



Blick in die Wissenschaft 37

Forschungsmagazin der Universität Regensburg

Immuntherapie gegen Leukämie und Lymphome

Regensburger Mediziner zum neuen
Sonderforschungsbereich **TR 221:**
Leben für Leukämie- und Lymphompatienten

Krebsimmuntherapie auf dem Vormarsch

Immunregulation nach Transplantation

Darmflora und Stammzelltransplantation

Rupert M. Scheule hinterfragt
klinische Fallberatungen

Veronica Egger kann **Riechen Sehen**

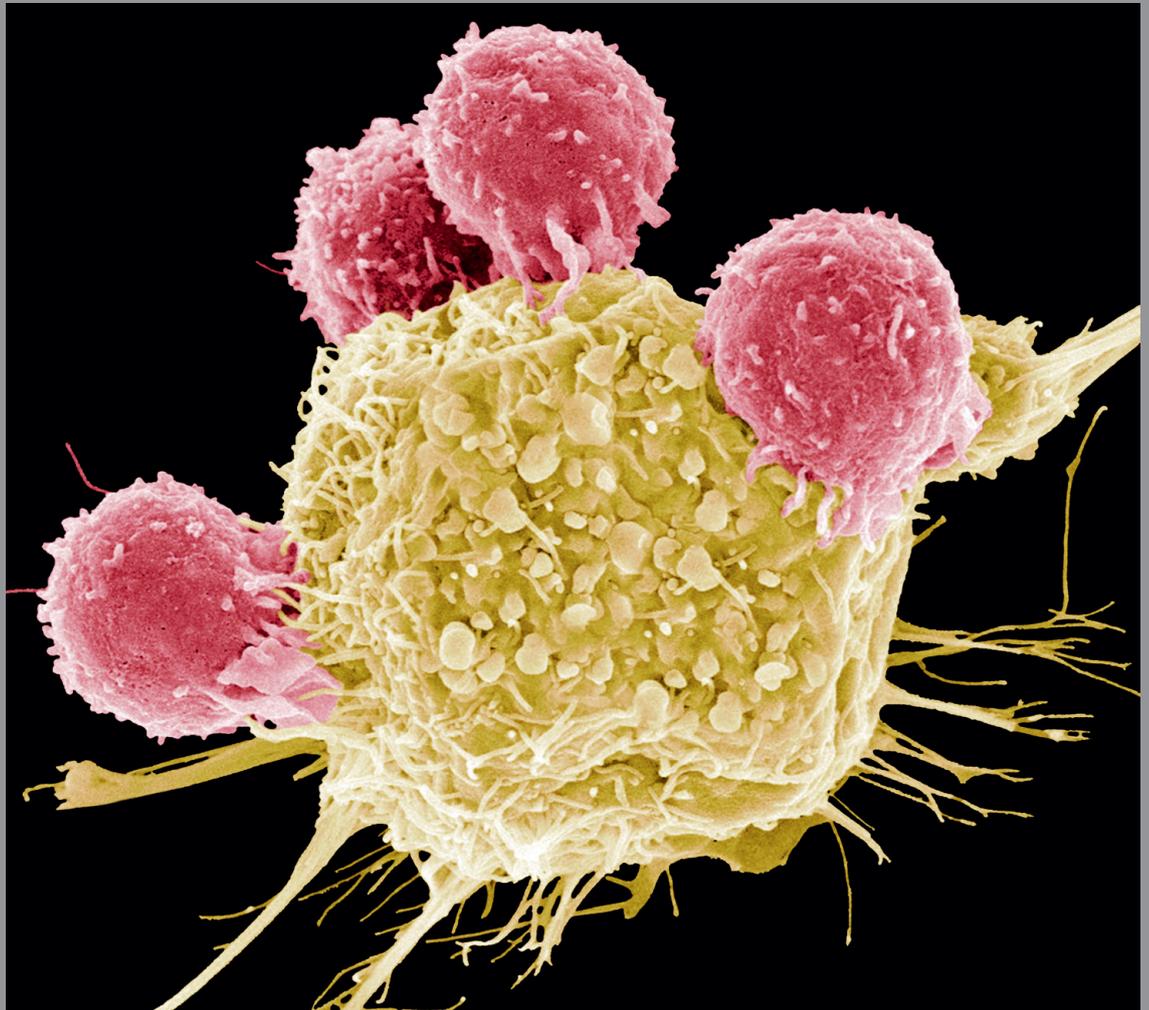
Ferdinand Evers und Klaus Richter zu
Hofstadters Schmetterling

