

**ZZM20-Levumi N2 - Tests zu Rechenoperationen
als Lernverlaufsdagnostik –
„Zahlzerlegung
(Zahlenraum 20)“ der Onlineplattform
www.levumi.de**

Sven Anderson¹ & Markus Gebhardt²

¹Entwicklung und Erforschung
inklusive Bildungsprozesse
Fakultät Rehabilitationswissenschaften
Technische Universität Dortmund

²Lernbehindertenpädagogik einschließlich
inklusive Pädagogik
Fakultät Humanwissenschaften
Universität Regensburg

Sven Anderson
sven.anderson@tu-dortmund.de
<https://orcid.org/0000-0002-2323-8543>

Prof. Dr. Markus Gebhardt
markus.gebhardt@ur.de
<https://orcid.org/0000-0002-9122-0556>

Dieses Dokument und die Tests zu Rechenoperationen inkl. aller Items erscheinen unter der Creative-Commons-Lizenz CC-BY-NC-SA.

Die Lizenz erlaubt Nutzern das Werk zu verbreiten, zu verändern und nicht kommerziell zu verwenden und unter Nennung der Urheber des Originals unter denselben Bedingungen zu veröffentlichen.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/> or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.



Attribution-NonCommercial-ShareAlike
CC BY-NC-SA

Abstrakt:

Die Onlineplattform Levumi (www.levumi.de; Gebhardt, Diehl & Mühling, 2016) bietet Tests zur Lernverlaufsdagnostik in den Lernbereichen Lesen (Jungjohann, Diehl et al., 2018, Jungjohann, DeVries et al., 2018), Rechtschreiben (Jungjohann et al., 2019) sowie Mathematik. Alle Tests können als Basis für eine datenbasierte Förderplanung und zur Gestaltung von adaptiven Förderungen auch im inklusiven Unterricht genutzt werden (Anderson et al., 2021, Jungjohann et al., 2021).

Der Bereich Mathematik ist um das Testverfahren Zahlzerlegung (Zahlenraum 1 – 20) erweitert. Der Test beinhaltet Aufgaben zu Teil-Ganzes-Beziehungen. Die Anforderung des Tests besteht jeweils darin, innerhalb eines Zahlentripels die fehlende Teilmenge bei gegebenen Ganzen und einer gegebenen Teilmenge zu ermitteln. Im Folgenden wird ein kurzer Einblick in die Konzeption des Testverfahrens und deren Umsetzung auf der Onlineplattform Levumi gegeben. Für einen Einsatz als Printversion sind dem Dokument im Anhang drei parallele Testversionen angehängt (Versionen 1–3).

Zahlzerlegung (Zahlenraum 1 – 20)

Ein Test zur Lernverlaufsdiagnostik auf der Onlineplattform Levumi

Zahlzerlegung (Zahlenraum 1 – 20) ist eines von mehreren Testverfahren auf der Onlineplattform Levumi (www.levumi.de), das Aufgaben zum Teil-Ganzes-Konzept enthält. Unter dem Teil-Ganzes-Konzept wird die Fähigkeit verstanden, Zahlen beliebig in Teilmengen zu zerlegen und wieder zusammzusetzen. Dafür ist das Verständnis zentral, dass die Summe der Teilmengen der Gesamtmenge (dem Ganzen) entspricht (z.B. Langhorst, Ehlert, Fritz, 2012). Das Verständnis des Teil-Ganzes-Konzepts ist die Basis für die flexible Anwendung von arithmetischen Rechenoperationen. In mathematischen Kompetenzentwicklungsmodellen wird die Einsicht in das Teil-Ganzes-Konzept zudem als wichtiger Entwicklungsschritt angesehen (Fischer, Roesch & Moeller, 2017, Krajewski & Schneider, 2009).

Die Anforderung des Tests besteht jeweils darin, eine der beiden Teilmengen des Ganzen zu ergänzen. Die Zahlzerlegungstests auf der Onlineplattform Levumi beschränken sich auf die Ebene der konkreten Zahlrelationen. Operationen werden implizit vorausgesetzt, es werden aber explizit keine Operations- und Relationszeichen verwendet. Die Zahlzerlegungen werden deshalb als Hütchenaufgaben visualisiert (Abbildung 1). Bei dieser Form eines Zahlentripels steht das Ganze immer oben. Vom Ganzen gibt es zwei Verbindungen (Pfeile) zu den zwei Teilmengen. Im Test selbst fehlt immer eine der zwei Teilmengen, die jeweils von den Schülerinnen und Schülern ergänzt werden muss.

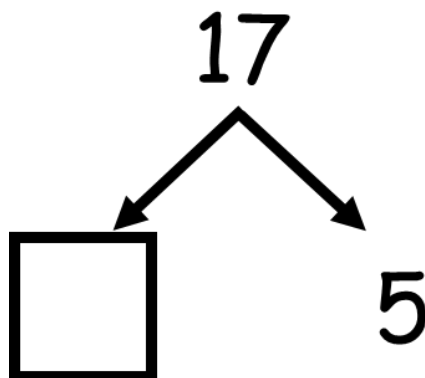


Abbildung 1: Aufgabenformat des Tests Zahlzerlegung visualisiert als Hütchenaufgabe. Zerlegung der 17 in die beiden Teile 12 (fehlende Teilmenge) und 5 (vorhandene Teilmenge)

