

# Zahlenmauern

## Eine Form der Lernumgebung im inklusiven Mathematikunterricht

Stephanie Lutz/Lena Korber

**Den heterogenen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler gerecht zu werden, ist eine schwierige Aufgabe. Vor dieser stehen nicht nur Lehrkräfte an Förderschulen. Auch Lehrerinnen und Lehrer in inklusiven Settings sind mit den unterschiedlichen Lernniveaus der Kinder konfrontiert. Lernumgebungen zeigen, dass leistungsstärkere und -schwächere Kinder sich mit dem gleichen Thema beschäftigen, aber trotzdem ein leistungsspezifisches Arbeiten möglich ist. Zahlenmauern stellen dabei eine anschauliche Umsetzungsmöglichkeit dar.**

### Lernumgebungen

In den neueren fachdidaktischen Entwürfen wird der Begriff *Lernumgebung*, beispielsweise in der Mathematikdidaktik, verwendet, um Möglichkeiten der natürlichen Differenzierung aufzuzeigen. Die Schülerinnen und Schüler sollen ausgehend von gemeinsamen Aufgaben eigenständig individuelle Lösungen entwickeln können. Dabei wird durch unterschiedliche Niveaus der Bearbeitung ein breites Fähigkeitsspektrum berücksichtigt und gefördert. Durch eine Änderung der didaktischen Vorgaben wird der Heterogenität Rechnung getragen und eine differenzierte Förderung ermöglicht (vgl. Hengartner 2010, 11).

Hirt/Wälti beschreiben Lernumgebungen im Mathematikunterricht als „eine flexible große Aufgabe. Sie besteht in der Regel aus mehreren Teilaufgaben und Arbeitsanweisungen, die durch bestimmte Leitgedanken – immer basierend auf einer innermathematischen oder sachbezogenen Struktur – zusammengebunden sind“ (Hirt/Wälti 2010, 13).

### Durchführung einer Lernumgebung

Für die Durchführung im Unterricht wird empfohlen, den Unterricht in drei Phasen einzuteilen. Diese bestehen aus der Inszenierung, einer Phase der Eigenaktivität und einem reflektorischem Austausch.



- ▶ Die *Inszenierung* durch die Lehrkraft ist eine sehr kurz gehaltene Phase zur Einführung und dient der Erklärung der Anfangsaufgabe und des Materials. Zudem werden hier notwendige Begrifflichkeiten geklärt und die Schülerinnen und Schüler erhalten die Möglichkeit, Fragen zu stellen (vgl. Waasmeier 2013, 12).
- ▶ In der *Phase der Eigenaktivität* dürfen die Kinder ihre Aufgaben in einer selbstständigen Lernphase bearbeiten. Hier bietet sich den Schülerinnen und Schülern die Gelegenheit, ihre Probleme mit Klassenkameraden zu erörtern und zu diskutieren. Während dieser Zeit beobachtet die Lehrkraft, kann Tipps und neue Denkanstöße geben oder individuell fördern.
- ▶ Der *Austausch* der Kinder in Gruppen oder gar im gesamten Klassenverband kann entweder in lockerer Atmosphäre während der Eigentätigkeitsphase erfolgen oder am Ende der Unterrichtseinheit. In diesem Rahmen „tauschen [...] Schüler ihre Vorgehensweisen und Feststellungen aus“ (Hirt/Wälti 2010, 19), was einerseits den Kindern Erkenntnisse auf einer gemeinsamen Ebene bringt und andererseits auch für die Lehrkraft als Feedback hilfreich ist.