Special: Der weltberühmte Physiker
im persönlichen Interview

Mit Spotlights von

Jürgen Heinze zu **Ameisen aus der
Karibik** und

Christoph Wagner zu **Sigmar Polke**



© Steve Gschmeissner/Science Photo Library

Heft 37 | 27. Jahrgang 2018 | € 7,00 | ISSN 0942-928-X



**Blick in die Wissenschaft
Forschungsmagazin
der Universität Regensburg**

ISSN 0942-928-X

Heft 37

27. Jahrgang

Herausgeber

Prof. Dr. Udo Hebel

Präsident der Universität Regensburg

Redaktionsleitung

Prof. Dr. rer. nat. Ralf Wagner

Redaktionsbeirat

Prof. Dr. jur. Christoph Althammer

Prof. Dr. rer. nat. Ferdinand Evers

Prof. Dr. nat. Felix Finster

Prof. Dr. rer. nat. Mark W. Greenlee

Prof. Dr. theol. Andreas Merkt

Prof. Dr. phil. Omar W. Nasim

Prof. Dr. rer. nat. Klaus Richter

Prof. Dr. rer. pol. Guido Schryen

Prof. Dr. med. Ernst Tamm

Prof. Dr. paed. Oliver Tepner

Prof. Dr. phil. Isabella von Treskow

Editorial Office

Dr. phil. Tanja Wagensohn

Universität Regensburg,
93040 Regensburg
Telefon (09 41) 9 43-23 00
Telefax (09 41) 9 43-33 10

Verlag

Universitätsverlag Regensburg GmbH
Leibnizstraße 13, 93055 Regensburg
Telefon (09 41) 7 87 85-0
Telefax (09 41) 7 87 85-16
info@univerlag-regensburg.de
www.univerlag-regensburg.de
Geschäftsführer: Dr. Albrecht Weiland

Abonnementservice

Bastian Graf

b.graf@univerlag-regensburg.de

Anzeigenleitung

Larissa Nevecny

MME-Marquardt

info@mme-marquardt.de

Herstellung

Universitätsverlag Regensburg GmbH
info@univerlag-regensburg.de

Einzelpreis € 7,00**Jahresabonnement**

bei zwei Ausgaben pro Jahr

€ 10,00 / ermäßigt € 9,00

für Schüler, Studierende und Akademiker
im Vorbereitungsdienst (inkl. 7 % MwSt)
zzgl. Versandkostenpauschale € 1,64 je
Ausgabe. Bestellung beim Verlag.

Für Mitglieder des **Vereins der Ehemaligen
Studierenden der Universität Regensburg
e.V.** und des **Vereins der Freunde der Uni-
versität Regensburg e.V.** ist der Bezug des
Forschungsmagazins im Mitgliedsbeitrag
enthalten.

Emily Whitehead ist berühmt. Wer aktuelle Fotos recherchiert, findet ein junges Mädchen, gerade mal 12 Jahre alt, frischer Teint, leuchtende Augen, offen, lebenslustig. Niemand käme auf die Idee, dass Emily vor sechs Jahren akut um ihr Leben kämpfen musste. Eine neue Krebsimmuntherapie hat ihr junges Leben gerettet.

Das Wissenschaftsmagazin Science titelt in der Dezember-Ausgabe 2013: „Krebsimmuntherapie – Durchbruch des Jahres“ und weiter „T cells on attack“. Emily verdankt ihr Leben ihren Immunzellen (T-Zellen), die im Labor gezielt zur Bekämpfung von Leukämiezellen verändert wurden. „T cells on attack“ umschreibt gleich mehrere Phänomene: (i) Fundamental neue Ansatzpunkte in der Krebstherapie; (ii) die Eliminierung von Krebszellen durch neu programmierte T-Zellen (s. Titelbild); (iii) aber auch Über- und Fehlreaktionen des veränderten Immunsystems, die noch schwer zu prognostizieren und kontrollieren sind.

