monolagengraphen (rot) mit derselben SdHO-Frequenz, in Abhängigkeit des Index der SdHO-Minima N. Für Graphen liegt der Achsenabschnitt bei $N = 1/2$. **b)** Die SdHO-Frequenzen B_F für verschiedene Gate-Spannungen zeigen eine lineare Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte n. **c)** Messungen der Temperaturabhängigkeit der SdHOs offenbarten eine wurzelförmige Abhängigkeit der Zyklotronmasse von n und bestätigen die lineare Dispersionsrelation $E_F = \hbar v_F k_F$ für Monolagengraphen. Grafik aus [34].

da für ein isotropes System $m_C^* = m^*$, mit der effektiven Masse m^*, erwartet wird [55]. Bei ausreichend hohen Magnetfeldern treten im Experiment Shubnikov-de Haas-Oszillationen (SdHOs) auf, deren Frequenz nach Gl. (2.34) $B_f = B(N + \theta) = \frac{\hbar}{2\pi e} S(E)$ ist. Im Experiment konnte sowohl eine lineare Abhängigkeit $B_f(n) = (h/4e)n$ als auch eine wurzelförmige Proportionalität der Zyklotronmasse $m_C^* \propto \sqrt{n}$ beobachtet werden (siehe Abb. 2.10b,c). Zusammen impliziert dies $S(E) \propto E^2$ und bestätigt somit $E \propto k$, d. h. die lineare Dispersionsrelation. Aus Messungen der Zyklotronmasse lässt sich außerdem die Geschwindigkeit der Dirac-Fermionen in Graphen bestimmen. Diese liegt bei $v_F \approx c/300 = 1 \times 10^6\,\mathrm{m/s}$, in guter Übereinstimmung mit der Theorie [34].

2.6.2 Quanten-Hall-Effekt

Das Markenzeichen von 2D-Elektronensystemen im ausreichend hohen Magnetfeld ist der Quanten-Hall-Effekt [57], bei dem der transversale (Hall-) Widerstand R_{xy} einer Probe Plateaus bei R_K/ν mit $\nu \in \mathbb{Z}$ ausbildet, die nur von Naturkonstanten, mit der von Klitzing-Konstante $R_K \simeq h/e^2 = 25\,813\,\Omega$, abhängen. Der Faktor

$$\nu = nh/eB \tag{2.40}$$

wird Füllfaktor genannt, wobei für ganzzahlige Füllfaktoren ein LL vollständig besetzt ist ($E_N \leq E_F$) und $\sigma_{xx} = \rho_{xx} = 0$ wird. Durch Änderung des Magnetfelds oder durch ein externes Potential wird die Fermi-Energie E_F verschoben. Liegt E_F in der Nähe eines LL, kann Strom fließen, solange genügend freie Zustände verfügbar sind.
Um zu verstehen, wie sich die charakteristischen Plateaus und Übergänge des Hall-Widerstands (vgl. Abb. 2.14) in einer Probe ausbilden, reicht das Verständnis der Landau-Quanti-

sierung alleine noch nicht aus. Eine gängige Erklärung liefern Randzustände, die über die endlichen Dimensionen einer Probe (z. B. Hallbar-Geometrie, siehe Abb. 2.11) einbezogen werden müssen.

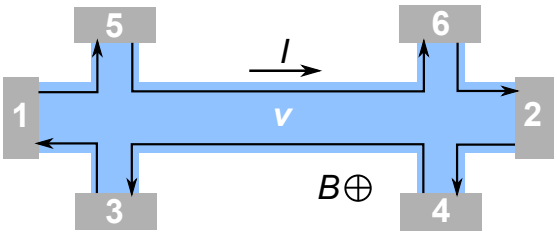


Abbildung 2.11: Hallbargeometrie und Randkanaltransport. 6-polige Hallbargeometrie zur 4-Punkt-Messung. Der Kontakt 1 dient als *Source*, Kontakt 2 als *Drain*. Die Kontakte 3 - 6 dienen als Potentialsonden. Die schwarzen Pfeile repräsentieren einen Randkanal.

Für ein verschwindendes Potential $V(y)$ erhält man für ein parabolisches 2DEG die in Gl. (2.35) aufgeführte Energierelation. Wirkt am Rand der Probe ein räumlich einschränkendes Potential $V(y)$, werden die LL verbogen und weisen eine k-Abhängigkeit auf. Somit gibt es selbst bei voller Besetzung eines LL Zustände am Rand, über die Transport erfolgen kann. Abbildung 2.12a zeigt das Energiespektrum eines parabolischen 2DEG im Magnetfeld bei endlicher Probengeometrie. Die Fermi-Energie liegt zwischen unterschiedlichen LL, am Rand ergeben sich Randzustände. Diese führen als sog. Randkanäle aufgrund ausbleibender Rückstreuung dissipationsfrei Strom ($\rho_{xx} = 0$). Erreicht die Fermi-Energie ein LL, setzt Streuung zwischen gegenüberliegenden Probenrändern ein und der longitudinale Widerstand wird maximal. Diese Widerstandspeaks sind als Shubnikov-de Haas-Oszillationen (SdHOs) des longitudinalen Widerstands experimentell beobachtbar und bilden die annähernd Delta-förmige Zustandsdichte der LL ab (Abb. 2.12b). Im Randkanalmodell kann das Aufbrechen eines Randkanals und Einsetzen der Streuung zwischen den Rändern nur über lokalisierte Zustände innerhalb der Probe erklärt werden und erfordert somit eine gewisse Defektdichte (vgl. Abb. 2.12c,d).
Eine alternative Betrachtung im Vielteilchenbild mithilfe des *Screening*-Modells kommt ohne ausgeprägte Defektdichte aus [58], stattdessen spielt die Quantisierung der aufgebogenen LL an den Rändern und die Abschirmfähigkeit der unterschiedlichen Bereiche eine Rolle (siehe Abb. 2.13a). Das Dichteprofil vom Rand ins Innere zeigt eine energetisch begünstigte Aufteilung in flache Bereiche (inkompressibel) und Bereiche konstanten Anstiegs (kompressibel), wobei letztere in der Lage sind externe Felder abzuschirmen, da eine Umbesetzung der Elektronenzustände durch verfügbare freie Zustände möglich ist. Dissipationsfreier Transport kann wiederum über die innersten, inkompressiblen Bereiche erfolgen, da externe Felder nicht abgeschirmt werden können.
Im weiteren Verlauf soll das bewährte Randkanalmodell als Ausgangspunkt weiterer Betrachtungen dienen. Der einem LL zugeordnete Strom ergibt sich im Landauer-Büttiker-Formalismus des Randkanalmodells zu [59]

$$I = \frac{e}{h}\Delta\mu, \tag{2.41}$$

wobei $\Delta\mu$ den Unterschied im chemischen Potential zweier Probenbereiche ausdrückt, zwischen denen Stromfluss auftritt. Die Randkanäle stellen eindimensionale Kanäle dar

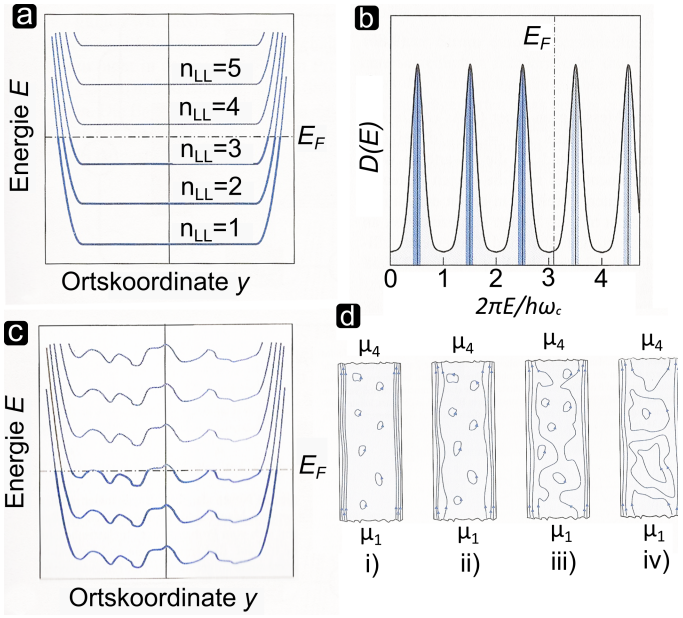


Abbildung 2.12: Randkanalmodell des QHE. a) Das einschränkende Potential am Rand der Probe führt zur Bandverbiegung der Landau-Niveaus. Liegt E_F zwischen zwei LL, kann Strom über die Randzustände dissipationsfrei fließen. **b)** Die deltaförmige Zustandsdichte ist in der realen Probe aufgrund von Inhomogenitäten verbreitert. Erhöhen des B-Felds tastet die Zustandsdichte ab. **c)** Defekte führen zu lokalen Fluktuationen des Landau-Niveaus. Die Ausbildung lokalisierter Ströme um die Defekte führt bei wechselndem Feld/wechselnder Energie schließlich zu Streuung zwischen gegenüberliegenden Probenseiten **(d)**. Grafik aus [41].

und in einer Multi-Kontakt-Geometrie gilt für den Strom im Kontakt i [60]:

$$I_i = \frac{e}{h}\left((m - R_{ii})\,\mu_i - \sum_j T_{ij}\mu_j\right). \tag{2.42}$$

m ist die Anzahl der stromführenden Moden (Kanäle), R_{ii} die Summe der Reflexionsgrade von Kontakt i nach i, μ_i das elektrochemische Potential am Kontakt i und T_{ij} die Summe der Transmissionsgrade für einzelne Moden von Kontakt i nach j. Wir betrachten nun eine Hallbar-Geometrie (Abb. 2.11). Im Quanten-Hall-Regime wird für Randkanäle die Transmission gleich 1 angenommen. Ausbleibende Rückstreuung vereinfacht Gl. (2.42), sodass sich z. B. der Hall-Widerstand eines in einer Hallbar-Geometrie (Abb. 2.11) kontaktierten 2DEG nach kurzer Rechnung (vgl. [59, 61]) ausdrücken lässt als:

$$R_{35} = \frac{\mu_3 - \mu_5}{eI} = \frac{h}{\nu e^2}, \tag{2.43}$$

wobei die Anzahl der Moden $m = \nu$ dem Füllfaktor gleichgesetzt wurde. Der Landauer-Büttiker-Formalismus für eindimensionale Kanäle bietet eine sehr gute Möglichkeit, die erwarteten Spannungen, bzw. Widerstände im QH-Regime zu berechnen und wird im weiteren Verlauf bei der Beschreibung von lokal Dichte-moduliertem Graphen im hohen Magnetfeld angewendet.

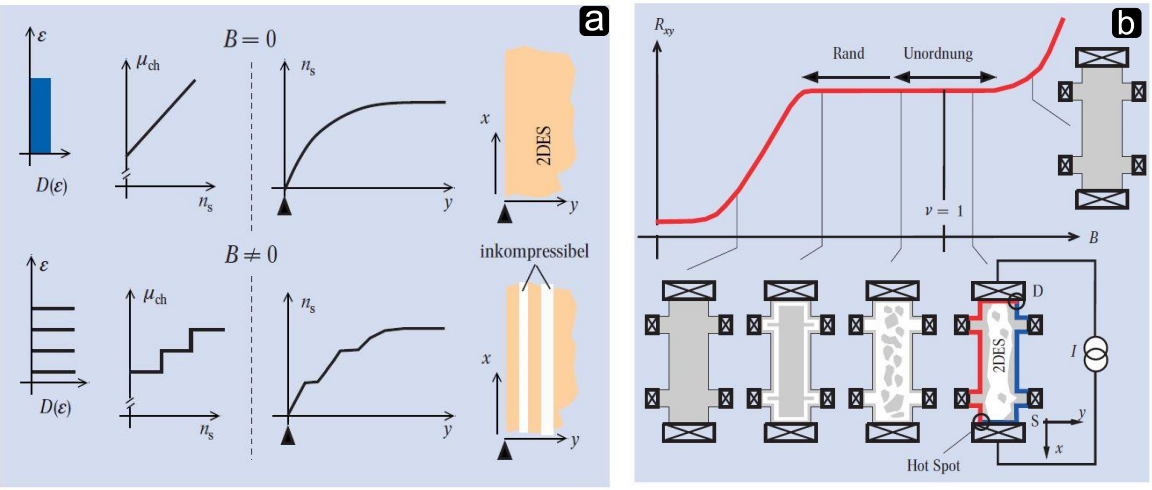


Abbildung 2.13: Screening-Modell des QHE. **a)** Konstante Zustandsdichte $D(E)$ eines 2DEG, das chemische Potential $\mu(n)$ und die ortsabhängige Ladungsträgerdichte n. n steigt vom Rand kontinuierlich ins Innere an. Bei $B \neq 0$ tritt Landau-Quantisierung ein und flache und kontinuierliche Bereiche von $n(y)$, die inkompressiblen und kompressiblen Bereiche, wechseln sich ab. **b)** QHE im Screening-Modell an einer *realen* Probe für ein Hall-Plateau. Dissipationsfreier Transport wird durch den weißen, inkompressiblen Rand ermöglicht. Das Plateau wird bei leicht höheren Feldern durch Inhomogenitäten stabilisiert. Grafik aus [58].

2.6.3 Halbzahliger QHE in Graphen

In Abschnitt 2.6 wurde die Herleitung der Landau-Energieniveaus in Monolagengraphen (Gl. (2.31)) im semiklassischen Bild skizziert. Werden beide Untergitter des Graphens in Betracht gezogen, liefert die formelle Beschreibung der Energie für masselose, relativistische Fermionen am K-Punkt [34]:

$$E^K_{N,\pm} = \pm\sqrt{2e\hbar v_F^2 B\left(N + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\right)}. \tag{2.44}$$

Das $\pm$-Zeichen vor der Wurzel bezieht sich auf das Leitungs- $(+)$ und Valenzband $(-)$. Das $\pm$ unter der Wurzel bezieht sich wiederum auf das jeweilige Graphen-Untergitter A und B, bzw. den Pseudospin der Ladungsträger. Insbesondere beherbergt das unterste Landau-Niveau $E_{N=0} = 0$ nur Fermionen mit einer Projektion des Pseudospins, $-1/2$ [34]. Der K'-Punkt ist wiederum mit der entgegengesetzten Pseudospinsorte bevölkert. Dies führt dazu, dass das unterste LL bereits bei "halber" Füllung vollständig besetzt ist, bzw. je zur Hälfte mit Löchern und Elektronen gefüllt wird. Die Füllfaktoren ergeben sich bei vollständiger Spin- und Valleyentartung der LL zu $\nu = 4(N + 1/2)$. Diese, von den Untergittern herrührende *Anomalie* führt zum halbzahligen Quanten-Hall-Effekt im Monolagengraphen. Eine Messung an Graphen auf SiO_2 bei hohem Magnetfeld ist in Abb. 2.14 dargestellt. Das erste Hall-Plateau tritt bei $\nu = \pm 2$ auf, die zum selben Landau-Niveau $N = 0$ gehören [34].

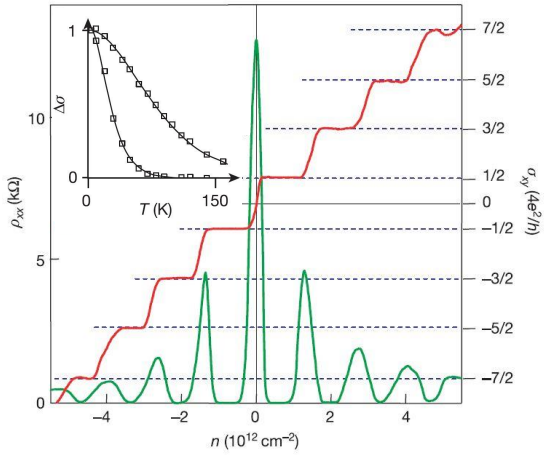


Abbildung 2.14: Quanten-Hall-Effekt in Graphen. Hall-Leitfähigkeit σ_{xy} und spez. Widerstand ρ_{xx} in Graphen bei $B = 14\,\mathrm{T}$ und $T = 4\,\mathrm{K}$, in Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte n. Der Inset zeigt die unterschiedliche Temperaturabhängigkeit der SdHO-Amplituden für $m_C^* = 0.069m_0$ und $0.023m_0$. Grafik adaptiert aus [34].

Die übrigen Niveaus weisen einen Entartungsgrad von $4Bh/e$ auf, sind allerdings um 1/2 von der gewöhnlichen Sequenz des ganzzahligen QHE verschoben. Diese Abweichung zu Landau-Niveaus in konventionellen Materialien lässt sich ebenfalls als eine Manifestation der nicht-trivialen Berry-Phase $\gamma = \pi$ in Graphen verstehen [34].
Eine weitere Besonderheit von Graphen, die von der wurzelförmigen Abhängigkeit der LL von der Ladungsträgerdichte n herrührt, ist die stark unterschiedliche Temperaturabhängigkeit der SdHO-Amplituden. Diese lässt sich durch den Dämpfungsterm (Lifshitz-Kosevich-Formel) [62]

$$D_T = \frac{\gamma}{\sinh\gamma}, \quad \text{mit } \gamma = \frac{2\pi^2 k_B T}{\hbar\omega_C}, \quad \omega_C = \frac{eB}{m_C^*} = \frac{eBv_F}{\hbar k_F}, \tag{2.45}$$

beschreiben. Im Experiment zeigen SdHOs bei hohen Ladungsträgerdichten eine stärkere Abschwächung als bei niedrigen Dichten (siehe Inset Abb. 2.14). Im einfachsten Bild muss die Energielücke zwischen zwei Niveaus $\Delta E > k_B T$, der thermischen Energie sein, um den QHE auflösen zu können. In Graphen ist ΔE für niedrige N im Vergleich zu einem parabolischen 2DEG relativ groß. So konnte der QHE in Graphen (bei hohen Feldern und Ladungsträgerdichten) selbst bei Raumtemperatur nachgewiesen werden [63].
Wir betrachten nun die SdHOs mit der temperaturabhängigen Dämpfung aus Gl. (2.45). Der Magnetowiderstand für homogen dotiertes Monolagengraphen kann dabei geschrieben werden als [64]:

$$\frac{\delta\rho_{xx}(B)}{\rho_0} = -4D_T \exp\left(-\frac{\pi}{\omega_C\tau_e}\right)\cos\left(\frac{\pi E_F}{\hbar\omega_C} - \pi\right). \tag{2.46}$$

Dabei ist $\delta\rho_{xx} = \rho_{xx} - \rho_0$ und τ_e die elastische Streuzeit, bzw. die Dephasierungszeit einer ebenen Welle im Material [65, 64]. Die Dephasierungszeit τ_e kann ungleich der Impulsrelaxationszeit τ_p sein. Ein großes Verhältnis τ_p/τ_e zeugt von stark anisotroper Streuung

in Propagationsrichtung der Elektronen [64], sodass der Transport durch die mit τ_e korrelierten Streuereignisse nur mäßig beeinflusst wird. Dies ist in GaAs-Heterostrukturen der Fall, wo langreichweitige Potentiale von äußeren Störstellen auf das 2DEG wirken und $\tau_p/\tau_e > 10$ sein kann [66]. In Graphen auf SiO_2 hingegen wurde aufgrund der räumlichen Nähe von Störstellen $\tau_p/\tau_e \approx 2$ beobachtet [64].
Durch Anfitten von Gl. (2.46) an gemessene SdHOs, lässt sich die elastische Streuzeit τ_e bestimmen. Das so zu erhaltende Verhältnis τ_p/τ_e wird insbesondere bei der späteren Beschreibung von Weiss-Oszillationen in Dichte-modulierten Systemen eine Rolle spielen.

2.6.4 Diffusive Randstreuung

In einem unendlich ausgedehnten 2DEG ist der longitudinale Widerstand - im semiklassischen Bild - unabhängig vom Magnetfeld [42]. Wir betrachten nun eine quasi-ballistische Probengeometrie, in der der Abstand der Spannungsabgriffe $x > l_p$, der mittleren freien Weglänge der Elektronen, ist. Gleichzeitig soll die Breite des Transportkanals $W < l_p$ sein. Bei niedrigen, senkrechten Magnetfeldern erwartet man in einem solchen System einen positiven Magnetowiderstand durch Streuung an den Rändern des Kanals. Abbildung 2.15a zeigt die durch die Lorentzkraft auf eine Kreisbahn gelenkten Elektronenbahnen. Die diffusive Rückstreuung an den Rändern des Kanals führt zum Magnetowiderstand $\rho > \rho_0$, welcher bei $W \approx 0.5 r_C$ maximal wird. Wird der Zyklotrondurchmesser im höheren B-Feld kleiner als die Kanalbreite, $W \gtrapprox 2r_C$, kann diffusive Randstreuung die Richtung der Elektronen nicht mehr umkehren und der Widerstand sinkt auf den ursprünglichen Wert ρ_0 [42]. Thornton *et al.* konnten diesen klassischen *magneto-size-effect* experimentell bestätigen (Abb. 2.15b). Der Inset in 2.15b zeigt eine theoretische Vorhersage mithilfe der Boltzmann-Gleichung.
In Graphen konnten die Beobachtungen und Annahmen hingegen nicht zur Gänze reproduziert werden. Diffusive Randstreuung führt zwar auch hier zu einem mit der Probenbreite verknüpften Effekt, jedoch ergab sich in Messungen an schmalem Monolagengraphen ein Maximum erst bei $W \approx r_C$, wie aus Abb. 2.15c ersichtlich wird [67]. Wie in Kap. 9 zu sehen sein wird, konnte die Abweichung zum konventionellen 2DEG auch im Rahmen dieser Arbeit beobachten werden. Eine theoretische Erklärung der Anomalie in Graphen steht jedoch noch aus.

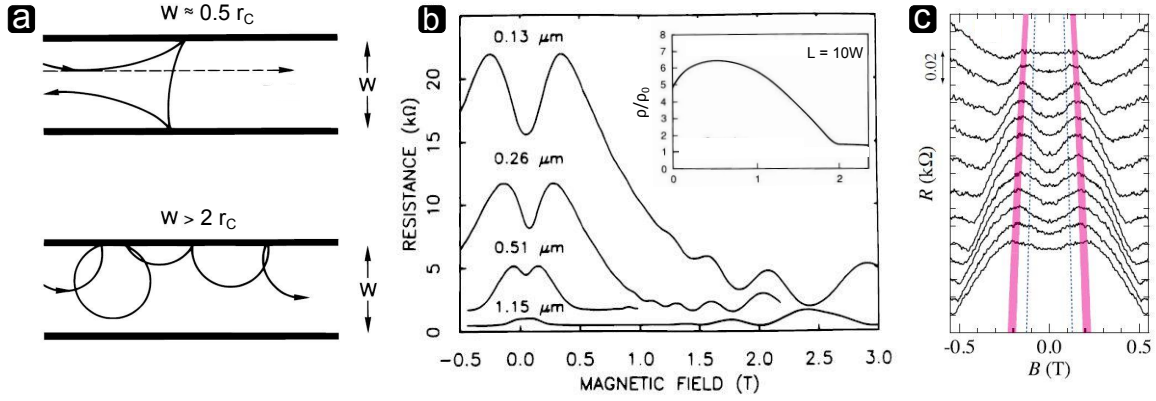


Abbildung 2.15: Diffusive Randstreuung im 2DEG und Graphen. a) Eine klassische, lineare Elektronentrajektorie im 2DEG (gestrichelt) wird durch ein senkrechtes B-Feld zu einer Kreisbahn (durchgezogene Linie) und am Rand diffusiv gestreut. Der Magnetowiderstand wird bei $W \approx 0.5r_C$ maximal, bei $W \approx 2r_C$ sinkt er auf den Bulk-Wert zurück. **b)** Messungen an GaAs-Heterostrukturen mit einer Länge $L = 12\,\mu\text{m}$ und unterschiedlicher Breite W bei $T = 4.2\,\text{K}$ [68]. Die Maxima in ρ werden für $W \approx 0.5r_C$ beobachtet. Der Inset zeigt den aus der Boltzmann-Gleichung mit Relaxationszeit-Ansatz bestimmten Magnetowiderstand für diffusive Randstreuung in einem dünnen 3D-Film, wobei für ein 2DEG ähnliches Verhalten erwartet wird [42]. **c)** Magnetowiderstand in Monolagengraphen, für verschiedene Gatespannungen [67]. Die Kurven zeigen einen ähnlichen Verlauf wie in (b), allerdings treten die Maxima nicht bei $W \approx 0.5r_C$ (blau gestrichelte Linien), sondern bei $W \approx r_C$ (pinke Streifen) auf. Grafik (a) und Inset in (b) aus [42], Grafik (b) aus [68], (c) aus [67].

KAPITEL 3

MODULIERTES GRAPHEN

Die bisherige Beschreibung von Graphen fußte stets auf der Annahme eines homogenen Systems mit einer bestimmten, ortsunabhängigen Ladungsträgerdichte n. Allerdings weist selbst unberührtes Graphen in der Realität lokale Schwankungen der Ladungsträgerdichte auf, die *electron-hole-puddles* genannt werden. Diese zufällig verteilten Inhomogenitäten können z. B. von Störstellen oder der Rauigkeit des Substrats herrühren und sind wegen ausbleibender Abschirmung am Dirac-Punkt stark ausgeprägt [31]. Für den Transport in realen Proben sind diese Elektron-Loch-Landschaften von großer Bedeutung, da sie mit ein Grund sind, warum Graphen selbst bei einer mittleren Ladungsträgerdichte $\bar{n} = 0$ leitfähig ist.
Die Leitfähigkeit ist im Allgemeinen eine Funktion vieler Variablen, $\sigma(T, \omega, E_F, \Gamma, \Delta, x^{-1})$, mit der Temperatur T, der Frequenz ω, der Fermi-Energie E_F, der Streuverbreiterung Γ, dem Intervalley-Streuparameter Δ und der Systemgröße x [31]. Für die Leitfähigkeit σ_D des homogenen, undotierten Graphens am Dirac-Punkt liefert die Theorie höchst unterschiedliche Resultate, je nachdem welche Näherungen und Bedingungen für die Variablen angewendet wurden. Ein oft genanntes Ergebnis ist $\sigma_D = 4e^2/(\pi h)$, mit der Bedingung $T = 0$ und der Frequenz $\omega \longrightarrow 0$ [31]. Im Vergleich dazu fällt die experimentell bestimmte Leitfähigkeit deutlich höher aus [34, 69]. Diese Abweichung zwischen Theorie und Experiment (oft auch *missing π-problem* genannt) ist ein vieldiskutiertes Thema. Eine umfangreiche Diskussion findet man im Übersichtsartikel von Das Sarma *et al.* [31].
Im Folgenden wollen wir uns damit beschäftigen, wie sich die besonderen Charakteristika von Graphen, wie z. B. die Chiralität (Abschn. 2.3), auf den Transport über Bereiche unterschiedlicher Ladungsträgerdichte hinweg auswirken.

3.1 Scharfe Potentialstufe

Wir betrachten zunächst eine "scharfe" Potentialstufe in Graphen, wobei das Potential über eine Längenskala $w \gg a_0$, der Gitterkonstante, variiert und somit Intervalley-Streuung außer Acht gelassen werden kann. Der Notation von Allain und Fuchs [36] folgend, führen wir

den in Abb. 3.1a skizzierten Einfallswinkel der Elektronen ϕ und den Winkel der Transmission θ_t ein. Die Situation ähnelt hierbei der Brechung von Lichtstrahlen an einem Übergang zweier Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes. Ist nun die Elektronenenergie $0 < E < V_0$ (Elektron-Loch- oder np-Übergang), wird das im Leitungsband einfallende Elektron mit Wellenvektor $\boldsymbol{k_e} = (k_x^{(e)}, k_y^{(e)})$ bei senkrechtem Einfall ($k_y^{(e)} = 0$) auf die Stufe perfekt transmittiert, unter schrägem Einfall ($k_y^{(e)} \neq 0$) zu einem gewissen Grad reflektiert. Nach dem Übergang ins Valenzband ist der Wellenvektor des transmittierten Elektrons $\boldsymbol{k_t}$ antiparallel zur Ausbreitungsgeschwindigkeit. Dies führt zu anomaler Brechung, analog zum negativen Brechungsindex in der Optik. Die Erhaltung von $k_y^{(e)} = k_y^{(t)}$ an der Stufe führt zu einem, dem Snellius'schen Brechungsgesetz $\mathcal{N}_1 \sin\theta_1 = \mathcal{N}_2 \sin\theta_2$ ähnlichen Ausdruck [36]:

$$E \sin\phi = -(E - V_0) \sin\theta_t, \tag{3.1}$$

wobei die Einfalls- und Transmissionswinkel des optischen Analogons θ_1, θ_2 hier $\phi \equiv \theta_1$ und

$$\theta_t = \theta_2 + \pi = -\arcsin\left(\frac{E}{V_0 - E}\sin\phi\right) + \pi \tag{3.2}$$

entsprechen [36]. Ebenso können die kinetischen Energien $E \propto \mathcal{N}_1$, bzw. $(E - V_0) \propto \mathcal{N}_2$, mit $\mathcal{N}_2 < 0$, den Brechungsindizes zugeordnet werden [36].
Die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten an einem np-Übergang lassen sich wiederum über die Stetigkeit der Wellenfunktionen im n und p Bereich finden und ergeben sich zu [36]:

$$t = \frac{e^{i\phi} + e^{-i\phi}}{e^{-i\phi} - e^{-i\theta_t}} \quad \text{und} \quad r = \frac{e^{i\theta_t} + e^{i\phi}}{e^{-i\phi} - e^{i\theta_t}}. \tag{3.3}$$

Da außerdem der Strom am Übergang erhalten bleiben muss, folgt [36]:

$$j_x^{(e)} + j_x^{(r)} = j_x^{(t)} \Leftrightarrow \cos\phi - |r|^2 \cos\phi = -|t|^2 \cos\theta_t, \tag{3.4}$$

sodass

$$1 = |r|^2 - |t|^2 \frac{\cos\theta_t}{\cos\phi}. \tag{3.5}$$

Über die Bedingung $1 = R + T$ ergeben sich schließlich die Transmissions- und Reflexionswahrscheinlichkeiten [36]:

$$T = -\frac{\cos\theta_t}{\cos\phi}|t|^2 = -\frac{\cos\phi\cos\theta_t}{\sin^2\left(\frac{\phi+\theta_t}{2}\right)} \tag{3.6}$$

$$R = |r|^2 = \frac{\cos^2\left(\frac{\phi-\theta_t}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\phi+\theta_t}{2}\right)}. \tag{3.7}$$

Die schwarze durchgezogene Kurve in Abb. 3.1d zeigt die mithilfe von Gl. (3.6) berechnete Transmission $T(\phi)$ für $2E = V_0$. In diesem besonderen Fall lässt sich T im Bereich $-\pi/2 < \phi < \pi/2$ zu

$$T = \cos^2 \phi \tag{3.8}$$

vereinfachen. Für senkrechten Einfall führt das Klein-Tunneln (Abschn. 2.3) stets zu perfekter Transmission.
Als nächstes wird ein unipolarer nn'-Übergang mit $E > V_0$ betrachtet. Die erforderliche Stetigkeit der Wellenfunktion ergibt diesmal die Transmissionswahrscheinlichkeit [36]

$$T = -\frac{\cos\theta_t}{\cos\phi}|t|^2 = -\frac{\cos\phi\cos\theta_t}{\cos^2(\frac{\phi+\theta_t}{2})} \tag{3.9}$$

mit

$$\theta_t = \arcsin\left(\frac{E}{E-V_0}\sin\phi\right). \tag{3.10}$$

Der Fall $V_0 > 0$ entspricht hier der klassischen, optischen Brechung vom dichten ins dünnere Medium mit Brechungsindizes $\mathcal{N}_1 > \mathcal{N}_2 > 0$ und einem kritischen Winkel $\phi_c = (E-V_0)/E$, bei dem die Transmission auf 0 geht. Der Fall $V_0 < 0$ hat die optische Entsprechung mit $\mathcal{N}_2 > \mathcal{N}_1 > 0$, einem Übergang vom dünnen ins dichtere Medium. Quantenmechanisch betrachtet, ist dieser Fall besonders interessant, da im Allgemeinen Teilchen für $E > 0 > V_0$ an einer Potentialstufe rückgestreut werden können [36]. Insbesondere gilt im allgemeinen Fall für $E \ll |V_0|$, dass $T(\phi = 0) \to 0$ geht. In Graphen hingegen führt die Unterdrückung der Rückstreuung über die Pseudospin-Erhaltung zu $T(\phi = 0) = 1$, unabhängig von der Energie und Tiefe des Potentials [36].

3.2 Graduelle Potentialübergänge

Bisher wurde davon ausgegangen, dass die Stufe praktisch rechteckig ist, mit der Einschränkung $w \gg a_0$, sodass Intervalley-Streuung unterdrückt wird. Im Folgenden wird der Einfluss gradueller Potentialstufen mit $w \gg \lambda_F = 2\pi/k_F$ betrachtet. Die Transmissionwahrscheinlichkeit ergibt sich hier zu [70, 36]:

$$T(\phi) \approx \exp\left(-\pi\frac{2k_{F1}^2}{k_{F2}+k_{F1}}w\sin^2\phi\right). \tag{3.11}$$

Hierbei ist $k_{F1} = \sqrt{\pi n_1}$ der Wellenvektor der ersten, $k_{F2} = \sqrt{\pi n_2}$ der der zweiten Zone. Für einen symmetrischen Übergang $2E = V_0$ lässt sich die Transmissionswahrscheinlichkeit schreiben als [71]:

$$T(\phi) \approx \exp(-\pi k_y^2/\mathcal{F}) = \exp(-\pi k_F w \sin^2\phi), \tag{3.12}$$

mit $\mathcal{F} = V_0/(2w)$, dem elektrischen Feld am graduellen Übergang und dem linear ansteigenden Potential $V(x) = \mathcal{F}x$[1].
Aufgrund des Klein-Tunnelns ist auch für graduelle Stufen $T(\phi = 0) = 1$, unabhängig von der Weite w des Übergangs und der Ladungsträgerdichte in den beiden Randbereichen. Abbildung 3.1c zeigt schematisch einen graduellen Übergang für den speziellen Fall $2E = V_0$, wobei die Fermi-Energie auf $E_F = 0$ gesetzt wurde. Für schräg einfallende Teilchen entsteht eine klassisch verbotene Zone der Breite $2x_c = 2w \sin\phi$ [36], durch die Elektronen über evaneszente Wellen tunneln können. Die Unterdrückung der Transmission bei größeren Einfallswinkeln wird als *Klein-Kollimation* bezeichnet. Die Kollimationsstärke kann durch den Kollimationswinkel $\phi_0 = 1/\sqrt{\pi k_F w}$ quantifiziert werden [36]. Für Winkel $\phi \ll \phi_0$ ist $T(\phi) \approx 1$. In Abb. 3.1d ist T für einen scharfen (schwarz) und einen graduellen (blau, rot, grün) Potentialübergang geplottet. Der Kollimationseffekt ist für sehr *weiche* np-Übergänge besonders stark ausgeprägt.
Fließt Strom über einen bipolaren Übergang in einer 2-Punkt-Geometrie, so führt die Form des Injektors und die Art des Transports (diffus oder ballistisch) zu einer bestimmten Verteilung der Einfallswinkel auf die Potentialstufe. Effektiv wird die mittlere Transmission gemessen, wobei sich im Landauer-Formalismus die 2-Punkt-Leitfähigkeit schreiben lässt als [36]:

$$G_{np} = g_s g_v \frac{e^2}{h} \sum_{Kan.} T_{Kan.} \approx 4\frac{e^2}{h} \int_{-k_F}^{k_F} \frac{W dk_y}{2\pi} T(k_y). \tag{3.13}$$

Es wird über alle Kanäle mit $k_y = k_F \sin\phi$ und der Transmissionswahrscheinlichkeit $T(k_y)$ summiert, wobei die Anzahl der verfügbaren Kanäle durch die Breite W der Geometrie beschränkt wird. Für Graphen ist das Produkt der Entartungsfaktoren für Spin und Valley erneut $g_s g_v = 4$. Mithilfe der Transmissionswahrscheinlichkeiten für scharfe und graduelle Übergänge (Gln. (3.8) und (3.11)) lassen sich die Leitfähigkeiten für den Fall $2E = V_0$ schreiben als [36]:

$$G_{np}^{scharf} = \frac{8e^2}{3h} \frac{k_F W}{\pi}, \tag{3.14}$$

$$G_{np}^{graduell} = \frac{2e^2}{\pi h} W \sqrt{\frac{\mathcal{F}}{\hbar v_F}}. \tag{3.15}$$

Für eine Messstrecke ohne Stufe ($T(k_y) = 1$) folgt aus Gl. (3.13):

$$G_0 = 4\frac{e^2}{h} \frac{k_F W}{\pi}. \tag{3.16}$$

Man erkennt, dass $G_{np}^{scharf} = 2G_0/3 \gg G_{np}^{graduell}$, sodass eine scharfe np-Potentialstufe annähernd transparent ist, die graduelle aufgrund der Klein-Kollimation einen deutlich erhöhten Widerstand aufweist.

[1] Für eine detaillierte Diskussion nicht-linearer Übergänge aufgrund von verschwindender Abschirmung am Dirac-Punkt wird auf die Arbeit von Zhang und Fogler [72] verwiesen.

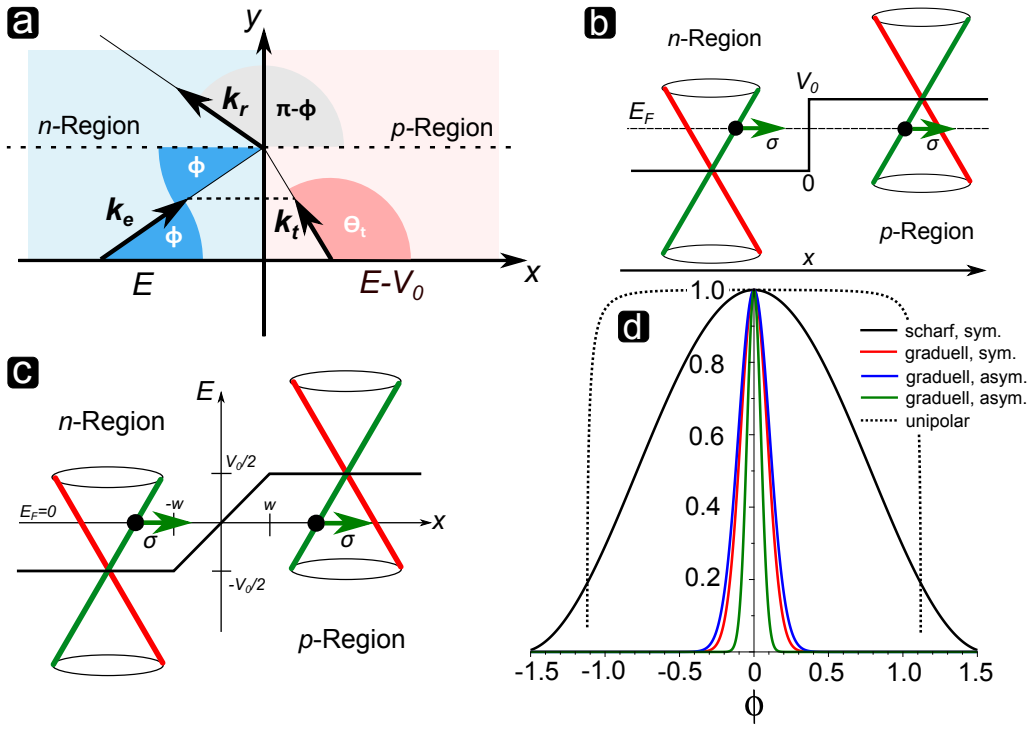


Abbildung 3.1: Bipolare Übergänge in Graphen. **a)** Skizze der einfallenden, reflektierten und transmittierten Trajektorie im reziproken Raum, mit den zugehörigen Winkeln. **b)** Klein-Tunneln an einer scharfen Potentialstufe. Ein senkrecht auf die Stufe auftreffendes Elektron im Leitungsband (LB) geht in einen Elektronenzustand im Valenzband (VB) über. Der Pseudospin σ (grüner Pfeil) bleibt beim Übergang ins VB erhalten. **c)** Graduelle Potentialstufe in Graphen. Das Potential ändert sich über eine Länge $2w$. Für $\phi = 0$ gilt $T = 1$, für $\phi \neq 0$ müssen die Elektronen eine klassisch verbotene Zone überwinden. **d)** Mit den Gln. (3.6) und (3.11) errechnete Transmissionswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von ϕ an einer symmetrischen ($2E = V_0$), scharfen (schwarz) und symmetrischen, graduellen Potentialstufe (rot), mit $w = 20/k_{F1} = 113\,\mathrm{nm}$ und $n = p = 1 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$. Die graduelle Stufe führt zur Einschränkung der transmittierten Winkel (Klein-Kollimation). Die blaue und grüne Kurve zeigen die mit der Weite des Übergangs ansteigende Klein-Kollimation für einen asymmetrische Potentialübergang mit $n = 1 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$, $p = 3 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ und $w = 20/k_{F1} = 113\,\mathrm{nm}$ (blau), bzw. $100/k_{F1} = 560\,\mathrm{nm}$ (grün). Die gestrichelte schwarze Kurve zeigt T für einen unipolaren nn'-Übergang mit $E = 10V_0$, berechnet mit Gl. (3.9). Grafiken (a-c) adaptiert aus [36].

3.3 Elektronenoptik in Graphen

Die Analogie zwischen Photonen und den masselosen Dirac-Fermionen in Graphen, sowie die damit einhergehende Analogie zwischen der Transmission an einem *np*-Übergang und der Brechung von Lichtstrahlen in Metamaterialien eröffnet die Möglichkeit, *Optik*-Experimente im Festkörper zu betreiben. So schlugen Cheianov *et al.* [73] ein Veselago-Linsenexperiment vor, bei dem über einen punktförmigen Injektor ballistische Elektronen auf der *n*-Seite eines bipolaren Übergangs injiziert werden. Durch die negativ-brechende Wirkung des *np*-Übergangs sammeln sich die "Strahlen" im Brennpunkt der "Linse" auf der *p*-Seite. Dabei soll $n = p$ sein, andernfalls wird die Position des Brennpunktes einfallswinkelabhängig entlang der "optischen Achse" verschoben (Abb. 3.2a). Die fokussierenden Eigenschaften eines *np*-Übergangs zusammen mit dem ambipolaren Feldeffekt in Graphen (vgl. Abschnitt 2.4) erlauben im Prinzip eine Vielzahl elektro-optischer Experimente. So könnte ein *npn*-Übergang in Form eines Prismas als Elektronenstrahlteiler fungieren [73]. Ein parabolischer *np*-Übergang mit einem Punktinjektor im Brennpunkt könnte wiederum als Kollimator für einen stark gebündelten, ballistischen "Elektronenstrahl" dienen [74]. Bipolare *npn*-Barrieren sind außerdem auch als Wellenleiter vorstellbar und bereits realisiert worden [75].

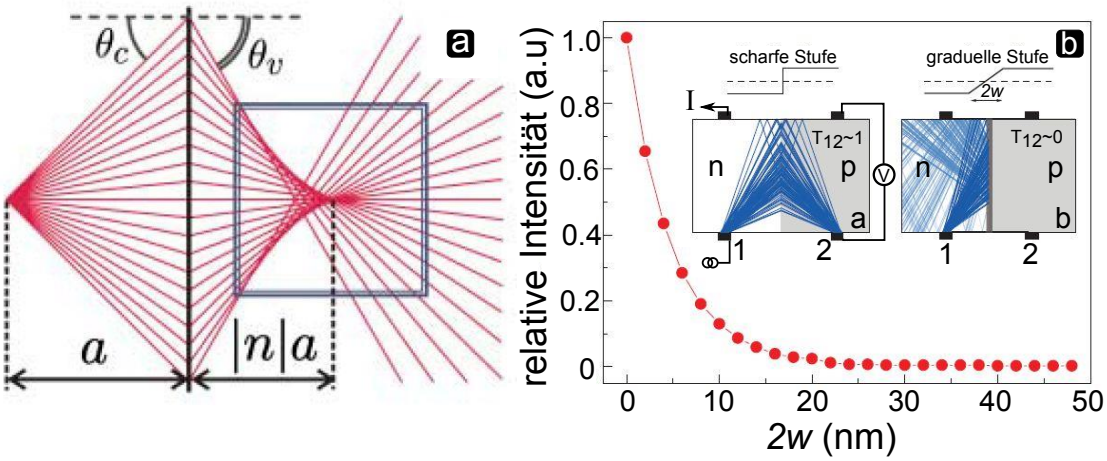


Abbildung 3.2: Veselago-Linse in Graphen. a) Rückfokussierung ballistischer Elektronen an einem scharfen *np*-Übergang. Für ($|n| = n/p \neq 1$) schmiert der Fokus für unterschiedliche Einfallswinkel entlang der "optischen Achse" aus. **b)** Simulation der relativen Transmission in Abhängigkeit der Weite des Potentialübergangs $2w$ für die in den Insets gezeigte, nicht-lokale Messgeometrie aus [76]. An einer scharfen Stufe kommt es zum Veselago-Linseneffekt. Für den experimentell realisierbaren, graduellen Übergang führt Klein-Kollimation in dieser Geometrie zum Einbruch der Transmission. Grafik (a) aus [73], Grafik (b) adaptiert aus [76].

Obwohl die Möglichkeiten unbegrenzt scheinen, sind bisher nur wenige Experimente bekannt, in denen Linseneffekte in Graphen tatsächlich eine Rolle spielen. Zum einen liegt

es daran, dass für die Realisierung hohe mittlere freie Weglängen vonnöten sind, um ballistischen Transport über die Länge der elektro-optischen Messstrecke zu gewährleisten. Zum anderen ist die Herstellung von unterschiedlich geformten *npn*-Bereichen komplex. Eine Möglichkeit bipolare Bereiche von unterschiedlicher Form in Graphen zu erhalten, bieten strukturierte Graphen-Gates, die in Kap. 6 vorgestellt werden.

Abschließend soll an dieser Stelle die Arbeit von S. Chen *et al.* [76] als Beispiel eines realisierten Elektronenoptik-Experiment aufgeführt werden. Der Inset in Abb. 3.2b skizziert die nicht-lokale Messgeometrie aus [76] mit einer bipolaren Stufe. Ohne Magnetfeld, werden die Elektronen am Injektor 1 im n-Gebiet in das Graphen injiziert und können am np-Übergang in den Kontakt 2 der nicht-lokalen Messstrecke im p-Gebiet refokussiert werden. In [76] wurde keine Signatur dieses Veselago-Linseneffekts beobachtet (vgl. nicht-lokaler Widerstand in der Farbkarte von Abb. 3.3), da Klein-Kollimation die Transmission am Übergang für schräg einfallende Elektronen stark unterdrückt. Abbildung 3.2b zeigt die simulierte Intensität in Abhängigkeit der Übergangsweite $2w$, der Inset in (b) die zugehörigen Trajektorien ausgewählter, ballistischer Elektronen. Die Situation ändert sich im Magnetfeld. Dieses zwingt die Ladungsträger über die Lorentzkraft auf Kreisbahnen (siehe Abb. 3.3a), wobei im unipolaren Fall (hier $p_1 p_2 > 0$) die Ladungsträger für bestimmte Feldstärken auf den Kontakt 2 gelenkt werden und die nicht-lokale Spannung V_{24} ansteigt. An einem pn-Übergang kommt es neben der Klein-Kollimation zur Änderung des Drehsinns der Ladungsträger und V_{24} dreht für bestimmte Feldstärken das Vorzeichen. Im Experiment (Abb. 3.3b) konnte die theoretische Vorhersage für die magnetische Fokussierung am pn-Übergang im Einklang mit einer Simulation (Abb. 3.3c) bestätigt werden.

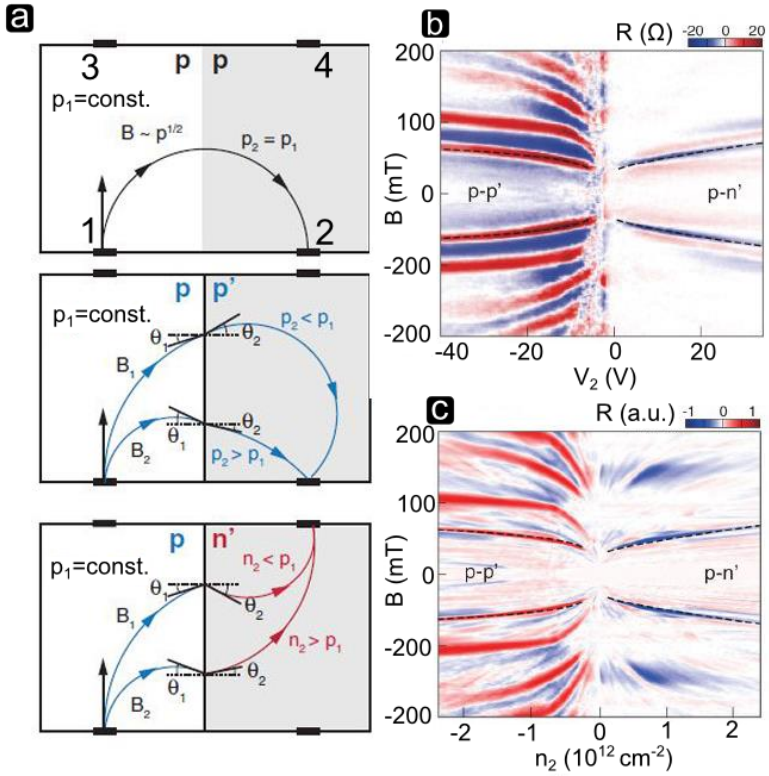


Abbildung 3.3: Magnetisches Fokussieren an einem *pn*-Übergang. a) Zyklotronbahnen für die unipolaren Regimes $p_1 = p_2$, $p_1 \neq p_2$ und das bipolare Regime $|p| \neq |n|$. Für bestimmte Magnetfelder führt die Umkehr des Drehsinns am *pn*-Übergang zur Fokussierung auf den diagonal gegenüber dem Injektor 1 liegenden Kontakt 4 und das Vorzeichen der Spannung V_{24} wird im Vergleich zum unipolaren Fall invertiert. **b)** Nichtlokaler Widerstand im Experiment und Simulation **(c)**. Grafik adaptiert aus [76].

3.4 Bipolare Barrieren

Wie bereits in den vorherigen Abschnitten diskutiert, werden schräg einfallende Ladungsträger an einem bipolaren Übergang teilweise reflektiert. In den Insets von Abb. 3.2b ist außerdem deren Streuung an den Probenrändern grafisch angedeutet worden.Nun soll eine Potentialbarriere in Graphen betrachtet werden, die aus zwei parallelen, scharfen, bipolaren Stufen besteht. Die grundlegende Geometrie und zugehörige Bandstruktur ist in Abb. 3.4 skizziert. In Analogie zum optischen Fabry-Pérot- (FP-) Interferometer können an den beiden *np*, bzw. *pn* Übergängen Ladungsträger vor- und zurückgestreut werden und akkumulieren dabei eine Phase

$$\Delta\theta = 2k_F L \cos\phi. \tag{3.17}$$

Es entsteht ein Resonator der Länge L, wobei zwei ausgehende Elektronenwellen miteinander in Abhängigkeit der relativen Phase interferieren können. Lässt man die perfekte Transmission bei senkrechtem Einfall $\phi = 0$ in einer ersten Abschätzung außer Acht und beschränkt sich auf nur geringfügig von 0 abweichende Winkel, lässt sich die Resonanzbedingung in Abhängigkeit der Ladungsträgerdichte schreiben als:

$$2L\sqrt{\pi n} = 2j\pi, \quad j = 1, 2, ... \tag{3.18}$$

Diese einfache Bedingung erlaubt es, die Länge L aus den experimentellen FP-Oszillationen des Widerstands, bei bekannter Ladungsträgerdichte abzuschätzen. Die Einschränkung auf

kleine Winkel ist legitim, da Klein-Kollimation zu einer starken Einengung der an der ersten Grenzfläche transmittieren Elektronenbahnen führt. Die akkumulierte Phase an einem graduellen Übergang, mit je einer klassisch verbotenen Zone für schräg einfallende Ladungsträger am *np* bzw. *pn*-Übergang, ist gegeben durch [77]:

$$\Delta\theta = 2\theta_{WKB} + \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2. \tag{3.19}$$

$\theta_{WKB} = \frac{1}{\hbar}\int p dx$ ist die akkumulierte Phase, berechnet in der Wenzel-Kramers-Brillouin-Approximation, die im Wesentlichen dazu benutzt wird, das Tunneln durch graduelle Potentialstufen zu beschreiben. $\Delta\theta_i$ sind wiederum die Phasensprünge an den Grenzflächen $i = 1, 2$.
Abbildung 3.4b zeigt schematisch eine scharfe $np'n$-Barriere der Länge L mit reflektierten und ausgehenden ballistischen Trajektorien in Graphen. Berücksichtigt man die Stetigkeit der Wellenfunktionen am *np*-, bzw. *pn*-Übergang, ergibt sich die Transmission durch die Barriere zu [30, 36]:

$$T = \frac{\cos^2\phi\cos^2\theta_A}{\cos^2\phi\cos^2\theta_A\cos^2(q_x L) + \sin^2(q_x L)\left[1 + \sin\theta_A\sin\phi\right]^2}. \tag{3.20}$$

Dabei ist ϕ der Einfallswinkel auf die Barriere. Der Winkel des in die Barriere transmittierten Quasi-Teilchens θ_A (siehe Abb. 3.4b) lässt sich über die k_y-Erhaltung ausdrücken [36]:

$$\theta_A = \arcsin\left(\frac{E\sin\phi}{-(E - V_0)}\right), \tag{3.21}$$

mit E der Energie des einfallenden Elektrons im n-Bereich. q_x is wiederum die x-Komponente des Wellenvektors innerhalb der Barriere [36]:

$$q_x = \sqrt{\frac{(E - V_0)^2}{(\hbar v_F)^2} - k_y^2}, \quad \text{mit} \quad k_y = k_F\sin\phi. \tag{3.22}$$

Für $E \ll V_0$ lässt sich Gl. (3.20) vereinfachen zu [30]:

$$T = \frac{\cos^2\phi}{1 - \cos^2(q_x L)\sin^2\phi}. \tag{3.23}$$

Abbildung 3.5c zeigt die Gln. (3.20) und (3.23), ausgewertet für ein festes E und zwei unterschiedliche V_0. Man erkennt, dass sowohl für die exakte (Gl. (3.20)), als auch für die

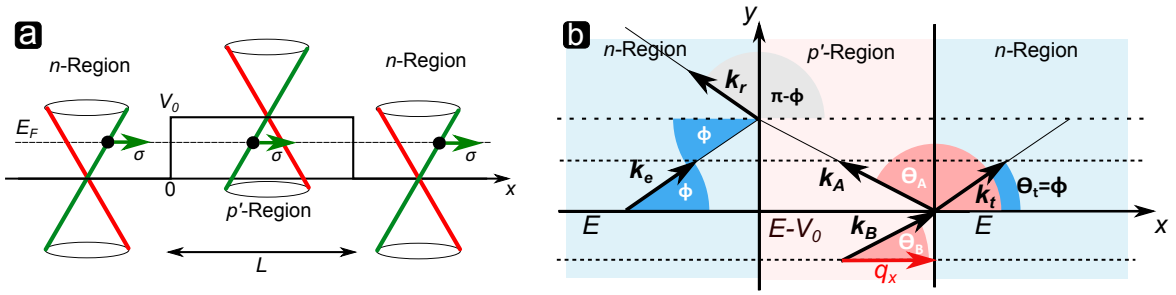


Abbildung 3.4: Chirales Tunneln an einer Potentialbarriere in Graphen. **a)** Konservierung des Pseudospins σ beim Klein-Tunneln durch die Barriere. **b)** Auf eine $np'n$-Barriere schräg einfallendes Elektron und die im Text verwendete Notation. Grafiken adaptiert aus [36].

genäherte Lösung (Gl. (3.23)) senkrechter Einfall zu Klein-Tunneln und damit zu perfekter Transmission führt. Abhängig von der Ladungsträgerdichte im p-Gebiet ergeben sich weitere Resonanzen, wenn

$$q_x L = \pi j, \quad j = 1, 2, ... \tag{3.24}$$

Die Transmissionswahrscheinlichkeit über eine npn-Barriere ändert sich deutlich, sobald die Potentialstufen graduell ansteigen, da Klein-Kollimation die transmittierten Winkel einengt.
Die Leitfähigkeit, bzw. der Widerstand einer graduellen Barriere hängt von der mittleren freien Weglänge der Ladungsträger l_p ab. Ist der Transport diffusiv, tragen beide bipolaren Übergänge und die eingeschlossene Region der Länge L zum Widerstand bei und der Widerstand der Barriere wird $R_{npn} \geq 2R_{np}$, den Widerständen der einzelnen Übergänge. Für quasi-ballistische Ladungsträger mit $l_p > L$ bewirkt der erste (np-) Übergang eine Einengung der transmittierten Winkel, sodass der zweite (pn-) Übergang transparent wird und $R_{npn} \sim R_{np}$ [71, 78].
Eine experimentelle Realisierung einer bipolaren Barriere mit graduellen np-Übergängen findet man in den Quellen [70, 78, 79] oder der Arbeit von Young und Kim [56], auf die wir im Folgenden aufgrund der Beobachtung von Quantenoszillationen näher eingehen werden. Die Probengeometrie stellt einen Graphen-Feldeffekttransistor (G-FET) mit einer lokal wirkenden, metallischen Topgateelektrode ($L \approx 20\,\text{nm}$) und einem global wirkenden Backgate dar (Inset in Abb. 3.5d). Graphen liegt auf SiO_2 und ist durch einen HSQ-Lack und HfO_2 vom Topgate getrennt. Über die angelegte Spannung an den Gates, lässt sich die Ladungsträgerdichte im Graphen manipulieren und dem System unterschiedliche Dichteregimes aufprägen. Die Farbkarte in Abb. 3.5d zeigt die Ableitung der zwischen den Kontakten 1 und 2 gemessenen Leitfähigkeit $\partial G/\partial n_{TG}$. n_{BG} und n_{TG} sind dabei die über die Gatespannungen V_{BG} und V_{TG} induzierten Ladungsträgerdichten des Top- und Backgate-Bereichs. Die vier unterschiedlichen Quadranten in der Farbkarte entsprechen den vier Dichteregimes np', nn', pp' und pn', wobei n die Ladungsträgerdichte in den global kontrollierten Berei-

chen, n' die Ladungsträgerdichte unterhalb des Topgates repräsentiert. Young und Kim beobachteten Oszillationen des Widerstands bzw. der Leitfähigkeit im bipolaren Regime np' und pn', die analog zu den bereits erwähnten Fabry-Pérot- (FP-) Oszillationen in der Optik betrachtet werden können. Die FP-Oszillationen im bipolaren Regime bestätigen quasi-ballistischen Transport über die effektive Länge L_{eff} der Barriere, wobei im Falle des diskutierten Experiments $l_p \approx 100\,\mathrm{nm}$ abgeschätzt wurde.
Die graduellen, bipolaren Übergänge der npn-Barriere und die damit verbundene Klein-Kollimation konnten durch einige Experimente mit Topgates [78, 79, 56] bestätigt werden. Die winkelabhängige Transmission und insbesondere das Klein-Tunneln lassen sich in diesem Setup (bei $B = 0$) jedoch nur schwer beweisen. So ist die in [56] vorgestellte Probe nur auf einer Länge $L \sim 100\,\mathrm{nm}$ ballistisch und die Leitfähigkeit hat einen stark diffusiven Anteil. Diffusiver Transport zwischen Kontakt und Barriere führt allerdings zu einer starken Aufweitung der möglichen Einfallswinkel und es muss über sämtliche k_y summiert werden, um die gemittelte Leitfähigkeit über die Messstrecke zu erhalten. Um die perfekte Transmission auszutesten, wäre allerdings eher ein kollimierter, ballistischer "Elektronenstrahl" von Vorteil [74], der die Barriere wegen des Klein-Tunnelns nicht spüren würde.
Young und Kim identifizierten die Ladungsträger in ihrem quasi-ballistischen Experiment dennoch stichhaltig als Klein-tunnelnde Dirac-Fermionen, indem sie die FP-Oszillationen an der npn-Barriere im Magnetfeld untersuchten. Bei senkrechten Magnetfeldern $B_z \approx 300\,\mathrm{mT}$ beobachteten sie einen Phasensprung von π in den FP-Oszillationen (siehe Abb. 3.6b).
Ein Magnetfeld zwingt die Ladungsträger auf Kreisbahnen. Der Phasensprung ergibt sich somit für jene Feldstärke, bei der beide Einfallswinkel α innerhalb der Barriere das gleiche Vorzeichen aufweisen (vgl. Abb. 3.5b) und sich die in Gl. (3.19) aufgeführten Phasensprünge $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2$ nicht mehr gegenseitig aufheben [77]. Man kann den Phasensprung aber auch als Manifestation der intrinsischen Berry-Phase betrachten. Abbildung 3.6 zeigt die Trajektorien eines 2-fach reflektierten Ladungsträgers durch die Barriere und seine Propagation im k-Raum. Umschließt die Bahn den Ursprung (Dirac-Punkt), so akkumuliert die Elektronenwelle analog zu Abschnitt 2.6 die Berry-Phase $\gamma = \pi$, die zu einer Verschiebung der Phase der FP-Oszillationen führt (Abb. 3.5b). Der Phasensprung ist ein direkter Beweis für perfektes Tunneln bei senkrechtem Auftreffen auf die Barriere [36]. Das kritische B-Feld, bei dem der Phasensprung auftritt, ist abhängig vom Einfallswinkel und von den Ladungsträgerdichten außerhalb und innerhalb der Barriere. Der oszillierende Anteil der Leitfähigkeit im Magnetfeld kann im Landauer-Formalismus (vgl. Gl. (3.13)) geschrieben werden als [56]:

$$G_{osc} = \frac{8e^2}{h} \sum_{k_y} |t_1|^2 |t_2|^2 |r_1||r_2| \cos(\Delta\theta) e^{2L/l_p^{TG}}. \tag{3.25}$$

$t_{1,2}$ und $r_{1,2}$ repräsentieren die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten an den graduellen Übergängen 1 (np) und 2 (pn) der npn-Barriere und l_p^{TG} ist die mittlere freie Weglänge unterhalb des Topgates. Die Messung und Simulation mithilfe von Gl. (3.25) (Abb. 3.6c) zeigen gute Übereinstimmung [56], wobei nicht-lineare Abschirmung am np-Übergang in

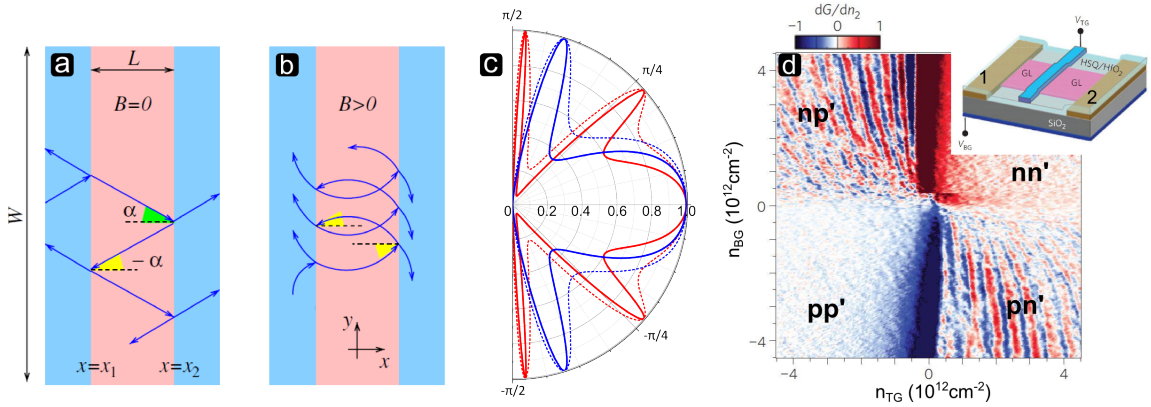


Abbildung 3.5: Quanten-Oszillationen am *npn*-Übergang. a) Rückstreuung innerhalb einer scharfen *npn*-Barriere. Resonanzen der Leitfähigkeit werden erwartet, wenn die Phase zweier transmittierter Ladungsträger $\Delta\theta = 2j\pi$ (mit $j = 1, 2, ...$) ist. Die beiden Winkel innerhalb der Barriere führen ein unterschiedliches Vorzeichen und die Phasenbeiträge durch die Spiegelung an der Grenzfläche heben sich auf. **b)** Ein senkrechtes Magnetfeld zwingt die Ladungsträger auf Kreisbahnen. Haben die Auftreffwinkel innerhalb der Barriere aufgrund der Verbiegung gleiches Vorzeichen, kommt es zum Phasensprung in den FP-Oszillationen, da sich die Beiträge der Reflexionen nicht mehr aufheben. **c)** Transmissionswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit des Einfallswinkels an einer scharfen *npn*-Barriere für $n = 0.5 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ und $p = 1 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ (rot), bzw. $p = 3 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ (blau). Die durchgezogene Linie wurde mit der analytischen Gl. (3.20), die gestrichelte mit der asymptotischen Gl. (3.23) für $E \ll V_0$ geplottet. Neben der perfekten Transmission für $\phi = 0$ treten noch weitere Resonanzen auf, wenn die halbe Wellenlänge des innerhalb der Barriere eingesperrten Ladungsträgers einem ganzzahligen Vielfachen der Länge L der Barriere entspricht. **d)** Ableitung der Leitfähigkeit nach der Ladungsträgerdichte n_{TG} unterhalb des Topgates. Im bipolaren Regime können Fabry-Pérot-Oszillationen der Leitfähigkeit beobachtet werden [56]. Der Inset zeigt die Probengeometrie. Grafiken (a,b) aus [77], Grafik (c) aus der über die im Text angegebenen Formeln geplottet. Grafik (d) aus [56].

der Nähe des Dirac-Punktes berücksichtigt wurde, um das tatsächliche, in die Transmission $T = |t|^2$ einfließende, elektrische Feld $\mathcal{F}$ (vgl. Gl. (3.12)) entlang des Übergangs zu erhalten [72, 56, 80].

Bisher war $l_p \gtrsim L_{eff}$ und somit traten FP-Oszillationen nur innerhalb der schmalen Barriere auf. Tatsächlich führt auch die nicht-perfekte Transmission an metallischen Kontakten zur Ausbildung von Resonatoren und Interferenzeffekten. So konnten FP-Oszillationen zwischen unipolarem oder bipolarem Übergang und der Kontaktregion, im ballistischen, freischwebenden Graphen [81] gezeigt werden [82, 83, 84]. Im Experiment von Rickhaus *et al.* [82] bildeten sich Resonatoren zwischen gradueller Potentialstufe und Metallkontakt aus und führten zu FP-Oszillationen, die sich überlagerten und ausgeprägte Muster in der Widerstandskarte erzeugten (Abb. 3.7).

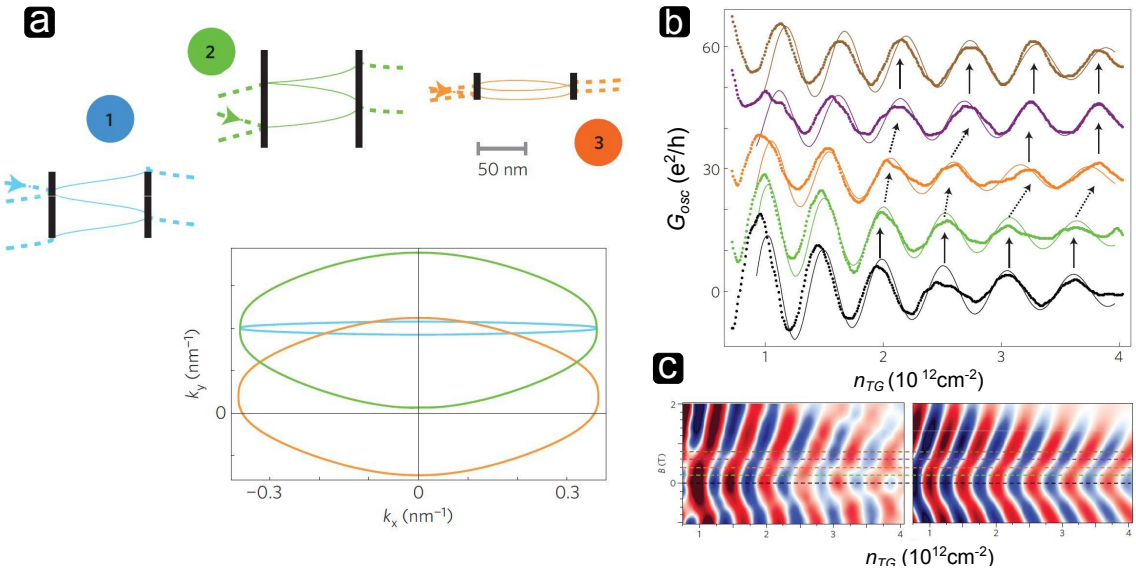


Abbildung 3.6: Phasensprung in den Fabry-Pérot-Oszillationen im Magnetfeld. **a)** Verschiedene Trajektorien beim Durchgang des *npn*-Resonators im Magnetfeld. Wird der Dirac-Punkt im k-Raum umschlossen, springt die Phase um π (Berry-Phase). Der Einfluss der Berry-Phase lässt sich in den FP-Oszillationen im Magnetfeld beobachten und ist eine eindeutige Signatur der chiralen Dirac-Fermionen. **b)** Die Kurven zeigen den oszillierenden Anteil und zugehörige Simulation für unterschiedliche Feldstärken $B = 0...800\,\mathrm{mT}$ aus dem Experiment von Young und Kim [56]. Der Phasensprung wird durch die Pfeile verdeutlicht. **c)** Experiementelle Farbkarte und Simulation von G_{osc} stimmen sehr gut überein. Grafiken aus [56].