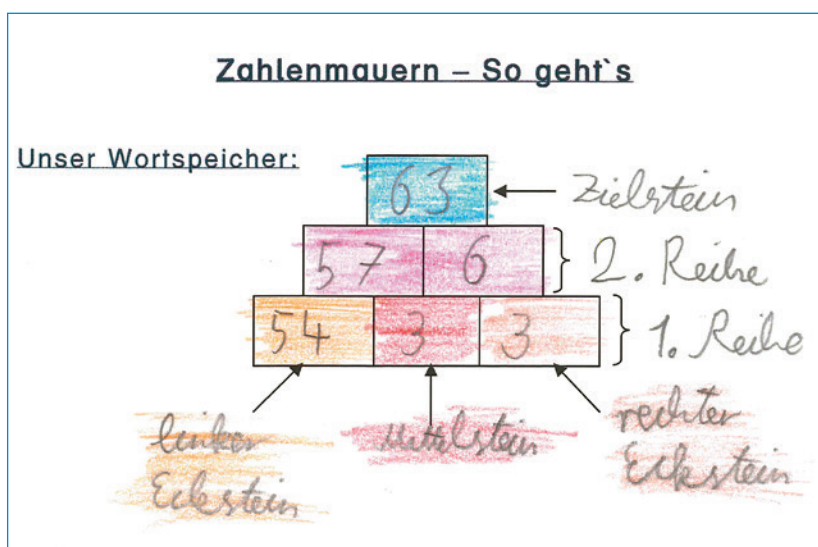


Abb. 1 Kinder festigen die Funktionsweise der Zahlenmauer über den „Wortspeicher“.

Da sich die Eigenaktivitätsphase sehr zeitintensiv gestaltet, ist es sinnvoll, die Lernumgebung im Rahmen von Doppelstunden durchzuführen. Es benötigt einige Zeit, bis sich die Kinder in das Konzept eingefunden haben und konzentriert arbeiten können. Danach profitieren die Schülerinnen und Schüler ebenso wie die Lehrkraft von den eingeführten Strukturen.

**Zahlenmauern**

Hengartner/Hubacher beschreiben die Struktur von Zahlenmauern folgendermaßen: „Steine mit Zahlen liegen so aufeinander, dass ein aufliegender Stein immer die Summe der ihn tragenden enthält“ (Hengartner/Hubacher 1999, 69).

Die Mädchen und Jungen beginnen mit zweistufigen Mauern. Sie lernen den Aufbau und die Funktionsweise einer Zahlenmauer kennen: „Die beiden unteren Steine muss ich zusammenrechnen. Das Ergebnis trage ich in den Stein darüber ein.“

Hier eignet sich das Einführungs-Arbeitsblatt „Zahlenmauern – So geht’s!“ (M1). Die Kinder erarbeiten zentrale Begriffe im Sinne eines Wortspeichers (vgl. Abb. 1). Danach folgen schnell dreistufige Mauern und das Rechnen „von unten nach oben“ wird durchbrochen (M2).

Forscheraufträge bieten den Mädchen und Jungen die Möglichkeit, eigene Zahlenmauern zu erfinden und die Funktionsweise der Zahlenmauern genauer zu erkunden (Material „Forscherauftrag“). Die freie Wahl der Aufträge sowie die offene Fragestellung erlauben ein hohes Maß an natürlicher Differenzierung, sodass alle Kinder entsprechend ihres Leistungsspektrums gefördert werden können.

**Anforderungen an die Lehrkraft**

Lernumgebungen erfordern eine sorgfältige Einführung durch die Lehrperson. Während der Phase der Eigentätigkeit kommt der Lehrkraft im Unterrichtsgeschehen nicht die Rolle des klassischen Unterweisers zu, sondern sie fungiert vielmehr als Beobachter und Berater. Durch die selbstständige Arbeitsweise der Schülerinnen und Schüler wird die Lehrkraft entlastet und hat Zeit und Gelegenheit, die Kinder zu beobachten, ihre individuellen Schwächen zu diagnostizieren und zu fördern.

Ausgehend von ihren Beobachtungen und den Rückmeldungen der Kinder muss die Lehrkraft den weiteren Verlauf der Lernumgebung planen und sich dabei an den Schülerinnen und Schülern orientieren (vgl. Waasmeier 2013, 22 ff.).

Wenn die Lernumgebungen gut vorbereitet sind, haben Zahlenmauern einen hohen Aufforderungscharakter. Sie motivieren zum Ausprobieren und Erfinden neuer, eigener Zahlenmauern.