Die Medizinische Fakultät der Universität Regensburg (UR) hat rechtzeitig die Weichen gestellt, um die Krebsimmuntherapie international wettbewerbsfähig mit zu gestalten. Mehrere klinische, von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) geförderte Forschergruppen haben dieses Thema stabil in Regensburg verankert. Das neue Regensburger Centrum für Interventionelle Immunologie wird mit drei in der Universität integrierten Lehrstühlen eine nachhaltig erfolgreiche Grundlagenforschung sicherstellen. Und das auf dem Klinikcampus angesiedelte José-Carreras-Centrum bietet mit der arzneimittelgerechten Anreicherung und Programmierung von Immunzellen beste Voraussetzungen für die Translation neuer Erkenntnisse in die Klinik.

Gemeinsam mit den Einrichtungen des Universitätsklinikums Regensburg und ergänzt durch ausgesuchte Teams der Universitäten Erlangen und Würzburg gelang nun unter Regensburger Federführung die Akquise eines von der DFG geförderten Sonderforschungsbereiches (SFB). Im Fokus dieses von Wolfgang Herr, Klinik für Innere Medizin III, koordinierten SFB stehen bislang ungelöste Herausforderungen bei der Immunzelltherapie von Leukämie- und Lymphompatienten. Der neue SFB sowie einige an der hiesigen Universität bearbeitete Fragestellungen werden in dieser Ausgabe vorgestellt.



© UR/Roswitha Kerzörfer

Ein weiterer Themenfokus dieser Ausgabe: Ein Portrait des Physikers und Pulitzer-Preisträgers Douglas Hofstadter, dem 1974 als Doktorand während eines Gastaufenthaltes an der UR erstmals die Berechnung des Energiespektrums von Kristallelektronen in einem Magnetfeld gelang, heute berühmt als „Hofstadter Butterfly“. Anschaulich stellen Ferdinand Evers und Klaus Richter, Institut für Theoretische Physik, in ihrem Artikel die Bedeutung von „Hofstadters Schmetterling“ in den Kontext der 70er Jahre und zeigen den paradigmatischen Charakter der Doktorarbeit auf. 40 Jahre später, „zurück in Regensburg“, spricht Douglas Hofstadter in einem Interview mit Klaus Richter über seine Erinnerungen, Chopin, künstliche Intelligenz und seine ganz persönliche Metamorphose vom Physiker zum Kognitionswissenschaftler.

Ausgewählte Highlights aus der Moralphilosophie zur Prinzipienethik in der Medizin und aus den Neurowissenschaften zur Visualisierung des Riechens runden das Spektrum dieser Frühjahrsausgabe ab. Neu eingeführt haben wir mit dieser Edition die Kategorie „Spotlights“ – aktuelle wissenschaftliche Themen in Wort und Bild prägnant für Sie aufbereitet.

Ralf Wagner
(Redaktionsleitung)

Hofstadters Schmetterling

„Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile“

Ferdinand Evers, Klaus Richter

Der Pulitzer-Preisträger Douglas Hofstadter aus Bloomington, USA, ist einem breiteren Publikum vielleicht am ehesten bekannt durch sein Werk „Gödel, Escher, Bach: Ein endlos geflochtenes Band“ aus den achtziger Jahren. Das Buch ist, wie Hofstadter es einmal auf einen kurzen Nenner gebracht hat, „der sehr persönliche Versuch, zu erklären, wie beseelte Wesen aus unbeselelter Materie entstehen können“. Dieses Thema hat ihn sein Lebtag umgetrieben, bis hin zum heutigen Tag.

Vielleicht weniger populär, aber unter Experten umso berühmter, ist eine frühe Entdeckung, die Hofstadter bereits 1974 in Regensburg gemacht hatte. Damals noch Doktorand, verbrachte er einen halbjährigen Gastaufenthalt an der Fakultät für Physik der hiesigen Universität: Ihm glückte in dieser Zeit die erstmalige Berechnung des Energiespektrums von Metall-Elektronen im Magnetfeld. In einer gewissen Darstellung ähnelt es einem Schmetterling, und so wurde das Spektrum als „Hofstadter-Butterfly“ bekannt.