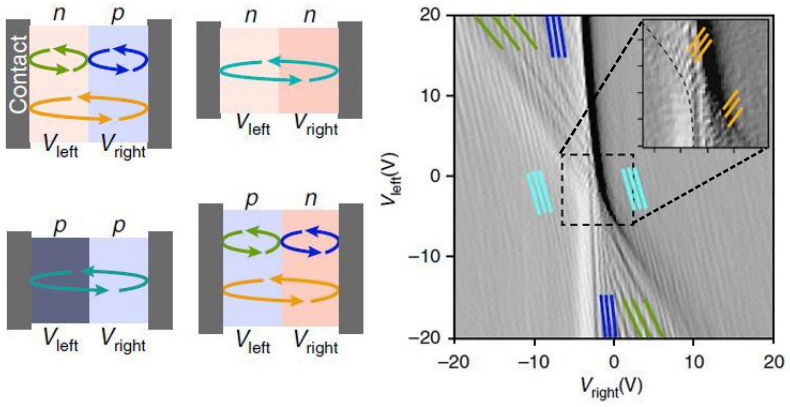


Abbildung 3.7: Fabry-Pérot-Oszillationen im freischwebenden Graphen. Resonanzen in unterschiedlichen Resonatoren führen zu unterschiedlichen Sets von Oszillationen der Leitfähigkeit. Grafik aus [82].

3.5 Übergänge und Barrieren im Magnetfeld

In Abschnitt 3.4 wurde bereits der Einfluss eines senkrechten Magnetfelds auf die FP-Resonanzen in einer bipolaren Barriere diskutiert. Wird das Magnetfeld erhöht, verlässt man das klassische Regime der quasi-kontinuierlichen Zyklotronbewegung und die Landau-Quantisierung muss berücksichtigt werden (Abschn. 2.6). In Abschnitt 2.6.2 wurde wiederum erläutert, wie die endlichen Probendimensionen und die Landau-Quantisierung im Quanten-Hall-Regime zu stromführenden Moden entlang der Probenränder führen können (Randkanalmodell). Bei einer homogenen Probe entspricht die Anzahl der verfügbaren Moden dem (ganzzahligen) Füllfaktor ν. Eine Potentialstufe im QH-Regime stellt somit einen Übergang zwischen zwei Bereichen unterschiedlichen Füllfaktors dar.

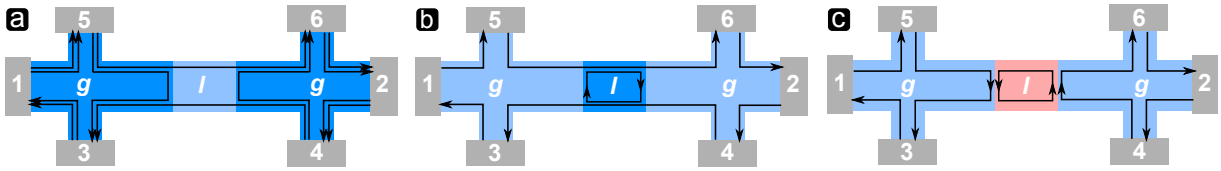


Abbildung 3.8: Lokale Barriere im hohen Magnetfeld. Der globale Füllfaktor g wird beispielsweise durch ein Backgate, der lokale Füllfaktor l durch ein Topgate kontrolliert. Die schwarzen Pfeile repräsentieren Randkanäle, wobei in der Abbildung der Einfachheit halber nur $N = 1$ bzw. $N = 2$ Landau-Level bevölkert werden. **a)** Lokal verarmtes, unipolares Regime mit $l < g$. **b)** Lokal erhöhte Ladungsträgerdichte und somit $l > g$. **c)** Bipolares Regime mit $lg < 0$.

Abbildung 3.8 zeigt eine 6-polige Hallbar mit einer lokalen Barriere zwischen den Spannungsabgriffen einer 4-Punkt-Messgeometrie, wobei Strom vom Sourcekontakt 1 zum Drainkontakt 2 fließt. Wird die Ladungsträgerdichte lokal, z. B. durch ein Topgate, global durch ein Backgate getunt, bilden sich im QH-Regime Zonen mit unterschiedlichem lokalen Füllfaktor l und globalen Füllfaktor g aus. Die Füllfaktoren repräsentieren hier zunächst nur vollständig entartete Landau-Niveaus mit der Sequenz des halbzahligen QHE in Graphen, $\nu = \pm 2, \pm 6, \pm 10, ...$ Man unterscheidet drei Fälle: a) $|l| < |g|$ mit $lg > 0$, b) $|l| > |g|$ mit $lg > 0$ und c) $lg < 0$. Der longitudinale Widerstand zwischen den Kontakten 3 und 4 (Abb. 3.8) ergibt sich im Landauer-Büttiker-Formalismus zu (vgl. Quelle [59]):

$$R_{34}^{(|l|<|g|)} = \frac{\mu_3 - \mu_4}{eI} = \frac{h}{e^2}\left(\frac{1}{|l|} - \frac{1}{|g|}\right) \tag{3.26a}$$

$$R_{34}^{(|l|>|g|)} = \frac{\mu_3 - \mu_4}{eI} = \frac{h}{e^2}\left(\frac{1}{|g|} - \frac{1}{|l|}\right) \tag{3.26b}$$

$$R_{34}^{(lg<0)} = \frac{\mu_3 - \mu_4}{eI} = \frac{h}{e^2}\left(\frac{1}{|l|} + \frac{1}{|g|}\right). \tag{3.26c}$$

Hierbei wurden ideale Kontakte angenommen, sodass parallele Moden mit unterschiedlichem elektrochemischen Potential perfekt transmittiert und im Innern vollständig abgeglichen werden [59]. Tatsächlich ist zu erwarten, dass die metallischen Kontakte in realen Proben zu einem gewissen Grad reflektieren (Abschn. 3.4). Weiters wurde angenommen, dass die überschüssigen Moden an den Grenzflächen zweier Zonen mit unterschiedlichem Füllfaktor vollständig reflektiert werden.
Im einfachsten Fall $|l| < |g|$ (a) ist der longitudinale Widerstand gleich der Differenz der Hall-Spannungen der jeweiligen Zone. Die gemeinsamen Moden werden transmittiert, während überschüssige Moden in den verarmten Bereich nicht eindringen können. Ein wesentlicher Unterschied zum homogenen Fall $g = l$ ist, dass der longitudinale Widerstand keine SdH-Oszillationen, sondern Plateaus bei *gemischten* Füllfaktoren aufweist. Dieser Effekt wird auch als *filling factor mixing* bezeichnet.
Im zweiten Fall $l > g$ (b) sind die äußeren Bereiche gegenüber dem lokalen verarmt und innerhalb der Barriere entstehen zusätzliche, zirkulierende Kanäle. Der Widerstand R_{34} kann nur ansteigen, wenn es eine Wechselwirkung zwischen den äußeren und den zusätzlichen, inneren Randzuständen gibt. Perfekte Kopplung und damit vollständiger Abgleich wie in Gl. (3.26b) kann mithilfe von virtuellen, idealen Ohm'schen Kontakten im lokal modulierten Bereich modelliert werden [59]. Nicht-perfekte und somit partielle Kopplung lässt sich wiederum mithilfe eines Kopplungsparameters p ausdrücken, sodass unter Annahme exponentieller Äquilibrierung gilt [59]:

$$R_p = \frac{p}{2-p} R_{eq} \quad \text{mit} \quad p = 1 - \exp\left(-\frac{x}{l_{eq}}\right). \tag{3.27}$$

R_p ist der durch die partielle Äquilibrierung erniedrigte Widerstand, R_{eq} ist der in den Gleichungen (3.27) gezeigte, maximal äquilibrierte Widerstand. x repräsentiert die Länge der Zone, l_{eq} ist wiederum die Äquilibrierungslänge, die die Distanz definiert, bei welcher die Differenz der elektrochemischen Potentiale zweier Kanäle auf $1/e$ abgeklungen ist. Gleichung (3.27) ist in Abb. 3.9a geplottet und zeigt das Abklingen des Widerstands mit der Äquilibrierungslänge.
Die beiden unipolaren Fälle $|l| < |g|$ und $|l| > |g|$ wurden sowohl in konventionellen 2DEGs (vgl. den Übersichtsartikel [59] und Quellen darin), als auch in Graphen auf SiO_2 als Substrat in mehreren Publikationen für 2- und 3-Punkt-Messgeometrien eingehend untersucht [85, 86, 87, 88]. Eine Beispielmessung zu gemischten Füllfaktoren ist in Abb. 3.9b abgebildet. Die Messungen lieferten mehr oder minder gute Übereinstimmungen zwischen Experiment und Simulation[2]. Der dritte Fall (c) ist einzigartig für Graphen, das aufgrund seiner Ambipolarität Bereiche mit unterschiedlichem Vorzeichen des Füllfaktors beherbergen kann. Die Moden propagieren innerhalb des in Abb. 3.8c gezeigten p-Gebiets mit

[2]Die erwarteten Widerstände bzw. die Leitfähigkeiten im QH-Regime hängen stark von der Geometrie ab. Die Resultate für die 2- und 3-Punkt-Geometrie in den o. g. Quellen weichen dementsprechend von den erwarteten longitudinalen Widerständen R_{34} der 4-Punkt-Geometrie ab.

zu den Moden im n-Gebiet entgegengesetztem Drehsinn, sodass an den np-Grenzflächen Elektron- und Lochkanäle parallel verlaufen. Im Bereich der Grenzfläche können die Moden wechselwirken und (partiell) äquilibrieren [86].

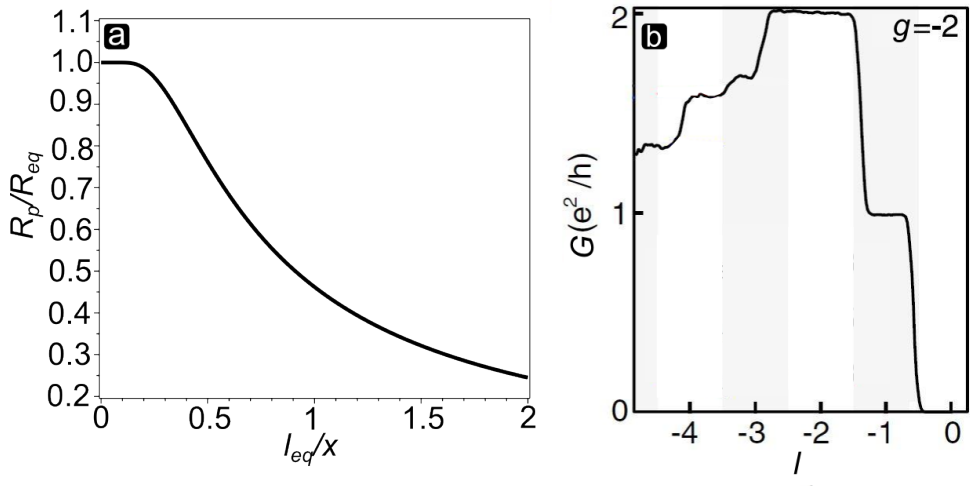


Abbildung 3.9: Äquilibrierlänge und gemischte Füllfaktoren in Graphen. **a)** Partielle Äquilibrierung in Abhängigkeit der Äquilibrierlänge nach Gl. (3.27). **b)** Longitudinale Leitfähigkeit, gemessen in einer 2-Punkt-Geometrie bei $B = 14\,\mathrm{T}$ und aufgehobener Spin- und Valleyentartung. Bei fixem, globalen Füllfaktor $g = -2$ und variierendem, lokalen Füllfaktor l im unipolaren Regime treten klare Plateaus auf. Grafik adaptiert aus [89].

Die Äquilibrierung am bipolaren Übergang hängt stark von der Qualität der Proben ab. Während eher ungeordnetes Graphen (z. B. auf SiO_2) Plateaus im longitudinalen Widerstand auch im bipolaren Regime aufweist [86], bewirken bipolare Barrieren in hoch beweglichen hBN/Gr/hBN-Heterostrukturen sehr hohen Widerstand und es können keine (eindeutigen) Plateaus beobachtet werden (vgl. z. B. [89, 90] oder diese Arbeit, Kap. 8). Als Erklärung wird eine Zone mit $\nu = 0$ am bipolaren Übergang angegeben, die sich bei hohen Feldern aufgrund der Entartungsaufhebung ausbildet [89]. Eine solche Region trennt die parallel propagierenden Randkanäle des Elektron- und Löcherbereichs und reduziert den Überlapp ihrer Wellenfunktionen. Morikawa *et al.* [91] zeigten in einer hoch-beweglichen Graphen-Probe (das Graphen war in jeweils 50 nm-dickes hBN eingebettet, die Beweglichkeit $\mu = 71\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$) mit einzelnem Topgate, dass die um diese entvölkerte Zone verlaufenden Randkanäle Aharonov-Bohm-Oszillationen hervorbringen. Abbildung 3.10c stellt die Oszillationen des Magnetowiderstands in der 2-Punkt-Geometrie für eine fixe Ladungsträgerdichte im Backgatebereich $n_b = -2.2 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ und unterschiedliche Ladungsträgerdichten n_t unter dem Topgate dar.
Amet *et al.* [89] zeigten außerdem für Graphen im unipolaren Regime unter vollständig aufgehobener Entartung der LL (vgl. Abb. 3.9b), dass Randzustände mit entgegengesetztem Spin nicht äquilibrieren. Insbesondere konnte dabei die Spin- und Valley-Polarisation der aufgespaltenen LL über die Äquilibrierung in einem 2-Punkt-Setup untersucht werden.

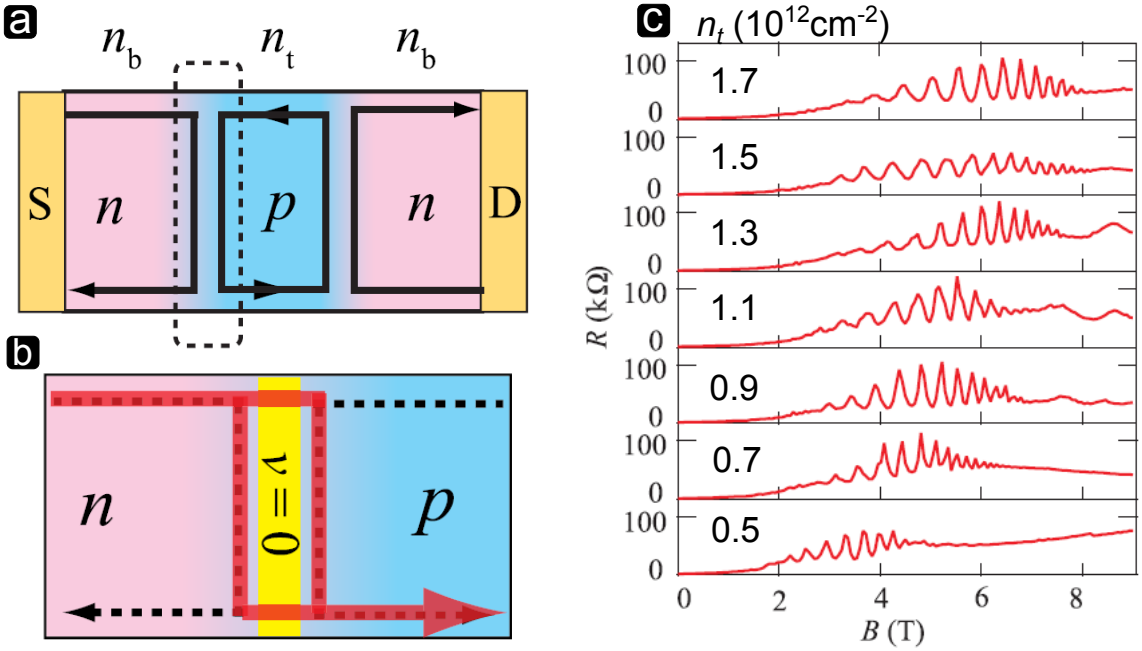


Abbildung 3.10: Aharonov-Bohm-Oszillationen an einem *np*-Übergang. a) Schematische Geometrie des *npn*-Übergangs aus Quelle [91]. Der gestrichelte Ausschnitt ist in **(b)** gezeigt. Bei hohen Feldern entsteht eine Zone mit Füllfaktor $\nu = 0$, welcher die parallel propagierenden Kanäle im n und p-Bereich trennt. Die Änderung des magnetischen Flusses durch die von den Randkanälen entlang des Übergang aufgespannte Fläche ergibt Aharonov-Bohm-Oszillationen des 2-Punkt-Widerstands **(c)**. Die Ladungsträgerdichte im Backgate-Bereich lag bei $n_b = -2.2 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$. Grafik adaptiert aus [91].

KAPITEL 4

GRAPHEN-ÜBERGITTER

Das vorige Kapitel widmete sich dem Transport über einzelne Potentialstufen oder Potentialbarrieren in Graphen. Im Folgenden wird einen Schritt weitergegangen und die Physik mehrerer, aufeinander folgender Potentialbarrieren gleicher Breite L und gegenseitigem Abstand $a-L$ diskutiert. Dabei ist a die Periode der sich wiederholenden Strukturen. Eine unendliche Reihe aufeinanderfolgender Potentialbarrieren senkrecht zum Strompfad stellt ein ideales, künstliches laterales 1D-Übergitter dar.
Die grundlegenden Überlegungen zu 1D-Übergittern wurden von Esaki und Tsu im Jahr 1970 vorgestellt [14], wobei die Autoren ein Übergitter aus dünnen Schichten in Wachstumsrichtung, mit Materialien unterschiedlicher Bandlücke oder unterschiedlicher Dotierung vorschlugen. Zusätzlich sollte die mittlere freie Weglänge $l_p > a$ sein. Analog zum natürlichen Kristall mit Gitterperiode a_0, folgt über die größere Periode $a > a_0$ im k-Raum eine Brillouin-Zone (BZ) der Ausdehnung $\pi/a < \pi/a_0$. Das Übergitter bewirkt somit eine Zerlegung der 1. BZ des natürlichen Kristalls in kleinere Mini-BZs. Das erweiterte Bandschema für den Fall einer parabolischen Energiedispersion ist in Abb. 4.1 skizziert. Das reduzierte Zonenschema wiederum erlaubt es, den Übergittereffekt als eine Rückfaltung des Energiespektrums auf eine BZ geringerer Ausdehnung im k-Raum zu betrachten. Wie beim natürlichen Kristall ergibt sich im Allgemeinen an den Mini-Zonenrändern aufgrund der Bragg-Reflexion (siehe z. B. Quelle [41]) eine Energielücke, die für Heterostrukturen annähernd unabhängig von $\boldsymbol{k}$ ist [92]. Esaki und Tsu sagten für ein 1D-Übergitter unter anderem negative differentielle Leitfähigkeit und Bloch-Oszillationen voraus, die experimentell bestätigt werden konnten [15].

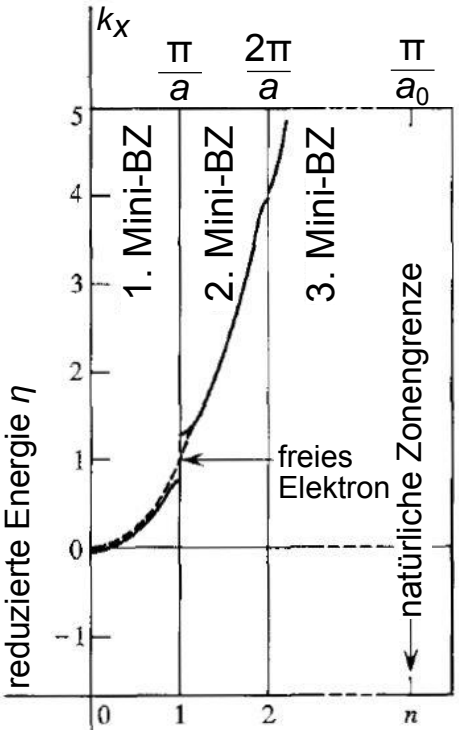


Abbildung 4.1: Energiespektrum des 1D-Übergitters. Ein 1D-Übergitter mit Periode $a > a_0$ resultiert in einer Faltung der 1. Brillouin-Zone. Die Physik des künstlichen Gitters kann somit auf die neue, erste Mini-BZ zurückgeführt werden. Das Bild zeigt ein parabolisches Energiespektrum im erweiterten Zonenschema der Mini-BZs. An den BZ-Grenzen führt Bragg-Reflexion zur Ausbildung stehender Wellen sowie einer Anhebung des oberen und Absenkung des unteren Minibands, was zu einer Energielücke führt. Die gestrichelte Kurve repräsentiert ein "freies" Elektron mit der effektiven Masse m^*. Auf der Ordinate ist eine reduzierte Energie aufgetragen mit $\eta = \eta(k_x) \equiv (E_x - V_0)/E_0$ mit $E_0 = \hbar k_a^2/2m^*$ und $k_a = \pi/a$. Grafik aus [14].

4.1 Laterale 1D-Übergitter in Graphen

Nun sollen 1D-Übergitter in Graphen eingeführt und diskutiert werden, wie sich die besondere Physik der Dirac-Fermionen auf die Eigenschaften des Übergitters niederschlägt. Dazu wird zunächst eine Kronig-Penney-artige, periodische, laterale Potentialmodulation mit einer Barrierenweite L und der Periode a betrachtet. Abbildung 4.2a zeigt homogenes Graphen mit den inäquivalenten Gitterpunkten K und K', sowie der linearen Energiedispersion (Dirac-Kegel) mit isotroper Gruppengeschwindigkeit $v \equiv v_F$. Ein Übergitter führt zu einer deutlichen Anisotropie der Gruppengeschwindigkeit $v(\boldsymbol{k})$ unter Beibehaltung der Linearität von $E(\boldsymbol{k})$, wie das untere Bild anhand des verzerrten Kegels verdeutlicht [92]. Interessanterweise sinkt $v(\boldsymbol{k})$ am stärksten parallel zur Modulation ($v_{min} = v(k_x = 0)$), während der Ladungsträger in Modulationsrichtung keine Renormalisierung der Geschwindigkeit erfährt und $v(k_y = 0) \equiv v_F$ erhalten bleibt [92]. Die Energiedispersion im 1D-Übergitter ist in Abb. 4.2b für das erste (rot) und das zweite (blau) Mini-Band im k-Raum projiziert [92]. Es wird deutlich, dass Ladungsträger mit $k_x = \pi/a$ und $k_y = 0$ am Mini-BZ-Rand keine Bandlücke spüren, während für $k_y > 0$ eine Bandlücke aufgeht.

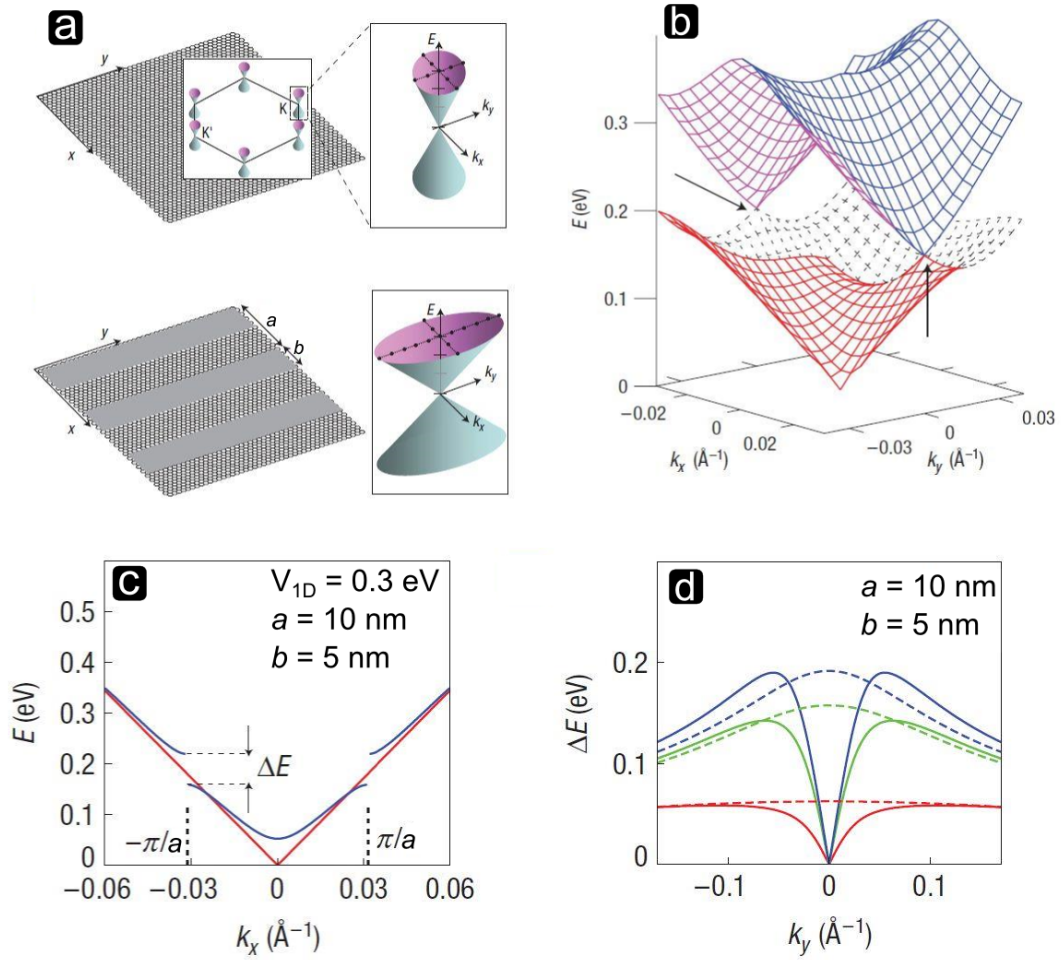


Abbildung 4.2: Übergittereffekt in Graphen. a) Ein 1D-Übergitter führt in Graphen zu einer Renormalisierung der Gruppengeschwindigkeit in y-Richtung, parallel zu den Streifen. **b)** Die Energiedispersion, berechnet für die Übergitterperiode $a = 10\,\text{nm}$, Barrierenlänge $L = 5\,\text{nm}$ und Potentialmodulationsstärke $V_0 = 0.3\,\text{eV}$, gezeigt für das erste (rot) und zweite Mini-Band (blau). Senkrecht zu den Barrieren führt Klein-Tunneln und die mit einhergehende Aufhebung der Rückstreuung zu einer verschwindenden Mini-Bandlücke (durch Pfeile hervorgehoben). Für große k_y ist diese hingegen voll ausgeprägt. **c)** Schnitte durch die Dispersionsrelation für $k_y = 0$ (rot) und $k_y = 0.012\,\text{Å}^{-1}$ (blau). **d)** Bandlücke $\Delta E(k_y)$ für verschiedene Potentialstärken 0.1 eV (rot), 0.3 eV (grün). 0.5 eV (blau). Die gestrichelten Linien repräsentieren ein fiktives Graphen ohne Pseudospinerhaltung, bei dem die Bandlücke für $k_y = 0$ nicht kollabieren würde. Grafiken adaptiert aus [92].

Die ausbleibende Geschwindigkeitsrenormalisierung und verschwindende Bandlücke am Mini-BZ-Rand für $k_y = 0$ lässt sich auf das Klein-Tunneln zurückführen, für welches bei senkrechtem Einfall des Ladungsträgers auf die Barriere Rückstreuung verboten ist und perfekte Transmission auftritt. Abbildung 4.2c zeigt zwei Schnitte für $k_y = 0$ und $k_y \neq 0$ durch Abb. 4.2b, Abb. 4.2d wiederum zeigt die Energielücke ΔE in Abhängigkeit von k_y für verschiedene Potentialstärken. Unter bestimmten Voraussetzungen kann es in 1D-Übergittern in Graphen zudem zur sog. *Superkollimation* kommen, nämlich genau dann, wenn die Renormalisierung $v_y \longrightarrow 0$ geht und der Pseudospin zwangsweise mit der x-Achse zusammenfällt [93].
Wie bereits in Abschnitt 3.4 diskutiert, ist es in einer realen Probe praktisch unmöglich, die Ladungsträgerinjektion auf $k_y = 0$ einzuschränken. Im Mittel werden die Elektronen mit einer bestimmten Winkelverteilung auf die Barrieren auftreffen. Bei graduellen Übergängen führt zunächst die Klein-Kollimation zu einer Einengung der transmittierten Winkel. Senkrecht auftreffende Ladungsträger werden perfekt transmittiert, für leicht vom senkrechten Einfall abweichende Ladungsträger werden wiederum FP-Oszillationen erwartet. Zusätzlich ist in einem vollständig ballistischen Übergitter für Elektronen mit $k_y \neq 0$ eine Mini-Bandlücke zu erwarten. Um die möglichen Auswirkungen dieser Aspekte auf den Transport zu verstehen, soll zunächst ein Graphen-Übergitter, das phasenkohärenten Transport über seine gesamte Ausdehnung aufweist, betrachtet werden. Sukzessives Erhöhen der Energie (z. B. über eine Gatespannung) tastet die rückgefaltete Mini-Bandstruktur ab, wobei (für $k_y = 0$) neue Bandberührpunkte passiert werden. Da an den Berührpunkten die Zustandsdichte absinkt (Abb. 4.3a), werden Oszillationen der longitudinalen Leitfähigkeit σ_{xx} erwartet (Abb. 4.3b), deren Amplitude unter anderem auch vom Verhältnis der Barrierenlänge L und des Potentialtopfes dazwischen, $a - L$, abhängt [94].
Die Berührpunkte im neuen Energiespektrum sollen nicht mit "zusätzlichen" Dirac-Punkten verwechselt werden, die sich aus der Theorie für bestimmte $\boldsymbol{k}$ ergeben [94]. Für ein symmetrisches 1D-Übergitter aus rechteckigen Barrieren tauchen diese zusätzlichen DP für $k_x = 0, k_y \neq 0$ direkt am Fermi-Niveau auf. Für asymmetrische Übergitter mit $L \neq 0.5a$ verschieben sich diese zusätzlichen DP mit der Energie gegenüber dem ursprünglichen DP bei $k_x = 0, k_y = 0$. Die zusätzlichen DP haben nennenswerten Einfluss auf die Leitfähigkeit σ_{yy}, parallel zur Modulation des Übergitters. Der longitudinale Transport sollte durch diese zusätzlichen Berührpunkte jedoch nur marginal beeinträchtigt werden [94].

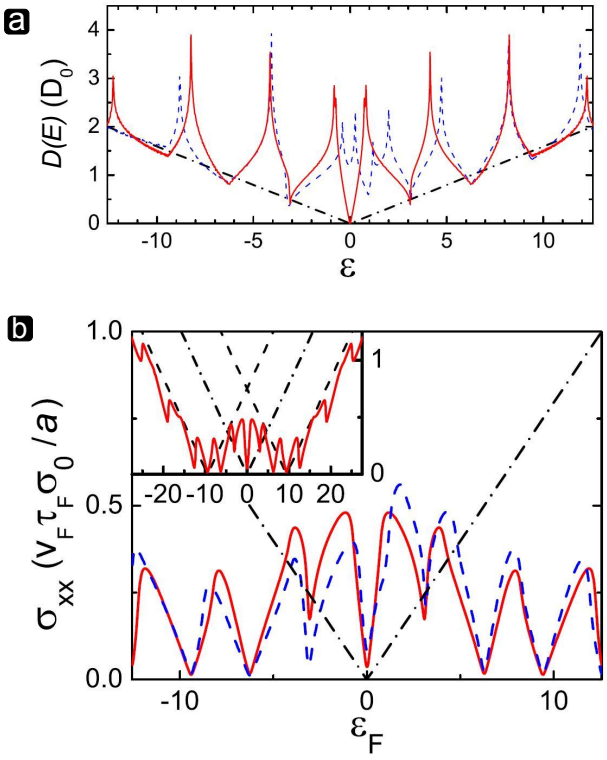


Abbildung 4.3: Zustandsdichte und Leitfähigkeit im 1D-Übergitter. a) Die Zustandsdichte, berechnet für ein rechteckiges Übergitterpotential, weist beim Durchfahren der Energie Minima auf, die den Bandübergängen der Mini-BZ entsprechen. Hier sind $D_0 = a/(\hbar v_F)$ und $\varepsilon = ED_0$ (z. B. ergibt sich für ein Übergitter mit $a = 100\,\mathrm{nm}$ und $\varepsilon = 1$ eine Energie $E = 6.6\,\mathrm{meV}$). Die Minima in $D(E)$ treten für die Mini-Bandberührpunkte ($k_y = 0$) bei ganzzahligen Vielfachen $\varepsilon = \pi j$ auf. **b)** Die longitudinale Leitfähigkeit σ_{xx} oszilliert mit der Fermi-Energie. Die rote Kurve repräsentiert ein Übergitter mit $L = 0.5a$, die blau gestrichelte eines mit $L = 0.4a$. Die schwarz gestrichelte Linie in (a,b) steht jeweils für die Zustandsdichte, bzw. Leitfähigkeit ohne Übergitterpotential. Grafik aus [94].

4.2 Multibarrieren in Graphen

Um die Oszillationen der Leitfähigkeit σ_{xx} (vgl. Abb. 4.3) an einer realen Graphen-Übergitterprobe nachweisen zu können, muss die Qualität der Probe ausreichend hoch sein. Einen ersten vermeintlichen Hinweis auf den Übergittereffekt gaben Dubey *et al.* [95] bekannt, wobei das Graphen auf SiO_2 exfoliert und durch ein Array von $M = 40$ Topgate-Streifen moduliert wurde. Die Argumentation in [95] stützte sich dabei auf die Theorie von Barbier *et al.*, die das Auftreten zusätzlicher Dirac-Punkte beschreibt [94]. Der behauptete Übergittereffekt konnte jedoch durch ähnliche Messungen des Autors widerlegt werden [96]. Tatsächlich kann die vermeintliche Übergitter-Signatur im Widerstand des bipolaren Regimes bereits mit $M = 2$ Barrieren reproduziert werden. Man beobachtet somit eher FP-Oszillationen eines *Multibarrieren*-Systems, als einen tatsächlichen 1D-Übergittereffekt. Abbildung 4.4 zeigt zwei vergleichbare Messungen aus [95] und [96], die mit $M = 40$ und $M = 3$ Topgate-Streifen in einer sich ähnelnden Konfiguration (vgl. Abb. 7.2) aufgenommen wurden. Die beiden Farbkarten zeigen den longitudinalen Widerstand bei $B = 0$ und bilden dabei die vier, bereits anhand Abb. 3.5 diskutierten Quadranten der unterschiedlichen Ladungsträgerdichtekonfigurationen in solchen Proben ab. Das bipolare Regime weist in beiden Messgraphen ein ausgeprägtes Interferenzmuster auf. Diese Oszillationen des Widerstands entstehen durch die Überlagerung zweier Resonanzen, die im Falle einer einzelnen Barriere (vgl. Abb. 3.5) nicht auftreten. Abb. 4.4c zeigt schematisch die bipolaren Resonatoren im np'-Regime, mit der effektiven Barrierenweite $L < 0.5a$, wie sie in den Expe-

rimenten von Dubey *et al.* und dem Autor erzeugt wurden. Diese FP-Resonatoren lassen sich durch die angelegten Topgate- und Backgate-Spannungen V_t, V_g relativ unabhängig voneinander tunen und ergeben das beobachtete, überlagerte Muster im Widerstand des bipolaren Regimes. Die Skizze verdeutlicht auch, dass die ballistische Länge der Elektronen $l_b \geq a - L > L$ sein muss, um im quasi-ballistischen Limit zu bleiben und eine Überlagerung der FP-Oszillationen beider Resonatoren beobachten zu können. Auf Details der Messungen, sowie die Feinheiten von Abb. 4.4b wird in Kapitel 7.1 gesondert eingegangen.

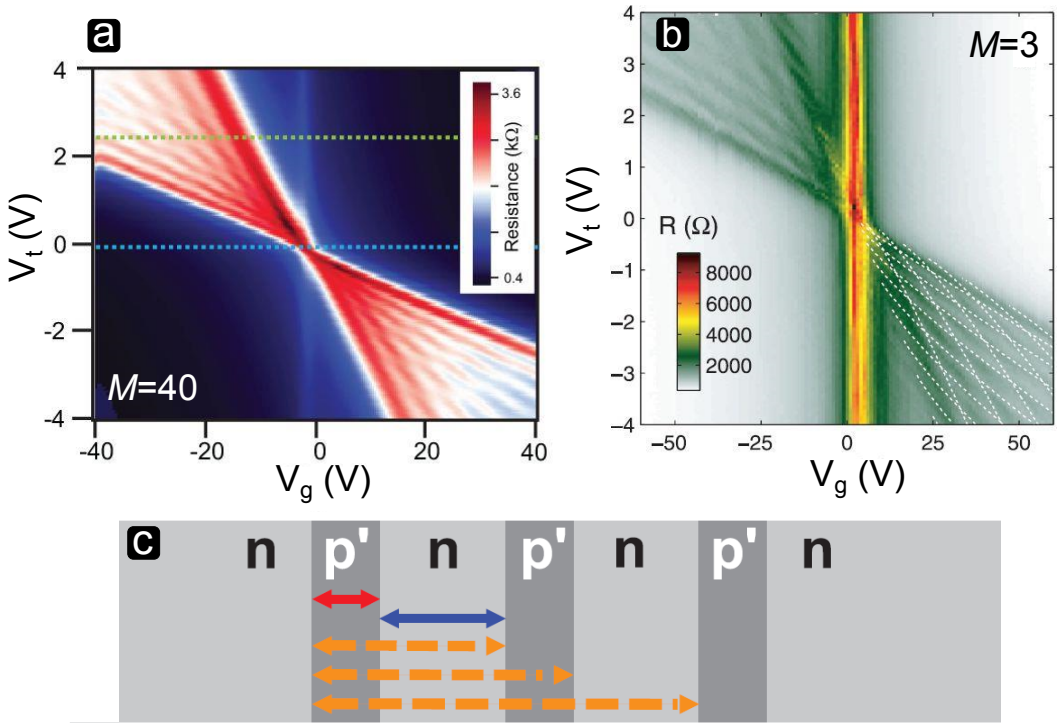


Abbildung 4.4: FP-Oszillationen an einem Übergitter und quasi-ballistischem Multibarrieren-System. a) Farbkodierter Widerstand in Abhängigkeit der lokalen Topgate-Spannung V_t und der globalen Backgate-Spannung V_g für ein Übergitter mit $M = 40$ Perioden und $a = 150\,\text{nm}$. Die limitierende Länge ist die mittlere freie Weglänge $l_p \sim 70\,\text{nm}$, die im Bereich der effektiven Barrierenweite $L_{eff} \sim 60 - 70\,\text{nm}$ [95] liegt und einander überlagerte FP-Oszillationen ermöglicht. **b)** Die Messung an einer Multibarriere ($M = 3$) mit $a = 100\,\text{nm}$ legt nahe, dass (a) keinen Übergittereffekt zeigt, sondern eine Überlagerung von FP-Oszillationen, die innerhalb und zwischen den Barrieren ihren Ursprung haben. Die möglichen Resonanzen in einem Multibarrieren-System mit $M = 3$ im bipolaren Regime sind in **(c)** skizziert. Das weiß gestrichelte Gitternetz in (b) deutet die errechnete Position der überlagerten Resonanzen an. Grafik (a) aus [95], Grafiken (b,c) aus [96].

Die ballistische Länge l_b (vgl. 2.5.1) spielt eine wichtige Rolle bei der Einordnung, ob es sich um einen Effekt einzelner Barrieren oder einen Übergittereffekt handelt, der auf

die durch die Elektronen *gefühlte* Mini-Bandstruktur zurückzuführen wäre. Die in [95, 96] beobachteten Widerstandsoszillationen lassen sich im Rahmen der geringen Beweglichkeiten ($\mu \sim 7\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$) eher als eine Reihe unabhängiger Barrieren, bzw. Resonatoren verstehen. Bei niedrigen Temperaturen ist hierbei $l_p < l_\phi$, der die ballistische Länge l_b beschränkende Faktor. Die tatsächliche Zahl M der Perioden spielt somit nur eine untergeordnete Rolle. Wie wir später sehen werden, konnte die Beweglichkeit und damit l_b durch Optimierungen der Probenherstellung sukzessive erhöht werden, sodass Multibarrieren-Resonanzen auftreten können. Solche Resonanzen über mehrere Perioden hinweg sind in Abb. 4.4c durch orange Pfeile angedeutet. Ihr Auftreten ist jedoch weniger wahrscheinlich, als das der Resonanzen einzelner Resonatoren, da die bipolaren Übergänge im Allgemeinen (Klein-Tunneln ausgenommen) reflektierend sind. Signaturen dieser Multibarrieren-Resonanz konnten in [97] für hoch-bewegliche Graphen-Bornitrid-Heterostrukturen gezeigt und von der Quanten-Transportheorie reproduziert werden. Diese Messungen werden in Kap. 7 vorgestellt.

4.3 Quanten-Transportsimulation

In der bisher diskutierten Theorie zu Übergittern in Graphen wurde von einem ballistischen System ausgegangen, in dem insbesondere senkrecht auf die Modulation propagierende Ladungsträger perfekt transmittiert werden. Für die Publikation [96] führte Ming-Hao Liu auf der Elektrostatik der realen Probe basierende Simulationen der Transmission für ein vollständig phasenkohärentes Ein-Moden-System bei $T = 0$ durch. Dabei wird die Geometrie dem Rechenaufwand entsprechend zunächst in ihrer Größe reduziert und die Transmission mithilfe der rekursiven Green'schen Funktion [98] berechnet. Diese Quanten-Transportsimulation stellt ein sehr probates Mittel zur Überprüfung der beobachteten Transporteffekte dar. Um abschätzen zu können, wie sich eine endliche ballistische Länge l_b, trotz vollständiger Phasenkohärenz innerhalb der Simulation, auf die Transmission und damit den Widerstand auswirkt, wurde die Anzahl der Barrieren M variiert. Abbildung 4.5 zeigt die dem Widerstand proportionale inverse Transmission in Abhängigkeit von M, was effektiv einem eingeschränkten l_b in einem unendlichen Übergitter mit $M \longrightarrow \infty$ entspricht. Für $M = 2$, Abb. 4.5a, liefert die Simulation die in [96] beobachtete Signatur. Der Widerstand ist am Dirac-Punkt maximal, die Überlagerung der FP-Resonanzen der beiden durch V_t, V_g durchstimmbaren Resonatoren liefert die Widerstandsoszillationen im bipolaren Regime. Wird M erhöht (entspricht Erhöhung von l_b), macht sich der Einfluss des Übergitters bemerkbar. Die FP-Oszillationen werden zunehmend von den Leitfähigkeits-Oszillationen, die beim Durchfahren der Mini-Bandstruktur auftreten, abgelöst (Abb. 4.5b). Das Übergitter tritt bei $M \approx 10$ voll in Erscheinung (Abb. 4.5c) und die Oszillationsamplituden übersteigen die Amplitude des ursprünglichen DP, da in diesem Formalismus auch schräg zur Modulation propagierende Elektronen einbezogen werden. Es tragen somit auch die durch Klein-Kollimation auf leicht vom senkrechten Einfall abweichende Winkel eingeschränkten Elektronen zum Transport bei und für $k_y \neq 0$ treten Mini-Bandlücken ΔE_{mg} an den Übergängen auf. Bei $M = 40$ führt ballistischer Transport zu einer ausgeprägten

Übergitter-Signatur in der Simulation (Abb. 4.5d).
In der Realität wird beim Versuch, den Effekt zu beobachten, die Temperatur und die damit verbundene thermische Energie $k_B T$ eine Rolle spielen. Wie später ersichtlich wird, konnten die den ursprünglichen DP übertreffenden Oszillationspeaks jedoch auch in ballistischen Proben mit $l_b = 5$ - $10a$ bei $T = 1.5\,\mathrm{K}$ bisher nicht verifiziert werden.

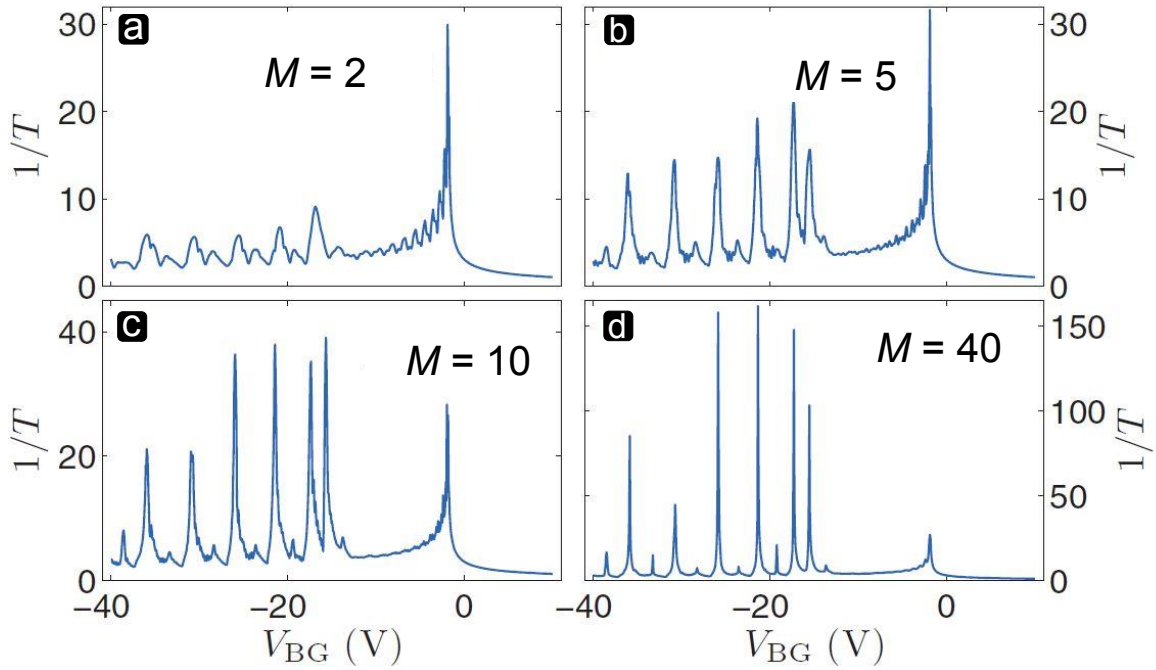


Abbildung 4.5: Quanten-Transportsimulation. Die Plots zeigen die inverse Transmission $1/T \propto R$ für ein vollständig phasenkohärentes 1D-System, in Abhängigkeit der Anzahl der Potentialbarrieren M bei $V_t = 3\,\mathrm{V}$. Im Umkehrschluss lässt sich daraus das Transportverhalten eines Übergitters mit endlicher ballistischer Länge $l_b \leq Ma$ abschätzen. **a)** FP-Oszillationen der $M = 2$ Resonatoren dominieren im bipolaren Regime. Das Übergitter lässt sich als Reihe unabhängiger Bereiche auffassen. **b-c)** Für $l_b \to 10a$ wird der Einfluss des Übergitters immer deutlicher und Oszillationen des Widerstands lassen sich zunehmend auf Übergänge zwischen den Minibändern der Bandstruktur zurückführen. **d)** Im phasenkohärenten Limit führen Mini-Bandlücken zu einer Überhöhung der Oszillationsamplituden, bezogen auf den ursprünglichen Dirac-Punkt. Grafik aus [96].

KAPITEL 5

ÜBERGITTER IM MAGNETFELD

Im vorigen Kapitel diskutierten wir, wie sich ein Potentialübergang, eine Potentialbarriere oder eine periodische Anordnung von Barrieren (laterales Übergitter) auf die Transporteigenschaften von Graphen auswirken. Dabei wurde der Fokus stark auf das bipolare Transportregime gelegt, da die Physik an np'-Übergängen in Graphen zu besonders faszinierenden Resultaten führt. Unipolare nn'-Übergänge sind hingegen nur bedingt interessant, da sie eine hohe, vom Einfallswinkel praktisch unabhängige, Transmission aufweisen (vgl. Abb. 3.1d) und somit keine Interferenzeffekte erwartet werden. Wie bereits in Abschnitt 3.5 gezeigt wurde, ändert das Einschalten eines Magnetfelds die Ausgangssituation grundlegend und führt auch an unipolaren Übergängen zu äußerst interessanten Transportphänomenen.
Im Folgenden bleiben die in Kap. 4 eingeführten Übergitter das bestimmende Thema. Dabei wird der Einfluss eines schwach-unipolaren Übergitters auf die Transporteigenschaften im Magnetfeld erörtert und ein Überblick über die in diesem Regime auftretenden Kommesurabilitätseffekte gegeben. Dazu wird die Diskussion über laterale Übergitter zunächst auf konventionelle 2DEGs mit parabolischer Dispersion ausgedehnt und anschließend auf die besondere Physik von Graphen eingegangen.

5.1 Weiss-Oszillationen

Erzeugt man in einem 2DEG eine periodische Modulation der Ladungsträgerdichte von geringer Amplitude und setzt es einem senkrechten Magnetfeld aus, so antwortet das System mit $1/B$-periodischen Oszillationen im longitudinalen (Magneto-)Widerstand (Abb. 5.1a). Diese Oszillationen lassen sich - konträr zu den SdHOs - semiklassisch erklären und auf die Kommensurabilität von Übergitterperiode a und Zyklotrondurchmesser $2r_C$ an der Fermi-Kante zurückführen. Dieter Weiss *et al.* gelang es, diesen, von der Theorie nicht vorhergesagten Effekt im Jahr 1989 an einem lateral 1D-modulierten 2DEG, welches an einem GaAlAs/GaAs-Heteroübergang präpariert wurde, zu beobachten und zu interpretieren [20]. Die Positionen der Minima dieser Kommensurabilitäts-, oder Weiss-Oszillationen

(WOs) lassen sich mithilfe der *Flachbandbedingung*

$$\boxed{2r_C = \left(\lambda - \frac{1}{4}\right) a} \tag{5.1}$$

beschreiben, wobei λ eine ganze Zahl repräsentiert. Bereits kurze Zeit nach der Entdeckung, konnte der Ursprung der WOs sowohl quantenmechanisch [24, 25], als auch im Rahmen eines semiklassichen Bilds [23] theoretisch geklärt werden. Dabei führten beide Herangehensweisen zu einem äquivalenten Resultat, welches das Verhalten des modulierten 2DEGs im Magnetfeld beschreibt. Im Folgenden soll zunächst das quantenmechanische Bild erläutert werden, in dem eine aufgeprägte, elektrostatische Modulation zu verbreiterten Landau-Bändern führt, deren Bandbreite mit einer bestimmten Frequenz in $1/B$ oszilliert.

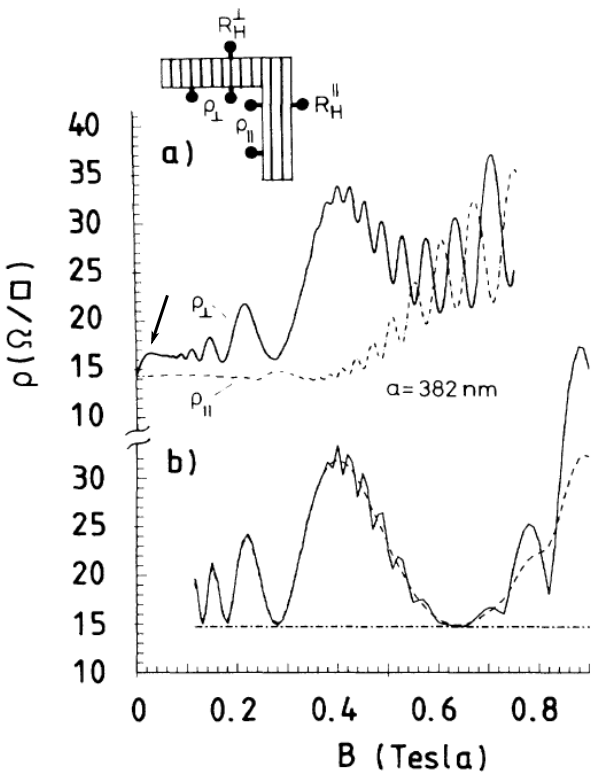


Abbildung 5.1: Weiss-Oszillationen in einem modulierten 2DEG. a) Oszillationen des longitudinalen und transversalen Magnetowiderstands in einer durch holographische Belichtung erzeugten, periodisch modulierten Potentiallandschaft. Der Pfeil markiert einen positiven Magnetowiderstand, dessen Peak sich mit dem magnetischen Durchbruch assoziieren lässt. Der Inset zeigt das Probenschema mit den jeweiligen Messstrecken. **b)** Der longitudinale, spezifische Magnetowiderstand ρ_{xx} konnte in einer störungstheoretischen Behandlung des modulierten Systems ($T = 4.2\,\mathrm{K}$ durchgezogen, $T = 2.2\,\mathrm{K}$ gestrichelt) reproduziert werden. V_0/E_F wurde ~ 0.03 angenommen. ρ_{yy} weist im Experiment ebenfalls WOs auf, ist im Rahmen der Theorie für eine von der Zustandsdichte unabhängige Streuzeit τ_p jedoch B-feldunabhängig (strichpunktierte Kurven). Die weiteren Probenparameter in (a) und (b) sind $n = 3.16 \times 10^{11}\,\mathrm{cm}^{-2}$, $\mu = 130\,\mathrm{m}^2/\mathrm{Vs}$ und $a = 382\,\mathrm{nm}$. Grafik aus [24].

Die Hamilton-Funktion für ein lateral moduliertes System und parabolische Dispersion lässt sich unter Berücksichtigung der Translationsinvarianz in y als

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{m^*}{2}\omega_C^2(x - x_0)^2 + V(x), \tag{5.2}$$

mit den Eigenwerten $E_N(x_0)$ schreiben, wobei ω_C die Zyklotronfrequenz, $x_0 = \hbar k_y/eB = l_B^2 k_y$ die Zentrumskoordinate, $V(x) = V_0 \cos(2\pi x/a)$ ein harmonisches, periodisches Potential und m^* die effektive Masse repräsentieren. Für $V(x) = 0$ ergeben sich die wohlbekannten Eigenwerte des harmonischen Oszillators. Ein schwaches Potential $V(x) \ll E_F$ führt zu einer Aufhebung der Entartung der Landau-Niveaus und die Energieeigenwerte in erster Ordnung Störungstheorie ergeben sich zu [24]:

$$E_N^{(1)}(x_0) = \hbar\omega_C \left(N + \frac{1}{2}\right) + V_0 \cos\left(K x_0\right) e^{-X/2} L_N(X), \tag{5.3}$$

wobei $X = \frac{1}{2}K^2 l_B^2$, $K = 2\pi/a$ und die magnetische Länge $l_B = \sqrt{\hbar/eB}$ sind. Die Korrektur zum Energieeigenwert des ungestörten Systems entspricht einer oszillierenden magnetischen Bandstruktur, wobei die Bandbreite genau dann Null wird, wenn die Laguerre-Polynome $L_N(X)$ eine Nullstelle aufweisen. In einer asymptotischen Näherung für große Quantenzahlen N ergeben sich für das Laguerre-Polynom genau dann Nullstellen, wenn die Flachbandbedingung (5.1) erfüllt ist [24].

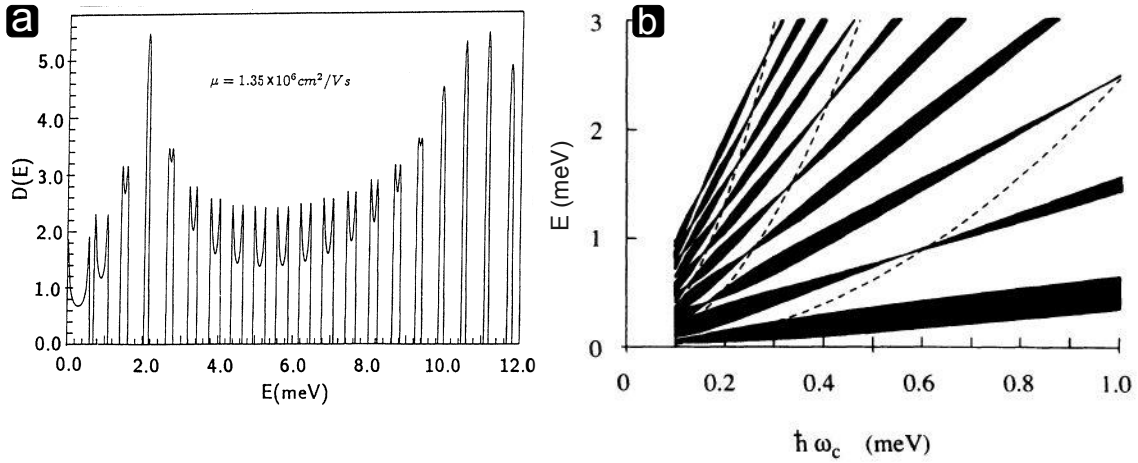


Abbildung 5.2: Zustandsdichte und Landau-Bänder in einem lateral modulierten 2DEG. a) Die Zustandsdichte, berechnet in der selbstkonsistenten, Born'schen Näherung, bei fixem B. Während die Landau-Level an den Flachbandenergien die höchste Zustandsdichte und Bandschärfe aufweisen, werden die Niveaus abseits der flachen Bänder durch die Modulation verbreitert und die Energielücke ist nicht mehr durch die Zyklotronenergie gegeben. **b)** Skizzen des Landau-Fächer-Diagramms für ein lateral moduliertes 2DEG mit $V_0 = 0.2\,\text{meV}$ und $a = 200\,\text{nm}$. Die dunklen Landau-Bänder repräsentieren die erlaubten quasi-kontinuierlichen Energien innerhalb eines verbreiterten Landau-Niveaus (hier $N = 0, 1, ...9$), die gestrichelte Linie die Flachbandposition (hier $\lambda = 1...3$). Grafik (a) aus [99], Grafik (b) aus [100].

Die Wirkung der Modulation auf das quantisierte Energiespektrum wird in Abb. (5.2) verdeutlicht. Abbildung 5.2a zeigt die Zustandsdichte bei konstantem Magnetfeld ($B =$

0.35 T) und Modulationsstärke ($V_0 = 0.35\,\mathrm{meV}$) in der selbst-konsistenten Born'schen Näherung, welche Streuverbreiterung berücksichtigt. Durch Erhöhen der Energie wird die magnetische Bandstruktur abgetastet, wobei das Übergitter zu einer energieabhängigen Verbreiterung der Landau-Niveaus führt. Bei der Flachbandbedingung ist die Zustandsdichte $D(E)$ am höchsten, die übrigen Niveaus zeigen Dispersion bezüglich k_y und sind zu Bändern verbreitert. An den Rändern treten (durch Streuverbreiterung ausgeschmierte) van Hove-Singularitäten auf, die sich bei Magneto-Kapazitätsmessungen auf GaAs-Proben auflösen ließen [101]. Das Bild verdeutlicht sehr gut den Ursprung sowohl der SdH-Oszillationen, als auch den der Weiss-Oszillationen. Während die SdHOs beim Durchfahren der Energie bei konstantem B-Feld die Zustandsdichte abbilden, weisen die WOs eine deutlich niedrigere Frequenz, abhängig von der Energie auf. Derselbe Sachverhalt wird in Abb. 5.2b noch einmal in Form eines Landau-Fächerdiagramms gezeigt.
Die Dispersion der Landau-Bänder lässt sich mit einer Gruppengeschwindigkeit [24]

$$\langle v_y \rangle = v_g = -\frac{1}{m^* \omega_C} \frac{\partial E_N}{\partial x_0} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_N}{\partial k_y}, \tag{5.4}$$

verknüpfen. Im Flachband ist $\partial E_N / \partial x_0 = 0$ und somit gibt es keinen Stromfluss senkrecht zur Modulation. Die Verbreiterung der Landau-Bänder führt hingegen zu $\langle v_y \rangle \neq 0$ und dementsprechend zu einer zusätzlichen *Bandleitfähigkeit* $\Delta\sigma_{yy}$ in y-Richtung [102, 52]:

$$\Delta\sigma_{yy} = A_0 \frac{T}{8\pi^4 T_c} \left((1 - A) + 2A \cos^2 \left(\frac{2\pi r_C}{a} - \frac{\pi}{4} \right) \right), \tag{5.5}$$

mit

$$A_0 = \frac{8\pi^2 e^2 V_0^2 \tau_p}{h\hbar k_B T}, \tag{5.6}$$

wobei V_0 die Modulationsamplitude des Übergitters, τ_p die Impulsrelaxationszeit und k_B die Boltzmann-Konstante sind. Die Temperaturabhängigkeit ist gegeben durch

$$A = \frac{T}{T_c} \frac{1}{\sinh(T/T_c)}. \tag{5.7}$$

Die Stärke der temperaturabhängigen Dämpfung wird durch eine kritische Temperatur [103]

$$\boxed{T_c = \frac{Bea}{4\pi^2 k_B} v_F} \tag{5.8}$$

kontrolliert, die B-abhängig ist. Der longitudinale spezifische Widerstand ρ_{xx} kann über Tensorbeziehungen (Gl. (2.27)) bestimmt werden, wobei sich die Leitfähigkeit in y-Richtung aus der Summe des isotropen Anteils und der zusätzlichen Bandleitfähigkeit (5.5) zu

$$\sigma_{yy} = \sigma_{yy}^{iso} + \Delta\sigma_{yy} \tag{5.9}$$

ergibt. Der spezifische Widerstand ist somit:

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{xy}^2}. \tag{5.10}$$

Gleichung (5.5) ist eine asymptotische Näherung für große Quantenzahlen N und liefert für die Beschreibung des Magnetowiderstands eines schwach modulierten, konventionellen 2DEGs bei geringen Feldern bereits gute Übereinstimmung mit dem Experiment (Abb. 5.1b). Eine direkte Berechnung des (auf ρ_0 normierten) Widerstands erlaubt die Gleichung [103]

$$\frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_0} = \left(\frac{V_0}{E_F}\right)^2 \frac{(v_F\tau_p)^2}{ar_C} \cos^2\left(\frac{2\pi r_C}{a} - \frac{\pi}{4}\right) \cdot A\exp(-\pi/\omega_C\tau_p), \tag{5.11}$$

die hier der Vollständigkeit halber angegeben wird. Die im weiteren Verlauf gezeigten, berechneten Magnetowiderstandskurven wurden von Gl. (5.5) ausgehend über die Tensorbeziehungen berechnet.

5.1.1 Semiklassische Erklärung

Die zusätzliche Bandleitfähigkeit hat ein semiklassisches Analogon, welches im Folgenden kurz diskutiert wird. Beenakker [23] erklärte die Oszillationen mithilfe einer $\vec{E} \times \vec{B}$-Drift, wobei die Zentrumskoordinate der Zyklotronbahn aufgrund des magnetischen Feldes in z-Richtung und des in x-Richtung aufgeprägten, alternierenden elektrischen Felds der Modulation, in $y-$Richtung verschoben wird. Die Bahnzentren driften dabei in Abhängigkeit der Startposition entweder in y, oder in $-y$-Richtung, wobei die Zyklotronbahn aufgrund der Modulation keine perfekte Kreisbahn ausbildet (siehe Abb. 5.3). Wird über alle Zentrumskoordinaten gemittelt, erhält man dieselben Minima im longitudinalen Widerstand (Gl. (5.1)), wie unter der Annahme einer Landau-Quantisierung im B-Feld für hohe Quantenzahlen. Die Driftgeschwindigkeit ist hierbei analog zur bereits eingeführten Gruppengeschwindigkeit (Gl. (5.4)), wobei sich das Übergitter mit Periode a im semiklassischen Bild für einen bestimmten Zyklotrondurchmesser $2r_C$ wegmittelt.

Während man den WOs des longitudinalen Widerstands somit einen (semi-) klassischen Ursprung attestieren kann, können die in [20] ebenfalls beobachteten Oszillationen in ρ_{yy}, senkrecht zu der 1D-Modulation, jedoch nur quantenmechanisch mithilfe einer zustandsdichteabhängigen Streuzeit $\tau_p(D)$ erklärt werden [104].

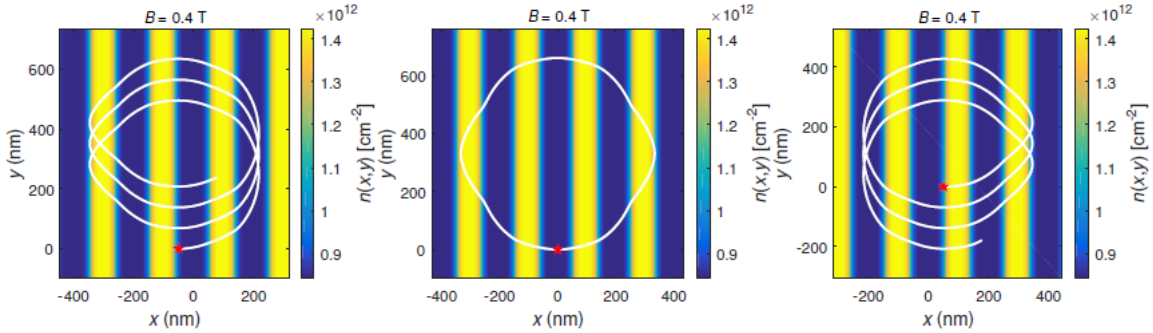


Abbildung 5.3: Simulation der Zyklotronbewegung im Übergitter. Zyklotronbahnen eines Ladungsträgers im unendlich ausgedehnten Graphen bei fixem B-Feld und fixer Modulationsstärke V_0. Der Ladungsträger unterliegt einer $\vec{E} \times \vec{B}$-Drift, wobei die Startposition bestimmt, ob er sich in $-y$-, $+y$ -Richtung bewegt oder im nicht-resonanten Fall keine Drift erfährt. Die Zyklotronbahnen sind in dieser Simulation aufgrund des Übergitters deformiert. Grafik von Ming-Hao Liu.

5.1.2 Magnetischer Durchbruch

Eine weitere Möglichkeit die Weiss-Oszillationen zu erklären, lieferten Středa und MacDonald, indem sie den Einfluss des Übergitters auf die Elektronenbahnen studierten [105]. In diesem Formalismus wird auch der positive Magnetowiderstand bei kleinen Feldern erklärt (vgl. Abb. 5.1a). Wird die x-Komponente k_x des Wellenvektors des Elektrons unter dem Einfluss eines senkrechten, magnetischen Felds $\geq \pi/a$, erfährt es Bragg-Reflexion und v_x wird invertiert, was zu offenen Bahnen im Ortsraum entlang der y-Achse führt. Wird das B-Feld weiter erhöht, sodass $\hbar\omega_C > \Delta E_{mg}$, der Mini-Gapenergie, so wird die Bragg-Reflexion unterdrückt und es kommt zum *magnetischen Durchbruch*. Die Elektronen können durch die Mini-Bandlücke tunneln und geschlossene Zyklotronbahnen ausführen, die für die Ausbildung von WOs unerlässlich sind [105, 106, 107].
Eine alternative Erklärung für den positiven Magnetowiderstand bei geringen Feldstärken lieferten Beton *et al.* [108, 106], wobei sie ein klassisches Durchbruchsfeld

$$B_0 = \frac{2\pi V_0}{eav_F} \tag{5.12}$$

bestimmten. Dabei wird im senkrechten B-Feld die Lorentzkraft $F_L = ev_F B$ mit der durch das elektrische Feld der Modulation resultierenden Kraft $F_{el} = e\mathcal{E} = KV_0 \sin Kx$, mit $K = 2\pi/a$, verglichen [107]. Ist $F_L < F_{el}$, gibt es neben geschlossenen auch offene Bahnen entlang der y-Koordinate. Das kritische Feld aus Gl. (5.12) gibt an, wann $F_L \geq F_{el}$ wird. Die offenen Bahnen verschwinden und der durch den Stromfluss senkrecht zur Modulation erhöhte Magnetowiderstand sinkt. Wird der magnetische Durchbruch beobachtet, lässt sich über dessen Position im Magnetfeld die Modulationsstärke V_0 des Übergitters abschätzen [107].

5.1.3 Anisotrope Streuung

Die bisherige Diskussion der Weiss-Oszillationen fußte auf der Annahme isotroper Streuung mit einer festen Impulsrelaxationszeit τ_p. Insbesondere nimmt die Amplitude der Oszillationen in ρ_{xx} linear mit B ab, was nicht mit dem Abklingen der Amplitude im Experiment vereinbar ist. Beton *et al.* [103] fügten einen empirischen Zusatzterm $\exp(-\pi/\tau\omega_C)$ (vgl. Gl. (5.11)) hinzu, der die im Experiment beobachtete Nicht-Linearität abbilden sollte. Der Zusatzterm berücksichtigt die Streuung, bzw. Wahrscheinlichkeit für eine komplette Zyklotronrunde.
Mirlin und Wölfe [66] präsentierten schließlich eine analytische Beschreibung der nichtlinear ansteigenden Amplitude in B, der ein langreichweitiges Potential zugrunde liegt. In GaAs-Heterostrukturen ist das 2DEG meist durch eine relativ dicke Schicht des Bulk-Materials von der Umgebung abgeschirmt und Elektronen fühlen nur ein weiches, von zufällig verteilten, fernen Störstellen verursachtes, Potential. Während bei isotroper Streuung das Elektron aus seiner Zyklotronbahn abgelenkt wird und der Impuls relaxiert, führt ein weiches, langreichweitiges Potential zu Kleinwinkelstreuung. Dabei bleibt das Elektron selbst nach mehreren Streuereignissen nahe der ursprünglichen Zyklotronbahn und kann somit weiter zu den Oszillationen beitragen [66]. Die unterschiedlichen Streuzeiten τ_p (Impulsrelaxationszeit) und τ_e (elastische Streuzeit, Quantenstreuzeit) können sich in einem 2DEG um einen Faktor > 10 unterscheiden. Nach Quelle [66] lässt sich die Amplitude der WOs unter besonderer Berücksichtigung der Kleinwinkelstreuung schreiben als:

$$\frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_0} = \frac{\eta^2}{4} Q^2 S_p \frac{\pi}{\sinh \pi\zeta} J_{i\zeta}(Q) J_{-i\zeta}(Q), \tag{5.13}$$

wobei $Q = 2\pi r_C/a$, $S_p = \tau_p\omega_c$, $\omega_c = v_F/r_C$ und $J_{i\zeta}(Q)$ die Bessel-Funktion sind. Weiters ist

$$\zeta = \frac{1}{S_e}\left(1 - \left(1 + \frac{\tau_e}{\tau_p} Q^2\right)^{-1/2}\right), \tag{5.14}$$

mit $S_e = \tau_e\omega_c$. Abbildung 5.4a zeigt die Messung von Weiss *et al.* [20] und den entsprechenden Fit mithilfe der Gl. (5.13). Die Theorie mit Kleinwinkelstreuung gibt den nichtlinearen Verlauf der Amplitude des Magnetowiderstands in allen Bereichen des Magnetfelds sehr gut wieder. Die Stärke der Modulation wurde hierbei aus der Kurvenanpassung zu $\eta = 0.065$ abgeschätzt [66]. Das Verhältnis der Streuzeiten ergab sich zu $\tau_p/\tau_e = 17.3$ und verdeutlicht die Bedeutung der Kleinwinkelstreuung in GaAs-Heterostrukturen. Das zweite Bild 5.4b vergleicht die Theorien mit isotroper (Gl. (5.5)) und anisotroper Streuung (Gl. (5.13)) für dieselben Parameter $a, \bar{n}, \eta$ und eine parabolische Dispersionsrelation. Die beiden Kurven unterscheiden sich drastisch, nicht nur bei niedrigen Feldern, wo die Amplitude durch Kleinwinkelstreuung exponentiell abnimmt, sondern auch bei höheren Feldstärken [66]. Die Kleinwinkelstreuung modifiziert auch den im vorigen Abschnitt erwähnten, magnetischen Durchbruch und verschiebt die Position des Durchbruchfelds [109].