**Tipps für die Arbeit mit Zahlenmauern**

Vor allem zu Beginn sollte sehr strukturiert und geleitet sowie mit wenigen Aufträgen gearbeitet werden.

Um die Lernumgebung im Anschluss kleinschrittig immer weiter auszubauen, können nach und nach weitere Aufträge sowie größere Handlungsspielräume mit einbezogen werden. Es ist förderlich, ein Helfersystem zu installieren, im Rahmen dessen die leistungstärkeren Kinder den leistungsschwächeren Hilfestellungen bei der Bearbeitung geben. So wird das Selbstwertgefühl der Helfer gestärkt, aber auch die Lehrkraft entlastet.



Kinder mit einfachen Lösungen ...	Kinder mit durchschnittlichen Lösungen ...	Kinder mit anspruchsvollen Lösungen ...
... beschränken sich auf 3-stufige Zahlenmauern (2-stufige Mauern). ... wählen einfache Zahlen aus vorangegangenen, bereits bewältigten Zahlenräumen. ... verwenden wenig unterschiedliche Zahlen. ... erkennen keine Strukturen in den Forscheraufträgen. ... haben große Schwierigkeiten den eigenen Arbeitsvorgang zu beschreiben.	... operieren mit 3- und 4-stufigen Zahlenmauern. ... verwenden den aktuell thematisierten Zahlenraum bis 100. ... erkennen die thematisierten Strukturen in den jeweiligen Forscheraufträgen. ... beschreiben den eigenen Arbeitsvorgang verbal, haben aber noch Schwierigkeiten bei der Dokumentation.	... entwickeln eigene Zahlenmauern. ... konstruieren mehrstufige, komplexe Zahlenmauern. ... wählen Zahlen aus Zahlenräumen, die noch nicht thematisiert wurden. ... erkennen Strukturen in den Forscheraufträgen und können diese auch auf weitere Aufgaben anwenden. ... beschreiben eigene Arbeitsvorgänge ... diskutieren mit anderen Kindern über gewählte Strategien.

Abb. 2 Kriterienkatalog zur Beurteilung von Schülerleistungen

## Grundlagen zur Beurteilung von Schülerleistungen

Um die Arbeiten der Schülerinnen und Schüler bewerten zu können, eignet sich folgender Kriterienkatalog (Abb. 2). Hier werden die einzelnen Schülerleistungen direkt zugeordnet.

### Fazit

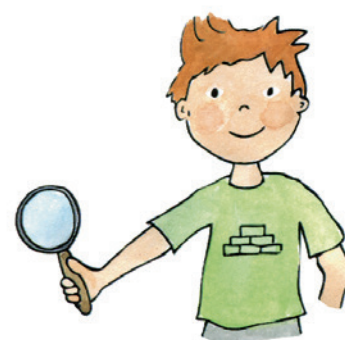
- ▶ Die Arbeit mit Zahlenmauern in einer zweiten Klasse einer Grundschule und einer zweiten Klasse an einer Förderschule hat gezeigt, dass sich Zahlenmauern für den Mathematikunterricht unabhängig von der Schulform eignen.
- ▶ An beiden Schulformen war ein sehr breit gefächertes Leistungsspektrum auf allen Ebenen zu erkennen. Viele der Kinder bewegten sich sowohl in der Grundschule als auch im Förderzentrum auf der Ebene der durchschnittlichen Leistungen. Im ihnen vertrauten, aktuellen Zahlenraum bis 100 rechneten die Mädchen und Jungen sicher. Es gelang ihnen auch, den Arbeitsvorgang schriftlich, wenngleich teilweise mit noch geringen Unsicherheiten, zu dokumentieren.

▶ Bei den anspruchsvollen Lösungen war ein großer Abstand zu erkennen – sowohl innerhalb der jeweiligen Klasse als auch im Vergleich der Schulformen. Trotzdem fanden alle Schülerinnen und Schüler auf ihrem Leistungsniveau Lösungen, manche sogar jenseits des ihnen bekannten Zahlenraums.