Hofstadters Doktorarbeit kann man in zweierlei Hinsicht paradigmatisch nennen: Sie stellt zum einen ein frühes Paradebeispiel dar für das enorme Potential, das computergestützte Methoden für die theoretische Physik haben können. Dieses Potential wurde jedoch zunächst nicht erkannt: Seine höchst innovative numerische Herangehensweise wurde anfangs von seinen Mentoren als „Numerologie“ abgetan, eine für Hofstadter sehr prägende Erfahrung (siehe Interview ab Seite 38). Zum anderen wurde mit dem „Butterfly-Spektrum“ wohl zum ersten Mal eine selbstähnliche Struktur, ein „Fraktal“, in der Quantenphysik gefunden. Fraktale sind bildhafte Muster, die die merkwürdige Eigenschaft aufweisen, dass sich ein Aus-



1 Schmetterlingseffekt: Im Jahr 1976 kamen zwei Werke an das Licht der Öffentlichkeit, die auf das Engste mit der UR verbunden sind: Der Künstler Hermann Kleinknecht schuf die große Kugel, seither das Symbol der UR. Im gleichen Jahr publizierte Douglas Hofstadter seine Arbeit zum Energiespektrum von Kristallelektronen in einem Magnetfeld, das später als „Hofstadter-Butterfly“ Berühmtheit erlangte. Durch seine rätselhaft selbstähnliche Struktur gewinnt das Spektrum einen eigentümlichen ästhetischen Wert. Die Grafik zeigt eine Projektion des Butterfly-Spektrums auf die UR-Kugel. Sie kodiert den inneren Zusammenhalt von Wissenschaft und Kunst: Wenn auch auf ihre jeweils eigene Weise, so leisten beide eine Auseinandersetzung mit der Wirklichkeit, die ganz wesentlich eine ästhetische Dimension mit einbezieht. Aus diesem Grunde gibt es wechselseitige Bezüge, ganz besonders auf dem Boden einer Universität. Grafik: Franz Stadler

schnitt des Musters nach Vergrößerung nicht mehr wesentlich vom Urbild unterscheiden lässt. Hofstadter machte seine Entdeckung ein Jahr bevor Mandelbrot und Feigenbaum in ersten wegweisenden Arbeiten das Konzept des Fraktalen überhaupt formal eingeführt hatten.

Hofstadters Regensburger Entdeckung von 1974 stellte einen ersten, weltweit beachteten Höhepunkt seiner erfolg- und facettenreichen Karriere dar. Sie beinhaltet eine bemerkenswerte Metamorphose vom Physiker über den Informatiker bis schließlich zum Kognitionswissenschaftler. Seit 1988 ist Douglas R. Hofstadter *Distinguished Professor of Cognitive Science and Computer Science* am *College of Arts and Sciences* der *Indiana University Bloomington*.

Zwischen Hochenergie- und Festkörperphysik

Als Douglas Hofstadter gegen Ende 1974 für ein halbes Jahr als Gaststudent von Oregon nach Regensburg gekommen war, hatte er kurz zuvor für sich eine wichtige Entscheidung gefällt: Er würde sich in seiner Promotion mit einem damals eher antiquiert anmutenden Thema beschäftigen. Es sollte um die Eigenschaften von Elektronen gehen, die im Kristallgitter von festen Körpern eingeschlossen einem Magnetfeld ausgesetzt sind.

Hofstadters damalige Entscheidung ist überaus bemerkenswert. Anfang der 1970er Jahre hatte das „Standardmodell“ der Hochenergiephysik seinen beeindruckenden Siegeszug gerade erst begonnen. Wichtige experimentelle Nachweise, wie derjenige der kleinsten Teilchen, der „Quarks“, standen noch bevor. Grundsätzlich zu verstehen, so meinte man vielfach, hieß zu wissen, aus welchen Teilchen die Materie aufgebaut sei und wie sie miteinander wechselwirkten. Es ist daher leicht nachzuvollziehen, warum die Hochenergiephysik in ihrem eigenen Selbstverständnis damals die Paradedisziplin der theoretischen Physik gewesen ist. Sich in einem längeren Prozess schließlich von ihr ab- und stattdessen der Festkörperphysik zuzuwenden, war für den jungen und ambitionierten Forscher sicherlich nicht gerade die offenkundige Wahl. Der Umstand, dass sein Vater, Robert Hofstadter, für Arbeiten in der Hochenergiephysik mit dem Nobelpreis ausgezeichnet worden war, hat