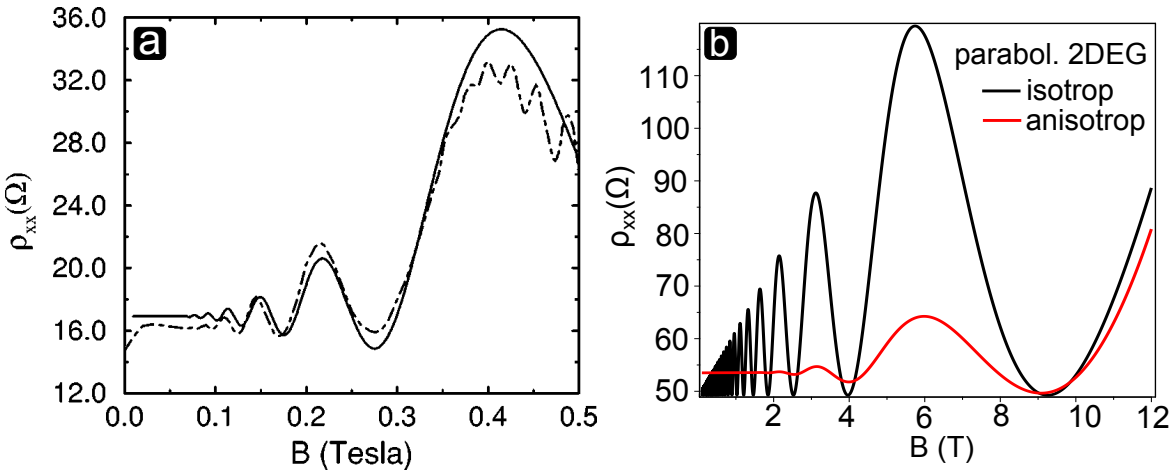


Abbildung 5.4: Kleinwinkelstreuung im 2DEG. a) Messkurve (gestrichelt) aus [20] für $a = 382\,\mathrm{nm}$ und $n = 3.16 \times 10^{11}\,\mathrm{cm}^{-2}$, sowie der zugehörige Fit (durchgezogene Linie) (Gl. (5.13)) mit $\tau_p/\tau_e = 17.3$ [66]. Sowohl die Mess- als auch die Fitkurve weisen eine ausgeprägte nichtlineare Dämpfung auf. **b)** Vergleich der Theorien für ein 2DEG mit parabol. Dispersion für isotrope (schwarz) und anisotrope Streuung (rot). Verwendete Parameter zur Berechnung von (b): $a = 80\,\mathrm{nm}$, $n = 2.8 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$, $\eta = 0.06$, $\mu = 45\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$, $\tau_p/\tau_e = 11$. Grafik (a) aus [66].

Im nächsten Abschnitt soll nun auf eine elektrostatische Modulation in Graphen und damit auf die Unterschiede zu einem modulierten 2DEG mit parabolischer Energiedispersion eingegangen werden.

5.2 Weiss-Oszillationen in Graphen

Analog zum 2DEG mit parabolischer Dispersion kann auch für ein Dirac-Fermionen-System mit lateraler 1D-Potentialmodulation das Energiespektrum mithilfe der Störungstheorie berechnet werden. Die Energieeigenwerte ergeben sich in schwach unipolar-moduliertem Graphen nach Matulis und Peeters [52] zu:

$$E_N(x_0) = \frac{v_F\hbar}{l_B}\sqrt{2N} + V_0\cos(Kx_0)e^{-X/2}\,\frac{L_N(X) + L_{N-1}(X)}{2}, \tag{5.15}$$

wobei erneut $X = \frac{1}{2}K^2l_B^2$, $K = 2\pi/a$ und $l_B = \sqrt{\hbar/eB}$ sind. Der wesentliche Unterschied im Vergleich zu Gl. (5.3) ist der Mittelwert zweier sukzessiver Laguerre-Polynome im letzten Term [52], anstelle des einzelnen Polynoms. Dieser Unterschied rührt von den beiden Untergittern und dementsprechend den Landau-Niveaus des unmodulierten Systems im Magnetfeld her, die in Graphen mit $\sim\sqrt{N}$ skalieren (siehe Abb. 5.5).

Der Energiekorrekturterm führt zu einer k_y-Abhängigkeit der entarteten Landau-Niveaus und verbreitert sie analog zum 2DEG zu Bändern mit in y-Richtung aufgeprägter, zusätzlicher Leitfähigkeit. Diese ergibt sich im asymptotischen Limit und mit isotroper Streuzeit

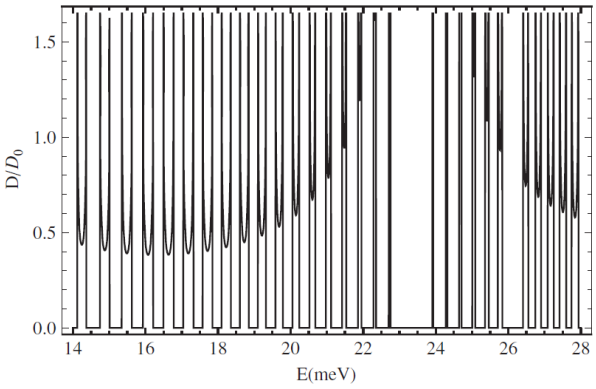


Abbildung 5.5: Zustandsdichte in lateral moduliertem Graphen. Die normierte Zustandsdichte in Abhängigkeit von der Energie bei fixem $B = 0.35\,\mathrm{T}$, in Analogie zu Abb. 5.2. Man beachte, dass in Graphen Abstände der entarteten Landau-Niveaus mit $\sim \sqrt{N}$ skalieren. Die übrigen Systemparameter sind $a = 350\,\mathrm{nm}$, $V_0 = 0.35\,\mathrm{meV}$, $n = 0.3 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ und $T = 0\,\mathrm{K}$. Da hier im Gegensatz zu Abb. 5.2 die Streuverbreiterung außer Acht gelassen wurde, ist die deltaförmige Zustandsdichte im Flachband bei ca. $E = 23.25$ bzw. $26.1\,\mathrm{meV}$ nicht aufgelöst und suggeriert eine breite Lücke. Grafik aus [110].

τ_p zu [52]:

$$\Delta\sigma_{yy} = A_0 \frac{T}{8\pi^4 T_c^D} \cos^2\left(\frac{\pi}{k_F a}\right)\left((1-A) + 2A\cos^2\left(\frac{2\pi r_C}{a} - \frac{\pi}{4}\right)\right), \tag{5.16}$$

mit dem Vorfaktor A_0 aus Gl. (5.6) und der Temperaturabhängigkeit A aus Gl. (5.7). Gleichung (5.16) weist dieselben Nullstellen in B und damit dieselbe Flachbandbedingung (5.1) wie im parabolischen Fall auf, wobei die Zyklotronradien r_C im parabolischen 2DEG und Graphen für gleiche Ladungsträgerdichte unterschiedlich sind. Durch den Term $\cos^2(\pi/k_F a)$ in Gl. (5.16) ergibt sich für Graphen eine weitere Nullstelle, die jedoch im semiklassischen Gültigkeitsbereich der Weiss-Oszillationen keine nennenswerte Rolle spielt. Dieser wird nämlich verlassen, sobald $\lambda_F \approx a$[1]. Im Experiment spielt jedoch bei sehr kleinen mittleren Ladungsträgerdichten die Inhomogenität des Fermi-Sees (electron-hole-puddles) eine übergeordnete Rolle und stört die aufgeprägte Modulation. Der Term geht für die im Experiment realisierbaren, periodisch schwach modulierten Ladungsträgerdichten ($\bar{n} \gtrsim 2 \times 10^{11}\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{Vs}$) gegen 1 (siehe Inset Abb. 5.6b).
Auch die Temperaturabhängigkeit wird, wie für das konventionelle 2DEG, über die Form (5.7) beschrieben. Dennoch erwartet man aufgrund der unterschiedlichen Physik der *parabolischen* Elektronen und *linearen* Dirac-Fermionen Unterschiede in den asymptotischen Lösungen. Abbildung 5.6 zeigt einen Vergleich der Weiss-Oszillationen im 2DEG und Graphen mit der Übergitterperiode $a = 80\,\mathrm{nm}$, $\eta = 0.01$, $\mu = 45\,000\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{Vs}$ und $T = 1.5\,\mathrm{K}$. Hierfür wurden die Gl. (5.5), bzw. Gl. (5.16) herangezogen, wobei das durch Inversion des Leitfähigkeitstensors umgerechnete und experimentell zugängliche ρ_{xx} in der Abb. 5.6 dargestellt wird.
In Abb. 5.6a wurde dieselbe Ladungsträgerdichte $n_P = n_D = 2 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ sowohl für das parabolische 2DEG (Suffix P) als auch Graphen (Suffix D) angenommen, sodass die Kurven aufgrund der unterschiedlichen Zyklotrondurchmesser gegeneinander in B verschoben sind. Die Weiss-Oszillationen sind in Graphen stärker ausgeprägt, was in Abb. 5.6b

[1] Für $a = 80\,\mathrm{nm}$ ist dies für $n = 2 \times 10^{11}\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{Vs}$ der Fall.

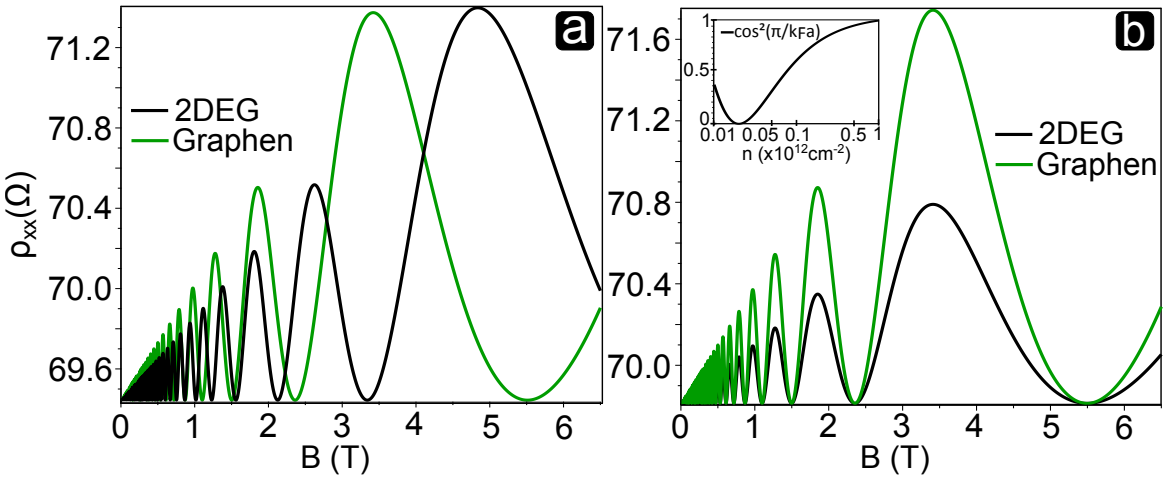


Abbildung 5.6: Weiss-Oszillationen in 2DEG und Graphen bei isotroper Streuung. Vergleich von ρ_{xx}, berechnet aus Gl. (5.5) und Gl. (5.16) für gleiches $\bar{n} = 2 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ **(a)** und gleiches $k_F = 2.5 \times 10^8\,\mathrm{m}^{-1}$, bzw. $r_C/B = 164\,\mathrm{nm/T}$ **(b)**. Die Parameter sind $a = 80\,\mathrm{nm}$, $\eta = 0.01$, $\mu_e = 45\,000\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{Vs}$ und $T = 1.5\,\mathrm{K}$. Die effektive Masse für das parabolische (P) Spektrum des 2DEG wurde als $m_P^* = 0.067 m_0$ angenommen. Der Inset zeigt den Term $\cos(\pi/k_F a)$ aus Gl. (5.16) in Abhängigkeit der Ladungsträgerdichte n.

noch deutlicher wird. Hier wurde k_F konstant gehalten, sodass bei gleichem Zyklotrondurchmesser die Minima für 2DEG und Graphen an selber Stelle in B liegen. Zu beachten ist, dass die Kurven dementsprechend unterschiedliche Ladungsträgerdichten abbilden ($n_P = 1.0 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$, $n_D = 2 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$).

Vergleicht man ein lateral moduliertes 2DEG und Graphen mit *denselben* Eigenschaften (a, μ, η), so führt die besondere Physik der Dirac-Fermionen zu ausgeprägteren Weiss-Oszillationen. Matulis und Peeters [52] schlussfolgerten durch den Vergleich der analytischen Lösungen, dass sich der Unterschied insbesondere in der Temperaturabhängigkeit der beiden Systeme abbildet. Der Ausdruck für die kritische Temperatur (Gl. (5.8)) ist identisch für ein 2DEG mit parabolischer Dispersion und Graphen, sodass sich die Fermi-Geschwindigkeit v_F als der bestimmende Faktor für die temperaturabhängige Dämpfung herauskristallisiert. Für die in Abb. 5.6a gezeigten Kurven ist das Verhältnis der kritischen Temperaturen und damit die (relative) Temperaturrobustheit $T_D/T_P = v_F^D/v_F^p = 1.6$ bzw. in (b) $T_D/T_P = v_F^D/v_F^p = 2.3$. Abbildung 5.7 zeigt die Temperaturabhängigkeit der beiden Kurven aus Abb. 5.6b und verdeutlicht die stärkere Dämpfung der Weiss-Oszillationen im 2DEG (a) im Vergleich zu den Temperatur-robusteren Oszillationen im Graphen (b).

Die in den Arbeiten von Matulis und Peeters [52] bzw. Tahir *et al.* [110] beschriebenen Weiss-Oszillationen in Graphen und die dazu gehörigen analytischen Lösungen für die zusätzliche Leitfähigkeit $\Delta\sigma_{yy}$ gehen von isotroper Streuung aus, da Graphen zum Zeitpunkt jener Publikationen meist auf amorphes SiO_2 exfoliert oder transferiert wurde. Durch die unabgesättigten Bindungen des Substrats in nächster Nähe zum Graphen ergeben sich kurzreichweitige Potentiale, die zu einer Beschränkung der Beweglichkeit füh-

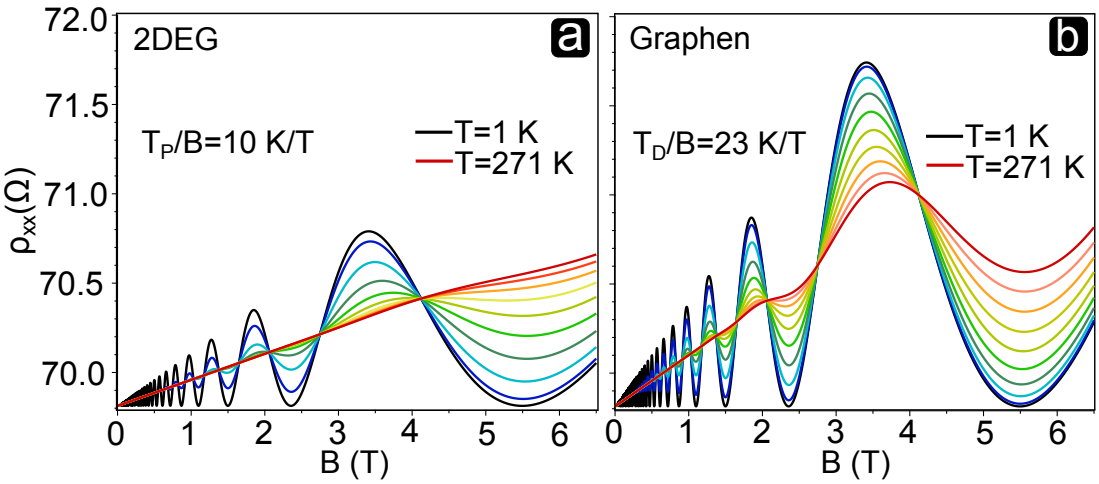


Abbildung 5.7: Temperaturabhängigkeit der Weiss-Oszillationen in 2DEG und Graphen bei isotroper Streuung. Die Kurvenschar zeigt die asymptotische Näherung für ρ_{xx}, in Abhängigkeit der Temperatur (1...271 K in 30 K Schritten). Aus Gl. (5.8) ergeben sich $T_c^P/B = 10\,\mathrm{K/T}$ und $T_c^D/B = 23\,\mathrm{K/T}$. In Graphen könnten der Theorie entsprechend Weiss-Oszillationen bis zur Raumtemperatur auflösbar sein. Die übrigen Parameter sind $k_F = 2.5 \times 10^8\,\mathrm{m}^{-1}$, $a = 80\,\mathrm{nm}$, $\eta = 0.01$, $\mu_e = 45\,000\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{Vs}$. Für das parabolische Spektrum des 2DEG wurde als $m_P^* = 0.067 m_0$ angenommen.

ren [31]. Die Situation eines in hexagonales Bornitrid (hBN) eingekapselten Graphens [11] ähnelt hingegen mehr der eines vergrabenen 2DEG. Hexagonales Bornitrid hat eine ähnliche Wabengitterstruktur wie Graphen, wobei die einzelnen Basalebenen durch van der Waals-Kräfte aneinander koppeln. Die Oberfläche ist im Idealfall atomar glatt, inert und frei von unabgesättigten Bindungen. Eine mehrlagige hBN-Schicht schirmt somit etwaige Störstellen vom Graphen effektiv ab, sodass diese nur einen langreichweitigen Einfluss auf die Ladungsträger im Graphen ausüben. Ein solches, langreichweitiges Potential führt zu Kleinwinkelstreuung und kann einen deutlichen Einfluss auf die Amplitude der Weiss-Oszillationen haben, wie bereits für GaAs-Heterostrukturen gezeigt wurde. Eine Theorie, die sowohl die besondere Physik der Dirac-Fermionen als auch Kleinwinkelstreuung in Betracht zieht, existierte zum Zeitpunkt dieser Arbeit nicht. Die hier vorgestellten Lösungen der zusätzlichen Leitfähigkeit $\Delta\sigma_{yy}$ (mit und ohne Kleinwinkelstreuung) werden in der Ergebnisdiskussion in Kap. 9 mit den Messungen an eingekapseltem Graphen verglichen.

5.2.1 Grenzen der asymptotischen Näherung

In der bisherigen Betrachtung wurde hauptsächlich die asymptotische Näherung für $\Delta\sigma_{yy}$ bemüht, die für große N gilt. Diese Näherung reproduziert weder die SdH-Oszillationen, welche die Landau-Quantisierung der Zustandsdichte abbilden, noch wurde die Möglichkeit in Betracht gezogen, dass das Übergitterpotential *anharmonisch* [111] sein könnte.
In diesem Abschnitt soll zunächst kurz die exakte Lösung für Dirac-Fermionen nach Ma-

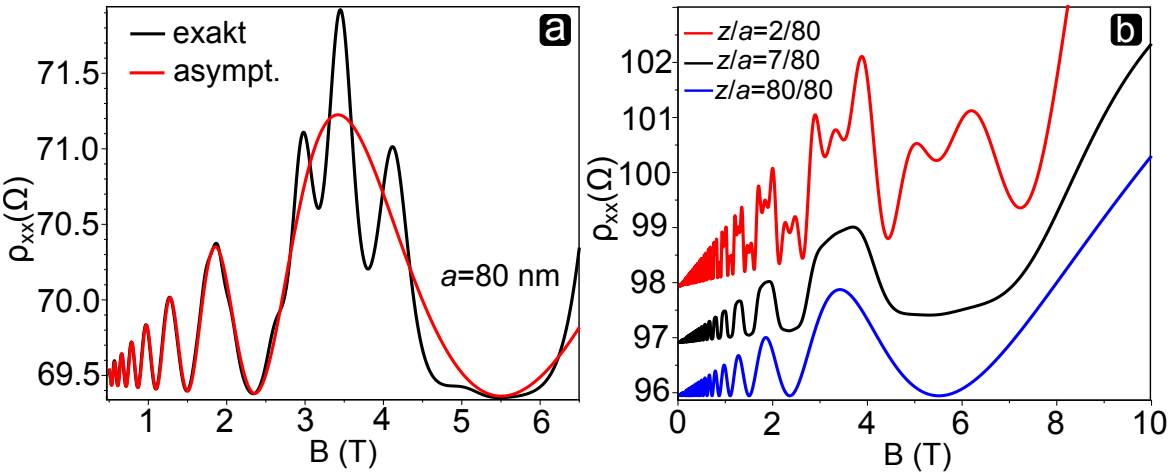


Abbildung 5.8: Exakte vs. asymptotische Lösung und Einfluss eines rechteckigen Potentials. a) Vergleich zwischen exakter und asymptotischer Lösung für ρ_{xx} mithilfe der Graphen-spezifischen Formeln (5.17) und (5.16). **b)** Asymptot. Näherung der Weiss-Oszillationen in einem Rechteckspotential bis zur 5. Harmonischen für $z/a = 80/80$ (schwarz), $z/a = 7/80$ (blau) und $z/a = 2/80$ (rot). Die Kurven wurden zur besseren Übersicht zueinander verschoben. Die Parameter sind jeweils $a = 80\,\mathrm{nm}$, $\bar{n} = 2 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$, $\mu = 45\,000\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{Vs}$, $\eta = 0.01$ und $T = 30\,\mathrm{K}$.

tulis und Peeters [52] mit der asymptotischen Näherung verglichen werden. Die exakte zusätzliche Leitfähigkeit parallel zur Modulation lautet:

$$\Delta\sigma_{yy} = A_0\Phi, \tag{5.17}$$

mit

$$\Phi = \frac{1}{4}Xe^{-X}\sum_{N=0}^{\infty}\frac{g(E_N)}{[g(E_N)+1]^2}[L_N(X)+L_{N-1}(X)]^2, \tag{5.18}$$

wobei $g(E) = \exp[\beta(E-E_F)]$, mit $\beta = 1/(k_BT)$, ist und A_0 in Gl. (5.6) bzw. X in Gl. (5.3) definiert wurden. Abbildung 5.8a zeigt den Vergleich der exakten (Gl. (5.17)) und asymptotischen Lösung (Gl. (5.16)) für ein $a = 80\,\mathrm{nm}$-Übergitter. Bemerkenswert ist, dass die hier betrachtete, exakte Lösung (Gl. (5.17)) ab ca. 2.5 T zusätzliche Bandleitfähigkeitsoszillationen aufweist, deren Frequenz jener der SdH-Oszillationen entspricht. Letztere werden im Rahmen der hier diskutierten Theorie jedoch nicht abgebildet, da allein die zusätzliche Leitfähigkeit $\Delta\sigma_{yy}$ betrachtet wurde [52].

Bisher wurde stets von einem harmonischen Potential $V(x) = V_0\cos(2\pi x/a)$ ausgegangen, das für die ersten Experimente mit holografisch belichteten Übergittern [20] eine sehr gute Näherung darstellte. Experimente an GaAs-Heterostrukturen mit lokalen Gates [25] zeigten jedoch Abweichungen zu den für ein harmonischen Potential erwarteten Weiss-Oszillationen, die unter Berücksichtigung höher-frequenter Anteile verstanden werden konnten [111]. Wir betrachten hier den idealisierten Fall eines durch lokale Gates hervorgerufenen, rechteckigen Potentials, welches sich in Form einer Fourier-Reihe entwickeln lässt:

$$V(x) = \sum_i V_j \sin\left(\frac{2\pi x}{a} j(i)\right), \tag{5.19}$$

wobei für das Rechteck ungeradzahlige $j = 2i + 1$ mit $i = 0, 1, 2...$ einzusetzen sind. Höhere Harmonische des Potentials lassen sich dementsprechend als Reduktion der Übergitterperiode um den Faktor $j(i)$ verstehen. Dabei kann ρ_{xx} erneut über die zusätzliche Bandleitfähigkeit $\Delta\sigma_{yy}$ berechnet werden, wobei in diesem Fall eine Summe [111]

$$\Delta\sigma_{yy} = \sum_i A_0 \frac{T}{8\pi^4 T_D} \cos^2\left(\frac{\pi j}{k_F a}\right)\left((1-A) + 2A\cos^2\left(\frac{2\pi j r_C}{a} - \frac{\pi}{4}\right)\right), \tag{5.20}$$

mit dem Vorfaktor

$$A_0 = \frac{8\pi^2 e^2 V_j^2 \tau_p}{h\hbar k_B T} \tag{5.21}$$

gebildet werden muss. Die Poisson-Gleichung ergibt, dass die Amplitude der höheren Harmonischen exponentiell mit der Entfernung z des 2DEG vom Gate abfällt und $V_j(z) = V_0 \exp(-(2j\pi z/a))$ ist [111]. Die Antwort des Systems auf ein aufgeprägtes Rechteckpotential ist in Abb. 5.8b bis $j = 5$ mithilfe von Gl. (5.20) berechnet. Für die gewählten Parameter $a = 80\,\mathrm{nm}$, $\bar{n} = 2 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$, $\mu = 45\,000\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{Vs}$, $\eta = 0.01$ und $T = 1.5\,\mathrm{K}$ ergeben sich je nach Entfernung z des Graphens zum Gate höchst unterschiedliche Koeffizienten $V_j(z)$, die zu einer Abschwächung der höheren Harmonischen führen. Während sich eine rechteckige Modulation bei geringem Gateabstand stark in der Antwort des Systems abbildet, führt das exponentielle Abklingen der höheren Koeffizienten bei wachsendem z zu einer immer dominanter werdenden Grundschwingung.
Ein wichtiger Aspekt, der in der in Abb. 5.8b geplotteten Rechnung nicht berücksichtigt wurde, ist die Abschirmung des elektrischen Felds durch das 2DEG selbst. Dieses *Screening* führt zu einer mit der exponentiellen Dämpfung konkurrierenden, relativen Verstärkung der Amplituden höherer Harmonischer [111].
Die exakte Potentiallandschaft, die das Graphen als Antwort auf das elektrische Feld periodisch angeordneter Gates aufweist, ist schwierig zu ermitteln und hängt von der tatsächlichen Geometrie und der Beschaffenheit der Strukturen ab [112]. Im Rahmen dieses Projekts konnte der Potentialverlauf für die später diskutierten Proben von Ming-Hao Liu über Modellrechnungen mithilfe der Finite-Elemente-Methode genähert werden.

5.2.2 Abschirmung der Coulomb-Wechselwirkung in Graphen

Betrachtet man das Elektronengas im Vielteilchenbild, ergibt sich eine kollektive Abschirmung externer Felder durch Elektron-Elektron-Wechselwirkungen. Im einfachsten Fall kann dieser Abschirmeffekt (Screening) mithilfe der Thomas-Fermi- (TF-) Näherung beschrieben werden. Dabei wird die Wirkung eines langreichweitigen Potentials durch Modifikation der dielektrischen Funktion des Materials verringert. Im Unterschied zu einem parabolischen

2DEG, ist in Graphen das Verhältnis der Coulomb-Energie E_C per Elektron zur kinetischen Energie an der Fermi-Kante E_F unabhängig von der Ladungsträgerdichte n [31, 113]:

$$\alpha = \frac{E_C}{E_F} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon(q)\hbar v_F}. \tag{5.22}$$

Das Verhältnis α ist eine effektive Feinstrukturkonstante. Die einzigartige Bandstruktur von Graphen spielt auch bei Abschirmeffekten eine entscheidende Rolle. Insbesondere kann bei geringen Ladungsträgerdichten das langreichweitige Coulomb-Potential aufgrund der verschwindenden Zustandsdichte nicht wie im konventionellen 2DEG abgeschirmt werden [113]. Bei höheren Ladungsträgerdichten verhält sich Graphen hingegen metallartig. Die Effektivität der Abschirmung in der TF-Näherung kann mithilfe eines Wellenvektors [31]:

$$q_{TF} = \frac{2\pi e^2}{\kappa_0} D(E), \tag{5.23}$$

mit $\kappa_0 = 4\pi\epsilon_r\epsilon_0$, beschrieben werden. $r_{TF} = 2\pi/q_{TF}$ ist die TF-Abschirmlänge und Elektronen, die weiter als r_{TF} von einer Störladung entfernt sind, werden kaum noch von deren Feld beeinflusst [41]. Der TF-Wellenvektor q_{TF} skaliert, im Gegensatz zum parabolischen 2DEG, linear mit der Zustandsdichte, bzw. wurzelförmig mit der Ladungsträgerdichte n, sodass das dimensionslose Verhältnis $q_S = q_{TF}/k_F$ eine gute Vergleichsmöglichkeit der Abschirmstärke von Graphen auf unterschiedlichen Substraten bietet [31]. So ergibt sich $q_S = 3.2$ für Graphen auf SiO_2, bzw. $q_S \approx 2.9$ auf hBN. Um die Abschirmung eines Übergitterpotentials abschätzen zu können, ist wiederum der effektive Bohr-Radius eine relevante Größe, wobei mithilfe von Gl. (2.39) und (5.23) gilt [31]:

$$a_B = \frac{\kappa_0\hbar}{m^* e^2} = \frac{4}{q_{TF}}. \tag{5.24}$$

In Graphen auf hBN ergibt sich dieser bei $n = 1 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ zu $a_B = 7.8\,\mathrm{nm}$. Die Coulomb-Wechselwirkung im Übergitter wird in der TF-Näherung über die dielektrische Funktion [112]

$$\kappa_{TF}(q, z) = 1 + \frac{a}{\pi a_B}\left(1 - \exp\left(\frac{-4\pi z}{a}\right)\right) \tag{5.25}$$

zu $\tilde{V} = V/\kappa_{TF}$ herabgesetzt. Dementsprechend ergibt sich für die in Abb. 5.8b relevanten Parameter (bei $z = 2\,\mathrm{nm}$) eine relative Absenkung der Anteile $V_1/\tilde{V_1} = 2.25$, $V_3/\tilde{V_3} = 1.94$ und $V_5/\tilde{V_5} = 1.73$ und somit ein relativ stärkerer Einfluss höherer Harmonischer, als durch das exponentielle Abklingen der Koeffizienten vorgegeben.

5.3 Magnetische und Strain-induzierte Übergitter

Neben elektrostatisch aufgeprägten Übergittern führt auch eine magnetische Modulation zur Aufweitung der Landau-Level zu oszillierenden Bändern und somit Weiss-Oszillationen im Magnetowiderstand [114]. Diese sind zu den Oszillationen der elektrostatischen Modulation um die Phase π verschoben und Minima in ρ_{xx} tauchen bei $2r_C = (\lambda + 1/4)a$ auf. Eine Möglichkeit, schwache magnetische Modulation im 2DEG zu erzeugen, bieten Streifen aus ferromagnetischem Material. Ye *et al.* gelang der Nachweis *magnetischer* WOs mithilfe eines ferromagnetischen Dy-Übergitters im GaAs-2DEG [115]. Dabei war die Suche zunächst von wenig Erfolg gekrönt, da die Signatur der magnetischen Modulation von den ausgeprägten WOs einer durch Verspannungen (engl. *Strain*) induzierten, elektrostatischen Modulation überlagert worden war [116].
Auch in Graphen wurde magnetische Modulation durch Tahir und Sabeeh [117] theoretisch behandelt, wobei sich die Unterschiede zum 2DEG in ähnlicher Weise ausprägen, wie für ein elektrostatisches Übergitter.
Des weiteren wurde auch der Einfluss einer periodischen Verspannung und dadurch auftretender WOs in Graphen von Burgos und Lewenkopf [118] untersucht. In Graphen führen Verspannungen zu einer Veränderung der Bindungslänge und damit auch des Abstands der beiden Graphen-Untergitter A und B. Dieser Veränderung trägt ein (Pseudo-) Vektorpotential im Hamiltonoperator Rechnung, sodass auch bei $B_z^{extern} = 0$ ein intrinsisches Magnetfeld vorherrscht. Da sich auch die Fläche der Einheitszelle und damit die effektive Ladungsträgerdichte ändert, muss außerdem ein Pseudo-Skalarpotential berücksichtigt werden [28]. Wird die Verspannung periodisch variiert, sind auch die Pseudo-Magnetfelder und pseudo-elektrischen Felder moduliert, wobei sich die davon herrührenden WOs aufgrund der Phasendifferenz von π destruktiv überlagern können und die Auflösbarkeit von der Stärke des jeweiligen Pseudopotentials abhängt [119].
Ein 1D-Übergitter aus gestauchtem und gedehntem Graphen kann durch räumliche Wellung realisiert werden (Abb. 5.9). Im Rahmen der vom Autor mit-angeleiteten Masterarbeit von Jonas Joachimsmeyer [120] wurde der Einfluss eines periodischen Strains auf den longitudinalen Widerstand experimentell untersucht. Die räumliche Wellung wurde dabei durch ein periodisch geätztes Substrat erreicht, wobei sich das Graphen an das Höhenprofil ($\Delta \sim 1 - 10\,\mathrm{nm}$) anschmiegt und im Idealfall periodische Verspannung erfährt.

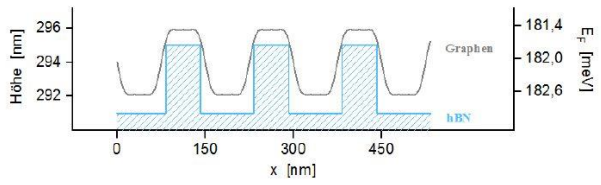


Abbildung 5.9: Periodisch gewelltes Graphen. Schematischer Längsschnitt durch eine gewellte Graphen-Geometrie auf periodisch geätztem Substrat. Grafik aus [120].

Der experimentelle Nachweis Strain-induzierter WOs erwies sich jedoch in dieser Geometrie als schwierig. Zum einen konnte per Rasterkraftmikroskop (AFM) nicht eindeutig verifiziert werden, ob sich das in hauchdünnem hBN eingekapselte Graphen periodisch

an das Höhenprofil anheftet und welche Potentialform es tatsächlich spürt. Zum anderen konnte der Einfluss der Verspannung und der eines Geometrieeffekts nicht eindeutig unterschieden werden. Letzterer entsteht durch die räumliche Schwankung der Isolatordicke, die sich in unterschiedlichen Kapazitäten der jeweiligen Bereiche auswirkt und eine fixe elektrostatische Modulation einbaut.
Abbildung 5.10 zeigt eine Messung des oszillierenden, longitudinalen Widerstands bei 22 K (a) und 58 K (b). Die Messdaten wurden hierbei aus [120] übernommen und für die Darstellung jeweils mit der Gl. (5.20) für ein anharmonisches Potential gefittet. Für die gezeigte Probe deuten die Messung und die Kurvenanpassung eher auf einen ausgeprägten Geometrieeffekt mit annähernd rechteckigem Potentialverlauf hin, als auf ein durch Verspannungen induziertes Übergitter. Die Periode des räumlichen Gitters war $a = 200\,\text{nm}$ bzw. $a = 2a^*$, mit a^* der Periode eines möglichen, durch periodische Verspannung verursachten Pseudo-Skalarpotentials.

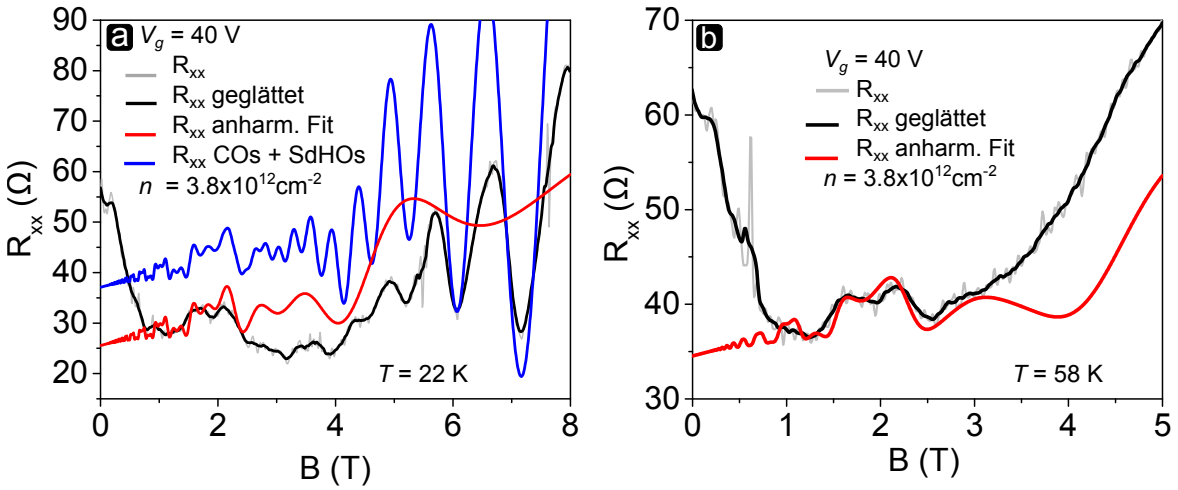


Abbildung 5.10: Weiss-Oszillationen in korrugiertem Graphen. a) Longitudinaler Widerstand R_{xx} (schwarz) in Abhängigkeit des externen Magnetfelds im räumlichen Übergitter mit $a = 200\,\text{nm}$ und einer 4-Punkt-Hallbar-Geometrie bei $T = 22\,\text{K}$. Der Verlauf von R_{xx} und die Minima der WOs stimmen gut mit dem Fit (rot) einer anharmonischen Modulation der Grundperiode $a = 200\,\text{nm}$ überein. Die blaue Kurve wurde aus der Formel für WOs und SdHOs zusammengesetzt. Von der roten und blauen Kurve wurde zudem ein Offset abgezogen. Die Amplituden der Koeffizienten höherer Harmonischer wurden hierbei zu $V_1 = V_0$, $V_2 = 0.1V_0$, $V_3 = 0.5V_0$, $V_4 = 0.05V_0$, $V_5 = 0.4V_0$, $V_6 = 0$, $V_7 = 0.01V_0$, $V_8 = 0$ und $V_9 = 0.02V_0$, mit $V_0 = 0.03E_F$ gewählt. **b)** Bei $T \approx 60\,\text{K}$ sind die SdH-Oszillationen nahezu komplett gedämpft, die vom Übergitter herrührenden WOs noch gut sichtbar. Der Koeffizient V_5 wurde hierbei auf $0.2V_0$ herabgesetzt. Die Messkurven wurden aus in der Masterarbeit [120] aufgenommenen Datensätzen neu geplottet und mit der Theorie verglichen.

Für die Fitkurven wurden die Koeffizienten höherer Harmonischer per Hand angepasst, um den Verlauf der experimentellen Kurve so gut wie möglich zu reproduzieren. Anteile höherer Harmonischer ungerader Ordnung (Rechteckpotential) sind dabei stärker gewichtet als die Geradzahligen. Letztere wurden $\neq 0$ gesetzt, um eine noch bessere Anpassung

hinzubekommen und könnten - auf das Experiment übertragen - auf eine Grundperiode $a^* = 100\,\text{nm}$ und damit auf einen Strain-Effekt hindeuten. Andererseits ist ein vom Rechteck abweichender Potentialverlauf mit unterschiedlichen Anteilen geradzahliger und ungeradzahliger Koeffizienten ebenfalls nicht auszuschließen und lässt somit eine eindeutige Aussage nicht zu. In Abb. 5.10a ist neben dem WO-Fit (rot) noch eine aus den Gln. (2.46) und (5.20) zusammengesetzte Kurve gezeichnet, um den Einfluss der SdHOs auf den Kurvenverlauf bei niedrigeren Temperaturen zu verdeutlichen.

5.4 2D-Übergitter

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Proben ausschließlich mit 1D-Übergittern hergestellt und dementsprechend in den vorangegangenen Abschnitten deren Einfluss auf die elektronischen Eigenschaften bei schwacher Modulation intensiv diskutiert. Der Vollständigkeit halber soll an dieser Stelle die besondere Physik zweidimensional modulierter Systeme erwähnt werden. Die in Abb. 5.2 gezeigten Landau-Bänder stellen im 1D-modulierten Fall ein Quasi-Kontinuum an Zuständen dar. In einem 2D-modulierten System spalten die Landau-Bänder in Subbänder auf, welche ein vom magnetischen Fluss ϕ durch eine Gitterzelle abhängiges, fraktales Energiespektrum (Hofstadters Schmetterling) abbilden [17]. Dieses selbstähnliche Spektrum ergibt sich durch das Zusammenspiel der Bloch-Elektronen im Kristallgitter, welche nur in bestimmten Energie-Bändern existieren, und der Landau-Quantisierung.

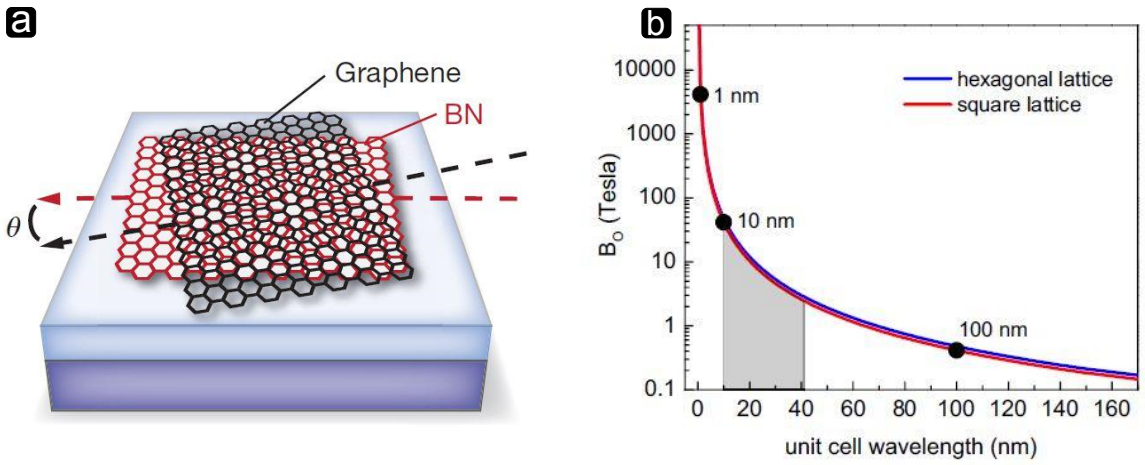


Abbildung 5.11: 2D-Übergitter in Graphen-hBN Moiré-Heterostrukturen.
a) Graphen und hBN kristallisieren im Wabenmuster und haben ähnliche Gitterkonstanten (Diskrepanz 1.7%). Gegeneinander ausgerichtet, ergibt sich bei kleinen Winkeln θ ein Moiré-Übergitter. **b)** Die Kurve zeigt das Verhältnis $\phi/\phi_0 = 1$, in Abhängigkeit von Gitterperiode und Magnetfeld. Der grau schattierte Bereich gibt den Bereich an, in dem das fraktale Hofstadter-Spektrum des 2D-Übergitters im experimentell sinnvollen Rahmen beobachtet werden kann. Grafik (a) aus [18], Grafik (b) aus [121].

Die Suche nach diesem, in einem regulären Kristallgitter und innerhalb experimentell verfügbarer Felder und Beweglichkeiten, unzugänglichen Regime (vgl. 5.11b) trug dank künstlicher, lateraler Übergitter im konventionellen 2DEG erste Früchte [16, 122]. Dabei machte man sich die weit größere Gitterkonstante des Übergitters zunutze und konnte im Regime experimentell verfügbarer Magnetfeldstärken und Ladungsträgerdichten erste Signaturen des eigentümlichen Spektrums beobachten.
Einige Jahre später wurden, durch das Ausrichten von Graphen auf hexagonalem Bornitrid, Moiré-Muster mit $a \approx 15\,\mathrm{nm}$ [123] erzeugt (Abb. 5.11a), welche das Hofstadter-Spektrum weiter zugänglich machten [18, 19, 124, 125]. Abbildung 5.12a zeigt das Spektrum für ein quadratisches Übergitter, wobei die verbotenen (weiß) und erlaubten Zonen (schwarz) in Abhängigkeit der Energie und des auf das Flussquant $\phi_0 = h/e$ normierten magnetischen Flusses durch eine Einheitszelle des Übergitters geplottet sind. Abbildung 5.12b zeigt ein ähnliches Bild (Wannier-Diagramm [126]), in Abhängigkeit der Ladungsträgerdichte. Die farbigen Linien folgen einem konstanten chemischen Potential, bzw. der diophantischen Gleichung $(n/n_0) = t(\phi/\phi_0) + s$, wobei die Quantenzahlen t und s mit der Quantisierung des Hallwiderstands $\sigma_{xy} = te^2/h$ bzw. dem Bloch-Band-Index im fraktalen Spektrum zu identifizieren sind [18]. Abbildung 5.12c zeigt Messungen der (Magneto-) Kapazität einer Graphen-hBN-Heterostruktur mit Moiré-Muster, welche die Zustandsdichte abbildet. Das komplexe Landau-Fächerdiagramm mit sich kreuzenden Mini-Bandlücken, die durch das Übergitter entstehen, weist eine gute Übereinstimmung mit zu erwartenden Mini-Bandlücken und erlaubten Subbändern im Wannier-Diagramm, Abb. 5.12d, auf [125].

Ein weiterer, erst kürzlich beschriebener Effekt in einem Graphen 2D-Übergitter im Magnetfeld, der nicht unerwähnt bleiben soll, sind sog. Brown-Zak-Oszillationen (BZOs), die sogar bei Temperaturen T jenseits der Raumtemperatur beobachtet werden konnten [127]. Den BZOs bei höheren T liegt die durch das Übergitter erzeugte Mini-Bandstruktur mit verbreiterten metallartigen Bändern zugrunde. Das Hofstadter-Spektrum kann wiederum als zusätzliche Landau-Quantisierung dieser Bänder bei tiefen T verstanden werden. Die BZOs sind somit kein Phänomen der relativ temperaturempfindlichen Landau-Bandstruktur an sich, sondern eine Signatur der durch das Übergitter hervorgerufenen Mini-Bandstruktur. Wie beim selbstähnlichen Spektrum des Hofstadter-Schmetterlings, spielen die rationalen Vielfachen des Flussquants durch die Einheitszelle des Übergitters als Ausgangspunkte eines *effektiven* Magnetfelds eine besondere Rolle. Bei $B_{eff} = 0$ bewegen sich Ladungsträger auf geradlinigen Trajektorien, anstatt auf Kreisbahnen und tragen somit zu höherer Leitfähigkeit bei [127]. Der Ursprung der Oszillationen in σ_{xx} liegt somit, wie bei den Weiss-Oszillationen auch, in der mit dem Übergitter korrelierten Bandleitfähigkeit. Die BZOs sind somit ein Transportphänomen im metallartigen, da bei höheren T kontinuierlichen, Band. Im Gegensatz zu den WOs sind die BZOs jedoch ladungsträgerdichteunabhängig und werden allein von der Übergitterperiode a und dem magnetischen Fluss durch die Übergittereinheitszelle ϕ_0/ϕ bestimmt.

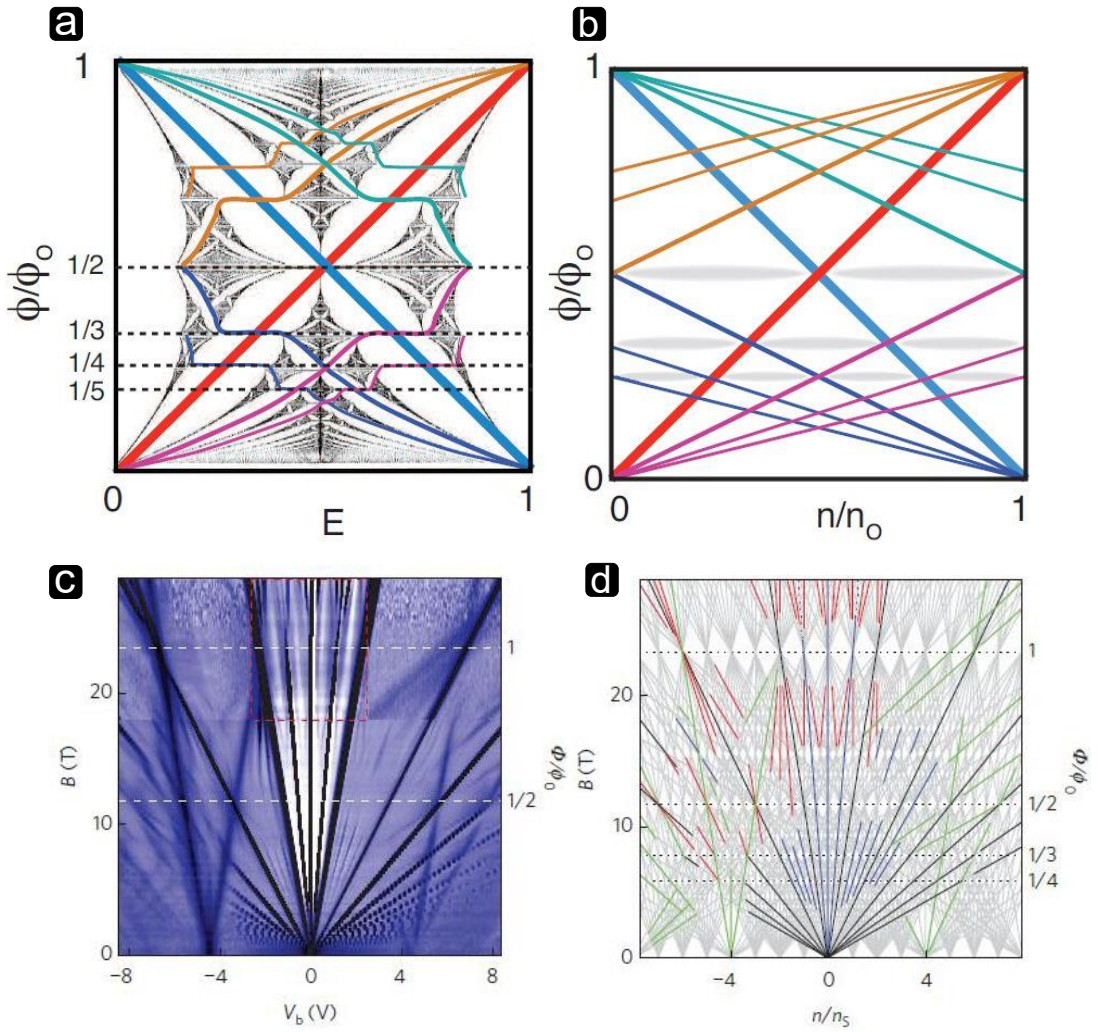


Abbildung 5.12: Hofstadters Schmetterling. a) Hofstadters Schmetterling für ein quadratisches Übergitter. Die farbigen Linien repräsentieren ein fixes, chemisches Potential. **b)** Wannier-Diagramm, des quadrat. Übergitters. **c)** Magnetokapazität $C(V_b, B)$ in Abhängigkeit der Gatespannung und des Magnetfelds in einer hBN/Graphen Moiré-Probe. Das Wannier-Diagramm in **(d)** greift die in (c) beobachteten Mini-Gaps sowie Bänder auf und zeigt gute Übereinstimmung mit den theoretisch erwarteten Werten (graue Linien) Grafiken (a,b) aus [121], (c,d) aus [125].

KAPITEL 6

METHODEN

In diesem Kapitel wird die Präparation der in den folgenden Kapiteln besprochenen Proben, unter besonderer Berücksichtigung neu eingeführter, bzw. optimierter Herstellungsmethoden präsentiert. Zunächst wird auf die Limitierungen von Graphen auf SiO_2 eingegangen und skizziert, welcher Weg beschritten wurde, um diese zu übertreffen. Anschließend wird das Einkapseln von Graphen in hexagonalem Bornitrid durch einen trockenen Transferprozess mithilfe einer PPC-Membran und die Herstellung von schmalen Topgates aus Metall auf diesen Heterostrukturen diskutiert. Ein weiterer Abschnitt widmet sich strukturierten Bottomgates aus mehrlagigem Graphen, welche dank ihrer variablen Form auch über diese Dissertation hinaus vielversprechende Einsatzmöglichkeiten in Heterostrukturen aus 2D-Materialien bieten. Schließlich wird ein sequenzieller und selektiver Ätzprozess erläutert, der sich für die Herstellung von eingekapseltem Graphen mit strukturiertem Bottomgate als essentiell herausstellte.

6.1 Präparation von moduliertem Graphen auf SiO_2

Am Anfang dieses Projekts wurde Graphen mit der ebenso bekannten wie einfachen „Klebestreifenmethode“ [5] durch manuelles Spalten und Exfolieren von monokristallinem Naturgraphit oder hoch orientiertem, pyrolytischem Graphit (HOPG) auf einer vorgereinigten SiO_2-Oberfläche hergestellt. Die Monolagen wurden dabei optisch auf dem Substrat identifiziert und mit einem Positiv-Lack für die Elektronenstrahl-Lithographie (ESL) versehen. Die redundanten Bereiche wurden per Elektronenstrahl belichtet, entwickelt und in einer Anlage für reaktives Ionenätzen (RIE) mit Sauerstoff behandelt. Hierbei wurde das freiliegende Graphen abgetragen und der maskierte Teil ergab die gewünschte Geometrie. Im darauffolgenden ESL-Schritt wurden Zuleitungen an die Kontaktflächen des Graphens belichtet und in einer Aufdampfanlage metallisiert (Pd oder Ti/Au). Die kontaktierte Probe wurde daraufhin in eine Anlage für Atomlagenabscheidung (ALD) eingebaut und ein globales Topgate-Dielektrikum (Al_2O_3 oder HfO_2) mit der Dicke $d \sim 15\,\mathrm{nm}$ abgeschieden. Um die Potentiallandschaft auf lokaler Ebene beeinflussen und bipolare Barrieren im Graphen

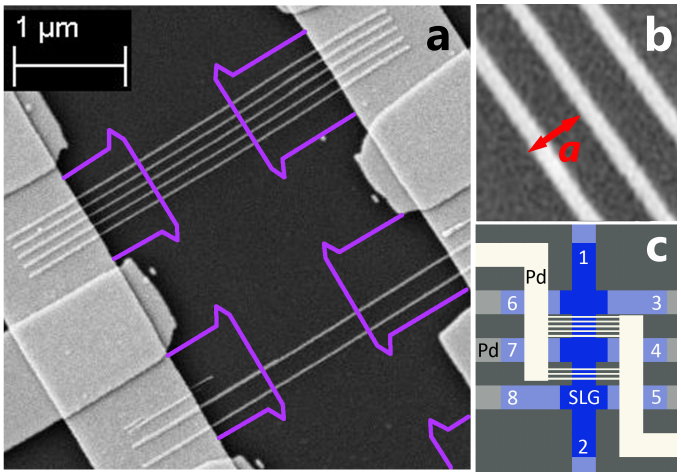


Abbildung 6.1: Topgates auf mit Al_2O_3 bedecktem Graphen. a) REM-Aufnahme der Probe B05 mit Pd-Topgatestreifen. Das Topgate ist vom Graphen durch eine $\sim$ 15 nm dicke Al_2O_3-Schicht separiert. Die Graphen-Hallbar ist in der Aufnahme durch die violette Kontur hervorgehoben. **b)** Pd-Streifen auf Probe A06 mit einer Periode von $a = 100\,\text{nm}$. **c)** Schematische Probengeometrie. Die (blaue) Graphen-Hallbar (SLG) ist an den Spannungsabgriffen durch flächige Metallzuleitungen kontaktiert. Die Topgatestreifen und deren Zuleitungen (weiß) sind durch ein Dielektrikum von den leitenden Strukturen unterhalb isoliert. Grafik aus [96].

induzieren zu können, wurden auf das Oxid schmale, laterale Streifengitter aus Metall (Pd oder Ti/Au) aufgedampft, die als Topgate-Elektroden dienen. Abbildung 6.1 zeigt REM-Aufnahmen, bzw. eine schematische Draufsicht dieser Probengeometrie. Einige, auf diese Weise hergestellte Proben erlaubten die Untersuchung von quasi-ballistischem Transport auf einer Längenskala $\lessapprox 200\,\text{nm}$, die ungefähr 1.5 Perioden des Streifengitters entsprach. Eine detaillierte Diskussion der Ergebnisse erfolgt in Kap. 7.

6.2 Graphen-Bornitrid-Heterostrukturen

Trotz einiger Optimierungen der Probenqualität (Substratreinigung, Auswahl der Lacke, Ändern der Ätzparameter, Optimierung der ALD [128, 61]) erwiesen sich der geringe Durchsatz und die geringe Beweglichkeit der Graphenproben auf SiO_2 als großes Hindernis für die Untersuchung quasi-ballistischer Effekte über mehrere Perioden eines per ESL herstellbaren Übergitters hinweg. Im ungefähr selben Zeitraum etablierte sich in der Fachwelt die Methode, Graphen auf hexagonales Bornitrid (hBN) zu transferieren [11], einzukapseln und per Randkontakt zu kontaktieren [13]. Während SiO_2 aufgrund seiner Rauigkeit, Gitterfehler und geladener Störstellen die Qualität von aufliegendem Graphen stark limitiert, konnten auf dem atomar glatten hBN um eine Größenordnung höhere Beweglichkeiten ($\mu \sim 100\,000\,\text{cm}^2/\text{Vs}$)[11] erreicht werden. Abbildung 6.2 zeigt die Bandstruktur von hBN, die sich aus dem Ansatz stark gebundener Elektronen in Analogie zum isomorphen Graphen ergibt. Aufgrund der unterschiedlichen Atome B und N in der Einheitszelle, bzw. an den K- und K'-Punkten des Wabengitters ergibt sich eine relativ große, direkte Bandlücke von $E_g = 5.97\,\text{eV}$ [129]. Die Gitterkonstante von hBN ist allerdings nur um $\sim 1.8\,\%$ größer als die von Graphen [130].

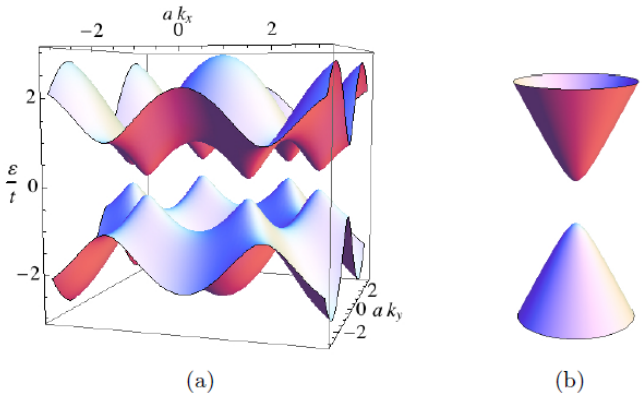


Abbildung 6.2: Bandstruktur von hexagonalem Bornitrid. Aufgrund der unterschiedlichen Elemente B und N in der Einheitszelle tritt eine Bandlücke von $E_g = 5.97\,\mathrm{eV}$ an den K- und K'-Punkten auf. Grafik aus [133].

Am Lehrstuhl Prof. Dr. Weiss wurden schnell eigene, erfolgreiche Versuche unternommen, die Transfermethode unter Verwendung von kommerziellem Bornitridpulver zu adaptieren [131]. Die Prozedur wurde schließlich von Andreas Sandner [132] mit kristallinem Material aus Japan (bereitgestellt von T. Taniguchi und K. Watanabe, NIMS, Tsukuba) weiter optimiert. Der Transferprozess nutzt PMMA als Trägermembran für das zu transferierende Material und PVA oder PMGI als Opferschicht, die in Reinstwasser, bzw. einem Entwickler aufgelöst wird. Die Methode eignet sich sowohl zum sukzessiven Stapeln [11], als auch für das polymerfreie Einkapseln von Graphen (van der Waals-Pick-Up) [13].
Probe B05 (Probe B in [96]) war eine der ersten Graphenproben im Rahmen dieser Arbeit, die mithilfe dieses nassen Tranferprozesses mit hBN als Substrat hergestellt wurde. Da die Probe global mit Al_2O_3 als Topgate-Dielektrikum bedeckt worden war, erwies sich die Beweglichkeit der Ladungsträger als relativ niedrig ($\sim 8\,000\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{Vs}$) im Vergleich zu den damaligen Maximalwerten aus der Literatur. Die auf dem hBN per Sauerstoff-RIE geätzten Graphen-Hallbars mit einer weiteren hBN-Flocke abzudecken (z. B. Probe B07), brachte nur eine mäßige Erhöhung der Beweglichkeit, da das Graphen bereits in Kontakt mit diversen Polymeren (Transfermedium, ESL-Lack) bzw. der Umwelt gewesen war. Erst das polymerfreie Einkapseln von Graphen zwischen zwei hBN-Schichten (hBN/Gr/hBN) mithilfe des van der Waals-Pick-Ups brachte die erhoffte Qualitätssteigerung.

In Abb. 6.3 ist eine solche Heterostruktur schematisch dargestellt. Um eine Mesa herzustellen, muss der gesamte Stapel geätzt werden, da das Graphen nach dem Transfer meist vollständig von hBN abgedeckt ist. Das Ätzen von hBN/Gr/hBN erwies sich als sehr kritischer Schritt der Probenfabrikation und wird in einem eigenen Abschnitt (6.6) ausführlich behandelt. Das Graphen wurde bei den in den Kapiteln 7, 8 und 9 vorgestellten Proben mit Ti/Au- oder Cr/Au-Randkontakten versehen [13]. Obwohl die Kontaktierung nur an der quasi-eindimensionalen Seite des Monolage erfolgt, erwies sich diese Methode nach Wang *et al.* [13] als sehr verlässlich und brachte auch in unserer Arbeitsgruppe einen wesentlich höheren Anteil funktionierender Kontakte. Mit einhergehend stieg die Beweglichkeit der ersten, vollständig eingekapselten Proben (z. B. Probe A60, $\mu \geq 40\,000\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{Vs}$) und erlaubte die ersten Untersuchungen ballistischen Transports über mehrere Gitterperioden

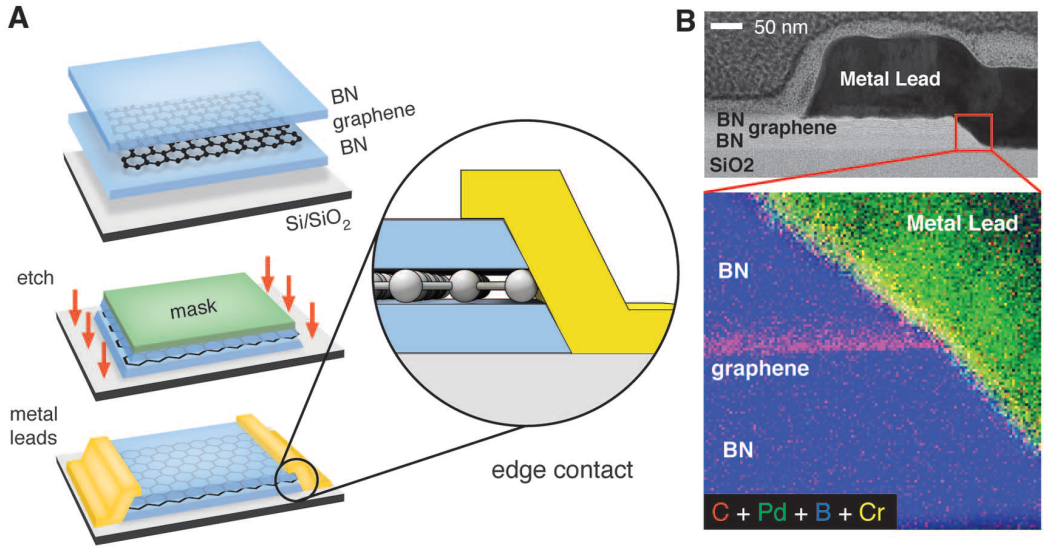


Abbildung 6.3: Randkontakte an eingekapseltem Graphen. Nach dem Ätzen der hBN/Gr/hBN-Heterostruktur wird das Graphen per quasi-eindimensionalen Randkontakt angeschlossen. Bildteil **A** zeigt eine schematische Ansicht der Heterostruktur, der Ätzprozedur (mit CHF_3 und O_2) und des Randkontakts mit Cr/Pd/Au. Die Aufnahme des Rastertransmissionselektronenmikroskops in **B** stützt die Annahme flacher Ätzflanken, die den Kontakt erleichtern. Grafik aus [13].

hinweg.
Trotz der Verbesserung der Beweglichkeit und Kontaktfunktionalität blieb der Durchsatz funktionierender Proben niedrig. Unter anderem erwies sich das Herausfischen des Transfermediums, d. h. die auf Reinstwasser schwimmende PMMA-Membran mit zu transferierender hBN- oder Graphenstruktur als fehleranfällig, da Falten, Risse oder Verrutschen am Objektträger die Membran unbrauchbar machen konnten. Auch das unerwünschte Liegenbleiben halbfertiger hBN/Graphen Stapel auf SiO_2 bremste die Probenherstellung. Am schwerwiegendsten zu Lasten des Probendurchsatzes erwies sich die Herstellung dünner Topgatestreifen aus Metall auf der gestapelten hBN/Gr/hBN-Heterostruktur. Der unbefriedigende Durchsatz wurde zum Anlass genommen, sowohl den Transferprozess, als auch das Aufbringen von lokalen Gates zu optimieren.

6.3 Transferprozess mit PPC

Um den Transferprozess zu beschleunigen und verlässlicher zu machen, wurde eine Alternative zum Transfer mit PVA bzw. PMGI und PMMA auf Basis bereits bestehender und in der Literatur beschriebener Methoden [11, 13] entwickelt. Dieser trockene und polymerfreie Prozess vereinfacht und beschleunigt das Prozedere deutlich und hat sich inzwischen als Standardtransferprozess in der Arbeitsgruppe etabliert.

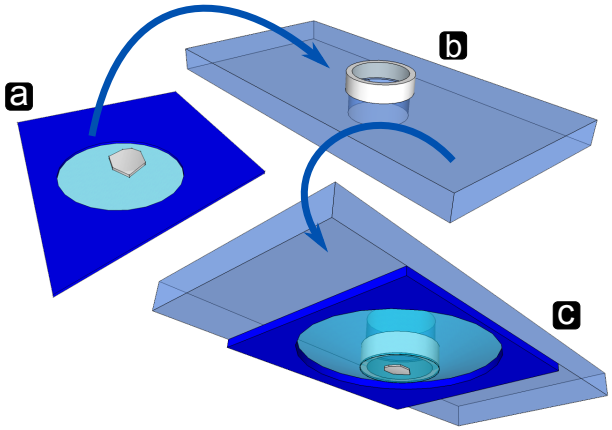


Abbildung 6.4: Objektträger für van der Waals-Pick-Up. a) Das auf PPC (hellblau) exfolierte 2D-Material (weiß) wird mit einem perforierten Klebestreifen (dunkelblau) versehen. Der Klebestreifen samt PPC wird vom Substrat abgelöst und über einen Metallring auf einem vorgebohrten Objektträger (**b**) gespannt. Der Objektträger wird umgedreht (**c**) und in eine Transfervorrichtung am Lichtmikroskop geklemmt.

Anstatt einer nassen Prozedur mit einer aus einem Reinstwasserbad zu fischenden Transfermembran, wird die mechanische Robustheit und leichte Ablösbarkeit von Polypropylencarbonat (PPC) vom Substrat ausgenutzt. Die später als obere Schicht einer Heterostruktur dienende hBN-Flocke wird auf PPC exfoliert, welches vorher auf einen vorgereinigten Si/SiO_2-Chip aufgeschleudert wurde. Das PPC wird mit einem perforierten Klebestreifen beklebt, wobei das hBN innerhalb der Öffnung liegt und nicht in Kontakt mit dem Klebstoff kommt (Abb. 6.4a). Der Klebestreifen samt PPC wird vom Chip abgezogen und man erhält eine freischwebende PPC-Membran innerhalb des gelochten Klebestreifens. Das PPC wird über einen Metallring auf einem perforierten Objektträger gespannt (Abb. 6.4b) und in einem Transfersetup „kopfüber“ zu einer Zielstruktur ausgerichtet (Abb. 6.4c). Die PPC-Membran offenbarte in zahlreichen Transfers eine erstaunliche Robustheit gegenüber Stauchen und Dehnen. Außerdem ist die Adhäsion des zu transferierenden 2D-Materials auf dem PPC ausreichend stark, um die van der Waals-Stapelmethode zu ermöglichen. Selbst das Aufnehmen einer während des Transfers liegengebliebenen Struktur gelingt durch Aufheizen des PPC in Kontakt mit der Struktur ($\gtrsim 90\,°C$) und erneutem Abkühlen (auf Raumtemperatur) in den meisten Fällen. Auf ähnliche Weise können Teilstücke einer großen Graphenflocke mit einer kleineren hBN-Flocke herausgerissen werden (was mit PMMA nicht möglich war). Der wesentliche Vorteil eines freischwebenden Mediums im Vergleich zu einer ähnlichen Methode, bei der das PPC über einen PDMS-Block geschleudert oder gespannt wird, ist die sehr gute, optische Unterscheidbarkeit dünner Strukturen im Lichtmikroskop[1], die Transfers von nur wenige Nanometer dicken hBN-Flocken ermöglicht.