▶ Die positiven Erfahrungen in beiden Settings zeigen, dass Zahlenmauern ein ideales Aufgabenformat für den inklusiven Mathematikunterricht darstellen, da hierbei sowohl gemeinsames als auch individuelles Lernen am gleichen Lerngegenstand möglich ist.

### Literatur

- ▶ Hengartner, E.: Lernumgebungen für das ganze Begabungsspektrum: Alle Kinder sind gefordert. In: Hengartner, E./Hirt, U./Wälti, B. (Hrsg.): Lernumgebung für Rechenschwache bis Hochbegabte. Zug<sup>2</sup>2010
- ▶ Hengartner, E./Hubacher, E.: Kinder entwickeln vielfältige Aufgaben: Zahlenmauern (1. Klasse). In: Hengartner, E. (Hrsg.): Mit Kindern lernen. Zug 1999, 69–71
- ▶ Hirt, U./Wälti, B.: Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Seelze-Velber<sup>2</sup>2010
- ▶ Waasmeier, S.: Mathematik in eigenen Worten. Baar 2013



### Autorinnen

Stephanie Lutz,  
wiss. Mitarbeiterin,  
Ludwig-Maximilians-  
Universität München,  
Stephanie.Lutz@lmu.de

Lena Korber, Studentin,  
Ludwig-Maximilians-Universität  
München

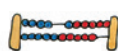
### Forscherauftrag 1



Wähle 3 unterschiedliche Zahlen von 0 bis 9 aus.



Setze sie **unterschiedlich** in die drei unteren Mauersteine ein. (Tipp: Es gibt 6 verschiedene Möglichkeiten.)



Rechne die entstandenen 3 Zahlenmauern aus.



Bleibt der Zielstein gleich? Was fällt dir auf?

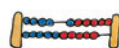


Bearbeite diese Aufgabe mit 4 unterschiedlichen Zahlen.

### Forscherauftrag 2



Wähle 3 Zahlen.



Berechne die Zahlenmauer.



Erhöhe nun den linken Eckstein um 1.



Was passiert?

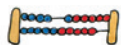


Bearbeite diese Aufgabe mit 4 Zahlen.

### Forscherauftrag 3



Wähle 3 Zahlen.



Berechne die Zahlenmauer.



Erhöhe nun den rechten Eckstein um 1.



Was passiert?



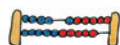
Bearbeite diese Aufgabe mit 4 Zahlen.

© Stephanie Lutz/Lena Korber; Illustration: Franziska Kaluza

### Forscherauftrag 4



Wähle 3 Zahlen.



Berechne die Zahlenmauer.



Erhöhe nun den Mittelstein um 1.



Was passiert?



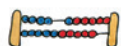
Bearbeite diese Aufgabe mit 4 Zahlen und erhöhe dann den zweiten Stein von links um 1.

© Stephanie Lutz/Lena Korber; Illustration: Franziska Kaluza

### Forscherauftrag 5



Wähle 3 aufeinanderfolgende Zahlen.



Berechne die Zahlenmauer.



Was entdeckst du?  
(**Tipp:** Achte auf gerade und ungerade Zahlen.)



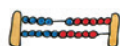
Bearbeite diese Aufgabe mit 4 aufeinanderfolgenden Zahlen.

© Stephanie Lutz/Lena Korber; Illustration: Franziska Kaluza

### Forscherauftrag 6



Wähle 3-mal dieselbe Zahl.



Berechne die Zahlenmauer.



Was fällt dir auf?



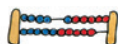
Bearbeite diese Aufgabe mit 4 Zahlen.

© Stephanie Lutz/Lena Korber; Illustration: Franziska Kaluza

### Forscherauftrag 7



Wähle 3 ungerade Zahlen für die unterste Reihe.



Berechne die Zahlenmauer.



Was fällt dir auf?  
Kannst du es erklären?



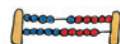
Bearbeite diese Aufgabe mit 4 ungeraden Zahlen.