Symposium zum „Hofstadter-Butterfly“

Anlässlich der 50-Jahr-Feierlichkeiten der Universität Regensburg kehrte Hofstadter auf Einladung des Regensburger Physikers Dr. Jörg Mertins im Oktober 2017 an seine alte Wirkungsstätte, die Fakultät für Physik, zurück. Dort nahm er an einem von den Regensburger Professoren Dr. Klaus Richter und Dr. Dieter Weiss (Sonderforschungsbereich SFB 1277 der Fakultät für Physik) organisierten internationalen Symposium zum „Hofstadter-Butterfly“ teil. Das Symposium trug der gerade in den letzten Jahren besonders stark wachsenden Bedeutung von Hofstadters Entdeckung in der Physik Rechnung. Darüber hinaus hielt Hofstadter einen allgemein verständlichen öffentlichen Festvortrag in deutscher Sprache zur Entdeckungsgeschichte des Photons und wurde von Professor Dr. Klaus Richter interviewt.

Aufzeichnungen der Vorträge des Symposiums zum „Hofstadter-Butterfly“:

<https://www.youtube.com/channel/UCz5mL53sJAngAJh0vh1QWEw>

Hofstadters öffentlicher Abendvortrag „Einstein bei Licht: Licht bei Einstein“ findet sich unter

<https://www.youtube.com/watch?v=s6MI2uTWuOA>

Radiobeiträge zum Besuch Hofstadters:

<http://www.br.de/service/suche/index.html?query=hofstadter>

seine Entscheidung vermutlich nicht leichter gemacht.

Douglas Hofstadter hatte damals gewissermaßen eine Wahl gegen den Trend getroffen. Aus der Perspektive der Grundlagenwissenschaften ist die Position, die er bezogen hat, interessant. Es geht im Kern um die Frage, ob mit der Rückführung auf Teilchen und Felder die *entscheidende* Hürde zum Verständnis der physikalischen Wirklichkeit bereits genommen wurde, oder nicht. Eine zentrale Aufgabe, die sich die Physik selber stellt, besteht ja darin, die eine große Gleichung zu finden, die „einheitliche Theorie“ der Materie, aus der sich

alle Erscheinungen herleiten lassen. Der junge Hofstadter nahm nun einen Standpunkt ein, der dieses Programm zwar nicht in Frage stellt, aber doch kommentiert: Angenommen, die gesuchte Grundgleichung ist gefunden und aufgeschrieben worden, wären wir in der Lage, sie zu lösen?

In der Tat, vermutlich würden wir die einheitliche Theorie hauptsächlich benutzen, um daraus die uns bereits bekannten Gleichungen neu herzuleiten, wie beispielsweise die Schrödinger-Gleichung der Quantenphysik. Was sich darüber hinaus an Erkenntnis ergäbe, wäre im Prinzip zweifellos faszinierend, aber für die sich



2 „Rumpelstilzchen“: Tischrechner, mit Hilfe dessen Hofstadter das Spektrum in Abbildung 3 berechnet hat. Der Computer wurde von Christof Ermer und Wolfgang Piehler nach über 40 Jahren wieder in Stand gesetzt. Foto: Jörg Mertins

daran anschließende wichtige Frage, wie sich die diversen physikalischen Aspekte unserer Lebenswirklichkeit besser verstehen lassen, wohl eher weniger relevant. In Bezug auf Letztere besteht die Engstelle nämlich nicht darin, eine neue Grundgleichung zu formulieren, sondern vielmehr darin, die möglichen Lösungen der bereits bekannten Gleichungen zu finden und tiefer zu verstehen.