Abbildung 6.5 zeigt beispielhaft das Stapelschema einer Graphen-Bornitrid-Heterostruktur mithilfe einer PPC-Membran. Das hBN wird mit einer Graphenflocke auf einem gereinigten SiO_2-Chip in Kontakt gebracht. Aufgrund der relativ starken van der Waals-Kräfte zwischen den beiden atomar flachen Oberflächen hebt das hBN die Monolage beim langsamen Ablösen des PPC vom SiO_2 ab. Das Graphen wird im nächsten Schritt durch Abheben (oder Ablage auf) einer weiteren hBN-Flocke eingekapselt und bleibt somit wäh-

[1] Das Lichtmikroskop wird im Auflichtmodus betrieben, wobei dickere Strukturen auf dem freischwebenden PPC heller erscheinen.

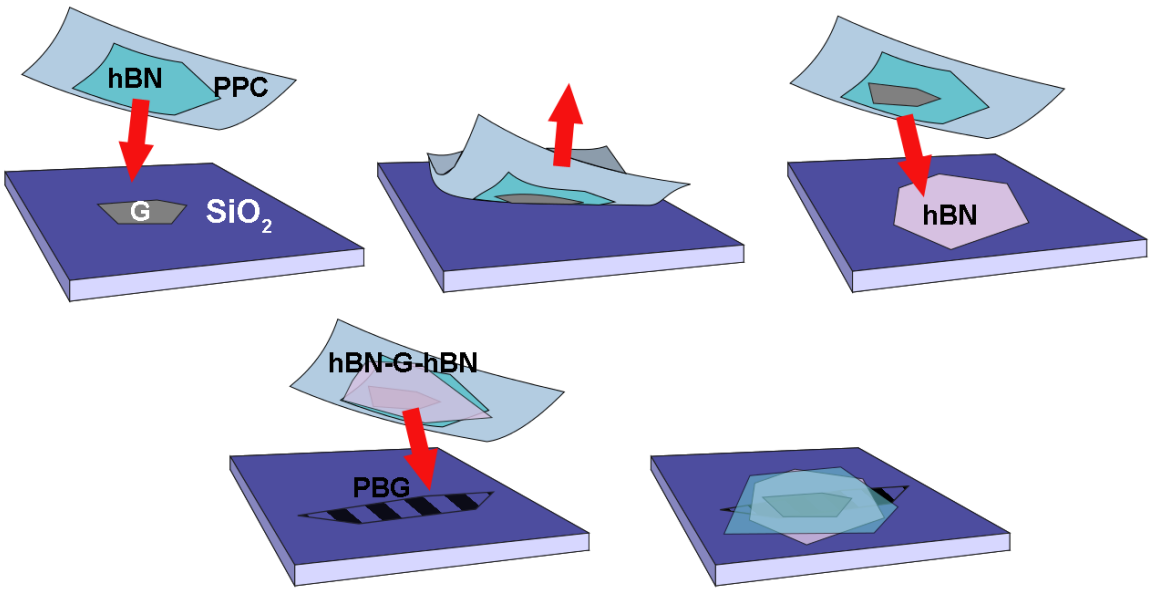


Abbildung 6.5: Van der Waals-Pick-Up. Transferablauf einer PBG/hBN/Gr/hBN-Heterostruktur mithilfe des trockenen Transferprozesses (von links oben nach rechts unten). Diese "Pick-Up"-Methode macht sich die adhäsiven van der Waals-Kräfte zwischen den 2D-Materialien zum Abheben vom Substrat zunutze.

rend des Transfers frei von Polymeren. Im gezeigten Beispiel wird die "Sandwich"-Struktur auf vorstrukturiertem, mehrlagigem Graphen abgelegt, welches als strukturiertes Bottomgate (*patterned bottom gate*, PBG (siehe Abschnitt 6.5)) dient. Mit dieser Methode konnten Proben mit einer Beweglichkeit von bis zu 150 000 $cm^2/(Vs)$ hergestellt werden.
Auch wenn sich diese, aus mehreren Quellen adaptierte, Stapeltechnik als sehr verlässlich erwiesen hat, ist die Qualität der Proben in der Arbeitsgruppe noch lange nicht am Limit des - Stand heute - Möglichen. Etliche Arbeitsgruppen weltweit vermelden neue Rekorde in der Beweglichkeit von eingekapseltem Graphen (250 000 $cm^2/(Vs)$ bei Raumtemperatur [49]), wobei nur noch die Probendimensionen Grenzen zu setzen scheinen ($\sim$ 1 000 000 cm/Vs in CVD-gewachsenem Graphen [134]). Um die Qualität zu erreichen, sollte der gesamte Herstellungsprozess, vom Exfolieren der zu transferierenden Strukturen bis zum Transfer selbst, in einer inerten Atmosphäre erfolgen und Versuche unternommen werden, die Bläschendichte an den Übergängen der Heterostrukturen zu minimieren (vgl. z. B. [135]).

6.4 Topgates auf hBN/Graphen/hBN

Über einen längeren Zeitraum dieses Projekts hinweg waren metallische Topgatestreifen die erste Wahl, um eine periodische 1D-Modulation der Ladungsträgerdichte im Graphen, im Zusammenspiel mit einem globalen Backgate, zu erzeugen. Ein schematischer Längsschnitt einer solchen Togate-Probe ist z. B. in Abb. 7.6a abgebildet. Bei der Herstellung dünner

Metallstreifen auf hBN/Gr/hBN ergeben sich jedoch folgende Schwierigkeiten:
Zum einen können Lift-Off-Probleme beim Topgate eine Probe mit bereits längerer Fertigungszeit unbrauchbar machen. Selbst nach scheinbar erfolgreichem Lift-Off kann aufgrund des Rayleigh-Kriteriums ($\lambda > a > L$, mit λ der Wellenlänge des Lichts) im Lichtmikroskop nicht eindeutig überprüft werden, ob die Strukturen intakt sind. Ein Screening im REM vor dem Einbau in den Kryostaten wird aufgrund möglicher Aufladungseffekte am bereits kontaktierten Graphen vermieden.
Um dünne Metallstreifen mit einer Breite $20 < L < 40\,\mathrm{nm}$ zuverlässig auf die Strukturoberfläche aufzubringen, wurde bei früheren Proben auf SiO_2 der gesamte ESL-Prozess auf eine bestimmte Kombination von variablen Parametern wie Lackdicke, Belichtungsdosis, Entwicklungszeit und Metalldicke optimiert. Für einen verlässlichen Lift-Off und um einem Umfallen der Metallstreifen vorzubeugen, wurde die Dicke des Palladiums, welches sich als am besten geeignetes Metall für den Lift-Off dünner Strukturen herausgestellt hatte, auf $d = 20\,\mathrm{nm}$ beschränkt. Bei hBN/Gr/hBN galt es nun auch noch die Höhe der Mesa zu berücksichtigen. Streifen mit geringerer oder ähnlicher Metallisierungsdicke wie die Mesakantenhöhe neigen dazu abzureißen (Abb. 6.6). Wird eine stärkere Dicke gewählt, muss auch die Streifenbreite angepasst werden, was zu Lasten der Periode des Topgategitters geht. Ein weiteres Hindernis stellte die Oberfläche der Mesa nach dem Ätzen mit CHF_3+O_2 dar. Diese war stark durch Lackreste verunreinigt und wies eine buckelige Landschaft mit Höhenunterschieden von $\pm 10\,\mathrm{nm}$ auf [136, 137]. Topgatestreifen ähnlicher Dicke konnten in dieser Topographie generell keinen homogenen Einfluss auf das nur wenige Nanometer unterhalb liegende Graphen ausüben. Des weiteren führte das Freiätzen einer Hallbar-Mesa zu den bereits in Abschn. 6.2 erwähnten, freiliegenden Graphenrändern. Für die Kontaktierung der Potentialsonden der Hallbar sind diese Ränder zwar erwünscht, für das Topgate hingegen stellen sie ein Problem dar. Um einen Kurzschluss zwischen Topgate und dem Graphen zu vermeiden, wurde per ALD eine dünne Schicht Al_2O_3 abgeschieden ($< 5\,\mathrm{nm}$), welche sich zusätzlich auf die Entfernung der Topgates zum Graphen und damit auf das induzierte Ladungsträgerdichteprofil auswirkte. Um den Lackresten beizukommen, wurde eine etwa 10 nm dicke Hartmaske aus Aluminium für das Ätzen der hBN/Gr/hBN Mesa eingeführt [138]. Nach dem Ätzen wurde diese in HCl (relativ langsam, $t \approx 30\,\mathrm{min}$) oder NaOH (schnell, $t \approx 30\,\mathrm{s}$) abgelöst. Eine detaillierte Analyse der Rauigkeiten mit und ohne Hartmaske wurde im Rahmen einer Bachelor-Arbeit durchgeführt [137][2]. Die resultierenden hBN-Oberflächen waren nun wesentlich glatter und wir erhofften uns eine eindeutige Verbesserung der Gate-Homogenität. In der Tat konnten mithilfe dieser Methode hochbewegliche Topgateproben für die Untersuchung des seriellen Widerstands unabhängig voneinander einstellbarer Potentialbarrieren im Quanten-Hall-Regime (Metallstreifenbreite $300 < L < 500\,\mathrm{nm}$) mit höherem Durchsatz präpariert werden (vgl. Kap. 8 bzw. [90]). Für die Untersuchung eines möglichen Übergittereffekts mithilfe dünner Metallstreifen erwies sich die saubere hBN-Oberfläche aufgrund von mangelnder Adhäsion des schmalen

[2] Eine weitere Optimierung der Oberfläche, die in [137] nicht angewandt wurde, sich im Rahmen einer weiteren Untersuchung [139] als sehr vorteilhaft erwies, ist das Vorätzen der per ESL geschriebenen und entwickelten Bereiche mit O_2-Plasma, um etwaige Lackrückstände an der Grenzfläche zwischen Al-Hartmaske und hBN abzutragen.

Metalls auf dem atomar glatten Bornitrid jedoch als problematisch. Teilweise klumpten die Streifen zusammen oder verschoben sich derart, dass sie an der Mesakante abrissen. Zusätzlich musste auf eine AFM-Untersuchung der fertigen Proben verzichtet werden, um die Bewegung der Streifen auf der Oberfläche durch die AFM-Spitze im *Tapping-Modus* nicht vorsätzlich zu fördern. Auch wenn sich die Hartmaskenmethode für das Aufbringen von Topgatestreifen mit einer Breite $L < 50\,\mathrm{nm}$ auf glatten hBN-Oberflächen am Ende als unpraktikabel erwies, so wurde die Methode an anderer Stelle in Form einer Hartmaske aus Graphen weiterentwickelt [120].

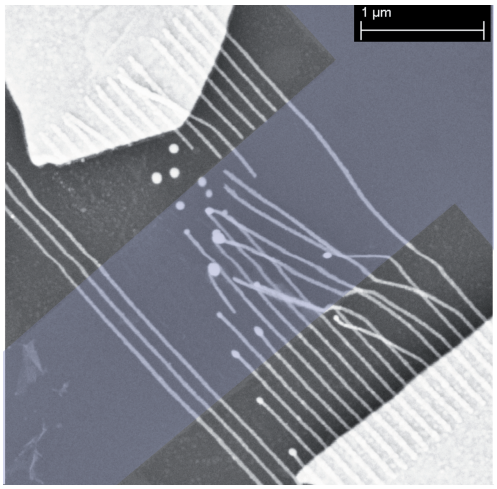


Abbildung 6.6: Verschobene Topgatestreifen auf hBN. REM-Aufnahme der Probe A73, die mit einer Al-Hartmaske hergestellt wurde und eine Mesa von 29 nm Höhe aufwies (Die Mesa wurde im Bild grau nachbearbeitet). Die Pd-Streifen wurden mit einer Dicke von $d \approx 20\,\mathrm{nm}$ aufgedampft. Die Streifenbreite ist $L \approx 20\,\mathrm{nm}$, die Gitterperiode $a = 120\,\mathrm{nm}$. Die Lackmaske, bzw. die Streifen weisen bei diesen kritischen Dimensionen nur eine sehr schlechte Haftung auf der atomar glatten hBN-Oberfläche auf und neigen dazu, sich im Laufe der Zeit zu verschieben und zu verklumpen.

6.5 Strukturierte Bottomgates

Die theoretische Abhandlung über Mie-Streuung in Graphen von Heinisch *et al.* [140] und eine entsprechende Anfrage der Autoren zur Machbarkeit eines dazugehörigen Experiments brachte uns auf die Idee, die in [140] diskutierte, bipolare Insel mithilfe eines globalen Backgates und eines perforierten Metallgates unterhalb des Graphens zu generieren. Dieses Konzept wurde jedoch aufgrund der bis dahin geringen Beweglichkeit und der sich abzeichnenden Schwierigkeiten bei der Herstellung eines gelochten Metallgates nicht weiterverfolgt. Erst mit dem van der Waals-Pick-Up und der damit gestiegenen Beweglichkeit in Graphen-Bornitrid-Heterostrukturen wurde das Thema parallel zu den weiterhin bemühten Topgates wieder aufgegriffen. Tests mit sequenziellem Stapeln von hBN/Gr/hBN auf vorgefertigten, metallischen Gates brachten anfangs wenig Erfolg, da die Heterostrukturen über den Metallstreifen brachen oder zu stark korrugiert waren. Schließlich wurden strukturierte Bottomgates aus mehrlagigem Graphen (FLG) als vielseitige Alternative zu Metall in Betracht gezogen. Zunächst als Option für eine einzelne Struktur, bzw. ein einstellbares Array aus bipolaren Inseln erdacht, erschien die Methode schließlich auch für die Generierung einer lateralen, periodischen 1D-Modulation im eingekapselten Graphen attraktiv.

Die wesentlichen Vorteile eines strukturierten Bottomgates aus mehrlagigem Graphen gegenüber Topgates sollen im Folgenden aufgeführt werden. Zum einen kann das PBG bereits vor dem Transfer im AFM oder REM auf Fehler untersucht werden. Somit reduziert sich die Fertigungszeit, bzw. steigt der Probendurchsatz, da nach dem Aufbringen des hBN/Gr/hBN-Stapels und dem Mesa-Ätzen nur noch unkritische Prozesse erfolgen. Zum anderen fügt sich das FLG perfekt in den van der Waals-Stapelprozess von 2D-Materialien ein. Da FLG mit der passenden Ätzmaske in jedwede Form geätzt werden kann, lässt es sich als extrem vielseitige Gate-Elektrode nutzen. Neben Modulation des darüber liegenden Graphens in 1D und 2D könnten z. B. bipolare, fokussierende Linsen [74], Corbino-Ringe mit bipolarem Übergang zur winkelabhängigen Vermessung der Klein-Kollimation [71] und einstellbare Einschnürungen (Splitgates) realisiert werden. Graphen-Bottom- und Topgates werden auch in der Fachwelt immer mehr zur ersten Wahl, da sie die Beweglichkeit im per Feldeffekt modulierten Graphen nicht verringern. Dieser Vorteil gegenüber Metallelektroden lässt sich auf die atomare Glätte des Graphengates zurückführen, da so kaum Ladungsträgerdichteinhomogenitäten im Graphen verursacht werden. Vergleichsweise tendiert Metall im Nanometerbereich dazu, kleine *Cluster* zu bilden [141], die eine ungleichmäßige Dotierung bewirken können. Im Falle von hBN/Gr/hBN bietet das PBG im Vergleich zu einem strukturierten Metall-Bottomgate außerdem den Vorteil, dass Stauchungen und Verbiegungen aufgrund der räumlichen Wellung gering gehalten werden können. Schlussendlich bietet ein FLG-PBG die Möglichkeit, in Kombination mit ultradünnem hBN relativ scharfe Potentialstufen zu erzeugen (vgl. Inset 9.7a).
Da sich FLG sehr leicht mit O_2-Plasma ätzen lässt, stellt eine Graphen-Gate-Elektrode insbesondere für ein einstellbares, kurzperiodisches Übergitter eine wesentliche Fabrikationserleichterung gegenüber einem Metallgate dar. Der neue Ansatz wurde an lateralen Streifengittern, im Rahmen dieser Arbeit, sowie der Masterarbeit von Christian Baumgartner [90] mehrfach getestet, jedoch aufgrund mehrerer Fehlversuche mit kurzgeschlossenen PBGs und der scheinbar vielversprechenden Hartmaskenmethode zunächst nicht weiterverfolgt. Insbesondere stellte sich das kontrollierte Ätzen eines dünnen hBN/Gr/hBN-Stapels auf einem PBG als kritisch heraus. Eine ideale Lösung dieser Problematik wurde schließlich gefunden und wird in Abschnitt 6.6 präsentiert.
Da dünne Topgatestreifen mithilfe der Al-Hartmaskenmethode nur unzureichend reproduzierbar hergestellt werden konnten (siehe Abschnitt 6.4), wurde die Entwicklung strukturierter Bottomgates (PGBs) vorangetrieben. Bald darauf konnten erste, funktionierende PBG-Proben (J11, J12) hergestellt werden. Insbesondere gelang in der neuen Geometrie ein erster Nachweis von Weiss-Oszillationen in lateralen 1D-Graphen-Übergittern [142]. In der Arbeit von Andreas Sandner [132] wurden mit der Methode wiederum 2D-Graphen-Übergitter hergestellt. Im Gegensatz zu vorangegangenen Experimenten mit *Antidot*-Gittern in hBN/Gr/hBN [26], die die Ambipolarität von Graphen nur bedingt ausreizen, bietet ein periodisch perforiertes PBG die Möglichkeit das 2D-Übergitter variabel einzustellen. Eine ähnliche Methode für 2D-Modulation von konventionellen 2DEGs wurde z. B. in den Arbeiten von Albrecht *et al.* [16] und Geisler [122] angewandt, wobei hier PMMA mit einem 2D-Muster belichtet, entwickelt und mit einem Metallgate versehen wurde. Im folgenden Abschnitt soll der Herstellungsprozess einer PBG-Probe, wie er bei der ab-

schließenden Probe A97 in dieser Arbeit angewandt wurde, skizziert werden. Für die PBGs wird 3- bis 4-lagiges Graphen verwendet. Die Flocke wird mit einem dünnen Lack versehen und die gewünschte Struktur (z. B. Streifenarray für 1D-Modulation, Lochgitter für 2D-Modulation) per ESL belichtet. Beim reaktiven Ionenätzen der FLG-Schicht ist ein stark gerichteter Prozess wünschenswert, um die u. U. sehr schmalen Strukturen nicht vollständig abzutragen (genaue Parameter findet man im Anhang A). Die so erzeugten PBGs wiesen bei Untersuchungen im AFM eine durchschnittliche Kantenhöhe im Profil von $2 - 5\,\mathrm{nm}$ auf (vgl. Höhenprofil in Abb. 6.7a). Bei dreilagigem Graphen würde man aufgrund des Basalebenenabstandes der einzelnen Monolagen eher eine Höhe von $\approx 1\,\mathrm{nm}$ erwarten. Von Ming-Hao Liu bereitgestellte Simulationen der Elektrostatik von Probe A97 (vgl. Inset Abb. 9.7a), die eine untere hBN Schicht von 2 nm aufweist, legen nahe, dass es sich um Lackreste handelt, die mit Aceton nicht abzuwaschen waren und als zusätzliche, dielektrische Schicht betrachtet werden müssen. Die Überhöhung der Streifen könnte auch auf ein Anätzen der SiO_2-Oberfläche zwischen den Streifen hindeuten. Jedoch wurde im SiO_2 keine vergleichbare Ätzkante im Ätzbereich gefunden, um diese Vermutung zu bestätigen.

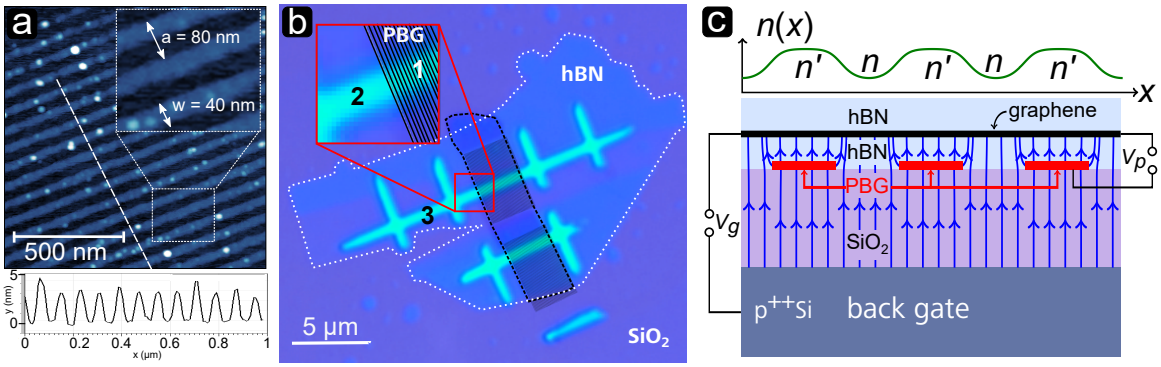


Abbildung 6.7: Strukturiertes Bottomgate. a) Strukturiertes Bottomgate (PBG) von Probe A97, geätzt in 3-lagiges Graphen. Das Höhenprofil, unterhalb der AFM-Aufnahme dargestellt, wurde entlang der gestrichelten, weißen Linie extrahiert. **b)** Dieselbe Probe mit dem bereits transferierten und geätzten hBN/Gr/hBN-Stapel. Die Probe wurde mithilfe der sequenziellen Ätzprozedur geätzt (siehe Abschnitt 6.6). Das untere hBN im Bereich der oberen Hallbar ist nur 2 nm dick. Das PBG wurde im Bild zur Verdeutlichung schematisch hineinprojiziert. Die Vergrößerung verdeutlicht zwei unterschiedliche Regionen innerhalb der Potentialsonden. **c)** Schematischer Längsschnitt einer PBG-Probe. Die von den beiden Gates ausgehenden Feldlinien wurden von Ming-Hao Liu simuliert und deuten die Überlagerung der Felder sowie deren Wirkung auf die Ladungsträgerdichte im Graphen an. Die Grafik zeigt eine unipolare Modulation im nn'-Regime. Grafiken aus [142].

Nachdem das PBG im AFM charakterisiert wurde, kann ein hBN/Gr/hBN-Stapel per van der Waals-Transfermethode (siehe Abschn. 6.3) auf das Graphen-Gate abgelegt werden. Um zu verhindern, dass sich der hBN/Gr/hBN-Stapel nach dem Ablösen an die Wellung des PBG anschmiegt und eine unerwünschte, räumliche Modulation erfährt, wird

das obere Bornitrid relativ dick ($> 20\,\mathrm{nm}$) gewählt[3]. Die Heterostruktur wird mithilfe eines sequenziellen Ätzprozesses (siehe Abschn. 6.6) zu einer Hallbar geformt. Abbildung 6.7b zeigt eine optische Mikroskopaufnahme einer solchen Hallbar noch vor der Kontaktierung. Die grau hervorgehobene, breite FLG-Flocke hat keinen räumlichen Überlapp mit den Spannungsabgriffen der Hallbar, um unbeabsichtigte Kurzschlüsse auszuschließen und gleichzeitig einen wohldefinierten, einstellbaren Bereich zu erhalten. Innerhalb der Abgriffe ergibt sich ein *modulierter* (1) und ein *unmodulierter* (2) Bereich, der unterschiedlich auf Veränderungen der jeweiligen Gatespannungen reagiert (vgl. Abb. 6.7c). Sowohl das eingekapselte Graphen, als auch das PBG können im Anschluss ans Ätzen in einem einzelnen Lithographie- und Metallisierungsschritt per Cr/Au-Randkontakt mit der Außenwelt elektrisch verbunden werden. Ein Längsschnitt der Hallbar ist in Abb. 6.7c dargestellt und zeigt das Zusammenspiel der beiden, voneinander unabhängig einstellbaren Gates. Ähnlich wie bei Topgate-Proben "spürt" das eingekapselte Graphen unterschiedliche Felder und erfährt eine Modulation der Ladungsträgerdichte, wie die eingezeichneten Feldlinien und das Ladungsträgerdichteprofil oberhalb der Grafik zeigen.

6.6 Sequenzielles Ätzen von hBN/Gr/hBN

Das Freiätzen bestimmter Formen oder Strukturen in Graphen-Bornitrid-Heterostrukturen stellt eine Herausforderung dar, insbesondere wenn gleichzeitig eine wohldefinierte Ätztiefe oder Prozessterminierung an einer bestimmten Oberfläche gefordert werden (vgl. Hallbar in Abb. 6.7). Als Gasgemisch zum RIE-Ätzen von hBN/Gr/hBN-Heterostrukturen hat sich Trifluormethan (CHF_3) und O_2 bewährt. Im Falle der von uns gewählten Ätzparameter (s. Anhang A) weist es eine langsame, reproduzierbare Ätzrate von $0.8\,\mathrm{nm/s}$ in hBN auf. Im Rahmen der Bachelorarbeiten [136, 137] stellte sich O_2 dabei als nicht zu vernachlässigende Komponente heraus, um Ablagerungen von inerten Fluor-Kohlenstoff-Verbindungen während des Ätzprozesses zu unterbinden. Der CHF_3+O_2-Prozess eignet sich hervorragend zur Herstellung von verlässlichen Graphen-Randkontakten, wenn er mit einem anschließenden O_2-RIE-Prozess zur Kontaktflächenreinigung kombiniert wird. Ein Nachteil dieser Prozedur ist jedoch die geringe Selektivität bezüglich der Umgebung. Dementsprechend ist die Ätztiefe, bzw. Ätzdauer durch die Lackdicke beschränkt. Bei sehr feinen Strukturen und dünnen Lackmasken kann die schlechte Selektivität zwischen Lack und Material zum Problem werden. Außerdem erlaubt dieser Prozess nur wenig Spielraum bei PBG-Proben, deren unteres hBN nur einige Nanometer dick ist. Zu kurzes Ätzen lässt das Graphen hierbei unberührt, zu langes wiederum zerstört das O_2-sensitive PBG.
Im Rahmen dieser Arbeit adaptierten und kombinierten wir bereits bekannte Prozesse für das Ätzen von Graphen aus der Literatur und dem eigenen Labor und kreierten einen sequenziellen Ätzprozess für van der Waals-Heterostrukturen. Die Vorarbeit geschah dabei im Rahmen der Bachelorarbeit von Julia Amann [139], die systematisch das reaktive

[3] In der Masterarbeit von Jonas Joachimsmeyer [120] wurde konträr dazu versucht, durch das Einbetten des Graphens in ultra-dünne hBN Schichten absichtlich eine räumliche Korrugation hervorzurufen.

Ionenätzen von hBN mit Schwefelhexafluorid (SF_6), welches in der Literatur für schnelles Ätzen von hBN mit einer hohen Selektivität vorgestellt wird [138, 135], optimierte. Während SF_6 hBN selbst bei niedrigen RIE-Leistungen und relativ hohen Kammerdrücken mit nur schwer zu ermittelnden Raten jenseits von 10 nm/s ätzt, trägt es Graphen und PMMA nur vernachlässigbar langsam ab. Diese hohe Selektivität bringt jedoch auch Nachteile mit sich. So führen kleinste, nach dem Entwickeln des ESL-Lacks übriggebliebene Lackklumpen zu einem ausgeprägten Graseffekt, indem sie das darunterliegende hBN vor dem senkrecht auf die Probe gerichteten Ionenstrom effektiv abschirmen und säulenartige Strukturen hinterlassen. Als beste Lösung für dieses Problem erwies sich eine Vorreinigung der entwickelten Bereiche mit einem *sanften* O_2-RIE-Rezept (Rezeptparameter siehe Anhang A). Damit werden kleine Lackreste ausreichend entfernt, die hBN-Oberfläche nur minimal durch physikalisches Ätzen aufgeraut und die Lackmaske für das eigentliche Ätzen mit SF_6 nur geringfügig abgetragen.

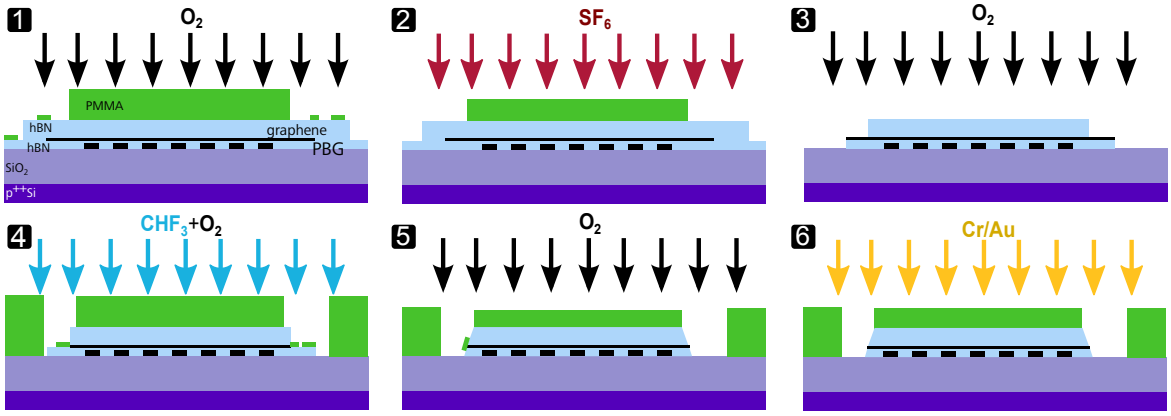


Abbildung 6.8: Sequenzielles Ätzen von vdW-Heterostrukturen. Durch geschicktes Anordnen der Heterostruktur beim Transfer lässt sich das eingekapselte Graphen als Ätzmaske für das darunterliegende, dünne hBN und PBG benutzen. Der Ätzprozess mit SF_6 terminiert an der Graphenoberfläche und darunterliegende Strukturen werden bewahrt (1-3). Kontaktbereiche müssen mit CHF_3+O_2 und O_2 freigeätzt werden, um verlässliche Randkontakte herstellen zu können (4-6). Genaue Parameter sind im Anhang A zu finden.

In Abb. 6.8 ist der sequenzielle Ätzprozess zur Herstellung einer Hallbar über einer PBG-Struktur dargestellt. Das Bild zeigt einen schematischen Schnitt längs der Probe, quer zum gestreiften PBG. Das obere hBN soll hierbei als etwas dicker, das untere als nur wenige Nanometer dünn betrachtet werden. Zunächst wird die mit PMMA belackte und per ESL belichtete Probe mit O_2 vorgereinigt, um Lackreste aus den entwickelten Bereichen zu entfernen (1). Das anschließende, reaktive Ionenätzen mit SF_6 ätzt das hBN, wobei PMMA und Graphen als Maske dienen (2). Daraufhin wird das PMMA mit Aceton entfernt und die zuvor aufgedeckten Graphen-Bereiche mit O_2-RIE abgetragen (3). Das eingebettete Graphen kann jedoch nicht sofort kontaktiert werden, da sich die Randkontaktierung nach dem SF_6-Ätzen als unzuverlässig erwies. Im Vergleich zum reinen CHF_3+O_2-Prozess, bei

dem das hBN/Gr/hBN durchgeätzt wird, liegt das Graphen auf der unteren hBN-Schicht auf. Da Metalle beim Aufdampfen die erwähnten Cluster bilden, kann das Kontaktmetall womöglich nicht ausreichend an den Rand des Graphens dringen. Auch das unterschiedliche Ätzprofil von CHF_3+O_2- und SF_6-geätzten Mesas könnte eine Rolle spielen. Während der CHF_3+O_2-Prozess relativ langsam vonstattengeht und somit ein gewisser, isotroper Anteil eine etwas flachere Ätzkante erzeugt (vgl. Abb. 6.3), ist der SF_6-Prozess schnell und erzeugt womöglich ein steileres Profil. Deshalb ist ein zusätzlicher, kurzer CHF_3+O_2-Prozess zum lokalen Anätzen der Hallbarabgriffe in den durch ESL geschriebenen und entwickelten Bereichen der Metallisierungs-Lackmaske nötig (4). Um die Kontaktflächen von möglichen inerten Ablagerungen durch das CHF_3+O_2-Ätzen zu reinigen, wird ein weiterer O_2-Reinigungsschritt (5) vor dem Metallisieren mit Cr/Au (6) durchgeführt. Das sequenzielle Ätzen (1-6) ergab sehr verlässliche Randkontakte mit nahezu 100 % Ausfallsicherheit.
Das sequenzielle Ätzen wurde hier am Beispiel einer hBN/Gr/hBN-Heterostruktur über einem Graphen-PBG vorgestellt, kann aber für die Präparation von Heterostrukturen aus 2D-Materialien verallgemeinert werden. So lassen sich z. B. Graphenmasken (vgl. [120]) für das SF_6-Ätzen, sowie hBN-Masken für O_2-RIE benutzen.

KAPITEL 7

INTERFERENZEFFEKTE IN BIPOLAREN ÜBERGITTERN

Die bisherigen Kapitel sollten dazu dienen, sowohl die theoretischen Grundlagen, als auch die fabrikationsspezifischen Eigenheiten der im Rahmen dieser Arbeit diskutierten Experimente einzuführen. Der folgende experimentelle Teil ist in drei Kapitel

7 Interferenzeffekte in bipolaren Übergittern

8 Übergitter im Quanten-Hall-Regime

9 Weiss-Oszillationen in Graphen

unterteilt und folgt größtenteils den bereits in der Theorie eingeführten Themenkomplexen. Einige der hier vorgestellten Proben decken mehrere dieser Themenblöcke ab und werden dementsprechend mehrmals zur Diskussion herangezogen.
Allen Experimenten war der grundlegende, elektronische Messaufbau gemein, der in Abb. 7.1 skizziert ist. Die standardisierten Si/SiO_2-Chips mit der aufliegenden, zu vermessenden Struktur wurde in einen Chipcarrier eingesetzt und mit Aluminiumdrähten gebondet. Die Messungen erfolgten in einem He-4-Kryostaten in einem Temperaturintervall von $1.3 - 200\,\mathrm{K}$. Einzelne, hier gezeigte Messungen an Probe J11 wurden außerdem am He-3-System durchgeführt, welches auf ca. 250 mK abgekühlt werden konnte. Das senkrechte Magnetfeld erreichte je nach Messaufbau $10 - 14\,\mathrm{T}$ Flussdichte. Die Messgrößen I, V wurden per Lock-In-Technik aufgenommen, wobei der niederfrequente (13 Hz) Wechselstrom mit 10 mV durch die Probe getrieben und über einen hohen Vorwiderstand ($1\,\mathrm{M\Omega}$) auf 10 nA begrenzt wurde. Die Datenerfassung und Steuerung der Messungen erfolgte über den PC, mithilfe eines halb-automatisierten Messprogramms.

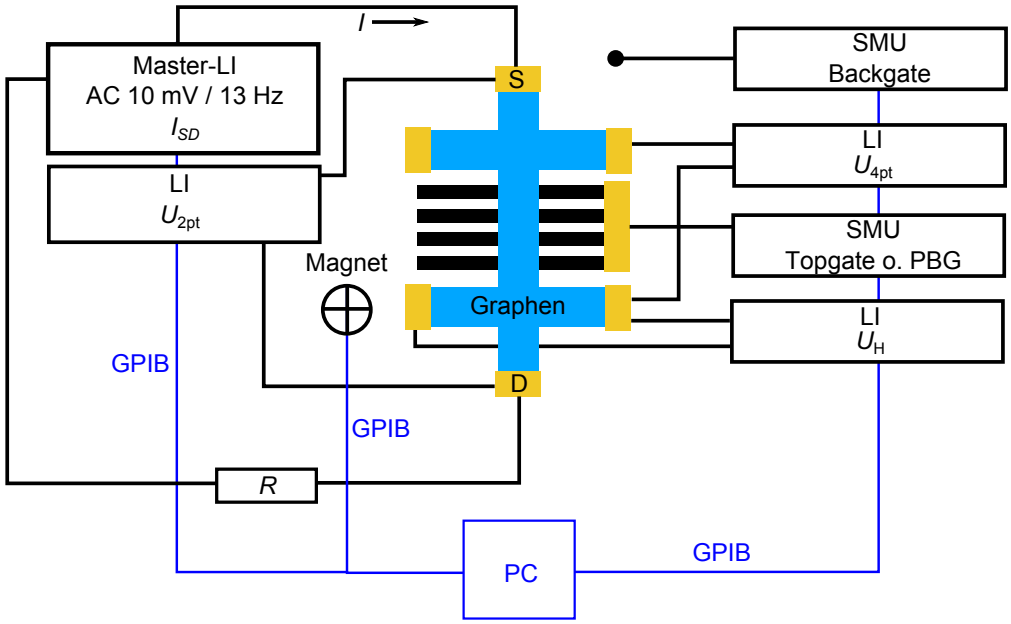


Abbildung 7.1: Schematischer Messaufbau. Die Messungen erfolgten im Kryostaten im Temperaturbereich von $1.3 - 200\,\mathrm{K}$. Die Signale wurden per Lock-In-Technik verstärkt und am PC erfasst.

In diesem Kapitel soll die bereits in Abschnitt 4.2 eröffnete Diskussion zu Graphen-Übergittern und Multibarrieren fortgeführt werden. Nach einer allgemeinen Einführung werden die in [96] publizierten Ergebnisse zusammengefasst und mit neueren Messungen auf hochbeweglichem Graphen verglichen. Unter anderem wird der Einfluss des Übergitters auf den Transport im bipolaren Regime unter besonderer Berücksichtigung der ballistischen Länge erörtert und Hinweise auf einen Multibarrieren- oder Übergittereffekt vorgestellt.

7.1 Graphen mit SiO_2 und Al_2O_3 als Dielektrikum

Zunächst soll ein System betrachtet werden, bestehend aus auf SiO_2 exfoliertem Graphen, welches mit Al_2O_3 als Topgate-Dielektrikum abgedeckt wurde. Um das Al_2O_3 per ALD auf die Probe abscheiden zu können, wurde vorab ein ca. 1 nm dicker Al-*Seedlayer* auf die Probe gedampft und mit Sauerstoff oxidiert. Schließlich wurden metallische Topgatestreifen per Elektronenstrahllithographie auf die ca. 15 nm dicke Al_2O_3-Schicht aufgebracht. Abbildung 7.2a zeigt einen schematischen Längsschnitt einer solchen Probe (A06) mit $M = 3$ Topgatestreifen, die hier als Beispiel für ein Multibarrieren-System fungieren soll. Die metallischen Topgates liegen alle auf demselben Potential und kontrollieren lokal die Ladungsträgerdichte des darunterliegenden Graphens. Da die Gatestreifen senkrecht zum Strompfad aufgebracht sind, lässt sich deren Einfluss als 1D-Modulation des Systems betrachten. Das p^{++}-Si-Backgate dient als Antagonist zu den lokal wirkenden Topgates und

erlaubt die Energie im System global zu verschieben.
Während die Ladungsträgerdichte im lokal modulierten Bereich der Messstrecke aufgrund von Streufeldern sowohl unter, als auch zwischen den Topgatestreifen von beiden Gates beeinflusst wird, werden die Außenbereiche nur durch das global wirkende Backgate kontrolliert. So entsteht eine Potential- bzw. Dichtedifferenz zwischen den lokal modulierten (Bereich (1) in Abb. 7.2b) und äußeren Bereichen (2) der Messstrecke. Diese hat zur Folge, dass sich neben dem unipolaren und dem bipolaren noch ein drittes, "intermediäres" Regime ausbildet.
Abbildung 7.2b zeigt schematisch die erwartete Änderung des Ladungsträgerdichteprofils bei fixierter Topgatespannung $V_t < 0$ und variierender Backgatespannung V_g. Zunächst ist $V_g \leq 0$ und das System weist unipolaren (pp') Transport auf (schwarzes Profil). Wird $V_g > 0$, bilden sich bipolare Übergänge zwischen lokal moduliertem (1) und dem äußeren Bereich (2) aus (intermediäres Regime, grünes Profil). Somit entsteht ein Resonator, der in Abb. 7.2c mit dem grünen Pfeil illustriert ist und dessen genaue Form vom aufgeprägten Potential und damit der Probengeometrie abhängt. Erfolgt der Ladungstransport ballistisch, wird der Resonator in Form von FP-Oszillationen des Widerstands in Erscheinung treten. Wird V_g weiter erhöht, bildet sich schließlich ein bipolares (np'-) Mulitbarrierensystem im lokal modulierten Bereich aus (pinke Kurve in Abb. 7.2b). Die roten und blauen Pfeile in der schematischen Draufsicht 7.2c deuten die bereits in 4.2 diskutierten, i. A. unterschiedlich langen Resonatoren des Systems an. Überwiegt das Backgate schließlich die negative Topgate-Spannung, wechselt das System in das unipolare nn'-Regime (blau). Ein solcher "Backgate-Sweep" ist in der schematischen Widerstandskarte von Abb. 7.2d als gestrichelte, horizontale Linie markiert. Die farbigen Flächen in Abb. 7.2d symbolisieren die jeweiligen Transportregimes in Abhängigkeit der Gatespannungen V_t, V_g. Hätte das von den Topgates aufgeprägte Potential einen rechteckigen Verlauf, würden die Regimes jeweils einen Quadranten ausfüllen. Da sich die Gates jedoch teilweise gegenseitig beeinflussen, sind die Regimes in Abhängigkeit von V_t, V_g verkippt und werden von den schrägen Ladungsneutralitätslinien des jeweiligen Bereichs (hier als dunkle Linien angedeutet) begrenzt. Die schwarze Linie repräsentiert den globalen Dirac-Punkt des äußeren Bereichs. Da dieser unabhängig von V_t ist, ist diese Linie vertikal. Die dunkelgrüne Begrenzung ist die Neutralitätslinie der Bereiche zwischen den Topgate-Streifen und verläuft aufgrund der Topgate-Streufelder schräg. Die lokalen Dirac-Punkte unterhalb des Topgate-Gitters werden wiederum durch die dunkelviolette Linie verdeutlicht, über deren Steigung sich die relative kapazitive Kopplung der beiden Gates bestimmen lässt.

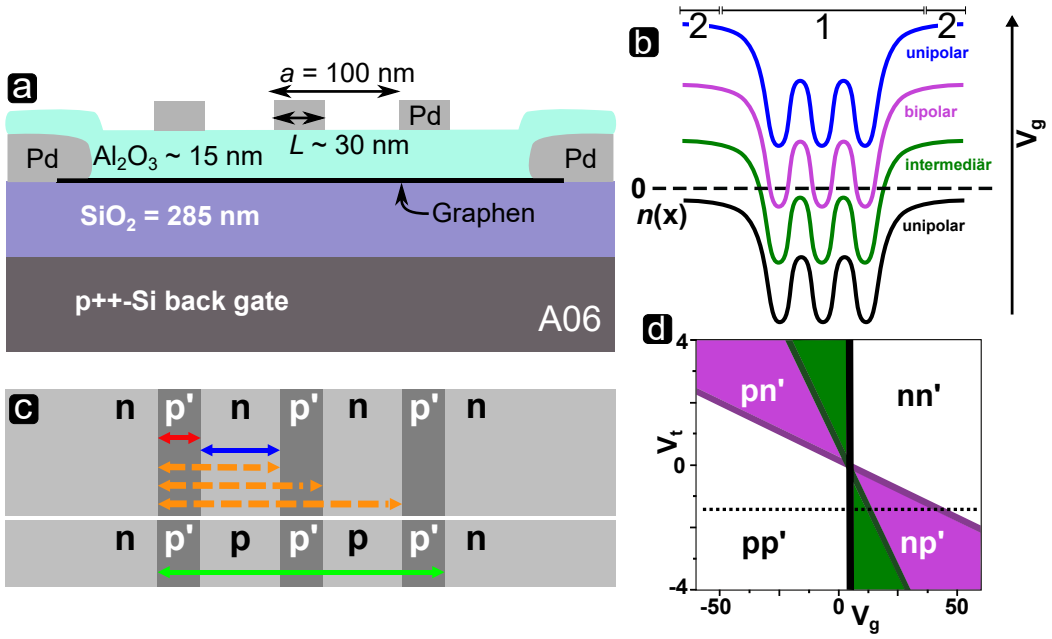


Abbildung 7.2: Charakteristika einer Topgateprobe. a) Schematischer Längsschnitt der Probe A06 mit zugehörigen Parametern der Geometrie. **b)** Ladungsträgerdichteprofil bei negativer Topgatespannung und variierender Backgatespannung V_g. Der modulierte Bereich (1) und der unmodulierte Bereich (2) werden durch die Gates unterschiedlich beeinflusst. **c)** Resonatoren unterschiedlicher Länge im bipolaren und intermediären Regime. **d)** Widerstandskarte mit den jeweiligen Transportregimes. Die gestrichelte Linie repräsentiert den in (b) gezeigten Backgate-Sweep. Grafiken (b-d) adaptiert aus [96].

Wir wenden uns nun den Experimenten an den Proben A06 und B05 zu, die bereits teilweise in [96] publiziert wurden. Abbildung 7.3a zeigt den farbcodierten, longitudinalen 4-Punkt-Widerstand von Probe A06 im Bezug auf das Top- und Backgate (vgl. Messgeometrie in Abb. 6.1c). Die Farbkarte weist die vier Quadranten des bipolaren und unipolaren Transports auf, wobei sich erstere durch einen erhöhten, oszillierenden Widerstand, letztere durch einen relativ geringen Widerstand auszeichnen. Dieser Unterschied geht aus den Transmissionswahrscheinlichkeiten von unipolaren und bipolaren Übergängen hervor (vgl. Abb. 3.1d). Das zuvor diskutierte intermediäre Regime ist im Experiment deutlich erkennbar. Die hochohmige, vertikale Linie in der Farbkarte repräsentiert den globalen Dirac-Punkt. Aus der Steigung der diagonalen Neutralitätslinie, die die unipolaren von den bipolaren Quadranten trennt, lässt sich die kapazitive Kopplung $C_t/C_g \approx 26$ abschätzen, welche etwas unterhalb des über die Dicken und relativen Dielektrizitätskonstanten von SiO_2 ($d_{SiO_2} = 285\,\mathrm{nm}$, $\epsilon_r^{SiO_2} = 3.9$) und Al_2O_3 ($d_{Al_2O_3} = 15\,\mathrm{nm}$, $\epsilon_r^{Al_2O_3} \simeq 6.5$) errechneten Werts $(C_t/C_g)_{theo} = 32$ liegt.
Wie bereits in Kap. 4.2 vorweggenommen, treten im bipolaren Regime einander überlagerte FP-Oszillationen des Widerstands auf. Diese Überlagerung wird besonders im np'-Bereich von Probe A06 deutlich und lässt ballistischen Transport auf einer Längenskala der Über-

gitterperiode $a = 100\,\text{nm}$ vermuten. Die Feldeffekt-Beweglichkeit der Probe A06 wurde über den linearen Anstieg der Leitfähigkeit (vgl. Gl. (2.18)) zu $\mu \simeq 7\,000\,\text{cm}^2/(\text{Vs})$ bestimmt. Daraus folgt bei $V_g = 20\,\text{V}$ bzw. $n = 1.5 \times 10^{12}\,\text{cm}^{-2}$ in der Tat eine mittlere freie Weglänge $l_p = 101\,\text{nm} \simeq a$.
Da die Geometrie der Probe und die grundlegenden Transportkennzahlen sehr gut bekannt sind, lässt sich die Antwort des Systems auf die Gatespannungen recht genau simulieren. Das Resultat der Quanten-Transportsimulation (vgl. Kap. 4.3, bzw. [96]) der Probe A06 mit $M = 3$ Barrieren ist in Abb. 7.3b zu sehen und zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Experiment, die mithilfe einiger geringfügiger Anpassungen erreicht wurde (Dicke des Aluminiumoxids wurde auf 18 nm, die Dicke des gestreiften Pd-Topgates von $d = 15\,\text{nm}$ auf 40 nm erhöht). Dank des passenden Modells ergeben sich analog zum Experiment die Sanduhrform des bipolaren Regimes mit oszillierendem Widerstandsmuster und das schmale, intermediäre Regime. Die Simulation weist darüber hinaus aufgrund phasenkohärenten Transports noch zusätzliche feinere Oszillationen auf, die sowohl dem intermediären Bereich, als auch dem "groben" Resonanzmuster im bipolaren Regime überlagert sind. Diese feinen Oszillationen konnten im Experiment aufgrund geringer Beweglichkeit der Proben auf SiO_2 weder im intermediären, noch im bipolaren Regime aufgelöst werden (Ein experimenteller Nachweis des feinen Resonanzmusters wird in Abschnitt. 7.3 diskutiert).
Die Abbildungen 7.3c-e zeigen die der Quantentransportsimulation zugrundeliegende Elektrostatik, das Ladungsträgerdichteprofil am mit einem Stern markierten Punkt in Abb. 7.3b sowie das zugehörige Potentialprofil auf. Letzteres zeigt die Potentialbarrieren, bzw. Potentialtöpfe des Übergitters am markierten Punkt der $R_{xx}(V_t, V_g)$-Karte, wobei die Fermi-Energie $E_F = 0$ gesetzt wurde. In diesem Diagramm können die *effektiven* Resonatorlängen $L_{t,g}(n)$ identifiziert werden, die aufgrund der bereits erwähnten Streufelder (vgl. Abb. 7.3c) und gegenseitiger Beeinflussung der beiden Gates nicht der geometrischen Topgate-Streifenbreite (L) und dem dazwischenliegenden Bereich ($a - L$) entsprechen, sondern mit den Gatespannungen und damit $n(x)$ variieren. Die Resonanzbedingung (3.18) muss dementsprechend verallgemeinert werden zu:

$$2\int_{L_i} \sqrt{\pi|n(x)|}dx = 2j\pi, \quad j = 1, 2, ..., \tag{7.1}$$

wobei $i = \{t, g\}$ für die jeweiligen Resonatoren steht. Gleichung (7.1) kann aufgrund der mit (V_t, V_g) variierenden Ladungsträgerdichte $n(x)$ und damit auch variierender, effektiver Barrierenbreite $L_{t,g}$ nur numerisch gelöst werden. Eine passende, die Elektrostatik einbeziehende Lösung für Probe A06 zeigt das weiße, den FP-Oszillationen in Abb. 7.3a überlagerte Gitternetz, welches das Muster der Oszillationsminima an passender Stelle wiedergibt und somit die gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation erneut bekräftigt.

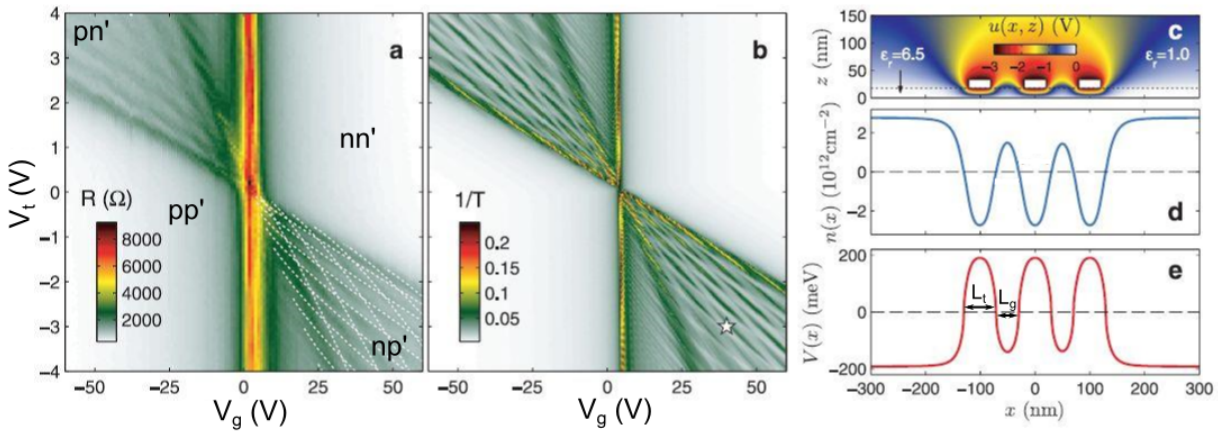


Abbildung 7.3: FP-Oszillationen im bipolaren Regime. a) Longitudinaler Widerstand $R_{xx}(V_t, V_g, B = 0)$ von Probe A06. **b)** Quanten-Transportsimulation einer 2-Punkt-Geometrie, basierend auf dem exakten elektrostatischen Model von A06. Die inverse Transmission $1/T$ ist proportional zu R_{xx}. **c)** Räumlich aufgelöstes, elektrisches Potential im Bereich der Gatestreifen bei $V_t = -3\,\mathrm{V}$ und $V_g = 40\,\mathrm{V}$. **d)** Ladungsträgerdichteprofil an der in (b) mit einem Stern markierten Gatekonfiguaration. **e)** Potentialprofil. Die Resonatorlängen $L_{t,g}$ variieren mit den Gatespannungen V_t, V_g. Grafik adaptiert aus [96].

Einen weiteren überzeugenden Beweis, dass es sich bei Widerstandsmustern im bipolaren Regime um eine Überlagerung der von den einzelnen Resonatoren mit den Längen L_t, L_g herrührenden Resonanzen handelt, geben die Messungen an Probe B05 wieder. B05 wurde auf hBN transferiert, weist aber aufgrund des per ALD aufgebrachten Aluminiumoxids als Topgate-Dielektrikum nur eine Beweglichkeit von $\mu \simeq 8\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ auf. Eine REM-Aufnahme der unterschiedlichen Messtrecken von B05 ist in Abb. 6.1a zu sehen. Die Periode des Bereichs mit $M = 5$ Topgatestreifen ist $a = 100\,\mathrm{nm}$, im Bereich $M = 2$ ist $a = 200\,\mathrm{nm}$. Die geometrische Topgate-Streifenbreite ist jeweils $L \simeq 25\,\mathrm{nm}$. Abbildung 7.4 zeigt die Widerstandskarte, sowie deren Ableitung $\partial R/\partial V_g$ bei unterschiedlichen Temperaturen. Für $M = 5, a = 100\,\mathrm{nm}$ ist die Superpostion der Oszillationen bei $T = 1.5\,\mathrm{K}$ (b) deutlich zu erkennen, während sie bei $T = 50\,\mathrm{K}$ (c) in das einfache Oszillationsmuster der kürzeren Barriere übergeht. Für die größere Periode $a = 200\,\mathrm{nm}$ lässt sich aufgrund der geringen ballistischen Länge selbst bei $T = 1.5\,\mathrm{K}$ (e) keine Überlagerung der ungleich langen Resonatoren mit $L_t < L_g$ beobachten.
Die Temperaturabhängigkeit der FP-Oszillationen eines einzelnen Topgate-Sweeps ist in Abb. 7.5a dargestellt und zeigt den Übergang überlagerter Oszillationen zweier Resonatoren L_t, L_g zu einer vom einzelnen Resonator L_t herrührenden Signatur. Abbildung 7.5b stellt eine Abschätzung der ballistischen Länge in Abhängigkeit der Temperatur dar.

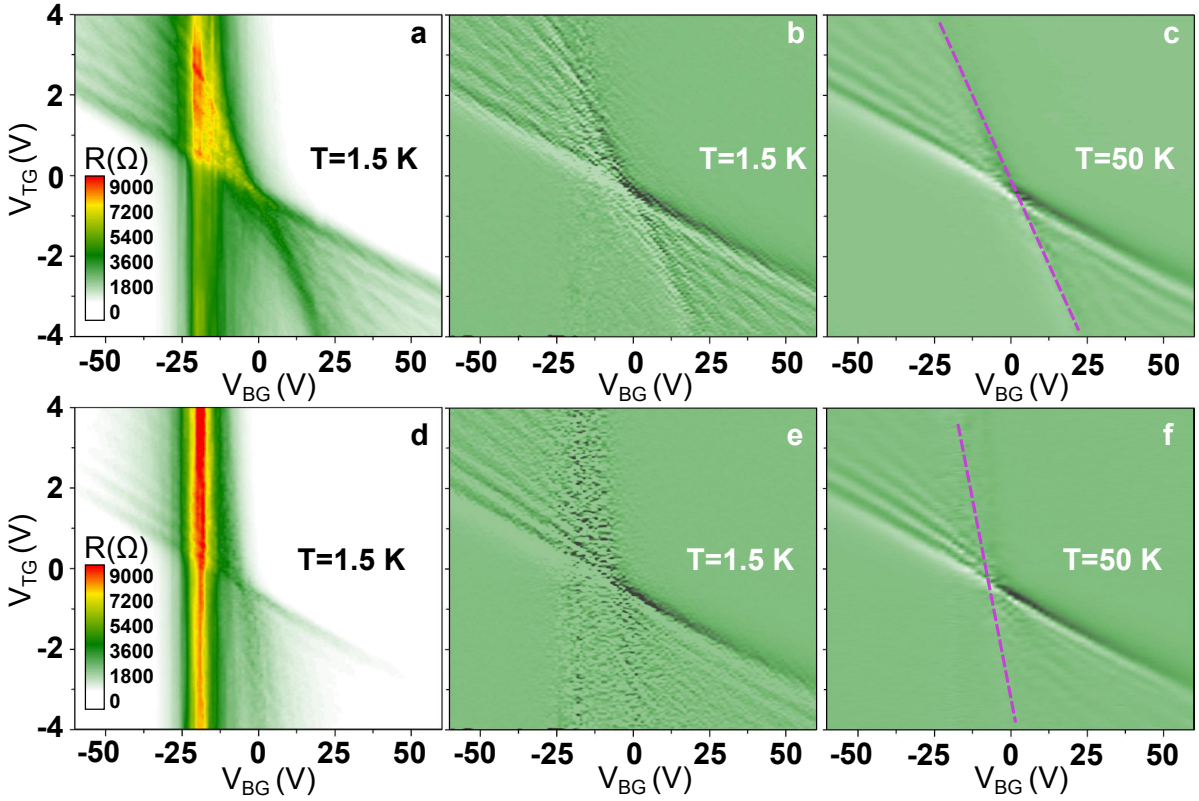


Abbildung 7.4: Temperaturabhängigkeit der FP-Oszillationen. a) Farbkarte des longitudinalen Widerstands R_{xx} der Probe B05 in der Region ($M = 5, a = 100\,\mathrm{nm}, L \simeq 25\,\mathrm{nm}$) bei $T = 1.5\,\mathrm{K}$. Im bipolaren Regime treten einander überlagerte FP-Resonanzen der beiden Resonatoren mit L_t, L_g auf (vgl. Abb. 7.3e). **b)** Dasselbe Bild als $\partial R/\partial V_t$ mit dem Superpositionsmuster im bipolaren Bereich. **c)** Bei 50 K ist nur noch die Resonanz der Barrieren L_t unter den schmalen Topgate-Streifen erkennbar. **d)** Farbkarte der Region mit ($M = 2$, $a = 200\,\mathrm{nm}, L \simeq 25\,\mathrm{nm}$) bei $T = 1.5\,\mathrm{K}$. **e)** Die ballistische Länge der Probe reicht bei 1.5 K nicht aus, um Resonanzen der Kavität $L_g \lesssim a - L$ abzubilden. **f)** Bei $T = 50\,\mathrm{K}$ sind analog zu (c) die Oszillationen der kürzeren Barriere L_t erkennbar. Die gestrichelten violetten Linien in (c) und (f) deuten die unterschiedlichen Steigungen der Ladungsneutralitätslinie der Bereiche zwischen den Topgates an, die sich aufgrund der unterschiedlichen Periode der Übergitter - und damit Potentiallandschaft - ergeben. Grafik veröffentlicht in [96].

Die mittlere freie Weglänge wurde über die Ladungsträgerdichte aus dem Plattenkondensatormodell (Gl. (2.11)) und die Feldeffekt-Beweglichkeit (Gl. 2.18) zu $l_p \approx 105\,\mathrm{nm}$ bestimmt und als temperaturunabhängig im gezeigten T-Intervall angenommen (vgl. Abschnitt 2.5.1). Die Phasenkohärenzlänge l_ϕ wurde für das diffusive Limit (blau) und das ballistische Limit (schwarz) nach den Gln. (2.23) und (2.24) berechnet, wobei die Koeffizienten $\alpha = 1.5$ und $\beta = 2.5$ analog zu Literaturwerten für ähnliche Probenparameter (μ, n, SiO_2 als Substrat) [45] gewählt wurden. Die resultierende ballistische Länge $l_b = v_F\tau$ (grün) ergibt sich aus der Gesamtstreurate τ, berechnet über die Matthiessen'sche Regel (2.21). Der Absolutwert und die Abnahme von l_b mit T spiegeln die Tendenz der Temperaturabhängigkeit der mit $l_b > L_i$ bedingten FP-Resonanzen in Abb. 7.5a bereits plausibel wieder, auch wenn das Experiment eine noch stärkere, temperaturbedingte Dämpfung erahnen lässt. Außerdem ist es denkbar, dass die Beweglichkeit im lokal modulierten Bereich etwas geringer ausfällt, als über den Feldeffekt im Außenbereich angenommen, was zu einer Reduktion von l_p führen würde. Ebenso können weitere, hier nicht einbezogene Streumechanismen oder eine andere Gewichtung α, β in den Gln. (2.23) und (2.24) zu einer schnelleren Abnahme von $l_b(T)$ führen. So würde z. B. eine deutlich stärker gewichtete diffusive Streuung $\alpha \approx 10$ eine dem Experiment ähnlichere Temperaturabhängigkeit liefern (gestrichelte grüne Kurve in Abb. 7.5b).

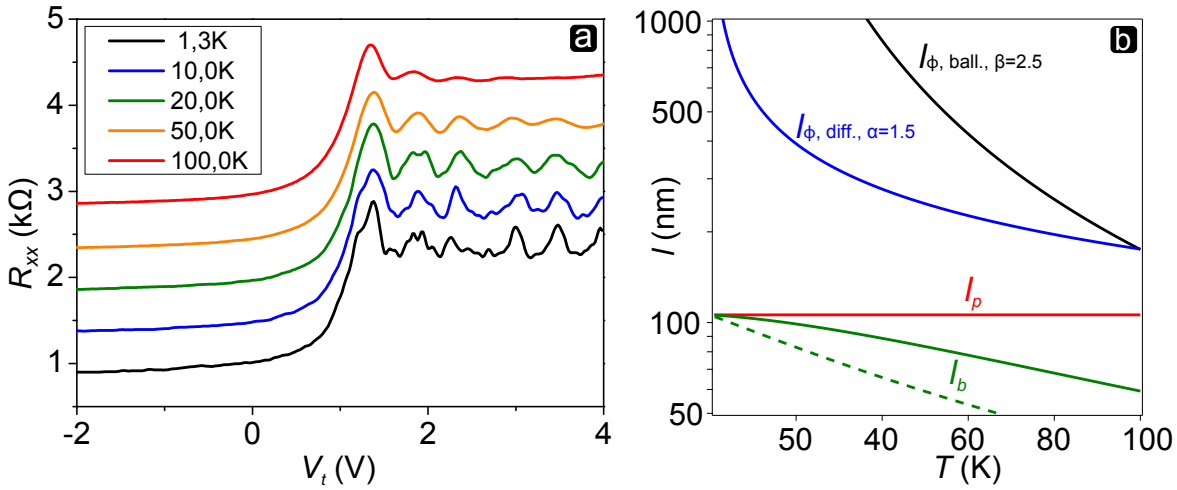


Abbildung 7.5: T-Abhängigkeit eines Togate-Sweeps und Abschätzung der ballistischen Länge. a) Topgate-Sweep an Probe B05 ($M = 5, a = 100\,\mathrm{nm}, L \simeq 25\,\mathrm{nm}$) bei $V_g = -40\,\mathrm{V}$ ($n \approx 1.3 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$) und unterschiedlichen Temperaturen. Während bei niedrigen T die Superposition zweier Resonatoren mit den Längen L_t, L_g überwiegt, ist bei höheren T nur noch die Resonanz des kürzeren Resonators der Länge L_t zu sehen. Die Kurven wurden der Übersicht halber um je $500\,\Omega$ gegeneinander verschoben. **b)** Abschätzung der ballistischen Länge (grün) in Abhängigkeit von T. Grafik (a) veröffentlicht in [96].

7.2 Graphen-Bornitrid-Heterostrukturen

Während die Proben A06 und B05 durch das Substrat bzw. Topgate-Dielektrikum in ihrer Qualität limitiert wurden, stellten die mithilfe des nassen PMGI/PMMA-Transfers (vgl. Abschnitt 6.2) bzw. mithilfe des trockenen PPC-Transfers hergestellten hBN/Gr/hBN-Strukturen A60 und A71 eine wesentliche Verbesserung dar. Dieses eingekapselte Graphen erzielte im Vergleich zu den im vorigen Abschnitt 7.1 präsentierten Proben eine deutlich höhere Elektronenbeweglichkeit von $\mu_e^{A60} \approx 45\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ bzw. $\mu_e^{A71} \approx 150\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$. Wir diskutieren hier das Verhalten von A60 und A71 bei $B = 0$ und prüfen im Anschluss einen möglichen Einfluss des Übergitters auf den Transport. Probe A60 wird außerdem später bei der Beschreibung des Verhaltens von Übergittern im Quanten-Hall-Regime wieder aufgegriffen. A71 offenbarte wiederum Weiss-Oszillationen, die ebenfalls weiter unten besprochen werden.

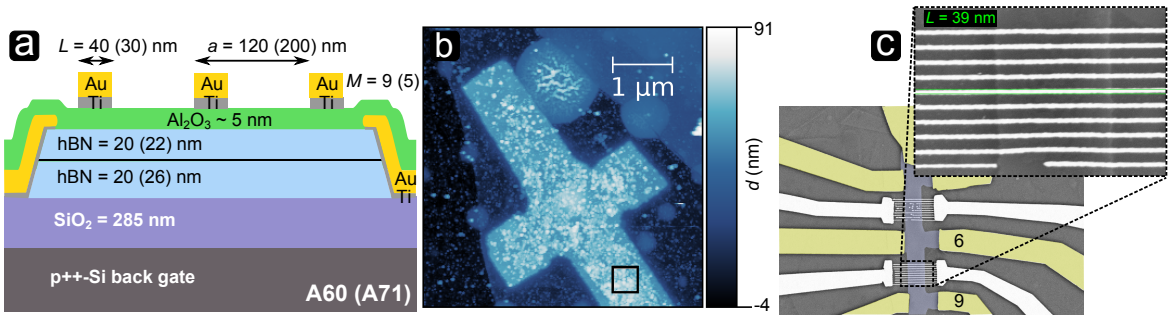


Abbildung 7.6: Proben A60 und A71. a) Schematischer Längsschnitt mit den Parametern für A60 (A71). **b)** AFM-Ausschnitt der mit CHF_3/O_2 geätzten Hallbar der Probe A60. Um die Struktur sind Bläschen und Einschlüsse zwischen den gestapelten Schichten erkennbar. **c)** REM-Aufnahme von A60. Die Spannungsabgriffe, sowie Source- und Drainkontakte sind gelb hervorgehoben. Die Vergrößerung zeigt eine intakte Topgatestruktur mit $M = 9$ Perioden.
.

Abbildung 7.6a zeigt einen schematischen Längsschnitt der Proben A60 und A71 mit den jeweiligen Parametern der realen Geometrien. Das eingekapselte Graphen wurde mit $3 - 5\,\mathrm{nm}$ Ti als Haftvermittler und $50 - 55\,\mathrm{nm}$ Au kontaktiert, welches neben dem in der Literatur etablierten Cr und Au ebenfalls akzeptable Randkontakte zum Graphen erzeugt. Um Kurzschlüsse zwischen Topgate und leitendem Kanal zu vermeiden, wurde eine dünne Schicht Al_2O_3 per ALD auf die gesamte Probe abgeschieden. Eine Hartmaske aus Aluminium kam bei diesen beiden Proben indes noch nicht zum Einsatz, weswegen die Oberfläche der Heterostrukturen durch PMMA-Reste deutlich aufgeraut war, wie für den Fall von A60 im 7.6b gezeigten AFM-Ausschnitt zu erkennen ist. Die per schwarzem Quadrat gekennzeichnete Fläche von $400 \times 400\,\mathrm{nm}$ weist eine Rauigkeit im quadratischen Mittel von 6 nm auf. Bei den meisten, ähnlich hergestellten Proben war diese Rauigkeit mit ein Grund, der zur Zerstörung des Topgate-Gitters bzw. zu einem sehr inhomogenen Potentialprofil führte. Bei A60 und A71 bildeten sich die Topgatestreifen nach dem Lift-Off trotz der rauen

Oberfläche gut aus. Das nach dem Messen aufgenommene REM-Bild von A60 in 7.6b zeigt die Hallbar und in der Vergrößerung eine der beiden stabilen Topgatestrukturen.
Farbkarten des longitudinalen 4-Punkt-Widerstands von Probe A60 und A71 sind in Abb. 7.7a bzw. Abb. 7.7b dargestellt. Einzelne Top- und Backgate-Sweeps werden als Schnitte der Farbkarten in Abb. 7.7c,d bzw. e,f dargestellt. Für beide Proben wurde von Ming-Hao Liu ein detailliertes Model der Elektrostatik erzeugt und der Einfluss der Gates auf die Ladungsträgerdichte simuliert. Abbildungen 7.7g,h,i,j zeigen die Evolution des Ladungsträgerdichteprofils $n(x)$ für jeweils eine fixe und eine variable Spannung an den von einander unabhängigen Gateelektroden. Die Verschiebung der Profile mit der Gatespannung entspricht den in den Farbkarten 7.7a,b rot gestrichelten (a) bzw. weiß gestrichelten (b) Sweeps.
Aufgrund der relativ breiten Topgatestreifen ($L \approx 40\,\mathrm{nm}$) in Relation zur Periode $a = 120\,\mathrm{nm}$ sowie der relativ dicken, oberen Isolatorschicht von 25 nm ist das Gate-Intervall für das bipolare Regime von Probe A60 in Abb. 7.7a recht schmal. Der Verlauf von $n(x)$ in 7.7g zeugt vom starken Einfluss der Topgates auf den Bereich zwischen den Streifen, auch erkennbar am relativ breiten intermediären Regime in der Farbkarte des Widerstands (a). Die Wirkung der lokalen Gates auf die Zwischenbereiche bei Probe A71 ist bei ähnlicher Isolatordicke etwas weniger stark ausgeprägt, wie der vergleichbare $n(x)$-Plot (i), sowie der schmalere, intermediäre Bereich in der Farbkarte (b) verdeutlichen. Die einander überlagerten FP-Oszillationen der beiden Resonatoren mit den Längen L_t, L_g sind in Abb. 7.7b klar ausgeprägt und unterstreichen die Qualität des Topgates, das sich hier insbesondere durch eine geringe Varianz der Streifenbreite äußert. Die markanten Peaks im Backgate-Sweep von Abb. 7.7f lassen eine grobe Abschätzung der effektiven Breiten der Potentialbarrieren mithilfe der Gl. (3.18) zu. So liefern die Peaks nach aufsteigender Ordnung $L_g^{j=1} = 53$, $L_g^{j=2} = 72$, $L_g^{j=3} = 91$, $L_g j = 4 = 100$ nm. Die starke Varianz erscheint auch ohne Bemühen der numerischen Lösung der Resonanzbedingung (7.1) plausibel, da sich die effektiven Resonatorlängen $L_{t,g}$ aufgrund der Potentialform stark mit der Gatespannung ändern (vgl. Dichteprofil in Abb. 7.7j).
Abschließend sollen die in hBN eingekapselten Proben mit den Proben aus dem vorigen Abschnitt 7.1 verglichen werden. Die mittlere freie Weglänge von A60 bei $n = 1 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ ergibt sich zu $l_p \approx 530\,\mathrm{nm}$, was 4.4 Perioden entspricht. Bei A71 ergibt die 3-fach höhere Beweglichkeit eine mittlere freie Weglänge von $l_p = 1.8\,\mu\mathrm{m}$, was wiederum 8.8 Perioden entspräche. Allerdings besteht das Topgate von A71 nur aus $M = 5$ Streifen, sodass die beiden Proben einen ähnlichen Übergittereinfluss spüren sollten. Abbildung 7.8a zeigt Backgate-Sweeps der Proben A06, A60 und A71 bei ähnlichen Topgate-Spannungen, in Abb. 7.8b wird wiederum die von Ming-Hao Liu simulierte Antwort auf die Veränderung der ballistischen Länge des Systems (vgl. Kap. 4.3) wiedergegeben. Es wurde bereits in Abschnitt 7.1 gezeigt, dass die geringe Beweglichkeit von A06 die ballistische Länge auf $l_b \approx a$ beschränkt. Die Antwort des Systems für $(M = 2) \mathrel{\widehat{=}} (l_b = 2a)$ in der phasenkohärenten Transportsimulation (Abb. 7.8b(i)) ist der gemessenen Gateabhängigkeit des Widerstands von A06 qualitativ sehr ähnlich.