© Stephanie Lutz/Lena Korber; Illustration: Franziska Kaluza

### Forscherauftrag 8



Wähle 3 gerade Zahlen für die unterste Reihe.



Berechne die Zahlenmauer.



Was fällt dir auf?  
Kannst du es erklären?



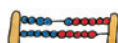
Bearbeite diese Aufgabe mit 4 geraden Zahlen.

© Stephanie Lutz/Lena Korber; Illustration: Franziska Kaluza

### Forscherauftrag 9



Wähle 3 unterschiedliche Zahlen.



Berechne die Zahlenmauer.



Tausche nun die Zahlen in den beiden Ecksteinen aus.



Was fällt dir auf?  
Kannst du es erklären?



Bearbeite diese Aufgabe mit 4 unterschiedlichen Zahlen.

© Stephanie Lutz/Lena Korber; Illustration: Franziska Kaluza

### Forscherauftrag 10

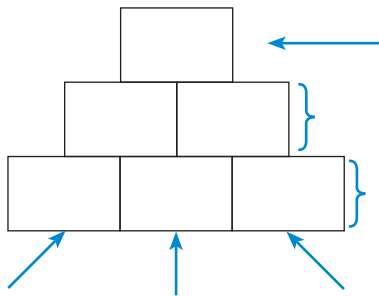


Erfinde möglichst viele unterschiedliche Zahlenmauern mit dem Zielstein 100.  
(Es dürfen 3 oder 4 Steine in der untersten Reihe sein.)

© Stephanie Lutz/Lena Korber; Illustration: Franziska Kaluza

## M1 Zahlenmauern – so geht's!

### 1. Unser Wortspeicher



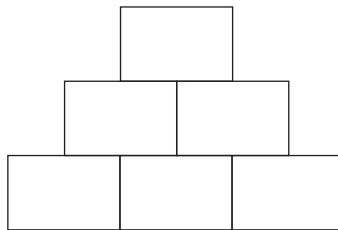
### 2. Eine Zahlenmauer richtig aufbauen



Baue die Legosteine so zusammen, dass die Zahlenmauer stimmt.



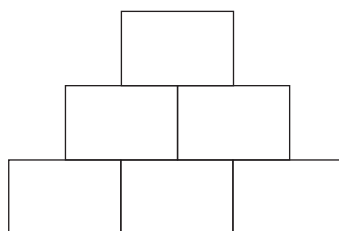
Zeichne sie anschließend ab.



Worauf hast du geachtet und wie hast du gerechnet?

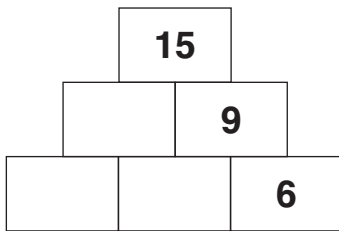


Findest du noch eine zweite Möglichkeit, wie du die Zahlenmauer aufbauen könntest?



## M2 Eine Zahlenmauer richtig ergänzen

1. Ergänze die fehlenden Zahlen.



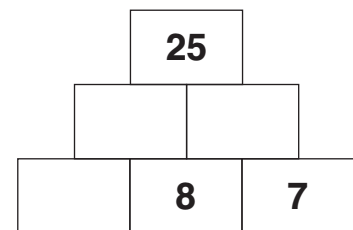
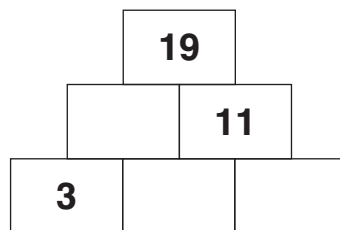
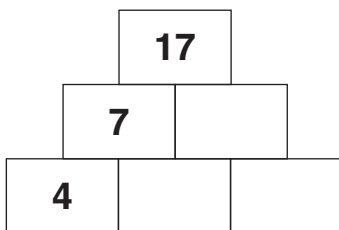
Erkläre, wie du diese Zahlenmauer ausgerechnet hast.

---



---

2. Zeige, was du kannst und ergänze die fehlenden Zahlen.



Nun werden die Zahlenmauern größer.