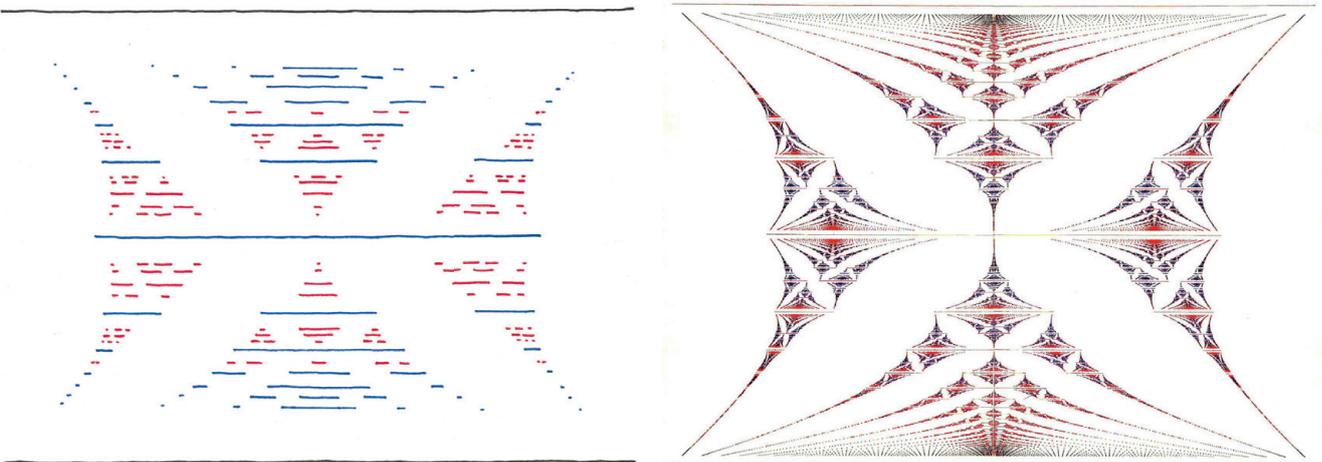
Das beinhaltet insbesondere, sogenannte *emergente* Phänomene zu ergreifen, nämlich wie aus dem Zusammenspiel vieler Einzelteile sich qualitativ neue Eigenschaften, Strukturen und Gesetzmäßigkeiten bilden. Um mit Heisenberg zu sprechen: „Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile.“ Diesen Mehrwert herauszuarbeiten, bedeutet zu rekonstruieren, wie aus etwas,

Nacht aus dem „Stroh“ zufälliger Zahlen das spektrale „Gold“ gewann, wurde er liebevoll „Rumpelstilzchen“ genannt. Noch heute, über 40 Jahre später, sind nicht alle mathematischen Details des Schmetterlingsspektrums, das in Abbildung [3] in zwei Versionen zu sehen ist, vollständig aufgeklärt. Was sieht man da?

Geladene Teilchen wie beispielsweise Elektronen, die durch Magnetfelder hindurchfliegen, werden in ihrer Flugrichtung abgelenkt („Lorentz-Kraft“). Wenn die Elektronen in atomar dünnen Filmen eingeschlossen sind, dann werden sie dabei auf Kreisbahnen in der Filmebene gepresst. Deren Durchmesser wird durch die Geschwindigkeit der Elektronen, d. h. durch deren Energie, und die Stärke des Magnetfeldes kontrolliert.

magnetischen Feldstärken (vertikale Achse) auf, so entsteht eine spektrale Struktur, die Assoziationen mit einem Schmetterling weckt, der „Hofstadter Butterfly“.

Auch ohne Kenntnis weiterer physikalischer Details fällt die Komplexität der Hofstadterschen Abbildung ins Auge. Vor allem besitzt sie die folgende höchst bemerkenswerte Eigenschaft. Angenommen, man schneidet aus den dichteren (rot-blauen) Regionen der rechten Darstellung des Schmetterlings zwei Ausschnitte heraus, einen von der Größe 1 mm² und einen weiteren, der noch 100 mal kleiner ist, und vergrößert beide Ausschnitte anschließend auf die Größe eines DIN A4-Formats: Dann ergeben sich zwei Bilder, die sich im Wesentlichen gleichen. Insbesondere kann man im Nachhinein nicht sagen, welches