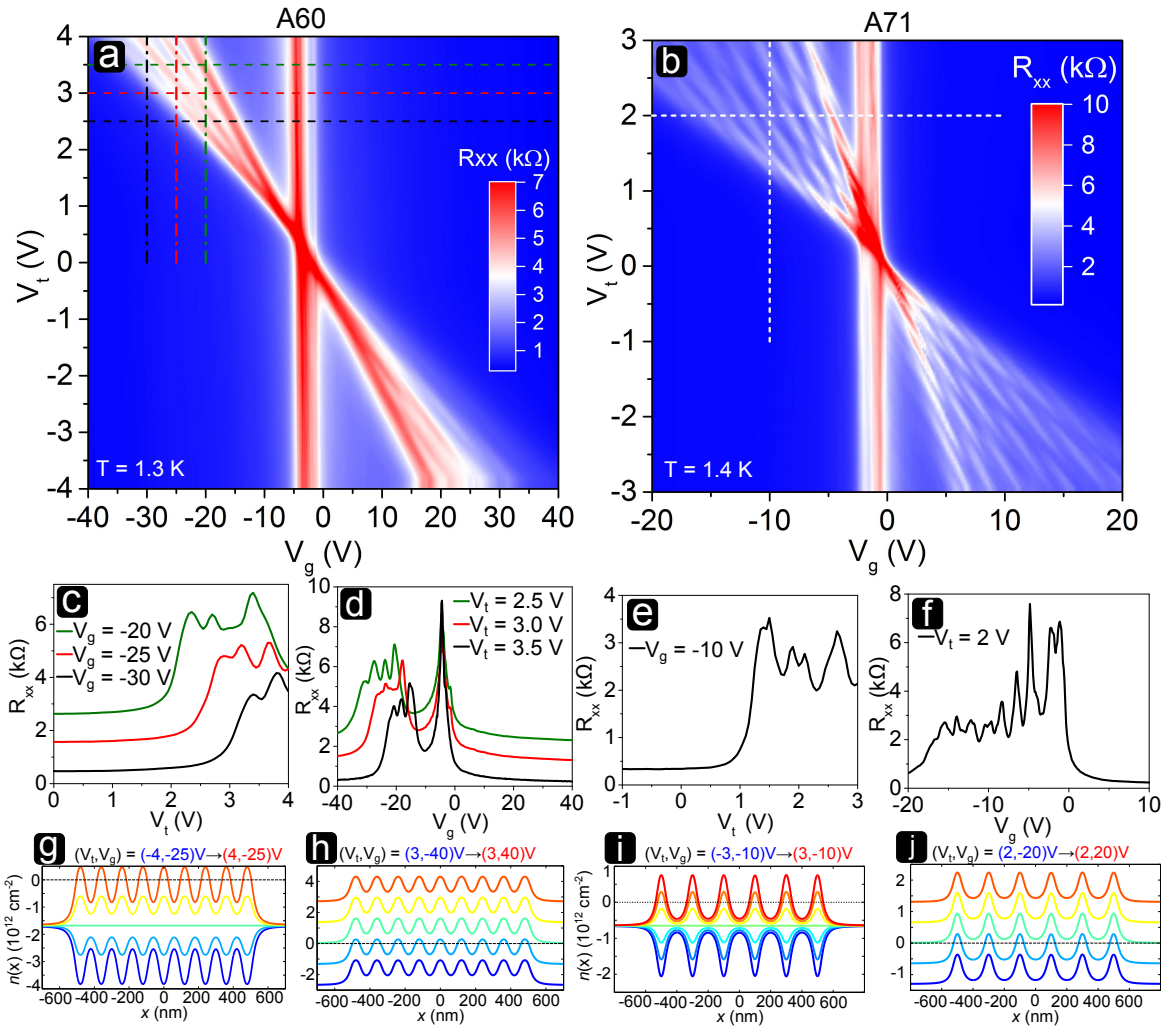


Abbildung 7.7: Vergleich der Proben A60 und A71 bei B=0. a,b) Farbkarten des longitudinalen 4-Punkt-Widerstands der beiden Proben A60 und A71. Die 4-Punkt-Spannung von A60 (a) wurde zwischen den Potentialsonden 6 und 9 aus Abb. 7.6 gemessen. **c,d)** Gate-Sweeps entsprechen gestrichelten, farbkodierten Schnitten aus (a). Die Kurven wurden der Übersichtlichkeit halber um 1 kΩ gegeneinander verschoben. **e,f)** Gate-Sweeps entsprechen weiß gestrichelten Schnitten in (b). **g,h)** Ladungsträgerdichteprofile $n(x)$ für die roten Kurven aus (c,d). **i,j)** $n(x)$ für die in (e,f) dargestellten Sweeps.

Vergleicht man zunächst die experimentellen Kurven der eingekapselten Proben A60 und A71 mit der niedrig-beweglichen Probe A06, sind die Peaks der FP-Oszillationen bei den ersteren deutlich ausgeprägter und höher, relativ zum globalen Dirac-Punkt. Mit der Simulation für $(M = 5) \widehat{=} (l_b = 5a)$ (Abb. 7.8b(ii)) ergibt sich qualitativ eine gute Übereinstimmung dieser Peakhöhen und die Messungen bestätigen somit die Vorhersage der Quanten-Transportsimulation.

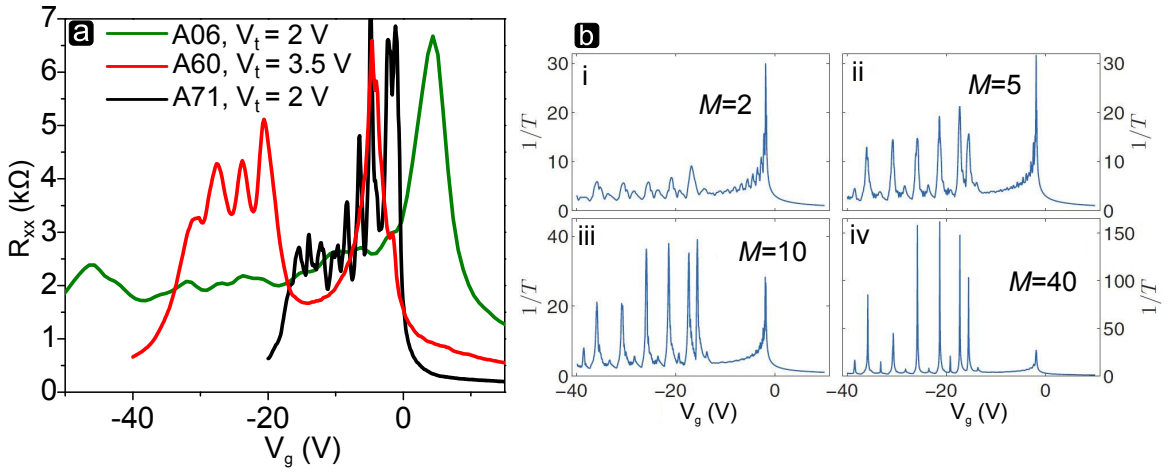


Abbildung 7.8: Vergleich von Experiment und Quanten-Transporttheorie.
a) Backgatesweeps an Proben A06, A60 und A71 bei ähnlicher mittlerer Elektronendichte. Der Vergleich mit **(b)** zeigt in Abhängigkeit der ballistischen Länge der Proben gute, qualitative Übereinstimmung der FP-Peakhöhen relativ zum Original-DP. Grafik (b) aus [96].

.

7.3 Übergitter mit strukturierten Bottomgates

Durch die Einführung strukturierter Bottomgates (PBG, siehe Abschnitt 6.5) erreichte die Übergitterqualität und Zuverlässigkeit im Rahmen dieser Arbeit ihren Höhepunkt. Neben der Suche nach Kommensurabilitätseffekten (siehe Kap. 9) boten sich diese Proben auch zur weiteren Untersuchung von bipolaren Übergittern und des möglichen Einflusses einer Minibandstruktur an.
Hier werden zwei Schwesterproben J11 und J12 diskutiert, die über ein PBG moduliert wurden und dank der Einkapselung in hBN eine relativ hohe Beweglichkeit $\mu \gtrsim 50\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ aufwiesen. Abbildung 7.9a zeigt den Längsschnitt mit den zugehörigen geometrischen Parametern dieser beiden Proben. In der AFM-Aufnahme 7.9b ist wiederum das aus vier Lagen bestehende PBG von Probe J11 abgebildet. Das Gitter erscheint sehr regulär, sodass eine eindeutige Zuordnung der Resonatoren bei der Vermessung des bipolaren Regimes erwartet werden kann. Das Höhenprofil weist Kanten von ca. 4 nm Amplitude auf. Wie bereits in Kap. 6.5 erwähnt, würde man bei dreilagigem Graphen aufgrund des Basalebenenabstandes der einzelnen Monolagen eher eine Höhe von ca 1 nm erwarten. Somit lassen die überhöhten Kanten auf Lackreste auf der Struktur schließen, die als zusätzliche dielektrische Schicht betrachtet werden müssen.

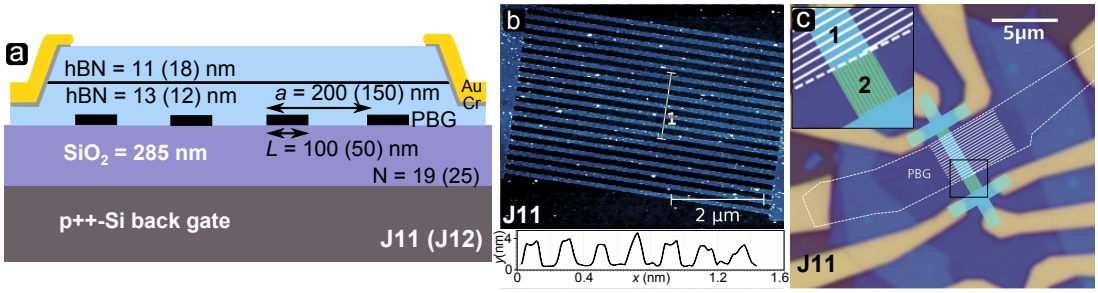


Abbildung 7.9: Probengeometrie von J11 und J12. a) Schematischer Längsschnitt der Proben J11 und J12 mit den zugehörigen Geometrieparametern. **b)** AFM-Aufnahme der PBG-Struktur von J11 vor dem Transfer der Heterostruktur. Das Höhenprofil wurde entlang der weißen Linie aufgenommen. **c)** Optisches Mikroskopbild der kontaktierten hBN/Gr/hBN-Mesa (blau hervorgehoben). Das darunterliegende und unter den Kanten der unteren hBN-Flocke hervorstehende PBG ist weiß gestrichelt markiert. Der Inset zeigt schematisch den lokal-modulierten (1) und den äußeren Bereich (2). Grafiken (b,c) adaptiert aus [97].

Die Heterostrukturen J11 und J12 wurden durch die trockene van der Waals-Stapelmethode mithilfe einer PPC-Membran auf die vorstrukturierten PBGs transferiert (vgl. Abschn. 6.3). Im darauffolgenden Schritt wurden die PBG/hBN/Gr/hBN/-Stapel mit CHF_3/O_2 in eine Hallbar-Geometrie geätzt (Prozessparameter siehe Anhang A), wobei die Ätztiefe ins hBN genau eingestellt werden musste, um das PBG nicht zu zerstören. Dies gelang, da die Dicke des unteren hBN $d > 10\,\mathrm{nm}$ gewählt wurde. Für geringere d muss

eine sequenzielle Ätzprozedur angewendet werden (vgl. Abschnitt 6.6). Die Randkontaktierung erfolgte jeweils mit 3 nm Cr als Haftvermittler und 80 nm Au als Kontaktmetall. Das unter der hBN/Gr/hBN-Struktur hervorstehende PBG wurde schließlich in einem separaten Lithographie- und Metallisierungsschritt oberflächlich mit Cr und Au bedampft (Abb. 7.9c).
Wir betrachten zunächst die Gate-Antwort der beiden Proben J11 und J12 bei $B = 0$. Abbildungen 7.10a,b zeigen den longitudinalen 4-Punkt-Widerstand R_{xx}, aufgetragen gegen das lokal wirkende PBG (V_p) und das globale Backgate (V_g). Analog zu den bisher diskutierten Topgate-Proben ergeben sich in der $R_{xx}(V_p, V_g)$-Karte vier Quadranten unterschiedlicher Polarität, pn', nn', pp' und np'. Die PBG-Streifen schirmen das Backgate nahezu vollständig ab, wie anhand der annähernd horizontalen Ladungsneutralitätslinie des Bereichs oberhalb der Streifen (in Abb. 7.10a mit blauem Pfeil markiert) zu erkennen ist. Dabei ist die Abschirmung des PBG von Probe J11 stärker als die des PBG von J12, was wiederum zum leichten Unterschied der Steigungen der beiden Neutralitätslinien führt. Das Backgate von Probe J12 hat somit auf die Bereiche oberhalb der Streifen einen höheren Einfluss, der sich über die Anzahl der Lagen des PBG begründen lässt. Das PBG von J11 ist nämlich vier Lagen, das von J12 nur zwei Lagen dick.
Die diagonale, mit einem pinken Pfeil markierte Neutralitätslinie in Abb. 7.10a repräsentiert wiederum den Dirac-Punkt der Bereiche zwischen den Streifen, die aufgrund von Streufeldern sowohl vom PBG, als auch vom Backgate kontrolliert werden. Die mit einem grünen Pfeil markierte, vertikale Neutralitätslinie hohen Widerstands ergibt sich durch den PBG-unabhängigen Dirac-Punkt des äußeren Bereichs (2) zwischen den Spannungsabgriffen der Hallbar (vgl. Abb. 7.2b). Beide Proben weisen zudem ein ausgeprägtes, reguläres FP-Interferenzmuster auf, welches eine vernachlässigbare Varianz und damit auf die bereits weiter oben attestierte, hohe Regularität der PBG-Streifenbreite L vermuten lässt.[1]
Abbildung 7.10c zeigt einen Schnitt durch die Farbkarte von J11 (gestrichelte Linie in Abb. 7.10a), sowie die zugehörige Leitfähigkeit, aus deren linearen Verlauf bei geringen Dichten und der klassischen Gatekapazität eine Beweglichkeit von $\mu_e = (130\,000 \pm 20\,000)\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ in den äußeren Bereichen der Messstrecke extrahiert wurde. Allerdings erscheint dieser Wert etwas zu hoch. Da Teile der Messstrecke von strukturierten Bottomgates abgeschirmt werden, ist die Änderung der Ladungsträgerdichte nur im äußeren unmodulierten Bereich homogen. Eine eindeutige Bestimmung des Geometriefaktors ist dementsprechend nicht möglich. Eine etwas plausiblere Abschätzung $\mu \approx 55\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ liefert der Magnetowiderstand der Probe J11 im demodulierten Regime, der in Abschnitt 9.1 diskutiert wird.

[1] Eine Varianz der Streifenbreiten ergibt i. A. ein irregulär wirkendes Interferenzmuster im bipolaren Regime, welches durch die unterschiedlichen Resonatorlängen hervorgerufen wird.

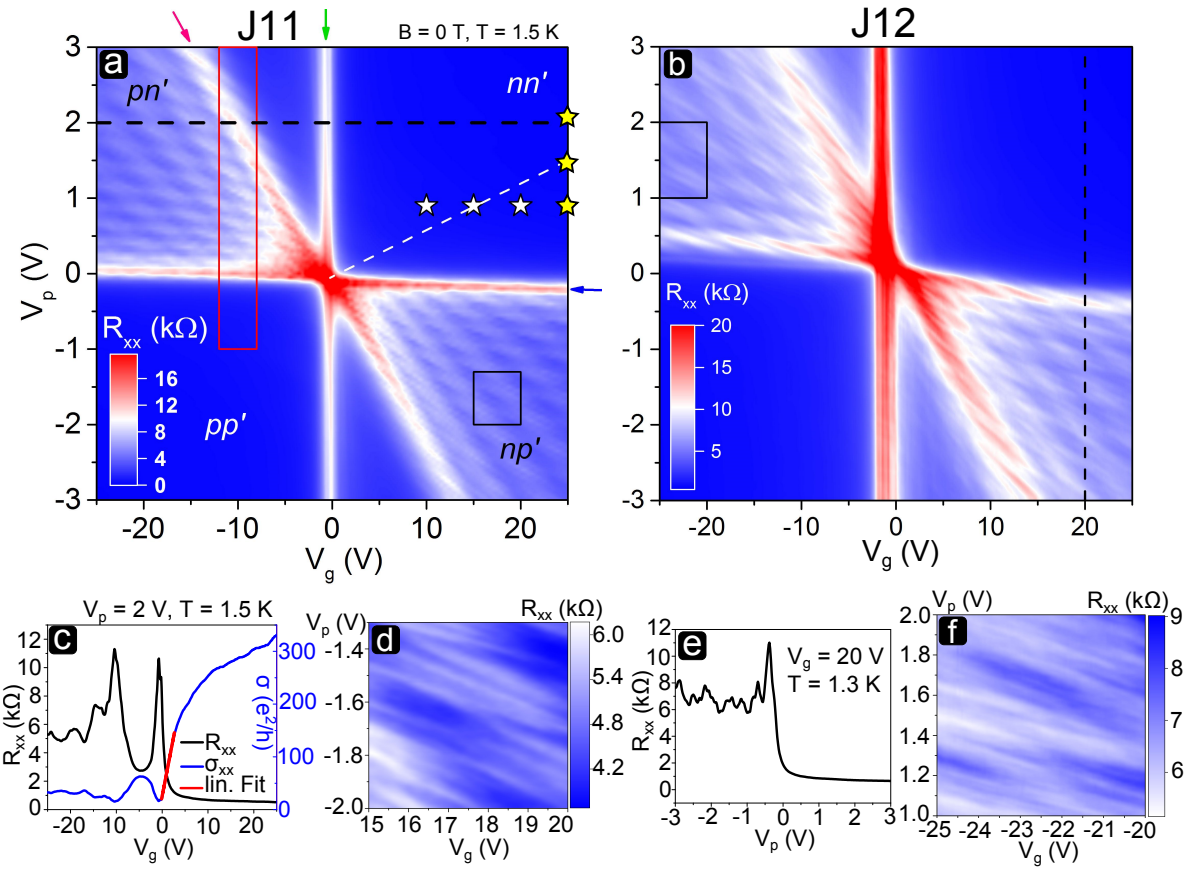


Abbildung 7.10: Proben J11 und J12 bei B=0. a) Longitudinaler 4-Punkt-Widerstand R_{xx}, in Abhängigkeit von PBG-Spannung V_p und Backgatespannung V_g. Die mit bunten Pfeilen markierten Neutralitätslinien in der Farbkarte werden im Text angesprochen. Die mit Sternen markierten Positionen sowie die schräge, weiß gestrichelte Linie, die die Gatekonfiguration des demodulierten Übergitters ($n = n'$) markiert, werden in Kap. 9 diskutiert. **b)** $R_{xx}(V_p, V_g, B = 0)$ von Probe J12. **c)** Einzelner Backgate-Sweep, entspricht schwarz gestricheltem, horizontalem Schnitt durch (a). Aus der linearen Steigung der zugehörigen Leitfähigkeit - berechnet aus R_{xx} mithilfe des Geometriefaktors der Messstrecke $x/W = 6.7$ - wurde μ zu hoch abgeschätzt. **d)** Feine Oszillationen im bipolaren Regime von J11, schwarz umrandeter Ausschnitt in (a). **e)** Einzelner PBG-Sweep, entspricht schwarz gestrichelter Linie in (b). **f)** Feine Oszillationen von R_{xx} in Probe J12. Ausschnitt zeigt schwarz umrandetes Rechteck in (b). Grafik (a-c) veröffentlicht in [97].

Für Probe J11 wurde von Ming-Hao Liu unter erhöhtem Rechenaufwand eine Quanten-Transportsimulation durchgeführt, die eine in ihren Dimensionen reduzierte Hallbargeometrie und drei PBG-Streifen einbezieht (Inset Abb. 7.11a). Abbildung 7.11b zeigt den np'-Quadranten als Resultat dieser vollständig phasen-kohärenten Simulation, wobei die Farbe in diesem Fall tatsächliche Widerstandswerte repräsentiert. Die einander überlagerten FP-Oszillationen weisen in dieser komplexeren Simulation eine außerordentlich gute, qualitative Übereinstimmung mit der Amplitudenverteilung der FP-Peaks im Experiment auf. Der absolute Widerstand ist allerdings niedriger als in der experimentelle Farbkarte Abb. 7.10a, da mögliche Unordnung des Systems in der Simulation nicht berücksichtigt wird. Aufgrund vollständiger Phasenkohärenz treten im intermediären Regime höher-frequente Oszillationen auf, die vom Resonator hervorgerufen werden, der sich an den bipolaren Übergängen zwischen lokal moduliertem und äußerem Gebiet innerhalb der Messstrecke ausbildet (vgl. Abb. 7.2b,c). Feine Oszillationen sind auch im bipolaren Regime als Überlagerung zu den "groben" FP-Oszillationen der einzelnen Resonatoren bei genauerer Betrachtung sichtbar und werden weiter unten diskutiert. Der einzelne Backgate-Sweep in Abb. 7.11a weist ebenfalls eine gute Übereinstimmung zu der Messkurve in Abb. 7.10c bei gleichen Einstellungen (V_p, V_g) auf. Die Amplitude der FP-Oszillationen sinkt - ähnlich wie im Experiment - mit höherer Ordnung ab, was insbesondere die auf eine Mode reduzierte 1D-Quanten-Transportsimulation (Abb. 7.8b) nicht eindeutig wiedergibt.

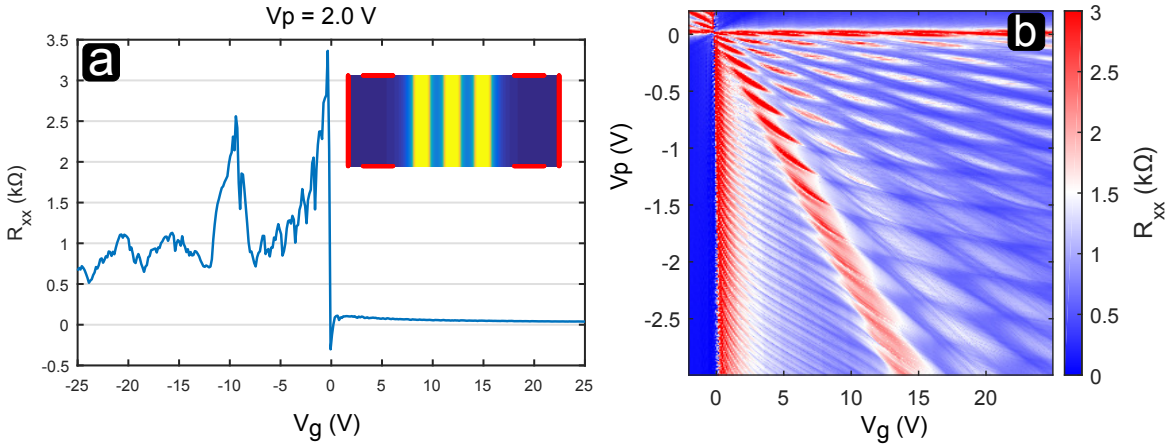


Abbildung 7.11: Transport-Simulation der Probe J11. a) Backgate-Sweep in Analogie zu Abb. 7.10c. Das Inset zeigt die simulierte Geometrie, mit der Weite des leitenden Kanals $W = 600\,\mathrm{nm}$ und Breite der Potentialsonden $b = 200\,\mathrm{nm}$. **b)** np'-Quadrant der Geometrie aus dem Inset in der vollständig phasenkohärenten Simulation. Im intermediären Bereich treten Oszillationen höherer Frequenz auf, die jedoch im Experiment nicht aufgelöst wurden. Die Grafik wurde bereitgestellt von Ming-Hao Liu.

Im Folgenden soll auf mögliche Übergittereffekte in den Proben J11 und J12 eingegangen werden. Für Probe J11 mit $\mu \approx 55\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ ergibt sich bei einer Dichte von $n = 1 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ eine mittlere freie Weglänge von $l_p \simeq 640\,\mathrm{nm} = 3.2a$. Die

Schwesterprobe J12 weist mit $\mu = 93\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ aus dem Plattenkondesatormodell bzw. $\mu = 130\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ über den Magnetowiderstand eine höhere Beweglichkeit auf. Die mit letzterer bestimmte mittlere freie Weglänge bei $n = 1 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ ist $l_p \approx 1.5\,\mu\mathrm{m} = 10a$. Insbesondere in Probe J12 wäre sowohl l_p, als auch die tatsächliche Anzahl der Perioden M ausreichend hoch, um sich einem Effekt der Minibandstruktur (vgl. Quanten-Transportsimulation aus Abb. 7.8b) weiter anzunähern. Tatsächlich weisen beide Proben eine bisher unbeobachtete Feinstruktur im FP-Oszillationsmuster im bipolaren Regime auf, wobei die auftretenden feinen Interferenzlinien das grobe FP-Muster der grundlegenden Resonatoren der Längen L_p, L_g überlagern. Die Abbildungen 7.10d,f zeigen jeweils eine Vergrößerung der schwarz eingerahmten Bereiche in 7.10a,b und wurden mit einer sehr feinen Auflösung von 5 mV in V_p und 20 mV in V_g (d), bzw. 2 mV in V_p und 50 mV in V_g (f) aufgenommen.
Als Ursprung der feinen Oszillationen erscheint zunächst ein großer, geometrischer Resonator im Außenbereich der Messstrecke (vgl. Bereich 2 in Abb. 7.9c) naheliegend. Die feinen Oszillationen werden jedoch von beiden Gates manipuliert und liegen praktisch parallel zu den "groben" Oszillationen der vom PBG herrührenden, einzelnen Resonatoren der Längen L_p, L_g. Somit kommt nur ein dem Übergitter überlagerter, langer Resonator im lokal-modulierten Bereich als Erklärung in Frage. Ein "geometrischer" Resonator generiert allerdings FP-Oszillationen mit einer relativ fixen Frequenz, wobei diese nur geringfügig mit der Temperatur variieren sollte, da Elektronen aufgrund der thermisch bedingten Aufweichung der Fermi-Kante leicht unterschiedliche Energien besitzen können. (Die Amplitude der Oszillationen hingegen ist aufgrund der abklingenden ballistischen Länge T-abhängig, wie bereits anhand von Abb. 7.5 diskutiert wurde.) Im Unterschied dazu weisen die feinen Oszillationen eine ausgeprägte Temperaturabhängigkeit der Frequenz auf. Die Abbildungen 7.12a-c zeigen den rot eingerahmten Ausschnitt der in Abb. 7.10a geplotteten Widerstandskarte von J11 in Abhängigkeit der Temperatur. In den Abb. 7.12d-f ist wiederum die Ableitung $\partial R/\partial V_g$ des schwarz eingerahmten Bereichs der Karte von J12 (Abb. 7.10b) bei variabler Temperatur T abgebildet. Probe J11 wurde am He-3 Kryostaten bis in den Bereich weniger 100 mK vermessen und offenbarte hierbei die feinsten Oszillationen (Abb. 7.12a). Diese dem groben FP-Interferenzmuster überlagerte Feinstruktur verblasst jedoch rasch mit steigender Temperatur und ist bereits bei $T \sim 15\,\mathrm{K}$ kaum noch erkennbar (Abb. 7.12c). Einen ähnlichen Verlauf weist auch Probe J12 auf (Abb. 7.12d-f). Die Temperaturabhängigkeit der Feinstruktur schließt einen großen, einzelnen, geometrischen Resonator als Ursprung der feinen Oszillationen somit aus und deutet stattdessen auf eine "variable" Resonatorlänge hin.

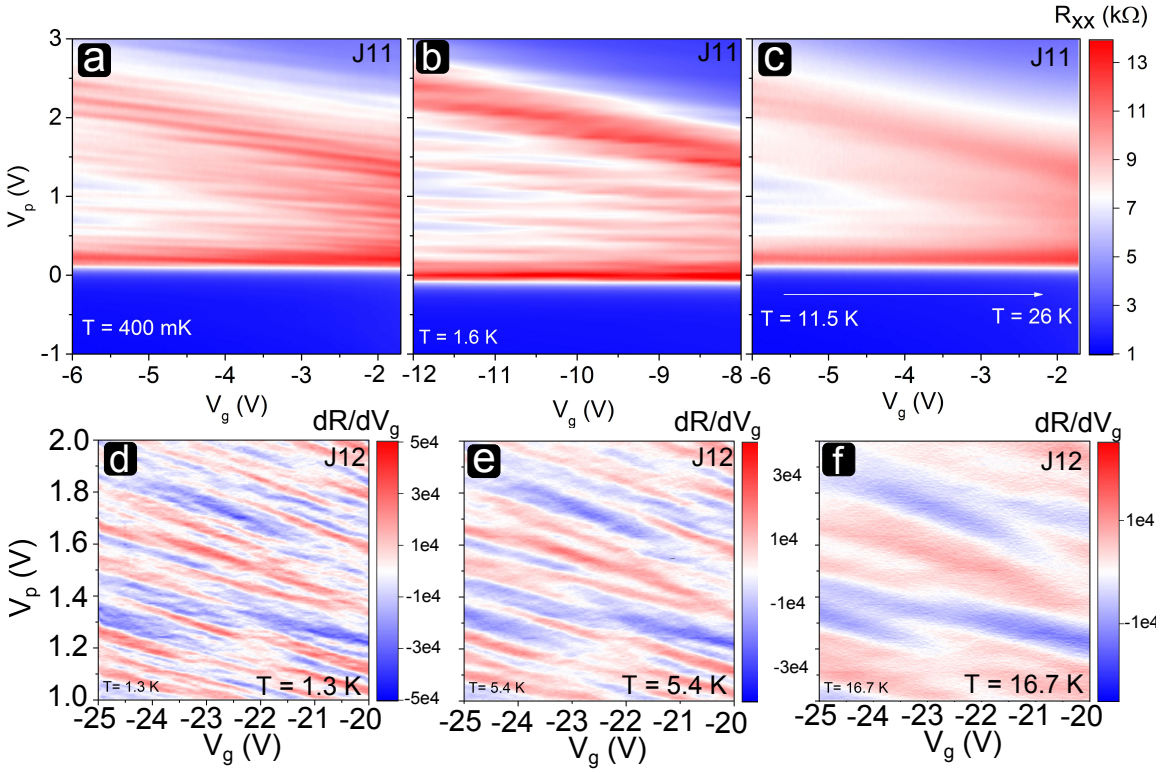


Abbildung 7.12: Temperaturabhängigkeit der FP-Feinstruktur. a-c) Feine Oszillationen im pn'-Gebiet von Probe J11 bei unterschiedlichen Temperaturen T. Die V_g-Skala ist zwischen (a,c) und (b) unterschiedlich, da (a,c) und (b) in verschiedenen Messzyklen aufgenommen wurden und es zwischenzeitlich zu einer leichten Dotierung kam. Bei (a,c) war der ursprüngliche Dirac-Punkt um ca. 6 V verschoben. **d-f)** Farbkarte der numerischen Ableitung von R_{xx} nach V_g der Probe J12, bei unterschiedlichen T.

Eine mögliche Erklärung für eine scheinbar variierende Resonatorlänge L_i liefern die in Abb. 7.2c als orange Pfeile skizzierten und im Theorieteil 4.2 angesprochenen Multibarrieren-Resonanzen über mehrere Übergitterperioden hinweg. Das schnelle Verschwinden des kurzperiodischen Interferenzmusters mit T lässt auf einen Wettbewerb unterschiedlicher Streuzeiten schließen, wobei deren unterschiedliche Temperaturabhängigkeiten ausschlaggebend sind. Während die Phasenkohärenzzeit τ_ϕ mit T abnimmt (vgl. Gl. (2.24)), ist in Graphen die Impulsrelaxationszeit τ_p unter 50 K relativ unabhängig von T (vgl. Abb. 2.6). τ_ϕ konnte in den quasi-ballistischen Proben J11 und J12 nicht experimentell bestimmt werden, da eine Signatur der schwachen Lokalisierung (vgl. z. B. [45]) ausblieb. Zudem gibt die experimentelle Literatur höchst unterschiedliche Werte für τ_ϕ in Proben mit ähnlichen Beweglichkeiten und Temperaturen an [143, 144]. Eine theoretische Abschätzung der Weglängen für Probe J11 mithilfe der Gln. (2.23) und (2.24) liefert die in Abb. 7.13 geplotteten Werte und Temperaturabhängigkeiten mit realen Probenparametern $n = 1 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ und $\mu = 55\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$, sowie frei gewählten Koeffizienten $\alpha = 2.5$ und $\beta = 2.5$. Im Bereich

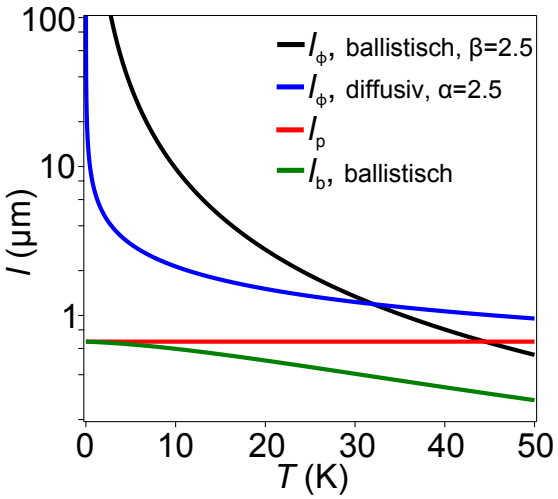


Abbildung 7.13: Abschätzung der ballistischen Länge in J11. Die berechneten Kurven zeigen die theoretischen Phasenkohärenzlängen des diffusiven und ballistischen Regimes, bzw. die mittlere freie Weglänge l_p. Für die Berechnung der ballistischen Länge l_b wurde nur das ballistische Limit von l_ϕ herangezogen.

$T < 1\,\mathrm{K}$ übersteigt die Phasenkohärenzlänge l_ϕ die Probendimensionen um ein Vielfaches, für höhere Temperaturen sinkt sie jedoch rasch gegen kleinere Werte. In der Abbildung ist sowohl das im diffusiven, als auch im ballistischen Limit genäherte l_ϕ dargestellt. Die mittlere freie Weglänge $l_p = 640\,\mathrm{nm}$ wurde, im gezeigten T-Intervall, erneut als T-unabhängig angenommen. Für die Berechnung der ballistischen Länge l_b (grüne Kurve) des Systems wurde aufgrund des vorherrschenden ballistischen Transports nur das aus Gl. (2.24) resultierende, *ballistische* τ_ϕ in $\tau = (1/\tau_p + 1/\tau_\phi)^{-1}$ (Matthiessen-Regel (2.21)) und damit in $l_b = v_F\tau$ einbezogen. Das theoretisch berechnete l_b weist im Vergleich zum Experiment bei 400 mK und 1.5 K eine noch zu geringe Varianz auf, die nicht eindeutig über die Impulsrelaxationszeit als maßgebliche Streuzeit erklärt werden kann. Dennoch liegt die Vermutung nahe, dass sich die Phasenkohärenz über die temperaturabhängigen feinen Oszillationen bemerkbar macht.

Einen weiteren Hinweis, dass es sich bei der Feinstruktur in den Messungen (Abb. 7.10a,b) um einen tatsächlichen Multibarrieren-Effekt handelt, liefert die zugehörige Quanten-Transportsimulation (Abb. 7.14). Die einander überlagerten FP-Oszillationen im bipolaren Regime weisen eine qualitativ gute Übereinstimmung mit dem Experiment auf und lassen - wie bereits bei der Diskussion von Abb. 7.11 vorweggenommen - feine Oszillationen auch in der Simulation des Transportverhaltens erkennen. Um die experimentell beobachtete Frequenz der feinen Oszillationen mit der in der Simulation auftauchenden Signatur in Einklang zu bringen, wurden mehrere Berechnungen der inversen Leitfähigkeit $1/g$ mit variierender PBG-Streifenzahl durchgeführt. Die beste Übereinstimmung mit der in Abb. 7.10c gezeigten, bei $T = 1.5\,\mathrm{K}$ gemessenen Feinstruktur konnte mit $M = 4$ erreicht werden. Der dazugehörige Ausschnitt der simulierten Farbkarte ist in Abb. 7.14c zu sehen, die qualitativ vom Experiment abweichenden Plots für $M = 1$, $M = 3$ und $M = 5$ sind wiederum in Abb. 7.14d(i-iii) abgebildet.

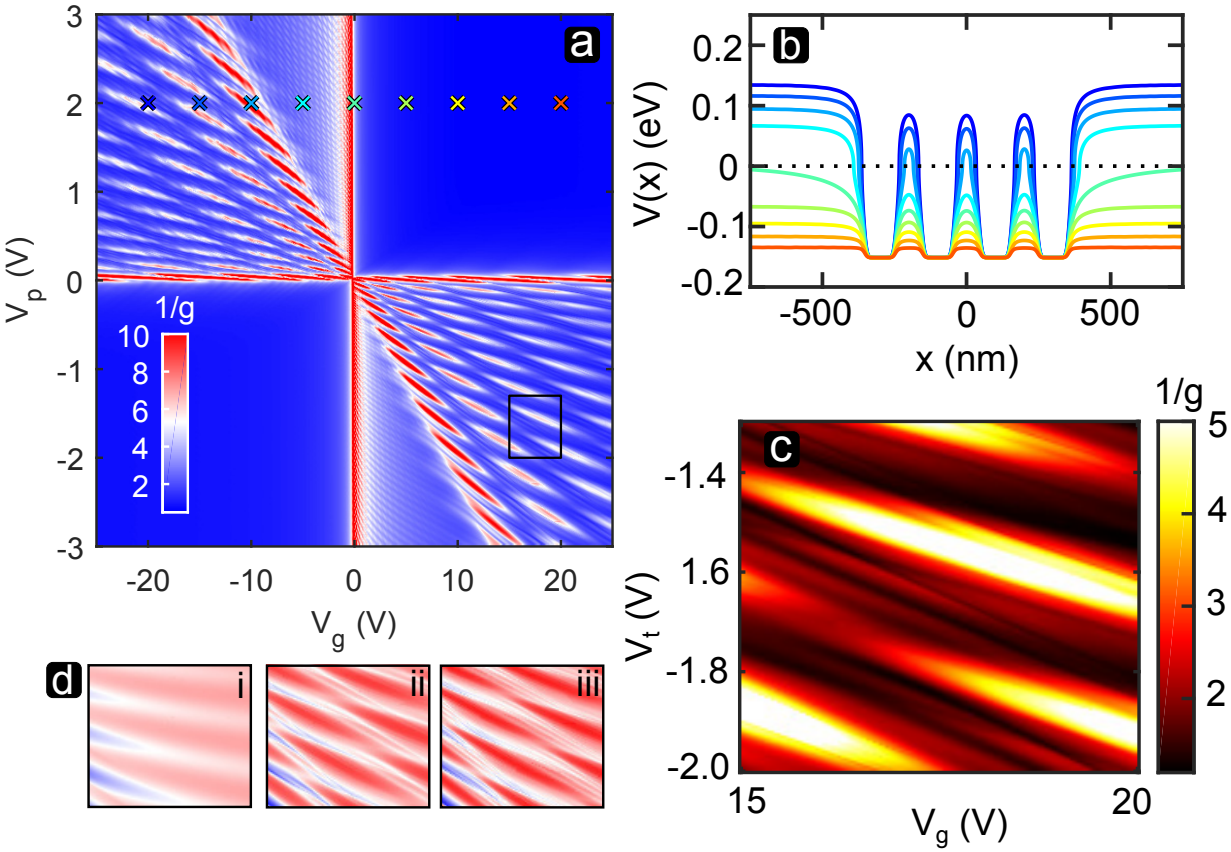


Abbildung 7.14: Quanten-Transportsimulation von Probe J11. a) Farbkarte der 1D-Simulation, als inverse Leitfähigkeit geplottet. **b)** Ladungsträgerdichteprofile der in (a) mit Kreuzen markierten Positionen für $M = 4$. **c)** Schwarz umrandeter Ausschnitt in (a) zeigt eine dem Experiment sehr ähnliche Feinstruktur der FP-Oszillationen. **d)** Simulierte Feinstruktur, unter Einbeziehung von $M = 1$ (i), $M = 3$ (ii) und $M = 5$ (iii) Barrieren. Grafiken von Ming-Hao Liu.

Da in der vollständig phasen-kohärenten Simulation die feinen Oszillationen sowohl im intermediären, als auch bipolaren Regime die gleiche Frequenz besitzen, liegt hier ihr Ursprung in der langen, den lokal modulierten Bereich begrenzenden Barriere, deren Potentialstufen im Allgemeinen energetisch höher als die Amplitude der Übergittermodulation sind (vgl. Abb. 7.2b). Die Simulation gibt somit einen geometrischen Multibarrieren-Effekt wieder. Für $M = 4$ folgt mit $a = 200$, $L = 100$ eine Resonatorlänge $L_{im}^{M=4} = 700\,\text{nm}$. Im Experiment ist der entsprechende, den lokal modulierten Bereich eingrenzende Resonator mit $L_{im} \approx 3.8\,\mu\text{m}$ allerdings um ein vielfaches länger. Dementsprechend werden im intermediären Regime des Experiments keine Oszillationen aufgelöst, die mit der feinen Signatur des bipolaren Regimes übereinstimmen könnten. Übertragen auf das Experiment, könnte die Ähnlichkeit der Oszillationen in der Simulation und Experiment auf eine ballistische Länge $l_b = 700\,\text{nm}$ bei $T = 1.5\,\text{K}$ hinweisen, die sich im T-abhängigen, feinen Resonanzmuster im bipolaren Regime widerspiegelt. Diese Länge ist praktisch identisch mit dem aus dem "unteren Limit" der Beweglichkeit $\mu \approx 55\,000\,\text{cm}^2/(\text{Vs})$ berechneten $l_p = 640\,\text{nm}$, das

wiederum als Tieftemperaturlimit für l_b in Abb. 7.13 dient. Insgesamt kann die Simulation den Ursprung der Feinstruktur nicht eindeutig klären, da sich die Geometrie vom Experiment in der Barrierenanzahl M unterscheidet und die Grenzen des ballistischen Transports (Streuzeiten, Temperatur) ihren Weg nicht in die Simulation finden.

Zusammenfassung Kapitel 7

Die in 7.1 vorgestellten Graphenproben wurden durch $2-5$ Topgatestreifen moduliert und wiesen eine eher niedrige Beweglichkeit von $\sim 7\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ auf. Das Top- und Backgate erzeugte bipolare Resonatoren mit den ladungsträgerdichteabhängigen Längen L_t, L_g. Im bipolaren Regime wurden Fabry-Pérot-Oszillationen des longitudinalen Widerstands beobachtet. Diese ergaben bei tiefen Temperaturen ein komplexes Resonanzmuster in der 2D-Karte des Widerstands, welches durch die Überlagerung der unterschiedlichen Resonatorlängen erklärt werden konnte. Die Abschätzung der ballistischen Länge $l_b \approx a$ stützt die Annahme, dass das Interferenzmuster von einzelnen, voneinander unabhängigen ballistischen Resonatoren herrührt. Die Messungen ließen sich in einer Quanten-Transport-Simulation mit der Barrierenanzahl $M = 2$ reproduzieren.

In 7.2 wurden Übergitterproben vorgestellt, die dank der Einkapselung in hBN eine um eine Größenordnung höhere Beweglichkeit als auf SiO_2 aufwiesen. Die ballistische Länge $l_b \approx 5a$ führte zu deutlich ausgeprägteren FP-Resonanzen im bipolaren Regime. Die Interferenzpeaks sind im relativen Vergleich zum globalen Dirac-Punkt höher als in den Vergleichsproben mit geringerem l_b. Diese Beobachtung deckt sich qualitativ mit dem von der Quanten-Transportsimulation vorhergesagten Verhalten eines Übergitters mit $M = 5$ Barrieren.

Über ein strukturiertes Bottomgate (PBG) modulierte hBN/Gr/hBN-Proben mit $l_b \approx 4 - 10a$ wurden in Abschn. 7.3 behandelt. Auch hier bildeten die Proben ausgeprägte Resonanzmuster im bipolaren Regime aus. Die Transport-Simulation einer ähnlichen, reduzierten Hallbarstruktur wies eine bisher unerreichte Ähnlichkeit mit den Experimenten auf. In den Farbkarten von R_{xx} wurde außerdem eine den FP-Oszillationen überlagerte Feinstruktur mit höherer Frequenz beobachtet. Diese feinen Oszillationen sind stark temperaturabhängig und deuten auf einen Übergitter-Effekt hin, bei dem mehrere Potentialbarrieren innerhalb der mit der Temperatur rasch abklingenden ballistischen Länge l_b multiple Resonanzen erzeugen. Auch hier konnte eine sehr gute, qualitative Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation gefunden werden. Aus letzterer ergibt sich in Probe J11 bei 1.5 K eine Resonatorlänge von $700\,\mathrm{nm} \approx 4a$, in guter Übereinstimmung mit der mittleren freien Weglänge des Systems $l_p = 640\,\mathrm{nm}$. Die Feinstruktur im Resonanzmuster ist ein klares Indiz für ballistischen Transport über mehrere Barrieren. Außerdem lässt sich der Einfluss des Übergitters anhand der erhöhten Peaks in Relation zum globalen Dirac-Punkt, in Übereinstimmung mit der Simulation erkennen.

KAPITEL 8

ÜBERGITTER IM QUANTEN-HALL-REGIME

In diesem Kapitel werden Messungen vorgestellt, die bei relativ hohem, senkrechtem Magnetfeld durchgeführt wurden. Die Landau-Quantisierung (vgl. Abschnitt 2.6) führt zu ausgeprägten Peaks in der Zustandsdichte (vgl. Abb. 2.9), die sich in einer homogenen Probe als SdH-Oszillationen des longitudinalen Widerstands R_{xx} im Transport abbilden. Der transversale (Hall-) Widerstand steigt im B-Feld und weist dem Füllfaktor entsprechende Plateaus auf. Dem Randkanalmodell des Quanten-Hall-Effekts (QHE, Kap. 2.6.2) entsprechend, erfolgt der Ladungstransport dissipationslos entlang der Probenränder, solange die Fermi-Energie E_F zwischen zwei Landau-Leveln (LL) liegt. In Abschnitt 3.5 wurde erläutert, wie eine lokale Modulation der Ladungsträgerdichte zu Zonen mit unterschiedlichem Füllfaktor im QH-Regime führt. In einem solchen System treten im *longitudinalen* Widerstand R_{xx} Plateaus bei gemischten Füllfaktoren auf, die eine Äquilibrierung der Randkanäle wiedergeben. Dieser Sachverhalt wurde für einzelne Potentialstufen oder Barrieren im niedrig-beweglichen Graphen sowohl im unipolaren, als auch bipolaren Regime nachgewiesen [85, 86, 87, 88]. Im ballistischen Graphen hingegen konnte keine Äquilibrierung im bipolaren Regime festgestellt [89] bzw. Aharonov-Bohm-Oszillationen um das $\nu = 0$-Regime beobachtet werden [91].
Die im Rahmen dieser Arbeit fabrizierten Übergitter-Proben stellen aufgrund ihrer periodischen Modulation des Potentials eine besondere Situation dar. Im ausreichend hohen Magnetfeld bilden sich zwischen den Spannungsabgriffen der Hallbar mehrere Zonen unterschiedlichen Füllfaktors aus. Doppelbarrieren wurden bereits in parabolischen 2DEGs untersucht und offenbarten je nach Verhältnis der Länge der Zone l_x zur Äquilibrierungslänge l_{eq} (vgl. Gl. (3.27)) unterschiedliche Plateau-Höhen (bei gemischten Füllfaktoren) in R_{xx} [145]. l_x steht allgemein für die Länge der Barriere L bzw. den Abstand zweier Barrieren x in x-Richtung. Es zeigte sich, dass im Limit $l_x \ll l_{eq}$ der Widerstand dem einer einzelnen Barriere gleicht, unabhängig von der tatsächlichen Anzahl M der Perioden innerhalb den Potentialsonden der Hallbar. Dieses Regime wird auch *adiabatisch* genannt und R_{xx} ergibt sich nach Gl. (3.26). Im Grenzfall $l_x \gg l_{eq}$ skaliert der longitudinale Widerstand (im unipolaren Regime) mit M und man spricht vom vollständig *äquilibrierten* Regime.

Im Folgenden wird anhand von Probe A84 zunächst das obere Limit $l_x \gg l_{eq}$ betrachtet. Im vollständig (im Landauer-Büttiker-Formalismus über virtuelle Kontakte) äquilibrierten Regime wird der Widerstand über M (gleiche) Barrieren als

$$R_{eq}^{M} = M \cdot R_{eq}^{1} \tag{8.1}$$

angenommen. R_{eq}^{1} ist dabei der Widerstand einer einzelnen Barriere. Im Anschluss wird eine besonders ergiebige, im Rahmen von Christian Baumgartners Masterarbeit [90] hergestellte Probe diskutiert, die auf Abweichungen von Gl. (8.1) untersucht wurde. Schließlich wird das untere Limit des modulierten QH-Transports $l_x \ll l_{eq}$ anhand der Probe A60 mit kurzer Übergitterperiode studiert.

8.1 Vollständig äquilibrierter Randkanaltransport

Um das vollständig äquilibrierte Limit des modulierten Graphens im QH-Regime zu erreichen, wurden Proben konzipiert, die im Unterschied zu kurzperiodischen Übergittern relativ große Längen a, L bei geringer Barrierenzahl M aufwiesen. Die Transporteigenschaften solcher Proben wurden eingehend in der vom Autor mit-angeleiteten Masterarbeit [90] studiert. An dieser Stelle wird eine Zusammenfassung der Erkenntnisse anhand einer Probe mit großem Barrierenabstand x und "variabler" Streifenanzahl gegeben und die Ergebnisdiskussion der Arbeit [90] um so manchen Aspekt erweitert.

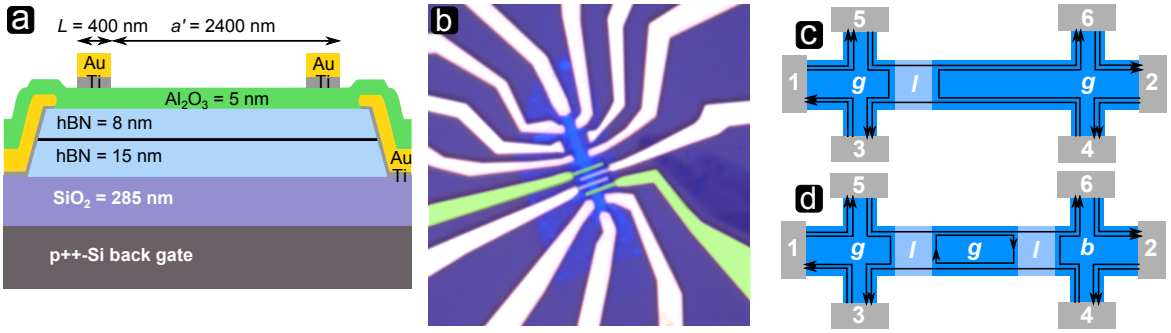


Abbildung 8.1: Probe A84. a) Schematischer Längsschnitt mit den Geometrieparametern. a' gibt die Periode der beiden äußeren Topgate-Streifen an. **b)** Optisches Mikroskopbild der kontaktierten Probe. Die beiden ansprechbaren Topgates sind grün hervorgehoben. **c)** Skizze der Randkanäle bei einem aktiven Topgate. Die Äquilibrierung erfolgt in den äußeren Bereichen mit Füllfaktor g an den Metallkontakten. **d)** Bei zwei aktiven Topgates ergibt sich für $g > l$ eine Zone mit überschüssigen zirkulierenden Randkanälen zwischen den verarmten Bereichen mit Füllfaktor l.

Abbildung 8.1a zeigt die schematische Geometrie der Probe A84 im Längsschnitt. Die Heterostruktur wurde mithilfe der polymerfreien van der Waals-Stapelmethode zusam-

mengesetzt und auf SiO_2 abgelegt. Die Mesa wurde mithilfe der in Kap. 6.4 beschriebenen Aluminium-Hartmaske abgedeckt und mit CHF_3/O_2 geätzt. Nach dem Ätzen wurde die Maske in NaOH abgewaschen und nach einem weiteren ESL-Schritt die Potentialsonden der Hallbar mit Ti/Au-Randkontakten versehen. Im darauffolgenden Schritt sind die noch freiliegenden Graphenränder mit im ALD-Verfahren abgeschiedenem Aluminiumoxid passiviert worden. Das Mikroskopbild in 8.1b zeigt die kontaktierte Hallbar. Die Topgates wurden in dieser Probe mit $L = 400\,\mathrm{nm}$ relativ breit konzipiert. Auch die Periode $a = 800\,\mathrm{nm}$ ist dementsprechend um eine Größenordnung länger als die gängigen, im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Übergitter. Um die Gates individuell ab- und zuschalten zu können, wurde jedes Topgate einzeln kontaktiert. Unglücklicherweise konnten die inneren beiden Gates nicht angesteuert werden. Somit ergab sich zwischen den beiden äußeren Topgates eine Periode $a' = 2.4\,\mu\mathrm{m}$ bzw. ein Barrierenabstand $x' = 2\,\mu\mathrm{m}$. Die zwei funktionierenden Topgates sind in Abb. 8.1b grün hervorgehoben. In Abb. 8.1c,d ist wiederum die Hallbar in Analogie zu Kap. 3.5 mit einem (c) und zwei (d) aktivierten Topgates skizziert. Im ausreichend hohen Magnetfeld erfolgt der Transport über Randzustände. Die Füllfaktoren l und g beziehen sich auf die lokalen (hier von den Topgates kontrollierten) bzw. den globalen (über das Backgate kontrollierten) Bereich der Messstrecke. Die Äquilibrierung in Abb. 8.1c erfolgt über die Metallkontakte in den äußeren Bereichen. In Abb. 8.1d entsteht bei $l < g$ ein Zone höheren Füllfaktors zwischen den verarmten, lokal modulierten Bereichen, in der es zu einem zusätzlichen Abgleich der einander gegenüberliegenden stromführenden Randkanäle kommen kann. Der überschüssige Randkanal "zirkuliert" dabei mit demselben Drehsinn, wie in den äußeren Bereichen.

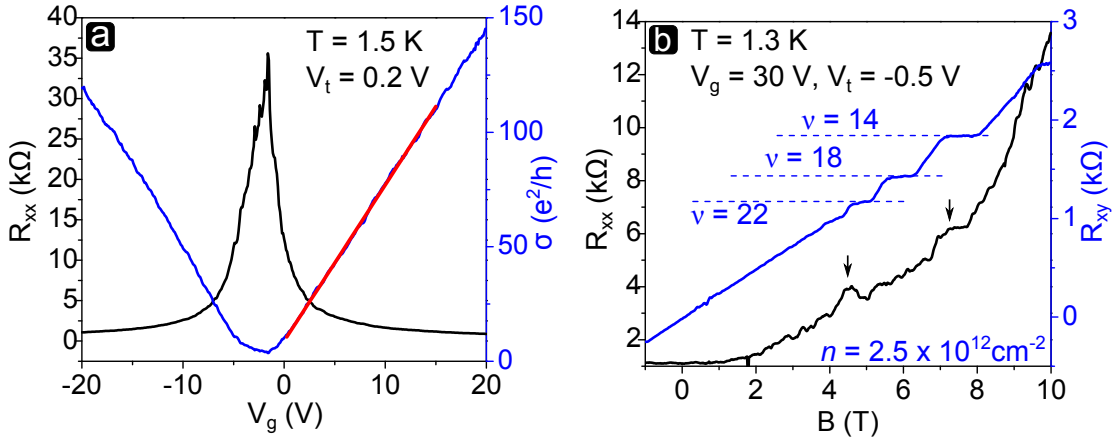


Abbildung 8.2: Charakterisierung von A84. a) Backgate-Sweep bei kompensiertem Topgate. Aus der linearen Steigung der Leitfähigkeit lässt sich die Beweglichkeit $\mu \simeq 23\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ abschätzen. **b)** B-Feld-Sweep im bipolaren Regime R_{xx} weist einen ausgeprägten Anstieg mit der Feldstärke B auf. Im Gegensatz zu Quelle [91] (vgl. Abschnitt 3.5) können keine Aharonov-Bohm-Oszillationen aufgelöst werden. R_{xy} folgt der Plateausequenz von homogenem Monolagengraphen, wobei die Landau-Level entartet sind.

Die Feldeffekt-Beweglichkeit von Probe A84 wurde aus dem in Abb. 8.2a geplotteten Backgate-Sweep zu $\mu \simeq 23\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ bestimmt, was bei $n = 1 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ eine mittlere freie Weglänge von $l_p = 270\,\mathrm{nm}$ ergibt. Somit erwartet man bei $B = 0$ keine ballistischen Effekte, da die über das Topgate und Backgate einstellbaren Resonatoren der Längen L_t, L_g stets deutlich größer als l_p sind. Tatsächlich lassen sich im bipolaren Regime von Probe A84 keine Fabry-Pérot-Oszillationen beobachten (vgl. Inset Abb. 8.3f). Trotz der für hBN/Gr/hBN eher geringen Beweglichkeit und damit geringem l_p ist Probe A84 geeignet, die in Abb. 8.1c,d skizzierten Zonen unterschiedlichen Füllfaktors im Quanten-Hall-Regime zu studieren. Hierbei erfolgt der Transport innerhalb eines Hall-Plateaus streuungsfrei und die ballistische Länge des Systems wird $l_b \gg l_p$. Da in Probe A84 außerdem sowohl L als auch a groß sind, erwartet man auch im modulierten Fall keine nennenswerte Streuung zwischen zwei quer zum Probenrand verlaufenden Kanälen innerhalb einer Zone selben Füllfaktors, solange E_F nahe der Landau-Energie E_N liegt.
Abbildung 8.2b zeigt den Magnetotransport bei zwei eingeschalteten Topgates im bipolaren Regime. Der Verlauf von $R_{xx}(B)$ ist im bipolaren Fall nur schwer zu charakterisieren und weist, bis auf den Anstieg in B, keine eindeutig zuzuordnenden Merkmale auf. Im hohen Feld erwartet man für das bipolare Regime eine Situation ähnlich der in Abb. 3.8c, wobei sich Zonen entgegengesetzter Polarität unter und zwischen den Topgates ausbilden. Wie die parallel verlaufenden Randkanäle unterschiedlicher Polarität miteinander streuen, hängt jedoch stark von der Beweglichkeit und Beschaffenheit des bipolaren Übergangs ab. Klar ausgeprägte Aharonov-Bohm-Oszillationen (AB) mit Peaks im Bereich $100\,\mathrm{k}\Omega$, wie in den in Abschnitt 3.5 vorgestellten Messungen aus [91], konnten hier nicht beobachtet werden. Die Dicke des Topgate-Dielektrikums von Probe A84 ($d = 13\,\mathrm{nm}$) ist geringer als die der in [91] eingesetzten Geometrie ($d = 50\,\mathrm{nm}$), was zu einem schärferen bipolaren Übergang führt. In [91] war die Weite des Übergangs $2w \approx 200\,\mathrm{nm}$, wobei sich aus der Frequenz der AB-Oszillationen eine Fläche des $\nu = 0$-Bereichs von $\approx 10^4\,\mathrm{nm}^2$ ergab. Eine analoge Auswertung der mit Pfeilen markierten Features in Abb. 8.2b ergibt (sofern es sich um AB-Oszillationen handelt) eine um eine Größenordnung kleinere Fläche von $\approx 1.4 \times 10^3\,\mathrm{nm}^2$, was aufgrund der erwarteten unterschiedlichen Dicken der Dielektrika zumindest plausibel wäre. Von der ungefähren Breite der Hallbar ausgehend, ergäbe sich eine Ausdehnung des $\nu = 0$-Bereichs in x-Richtung $< 5\,\mathrm{nm} < l_B = 26/\sqrt{B}\,\mathrm{nmT}^{1/2}$, der magnetischen Länge im System, die die Ausdehnung der Wellenfunktion definiert [58]. Folglich müsste gewisse Streuung der entlang des bipolaren Übergangs parallel verlaufenden Elektron- und Lochkanäle möglich sein, weshalb sich vermutlich auch der AB-Effekt in Probe A84 praktisch nicht ausbildet. Der Hall-Widerstand in Abb. 8.2b spürt vom bipolaren Transport nichts, da die Spannungsabgriffe in einem homogenen Bereich der Hallbar liegen. Somit bildet R_{xy} die Signatur des halbzahligen QHE von Graphen ab.

Als nächstes soll das Transportverhalten mit ein oder zwei eingeschalteten Topgates bei höherem Magnetfeld im unipolaren Regime betrachtet werden. Da hierbei keine bipolaren Übergänge durchtunnelt werden müssen, ist für eine einzelne Barriere ein den Gln. (3.26a,b) entsprechendes Verhalten mit Plateaus in R_{xx} zu erwarten. Abbildung 8.3a zeigt den farbcodierten Widerstand $R_{xx}(V_{t1,g})$ für ein einzelnes Topgate (t1) bei $B = 6\,\mathrm{T}$,

während das zweite Gate (t2) zunächst auf Null gesetzt wurde. Die Antwort des Systems mit zwei aktiven Topgates und einer Periode $a' = 2.4\,\mu\text{m}$ ist in Abb. 8.3b geplottet. Die Farbkarten weisen auf den ersten Blick die bekannten unipolaren und bipolaren Quadranten auf. Die absoluten Widerstandswerte sind im bipolaren Regime allerdings gegenüber $B = 0$ deutlich erhöht, da sich am Dirac-Punkt für $N = 0$ der erwähnte isolierende Zustand ausbildet [89]. Um alle Charakteristiken dieses Plots abbilden zu können, wurde die Farbskala in Abb. 8.3a,b logarithmisch gewählt. Im unipolaren Regime führt die Landau-Quantisierung zu einer Diskretisierung des longitudinalen Widerstands. In der Farbkarte bilden sich dementsprechend Flächen konstanten gemischten Füllfaktors aus, die den erwarteten Plateaus entsprechen. Im Folgenden sollen die vertikalen, in Abb. 8.3a rot bzw. in Abb. 8.3b blau gestrichelt markierten Schnitte diskutiert werden.
Wir betrachten zunächst den in Abb. 8.3c geplotteten Schnitt - einen Topgate-Sweep - bei $V_g = -14\,\text{V}$ für ein einzelnes, aktives Topgate (rot). Der globale, durch das Backgate induzierte Füllfaktor ist $g = -6$. Dieser lässt sich über die SdHO-Minima in R_{xx} bei $V_t \approx 0\,\text{V}$ (siehe horizontalen Schnitt durch die Farbkarte, Inset in Abb. 8.3c) abzählen. Abzüglich eines Offsets von $480\,\Omega$, welcher über die Bedingung $R_{xx}(l = g) \stackrel{!}{=} 0$ für ein QH-Minimum bestimmt wurde, stimmen die Plateaus im longitudinalen Widerstand einer einzelnen Barriere in Abb. 8.3c sehr gut mit den nach den Gln. (3.26a,b) berechneten Werten überein. Im unipolaren Bereich links vom Minimum gilt $l = -10, g = -6$ und es ergibt sich nach Gl. (3.26b) ein Plateau in R_{xx} mit dem gemischtem Füllfaktor $\nu_{mix} = 15$. Dieser entspricht einem Widerstandsplateau bei $R_K/15$, mit der von Klitzing-Konstante $R_K \simeq 25\,813\,\Omega$. Durch Erhöhen der Topgatespannung von negativen in Richtung positiver Werte wird die Ladungsträgerdichte unterhalb der Topgates reduziert und das Landau-Level mit $l = -10$ lokal entvölkert. Wird $V_t \sim 0\,\text{V}$, springt die Fermi-Energie in das nächst-untere Landau-Niveau und der homogene QHE mit $l = g = -6$ wird beobachtet. Weiteres Erhöhen von V_t lässt das System noch nicht sofort in das bipolare Regime wechseln, da die Probe mit $V_g = -14\,\text{V}$ global dotiert wurde. Stattdessen wird der Topgatebereich weiter entvölkert, der lokale Füllfaktor sinkt auf $l = -2$ und ein weiteres Plateau mit $\nu_{mix} = 3$ wird sichtbar. Schließlich erfolgt der durch den schraffierten Bereich angedeutete Übergang in das bipolare Regime. Das für vollständige Äquilibrierung nach Gl. (3.26c) erwartete Plateau bei einem gemischten Füllfaktor $\nu = 3/2$ tritt jedoch nicht auf. Erst das Minimum bei einer Topgate-Spannung von $V_t = 1\,\text{V}$ lässt sich mit dem gemischten Plateauwert assoziieren, wobei daraufhin ein weiterer Peak im Widerstand folgt. Erhöhte Widerstandswerte im bipolaren Regime deuten auf geringe Äquilibrierung entlang des bipolaren Übergangs hin.

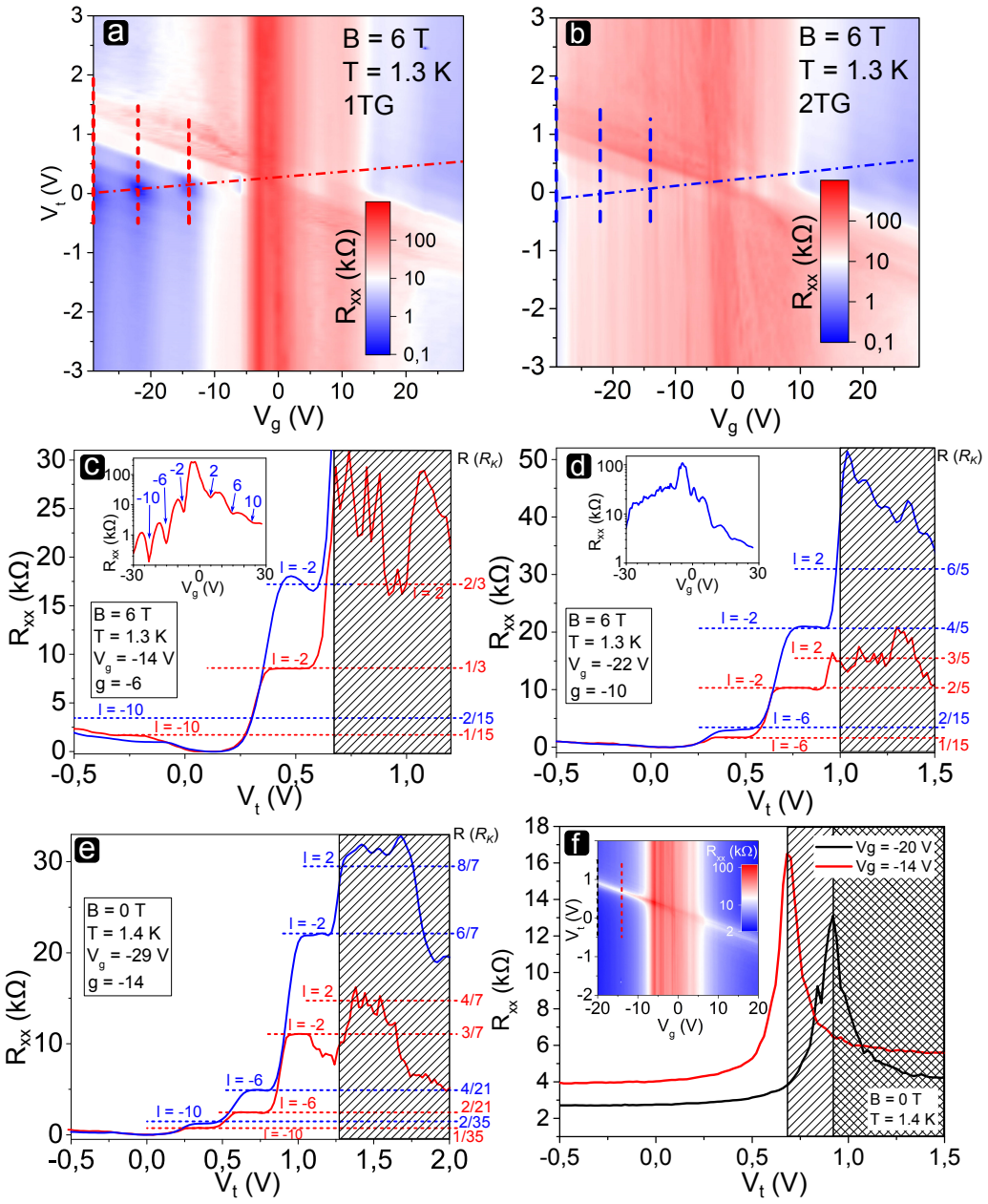


Abbildung 8.3: Vollständig äquilibrierter Transport und gemischte Füllfaktoren. **a)** Longitudinaler 4-Punkt-Widerstand bei $B = 6\,\mathrm{T}$ für ein aktives Topgate (TG). Im unipolaren Regime treten Flächen (Plateaus) gleichen, gemischten Füllfaktors auf. Die schräge, rote strich-punktierte Linie zeichnet die homogene Ladungsträgerdichte $n \simeq n'$ nach. **b)** Ähnliches Bild wie in (a) mit zwei aktiven TGs. **c-e)** Schnitte durch (a,b) entlang der vertikalen, rot bzw. blau gestrichelten Linien. Die ausgeprägten Plateaus entsprechen den theoretisch berechneten Werten (gestrichelte Linien), abzüglich eines Offsets. Rot steht hierbei für ein aktives TG, blau für zwei aktive TGs. Die schraffierten Flächen repräsentieren den bipolaren Bereich. Die Insets in (c,d) zeigen die strich-punktierten Schnitte entlang der QH-Minima bei ($n \simeq n'$) aus (a,b). **f)** TG-Sweeps bei $B = 0$. Im bipolaren Regime (schraffiert) treten keine FP-Oszillationen auf. Das Inset zeigt $R_{xx}(B = 0)$. Der globale Dirac-Punkt ist stark ausgefranst, da vermutlich die nicht ansprechbaren TG-Streifen das Potential lokal verändern. Die blauen Kurven in (c-e) wurden in V_t jeweils um 0.2 V verschoben.

Die blaue Kurve in Abb. 8.3c repräsentiert denselben Topgate-Sweep (bei $V_g = -14\,\mathrm{V}$, $g = -6$), allerdings für zwei aktive Topgates (vgl. Schnitt durch Abb. 8.3b). Die Kurve wurde um 0.2 V verschoben, um eine leichte Verschiebung des Ladungsneutralitätspunkts während der unterschiedlichen Messzyklen zu kompensieren. Wie man am Inset in Abb. 8.3d erkennt, sind die SdH-Oszillationen in dieser Konfiguration kaum ausgeprägt und die Widerstände in den eigentlichen erwarteten Minima stark überhöht. Nichtsdestotrotz wurde der "Minimalwert" von 28 kΩ als Offset von der blauen Kurve abgezogen und somit R_{xx} bei $(l = g = -6)$ auf Null herabgesetzt. Im ersten Moment erscheint die weitere Analyse der blauen Kurve aufgrund einer Offsetkompensation in der Größenordnung des resultierenden Messsignals redundant. Vergleicht man dennoch das sich so ergebende Plateau bei $(l = -2, g = -6)$ in R_{xx} mit dem aus der Gl. (3.26a) erwarteten Wert, ist die Position um den Faktor 2 höher als der Wert, der für das einzelne Topgate an gleicher Stelle gemessen wurde. Der gemischte Füllfaktor ist $\nu_{mix} = 3/2$ und das Plateau liegt bei 17 209 Ω. Der Faktor 2 bestätigt die Annahme vollständiger Äquilibrierung (Gl. (8.1)) und deutet an, dass der Bereich zwischen den Gatestreifen $x' = 2\,\mu\mathrm{m}$ viel größer als die in Gl. (3.27) definierte Äquilibrierungslänge l_{eq} sein muss. Die in der Zone zwischen den Topgates verlaufenden Randkanäle haben also ausreichend Zeit, um untereinander zu streuen und ihre Potentiale vollständig abzugleichen. Eine Abschätzung von l_{eq} mithilfe von Gl. (3.27) liefert für einen Abgleich von 99 % eine Äquilibrierungslänge von $l_{eq} = 380\,\mathrm{nm}$.
Im Bereich $(l = -10, g = -6)$ links des Minimums erwartet man für zwei Barrieren ebenfalls einen um den Faktor 2 höheren Widerstand ($\nu_{mix} = 15/2$) als für ein aktives Topgate. Während R_{xx} für ein einzelnes Topgate mit dem erwarteten Plateauwert mit $\nu_{mix} = 15$ gut übereinstimmt, tritt für zwei Topgates allerdings ein um den Faktor ≈ 2 *niedrigerer* Widerstand auf. Eine eindeutige Erklärung für diese Diskrepanz konnte nicht gefunden werden. Offen bleibt, ob in diesem Fall der große Hintergrund, der abgezogen wurde, um $R_{xx}(l = -6, g = -6) = 0$ zu erhalten, eine Rolle spielt. Bei einer ähnlichen Messung im nn'-Bereich der Probe sowie anderen Multibarrieren mit geringerem Offset [90] tritt diese Anomalie nicht auf. Der Abzug des großen Offsets wird dennoch durch die gute Übereinstimmung des Plateaus für das verarmte Topgategebiet mit $l = -2$ (und Plateaus in den weiteren Abbildungen (d,e)) glaubwürdig legitimiert. Eine Abschätzung des Widerstandsplateaus ergibt als gemischten Füllfaktor $\nu_{mix} \approx 30$, woraus sich auf den Füllfaktor der lokalen Zonen $l \simeq 7$ zurückrechnen ließe. Warum die restlichen Moden des vierfach entarteten Landau-Niveaus nicht zur Äquilibrierung beitragen, lässt sich jedoch leider nicht zufriedenstellend erklären.
Abbildung 8.3d zeigt einen ähnlichen Vergleich zwischen einem und zwei aktiven Topgates bei $V_g = -22\,\mathrm{V}$, was einem globalen Füllfaktor $g = -10$ entspricht. Die Plateaus im Regime $|l| < |g|$ ergeben exakt die erwarteten Werte für ein und zwei aktive Barrieren. Bei dieser Gatekonfiguration stimmt die (rote) Messkurve mit dem erwarteten Plateau $\nu_{mix} = 5/3$ für ein aktives Topgate im bipolaren Regime gut überein und deutet auf starke Streuung der Elektron- und Lochkanäle hin. Das erwartete Plateau $\nu_{mix} = 5/6$ für $M = 2$ Barrieren wird hingegen nicht ausgebildet, sondern ein höherer Widerstand gemessen.
Bei $(V_g = -29\,\mathrm{V},\ g = -14)$ in Abb. 8.3e treten ebenfalls Plateaus an den theoretisch berechneten Widerstandswerten auf und bestätigen, dass die Randkanäle entlang der relativ

langen Messstrecke x' praktisch vollständig äquilibrieren. Auch hier ließen sich die Plateaus im bipolaren Regime den erwarteten Werten zuordnen, insbesondere auch für $M = 2$ (blaue Kurve). Dies legt den Schluss nahe, dass eine höhere Dichte im vom Backgate kontrollierten Bereich - und damit mehr Randkanäle - zu einer höheren Streuwahrscheinlichkeit zwischen den Zonen unterschiedlicher Polarität führt. Im $|l| > |g|$-Regime wird, analog zu Abb. 8.3c, ein niedrigerer Widerstand gemessen, als für zwei aktive Topgates erwartet werden würde. Tatsächlich liegt R_{xx} erneut unter dem des Plateaus eines einzelnen Topgates. Interessanterweise wird R_{xx} bei noch negativeren Topgatespannungen irgendwann höher, als der für das einzelne Topgate (nicht gezeigt), so wie man es eigentlich erwarten würde.
Die Widerstandswerte der jeweiligen (l, g, M)-Konfigurationen in Abb. 8.3c-e, sowie die für die Grafiken angewendeten Offset-Kompensationen sind im Anhang B aufgelistet.

8.2 Partiell äquilibrierter Randkanaltransport

Im vorigen Abschnitt wurde gezeigt, dass ein ausreichend langer Bereich x zwischen zwei Barrieren zu einem vollständig abgeglichenen Randkanaltransport im unipolaren Regime führen kann. Um den Wechsel vom vollständigen in das adiabatische Regime studieren zu können, sind Proben mit unterschiedlicher Streifenbreite und Streifenabständen von Vorteil. Einige solcher Proben konnten im Rahmen der Masterarbeit von Christian Baumgartner [90] hergestellt werden. Diese lieferten Einblicke in das partiell-äquilibrierte Regime und zeigten variierende Plateauwerte in Abhängigkeit der ein- und abgeschalteten Topgate-Streifen. Abbildung 8.4a zeigt Probe G11 aus [90], die dank ihrer unterschiedlichen Messstrecken mit individuell ansteuerbaren Topgates besonders ergiebig war. Der Messbereich (1) wies eine Streifenlänge von $L = 500\,\mathrm{nm}$, bei einer Periode von $a = 1\,\mu\mathrm{m}$ auf. Die beiden äußeren Streifen t1, t4 konnten individuell, die inneren t2, t3 zusammen angesteuert werden. Die Feldeffekt-Beweglichkeit wurde auf $\mu \simeq 82\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ abgeschätzt [90].
Die Topgate-Sweeps bei $B = 3.8\,\mathrm{T}$ in Abb. 8.4b zeigen ein ähnliches Verhalten wie die bereits diskutierte Probe A84. Der Füllfaktor des Bereichs zwischen den Streifen ist dabei $g = 26$, was dem Landau-Level-Index $N = 6$ entspricht. Bei $V_t = 0, l = 26$ tritt wie erwartet ein QH-Minimum auf, das durch einen kleinen Offset kompensiert wurde. Für ein aktives Topgate (t1, rote Kurve) treten im $(l < g)$-Regime diskrete Plateaus im longitudinalen Widerstand bei gemischten Füllfaktoren auf. l sinkt dabei gemäß der entarteten, halbzahligen QH-Sequenz von Graphen mit der steigenden, negativen Topgate-Spannung. Im Plot ist das Plateau für $l = 6$ als Beispiel aufgeführt und stimmt mit dem nach Gl. (3.26a) berechneten Wert ($l = 6, g = 26, \nu_{mix} = 39/5$, rote gestrichelte Linie) hervorragend überein. Für große Füllfaktoren g nimmt der Außenbereich immer mehr metallisches Verhalten (quasi unbegrenzte Anzahl an verfügbaren Moden) an und die Widerstände liegen nahe dem Hall-Widerstand des verarmten Bereichs $R_{xy}(l) = h/le^2$. Werden weitere Topgate-Streifen hinzugeschaltet, ergeben sich Plateaus, die nicht ganz dem vollständig äquilibriertem Regime nach Gl. (8.1) entsprechen. Stattdessen liegen sie bei etwas niedrigeren Werten und deuten auf eine partielle Äquilibrierung hin. Nach Gl. (3.27) lässt sich mit dem Abstand der beiden Gates $x = 500\,\mathrm{nm}$ die Äqulibrierungslänge zu $l_{eq} \approx 175\,\mathrm{nm}$ abschätzen. Die Aus-

wertung von Plateaus bei anderen, gemischten Füllfaktoren ergab ähnliche Werte (z. B. $l_{eq}(l = 10, b = 26) = 170\,\text{nm}$, $l_{eq}(l = 2, b = 14) = 165\,\text{nm}$).

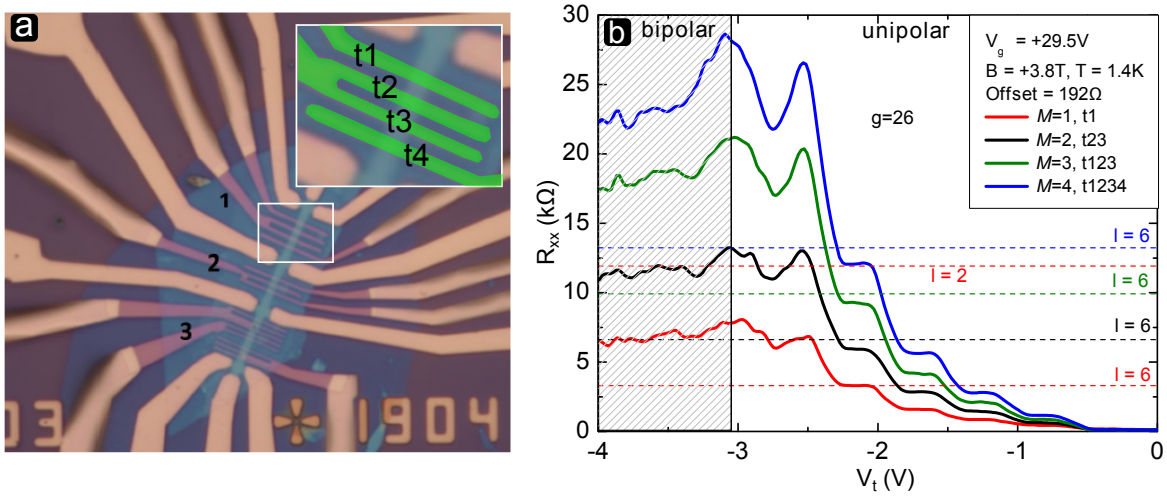


Abbildung 8.4: Probe G11 und partiell äquilibrierter QH-Transport. a) Mikroskopaufnahme von G11. Das untere hBN hat eine Dicke von 25 nm, das obere $(13 \pm 1)\,\text{nm}$. Die die Randkontakte passivierende Al_2O_3-Schicht ist 5 nm dick. Im Ausschnitt werden die in (b) adressierten Topgates des Teilbereichs (1) mit $a = 1\,\mu\text{m}$ und $L_1 = 500\,\text{nm}$ hervorgehoben. Der Teilbereich (2) weist $a_2 = 800\,\text{nm}$ und $L_2 = 400\,\text{nm}$ auf. **b)** Longitudinaler 4-Punkt-Widerstand R_{xx} im Magnetfeld, in Abhängigkeit von der Anzahl aktiver Topgates M. Der globale Füllfaktor ist $g = 26$. Die erwarteten Plateaus bei gemischten Füllfaktoren sind für den lokalen Füllfaktor $l = 6$ als horizontale Linien abgebildet. Die Plateaus erreichen für $M \geq 2$ nicht ganz das Niveau der vollständigen Äquilibrierung. Die Nummerierung der Topgates bezieht sich auf das Inset in (a). Grafik adaptiert aus [90].

Die Kurven in Abb. 8.4b warten neben der partiellen Äquilibrierung noch mit einer *Anomalie* auf. Bereits für ein einzelnes aktives Topgate erscheint das Feature für $l = 2$ nicht an der erwarteten Stelle ($\nu_{mix} = 13/6$, $R_{xx} \approx 12\,\text{k}\Omega$), sondern bei deutlich geringerem Wert. Anstelle eines Plateaus erkennt man einen mehr oder minder ausgeprägten Peak im Widerstand, der analog zu den Plateaus mit $l = 6, 10, \ldots$ mit steigender, aktiver Topgate-Zahl mit dem Faktor $\approx M$ skaliert. Das Verschwinden des zu $l = 2$ gehörenden Plateaus lässt sich bei hohen Dichten im Backgate-Bereich und damit hohen, globalen Füllfaktoren g beobachten. Auch in Probe A84 ist ein ähnliches Verhalten zu sehen. So ist das Plateau bei $(l = -2, g = -10, \nu_{mix} = 5/2)$ in der roten Kurve von Abb. 8.3d noch stabil ausgeprägt. Bei $(l = -2, g = -14, \nu_{mix} = 7/3)$ in Abb. 8.3e scheinen hingegen bereits erste Anzeichen eines Einbruchs in der roten Kurve eines einzelnen Topgates sichtbar zu werden. Wir werden zum Abschluss des Unterkapitels näher auf dieses Phänomen eingehen.
Um die Äquilibrierung abhängig von der Streifenanzahl weiter zu untersuchen, wurde die von Christian Baumgartner hergestellte Probe G11 durch den Autor erneut im Kryostaten

vermessen, wobei die Beweglichkeit der Probe durch das Lagern und erneute Abkühlen um ca. 25 % ($\simeq 62\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$) abgesunken war. Abbildung 8.5a zeigt R_{xx} bei denselben Einstellungen wie in der Originalmessung von Abb. 8.4b. Diesmal wurden die variablen Abstände zwischen den Streifen (siehe Inset Abb. 8.4a) ausgenutzt und die Messungen für jeweils zwei aktive Gates mit variablem Abstand verglichen. Interessanterweise wiesen die neuerlichen Messungen bei $g = 26$ und $l = 6, 10, ...$ keine partielle Äquilibrierung mehr auf - und dass unabhängig von den getesteten Längen $x = a - L = 500\,\mathrm{nm}$ (blaue Kurve) und $x' = 2\,\mu\mathrm{m}$ (grüne Kurve). Diese Abweichung zu Abb. 8.4b, in der bei $M = 2$ die Topgates t2, t3 mit $x = 500\,\mathrm{nm}$ eine partielle Äquilibrierung von ca. 89 % ergaben, lässt sich am ehesten durch die Abnahme der Qualität der Probe erklären. l_{eq} ist mit der Beweglichkeit verknüpft [59], sodass die Probe im älteren Zustand eine kürzere Äquilibrierungslänge besaß und eine annähernd vollständige Äquilibrierung der Randkanäle auf der Distanz x bzw. x' zwischen den über die Topgates induzierten Barrieren auftrat. Unter der Annahme einer 99 %igen Äquilibrierung ergibt sich nach Gl. (3.27) $l_{eq} \leq 95\,\mathrm{nm}$.

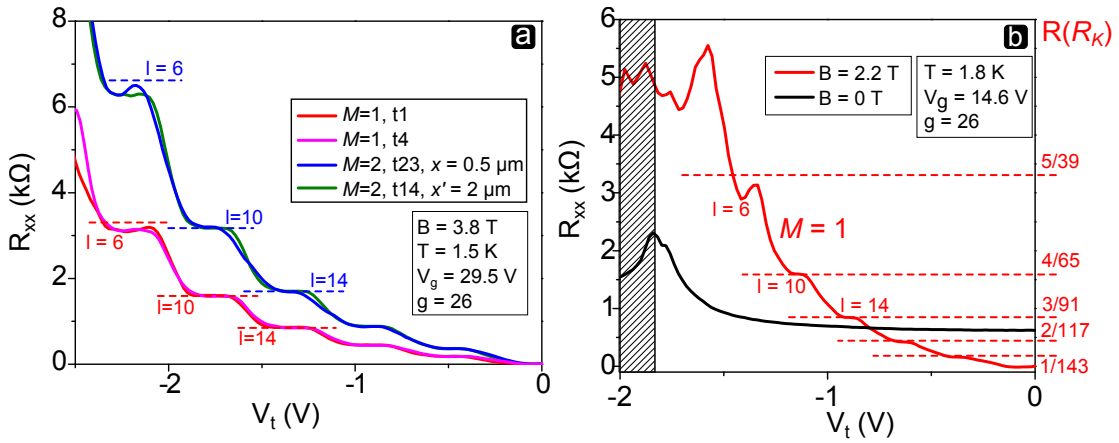


Abbildung 8.5: Weiterführende Messungen an Probe G11. a) Longitudinaler Widerstand im QH-Regime mit $M = 1$ (rot, pink) und $M = 2$ aktiven Topgates (blau, grün). Der globale Füllfaktor ist $g = 26$. Zwischen dem (blauen) Signal der beiden inneren, aktiven Topgates (t2, t3) mit Abstand $x = 500\,\mathrm{nm}$ und dem (grünen) Signal der äußeren beiden aktiven Topgates (t1, t4) mit $x' = 2\,\mu\mathrm{m}$) besteht kein merklicher Unterschied. Dies lässt auf eine Äquilibrierungslänge $l_{eq} \ll x$ schließen. Die gestrichelten Linien verdeutlichen die erwarteten Plateauwerte unter der Annahme vollständiger Äquilibrierung. Die Nummerierung der Topgates bezieht sich auf das Inset in Abb. 8.4a. **b)** Bei einem niedrigen Magnetfeld wird neben dem verschwindenden Plateau für $l = 2$ (Erwartungswert $R_{xx} \approx 12\,\mathrm{k\Omega}$) auch ein deutlicheres Absinken des $l = 6$-Plateaus erkennbar. Die schwarze Messkurve, bzw. der schraffierte Bereich verdeutlichen die Position des bipolaren Übergangs bei $B = 0$. Die rote Kurve wurde um einen R_{xx}-Offset kompensiert.

Trotz offensichtlich geringerer Äquilibrierungslänge, veränderte sich die Antwort des Systems im Bezug auf die zu $l = 2$ zugeordneten Plateaus bei $g = 26$ und $B = 3.8\,\mathrm{T}$ nicht. Da l_{eq} keinen besonderen Einfluss auf das Absacken der Plateaus zu haben schien, wurde überprüft, ob ein veränderter Landau-Level-Abstand die Ausbildung der Plateaus beeinflusst. Tatsächlich wurde bei niedrigerem Magnetfeld $B = 2.2\,\mathrm{T}$ und gleichzeitig mit dem Backgate festgehaltenem $g = 26$ eine ähnliche, sich anbahnende Anomalie des zu $l = 6$ gehörenden Plateaus festgestellt (Abb. 8.5b). Man beachte, dass sich die Plateaus bei $B = 2.2\,\mathrm{T}$, im Unterschied zu Abb. 8.5a (gemessen bei $B = 3.8\,\mathrm{T}$), bereits bei niedrigeren Energien (Topgate-Spannung) ausbilden, da die Sequenz der Landau-Level B-feldabhängig ist (vgl. Gl. (2.31)). Auch der Widerstand im bipolaren Regime kommt (sowohl in Abb. 8.4b als auch 8.5) nicht annähernd an den erwarteten Wert des vollständig äquilibrierten Regimes von $\nu_{mix} = 13/7$ bzw. $R_{xx} \approx 14\,\mathrm{k\Omega}$ heran. Eigentlich würde man bei partieller Äquilibrierung einen deutlich erhöhten Widerstand erwarten, da die Koppelung der Zonen unterschiedlicher Polarität in hoch-beweglichen Proben abgeschwächt ist. Tatsächlich setzt das Regime mit $R_{xx} \geq 100\,\mathrm{k\Omega}$ am pn-Übergang erst bei deutlich höheren Feldern ein.

Das Absacken der Plateaus wurde auch durch Haug *et al.* an 2DEGs in GaAs-Heterostrukturen beobachtet [146]. Die Abbildungen 8.6a und 8.6b zeigen diese Messungen, die einen ähnlichen Magnetowiderstandsverlauf aufwiesen, wie die im Rahmen dieser Arbeit und in [90] hergestellten Graphen-Proben. Der Inset von Abb. 8.6a stellt die Probengeometrie der Messungen in [146, 147] dar. Die Spannung V_t kontrolliert die Ladungsträgerdichte unter einem Gate-Finger und damit den lokalen Füllfaktor l. Der globale Füllfaktor g wurde durch das Magnetfeld variiert. Bei $g = 4$ weist der longitudinale Widerstand R_{xx} in Abb. 8.6a spin-aufgelöste Plateaus bei $l = 3, 2$ auf, wobei das Plateau bei $l = 2$ sehr gut mit dem aus Gl. (3.26a) erwarteten Wert für vollständige Äquilibrierung übereinstimmt (rote, gestrichelte Linien). Ähnlich der in Abb. 8.3e gezeigten (roten) Kurve in Graphen ist auch in Abb. 8.6a ein ausgeprägtes Minimum für höhere (negative) Spannungen V_t erkennbar. Das für $l = 1$ erwartete Plateau wird nicht erreicht, sondern ein Peak bei niedrigerem R_{xx} beobachtet. Abbildung 8.6b zeigt einen ähnlichen Sachverhalt bei unterschiedlichen globalen Füllfaktoren g an einer weiteren GaAs-Probe. Auch hier wird das $l = 2$ Plateau für größeres g nicht vollständig ausgebildet. Haug *et al.* gaben dafür eine Erklärung im Rahmen eines semiklassischen Modells. Dabei lassen sich die absackenden Plateaus bei hohen globalen Füllfaktoren g und niedrigen lokalen Füllfaktoren l über eine endliche Transmission in die Barriere der an den Potentialübergängen reflektierten Moden erklären [146]. Abbildung 8.6c zeigt schematisch die Topgate-Region im Randkanalmodell im homogenen Zustand. Transport erfolgt dissipationsfrei über die Ränder mit der Modenzahl g. Innerhalb der Probe führen lokalisierte Zustände zu zirkulierenden Randkanälen gleichen globalen Füllfaktors g, die jedoch geschlossen sind und nicht zum Transport beitragen (vgl. Abschnitt 2.6.2). Bei aktivem Topgate und negativer Spannung V_t^- wird der lokale Bereich verarmt und die über die Barriere transmittierten Moden, sowie die mit demselben Landau-Level assoziierten, lokalisierten Zustände innerhalb des verarmten Bereichs, sind mit dem Füllfaktor l gewichtet. Im Idealfall werden die Moden $g - l$ im globalen Bereich am nn' Übergang bei ganzzahligen Füllfaktoren g, l vollständig reflektiert (Abb. 8.6d). In

R_{xx} ergibt sich dementsprechend nach Gl. (3.26a) ein Plateau.
Wird V_t^- weiter erhöht, verbreitern sich die lokalisierten Zustände und können sich gegenseitig beeinflussen. Abbildung 8.6e zeigt den Überlapp der die lokalisierten Zustände beschreibenden Kanäle. Es kann sowohl zu Übergängen innerhalb eines Landau-Levels (LL) (intra-LL-Übergänge bzw. sog. *saddle-point transitions* (S)), als auch zu Übergängen zwischen zwei LL (inter-LL-Übergänge bzw. sog. *non-saddle-point transitions* (NS)) kommen. Die (S)-Übergänge transferieren dabei Ladung zwischen den Probenrändern und erhöhen den gemessenen 4-Punkt-Widerstand, da gegenüberliegende Ränder der Probe teilweise kurzgeschlossen werden. Die (NS)-Übergänge schließen wiederum die Topgate-Region "kurz" und zusätzliche Elektronen können die Barriere überwinden. Dieser Ladungstransfer setzt den Gesamtwiderstand herab [146]. Das Verhältnis W/L der Weite des Transportkanals zur Barrierenlänge der Topgate-Region spielt im Modell aus [146] ebenfalls eine entscheidende Rolle, wie Abb. 8.6f zeigt. W/L gibt die Zahl n_S der, der Einfachheit halber übereinander gereihten, lokalisierten Zustände wieder. Für große n_S ist dabei der widerstandsmindernde Effekt der (NS)-Übergänge zwischen zwei LL stark ausgeprägt. In der Realität wird je nach Geometrie und zufälliger Verteilung der Defekte einer der beiden Übergänge dominanter sein.
In Quelle [146] ist im Anhang eine relativ komplizierte Lösung für $l < g$ aufgeführt, die das Verhalten von R_{xx} mit geeigneten Fit-Parametern sehr gut wiedergibt. Dabei wird explizit die energieabhängige Transmissionswahrscheinlichkeit $t(E)$ der (S)-Übergänge, sowie die Wahrscheinlichkeit $p(E)$ eines (NS)-Übergangs einbezogen. Für die Extremfälle $t(E) = 0$ bzw. $p(E) = 1$ kann der Widerstand geschrieben werden als [146]:

$$R_{t=0} = \frac{h}{e^2}\frac{1}{g}\frac{g-l}{l+p\dfrac{g(n_S-1)}{(g-l+1)(2-p)}} \tag{8.2a}$$

$$R_{p=1} = \frac{h}{e^2}\frac{1}{g}\frac{g-l+t}{l-t+\dfrac{g(n_S-1)}{(g-l+1)}(1-t)}. \tag{8.2b}$$

Nach Gl. (8.2a) sinkt der durch Gl. (3.26a) gegebene Widerstand des Plateaus mit Erhöhen der Energie (und damit $p(E)$), bis das Minimum bei vollständiger (NS)-Koppelung $p = 1$ erreicht wird. Die (S)-Übergänge (Gl. (3.26b)) heben den Widerstand wiederum aus dem Minimum. Bei $t(E) = 1$ sind die sich gegenüberliegenden Randkanäle vollständig gekoppelt und es entsteht eine Situation analog zu Abb. 8.6d, allerdings mit einem erniedrigten LL-Index $N - 1$ in der verarmten Zone. Abbildung 8.6g zeigt den aus den beiden Gln. (8.2) resultierenden Widerstand, wobei die erste Hälfte der x-Achse p von 0...1 bei $t = 0$, die zweite Hälfte t von 0...1 bei $p = 1$ repräsentiert.

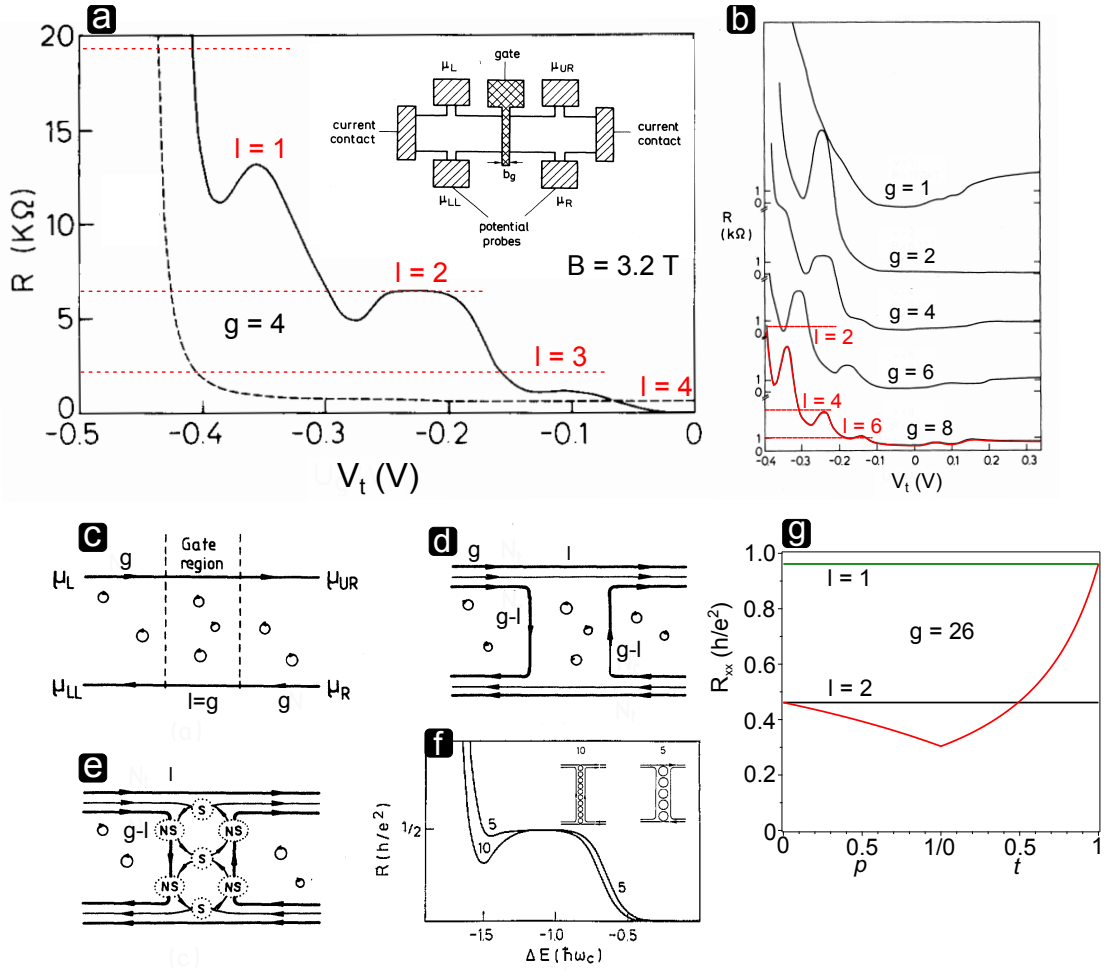


Abbildung 8.6: Gemischte Füllfaktoren in GaAs. a) Longitudinaler 4-Punkt-Widerstand an einem GaAs-2DEG mit einzelnem Topgate-Finger zur lokalen Änderung der Ladungsträgerdichte (siehe Inset). Die Länge (x-Ausdehnung) des Gates ist $L = 40\,\mu\text{m}$, die Weite der Hallbar $W = 200\,\mu\text{m}$. Die rot-gestrichelten Linien der erwarteten Plateauwerte wurden vom Autor hinzugefügt. **b)** Ähnliche Messkurven wie in (a) bei unterschiedlichem Magnetfeld bzw. globalem Füllfaktor g. **c)** Schema der Gate-Region im Randkanalmodell im homogenen Fall. Isolierte, lokalisierte Zustände sind als Kreise skizziert. **d)** Wird die lokale Region verarmt, werden die überschüssigen Moden an der Barrierengrenze reflektiert. Die lokalisierten Zustände sind innerhalb der Barriere dem selben Landau-Level (LL) zugeordnet wie die transmittierten Randkanäle mit Füllfaktor l. **e)** Die lokalisierten Zustände können den Gesamtwiderstand eines Plateaus über Inter-LL-Übergänge (NS) verringern. Intra-LL-Übergänge (S) erhöhen den Widerstand, indem die beiden Ränder der Probe teilweise kurzgeschlossen werden. **f)** Für große W/L sind in diesem Modell die Minima nach dem Plateau stärker ausgeprägt. **g)** Die Ab- und Zunahme des Widerstands, berechnet mit den Gln. (8.2) in Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeiten für (NS)-Übergänge ($p(E)$) und (S)-Übergänge ($t(E)$). Die schwarze, horizontale Linie repräsentiert das Plateau, berechnet nach Gl. (3.26a). Für $p = 1$ wird der reduzierte Widerstand minimal. Wird t erhöht, steigt auch R_{xx}, bis das nächste LL (grüne, horizontale Linie) erreicht wird. Grafik (a) adaptiert aus [147], (b-e) adaptiert aus [146], (f) aus [59] und (g) geplottet nach Gl. (8.2).

Auf die hier vorgestellten Experimente in Graphen (Proben A84 und G11) bezogen, lässt dieses semiklassische Bild relativ ausgeprägte Inter-LL-Übergänge (NS) vermuten. Obwohl das Verhältnis $W/L \approx 2$ in A84 und G11 recht klein ist, überwiegen die (NS)-Übergänge (wie in GaAs auch) insbesondere im Falle hoher Dichte im globalen Bereich und geringer Dichte im lokal vom Topgate manipulierten Gebiet. Neu bei Graphen ist das bipolare Regime. Auch hier scheint die Anzahl der reflektierten Randkanäle $g - l$ eine besondere Rolle zu spielen. Bei niedrigem g (vgl. Abb. 8.3c) ist der Übergang mit einem erhöhten Widerstand verbunden. Bei höheren g beginnt nicht nur das letzte Plateau im unipolaren Bereich abzusacken, sondern auch der bipolare Übergang wird immer transparenter (vgl. Abb. 8.3e). In den hier gezeigten Experimenten ist dieses Verhalten bei hohem g und niedrigem B in Probe G11 am deutlichsten ausgeprägt (vgl. Abb. 8.5b).

8.3 Adiabatischer Randkanaltransport

Als nächstes wird das Verhalten 1D-modulierter Proben mit kurzer Periode im Quanten-Hall-Regime diskutiert und die mit der Äquilibrierungslänge zusammenhängenden Unterschiede zu lang-periodischen Multibarrieren aus dem vorigen Abschnitt erläutert. Dazu wird Probe A60 mit $a = 120\,\text{nm}$, $L = 40\,\text{nm}$ und $M = 9$ (vgl. Abb. 7.6 bzw. Abschn. 7.2) herangezogen und ihr Verhalten im hohen, senkrechten Magnetfeld analysiert. Abbildung 8.7a zeigt den longitudinalen Widerstand R_{xx} in Abhängigkeit der Backgate- (V_g) und Topgate-Spannung (V_t). Analog zu Probe A84 (Abb. 8.3) weist auch A60 in den unipolaren Bereichen Signaturen gemischter Füllfaktoren auf. Diese Sanduhr-förmigen Bereiche sind zu höheren Ladungsträgerdichten hin der Farbgebung des Widerstands entsprechend schwächer ausgeprägt. Die annähernd horizontale Schnittgerade ($n \simeq n'$) durch die Farbkarte ist in Abb. 8.7b geplottet und zeigt den homogenen QHE mit den dichteabhängigen SdH-Minima, denen der globale Füllfaktor g zugeordnet wird. Ein vertikaler Schnitt bei $g = -10$ ist in 8.7c dargestellt und weist Plateaus im longitudinalen Widerstand auf. Die links vom Minimum mit $|l| > |g|$ stimmen gut mit den aus Gl. (3.26b) berechneten Werten für eine *einzelne* Barriere überein. Weiters erkennt man, dass die zu $l = -6$ zugehörige Signatur im verarmten ($|l| < |g|$) Gebiet kein flaches Plateau, sondern einen Peak ausbildet, dem ein tiefes Minimum folgt. Im semiklassischen Modell [146] können die an der Grenze des verarmten Bereichs reflektierten Randkanäle die - im Vergleich zur Weite W der Messstrecke - kurze Länge der Barriere L ($W/L \approx 17$ für Probe A60) über lokalisierte Zustände überwinden (vgl. Abb. 8.6e,g). Der Peak selbst liegt leicht höher als der erwartete Plateauwert für eine *einzelne* Barriere. Ähnlich verhält es sich mit dem Peak für $l = -2$. Über das Verhältnis des Maximums zum erwarteten Plateauwert für vollständige Äquilibrierung mit $M = 9$ Barrieren kann die Äquilibrierungslänge in der Probe grob abgeschätzt werden. Dazu wurde der Abstand der Streifen der Einfachheit halber (verarmter Bereich) als $x \sim L_t \sim L_g \sim 60\,\text{nm}$ angenommen. Dies ist eine legitime Annahme, da die Potentialübergänge in Probe A60 graduell verlaufen (vgl. Abb. 7.7g,h). Aus Gl. (3.27) und Gl. (8.1) folgt für das Plateau bei ($l = -6, g = -10$) mit $R_{xx}/R^9_{eq} \approx 0.16$ die Äquilibrierungslänge $l_{eq} \approx 180\,\text{nm}$. R^9_{eq} steht dabei für das theoretisch berechnete Widerstands-

plateau für $M = 9$ aktive Barrieren. Bei $(l = -2, g = -10)$ ergibt sich $R_{xx}/R^9_{eq} \approx 0.27$ und $l_{eq} \approx 110\,\mathrm{nm}$. Beide Werte sind nur eine grobe Abschätzung, da keine eindeutigen Plateaus ausgebildet sind. Trotz der Unsicherheiten, stimmen die Werte mit dem an Probe G11 abgeschätzten $l_{eq} \approx 180\,\mathrm{nm}$ in der Größenordnung überein, was die Aussagekraft der jeweiligen Abschätzungen stärkt.

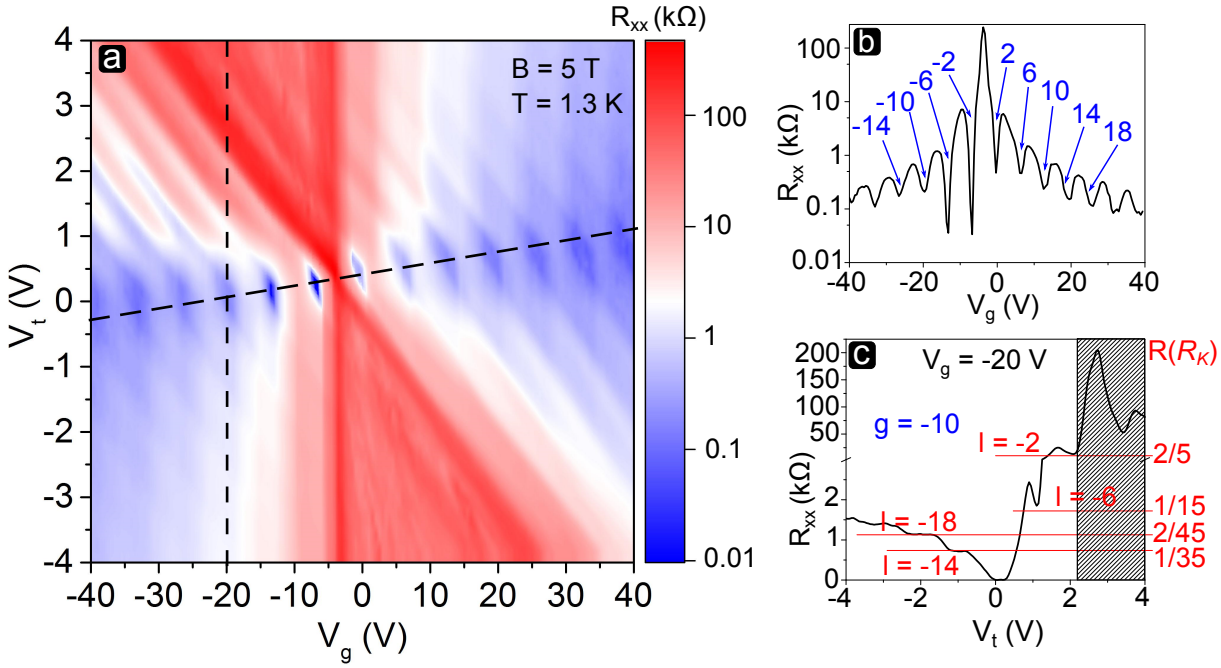


Abbildung 8.7: Adiabatischer Randkanaltransport an Probe A60. a) Farbkarte des longitudinalen Widerstands der kurz-periodischen Probe A60 ($a = 120\,\mathrm{nm}, L = 40\,\mathrm{nm}, M = 9$) bei $B = 5\,\mathrm{T}$. Im unipolaren Regime treten Flächen konstanten, gemischten Füllfaktors auf. **b)** Annähernd horizontaler Schnitt durch die Probe entlang der Minima des homogenen QH-Regimes ($n \simeq n'$). Die Minima repräsentieren den globalen Füllfaktor g. **c)** Vertikaler Schnitt (Topgate-Sweep) durch die Farbkarte. Man beachte, dass die y-Achse unterbrochen ist. Die horizontalen Linien geben die erwarteten Plateauwerte einer Einzelbarriere bei vollständiger Äquilibrierung an.

Insgesamt lässt sich im QH-Regime der Probe A60 ein annähernd adiabatischer Randkanaltransport [145] über das Übergitter hinweg beobachten. Die abgeschätzte Äquilibrierungslänge ist größer als die Barrieren der Längen L_t, L_g und das System verhält sich einer einzelnen Barriere sehr ähnlich. Die Äquilibrierung der reflektierten Moden findet dabei fast ausschließlich in den äußeren Bereichen über die metallischen Kontakte der Probe statt.
In Abb. 8.7a ist - im Unterschied zur Antwort des Systems bei $B = 0$ (Abb. 7.7a) - der intermediäre Bereich (vgl. Kap. 7) nicht sichtbar. Es ist allerdings wahrscheinlich, dass sich im ausreichend hohen B-Feld, aufgrund der unterschiedlichen Potentiale im lokal modulierten und äußeren Bereich (vgl. Abb. 7.7g,h), Zonen mit unterschiedlichen Füllfaktoren ausbilden und eine Sequenz $g_a > g > l$ ermöglichen. Dabei steht g_a für den Füllfaktor des äußeren Bereichs, der bisher mit g gleichgesetzt wurde. Sind $M \geq 2$ Barrieren aktiv, bildet sich entsprechend Abb. 8.1d zwischen den Streifen eine Zone mit zirkulierendem, überschüssigem Randkanal mit Füllfaktor $g - l$, der je nach Äquilibrierlänge der Probe l_{eq} und Länge der Zone L mehr oder minder starken Einfluss auf den Widerstand nehmen kann. Bei vollständiger Äquilibrierung müsste die mithilfe von Gl. (3.26) berechnete Gl. (8.1) einer komplizierteren Bedingung für ein Plateau, in Abhängigkeit der Füllfaktoren g_a, g, l weichen. In Probe A60 wird der Widerstand im Falle von $g_a \neq g$ aufgrund des adiabatischen Randkanaltransports jedoch nur über den verarmten l-Bereich und über die Außenbereiche mit Füllfaktor g_a bestimmt.

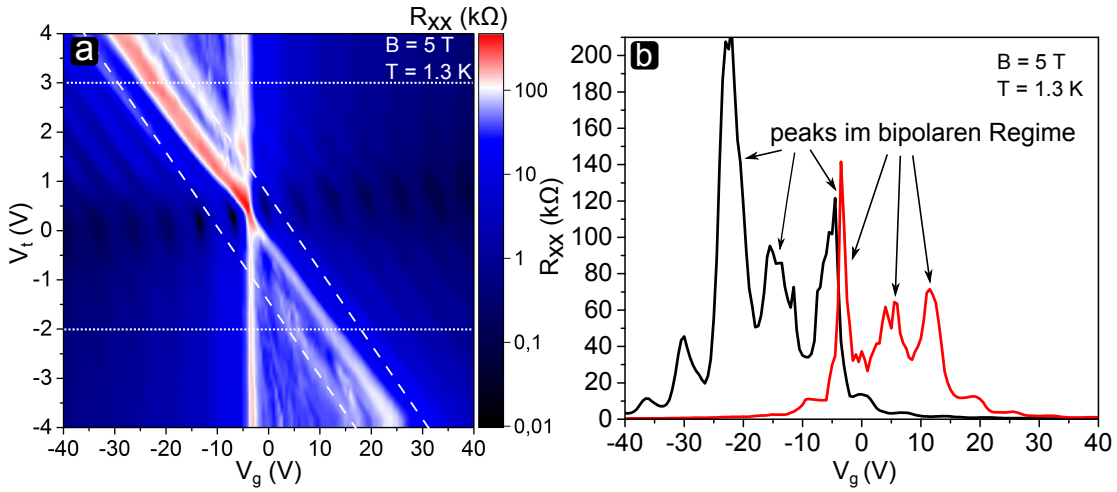


Abbildung 8.8: QHE im bipolaren Transportregime. a) Farbkarte des Widerstands aus Abb. 8.7a mit erhöhtem Kontrast im bipolaren Regime. Die schrägen, gestrichelten Linien heben die am stärksten ausgeprägten Peaks und deren Gegenstück im unipolaren Regime hervor. **b)** Backgate-Sweeps als horizontale Schnitte durch (a). Die Spitzen und Täler deuten womöglich auf eine Signatur gefüllter Landau-Level hin.

Zum Abschluss soll das Verhalten des Widerstands im bipolaren Regime von Probe

A60 angesprochen werden. In der Masterarbeit von Christian Baumgartner [90] wurde der Versuch unternommen, unterschiedliche Signaturen im bipolaren Transport, abhängig von der Magnetfeldstärke zu untersuchen. Dabei zeigte sich, dass hoch-bewegliche Proben bei hohen Feldern zunehmend isolierend wurden und sich keine der für den vollständigen Abgleich der Randkanäle erwarteten Plateaus nach Gl. (3.26c) ausbildeten. Eine solch ausbleibende Äquilibrierung am bipolaren Übergang wurde auch an anderer Stelle mit hoch-beweglichen Proben beobachtet [89, 91]. Außerdem stieg R_{xx} mit größerer Anzahl M zugeschalteter Topgates im B-Feld stärker an, als mit einer einzelnen aktiven Barriere. Im bipolaren Regime tauchten des weiteren hochohmige Peaks auf, denen in [90] kein eindeutiger Ursprung zugeordnet werden konnte.
Auch in Probe A60, mit deutlich kürzerer Periode des Übergitters als die in [90] vermessenen Proben, sind schwache Muster im bipolaren Regime erkennbar (Abb. 8.7a). Diese sind in Abb. 8.8a durch eine Kontrasterhöhung nochmal verdeutlicht. Die zwei ausgeprägten Peaks im pn' bzw. np' Regime sind in der Grafik mit gestrichelten Linien hervorgehoben. Interessanterweise stimmt die Verlängerung dieser Linien höheren Widerstands mit den Positionen einzelner Flächen/Peaks im unipolaren Regime überein. Diese wiederum geben ein volles Landau-Niveau an. Somit lässt sich bei gleichbleibender Gatekoppelung vermuten, dass die Linien höheren Widerstands auch im bipolaren Regime (siehe auch Peaks im einzelnen Gate-Sweep, Abb. 8.8b) die Signatur vollbesetzter Landau-Level, nur diesmal entgegengesetzter Polarität sind. In den Tälern dazwischen ist der Widerstand vermindert, was wiederum auf höhere Streuung zwischen parallel verlaufenden Randkanälen und damit leicht erhöhte Transmission über die bipolare Barriere schließen lässt. Die Probe A60 wies einen vergleichsweise hohen Widerstand am pn-Übergang und im bipolaren Regime auf. Somit lässt sich auch hier von einem seriellen Widerstand der einzelnen Barrieren ausgehen, auch wenn eine Überprüfung durch die Ansteuerung einzelner Topgates nicht möglich war.

Zusammenfassung Kapitel 8

Wird lokal Dichte-moduliertes Graphen einem senkrechten Magnetfeld ausgesetzt, führt der Quanten-Hall-Effekt zur Ausbildung von Randkanälen mit lokalen und globalen Füllfaktoren l, g in den Bereichen unterschiedlicher Ladungsträgerdichte. Für eine einzelne Barriere weist der longitudinale Widerstand R_{xx} im Idealfall Plateaus auf, die sich für $l \neq g$, unter vollständigem Abgleich der Randkanäle, mithilfe von Gl. (3.26) berechnen lassen. In einem Multibarrieren-System steigt der Widerstand im Limit des vollständig äquilibrierten Randkanaltransports um den Faktor M, der der Anzahl der (äquivalenten) Barrieren entspricht. In Abschnitt 8.1 wurde ein solches System aus zwei breiten, individuell adressierbaren Topgate-Streifen (Probe A84) untersucht und vollständige Äquilibrierung mit ausgeprägten Plateaus beobachtet. Die Äquilibrierungslänge l_{eq}, als Maß für die Streuung der am Rand der Probe parallel verlaufenden Randmoden, wurde deutlich kleiner als die Abstände der Barrieren abgeschätzt ($l_{eq} \leq 380\,\mathrm{nm}$). Plateaus im bipolaren Regime der Probe stimmten wiederum nur für gewisse Füllfaktoren g annähernd mit dem erwarteten Wert überein. Für große g blieb der Widerstand bei fixem B-Feld unter dem erwarteten Wert, bei kleinen g wurde ein überhöhtes R_{xx} am bipolaren Übergang gemessen. In 8.2 wurde die in der Masterarbeit [90] hergestellte Probe G11 weiter untersucht. Aufgrund eines Abfalls in der Beweglichkeit sank l_{eq} zwischen der Messung in [90] und der in dieser Arbeit vorgestellten Messreihe. In diesem Zusammenhang konnte der Wechsel vom partiell äquilibrierten ($l_{eq} = (170 \pm 20)\,\mathrm{nm}$) ins vollständig abgeglichene Regime ($l_{eq} \leq 95\,\mathrm{nm}$) beobachtet werden. Beide Messreihen wiesen in bestimmten Fällen verschwindende Plateaus beim Transport über ein verarmtes lokales Gebiet $l < g$ auf. Diese einbrechenden Plateaus konnten im Einklang mit früheren Messungen und der Theorie an GaAs [146] mithilfe von Ladungstransfer über lokalisierte Zustände im lokalen Gebiet erklärt werden.
Im Gegensatz zum vollständig äquilibrierten Randkanaltransport sind die Randkanäle im adiabatischen Regime voneinander entkoppelt. Dieser Fall tritt ein, wenn l_{eq} deutlich länger als die Barrieren und Zwischenräume ist, sodass sich der lokal modulierte Bereich wie eine einzelne Zone verhält. Dieses Regime wurde in der Übergitter-Probe A60 untersucht und in Abschnitt 8.3 diskutiert. Die Plateauwerte in R_{xx} im hohen Magnetfeld lagen in Probe A60 nur leicht höher als für vollständig entkoppelten Randkanaltransport. Die Äquilibration ergab $\sim 15\,\%$, woraus sich $l_{eq} = (150 \pm 40)\,\mathrm{nm}$ ableiten ließ. Dieser Wert ist wiederum größer als die abgeschätzte effektive Länge der Barrieren $L \approx 60\,\mathrm{nm}$, im Einklang mit dem adiabatischen Regime. An Probe A60 wurde außerdem das bipolare QH-Regime studiert. Analog zu anderen hoch-beweglichen Proben aus [90] wurden keine Plateaus im bipolaren Bereich beobachtet, sondern teilweise sehr hohe Widerstände, die an bestimmten Stellen Peaks ausbilden. Diese Widerstandsmaxima können womöglich als Signatur eines vollbesetzten Landau-Niveaus verstanden werden.

KAPITEL 9

WEISS-OSZILLATIONEN IN GRAPHEN

Die zwei vorigen Kapitel waren dem Gate-abhängigen Transport bei $B = 0$ bzw. bei hohen Feldern gewidmet, bei denen der Quanten-Hall-Effekt vollständig ausgeprägt ist. Wir wollen uns jetzt Proben zuwenden, die sowohl eine hohe Beweglichkeit als auch eine kurze Periode des Übergitters aufweisen und ihr Verhalten im veränderlichen Magnetfeld studieren.

9.1 Nachweis von Weiss-Oszillationen

Die in Abschnitt 7.3 eingeführte, auf ein strukturiertes Bottomgate (PBG) transferierte hBN/Gr/hBN-Heterostruktur J11 erfüllt sowohl von der Periode $a = 200\,\mathrm{nm}$ als auch der Beweglichkeit $\mu \approx 55\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ her die Anforderungen, um etwaige Kommensurabilitätseffekte im Übergitter zu beobachten. Eine der Bedingungen für Kommensurabilitäts- oder Weiss-Oszillationen (WOs) ist ein schwaches, unipolares, periodisches Potential senkrecht zur Messstrecke (siehe auch Kap. 5). Dieses wurde in Probe J11 über das Zusammenspiel von Backgate und PBG eingestellt (vgl. Abb. 6.7). In einem solchen 1D-Übergitter treten im longitudinalen Widerstand genau dann Minima auf, wenn die aufgrund des Übergitters oszillierenden Landau-Bänder flach werden, d. h. keine Dispersion aufweisen. Die B-Feld Position der Minima lässt sich über die Flachbandbedingung (5.1) bestimmen, wobei der magnetfeldabhängige Zyklotrondurchmesser $2r_C$ und die Periode a kommensurabel zueinander sein müssen. Die Beweglichkeit wiederum kommt der Forderung einer ausreichend langen, mittleren freien Weglänge l_p nach, sodass im semiklassischen Bild mindestens ein ganzer Zyklotronumlauf innerhalb der Streuzeit τ_p erfolgen kann [107].
Ausgewählte Messungen des longitudinalen Widerstands $R_{xx}(B)$ sind in Abb. 9.1 dargestellt. Die gezeigten Messkurven wurden dabei im nn'-Quadranten der Widerstandskarte $R_{xx}(V_p, V_g, B = 0)$ in Abb. 7.10a, an den mit Sternen markierten Stellen aufgenommen. Abbildung 9.1a zeigt einen B-Feld-Sweep in der unipolaren $n < n'$-Konfiguration, deren zugehöriges Ladungsträgerdichteprofil im Inset von Abb. 9.1b als schwarze Linie aufgetragen ist. Bei den Daten im Inset handelt es sich um von Ming-Hao Liu simulierte $n(x)$-

Profile. Diese wurden berechnet, indem zunächst die aus den SdHOs extrahierte mittlere Ladungsträgerdichte des homogenen (demodulierten) Falls $\bar{n} = n = n'$ (blaues Profil) als Ausgangspunkt zur Optimierung des elektrostatischen Modells, unter Einbeziehung der Quantenkapazität gewählt wurde. R_{xx} weist in Abb. 9.1a ausgeprägte Maxima und Minima im Feldbereich $B = 0...2\,\mathrm{T}$ auf, die sich über die Flachbandbedingung (5.1) den erwarteten WOs eindeutig zuordnen lassen. Bei $B > 1\,\mathrm{T}$ tritt die Landau-Quantisierung zunehmend in Erscheinung, sodass das erste WO-Minimum bei 1.55 T von feineren SdH-Oszillationen überlagert wird. Die mittlere Ladungsträgerdichte $\bar{n} = 1.0 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ wurde aus der B^{-1}-Abhängigkeit der SdHO-Minima extrahiert, wobei

$$\frac{1}{B_j} = \frac{h\bar{n}}{g_s g_v e} j, \tag{9.1}$$

mit $g_s g_v = 4$ und $j = 1, 2, ...$ Über $\bar{n}$ und den Geometriefaktor ergibt sich σ_0 und damit die mittlere freie Weglänge zu $l_p = 640\,\mu\mathrm{m}$. Außerdem lassen sich mithilfe von $\bar{n}$ und der Periode a die erwarteten Positionen der WO-Minima über die Flachbandbedingung (5.1) berechnen. Diese sind in Abb. 9.1a als blau gestrichelte, vertikale Markierungen eingezeichnet, wobei die ganze Zahl den WO-Index λ repräsentiert. Die theoretischen Minima stimmen sehr gut mit der experimentellen Position überein und bestätigen die Anwendbarkeit der Gl. (5.1) zur Bestimmung der Flachbandposition in Graphen. In der Messung sind Minima bis zu $\lambda = 3$ aufgelöst, wobei sich der Zyklotroradius für das dritte Minimum zu $r_C = 275\,\mathrm{nm}$ und der Zyklotronbahnumfang zu $u_C = 2\pi r_C = 1.7\,\mu\mathrm{m}$ ergeben. Die zuvor ermittelte mittlere freie Weglänge $l_p = 640\,\mathrm{nm}$ liegt deutlich unterhalb u_C, sodass die Auflösbarkeit der Oszillationen nicht zwingend von l_p abhängig ist. Tatsächlich scheinen einige wenige Elektronen mit höherer Weglänge als l_p auszureichen, um den Effekt sichtbar zu machen. Der mit einem roten, vertikalen Strich markierte Peak im Magnetowiderstand in Abb. 9.1a lässt sich auf Streuung am Probenrand (*magneto-size-effect*) zurückführen (vgl. Kap. 2.6.4). Aus der Dichte $\bar{n}$ und der Feldposition $B \approx 0.12\,\mathrm{T}$ ergibt sich der Zyklotronradius $r_C \approx (0.9 \pm 0.1)\,\mu\mathrm{m}$, der gut mit der im optischen Mikroskopbild abgeschätzten Kanalbreite $W \approx 0.9\,\mu\mathrm{m}$ übereinstimmt. Ein Maximum bei $r_C \simeq W$ weicht von der Theorie für konventionelle 2DEGs ab, ist jedoch im Einklang mit einer früheren Untersuchung an Graphen [67].

Wird die Backgate-Spannung V_g erhöht, kompensieren die zusätzlichen Elektronen nach und nach die aufgeprägte Modulation, bis sich der in Abb. 9.1b gezeigte, *demodulierte* Zustand mit $n \simeq n'$ einstellt. Das zugehörige (blaue) Ladungsträgerdichteprofil im Inset verdeutlicht das Fehlen der Modulation bei den im Experiment eingestellten Gatespannungen $V_p = 0.9\,\mathrm{V}, V_g = 15\,\mathrm{V}$. Der einzelne Feld-Sweep (Abb. 9.1b) zeigt nur die mit der Landau-Quantisierung der Zustandsdichte assoziierten SdH-Oszillationen, aus denen sich die Elektronendichte $n = 1.2 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ extrahieren lässt. Die beiden Peaks um $B = 0$ sind die bereits erwähnten Signaturen der diffusiven Streuung am Probenrand und ergeben am Maximum $B \approx 0.16\,\mathrm{T}$ abermals $r_C \simeq W$. Dieser Effekt tritt unabhängig von der Modulation auf und schließt somit eine Erklärung über den magnetischen Durchbruch (vgl. 5.1.2) aus. Ein Landau-Fächerdiagramm, aufgenommen entlang der in Abb. 7.10a dargestellten Linie des demodulierten Regimes mit $n \simeq n'$, ist in Abb. 9.2 dargestellt. Hierbei wurde

das Verhältnis $V_g = 0.06V_p$ über die beiden Gate-SMUs konstant gehalten, um $n \simeq n'$ bei verschiedenen Gatekombinationen beizubehalten.

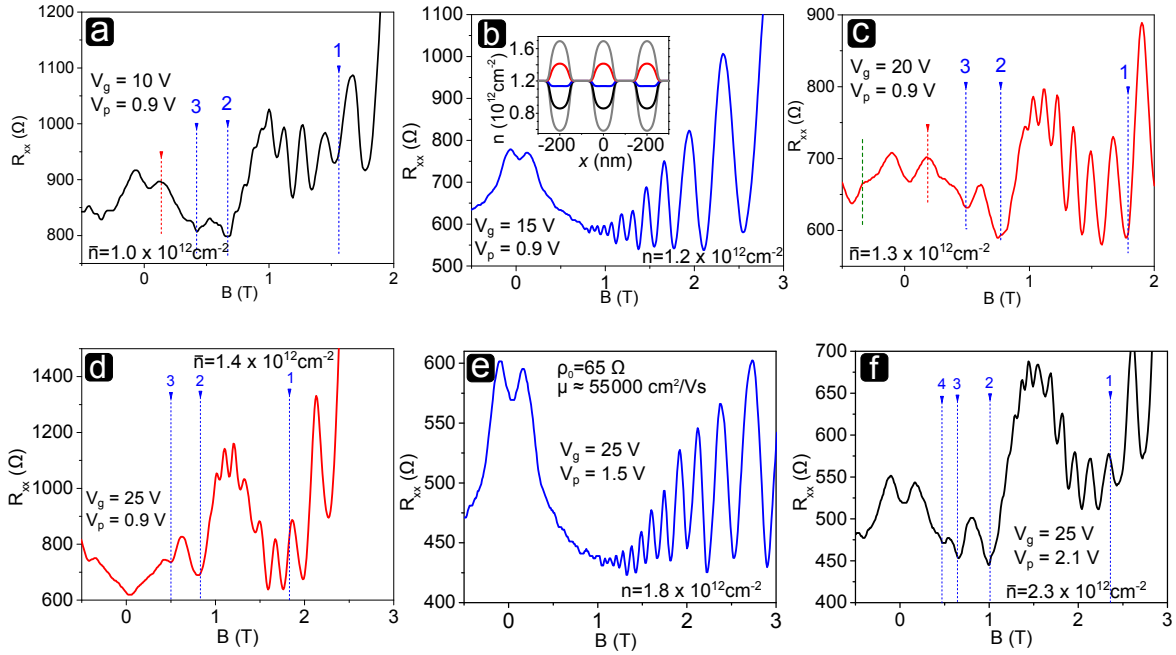


Abbildung 9.1: Weiss-Oszillationen im n-Regime der Probe J11.
a) Magnetowiderstand R_{xx} bei $n < n'$ und $T = 1.5\,\mathrm{K}$. Vertikale, blaue Linien markieren die berechneten B-Feldpositionen des Flachbands. Die rot gestrichelte Linie hebt die Position des geometrischen Widerstandsmaximums hervor. **b)** Demoduliertes $n \simeq n'$-Regime. Der Inset zeigt farbcodiert die Ladungsträgerdichteprofile von (a-c). **c)** WOs im $n > n'$-Regime. Die blau gestrichelten Linien repräsentieren die errechneten Positionen der WO-Minima. Der rot gestrichelte Marker steht erneut für die Position des geometrischen Maximums. Der mit einer grün gestrichelten Linie markierte Knick könnte eine Signatur des klassischen magnetischen Durchbruchs darstellen. **d)** $n > n'$-Regime, wobei der geometrische Peak um $B = 0$ durch den erhöhten Gesamtwiderstand überlagert wurde und nicht mehr auflösbar ist. **e)** Demoduliertes Regime. Das Minimum des Magnetowiderstands, extrapoliert auf $\rho_{xx}(B = 0)$, sowie die Ladungsträgerdichte $\bar{n}$ liefern eine etwas niedrigere Beweglichkeit wie der Feldeffekt. **f)** $n < n'$-Regime. Bei höherer Dichte tritt ein $\lambda = 4$-Minimum zum Vorschein - im Einklang mit der höheren mittleren freien Weglänge in dieser Gatekonfiguration.

In diesem quasi-homogenen Fall treten im Graphen keine WOs auf. Somit liegt die Vermutung nahe, dass die im modulierten Regime beobachteten WOs einen rein elektrostatischen Ursprung haben und eine etwaige *Strain*-induzierte, *eingebaute* Modulation ausgeschlossen werden kann, da sich diese aufgrund der doppelten Frequenz des Potentials nur schwer demodulieren ließe. Für noch höhere V_g - bei weiterhin konstantem V_p - geht die Probe ins $n > n'$-Regime über. Abbildung 9.1c zeigt den B-Feld-Sweep bei einer mittleren Ladungsträgerdichte $\bar{n} = 1.3 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ und dem im Inset von Abb. 9.1b rot

markierten Dichteprofil. In der Messung werden WOs beobachtet, deren $\lambda = 2$- und $\lambda = 3$-Minima erneut sehr gut mit der Flachbandbedingung übereinstimmen. Die leichte Diskrepanz zwischen dem von den SdHOs überlagerten experimentellen $\lambda = 1$-Minimum und der theoretisch berechneten Position deutet eine Abweichung zur Theorie an. Die Flachbandbedingung (5.1) wurde in Abschnitt 5.2 als asymptotische Näherung und unter der Annahme eines harmonischen Übergitter-Potentials eingeführt. Tatsächlich weist die exakte Lösung der Bandstruktur mit Übergitterpotential jedoch eine marginale Verschiebung der Bandminima zu kleineren Magnetfeldern auf [110]. Des weiteren wurde in Abschnitt 5.2.1 gezeigt, wie höhere Harmonische des Potentials die Position der WO-Minima beeinflussen können. Wie man leicht am Ladungsträgerdichteprofil (Inset Abb. 9.1b) erkennen kann (und per Fourier-Analyse des Potentialprofils geprüft wurde), sind Anteile höherer Harmonischer in der Antwort des Systems nicht auszuschließen.
Der mit einer roten, vertikalen Linie markierte Peak in Abb. 9.1c stammt erneut vom geometrischen Effekt der diffusiven Randstreuung. Der mit der grün gestrichelten Linie hervorgehobene (im negativen B-Bereich klarer ausgeprägte) Knick repräsentiert hingegen womöglich einen gänzlich anderen Effekt. Wie in Abschnitt 5.1.2 erwähnt, kann in einem Übergitter der klassische magnetische Durchbruch auftreten, bei dem ab einem bestimmten Feld B_0 lose Elektronen-Trajektorien entlang der Übergitteräquipotentiallinien (in y-Richtung) über die Lorentzkraft zu Kreisbahnen gezwungen werden. Mithilfe von Gl. (5.12) erlaubt die mit einem Widerstandsmaximum assoziierte klassische Durchbruchsfeldstärke B_0 die Bestimmung der Modulationsamplitude des Übergitters. In der hier gezeigten Messung tritt der Knick bei $B = 0.31\,\mathrm{T}$ auf, was eine Modulationsamplitude $V_0 = 10.7\,\mathrm{meV}$, bzw. mit $E_F(\bar{n}) = 133\,\mathrm{meV}$ ein Verhältnis $\eta = V_0/E_F = 0.081$ ergibt.

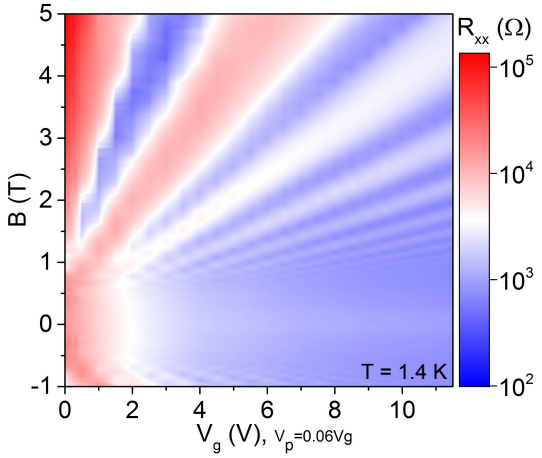


Abbildung 9.2: Landau-Fächerdiagramm im demodulierten Regime. Der longitudinale Widerstand von Probe J11 weist typische SdH-Oszillationen eines homogenen Systems, in Abhängigkeit des Magnetfelds und der beiden Gate-Spannungen auf. Die Gates wurden zu $V_g = 0.06V_p$ eingestellt und die Ladungsträgerdichte annähernd homogen bei $n \simeq n'$ gehalten.