3 Schmetterlingsspektrum: Das Energiespektrum von Kristallelektronen im Magnetfeld. Farbige Linien und Bereiche markieren erlaubte Kombinationen von Magnetfeldstärken (vertikale Achse) und Energien (horizontale Achse). Links: Von Douglas Hofstadter per Hand gezeichnetes Spektrum, wie es sich im November 1974, basierend auf den Daten von „Rumpelstilzchen“, darstellte. Rechts: Abbildung, die die Grundlage seiner Veröffentlichung in *Physical Review* 1976 bildete. Quelle: Indubala I. Satija (with contributions by Douglas Hofstadter), *Butterfly in the Quantum World* (2016). Nachdruck mit freundlicher Genehmigung des Verlags

was einfach anmutet, Komplexes erwachsen kann. Das wäre nach Hofstadters Geschmack vermutlich die spannendere Herausforderung, der sich die exakten Wissenschaften stellen könnten. Ein Beispiel dafür, was das *in praxi* bedeuten kann, hat er mit seiner Dissertation gleich selber geliefert.

Hofstadters „Schmetterling“

Hofstadter hat während seiner Zeit in Regensburg den nach ihm benannten „Schmetterling“ nicht über Nacht entdeckt. Es hat Monate gedauert, bevor er numerisch dessen spektrale Struktur Stück für Stück freilegen konnte. Da sein Computer [2] in langen Rechnungen zumeist über

Eine Besonderheit ergibt sich nun durch die Spielregeln der Quantenmechanik, der physikalischen Theorie von Objekten auf mikroskopisch kleinen Skalen. Der ebene Film, in dem sich die Elektronen bewegen, besteht aus den Atomen eines Kristallgitters. Die Quantentheorie schränkt nun die möglichen Kreisbahnen der Kristallelektronen drastisch ein: Erlaubt sind lediglich solche Kreise, deren Radien mit dem Atomabstand im Kristallgitter in einem bestimmten Verhältnis stehen. Entsprechend sind für jede Magnetfeldstärke nur ganz wenige, besonders selektierte Energiezustände für die Elektronen möglich, die zusammen ihr Energiespektrum bilden. Trägt man, wie in Abbildung [3], die erlaubten Kombinationen von Energien (horizontale Achse) und

DIN A4-Bild den kleinen und welches den großen Ausschnitt darstellt. Hofstadters Schmetterling ist in diesem Sinne selbstähnlich („fraktal“).

Harpers Gleichung und Butterfly-Forschung

Vielleicht möchte man meinen, dass die Komplexität des Schmetterlings in Abbildung [3] und seine bizarren Eigenschaften letztlich doch die Konsequenz einer unfassbar komplizierten Grundgleichung sein müssen. Dem ist aber durchaus nicht so: Das Gegenteil ist der Fall. Um das zu demonstrieren, sei die relevante Gleichung

chung hier reproduziert. Sie wurde bereits 1955 von dem mathematischen Physiker P. G. Harper hergeleitet, konnte aber erst 20 Jahre später von Hofstadter mit Hilfe von Rumpelstilzchen gelöst werden. Sie ergibt sich aus der oben erwähnten Schrödinger-Gleichung und erklärt physikalisch, welche Energien ein Kristallelektron im Magnetfeld haben kann. Ihre Struktur ist ebenso simpel, wie die zugrundeliegende Fragestellung:

$$-\psi_{n-1} - \psi_{n+1} + 2\sin(\omega n) \psi_n = E\psi_n$$

Hier bezeichnet der Buchstabe E die Energie des Teilchens; die Symbole ψ_{n-1} , ψ_n , ψ_{n+1} geben an, an welchem Punkt – benannt $n-1$, n , $n+1$ – des Kristallgitters sich das Teilchen bevorzugt aufhält (wobei n eine ganze Zahl ist). Die Zahl ω schließlich beschreibt die Magnetfeldstärke. Sie benennt das Verhältnis von Kreisbahnradius und Gitterkonstante, das bereits angesprochen wurde. Und das war es auch schon!

In der Folgezeit nach Hofstadters Entdeckung sind weltweit verschiedenste Verfeinerungen und Erweiterungen der Harper-Gleichung hin zu einer noch realistischeren Beschreibung von Kristallelektronen erfolgt; insbesondere auch in vielen Arbeiten verschiedener Arbeitsgruppen der theoretischen Physik in Regensburg. Gleichzeitig wurde die Experimentalphysik angespornt, das Schmetterlingsspektrum zu messen. Ein erster wesentlicher Schritt in diese Richtung ist der Arbeitsgruppe

von Dieter Weiss (UR) um die Jahrtausendwende mit Messungen an sogenannten Halbleiterübergittern gelungen. Mit der Entdeckung von Graphen, der berühmten monoatomaren Kohlenstofflage, steht seit einiger Zeit ein neuer, ultradünner Kristall zur Verfügung. An ihm wurden in den letzten Jahren weitere Signaturen des Butterflys experimentell vermessen, mit einem weiteren Schub für die Butterfly-Forschung.

Ausblick: Emergenz

So unschuldig die Harper-Gleichung auch daher kommen mag, so unglaublich strukturreich sind deren mögliche Lösungen. Das eröffnet Spielräume für eine interessante Spekulation. Angenommen, die Grundüberzeugung aller Physiker hat in der Tat eine reale Grundlage: Die *eine* Gleichung, die alles Materielle beschreibt, existiert wirklich und ist in einem gewissen Sinne sogar einfach. Vielleicht beinhaltet sie ja tatsächlich implizit die Formen des Lebens wie des Bewusstseins als spezielle Lösungen? Vielleicht lässt sich die erfahrbare Wirklichkeit ja tatsächlich hierarchisch verstehen als ein „emergentes Phänomen“, beschrieben durch hochkomplexe und strukturreiche Lösungen von effektiven Gleichungen, die mittelbar aus einer vermeintlich unscheinbaren und abstrakten Grundgleichung erwachsen?

Nachdem Douglas Hofstadter aus Regensburg nach Oregon zurückgekehrt war, hat er seinen Weg konsequent fortgesetzt und seine Forschung zunächst auf Fragen nach einer künstlichen Intelligenz ausgerichtet. Dabei ging es ihm sicherlich auch darum zu versuchen, Antworten auf die oben genannten Fragen zu finden.

Literatur

Philip G. Harper, Single Band Motion of Conduction Electrons in a Uniform Magnetic Field. Proceedings of the Physical Society of London A 68 (1955), S. 874–878.

Indubala I. Satija (with contributions by Douglas Hofstadter), Butterfly in the Quantum World. The Story of the Most Fascinating Quantum Fractal. IOP Concise Physics. 1. Auflage. San Rafael, California, USA: Morgan & Claypool Publishers, 2016.

Douglas R. Hofstadter, Energy levels and wave functions of Bloch electrons in rational and irrational magnetic fields. Physical Review B 14 (1976), S. 2239–2249.

Christian Forstner, Schmetterlinge im Festkörper. Zur Geschichte des Hofstadter-Butterflys, Regensburg 2004. Nachdruck Jörg Mertins, 2017, online abrufbar unter: http://www.physik.ur.de/fakultaet/mertins/publicdownload/Hofstadter_Schmetterlinge_im_Festkoerper_Nachdruck2017.pdf

Zur Thematik der Emergenz:

Klaus Richter, Jan-Michael Rost, Komplexe Systeme. 1. Auflage. Frankfurt am Main: Fischer Verlag 2002.

MSW PARTNERS

Wirtschaftsprüfer · Steuerberater · Rechtsanwalt

Mit unseren über 40 Mitarbeitern betreuen wir Start-ups sowie national und international tätige Unternehmen aller Größen und Rechtsformen.

Wir beraten ganzheitlich in steuerlichen, rechtlichen und betriebswirtschaftlichen Fragestellungen von der ersten Buchhaltung bis zum Verkauf der Unternehmung.

Als expandierende Kanzlei suchen wir stets qualifiziertes Personal.

Kanzlei Regensburg
Lilienthalstr. 6–8
93049 Regensburg

Kanzlei München
Bavariaring 49
80336 München



Regional. International. Digital.

www.mswpartners.de