Die Abbildungen 9.1d-f zeigen weitere Beispielmessungen des longitudinalen Widerstands, diesmal bei fixem $V_g = 25\,\mathrm{V}$ und variierendem V_p. Die Messkurve im linken Bild (d) wurde bei einer mittleren Dichte von $\bar{n} = 1.4 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ im $n > n'$-Regime aufgenommen und weist WOs auf, die sich erneut recht gut den erwarteten Flachbandpositionen zuordnen lassen. Der von der diffusiven Randstreuung herrührende, geometrische Peak ist

in diesem Fall vom höheren Widerstand der WOs überlagert. In Abb. 9.1e wird durch Erhöhen von V_p die $n \simeq n'$-Linie geschnitten und nur noch der ausgeprägte geometrische Peak um $B = 0$ und die SdHOs beobachtet. Das homogene Regime kann genutzt werden, um die Beweglichkeit μ des Systems zu überprüfen. Neben dem Plattenkondensatormodell lässt sich μ im unmodulierten System auch über die Leitfähigkeit $\sigma_0 = ne\mu$ bei $B = 0$ und dem aus dem Hall-Widerstand oder aus den SdHOs extrahiertem n bestimmen. In den hier vorgestellten Abbildungen 9.1a-f wird $\rho_0 = 1/\sigma_0$ allerdings durch den hohen Widerstand des geometrischen Peaks kaschiert. In Abb. 9.1e konnte ρ_0 über das Minimum der Einhüllenden von R_{xx}, bei ca. 1.2 T und den Geometriefaktor der Messstrecke $x/W = 6.7$ zu $\rho_0 = R_0 W/x \approx 65\,\Omega$ extrapoliert werden. Daraus ergab sich mithilfe der aus den SdHOs extrahierten Ladungsträgerdichte $n = 1.8 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ die Beweglichkeit von Probe J11 zu $\mu \approx 55\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$. In Abb. 9.1f ist V_p erneut erhöht worden, sodass sich WOs bei $n < n'$ ausbilden. Durch das höhere $\bar{n}$ steigt die mittlere freie Weglänge auf $l_p = 975\,\mathrm{nm}$ an. Auch im Magnetowiderstand beginnt das $\lambda = 4$-Minimum bei einem Zyklotronradius von $r_C = 380\,\mathrm{nm}$ bzw. einem Bahnumfang $u_C = 2.4\,\mu\mathrm{m}$ sichtbar zu werden.

9.2 Vergleich von Experiment und Theorie

Der im vorigen Abschnitt vorgestellte, experimentelle Nachweis von WOs in Graphen lässt sich vor allem auf die Zuverlässigkeit der eingesetzten, strukturierten Bottomgates sowie die hohe Beweglichkeit der darüber gestapelten hBN/Gr/hBN-Struktur zurückführen. Wie von der Theorie für Graphen erwartet (vgl. Kap. 5.2), treten die Minima in R_{xx} an den Flachbandpositionen, in guter Übereinstimmung zu Gl. (5.1) auf. Die Einhüllende der Oszillationen steigt jedoch nicht-linear mit dem Magnetfeld an, anders als es von der Theorie unter Einbeziehung isotroper Streuung vorhergesagt wird [24, 25, 23, 102, 52]. Stattdessen werden WO-Peaks für größere λ bzw. weitere Zyklotronorbits stärker gedämpft. Ein solches Verhalten wurde bereits an konventionellen 2DEGs beobachtet [20] und empirisch korrigiert [103, 148] bzw. mithilfe der nicht-vernachlässigbaren Kleinwinkelstreuung an eingebetteten 2D-Elektronensystemen erklärt (vgl. Kap. 5.1.3 bzw. [66]).
In Abb. 9.3a wird der aus Abb. 9.1c bekannte Magnetowiderstand mit der Theorie für isotrope und anisotrope Streuung verglichen. Die berechneten Kurven aus den jeweiligen Theorien wurden hierbei an das erste WO-Maximum bei ca. 1 T angepasst. Für die blaue Fitkurve wurde zunächst die zusätzliche Bandleitfähigkeit $\Delta\sigma_{yy}$ mithilfe der für Graphen hergeleiteten Gl. (5.16) berechnet, wobei die bereits bekannte Ladungsträgerdichte $\bar{n}$, die Temperatur T und die isotrope Impulsrelaxationszeit τ_p in die Formel eingingen. Daraus ergibt sich, wie in Abschnitt 5.1 diskutiert, der spezifische Widerstand ρ_{xx} über die Inversion des Leitfähigkeitstensors. Als Fit-Parameter diente die Modulationsamplitude des aufgeprägten, schwachen Übergitterpotentials V_0, bzw. deren Verhältnis zur Fermi-Energie $\eta = V_0/E_F$, welches aus der (blauen) Anpassung zu $\eta \approx 0.09$ bestimmt wurde. Die rote Fit-Kurve berücksichtigt die Kleinwinkelstreuung und wurde mithilfe von Gl. (5.13) berechnet. In dieser Gleichung spielt die elastische (Quanten-) Streuzeit τ_e, bzw. deren Verhältnis zu

τ_p eine tragende Rolle. Deshalb wurde für Probe J11 τ_e mithilfe von Gl. (2.46) aus der Einhüllenden der SdHOs im demodulierten ($n \simeq n'$)-Regime bestimmt. Der Inset in Abb. 9.3a zeigt den normierten und von einem Hintergrund bereinigten Magnetowiderstand (schwarze Kurve) aus Abb. 9.1b. Die rote Kurve im Inset ist ein durch Gl. (2.46) berechneter Fit und liefert $\tau_e = (80 \pm 10)\,\mathrm{fs}$. Eine Abschätzung von τ_e aus der Dämpfung der SdHOs in Abb. 9.1e gibt eine ähnlich Streuzeit $\tau_e \approx (60 \pm 10)\,\mathrm{fs}$ wieder. Daraus folgt ein Verhältnis $\tau_p/\tau_e \approx 9$, welches sich im rot gehaltenen Magnetowiderstandsverlauf der Abb. 9.3a widerspiegelt. Man beachte, dass die für die Fitkurve benutzte Gl. (5.13) nicht explizit für Graphen, sondern für parabolische Bänder hergeleitet wurde. Für die hier gezeigten Fits, wurde die Gleichung mit den Streuzeiten τ_p, τ_e und mit der Graphen-spezifischen Fermi-Energie $E_F = \hbar v_F k_F$, mit $k_F = \sqrt{\pi n}$ berechnet. Es kann jedoch nicht ausgeschlossen werden, dass eine theoretische Analyse des Problems, unter besonderer Berücksichtigung der Kleinwinkelstreuung in Graphen, ein abweichendes Resultat zu Gl. (5.13) ergibt. Aus der Anpassung der Peakamplitude folgt $\eta = 0.24$, wobei zu bemerken ist, dass η keinen Einfluss auf die *Form* der berechneten Kurve hat.
Eine deutlich bessere Übereinstimmung mit dem Experiment erhält man, wenn neben η auch τ_e variiert wird. So konnte eine, dem Experiment besser entsprechende Fit-Kurve (orange) mit $\eta = 0.24$ und $\tau_e = 0.15\,\mathrm{ps}$ bzw. $\tau_p/\tau_e \approx 5$ generiert werden. Diese weist ein ausgeprägteres Minimum bis $\lambda = 3$ auf. Eine mögliche Erklärung für die Diskrepanz zwischen dem aus der Dämpfung der SdHOs extrahierten $\tau_e \approx 0.08\,\mathrm{ps}$ und dem für die (orange) Fit-Kurve angenommenen Wert 0.15 ps wäre, dass das experimentelle τ_e aufgrund womöglich nicht gänzlich abgestellter Modulation im System unterschätzt wurde. Wie wir später sehen werden, konnte in einer ähnlichen Probe (A97) an einer gänzlich unmodulierten Referenzstrecke ein für ähnliche Fits plausibleres τ_e extrahiert werden. Leider wies die hier diskutierte Probe J11 jedoch keine solche Referenzstrecke ohne PBG auf, um τ_e im unmodulierten System zu bestimmen.
Während die Graphen-spezifische Theorie (blaue Fit-Kurve) bei niedrigen Feldern die Dämpfung der Oszillationen nicht ausreichend gut nachbildet (wobei der Effekt bei später vorgestellten Proben J12 und A97 noch stärker zum Vorschein kommt), weist die für das parabolische 2DEG entwickelte Theorie der anisotropen Streuung (rote, orange Kurve) ein etwas zu starkes Abklingen der Amplitude für niedrigere Felder auf. Der Vergleich der Modulationsamplituden zeigt außerdem, dass für den anisotropen Fall V_0 deutlich höher angenommen werden muss ($\eta = 0.24$), als für die Graphen-Theorie mit isotroper Streurate ($\eta = 0.09$). Für die hier diskutierte Messung wurde bereits in Abschnitt 9.1 eine relative Modulationsamplitude $\eta = 0.08$ aus einer möglichen Signatur des magnetischen Durchbruchs extrahiert. Dieser Wert könnte das tatsächliche η jedoch um bis zu einem Faktor von 2.5 unterschätzen [109].

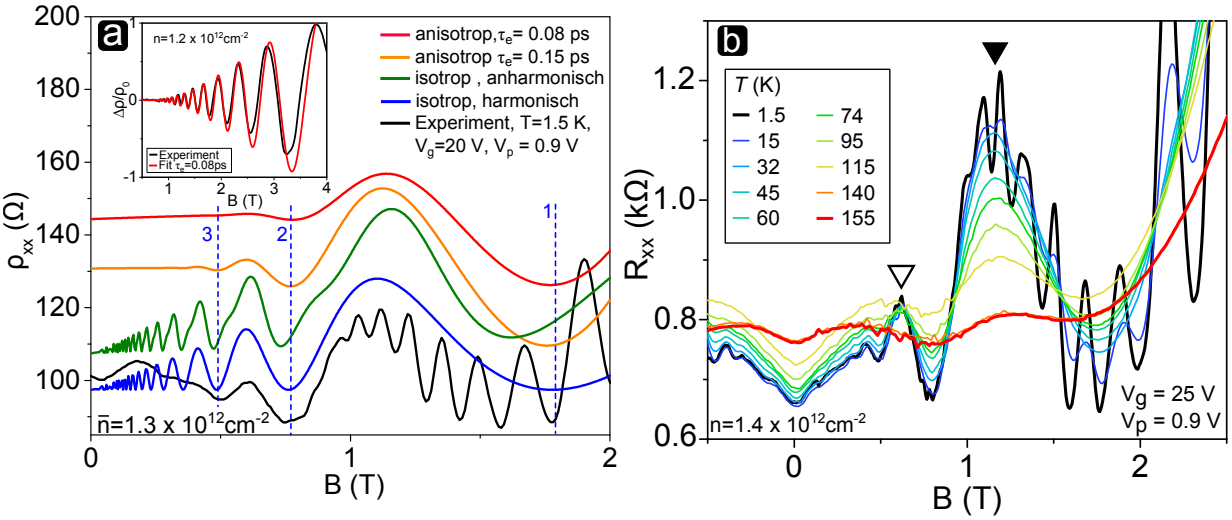


Abbildung 9.3: WOs in Probe J11: Vergleich zwischen Experiment und Theorie. **a)** Messkurve (schwarz) bei ($V_g = 20\,\mathrm{V}, V_p = 0.9, T = 1.5\,\mathrm{K}$), gefittet mit der Theorie für isotrope (blau, grün) Streuung mit $\eta = 0.09$ und anisotrope (rot, orange) Streuung mit $\eta = 0.24$. Die Kurven sind auf das experimentelle ρ_0 angepasst und zur besseren Unterscheidung um $10\,\Omega$ bzw. $15\,\Omega$ gegeneinander verschoben. Für die grüne Kurve wurden Anteile höherer Harmonischer $V_2 = 0.4V_0, V_3 = 0.03V_0, V_4 = 0.05V_0$ mit $V_0 = \eta E_F$ angenommen. Die blau gestrichelten, vertikalen Marker repräsentieren die Position der theoretischen Flachbandpositionen des harmonischen Potentialprofils. Der Inset zeigt den auf ρ_0 normierten und von einem Hintergrund bereinigten Magnetowiderstand (schwarz) mit einer theoretischen Fitkurve (rot) für die elastische Streuzeit $\tau_e \approx 80\,\mathrm{fs}$. **b)** Temperaturabhängigkeit der WOs. Die Oszillationen sind selbst bei $T \gtrsim 150\,\mathrm{K}$ sichtbar. Die T-Abhängigkeit der mit roten Dreiecken markierten Peaks wird in Abschnitt 9.5 diskutiert.

Die Amplitude aus der Elektrostatik (vgl. Inset Abb. 9.1b) liefert wiederum ein kleines $\eta = 0.04$, wobei die Amplitude der Modulation zu $V_0 = 5.5\,\mathrm{meV}$ bestimmt wurde. Diese Abschätzung über das elektrostatische Modell sollte jedoch mit etwas Vorsicht betrachtet werden, zumal es Abschirmeffekte des Elektronensees nicht berücksichtigt. Diese führen nämlich - in der in Abschnitt 5.2.2 diskutierten Thomas-Fermi-Näherung - zu einer zusätzlichen Absenkung von V_0. Unter der Annahme eines harmonischen Potentials reduziert sich V_0 für die oben genannten Parameter um $\kappa_{TF} \sim 6$ und ergibt somit ein abgeschirmtes $\eta = 0.007$. Dieses geringe η als Fit-Parameter in die jeweiligen Formeln eingesetzt, unterschätzt die gemessene Amplitude der WOs jedoch beträchtlich und um dies zu kompensieren, müsste die Beweglichkeit bzw. mittlere freie Weglänge in Gl. (5.16) unglaubwürdig hohe Werte annehmen. Diese würden sich allerdings in weiteren WO-Minima im Experiment widerspiegeln. Eine mögliche Erklärung für diese Ungereimtheit wäre, dass die TF-Näherung die Abschirmung des Potentials überschätzt. Zu einer ähnlichen Schlussfolgerung kamen Weichsel *et al.* [148], wobei sie aus dem Experiment an modulierten 2DEGs eine um den Faktor 2 höhere Modulationsamplitude, als über die TF-Abschirmung berech-

net, angeben.
Geht man außerdem von einem anharmonischen Potentialprofil [111] aus[1], wird die Abschätzung der tatsächlichen Amplitude komplexer. Der Gesamtwiderstand ergibt sich dann aus der Summe (5.20) der unterschiedlich gewichteten Anteile höherer Harmonischer, deren Koeffizienten vom Potentialprofil und damit von der Geometrie der Probe abhängen.
Die grüne Fitkurve in Abb. 9.3a stellt $\rho_{xx}(B)$, berechnet mit dieser Formel dar. Im Unterschied zur blauen Kurve, wurde der realen Geometrie entsprechend, ein anharmonisches Potential angenommen, welches Anteile der 2., 3. und 4. Harmonischen beinhaltet (vgl. Abschnitt 5.2.1). Für gleiches $\eta = 0.09$ ist die Gesamtamplitude aufgrund der Summierung über die einzelnen harmonischen Anteile von ρ_{xx} leicht erhöht. Die Koeffizienten wurden empirisch gewichtet ($V_2 = 0.4V_0, V_3 = 0.03V_0, V_4 = 0.05V_0$), wobei darauf geachtet wurde, die Form der experimentellen Kurve annähernd zu wahren und gleichzeitig das $\lambda = 1$-Minimum deutlich sichtbar zu niedrigeren Feldstärken hin zu verschieben. Diese einfache Abschätzung zeigt, dass sich die Form des aufgeprägten Potentials in den gemessenen WOs über eine Verschiebung der WO-Minima bemerkbar macht und das zu niedrigeren B-Feldern hin verschobene $\lambda = 1$-Minimum erklären kann.
Die in Abb 9.3b gezeigten B-Feldsweeps weisen eine ausgeprägte Robustheit gegenüber höheren Temperaturen T auf. Während die SdHOs bereits bei niedrigen T stark gedämpft sind, bleiben WOs bis zu $T \gtrsim 150\,\mathrm{K}$ sichtbar. Die quantitative T-Abhängigkeit der WOs wird im Abschnitt 9.5 diskutiert.

9.3 Asymmetrisches Übergitter

Die Probe J12 mit ähnlicher Geometrie wie die Schwesterprobe J11, aber asymmetrischem Übergitter ($a = 150\,\mathrm{nm}, L = 50\,\mathrm{nm}$), wies ebenfalls ausgeprägte WOs auf. Der Magnetowiderstand $R_{xx}(B)$ in Abhängigkeit der am PBG angelegten Spannung V_p ist in Abb. 9.4a als Farbkarte geplottet. Man erkennt, dass die mit der Streuung an den Probenrändern assoziierten Peaks um $B = 0$ (rot gestrichelte, vertikale Linie) nicht mit V_p variieren und folglich vom unmodulierten Bereich der Probe stammen, der allein über das Backgate kontrolliert wird. In der Farbkarte sind die WO-Minima $\lambda = 1$ - 3 mit schwarz gestrichelten, schräg verlaufenden Linien hervorgehoben, wobei die Abhängigkeit der Position der WO-Minima linear genähert wurde. Die WOs sind oberhalb von $B > 1\,\mathrm{T}$ durch SdH-Oszillationen überlagert. Die horizontalen Linien markieren die einzelnen Messungen von $R_{xx}(B)$, die in den Abbildungen 9.4b-e gezeigt werden. Die Oszillationsminima stimmen auch für diese asymmetrische Probe mit den über die Flachbandbedingung eines harmonischen Potentialverlaufs (5.1) berechneten Feldstärken recht gut überein. In der (schwarzen) Kurve von Abb. 9.4b des verarmten $n > n'$-Regimes sind drei WO-Minima auflösbar, wobei sich mit dem unteren Limit der Beweglichkeit (aus dem Plattenkondensatormodell) $\mu = 93\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ für $\lambda = 3$ ein Zyklotronradius $r_C = 206\,\mathrm{nm}$ bzw. Bahnumfang $u_C = 1.3\,\mu\mathrm{m}$ ergibt, welcher mit $l_p = 1.1\,\mu\mathrm{m}$ relativ gut übereinstimmt.

[1] Die Fourier-Analyse des Dichteprofils in Abb. 9.1b zeigt, dass sowohl Koeffizienten mit ungeradzahliger als auch geradzahliger Ordnung einbezogen werden müssen.

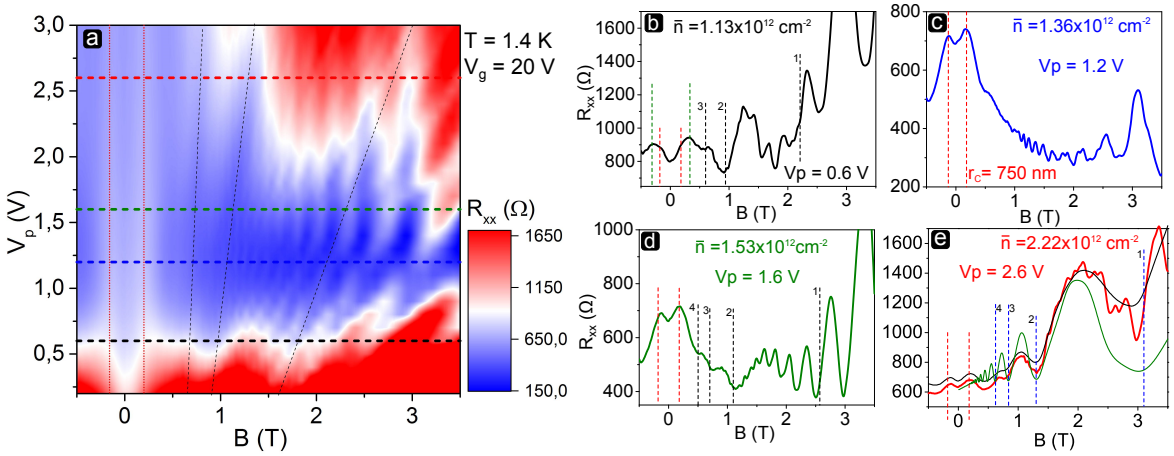


Abbildung 9.4: Weiss-Oszillationen im asymmetrischen 1D-Übergitter J12.
a) Magnetowiderstandskarte $R_{xx}(B, V_p)$. WOs sind durch die schrägen, schwarz gestrichelten Linien hervorgehoben. Die horizontalen Linien markieren die in (b-e) gezeigten Sweeps. Die vertikalen, rot gestrichelten Linien kennzeichnen den geometrischen Peak der diffusiven Randstreuung und verdeutlichen, dass sich dieser in V_p nicht ändert. **b)** $R_{xx}(B)$ im $n > n'$-Regime. Die mittlere Ladungsträgerdichte $\bar{n}$ wurde aus der Frequenz der SdHOs extrahiert. Die schwarz gestrichelten Linien markieren die erwartete Flachbandposition. Die rot gestrichelten Linien markieren einen Knick im ansteigenden R_{xx}, der die Position des geometrischen Effekts wiedergibt. Die grün gestrichelte Linie markiert die mögliche Position des klassischen magnetischen Durchbruchs $B_0 = 0.31\,\mathrm{T}$. Aus dieser ergibt sich ein $V_0/E_F = 0.06$. **c)** Demoduliertes $n \simeq n'$-Regime mit geometrischem Effekt und SdHOs. **d)** Magnetowiderstand bei $n < n'$. Die erwarteten WO-Minima sind mit schwarz gestrichelten, vertikalen Linien gekennzeichnet. Der Knick in der grünen Kurve an der passenden Stelle deutet das $\lambda = 4$-Minimum an. **e)** Bei höherem V_p und damit ausgeprägterer Modulation nähert man sich dem Limit der starken Modulation an und WOs werden schlechter aufgelöst. Die rote Kurve repräsentiert die Messung bei $T = 1.4\,\mathrm{K}$, die schwarze Kurve bei $T = 40\,\mathrm{K}$. Die grüne Kurve ist ein Fit mithilfe der Gl. (5.20), unter Einbeziehung höherer Harmonischer.

Das demodulierte $n \simeq n'$-Regime in Abb. 9.4c weist nur den geometrischen Peak und SdHOs auf. Der relative Widerstand ist in dieser Konfiguration am niedrigsten. Der geometrische Peak um $B = 0$ (rot gestrichelte, vertikale Linie in Abb. 9.4c) liefert eine Probenbreite von 750 nm, die mit der nach dem Ätzen mit CHF_3/O_2 bestimmten realen Breite von $\sim 780\,\mathrm{nm}$ erneut gut übereinstimmt. Die grüne Messkurve in Abb. 9.4d repräsentiert im $n < n'$-Regime eine leicht höhere mittlere Dichte $\bar{n} = 1.53 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$, bei der im Bereich des errechneten $\lambda = 4$-Minimums ein Knick auftritt. Dieser lässt eine beginnende WO-Signatur vermuten, wobei $u_C = 1.8\,\mu\mathrm{m}$ vergleichbar mit der mittleren freie Weglänge $l_p = 1.4\,\mu\mathrm{m}$ wäre. In Abb. 9.4e wurde schließlich eine noch höhere Modulation über das PBG eingestellt. Die WOs sind aufgrund des höheren Gesamtwiderstands nicht mehr so stark ausgeprägt und das $\lambda = 4$-Minimum ist in der roten Kurve ($T = 1.4\,\mathrm{K}$) nicht eindeutig feststellbar.

Die Probe J12 zeigt, dass WOs unabhängig vom Tastverhältnis des Übergitterpotentials a/L auftreten können, wobei eine schwache periodische Modulation vorausgesetzt wird. Die Position der WO-Minima und die Form des Magnetowiderstands hängt im Allgemeinen auch von den Anteilen höherer Harmonischer ab. Insofern würde man für Probe J12 aufgrund der Asymmetrie solche Anteile erwarten. Diese äußern sich hier am ehesten in den zu geringeren B-Feldstärken hin leicht verschobenen $\lambda = 1$-Minima, wobei diese Diskrepanz allerdings auch bei dem als symmetrisch angenommenen Übergitter von Probe J11 auftaucht. Möglicherweise führen Streueffekte an den Rändern der PBG-Streifen zu einer Verringerung der Asymmetrie und zu einem praktisch symmetrischen Potentialverlauf.
Die in Abb. 9.4e gezeigte, schwarze Kurve zeigt dieselbe Messung bei $T = 40\,\mathrm{K}$. Man erkennt, dass von SdHOs herrührende Features gänzlich gedämpft wurden, sodass nur noch die robusteren WOs erhalten bleiben. Die Kurve weist eine leichte Signatur höherer harmonischer Anteile auf, wie man im qualitativen Vergleich mit der über die Gl. (5.20) berechnete Fit-Kurve (grün) bei ca. $3\,\mathrm{T}$ erkennen kann. Die Koeffizienten wurden hierbei per Augenmaß angepasst, um die Form der Kurve um das 1. Minimum nachzubilden ($V_2 = 0.4V_0, V_3 = 0.1V_0, V_4 = 0.05V_0, V_5 = 0.15V_0$).
Zum Abschluss soll auf die bisher außer Acht gelassenen, mit grün gestrichelten Linien markierten Peaks in Abb. 9.4b eingegangen werden. Wie man erkennt, stimmen diese nicht mit denen des geometrischen Peaks der Probe überein bzw. würden sie einen solchen diffusiven Randstreueffekt repräsentieren, würde sich mit $r_C = 0.4\,\mu\mathrm{m}$ keine Übereinstimmung mit der Probenweite W mehr ergeben. Bemerkenswerterweise tritt an der für $r_C = W$ erwarteten Position $B = 0.17\,\mathrm{T}$ ein Knick auf, der auf die im Signal verborgene Signatur des geometrischen Effekts hindeutet. Der mit den grün gestrichelten Linien markierte Peak repräsentiert stattdessen womöglich die Position der klassischen Durchbruchsfeldstärke $B_0 = 0.31\,\mathrm{T}$, womit man eine Abschätzung der Modulationsamplitde zu $V_0 = 7.4\,\mathrm{meV}$, bzw. mit $E_F = 124\,\mathrm{meV}$ ein Verhältnis $\eta = 0.06$ erhält. Diese Signatur ist jedoch nur bei einem relativ verarmten PBG-Bereich sichtbar und taucht in den Abbildungen Abb. 9.4c-e nicht auf.

9.4 Weiss-Oszillationen im p-Regime

Im Folgenden wird Probe A97 diskutiert, die mit einem kurz-periodischen, symmetrischen Übergitter ($a = 80\,\mathrm{nm}, L = 40\,\mathrm{nm}$) und einer unteren Bornitrid-Flocke der Dicke $d \approx 2\,\mathrm{nm}$ die (aktuellen) Grenzen der Lithographie und Stapeltechnik ausreizte. Das der Probe zugrunde liegende PBG ist in Abb. 6.7a abgebildet, die hBN/Gr/hBN-Mesa wird in Abb. 6.7b gezeigt. Zum Ätzen wurde das in Abschn. 6.6 vorgestellte, sequenzielle Verfahren angewendet, um das obere, 28 nm-dicke hBN durchzuätzen und gleichzeitig das PBG unter der hauchdünnen, unteren hBN-Schicht nicht zu beschädigen.
Abbildung 9.5 zeigt den longitudinalen Widerstand der Probe bei $B = 0$ in der farbcodierten Darstellung, in Abhängigkeit der Gatespannungen V_p und V_g. Die Farbkarte wurde direkt nach dem Abkühlen auf 1.5 K aufgenommen. Der globale Dirac-Punkt (vertikale Ladungsneutralitätslinie) war bei dieser Probe verbreitert und lag im positiven Backgate-Bereich, sodass von einer leichten p-Dotierung ausgegangen werden kann. Die Verbreiterung der Ladungsneutralitätslinie weist auf leicht unterschiedliche Potentiale im lokal modulierten und unmodulierten Bereich (vgl. Bereiche (1) und (2) in Abb. 6.7b) hin, die sich aufgrund der Nähe des PBG zum Graphen ergeben. Die Beweglichkeit wurde an der Referenzstrecke (3) sowohl aus dem Plattenkondensatormodell, als auch aus dem Magnetowiderstand auf $\mu \approx 30\,000\,\mathrm{cm}^2/(\mathrm{Vs})$ abgeschätzt, was bei $n = 1 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ eine mittlere freie Weglänge von $l_p \approx 350\,\mathrm{nm} = 4.4a$ ergibt. Man erkennt im bipolaren Regime der Farbkarte eine dem FP-Muster überlagerte Feinstruktur (vgl. Abschnitt 7.3), die besonders an den Ladungsneutralitätslinien deutlich erkennbar ist. Das Inset in Abb. 9.5a zeigt zwei PBG-Sweeps als Schnitte durch die Farbkarte. Im bipolaren Regime sind die einander überlagerten FP-Oszillationen jedoch nicht so klar ausgeprägt wie bei den Proben J11 und J12, was auf die um den Faktor 2 niedrigere Beweglichkeit zurückzuführen ist.
Abbildung 9.5b zeigt die R_{xx}-Karte derselben Probe A97 nach einigen Wochen Lagerung und neuerlichem Abkühlen. Der globale Dirac-Punkt wurde deutlich verschoben und die Probe wies relativ hohe p-Dotierung bei insgesamt geringerem absoluten Widerstand auf. Diese Verschiebung verminderte die Sichtbarkeit der Weiss-Oszillationen jedoch nicht, sodass diese bei höheren Ladungsträgerdichten und somit höheren l_p im p-Regime untersucht werden konnten. Auch in Probe A97 wurden feine Oszillationen bei $B = 0$ aufgelöst, die in Abb. 9.5c als differentieller Widerstand hervorgehoben sind. Im folgenden Abschnitt werden Messungen diskutiert, die sich entweder auf den ursprünglichen (Abb. 9.5a) oder hoch-dotierten (Abb. 9.5b) Zustand der Probe beziehen.

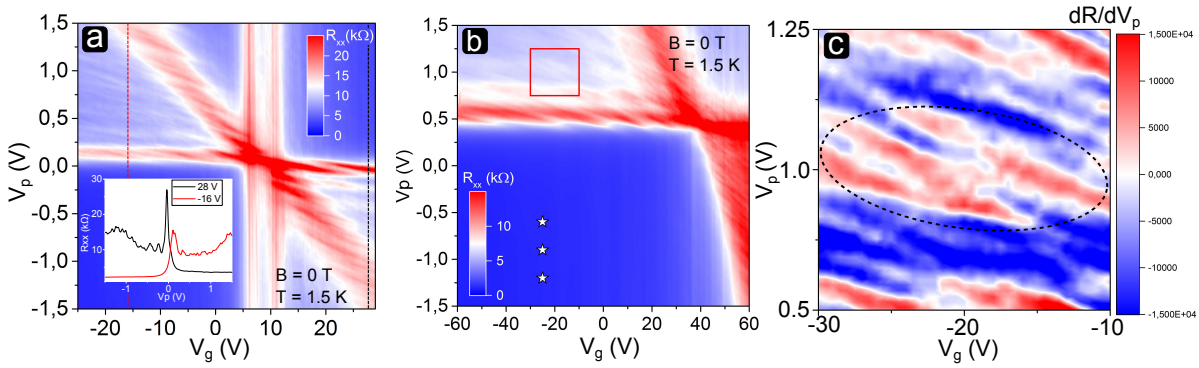


Abbildung 9.5: Verhalten von Probe A97 bei B=0.
a) Farbkarte des longitudinalen Widerstands $R_{xx}(V_p, V_g)$. Die Probe ist p-dotiert und der globale Dirac-Punkt (DP) verbreitert, was auf unterschiedliche Dotierung im modulierten und unmodulierten Bereich hindeutet. Das tatsächliche Maximum am zentralen DP liegt bei 48 kΩ. Im bipolaren Regime lassen sich andeutungsweise FP-Oszillationen sowie eine Feinstruktur erkennen. Der Inset zeigt die zwei in der Farbkarte durch vertikale, gestrichelte Linien hervorgehobene Sweeps. **b)** Nach einigen Wochen Lagerung und erneutem Abkühlen verschob sich der DP weiter zu positiven Gatespannungen hin (Man beachte die erweitere Skala in V_g). Die Qualität der Probe änderte sich jedoch nicht. Die Sterne markieren die in Abb. 9.7 angesprochenen Gatekonfigurationen im pp'-Regime. **c)** Feine Oszillationsmuster im bipolaren Bereich. Ausschnitt aus (b) als numerische Ableitung $\partial R/\partial V_p$. Die schwarz gestrichelte Ellipse deutet die Ausdehnung des eigentlichen Fabry-Pérot-Maximums an.

Wir betrachten zunächst Magnetowiderstandsmessungen bei hoher Ladungsträgerdichte im pp'-Regime, die während des zweiten Messzykluses (vgl. Abb. 9.5b) aufgenommen wurden. Abbildung 9.6a zeigt dazu eine Farbkarte von R_{xx} in Abhängigkeit der PBG-Spannung V_p und des Magnetfelds B bei $T = 40\,\mathrm{K}$. Die Backgatespannung V_g wurde dabei auf $-25\,\mathrm{V}$ fixiert. Die Spannungen V_p, V_g beziehen sich hier stets auf die an den SMUs eingestellten Werte und nicht auf die über die Verschiebung der Ladungsneutralitätspunkte effektiv aufgeprägten Potentiale. Die horizontalen, weiß gestrichelten Linien im Plot entsprechen den in Abb. 9.7(b-d) gezeigten Magnetfeld-Sweeps bei $T = 1.5\,\mathrm{K}$, deren Gatekonfigurationen mit Sternen in Abb. 9.5b markiert sind. Die annähernd vertikalen, weiß gestrichelten Linien heben wiederum die Weiss-Oszillationen hervor. Die Abbildungen 9.6b und 9.6c zeigen Schnitte durch den Farbplot aus Abb. 9.6a, gestaffelt im Abstand von $\Delta V_p = 0.15\,\mathrm{V}$.

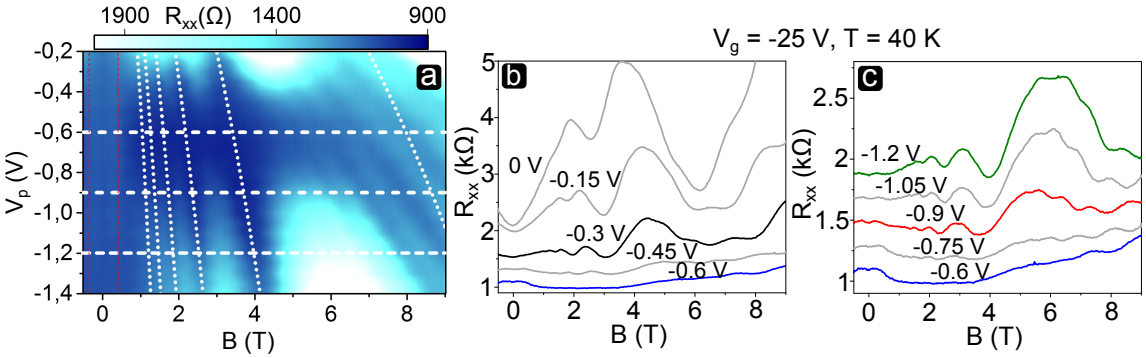


Abbildung 9.6: Weiss-Oszillationen im p-Regime bei $T = 40\,\mathrm{K}$.
a) Farbkarte von $R_{xx}(B, V_p)$ bei $T = 40\,\mathrm{K}$. Die horizontalen, weiß gestrichelten Linien heben B-Sweeps aus Abb. 9.7(a-c) hervor, die bei $T = 1.5\,\mathrm{T}$ aufgenommen wurden. Die annähernd vertikal verlaufenden Linien deuten die Position der WO-Minima in Abhängigkeit von B und V_p an. Einzelne Schnitte durch die Widerstandskarte sind in **(b)** und **(c)** geplottet. Die Kurven sind jeweils im Bezug auf den demodulierten ($p \simeq p'-$) Fall bei $V_p = -0.6\,\mathrm{V}$ (blaue Kurve) um $200\,\Omega$ verschoben. Die farbigen Kurven beziehen sich auf die Potentialprofile aus Abb. 9.7a.

Der in Abb. 9.7a gezeigte Sweep bei $V_p = -0.6\,\mathrm{V}$ gibt den demodulierten Fall $p \simeq p'$ bei $T = 1.5\,\mathrm{K}$ wieder, wie man an den fehlenden WOs erkennen kann. Die experimentell bestimmte (V_p, V_g)-Position der Demodulation diente als Ausgangspunkt für die Optimierung des Elektrostatik-Modells von Probe A97. Dabei wurden über die aus den SdH-Oszillationen extrahierte Dichte $\bar{p}$ die kapazitiven Kopplungen der jeweiligen Gates angepasst, sodass die übrigen $p(x)$-Profile für jede Einstellung der Gates einen plausiblen, dem Experiment sehr ähnlichen Mittelwert ergaben. Das demodulierte (blaue) Ladungsträgerdichteprofil bei $\bar{p} = 4.2\times10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ ist im Inset zu sehen. Die beiden ausgeprägten Peaks um $B = 0$ erlauben die Abschätzung der geometrischen Breite der Messstrecke mithilfe der diffusiven Randstreuung (vgl. Abschn. 2.6.4) und ergeben $r_C = (1.0\pm0.1)\,\mu\mathrm{m}$, was gut mit der Breite der Lithographievorlage übereinstimmt. In der Farbkarte von Abb. 9.6a sind diese nochmals für alle V_p mit rot gestrichelten Linien hervorgehoben. Die Peaks variieren nicht mit der Spannung und haben ihren Ursprung somit im äußeren Bereich (2) der Messstrecke. Abbildung 9.7b zeigt die Messung bei $V_p = -0.9\,\mathrm{V}$ mit aktivem Übergitter und $p > p'$. Der Magnetowiderstand weist ausgeprägte WO-Minima auf, die aufgrund der kurzen Periode $a = 80\,\mathrm{nm}$ weit in das QH-Regime hinein reichen und sich mit den SdHOs überlagern. Die WOs können bis zum $\lambda = 6$-Minimum aufgelöst werden (siehe vergrößerte Ansicht in Abb. 9.7b), wobei sich für das unterste Minimum $r_C = 230\,\mathrm{nm}$, bzw. $u_C = 1.4\,\mu\mathrm{m}$ ergibt. Aufgrund der hohen mittleren Dichte $\bar{p} = 4.8\times10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ ist die mittlere freie Weglänge $l_p \approx 780\,\mathrm{nm}$. Diese liegt aber dennoch deutlich unterhalb des klassischen Zyklotronbahnumfangs u_C. Die Position der WO-Minima stimmt sehr gut mit den aus Gl. (5.1) berechneten Werten der Flachbandbedingung überein. Allein das $\lambda = 1$-Minimum erscheint im Experiment bei deutlich niedrigerem Feld. Eine naheliegende Erklärung für die Abweichung sind die bereits bei der Analyse von Probe J11 diskutierten Anteile höherer Harmonischer des

aufgeprägten Übergitterpotentials, die bei höheren Feldern bzw. kleinem Index λ stärker ins Gewicht fallen. Abbildung 9.7c zeigt den dritten, in der Abb. 9.6a mit einem horizontalen Strich markierten B-Sweep. Die mittlere Dichte wurde zu $\bar{p} = 6.2 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ abgeschätzt, woraus $l_p = 870\,\mathrm{nm}$ folgt. Mit $r_C = 290\,\mathrm{nm}$ bzw. $u_C = 1.45\,\mu\mathrm{m}$ ist auch hier die mittlere freie Weglänge geringer als der Bahnumfang des niedrigsten, auflösbaren WO-Minimums. Auch bei hoher Dichte $\bar{p}$ liegen die WO-Minima an den erwarteten Flachbandfeldstärken eines elektrostatisch aufgeprägten Übergitterpotentials. Das $\lambda = 1$-Minimum wird bei 9.7 T erwartet und taucht im gezeigten Feldintervall nicht auf. Die in Abb. 9.7c dargestellte Messkurve entfernt sich allmählich aus dem Limit der schwachen unipolaren Modulation (Bedingung für störungstheoretische Behandlung, $V_0/E_F \ll 1$), wobei diese bei fixem V_g durch das PBG aufgedreht wird (siehe Inset Abb. 9.7a). Während die in Abb. 9.7b gezeigte Messkurve die beste Auflösung der WOs im Bezug auf den Gesamtwiderstand bietet, steigt dieser in (c) an und die untersten Minima $\lambda = 4 - 6$ sind trotz des höheren l_p schlechter zu erkennen.

Analog zu Probe J11, wird auch für Probe A97 eine Messung mit der auf Graphen adaptierten 2DEG-Theorie, unter Einbeziehung der Kleinwinkelstreuung, sowie mit der von Matulis und Peeters hergeleiteten Formel für isotrope Streuung verglichen. Probe A97 wies neben der modulierten Messstrecke einen Referenzbereich (vgl. Abb. 6.7b, Bereich (3)) auf, dessen auf ρ_0 normierter, von einem Hintergrund bereinigter Magnetowiderstand $\rho_{xx}(B)$ in Abb. 9.8a dargestellt wird (schwarze Kurve). Das Verhalten der SdHOs-Amplitude wurde hierbei mithilfe von Gl. (2.46) gefittet und die elastische Streuzeit τ_e extrahiert. Die rote und blaue Fitkurve repräsentiert den maximalen und minimalen Fit. Ersterer stimmt eher bei niedrigen Feldern, letzterer bei höheren Feldern, wobei der Mittelwert zu $\tau_e = (80 \pm 10)\,\mathrm{fs}$ bestimmt wurde. Der Magnetowiderstand in Abb. 9.8b (schwarze Kurve) wurde während des ersten Messzyklus (vgl. Abb. 9.5a) bei $V_g = -25\,\mathrm{V}$, $V_p = -0.8\,\mathrm{V}$ und $T = 40\,\mathrm{T}$ aufgenommen. Die höhere Temperatur wurde gewählt um SdH-Oszillationen abzuschwächen, wobei die WOs kaum in ihrer Amplitude reduziert wurden. Man beachte, dass nach dem ersten Abkühlen die Dotierung des Systems geringer war als in Abb. 9.7 und dementsprechend bei vergleichbaren Gatespannungen eine niedrigere mittlere Ladungsträgerdichte $\bar{p} = 2.82 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ bestimmt wurde. Unter der Annahme T-unabhängiger Beweglichkeit ergibt sich $\tau_p = 0.59\,\mathrm{ps}$ bzw. $l_p = 590\,\mathrm{nm}$. Im Experiment sind bis zu vier WO-Minima beobachtbar, wobei sich für $\lambda = 4$ ein Zyklotronradius $r_C = 150\,\mathrm{nm}$, bzw. ein Zyklotronorbit $u_C = 940\,\mathrm{nm}$ ergibt.

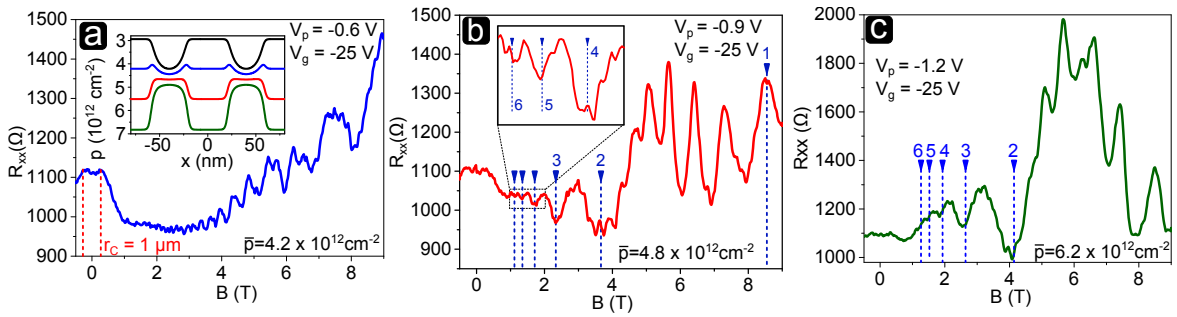


Abbildung 9.7: Weiss-Oszillationen im p-Regime bei $T = 1.5\,\mathrm{K}$.
a) Demoduliertes $p \simeq p'$-Regime bei $T = 1.5\,\mathrm{K}$. Der mit roten, vertikalen Strichlinien markierte, aus Randstreuung resultierende geometrische Peak gibt die ungefähre Probenbreite an. Der Inset zeigt die zu (a-c) gehörigen (farbcodierten) Ladungsträgerdichteprofile $p(x)$. **b)** Bei hohen Dichten lassen sich WO-Minima bis $\lambda = 6$ zuordnen. Die vertikalen, blau gestrichelten Linien markieren die Flachbandposition. **c)** Die höhere Dichte $\bar{p}$ schiebt das erwartete 1. Minimum über 9 T hinaus.

Die erwarteten WO-Minima lassen sich mit der Flachbandbedingung (5.1) berechnen und stimmen für $\lambda > 1$ sehr gut mit dem Experiment überein. Für $\lambda = 1$ ergibt sich erneut eine Verschiebung des beobachteten Werts zu niedrigeren Feldern. Die (rote) Fitkurve für Kleinwinkelstreuung wurde aus Gl. (5.13) berechnet, wobei das über die Referenzstrecke bestimmte τ_e in das Verhältnis $\tau_p/\tau_e \approx 7.5$ einfloss. Als Fit-Parameter blieb $\eta = V_0/E_F$, welches zum Angleichen der Amplituden des ersten Maximums zwischen $\lambda = 1$ und $\lambda = 2$ auf $\eta = 0.2$ gesetzt wurde. Die Fitkurve weist - wie auch das experimentelle $R_{xx}(B)$ - vier ausgeprägte WO-Minima auf und gibt die nichtlineare Dämpfung der Amplituden eindeutig wieder. Die gute Übereinstimmung zwischen der Messung und diesem "anisotropen" Fit bestätigt die Bedeutung der Kleinwinkelstreuung in eingekapseltem Graphen, analog zu eingegrabenen 2DEGs in GaAs/GaAlAs-Heterostrukturen. Die über die Gl. (5.16) berechnete und in Abb. 9.8b gezeigte (blaue) Fitkurve für isotrope Streuung mit der Streuzeit τ_p benötigt eine weitaus geringere Modulationsamplitude $\eta = 0.08$, um die Amplitude des ersten Maximums zu fitten. Die Diskrepanz der aus den Theorien resultierenden η ist nicht allein darauf zurückzuführen, dass die Theorie für Kleinwinkelstreuung von einem parabolischen 2DEG ausgeht, die mit isotroper Streuung für Graphen hergeleitet wurde. Stattdessen ergibt sich bereits im selben System ein Unterschied, wie in Abschnitt 5.1.3 anhand der Ausführungen von Mirlin und Wölfle [66] für das 2DEG diskutiert wurde. Die (blaue) Fitkurve weist überhöhte Peaks bei niedrigeren Feldern auf, die im Vergleich zum Experiment nicht genügend abgedämpft werden. Die grüne Fitkurve stellt $\rho_{xx}(B)$ mit Anteilen höherer Harmonischer dar, wobei die Kurve mit dem gleichen $\eta = 0.08$ und den Koeffizienten $V_1 = V_0, V_2 = 0.1V_0, V_3 = 0.01V_0$ gewichtet wurde. Wie bei Probe J11, lässt sich anhand dieses Fits die Verschiebung des ersten Minimums aufgrund der Anteile höherer Harmonischer des Potentials mithilfe der Theorie qualitativ bestätigen.

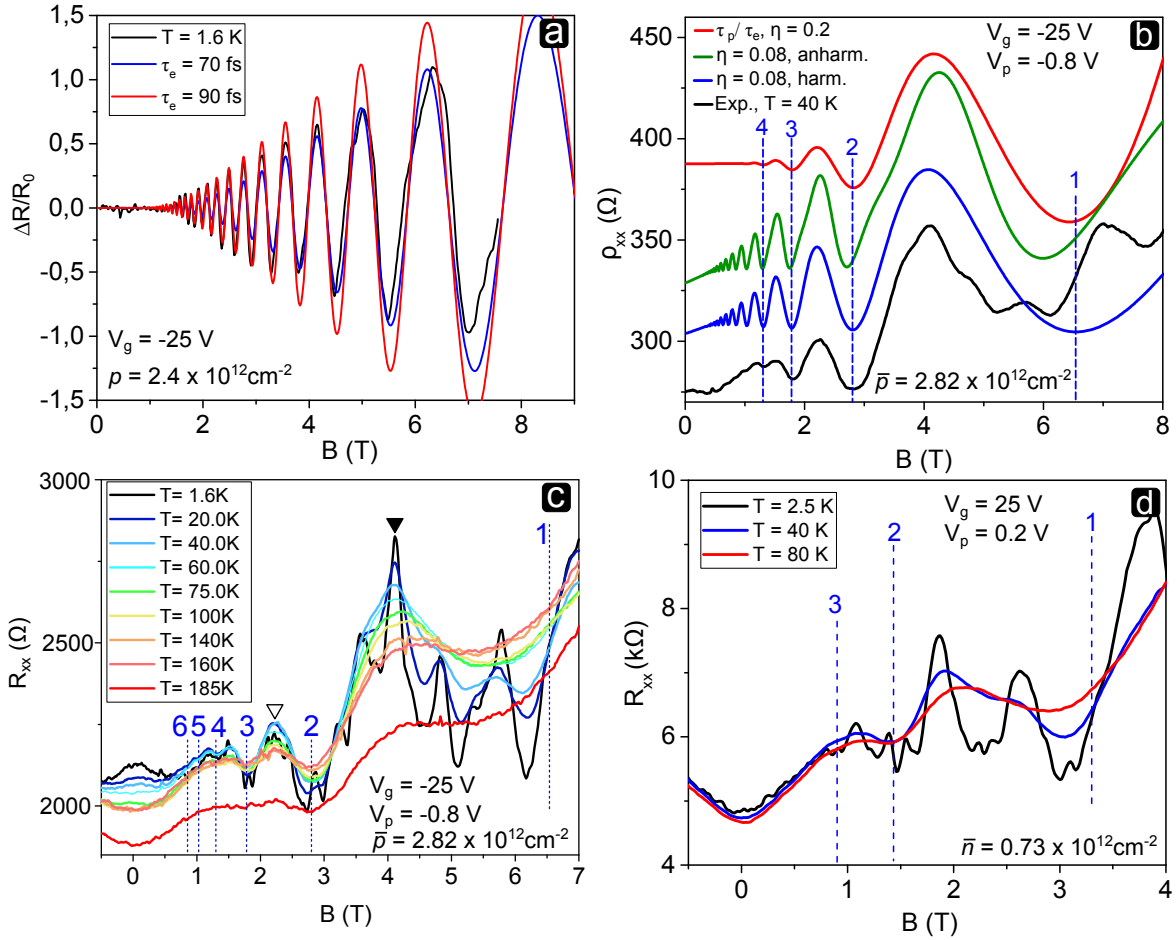


Abbildung 9.8: Auswertung der WOs im kurzperiodischen Übergitter.
a) Normierter und vom monotonen Hintergrund bereinigter Magnetowiderstand (schwarz) der Referenzstrecke (vgl. Abb. 6.7b). Rote und blaue Kurven sind Fits mit dem Fitparameter τ_e. **b)** $\rho_{xx}(B)$ im pp'-Regime, gemessen bei $T = 40\,\mathrm{K}$, um überlagerte SdHOs zu unterdrücken (schwarz). Die blaue Kurve entspricht dem Fit unter Berücksichtigung eines harmonischen Potentials und isotroper Streuung. Die grüne Kurve gibt $\rho_{xx}(B)$ in einem anharmonischen Potential bei isotroper Streuung wieder. Die Gewichtung der höheren Harmonischen war $V_1 = \eta E_F = V_0, V_2 = 0.4V_0, V_3 = 0.03V_0, V_4 = 0.01V_0$. Anisotrope (Kleinwinkel-) Streuung wird in der roten Fitkurve berücksichtigt, wobei $\tau_p/\tau_e \approx 7.5$. Der einzige Fitparameter der Kurven in blau, grün, rot ist η. **c)** Temperaturabhängigkeit eines B-Feldsweeps bei fixer Gate-Konfiguration. WOs sind bis 185 K sichtbar. Die Signatur der diffusiven Randstreuung nimmt mit steigender Temperatur ab, was auf eine Erniedrigung der ballistischen Länge l_b hindeutet. Die mit einem Dreieck markierten WO-Peaks werden im Abschnitt 9.5 besprochen. **d)** $R_{xx}(B)$ im nn'-Regime der Probe bei unterschiedlicher T. Die Messungen wurden vor dem Sprung des DP aufgenommen.

Abbildung 9.8c zeigt einen Beispielsweep des Magnetfelds, bei unterschiedlicher Temperatur T. Während die SdHOs bereits bei etwa $T \gtrsim 40\,\mathrm{K}$ stark gedämpft werden, sind die WOs bis annähernd 200 K sichtbar, was die erwartete Robustheit der Kommensurabilitätssignatur in Graphen erneut bestätigt. Auch für Probe A97 wird das Temperaturverhalten der WOs im folgenden Abschnitt 9.5 gesondert diskutiert.
Bisher konzentrierten wir die Diskussion der Probe auf das pp'-Regime, da hier deutlich leichter hohe p bei moderaten Gatespannungen eingestellt werden konnten. Abbildung 9.8d zeigt $R_{xx}(B)$ im nn'-Regime der Probe A97, gemessen während des ersten Messzykluses. Auch in diesem Bereich treten WOs auf und unterstreichen den ambipolaren Charakter von Graphen. Der Sweep wurde bei niedriger mittlerer Dichte aufgenommen, wobei in der Nähe des Dirac-Punktes der Gesamtwiderstand im Vergleich zu höheren Dichten deutlich höher ausfällt. Bei $T = 2.5\,\mathrm{K}$ sind die WOs von SdHOs überlagert. Bei höheren $T = 40\,\mathrm{K}$ bzw. 80 K sind nur noch die deutlich robusteren WOs beobachtbar.

Die Proben J11, J12 und A97 waren nicht die einzigen Proben, die Weiss-Oszillationen aufwiesen. Ähnliche Resultate wurden auch an der PBG-Probe A94 mit $a = 90\,\mathrm{nm}, L = 40\,\mathrm{nm}, M = 40$ erzielt. Die hochbewegliche Topgate-Probe A71 mit $a = 200\,\mathrm{nm}, L = 30\,\mathrm{nm}, M = 5$, die in Abschnitt 7.2 vorgestellt wurde, wies bei detaillierter Analyse des Verhaltens im Magnetfeld ebenfalls WOs auf. Auch hier treten die Minima bei der Flachbandbedingung zum Vorschein (Abb. 9.9), wobei sich Anteile höherer Harmonischer trotz des asymmetrischen Tastverhältnisses des Topgates, entsprechend der tatsächlichen Ladungsträgerdichteprofile (vgl. Abb. 7.7i,j), nicht eindeutig ausmachen lassen.

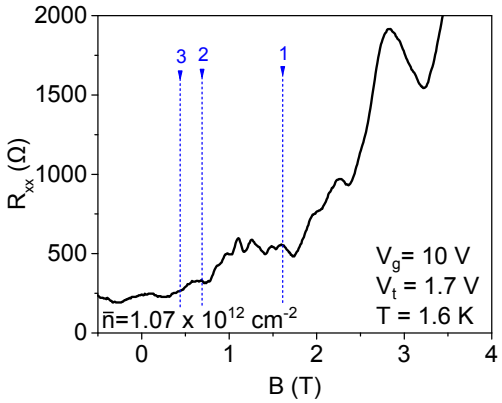


Abbildung 9.9: Weiss-Oszillationen in einer Topgate-Probe. Die hochbewegliche Probe A71 mit $a = 200\,\mathrm{nm}$ wies ebenfalls WOs auf. Die Minima lassen sich gut mit der erwarteten Position aus der Flachbandbedingung in Einklang bringen. Die mittlere Ladungsträgerdichte $\bar{n}$ wurde aus den recht schwach ausgeprägten SdHOs in dieser stärker modulierten Situation entnommen.

Zu guter Letzt soll hier noch kurz auf das Verhalten von bipolaren 1D-Übergittern eingegangen werden. WOs sind in diesem Regime nicht zu erwarten, da die Zyklotronbewegung durch einen pn-Übergang stark deformiert wird. Bei geringen Feldern treten an einem einzelnen bipolaren Übergang die bereits in Abschnitt 3.4 diskutierten Fabry-Pérot-Oszillationen auf, die durch das Magnetfeld einen Phasensprung aufgrund der Berry-Phase erfahren [56] (Abb. 9.10a). Bei leicht höheren Feldern bilden sich narbenartige ballistische Pfade aus (Abb. 9.10b). Bei mittleren Feldern kommt es aufgrund der Bipolarität zu sog. *snake-states* [149], die an die *skipping orbits* des QH-Regimes erinnern und eine Kommensurabilität der Zyklotrondurchmesser mit der Probenbreite W erfordern (Abb. 9.10c). Bei

hohen Magnetfelder ist das QH-Regime komplett ausgebildet und der Transport erfolgt entlang der Ränder. Wie bereits in Abschn. 3.5 besprochen, kann es zu einem Abgleich der parallel verlaufenden Randkanäle entlang des *pn*-Übergangs kommen.
Da hier der Fokus auf dem unipolaren Regime und damit dem Nachweis von Weiss-Oszillationen lag, wurde das bipolare Regime nicht im Detail analysiert. Dennoch konnten Ähnlichkeiten zu den vorher besprochenen, aus der Literatur bekannten Regimes [56, 149] (Abb. 9.10a und c) auch in Graphen-Übergittern beobachtet werden. Allerdings erwies sich die Zuordnung der Features aufgrund einer komplexeren Gate-Konfiguration im Vergleich zu [149] als schwierig. Eine Messung an Probe J11, die sowohl Phasensprünge der FP-Oszillationen, als auch eine mögliche Signatur der *snake-states* zeigt, ist im Anhang C zu finden.

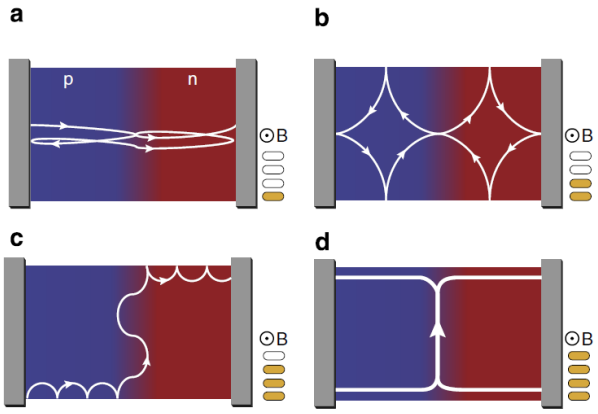


Abbildung 9.10: Unterschiedliche Regimes eines *pn*-Übergangs. a) Fabry-Pérot-Regime. **b)** Narbenartige Trajektorien. **c)** Snake-state-Regime. **d)** Quanten-Hall-Regime. Grafik aus [149].

9.5 Temperaturabhängigkeit der Weiss-Oszillationen

Neben dem quantitativen Verlauf der Oszillationen liefert die in Kap. 5 vorgestellte Theorie der WOs unterschiedliches Temperaturverhalten, abhängig von der Fermi-Geschwindigkeit v_F des jeweiligen Systems. Es wurde bereits mithilfe der in den Abbildungen 5.6 und 5.7 geplotteten Berechnung gezeigt, dass in ihren Parametern $\bar{n}, \mu$ und T übereinstimmende 2DEG- und Graphen-Übergitter unterschiedlich stark ausgeprägte WOs ausbilden. Für diese Arbeit stand keine GaAs-Referenzprobe mit derselben Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit zur Verfügung, sodass kein direkter Vergleich zwischen parabolischen Elektronen und Dirac-Fermionen durchgeführt werden konnte. Die Temperaturabhängigkeit folgt in Graphen jedoch dem Ausdruck (5.7), sodass die Oszillationsamplituden bei unterschiedlicher Temperatur exponentiell, in Abhängigkeit von der kritischen Temperatur T_c, abklingen und eine Abschätzung der Dämpfung ermöglichen sollten. Aus Gl. (5.8) ergibt sich für Probe J11 die für Dirac-Fermionen (D) berechnete kritische Temperatur $T_c^D/B = 59\,\mathrm{K/T}$, für Probe A97 folgt wiederum $T_c^D/B = 24\,\mathrm{K/T}$.
Qualitativ erwiesen sich die WOs tatsächlich sehr robust gegenüber der Temperatur (vgl.

Abbildungen 9.3b und 9.8c). Um die experimentelle T-Abhängigkeit jedoch auch quantitativ nachzuvollziehen, wurden die Amplituden der in Abb. 9.3b mit schwarzen Dreiecken markierten Peaks extrahiert. Diese ergaben sich aus der vertikalen Differenz des jeweiligen Peaks zur Verbindungslinie der benachbarten WO-Minima (vgl. [103, 148]). Die Bestimmung der T-Abhängigkeit der Peaks von Probe A97 in Abb. 9.8c erfolgte auf analoge Weise. Die Peaks wurden ausgewählt, da sie eine etwas ausgeprägtere Temperaturabhängigkeit als die WO-Minima aufwiesen. Abbildung 9.11a zeigt die extrahierten Amplituden für J11 (rot) und A97 (schwarz), wobei sich die von der Theorie vorhergesagte Temperaturstabilität nicht ganz bestätigt und eine Abweichung zu der erwarteten T-Abhängigkeit (durchgezogene Kurven) beobachtet wird.

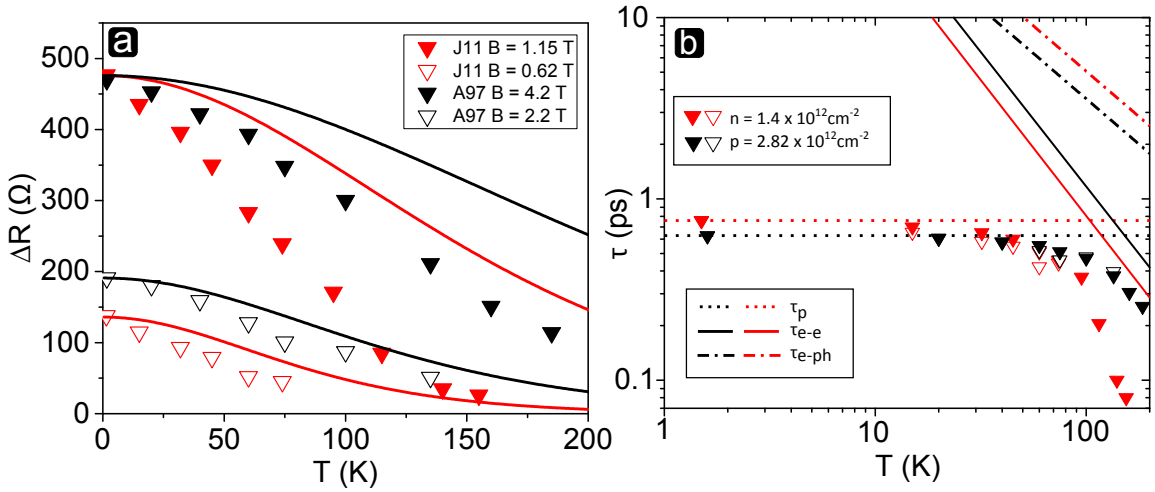


Abbildung 9.11: Temperaturabhängigkeit der Weiss-Oszillationen. a) Amplituden der mit Dreiecken in den Abbildungen 9.3b und 9.8c markierten Weiss-Oszillationsmaxima. Die Farben beziehen sich auf die Proben J11 (rot) und A97 (schwarz). Ein volles Symbol repräsentiert den Peak links des $\lambda = 1$-Minimums, ein ausgespartes Symbol den Peak links des $\lambda = 2$-Minimums. Die durchgezogenen Linien entsprechen der erwarteten T-Abhängigkeit für die jeweilige B-Feldstärke und Übergitterperiode. Die Diskrepanz zwischen den Messwerten und der Theorie lässt auf eine T-abhängige Streuzeit $\tau(T)$ schließen. **b)** Die Gesamtstreuzeit $\tau(T)$ extrahiert aus (a) in doppel-logarithmischer Auftragung. $\tau(T)$ konvergiert gegen die Streuzeit τ_{ee} der Elektron-Elektron-Wechselwirkung (durchgezogene Linien, Daten entnommen aus [51]). Die gepunkteten Linien repräsentieren die T-unabhängige Impulsrelaxationszeit τ_p, die strich-punktierten Linien wiederum die erwarteten Streuzeiten der Elektron-Phonon-Wechselwirkung bei höheren Temperaturen.

Eine mögliche Erklärung für eine stärkere, temperaturbedingte Dämpfung liefert die zusätzliche, bisher außer Acht gelassene Temperaturabhängigkeit der Streuzeit der Elektronen. Über die Diskrepanz der erwarteten Kurve, die von einer fixen, T-unabhängigen Streuzeit τ_p ausgeht (Gl. (5.7)), sowie den experimentellen Daten lässt sich eine T-abhängige

Gesamtstreuzeit $\tau(T)$ extrahieren. Diese ist in Abb. 9.11b sowohl für die extrahierten Peaks der Probe J11, als auch der Probe A97 gegen T geplottet. Während τ bei tiefen Temperaturen mit der Impulsrelaxationszeit τ_p gleichgesetzt wird, sinkt sie bei höheren T rasch ab. Elektron-Phonon-Streuung [35] scheidet als limitierender Faktor aus, da die Streuzeiten τ_{eph} auch bei moderaten $T \approx 100\,\mathrm{K}$ noch deutlich über den extrahierten Zeiten τ liegen. Die τ_{eph} sind in Abb. 9.11b strich-punktiert eingezeichnet und wurden mit der Gl. (2.22) berechnet. Eine weitere τ-limitierende Wechselwirkung ist die zwischen den Ladungsträgern selbst. In Abschnitt 2.5.2 wurde diese Elektron-Elektron- (e-e-) Wechselwirkung zur Beschreibung des Ladungstransports im Rahmen des Modells viskoser Elektronenflüssigkeiten eingeführt. Die e-e-Streuung mit der zugehörigen Streuzeit τ_{ee} schneidet den ballistischen Transport in Graphen deutlich stärker ab, als die Streuung an akustischen Phononen. Die durchgezogenen Linien in Abb. 9.11b repräsentieren die in [51] veröffentlichte und in Abb. 2.7e gezeigte T-Abhängigkeit von τ_{ee} in - den Proben J11 und A97 ähnlichen - hBN/Gr/hBN-Heterostrukturen. Hierbei wurde die in Abb. 2.7e dargestellte, für $n = 1 \times 10^{12}\,\mathrm{cm}^{-2}$ berechnete, theoretische Kurve mit der jeweiligen Ladungsträgerdichte n, p des Experiments gewichtet, da die T-abhängige Streuzeit wurzelförmig mit n ansteigt [50]. Tatsächlich konvergiert das experimentell bestimmte $\tau(T)$ bei höheren T gegen τ_{ee} und bestätigt somit den Einfluss der e-e-Wechselwirkung auf den ballistischen Transport. Insbesondere lässt sich damit die Abweichung der T-Abhängigkeit der WOs von der Theorie [52] recht gut erklären.

Zusammenfassung Kapitel 9

In Abschnitt 9.1 wurde Probe J11 diskutiert, an welcher der erste Nachweis von Weiss-Oszillationen (WOs) in Graphen erbracht werden konnte. Diese ließen sich im schwach modulierten, unipolaren Regime des Übergitters (ÜG) ($a = 200\,\mathrm{nm}$) beobachten. Die WO-Minima stimmen sehr gut mit der theoretischen Flachbandposition überein, die über die Bedingung $2r_C = (\lambda - 1/4)a$ berechnet werden kann. Der Magnetowiderstand $R_{xx}(B)$ der Probe wies neben den WOs ausgeprägte Peaks um $B = 0$ auf, die der diffusiven Streuung an den Rändern (magneto-size-effect) der Probe zugeordnet werden können. Bei höheren Feldern trat die Landau-Quantisierung über SdHOs in Erscheinung. Im demodulierten Fall $n \simeq n'$ wurden nur die beiden letztgenannten Effekte beobachtet, was die rein elektrostatische Natur der WOs in diesen Proben bestätigt.
Der Vergleich von Experiment und Theorie in Abschnitt 9.2 ergab, dass für die quantitative Beschreibung der WOs sowohl die Physik von Graphen, als auch die Kleinwinkelstreuung in hochbeweglichen Systemen berücksichtigt werden muss. Die Graphen-spezifische Theorie mit isotroper Streuung liefert eine ordentliche Übereinstimmung, überschätzt jedoch die Amplituden der WOs bei niedrigeren Feldern. Anisotrope (Kleinwinkel-) Streuung führt wiederum zu der beobachteten, nichtlinearen Dämpfung der Oszillationsamplituden in B, abhängig vom Verhältnis der Impulsrelaxationszeit τ_p und der Quantenstreuzeit τ_e. Der Vergleich der Messkurven mit dieser Theorie ergibt außerdem ein deutlich höheres V_0. Weiters lässt sich eine in den Messungen beobachtete Verschiebung des $\lambda = 1$-Minimums zu geringeren Feldstärken hin über die Einbeziehung höherer harmonischer Anteile des 1D-Potentials erklären.
Im Abschnitt 9.3 wurde gezeigt, dass WOs auch in einem asymmetrischen ÜG ($a = 150\,\mathrm{nm}, L = 50\,\mathrm{nm}$) auftreten. In 9.4 wurde wiederum das kurz-periodische ÜG ($a = 80\,\mathrm{nm}, L = 40\,\mathrm{nm}$) A97 im p-Regime studiert. Die WOs traten bei höheren Feldern in Erscheinung und stimmten gut mit den erwarteten Positionen überein. Hierbei konnten bei hohen Dichten p bis zu sechs Minima aufgelöst werden. Analog zu Probe J11, wurden auch in Probe A97, im Vergleich mit der Theorie, dieselben Schlüsse bezüglich des Einflusses der Kleinwinkelstreuung und eines anharmonischen Potentials auf den Magnetowiderstand gezogen. Messungen der WOs im n-Regime der Probe A97 heben die Ambipolarität von Graphen hervor. Im bipolaren Regime der hier diskutierten Proben konnten wie erwartet keine WOs beobachtet werden.
Die WOs in Abhängigkeit der Temperatur T wurden in Abschnitt 9.5 diskutiert. Es bestätigte sich, dass die Oszillationen ausgesprochen robust gegenüber T sind und noch bei $T \approx 150\,\mathrm{K}$ (J11) bzw. $T \approx 200\,\mathrm{K}$ (A97) beobachtet werden konnten. Eine quantitative Bestimmung der temperaturbedingten Dämpfung ergab eine Abweichung von der auf einer isotropen, T-unabhängigen Streuzeit τ_p basierenden Theorie. Eine Analyse der Gesamtstreuzeit τ lieferte einen T-abhängigen Anteil, der sich über die Elektron-Elektron-Wechselwirkung erklären lässt.

KAPITEL 10

ZUSAMMENFASSUNG

Die vorigen neun Kapitel zeigen, wie reichhaltig die Physik von (moduliertem) Graphen sein kann. So gilt es in der Theorie von moduliertem Graphen und Potentialübergängen nicht nur die von der besonderen Kristallgittersymmetrie herrührende lineare Dispersionsrelation der Ladungsträger zu berücksichtigen, sondern auch deren Chiralität, die aufgrund der Untergitter-Pseudospinerhaltung zum Klein-Tunneln an bipolaren Übergängen führt. Eindimensionale Graphen-Übergitter, bestehend aus einer Sequenz von bipolaren oder unipolaren Übergängen, bilden einige bemerkenswerte Effekte im elektronischen Transport aus. So wird für hoch-bewegliche Proben ein Übergittereffekt erwartet, der von der Rückfaltung der Bandstruktur in die von der künstlichen Gitterperiode bestimmte Mini-Brillouin-Zone herrührt. Im unipolaren Regime wiederum werden, wie an konventionellen 2DEGs auch, Weiss-Oszillationen des Magnetowiderstands erwartet, die jedoch aufgrund der besonderen Physik der Dirac-Fermionen eine hohe Temperaturrobustheit aufweisen sollen.
Im Rahmen dieser Arbeit wurden Proben hergestellt, die auf den Nachweis der beiden genannten Effekte abzielen. Dafür waren Proben notwendig, die eine hohe Beweglichkeit und damit eine große ballistische Länge aufweisen. Die Herstellung solcher Strukturen gelang über die trockene Einkapselung des Monolagengraphens in hexagonales Bornitrid (hBN/Gr/hBN). Eine starke Verbesserung des Probendurchsatzes, der Zuverlässigkeit und der Probenqualität ergab sich durch die Einführung von strukturierten Bottomgates (PBG) aus Mehrlagengraphen und der Optimierung zugehöriger Ätzprozesse.
Im Vergleich zu Graphen auf SiO_2 als Substrat und mit Al_2O_3 als Topgate-Dielektrikum bot hBN/Gr/hBN eine um eine Größenordnung höhere Beweglichkeit auf. Bei ersteren Proben lag die ballistische Länge l_b nur im Bereich einzelner Barrierenlängen $L \sim 100\,\mathrm{nm}$ und somit konnten nur quasi-ballistische Fabry-Pérot-Oszillationen des Widerstands einzelner bipolarer Barrieren beobachtet werden. In hBN/Gr/hBN mit aufgeprägtem (Topgate-) Übergitter lag die mittlere freie Weglänge im Bereich $l_p \approx 1\,\mu\mathrm{m}$, je nach Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit der Probe, sodass erste Anzeichen eines sich anbahnenden Übergittereffekts beobachtet werden konnten. Hierbei ergab sich eine gute Übereinstimmung im Vergleich zur Quanten-Transportsimulation, die eine ballistische Länge suggerierte, die etwa fünf Perioden des Übergitters überlagert. Schließlich gelang es mithilfe hoch-beweglicher

PBG-Proben eine Multibarrieren-Resonanz im Übergitter nachzuweisen. Diese ist dem FP-Muster der einzelnen bipolaren Barrieren überlagert und zeigte eine starke Temperaturabhängigkeit, sodass auf die Phasenkohärenzzeit als begrenzenden Parameter geschlossen wurde.
Im hohen Magnetfeld bilden zweidimensionale Proben das Quanten-Hall-Regime aus. In dieser Arbeit wurde der longitudinale Widerstand einer 4-Punkt-Messgeometrie R_{xx}, sowohl in Abhängigkeit der Anzahl der innerhalb der Messstrecke befindlichen Barrieren, als auch deren Periode bzw. deren Abstand im QH-Regime untersucht. Dabei ergaben sich im unipolaren Regime, in Abhängigkeit der Ladungsträgerdichte innerhalb und außerhalb der Barrieren, gemischte Füllfaktoren und R_{xx} wies Plateaus auf. Für lange Abstände und lange Barrieren stieg der gemessene Widerstand um den Faktor M, der der Anzahl der aktiven Barrieren entspricht (vollständige Äquilibrierung). Bei sehr kurzen Perioden wiederum wurde das adiabatische Regime beobachtet, in dem die Äquilibrierungslänge deutlich größer als der Abstand der Barrieren ist. Das Absinken bestimmter Plateaus ließ sich über den Ladungstransfer über lokalisierte Zustände innerhalb der verarmten Zonen erklären. Im bipolaren Regime ließen sich keine eindeutigen Plateaus nachweisen, die auf eine Streuung parallel verlaufender Randkanäle unterschiedlicher Polarität entlang des Übergangs hinweisen würden. Dies ist aber im Einklang mit hoch-beweglichen, in der Literatur vorgestellten Proben.
Der erste Nachweis von Weiss-Oszillationen (WOs) gelang an PBG-Proben mit schwach modulierten 1D-Übergittern im variablen Magnetfeld. Es zeigte sich, dass die auftauchenden Minima des Magnetowiderstands sehr gut mit der erwarteten Feldstärke aus der Flachbandbedingung übereinstimmen. Leichte Abweichungen konnten über die Annahme höherer harmonischer Anteile des Potentialprofils erklärt werden. Im Vergleich zur Theorie ergaben die Messungen, dass Kleinwinkelstreuung nicht außer Acht gelassen werden kann, um die Dämpfung der Amplituden im B-Feld zu beschreiben. Die von der Theorie vorhergesagte Temperaturstabilität der WOs konnte im Experiment ebenfalls nachgewiesen werden. So wurden WOs bis ca. 200 K noch beobachtet. Eine quantitative Analyse der temperaturbedingten Dämpfung der WO-Peaks ergab jedoch eine Abweichung zum theoretischen Verlauf. Diese konnte mithilfe einer T-abhängigen Streuzeit $\tau(T)$ erklärt werden, die bei höheren T im wesentlichen von der Elektron-Elektron-Wechselwirkung begrenzt wird.
Die Beobachtung des aufkeimenden Einflusses des Übergitters im bipolaren Regime, die Multibarrieren-Resonanzen und der Nachweis von Weiss-Oszillationen in Graphen zeugen davon, dass die meisten Ziele dieser Arbeit erreicht wurden. Dennoch kann diese Arbeit vor allem auch als Sprungbrett in eine noch weitaus vielversprechendere Welt des ballistischen Transports und der Übergitter in Graphen verstanden werden. Der Grundstein für weiterführende Experimente wurde durch die Optimierung des Probentransfers, sowie die Einführung strukturierter Bottomgates und des sequenziellen Ätzens von hBN/Gr/hBN gelegt. So werden in einer bereits laufenden Arbeit 2D-Übergitter mit kurzer Periode mithilfe der äußerst variablen PBGs hergestellt, um in neue Bereiche des Hofstadter-Spektrums vorzudringen [150]. Mithilfe der PBGs könnten sich auch, die im Rahmen dieser Arbeit nicht realisierten 1D-Übergitter längs der Probe herstellen lassen. Damit wäre der Nachweis der

Weiss-Oszillationen in ρ_{yy} möglich, deren Ursprung allein quantenmechanisch begründet werden kann. In Graphen erwartet man zusätzlich für ein Übergitter längs des Kanals eine Renormalisierung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Elektronen, sowie eine ausgeprägtere Bandlücke an den Mini-BZ-Rändern. Damit ließe sich eine den geometrischen Nanoribbons ähnliche Situation erzeugen, mit dem Vorteil, das durch die Klein-Kollimation bedingte *Confinement* elektrostatisch ein- und ausschalten zu können. Ballistischer Transport über mehrere Mikrometer könnte den Weg zu weiteren Experimenten der Elektronenoptik ebnen. In Kombination mit speziell geformten bipolaren Übergängen ließen sich zum Beispiel stark kollimierte Elektronenstrahlen im Graphen erzeugen und sehr präzise Magnetofokus-Experimente durchführen. Eine Corbino-Geometrie mit einem bipolaren Übergang innerhalb des inneren und äußeren Kontakts könnte wiederum dazu dienen, die Winkelabhängigkeit des Klein-Tunnelns nachzuprüfen. Moduliertes Graphen kann somit sowohl noch weiter zum Verständnis dieses einzigartigen Materials beitragen, als auch neue, experimentell noch unerforschte Physik zugänglich machen.

ANHANG A

PROZESSDOKUMENTATION

Reinigung der Chips

Als Substrate für die im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Proben wurden $p^{++}Si/SiO_2$-Chips verwendet, die ein aufgedampftes /Cr/Au) Koordinatensystem aufwiesen. Die Reinigung vom Schutzlack erfolgte in folgenden Schritten:

- grobe Reinigung durch Ultraschall im Acetonbad
- mehrmaliges Schwenken in Aceton
- Schwenken in Iso-Propanol
- Reinigung im Plasma-Verascher, $p = 1.8\,\mathrm{mbar}$, $P = 30\,\%$, $t = 5\,\mathrm{min}$.

Exfolieren von Graphen und hBN

Die für das Stapeln von Heterostrukturen benötigten Graphen- oder hBN-Flocken wurden auf blanke $p^{++}Si/SiO_2$-Chips/Waferbruchstücke durch mechanisches Exfolieren aufgebracht. Graphen wurde aus Naturgraphit oder HOPG hergestellt, für hBN wurde Material von Prof. T. Taniguchi, NIMS verwendet. Für das Spalten wurde eine Waferfolie der Nitto Denko Corp., ELP BT - 150ECM, verwendet, die wenig Rückstände hinterlässt.

Herstellung von strukturierten Bottomgates (PBG)

Für das 1D-PBG werden 3- bis 4-lagige Graphen-Flocken (FLG) geeigneter Größe auf dem Zielsubstrat mit Koordinatensystem benötigt. Die ESL- und Ätzprozedur ist wie folgt:

- Belacken des FLG-Chips

PMMA 950k 2% (A)	*rpm*	*a*	t_s	*T*	t_T
Stufe 1	3000	0	5		
Stufe 2	8000	9	30	150C	6 min

- ESL eines PBG

Gerät	*V*	*Blende(n)*	*Dosis*	*Spacing*
Zeiss LEO SEM	30 keV	30 µm	270 $\mu C/cm^2$	7.5 nm

- Entwickeln

Entwickler	MIBK/IPA (1:3)	IPA
t	20 s	45 s

- Ätzen der PBG-Struktur

Gas	*Fluss*	*p*	*P*	*t*
O_2	100 sccm	25 mTorr	50 W	8 s

- Abwaschen des PMMA in Aceton und Iso-Propanol.

Vorbereiten des Transfers

Für den Transfer werden passende Graphen- und hBN-Flocken auf blankem SiO_2 benötigt, die, wie vorher beschrieben, exfoliert wurden. Für den Transfer wird außerdem eine PPC-Membran benötigt, die auf einen großen Chip (2 cm × 2 cm) aufgeschleudert wird:

PPC 15% (A)	*rpm*	*a*	t_s	T(°C)	t_T
Stufe 1	1500	0	50	90	8 min

Das PPC erreicht so eine Höhe von $\approx 1\,\mu m$. hBN wird auf das PPC exfoliert und mit dem optischen Mikroskop gesucht. Farbfilter können helfen, dünne Flocke zu identifizieren: Zuerst gerade noch sichtbare, u. U. kleine Flocke im Weißlicht finden, dann per Farbfilter guten Kontrast im geeigneten Wellenlängenbereich wählen. Damit nach ähnlichen großen Strukturen suchen.

Der gelochte Objektträger für den Transfer sollte mit einem dünnen Metallring versehen sein, über den später das PPC samt Transferstruktur gespannt wird. Der Metallring lässt sich am besten mit etwas PMMA auf dem Glas festbacken (5 min auf 150 °C).

Trockener van der Waals-Transfer

Die Transferprozedur wird in Abschnitt 6.3 vorgestellt. Hier folgen weitere Details und Tricks:

- Die Waferfolie zum Ablösen des PPC wird mit einem Locher gestanzt. Das Loch muss eventuell noch mit dem Skalpell vergrößert werden, um später über den Metallring des Objekträgers zu passen.
- Der Rand des mit dem hBN versehenen PPC-Chips muss mit dem Skalpell weggekratzt werden
- Das gelochte Tape wird auf das PPC aufgebracht, sodass die Stelle mit der zu transferierenden Struktur mittig liegt. Dann muss die Folie langsam abgezogen werden. Das PPC geht vollständig mit und bildet im Loch des Tapes einen freischwebenden Film.
- Das Tape mit freischwebendem PPC wird über den Objekträger gespannt, sodass sich die Struktur so mittig des Lochs wie möglich befindet.
- Die Transferstage wird mit Beilegscheiben (dienen zur Fokustiefenkompensation) ausgelegt und der Objektträger umgekehrt eingeklemmt. Die Integrität des Films wird im Mikroskop geprüft und die hBN Flocke wiedergefunden.
- Der Target-Chip wird auf dem Transfer-Chuck angesaugt. Die Flocke wird auf dem Kamerabild im 50x Objektiv mittig eigestellt. Idealerweise sollte die Kontur der Flocke am Bildschirm markiert werden.
- Das Target (Graphen/hBN) und die Struktur auf dem freischwebenden PPC werden bei Raumtemperatur (RT) zusammengeführt. Die Struktur wird auf dem Bildschirm über die Kontur des Targets positioniert und langsam zusammengeführt. Bei großer Annäherung sollte die Lage der unteren Flocke kontrolliert werden und ggf. die Kontur neu gezeichnet werden. Nach dem Kontakt werden die beiden Teile der Transferstage langsam wieder getrennt.
- Löst sich die Struktur vom PPC und bleibt auf dem Target, kann es durch erneuten Kontakt mit PPC und Heizen auf $T \geq 90\,^{\circ}\mathrm{C}$, sowie erneutes Abkühlen auf RT erneut aufgenommen werden. Dabei kommt es meist zu starken Verwerfungen im PPC.
- Die Verwerfungen im PPC nach einem Pick-Up können über einer Heizplatte ausgeheilt werden. Dazu den Objektträger samt PPC und Heterostruktur kurz (!) auf eine Petrischale auf einer 150 °C heißen Heizplatte legen, sodass das PPC weiterhin freischwebt. Das PPC sollte antauen und sich erneut straffen.
- Nach dem letzten Kontakt der Struktur mit dem Zielsubstrat wird das PPC am Rand des Lochs mit einer spitzen Nadel bei $T \geq 70\,^{\circ}\mathrm{C}$ abgelöst. Der Objektträger

wird abgehoben und ein rundes Stück PPC bedeckt große Teile des mit der fertigen Hetreostruktur versehenen Chips.

- Die PPC-Schicht kann entweder mit Chloroform (zuerst nur 1 bis 2 Tröpfchen) abgewaschen oder im Legierofen ($\sim 400\,^{\circ}\mathrm{C}$) weggeheizt werden.

Selektives Ätzen und Metallisierung

- Belacken des fertig gestapelten und ausgeheizten Chips

PMMA 950k 5% (A)	rpm	a	t_s	T	t_T
Stufe 1	3000	0	5		
Stufe 2	6000	9	30	150C	8 min

- ESL einer Hallbarmesa

Gerät	V	*Blende(n)*	*Dosis*	*Spacing*
Zeiss LEO SEM	30 keV	30 μm	270 $\mu\mathrm{C/cm^2}$	10 nm

- Entwickeln

Entwickler	MIBK/IPA (1:3)	IPA
t	90 s	30 s

- Vorätzen der entwickelten Bereiche um PMMA-Reste zu beseitigen und Graseffekt zu verhindern. Vor den jeweiligen Ätzschritten wird die Kammer mit dem zu benutzenden Ätzgas konditioniert.

Gas	Fluss	p	P	t
O_2	20 sccm	30 mTorr	20 W	90 s

- Selektives Ätzen der oberen hBN-Schicht

Gas	Fluss	p	P	t
SF_6	3 sccm	50 mTorr	10 W	$20 - 30$ s

  Der Prozess terminiert an der Graphenschicht, bzw PMMA-Oberfläche. Die Graphenflocke dient als Maske für das untere Bornitrid.

- Abwaschen des ESL-Lacks

Mittel	t	T
Aceton	~ 30 min	60 °C

- Abtragen von restlichem (Mehrlagen-)Graphen (Das Graphen ist unterhalb der Mesa, das PBG unterhalb des unteren hBN geschützt).

Gas	Fluss	p	P	t
O_2	20 sccm	30 mTorr	20 W	60 s

- Kontaktlithographie

PMMA 200k 9% (A)	rpm	a	t_s	T	t_T
Stufe 1	3000	0	5		
Stufe 2	6000	9	30	150 °C	4 min
PMMA 950k 5% (A)					
Stufe 1	3000	0	5		
Stufe 2	6000	9	30	150 °C	8 min

- *Fine-Wiring/Coarse-Wiring* (FW/CW) an die Abgriffe der Hallbar. Das unter der unteren hBN-Flocke liegende PBG wird ebenfalls mit FW/CW Zuleitungen versehen

Gerät	V	*Blende(n)*	*Dosis*	*Spacing*
Zeiss LEO SEM	30 keV	30/60 μm	400/400 μC/cm^2	10/30 nm

- Entwickeln

Entwickler	MIBK/IPA (1:3)	IPA
t	90 s	30 s

- Vorätzen der entwickelten Bereiche um PMMA-Reste zu beseitigen.

Gas	Fluss	p	P	t
O_2	20 sccm	30 mTorr	20 W	30 s

- Kurzes Ätzen der Randkontaktflächen von Graphen und PBG. Die Ätzrate beträgt ~ 0.8 nm/s

Gas	Fluss	p	P	t
CHF_3/O_2	40/6 sccm	55 mTorr	35 W	15 s

- Metallisierung

Metall	*Dicke*
Cr	1 nm
Au	90 nm

- Lift-Off ca. 45 min in Aceton bei 60 °C.

ANHANG B

GEMISCHTE FÜLLFAKTOREN

Füllfaktoren und Plateauwerte aus Abb. 8.3

g	**l**	**M**	ν_{mix}	R_{xx} (Ω)	**Offset** (Ω)
-6	-10	1	15	1721	477
-6	-10	2	30	860	28 753
-6	-6	1	-	0	477
-6	-6	2	-	0	28 753
-6	-2	1	3	8604	477
-6	-2	2	3/2	17 209	28 753
-10	-10	1	-	0	141
-10	-10	2	-	0	18 020
-10	-6	1	15	1 721	141
-10	-6	2	15/2	3 442	18 020
-10	-2	1	5/2	10 325	141
-10	-2	2	5/4	20 650	18 020
-14	-14	1	-	0	221
-14	-14	2	-	0	3 306
-14	-10	1	35	738	221
-14	-10	2	35/2	1 475	3 306
-14	-6	1	21/2	2 458	221
-14	-6	2	21/4	4 918	3 306
-14	-2	1	7/3	11 063	221
-14	-2	2	7/6	22 125	3 306

Die Tabelle gibt die Werte der Plateaus aus Abb. 8.3c-e an. Die letzte Spalte ist dabei der Offset, der abgezogen wurde, um das Minimum bei $R_{xx} = 0$ zu erhalten.

ANHANG C

BIPOLARES REGIME IM B-FELD

Abbildung C.1a zeigt das bipolare Regime einer freischwebenden Graphenprobe mit einem einzelnen *pn*-Übergang aus [149]. Die Probengeometrie ist in Abb. 9.10 dargestellt. Die Farbkarte zeigt die Ableitung der Leitfähigkeit nach der Gatespannung $\tilde{V}$. Über $\tilde{V}$ wird die symmetrische Ladungsträgerdichte $n = |-n| \equiv p$ variiert. Diese Konfiguaration ist von besonderem Interesse, da beide Bereiche n und p den gleichen Zyklotronradius im B-Feld aufweisen und somit eine Zuordnung der Features eindeutiger wird. Die Parabel in Abb. C.1a definiert $r_C = L$, die Länge eines der symmetrischen Resonatoren. Innerhalb der Parabel werden FP-Oszillationen beobachtet, die bei einem bestimmten B-Feld einen Phasensprung ausbilden (vgl. [56]). Außerhalb der Parabel treten mit snake-states assoziierte Oszillationen auf (Abb. C.1b), da die Zyklotronbahn nicht mehr durch die gegenüberliegende Kontaktfläche gestört wird. Die Oszillationen deuten auf eine Kommensurabilität der Probenbreite W und des Zyklotronbahndurchmessers $2r_C$ [149].
Abbildung C.1c zeigt ein ähnliches Verhalten von Probe J11 ($a = 200\,\mathrm{nm}, L = 100\,\mathrm{nm}$), wobei die fixe Backgate-Spannung $V_g = -25\,\mathrm{V}$ gewählt wurde und V_p und B variiert wurden. Hierbei ist die Ableitung des longitudinalen Widerstands nach der variablen PBG-Gatespannung V_p geplottet. Im unipolaren Regime $V_p < 0$ lassen sich Weiss- und SdH-Oszillationen erkennen. Im bipolaren Regime treten bei $B = 0$ FP-Oszillationen in Abhängigkeit von V_p auf. Mit steigendem B treten (multiple) Phasensprünge der FP-Oszillationen auf. Bei höheren Feldern werden wiederum Oszillationen in Ähnlichkeit zu Abbildung C.1b beobachtet, die auf *snake-states* im Übergitter hindeuten. Die Zuordnung der Oszillationen zu bestimmten Vielfachen der Zyklotrondurchmesser ist schwierig. Einerseits wurde V_g fix gewählt, sodass r_C im p-Bereich bei bestimmtem B konstant sein sollte. Andererseits hat das PBG einen gewissen Einfluss auf die Bereiche zwischen den PBG-Streifen, sodass V_p die Ladungsträgerdichte im p-Bereich ebenfalls ändert. Da sich die Zyklotrondurchmesser im n- und p-Bereich dynamisch ändern, lässt sich für die parabolisch anmutenden Features ohne ein optimiertes Modell keine eindeutige Kommensurabilität mit bestimmten ganzzahligen Vielfachen von L bzw. W vorweisen.

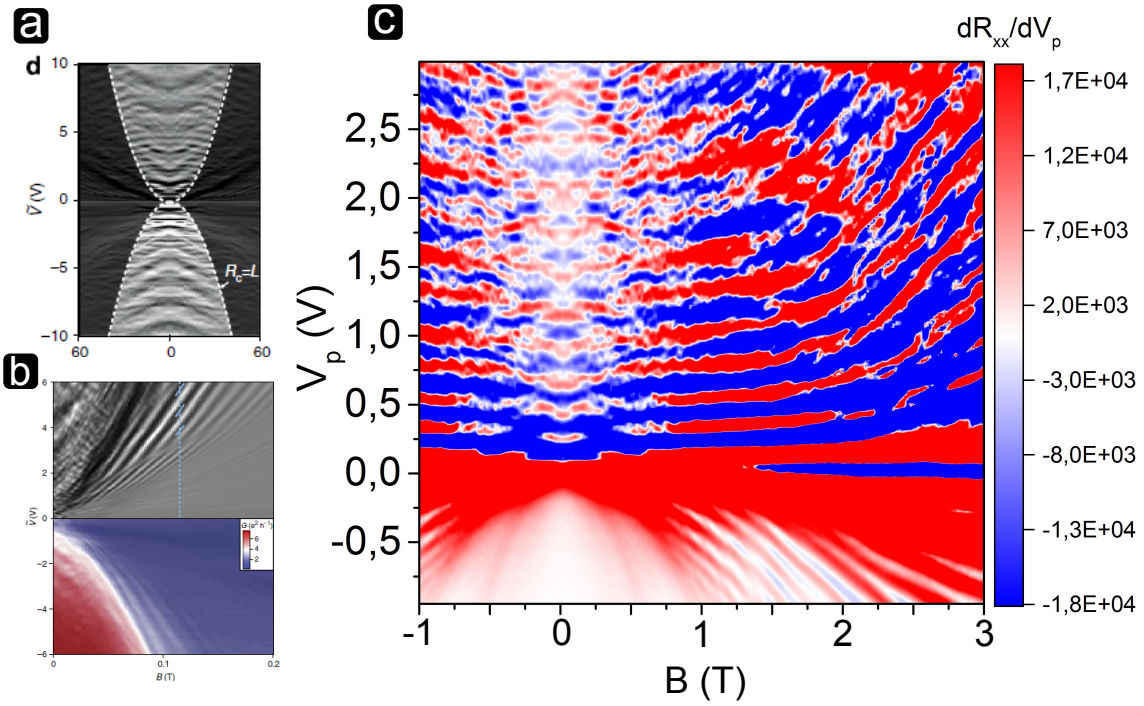


Abbildung C.1: Bipolares Regime im Magnetfeld. Grafik (a) und (b) aus [149].

LITERATURVERZEICHNIS

[1] A. K. Geim und P. Kim. *Carbon wonderland.* Scientific American, **298**, (2008) S. 90–97. (Zitiert auf Seite 1)

[2] P. R. Wallace. *The band theory of graphite.* Physical Review, **71**, (1947) S. 622 – 634. (Zitiert auf den Seiten 1 und 6)

[3] N. D. Mermin. *Crystalline order in two dimensions.* Physical Review, **176**, (1968) S. 250. (Zitiert auf Seite 1)

[4] A. K. Geim und K. S. Novoselov. *The Rise of Graphene.* Nature Mat., **6**, (2007) S. 183–191. (Zitiert auf den Seiten 1, 2 und 11)

[5] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. A. Dubonos, I. V. Grigorieva und A. A. Firsov. *Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films.* Science, **306**, (2004) S. 666–669. (Zitiert auf den Seiten 1, 5 und 72)

[6] J. C. Meyer, A. K. Geim, M. I. Katsnelson, K. S. Novoselov, T. J. Booth und S. Roth. *The structure of suspended graphene sheets.* Nature, **446**, (2007) S. 60. (Zitiert auf Seite 1)

[7] A. K. Geim und A. H. MacDonald. *Graphene: Exploring carbon flatland.* Physics today, **60**, (2007) S. 35. (Zitiert auf den Seiten 1 und 10)

[8] K. S. Novoselov, V. I. Fal'ko, L. Colombo, P. R. Gellert, M. G. Schwab und K. Kim. *A roadmap for graphene.* Nature, **490**, (2012) S. 192–200. (Zitiert auf Seite 2)

[9] A. C. Ferrari, F. Bonaccorso, V. I. Fal'ko, K. S. Novoselov, S. Roche, P. Bøggild, S. Borini, F. H. L. Koppens, V. Palermo, N. Pugno *et al.*. *Science and technology roadmap for graphene, related two-dimensional crystals, and hybrid systems.* Nanoscale, **7**, (2015) S. 4598–4810. (Zitiert auf Seite 2)

[10] M. Xu, T. Liang, M. Shi und H. Chen. *Graphene-like two-dimensional materials.* Chemical reviews, **113**, (2013) S. 3766–3798. (Zitiert auf Seite 2)

[11] C. R. Dean, A. F. Young, I. Meric, C. Lee, L. Wang, S. Sorgenfrei, K. Watanabe, T. Taniguchi, P. Kim, K. L. Shepard und J. Hone. *Boron nitride substrates for high-quality graphene electronics.* Nat. Nanotech., **5**, (2010) S. 722–726. (Zitiert auf den Seiten 2, 63, 73, 74 und 75)

[12] J. B. Oostinga, H. B. Heersche, X. Liu, A. F. Morpurgo und L. M. Vandersypen. *Gate-induced insulating state in bilayer graphene devices.* Nature Materials, **7**, (2007) S. 151–157. (Zitiert auf Seite 2)

[13] L. Wang, I. Meric, P. Y. Huang, Q. Gao, Y. Gao, H. Tran, T. Taniguchi, K. Watanabe, L. M. Campos, D. A. Muller, J. Guo, P. Kim, J. Hone, K. L. Shepard und C. R. Dean. *One-dimensional electrical contact to a two-dimensional material.* Science, **342**, (2013) S. 614–617. (Zitiert auf den Seiten 2, 14, 73, 74 und 75)

[14] L. Esaki und R. Tsu. *Superlattice and negative differential conductivity in semiconductors.* IBM J. Res. Dev., **14**, (1970) S. 61–65. (Zitiert auf den Seiten 3, 45 und 46)

[15] C. Waschke, H. G. Roskos, R. Schwedler, K. Leo, H. Kurz und K. Köhler. *Coherent submillimeter-wave emission from Bloch oscillations in a semiconductor superlattice.* Physical Review Letters, **70**, (1993) S. 3319. (Zitiert auf den Seiten 3 und 45)

[16] C. Albrecht, J. H. Smet, K. von Klitzing, D. Weiss, V. Umansky und H. Schweizer. *Evidence of Hofstadter's Fractal Energy Spectrum in the Quantized Hall Conductance.* Phys. Rev. Lett., **86**, (2001) S. 147–150. (Zitiert auf den Seiten 3, 70 und 80)

[17] D. R. Hofstadter. *Energy levels and wave functions of Bloch electrons in rational and irrational magnetic fields.* Physical Review B, **14**, (1976) S. 2239. (Zitiert auf den Seiten 3 und 69)

[18] C. R. Dean, L. Wang, P. Maher, C. Forsythe, F. Ghahari, Y. Gao, J. Katoch, M. Ishigami, P. Moon, M. Koshino, T. Taniguchi, K. Watanabe, K. L. Shepard, J. Hone und P. Kim. *Hofstadter's butterfly and the fractal quantum Hall effect in moire superlattices.* Nature, **497**, (2013) S. 598–602. (Zitiert auf den Seiten 3, 69 und 70)

[19] B. Hunt, J. D. Sanchez-Yamagishi, A. F. Young, M. Yankowitz, B. J. LeRoy, K. Watanabe, T. Taniguchi, P. Moon, M. Koshino, P. Jarillo-Herrero und R. C. Ashoori. *Massive Dirac fermions and Hofstadter butterfly in a van der Waals heterostructure.* Science, **340**, (2013) S. 1427–1430. (Zitiert auf den Seiten 3 und 70)

[20] D. Weiss, K. von Klitzing, K. Ploog und G. Weimann. *Magnetoresistance oscillations in a two-dimensional electron gas induced by a submicrometer periodic potential.*

Europhys. Lett., **8**, (1989) S. 179. (Zitiert auf den Seiten 3, 53, 57, 59, 60, 64 und 129)

[21] R. R. Gerhardts, D. Weiss und U. Wulf. *Magnetoresistance oscillations in a grid potential: Indication of a Hofstadter-type energy spectrum.* Physical Review B, **43**, (1991) S. 5192. (Zitiert auf Seite 3)

[22] D. Weiss, M. L. Roukes, A. Menschig, P. Grambow, K. von Klitzing und G. Weimann. *Electron pinball and commensurate orbits in a periodic array of scatterers.* Physical Review Letters, **66**, (1991) S. 2790. (Zitiert auf Seite 3)

[23] C. W. J. Beenakker. *Guiding-center-drift resonance in a periodically modulated two-dimensional electron gas.* Physical Review Letters, **62**, (1989) S. 2020. (Zitiert auf den Seiten 3, 54, 57 und 129)

[24] R. R. Gerhardts, D. Weiss und K. v. Klitzing. *Novel magnetoresistance oscillations in a periodically modulated two-dimensional electron gas.* Physical Review Letters, **62**, (1989) S. 1173. (Zitiert auf den Seiten 3, 54, 55, 56 und 129)

[25] R. W. Winkler, J. P. Kotthaus und K. Ploog. *Landau band conductivity in a two-dimensional electron system modulated by an artificial one-dimensional superlattice potential.* Physical Review Letters, **62**, (1989) S. 1177. (Zitiert auf den Seiten 3, 54, 64 und 129)

[26] A. Sandner, T. Preis, C. Schell, P. Giudici, K. Watanabe, T. Taniguchi, D. Weiss und J. Eroms. *Ballistic transport in graphene antidot lattices.* Nano Letters, **15**, (2015) S. 8402–8406. (Zitiert auf den Seiten 3 und 80)

[27] B. Trauzettel. *Von Graphit zu Graphen.* Physik Journal, **6 (7)**, (2007) S. 39–44. (Zitiert auf Seite 5)

[28] A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov und A. K. Geim. *The electronic properties of graphene.* Reviews of modern physics, **81**, (2009) S. 109. (Zitiert auf den Seiten 5, 6, 7, 8, 9, 18 und 67)

[29] R. Saito, G. Dresselhaus und M. S. Dresselhaus. *Physical Properties of Carbon Nanotubes.* Imperial College Press (1999). (Zitiert auf Seite 6)

[30] M. I. Katsnelson, K. S. Novoselov und A. K. Geim. *Chiral tunnelling and the Klein paradox in graphene.* Nat. Phys., **2**, (2006) S. 620–625. (Zitiert auf den Seiten 6, 9 und 36)

[31] S. Das Sarma, S. Adam, E. H. Hwang und E. Rossi. *Electronic transport in two-dimensional graphene.* Reviews of Modern Physics, **83**, (2011) S. 407. (Zitiert auf den Seiten 6, 8, 28, 63 und 66)

[32] C. Bena und G. Montambaux. *Remarks on the tight-binding model of graphene.* New Journal of Physics, **11**, (2009) S. 095 003. (Zitiert auf Seite 6)

[33] R. Saito, G. Dresselhaus und M. S. Dresselhaus. *Trigonal warping effect of carbon nanotubes.* Physical Review B, **61**, (2000) S. 2981. (Zitiert auf Seite 7)

[34] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V. Grigorieva, S. V. Dubonos und A. A. Firsov. *Two-Dimensional Gas of Massless Dirac Fermions in Graphene.* Nature, **438**, (2005) S. 197–200. (Zitiert auf den Seiten 7, 20, 21, 24, 25 und 28)

[35] E. H. Hwang und S. Das Sarma. *Acoustic phonon scattering limited carrier mobility in two-dimensional extrinsic graphene.* Physical Review B, **77**, (2008) S. 115 449. (Zitiert auf den Seiten 8, 14 und 144)

[36] P. E. Allain und J.-N. Fuchs. *Klein tunneling in graphene: optics with massless electrons.* The European Physical Journal B, **83**, (2011) S. 301. (Zitiert auf den Seiten 8, 9, 28, 29, 30, 31, 32, 36, 37 und 38)

[37] O. Klein. *Die Reflexion von Elektronen an einem Potentialsprung nach der relativistischen Dynamik von Dirac.* Z. Phys., **53**, (1929) S. 157–165. (Zitiert auf Seite 9)

[38] N. Dombey und A. Calogeracos. *Seventy years of the Klein paradox.* Phys. Rep., **315**, (1999) S. 41–58. (Zitiert auf Seite 9)

[39] U. Zeitler, J. Giesbers und J.-K. Maan. *Quanten-Hall-Effekt in Graphen.* Phys. Unserer Zeit, **3 (40)**, (2009) S. 124–131. (Zitiert auf Seite 11)

[40] M.-H. Liu. *Theory of carrier density in multigated doped graphene sheets with quantum correction.* Phys. Rev. B, **87**, (2013) S. 125 427. (Zitiert auf Seite 11)

[41] S. Hunklinger. *Festkörperphysik.* Oldenbourg, 3. Auflage (2011). (Zitiert auf den Seiten 12, 13, 17, 18, 23, 45 und 66)

[42] C. W. J. Beenakker und H. van Houten. *Quantum transport in semiconductor nanostructures.* Solid State Physics, **44**, (1991) S. 1–228. (Zitiert auf den Seiten 13, 26 und 27)

[43] D. K. Ferry. *Semiconductor Transport.* Taylor & Francis Ltd (2000). (Zitiert auf Seite 14)

[44] J.-H. Chen, C. Jang, S. Xiao, M. Ishigami und M. S. Fuhrer. *Intrinsic and extrinsic performance limits of graphene devices on SiO_2.* Nature nanotechnology, **3**, (2008) S. 206. (Zitiert auf Seite 14)

[45] F. V. Tikhonenko, A. A. Kozikov, A. K. Savchenko und R. V. Gorbachev. *Transition Between Electron Localization and Antilocalization in Graphene.* Phys. Rev. Lett., **103**, (2009) S. 226 801. (Zitiert auf den Seiten 15, 92 und 102)

[46] B. L. Altshuler, A. G. Aronov und D. E. Khmelnitsky. *Effects of electron-electron collisions with small energy transfers on quantum localisation.* Journal of Physics C: Solid State Physics, **15**, (1982) S. 7367. (Zitiert auf Seite 15)

[47] B. N. Narozhny, G. Zala und I. L. Aleiner. *Interaction corrections at intermediate temperatures: Dephasing time.* Phys. Rev. B, **65**, (2002) S. 180 202. (Zitiert auf Seite 15)

[48] D. A. Bandurin, I. Torre, R. Krishna Kumar, M. Ben Shalom, A. Tomadin, A. Principi, G. H. Auton, E. Khestanova, K. S. Novoselov, I. V. Grigorieva, L. A. Ponomarenko, A. K. Geim und M. Polini. *Negative local resistance caused by viscous electron backflow in graphene.* Science, **351**, (2016) S. 1055–1058. (Zitiert auf Seite 15)

[49] A. S. Mayorov, R. V. Gorbachev, S. V. Morozov, L. Britnell, R. Jalil, L. A. Ponomarenko, P. Blake, K. S. Novoselov, K. Watanabe, T. Taniguchi und A. K. Geim. *Micrometer-scale ballistic transport in encapsulated graphene at room temperature.* Nano letters, **11**, (2011) S. 2396–2399. (Zitiert auf den Seiten 15 und 77)

[50] R. Krishna Kumar, D. A. Bandurin, F. M. D. Pellegrino, Y. Cao, A. Principi, H. Guo, G. H. Auton, M. B. Shalom, L. A. Ponomarenko, G. Falkovich, K. Watanabe, T. Taniguchi, I. V. Grigoreva, L. S. Levitov, M. Polini und A. K. Geim. *Super-ballistic flow of viscous electron fluid through graphene constrictions.* Nature Physics, **4240**, (2017). (Zitiert auf den Seiten 16 und 144)

[51] R. Krishna Kumar, D. A. Bandurin, F. M. D. Pellegrino, Y. Cao, A. Principi, H. Guo, G. H. Auton, M. B. Shalom, L. A. Ponomarenko, G. Falkovich, K. Watanabe, T. Taniguchi, I. V. Grigoreva, L. S. Levitov, M. Polini und A. K. Geim. *Super-ballistic flow of viscous electron fluid through graphene constrictions - Supplementary Material.* Nature Physics, **4240**, (2017). (Zitiert auf den Seiten 16, 143 und 144)

[52] A. Matulis und F. M. Peeters. *Appearance of enhanced Weiss oscillations in graphene: Theory.* Physical Review B, **75**, (2007) S. 125 429. (Zitiert auf den Seiten 18, 56, 60, 61, 62, 64, 129 und 144)

[53] L. Onsager. *Interpretation of the de Haas-van Alphen effect.* The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, **43**, (1952) S. 1006–1008. (Zitiert auf Seite 19)

[54] D. Xiao, M.-C. Chang und Q. Niu. *Berry phase effects on electronic properties.* Reviews of modern physics, **82**, (2010) S. 1959. (Zitiert auf den Seiten 19 und 20)

[55] E. Y. Andrei, G. Li und X. Du. *Electronic properties of graphene: a perspective from scanning tunneling microscopy and magnetotransport.* Reports on Progress in Physics, **75**, (2012) S. 056 501. (Zitiert auf den Seiten 19, 20 und 21)

[56] A. F. Young und P. Kim. *Quantum interference and Klein tunnelling in graphene heterojunctions.* Nat. Phys., **5**, (2009) S. 222–226. (Zitiert auf den Seiten 19, 37, 38, 39, 40, 141, 142 und 156)

[57] K. Von Klitzing, G. Dorda und M. Pepper. *New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance.* Phys. Rev. Lett., **45 (6)**, (1980) S. 494–497. (Zitiert auf Seite 21)

[58] K. von Klitzing, R. R. Gerhardts und J. Weis. *25 Jahre Quanten-Hall-Effekt.* Physik Journal, **4**, (2005) S. 37–44. (Zitiert auf den Seiten 22, 24 und 110)

[59] R. J. Haug. *Edge-state transport and its experimental consequences in high magnetic fields.* Semiconductor science and technology, **8**, (1993) S. 131. (Zitiert auf den Seiten 22, 23, 41, 42, 116 und 119)

[60] M. Büttiker. *Four-terminal phase-coherent conductance.* Physical review letters, **57**, (1986) S. 1761. (Zitiert auf Seite 23)

[61] M. Drienovsky. *Strukturierte Topgates auf Graphen mit HfO_2 und Al_2O_3 als Dielektrikum.* Diplomarbeit, Universität Regensburg (2013). (Zitiert auf den Seiten 23 und 73)

[62] V. P. Gusynin und S. G. Sharapov. *Unconventional integer quantum Hall effect in graphene.* Physical Review Letters, **95**, (2005) S. 146 801. (Zitiert auf Seite 25)

[63] K. S. Novoselov, Z. Jiang, Y. Zhang, S. V. Morozov, H. L. Stormer, U. Zeitler, J. C. Maan, G. S. Boebinger, P. Kim und A. K. Geim. *Room-temperature quantum Hall effect in graphene.* Science, **315**, (2007) S. 1379–1379. (Zitiert auf Seite 25)

[64] M. Monteverde, C. Ojeda-Aristizabal, R. Weil, K. Bennaceur, M. Ferrier, S. Guéron, C. Glattli, H. Bouchiat, J. N. Fuchs und D. L. Maslov. *Transport and elastic scattering times as probes of the nature of impurity scattering in single-layer and bilayer graphene.* Physical Review Letters, **104**, (2010) S. 126 801. (Zitiert auf den Seiten 25 und 26)

[65] E. Akkermans und G. Montambaux. *Mesoscopic physics of electrons and photons.* Cambridge university press (2007). (Zitiert auf Seite 25)

[66] A. D. Mirlin und P. Wölfle. *Weiss oscillations in the presence of small-angle impurity scattering.* Physical Review B, **58**, (1998) S. 12 986. (Zitiert auf den Seiten 26, 59, 60, 129 und 139)

[67] S. Masubuchi, K. Iguchi, T. Yamaguchi, M. Onuki, M. Arai, K. Watanabe, T. Taniguchi und T. Machida. *Boundary scattering in ballistic graphene*. Physical Review Letters, **109**, (2012) S. 036 601. (Zitiert auf den Seiten 26, 27 und 126)

[68] T. J. Thornton, M. L. Roukes, A. Scherer und B. Van de Gaag. *Boundary scattering in quantum wires*. Physical Review Letters, **63**, (1989) S. 2128. (Zitiert auf Seite 27)

[69] Y.-W. Tan, Y. Zhang, K. Bolotin, Y. Zhao, S. Adam, E. H. Hwang, S. Das Sarma, H. L. Stormer und P. Kim. *Measurement of scattering rate and minimum conductivity in graphene*. Physical Review Letters, **99**, (2007) S. 246 803. (Zitiert auf Seite 28)

[70] B. Huard, J. A. Sulpizio, N. Stander, K. Todd, B. Yang und D. Goldhaber-Gordon. *Transport measurements across a tunable potential barrier in graphene*. Physical Review Letters, **98**, (2007) S. 236 803. (Zitiert auf den Seiten 30 und 37)

[71] V. V. Cheianov und V. I. Fal'ko. *Selective transmission of Dirac electrons and ballistic magnetoresistance of np junctions in graphene*. Phys. Rev. B, **74**, (2006) S. 041 403. (Zitiert auf den Seiten 30, 37 und 80)

[72] L. M. Zhang und M. M. Fogler. *Nonlinear screening and ballistic transport in a graphene pn junction*. Phys. Rev. Lett., **100**, (2008) S. 116 804. (Zitiert auf den Seiten 31 und 39)

[73] V. V. Cheianov, V. I. Fal'ko und B. L. Altshuler. *The focusing of electron flow and a Veselago lens in graphene pn junctions*. Science, **315**, (2007) S. 1252–1255. (Zitiert auf Seite 33)

[74] M.-H. Liu, C. Gorini und K. Richter. *Creating and Steering Highly Directional Electron Beams in Graphene*. Physical Review Letters, **118**, (2017) S. 066 801. (Zitiert auf den Seiten 33, 38 und 80)

[75] P. Rickhaus, M.-H. Liu, P. Makk, R. Maurand, S. Hess, S. Zihlmann, M. Weiss, K. Richter und C. Schönenberger. *Guiding of electrons in a few-mode ballistic graphene channel*. Nano Letters, **15**, (2015) S. 5819–5825. (Zitiert auf Seite 33)

[76] S. Chen, Z. Han, M. M. Elahi, K. M. Habib, L. Wang, B. Wen, Y. Gao, T. Taniguchi, K. Watanabe, J. Hone, A. W. Gosh und C. R. Dean. *Electron optics with pn junctions in ballistic graphene*. Science, **353**, (2016) S. 1522–1525. (Zitiert auf den Seiten 33, 34 und 35)

[77] A. V. Shytov, M. S. Rudner und L. S. Levitov. *Klein backscattering and Fabry-Perot interference in graphene heterojunctions*. Phys. Rev. Lett., **101**, (2008) S. 156 804. (Zitiert auf den Seiten 36, 38 und 39)

[78] R. V. Gorbachev, A. S. Mayorov, A. K. Savchenko, D. W. Horsell und F. Guinea. *Conductance of pnp Graphene Structures with Air-Bridge Top Gates*. Nano Lett., **8**, (2008) S. 1995–1999. (Zitiert auf den Seiten 37 und 38)

[79] N. Stander, B. Huard und D. Goldhaber-Gordon. *Evidence for Klein tunneling in graphene pn junctions.* Phys. Rev. Lett., **102**, (2009) S. 026 807. (Zitiert auf den Seiten 37 und 38)

[80] A. F. Young und P. Kim. *Quantum interference and Klein tunnelling in graphene heterojunctions - Supplementary material.* Nat. Phys., **5**, (2009) S. 222–226. (Zitiert auf Seite 39)

[81] K. I. Bolotin, F. Ghahari, M. D. Shulman, H. L. Stormer und P. Kim. *Observation of the fractional quantum Hall effect in graphene.* Nature, **462**, (2009) S. 196–199. (Zitiert auf Seite 39)

[82] P. Rickhaus, R. Maurand, M.-H. Liu, M. Weiss, K. Richter und C. Schönenberger. *Ballistic interferences in suspended graphene.* Nat. Commun., **4**, (2013) S. 2342. (Zitiert auf den Seiten 39 und 40)

[83] A. L. Grushina, D.-K. Ki und A. F. Morpurgo. *A ballistic pn junction in suspended graphene with split bottom gates.* Appl. Phys. Lett., **102**, (2013) S. 223 102. (Zitiert auf Seite 39)

[84] M. Oksanen, A. Uppstu, A. Laitinen, D. J. Cox, M. Craciun, S. Russo, A. Harju und P. Hakonen. *Single-and multi-mode Fabry-Pérot interference in suspended graphene.* arXiv: 1306.1212. (Zitiert auf Seite 39)

[85] J. Williams, L. DiCarlo und C. Marcus. *Quantum Hall effect in a gate-controlled pn junction of graphene.* Science, **317**, (2007) S. 638–641. (Zitiert auf den Seiten 42 und 107)

[86] B. Özyilmaz, P. Jarillo-Herrero, D. Efetov, D. A. Abanin, L. S. Levitov und P. Kim. *Electronic transport and quantum Hall effect in bipolar graphene pnp junctions.* Phys. Rev. Lett., **99**, (2007) S. 166 804. (Zitiert auf den Seiten 42, 43 und 107)

[87] D. A. Abanin und L. S. Levitov. *Quantized transport in graphene pn junctions in magnetic field.* Science, **317**, (2007) S. 641–643. (Zitiert auf den Seiten 42 und 107)

[88] D.-K. Ki und H.-J. Lee. *Quantum Hall resistances of a multiterminal top-gated graphene device.* Physical Review B, **79**, (2009) S. 195 327. (Zitiert auf den Seiten 42 und 107)

[89] F. Amet, J. Williams, K. Watanabe, T. Taniguchi und D. Goldhaber-Gordon. *Selective equilibration of spin-polarized quantum Hall edge states in graphene.* Physical Review Letters, **112**, (2014) S. 196 601. (Zitiert auf den Seiten 43, 107, 111 und 123)

[90] C. Baumgartner. *Gemischte Füllfaktoren im QHE-Regime im dichte-modulierten Graphen.* Masterarbeit, Universität Regensburg (2016). (Zitiert auf den Seiten 43, 78, 80, 108, 113, 114, 115, 117, 123 und 124)

[91] S. Morikawa, S. Masubuchi, R. Moriya, K. Watanabe, T. Taniguchi und T. Machida. *Edge-channel interferometer at the graphene quantum Hall pn junction.* Applied Physics Letters, **106**, (2015) S. 183 101. (Zitiert auf den Seiten 43, 44, 107, 109, 110 und 123)

[92] C.-H. Park, L. Yang, Y.-W. Son, M. L. Cohen und S. G. Louie. *Anisotropic behaviours of massless Dirac fermions in graphene under periodic potentials.* Nat. Phys., **4**, (2008) S. 213–217. (Zitiert auf den Seiten 45, 46 und 47)

[93] C.-H. Park, Y.-W. Son, L. Yang, M. L. Cohen und S. G. Louie. *Electron beam supercollimation in graphene superlattices.* Nano letters, **8**, (2008) S. 2920–2924. (Zitiert auf Seite 48)

[94] M. Barbier, P. Vasilopoulos und F. M. Peeters. *Extra Dirac points in the energy spectrum for superlattices on single-layer graphene.* Phys. Rev. B, **81**, (2010) S. 075 438. (Zitiert auf den Seiten 48 und 49)

[95] S. Dubey, V. Singh, A. K. Bhat, P. Parikh, S. Grover, R. Sensarma, V. Tripathi, K. Sengupta und M. M. Deshmukh. *Tunable superlattice in graphene to control the number of Dirac points.* Nano Lett., **13**, (2013) S. 3990–3995. (Zitiert auf den Seiten 49, 50 und 51)

[96] M. Drienovsky, F.-X. Schrettenbrunner, A. Sandner, M.-H. Liu, F. Tkatschenko, K. Richter, D. Weiss und J. Eroms. *Towards superlattices: Lateral bipolar multibarriers in graphene.* Phys. Rev. B, **89**, (2014) S. 115 421. (Zitiert auf den Seiten 49, 50, 51, 52, 73, 74, 86, 88, 89, 90, 91, 92 und 96)

[97] M. Drienovsky, A. Sandner, C. Baumgartner, M.-H. Liu, T. Taniguchi, K. Watanabe, K. Richter, D. Weiss und J. Eroms. *Few-layer graphene patterned bottom gates for van der Waals heterostructures.* arXiv preprint arXiv:1703.05631. (Zitiert auf den Seiten 51, 97 und 99)

[98] M. Wimmer und K. Richter. *Optimal block-tridiagonalization of matrices for coherent charge transport.* Journal of Computational Physics, **228**, (2009) S. 8548–8565. (Zitiert auf Seite 51)

[99] D. Weiss, C. Zhang, R. R. Gerhardts, K. von Klitzing und G. Weimann. *Density of states in a two-dimensional electron gas in the presence of a one-dimensional superlattice potential.* Physical Review B, **39**, (1989) S. 13 020. (Zitiert auf Seite 55)

[100] D. Pfannkuche und R. R. Gerhardts. *Theory of magnetotransport in two-dimensional electron systems subjected to weak two-dimensional superlattice potentials.* Physical Review B, **46**, (1992) S. 12 606. (Zitiert auf Seite 55)

[101] D. Weiss, K. von Klitzing, K. Ploog und G. Weimann. *Landau level broadening and Van Hove singularities in lateral surface superlattices.* Surface Science, **229**, (1990) S. 88–91. (Zitiert auf Seite 56)

[102] F. M. Peeters und P. Vasilopoulos. *Electrical and thermal properties of a two-dimensional electron gas in a one-dimensional periodic potential.* Physical Review B, **46**, (1992) S. 4667. (Zitiert auf den Seiten 56 und 129)

[103] P. H. Beton, P. C. Main, M. Davison, M. Dellow, R. P. Taylor, E. S. Alves, L. Eaves, S. P. Beaumont und C. D. W. Wilkinson. *Temperature dependence of magnetoresistance oscillations in a two-dimensional electron gas subjected to a periodic potential.* Physical Review B, **42**, (1990) S. 9689. (Zitiert auf den Seiten 56, 57, 59, 129 und 143)

[104] P. Vasilopoulos und F. M. Peeters. *Quantum magnetotransport of a periodically modulated two-dimensional electron gas.* Physical Review Letters, **63**, (1989) S. 2120. (Zitiert auf Seite 57)

[105] P. Streda und A. H. MacDonald. *Magnetic breakdown and magnetoresistance oscillations in a periodically modulated two-dimensional electron gas.* Phys. Rev. B, **41**, (1990) S. 11 892–11 898. (Zitiert auf Seite 58)

[106] P. H. Beton, M. W. Dellow, P. C. Main, E. S. Alves, L. Eaves, S. P. Beaumont und C. D. W. Wilkinson. *Magnetic breakdown of a two-dimensional electron gas in a periodic potential.* Phys. Rev. B, **43**, (1991) S. 9980–9983. (Zitiert auf Seite 58)

[107] D. Weiss. *Kommensurabilitätseffekte in lateralen Übergittern.* Habilitationsschrift, Max-Planck-Institut fur Festkörperforschung, Stuttgart (1992). (Zitiert auf den Seiten 58 und 125)

[108] P. H. Beton, E. S. Alves, P. C. Main, L. Eaves, M. W. Dellow, M. Henini, O. H. Hughes, S. P. Beaumont und C. D. W. Wilkinson. *Magnetoresistance of a two-dimensional electron gas in a strong periodic potential.* Phys. Rev. B, **42**, (1990) S. 9229–9232. (Zitiert auf Seite 58)

[109] A. D. Mirlin, E. Tsitsishvili und P. Wölfle. *Magnetotransport in lateral superlattices with small-angle impurity scattering: Low-field magnetoresistance.* Physical Review B, **64**, (2001) S. 125 319. (Zitiert auf den Seiten 59 und 130)

[110] M. Tahir, K. Sabeeh und A. MacKinnon. *Weiss oscillations in the electronic structure of modulated graphene.* Journal of Physics: Condensed Matter, **19**, (2007) S. 406 226. (Zitiert auf den Seiten 61, 62 und 128)

[111] R. R. Gerhardts. *Quasiclassical calculation of magnetoresistance oscillations of a two-dimensional electron gas in an anharmonic lateral superlattice potential.* Physical Review B, **45**, (1992) S. 3449. (Zitiert auf den Seiten 63, 64, 65 und 132)

[112] J. H. Davies und I. A. Larkin. *Theory of potential modulation in lateral surface superlattices.* Physical Review B, **49**, (1994) S. 4800. (Zitiert auf den Seiten 65 und 66)

[113] V. N. Kotov, B. Uchoa, V. M. Pereira, F. Guinea und A. H. Castro Neto. *Electron-electron interactions in graphene: Current status and perspectives*. Reviews of Modern Physics, **84**, (2012) S. 1067. (Zitiert auf Seite 66)

[114] F. M. Peeters und P. Vasilopoulos. *Quantum transport of a two-dimensional electron gas in a spatially modulated magnetic field*. Phys. Rev. B, **47**, (1993) S. 1466–1473. (Zitiert auf Seite 67)

[115] P. D. Ye, D. Weiss, R. R. Gerhardts, M. Seeger, K. von Klitzing, K. Eberl und H. Nickel. *Electrons in a Periodic Magnetic Field Induced by a Regular Array of Micromagnets*. Phys. Rev. Lett., **74**, (1995) S. 3013–3016. (Zitiert auf Seite 67)

[116] P. D. Ye, D. Weiss, R. R. Gerhardts, K. von Klitzing, K. Eberl, H. Nickel und C. T. Foxon. *Strain-induced magnetoresistance oscillations in GaAs-AlGaAs heterojunctions with ferromagnetic and superconducting submicrometre gratings*. Semiconductor science and technology, **10**, (1995) S. 715. (Zitiert auf Seite 67)

[117] M. Tahir und K. Sabeeh. *Quantum transport of Dirac electrons in graphene in the presence of a spatially modulated magnetic field*. Phys. Rev. B, **77**, (2008) S. 195 421. (Zitiert auf Seite 67)

[118] R. Burgos und C. Lewenkopf. *Weiss oscillations in graphene with a modulated height profile*. arXiv preprint arXiv:1610.04068. (Zitiert auf Seite 67)

[119] M. Tahir und K. Sabeeh. *Suppression of Weiss oscillations in the magnetoconductivity of modulated graphene monolayer*. International Journal of Modern Physics B, **23**, (2009) S. 3445–3457. (Zitiert auf Seite 67)

[120] J. Joachimsmeyer. *Kommensurabilitätsoszillationen in gewelltem Graphen*. Masterarbeit, Universität Regensburg (2017). (Zitiert auf den Seiten 67, 68, 79, 82 und 84)

[121] C. R. Dean, L. Wang, P. Maher, C. Forsythe, F. Ghahari, Y. Gao, J. Katoch, M. Ishigami, P. Moon, M. Koshino, T. Taniguchi, K. Watanabe, K. L. Shepard, J. Hone und P. Kim. *Hofstadter's butterfly and the fractal quantum Hall effect in moire superlattices - Supplementary Material*. Nature, **497**. (Zitiert auf den Seiten 69 und 71)

[122] M. C. Geisler, J. H. Smet, V. Umansky, K. von Klitzing, B. Naundorf, R. Ketzmerick und H. Schweizer. *Detection of Landau band coupling induced rearrangement of the Hofstadter butterfly*. Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, **25**, (2004) S. 227–232. (Zitiert auf den Seiten 70 und 80)

[123] M. Yankowitz, J. Xue, D. Cormode, J. D. Sanchez-Yamagishi, K. Watanabe, T. Taniguchi, P. Jarillo-Herrero, P. Jacquod und B. J. LeRoy. *Emergence of superlattice Dirac points in graphene on hexagonal boron nitride*. Nat. Phys., **8**, (2012) S. 382–386. (Zitiert auf Seite 70)

[124] L. A. Ponomarenko, R. V. Gorbachev, G. L. Yu, D. C. Elias, R. Jalil, A. A. Patel, A. Mishchenko, A. S. Mayorov, C. R. Woods, J. R. Wallbank, M. Mucha-Kruczynski, B. A. Piot, M. Potemski, I. V. Grigoreva, K. S. Novoselov, F. Guinea, V. I. Fal'ko und A. K. Geim. *Cloning of Dirac fermions in graphene superlattices*. Nature, **497**, (2013) S. 594–597. (Zitiert auf Seite 70)

[125] G. L. Yu, R. V. Gorbachev, J. S. Tu, A. V. Kretinin, Y. Cao, R. Jalil, F. Withers, L. A. Ponomarenko, B. A. Piot, M. Potemski, D. C. Elias, X. Chen, K. Watanabe, T. Taniguchi, I. V. Grigoreva, K. S. Novoselov, V. I. Fal'ko, A. K. Geim und A. Mishchenko. *Hierarchy of Hofstadter states and replica quantum Hall ferromagnetism in graphene superlattices*. Nature physics, **10**, (2014) S. 525–529. (Zitiert auf den Seiten 70 und 71)

[126] G. H. Wannier. *A result not dependent on rationality for Bloch electrons in a magnetic field*. physica status solidi (b), **88**, (1978) S. 757–765. (Zitiert auf Seite 70)

[127] R. Krishna Kumar, X. Chen, G. H. Auton, A. Mishchenko, D. A. Bandurin, S. V. Morozov, Y. Cao, E. Khestanova, M. B. Shalom, A. V. Kretinin, K. S. Novoselov, L. Eaves, I. V. Grigoreva, L. A. Ponomarenko, V. I. Fal'Ko und A. K. Geim. *High-temperature quantum oscillations caused by recurring Bloch states in graphene superlattices*. Science, **357**, (2017) S. 181–184. (Zitiert auf Seite 70)

[128] F.-X. Schrettenbrunner. *Ladungs- und Spintransportexperimente in Graphen-Nanostrukturen*. Dissertation, Universität Regensburg (2014). (Zitiert auf Seite 73)

[129] K. Watanabe, T. Taniguchi und H. Kanda. *Direct-bandgap properties and evidence for ultraviolet lasing of hexagonal boron nitride single crystal*. Nature materials, **3**, (2004) S. 404. (Zitiert auf Seite 73)

[130] M. Yankowitz, J. Xue und B. J. LeRoy. *Graphene on hexagonal boron nitride*. Journal of Physics: Condensed Matter, **26**, (2014) S. 303 201. (Zitiert auf Seite 73)

[131] C. Schell. *Transportuntersuchungen an Graphenschichten auf Bornitrid-Substrat*. Diplomarbeit, Universität Regensburg (2012). (Zitiert auf Seite 74)

[132] A. Sandner. *High mobility graphene in 2D periodic potentials*. Dissertation, Universität Regensburg (2017). (Zitiert auf den Seiten 74 und 80)

[133] J.-N. Fuchs. *Dirac fermions in graphene and analogues: magnetic feld and topological properties*. Habilitationsschrift, arXiv:1306.0380v1 (2013). (Zitiert auf Seite 74)

[134] L. Banszerus, M. Schmitz, S. Engels, J. Dauber, M. Oellers, F. Haupt, K. Watanabe, T. Taniguchi, B. Beschoten und C. Stampfer. *Ultrahigh-mobility graphene devices from chemical vapor deposition on reusable copper*. Science Advances, **1**, (2015) S. e1500 222. (Zitiert auf Seite 77)

[135] F. Pizzocchero, L. Gammelgaard, B. S. Jessen, J. M. Caridad, L. Wang, J. Hone, P. Bøggild und T. J. Booth. *The hot pick-up technique for batch assembly of van der Waals heterostructures.* Nature Communications, **7**. (Zitiert auf den Seiten 77 und 83)

[136] A.-T. Nguyen. *Reaktives Ionenätzen von Bornitrid.* Bachelorarbeit, Universität Regensburg (2015). (Zitiert auf den Seiten 78 und 82)

[137] J. Sahliger. *Reaktives Ionenätzen von Bornitrid und Graphit.* Bachelorarbeit, Universität Regensburg (2015). (Zitiert auf den Seiten 78 und 82)

[138] J. Dauber, A. A. Sagade, M. Oellers, K. Watanabe, T. Taniguchi, D. Neumaier und C. Stampfer. *Ultra-sensitive Hall sensors based on graphene encapsulated in hexagonal boron nitride.* Applied Physics Letters, **106**, (2015) S. 193 501. (Zitiert auf den Seiten 78 und 83)

[139] J. Amann. *Reaktives Ionen-Ätzen von Bornitrid mit Schwefelhexafluorid* Bachelorarbeit, Universität Regensburg (2017). (Zitiert auf den Seiten 78 und 82)

[140] R. L. Heinisch, F. X. Bronold und H. Fehske. *Mie scattering analog in graphene: Lensing, particle confinement, and depletion of Klein tunneling.* Physical Review B, **87**, (2013) S. 155 409. (Zitiert auf Seite 79)

[141] J. A. Venables. *Atomic processes in crystal growth.* Surface Science, **299-300**, (1994) S. 798 – 817. (Zitiert auf Seite 80)

[142] M. Drienovsky, J. Joachimsmeyer, A. Sandner, M.-H. Liu, T. Taniguchi, K. Watanabe, K. Richter, D. Weiss und J. Eroms. *Commensurability oscillations in one-dimensional graphene superlattices.* Phys. Rev. Lett., **121**, (2018) S. 026806. (Zitiert auf den Seiten 80 und 81)

[143] N. J. G. Couto, D. Costanzo, S. Engels, D.-K. Ki, K. Watanabe, T. Taniguchi, C. Stampfer, F. Guinea und A. F. Morpurgo. *Random Strain Fluctuations as Dominant Disorder Source for High-Quality On-Substrate Graphene Devices.* Phys. Rev. X, **4**, (2014) S. 041 019. (Zitiert auf Seite 102)

[144] S. Zihlmann, A. W. Cummings, J. H. Garcia, M. Kedves, K. Watanabe, T. Taniguchi, C. Schönenberger und P. Makk. *Large spin relaxation anisotropy and valley-Zeeman spin-orbit coupling in WSe 2/graphene/h-BN heterostructures.* Physical Review B, **97**, (2018) S. 075 434. (Zitiert auf Seite 102)

[145] G. Müller, D. Weiss, A. V. Khaetskii, K. von Klitzing, S. Koch, H. Nickel, W. Schlapp und R. Lösch. *Equilibration length of electrons in spin-polarized edge channels.* Physical Review B, **45**, (1992) S. 3932. (Zitiert auf den Seiten 107 und 122)

[146] R. J. Haug, J. Kucera, P. Streda und K. von Klitzing. *Scattering experiments in two-dimensional systems in the presence of quantizing magnetic fields*. Physical Review B, **39**, (1989) S. 10 892. (Zitiert auf den Seiten 117, 118, 119, 120 und 124)

[147] R. J. Haug, K. von Klitzing, K. Ploog und P. Streda. *Edge state transport in high magnetic fields in a two-dimensional electron gas*. Surface Science, **229**, (1990) S. 229–232. (Zitiert auf den Seiten 117 und 119)

[148] C. Weichsel, D. Schuster, C. Heyn und W. Hansen. *Magneto-resistance of a two-dimensional electron gas with tunable periodic lateral modulation by interdigital gates*. Superlattices and microstructures, **33**, (2003) S. 279–290. (Zitiert auf den Seiten 129, 131 und 143)

[149] P. Rickhaus, P. Makk, M.-H. Liu, E. Tóvári, M. Weiss, R. Maurand, K. Richter und C. Schönenberger. *Snake trajectories in ultraclean graphene p–n junctions*. Nat. comm., **6**, (2015) S. 6470. (Zitiert auf den Seiten 141, 142, 156 und 157)

[150] R. Huber. Laufende Dissertation, Universität Regensburg. (Zitiert auf Seite 147)

DANKSAGUNG

Diese Arbeit wäre ohne die Unterstützung, Anteilnahme und Hilfe anderer nicht möglich gewesen. Ich bedanke mich deshalb bei:

- Prof. Dr. Dieter Weiss, der mir die Arbeit an diesem erfüllenden Thema ermöglicht hat, mich stets unterstützte und großes Interesse am Fortschritt des Themas zeigte.

- Ein großes Danke gilt meinem Arbeitsgruppenleiter Dr. Jonathan Eroms, der für jedes Problem die richtigen Ansätze fand und mir in technischen und fachlichen Belangen, aber auch bei Themen über die Doktorarbeit hinaus, immer weiterhelfen konnte. Vielen Dank auch für Deine positive Art, für das stete Fördern meiner Person und Dein Engagement, ohne die meine Arbeit nur halb so gut geworden wäre.

- Prof. Dr. Dominique Bougeard für die Erstellung des Zweitgutachtens meiner Dissertation.

- Prof. Dr. Christoph Strunk und seiner Arbeitsgruppe für die Genehmigung weite Teile ihres Equipments benutzen zu dürfen.

- Besonderer Dank gilt Prof. Dr. Ming-Hao Liu für die produktive Zusammenarbeit auch über seine Rückkehr nach Taiwan hinaus und für die stete Bereitschaft meine Messungen mit der Theorie in Einklang zu bringen. Ohne die vielen freundschaftlichen Diskussionen, die (Modell-) Rechnungen und die tollen Simulationsgraphen wären viele Aspekte der Arbeit ungeklärt geblieben.

- Prof. Dr. Klaus Richter für das stete Interesse am Thema und die Zusammenarbeit bei den gemeinsamen Publikationen.

- Prof. Dr. Milena Grifoni für die Unterstützung über den Graduiertenkolleg *Electronic Properties of Carbon Based Nanostructures*.

- meinem Bürokollegen Andreas Sandner für die tolle Zusammenarbeit, stete Bereitschaft sich über die Physik und Laborarbeit auszutauschen und seine angenehme Gesellschaft auf etlichen Dienstreisen.

- meinem Masterstudenten Christian Baumgartner, der mit seiner Arbeit über Graphen-Multibarrieren im Quanten-Hall-Regime einige der hier vorgestellten Aspekte bereits vorweggenommen hat und mithalf die Probenfabrikation weiter zu optimieren.

- meinem Masterstudenten Jonas Joachimsmeyer, der wie kein zweiter tagtäglich mein Fachwissen forderte und so dabei half, viele Aspekte der Physik hinter meinen Messungen besser zu verstehen. Ich danke Dir für Deine vielen Fragen, Dein enormes Wissen und die vielen anregenden Diskussionen über Physik und Fußball.

- meinen Bachelorstudenten Anh-Tuan Nguyen, Jan Sahliger, Julia Amann und Stefan Peterhans für die tolle Unterstützung bei der Prozessoptimierung. Mein besonderer Dank gilt Julia, die mit ihrer Arbeit einen wesentlichen Beitrag zur Entwicklung des sequenziellen Ätzens von hBN/Gr/hBN lieferte.

- den Kollegen der Graphengruppe für die angenehm-kollegiale Atmosphäre, den produktiven Wissensaustausch und die ein oder andere Aktivität außerhalb der Uni. Besonders hervorheben möchte ich die aktiven und ehemaligen Promotionsgefährten Franz-Xaver, Josef, Florian, Bastian Robin, Tobias, Tobias, Tobias und Sebastian.

- allen anderen aktiven und ehemaligen Kollegen des Lehrstuhls, insbesondere Hupfi, der nicht nur bei technischen Problemen, sondern gemeinsam mit Franz-Xaver, Christian und Robin auch bei außeruniversitären Aktivitäten mit 20-seitigen Würfeln immer zur Stelle war. Weiters gilt mein Dank meinem Bürokollegen Ralf für anregende Diskussionen, sowie Tobias, Hubert, Thomas und Franz für die tolle Zeit in den USA.

- bei Claudia und Elke für die Unterstützung in bürokratischen Dingen, bei Daniel, Florian, Thomas, Michael und Uli für den technischen Support im Labor.

- meinen Freunden, Rollenspielgefährten und Sportkameraden, mit denen ich stets eine gute Zeit hatte.

- meinen Eltern und Geschwistern, die mich nicht nur bei meinem Studium und der darauffolgenden Doktorarbeit, sondern auch drumherum in jeder Hinsicht unterstützten.

- meiner Frau Yvonne, für Ihre Unterstützung, Ihre Liebe und dass sie in jeder Lebenslage für mich da ist, sowie bei meinen Töchtern Sophia und Hanna, für die herzerwärmenden, freudigen Gesichter, wenn ich Abends nach Hause komme.