Forschungsergebnisse zur Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen verdeutlichen, dass das jeweilige Kompetenzniveau eines Kindes u.a. in Abhängigkeit vom jeweiligen Zahlenraum betrachtet werden sollte. Demnach können Kinder in niedrigen Zahlenräumen bereits früh ein tieferes Zahlenverständnis erworben haben, ohne dass sich dies auch auf höhere Zahlenräume übertragen ließe (z.B. Ennemoser, Krajewski & Schmidt, 2011; Krajewski & Ennemoser,

2013). Auf der Onlineplattform Levumi wird deshalb der Zahlenraum als Strukturierungsebene und als übergeordnetes Schwierigkeitsmerkmal verstanden, das über unterschiedliche Niveaustufen ausgewiesen wird. In der fachdidaktischen Forschung wurden neben dem Zahlenraum verschiedene weitere Aufgabenmerkmale identifiziert, für die ein Einfluss auf die Schwierigkeit von Aufgaben zur Zahlzerlegung in Form von Zahlentripeln angenommen wird

Für die Gestaltung eines Pools an Aufgaben für den Test **Zahlzerlegung (Zahlenraum 1 – 20)** wurden mehrere dieser Aufgabenmerkmale berücksichtigt. Für die Aufgabenkonstruktion dieses Tests betrifft dies u.a. die Strategie „Kraft der 5“; d.h. ob sich Aufgaben mit dieser Strategie lösen lassen oder nicht (z.B. Krauthausen, 1995). Es wird angenommen, dass durch Anwendung der Strategie „Kraft der 5“ Aufgaben leichter zu lösen sind. Ein weiteres Aufgabenmerkmal betrifft die Notwendigkeit eines Zehnerübergangs bei der Aufgabenlösung; d.h. entweder ist ein Zehnerübergang für die Aufgabenlösung notwendig oder nicht, wobei angenommen wird, dass Aufgaben mit Zehnerüberschreitung schwieriger zu lösen sein sollten, da u.a. Vermeidungsstrategien, wie das Festhalten am zählenden Rechnen bei Aufgabenlösungen, die eine Zehnerüberschreitung erfordern, fehleranfällig sind (z.B. Gaidoschik, 2010). Das Größenverhältnis von vorhandener und zu ergänzender Teilmengen (d.h. ob die zu ergänzende Teilmenge kleiner oder größer als die vorhandene Teilmenge ist) sowie die Position der zu ergänzenden Teilmenge im Zahlentripel (d.h. ob die zu ergänzende Teilmenge auf der linken oder rechten Seite des Zahlentripels fehlt) sind weitere Aufgabenmerkmale, die einen Einfluss auf die Aufgabenschwierigkeit haben könnten. Beim Größenverhältnis von vorhandener und zu ergänzender Teilmenge wird angenommen, dass Aufgaben leichter zu lösen sind, wenn die fehlende Teilmenge kleiner ist, da die Differenz zum Ganzen dann bspw. auch durch das zählende Rechnen gelöst werden können. Bei der Position der zu ergänzenden Teilmenge innerhalb des Zahlentripels wird angenommen, dass Aufgaben mit zu ergänzender Teilmenge auf der rechten leichter zu lösen sind als auf der linken Seite; z.B. vor dem Hintergrund des Spatial Numerical Association of Response Codes-Effekts (SNARC-Effekt; Nuerk., Wood & Willmes). Zudem kann bei gegebener Teilmenge auf der linken Seite die Counting-on-Strategie (Secada, Fuson & Hall (1983). Angewendet werden.

Die unterschiedliche Gewichtung dieser vier Merkmale erlaubt es, verschiedene Aufgaben mit unterschiedlichen Anforderungen zu klassifizieren. Insgesamt sind unter Berücksichtigung der aufgeführten Merkmale unterschiedliche Aufgabenkategorien differenziert worden, die nachfolgend in Tabelle 1 mit je einem Aufgabenbeispiel illustriert werden. Die Zahlen in den Klammern stehen dabei für die fehlende Teilmenge, die bei der Aufgabenlösung jeweils ergänzt werden muss.

Tabelle 1: Angenommene Aufgabenmerkmale und ihre Verteilung

Aufgaben- kategorie	Aufgaben- beispiel	Notwendigkeit Zehner- übergang	Fehlende \geq vorhandene Teilmenge	Strategie „Kraft der 5“	Position zu ergänzender Teilmenge
1	$((7) + 9 = 16)$	ja	nein	nein	links
2	$((5) + 12 = 17)$	nein	nein	ja	links
3	$(9 + (9) = 18)$	ja	ja	nein	rechts
4	$(8 + (4) = 12)$	ja	nein	nein	rechts
5	$((17) + 2 = 19)$	ja	ja	nein	links
6	$(14 + (1) = 15)$	nein	nein	nein	rechts
7	$(5 + (5) = 10)$	nein	ja	ja	rechts
8	$(3 + (17) = 20)$	ja	ja	nein	rechts
9	$(14 + (5) = 19)$	nein	nein	ja	rechts
10	$(7 + (5) = 12)$	ja	nein	ja	rechts
11	$(5 + (15) = 20)$	ja	ja	ja	rechts
12	$((5) + 0 = 5)$	nein	ja	ja	links
13	$((10) + 2 = 12)$	ja	ja	nein	links
14	$((5) + 6 = 11)$	ja	nein	ja	links
15	$((15) + 5 = 20)$	ja	ja	ja	links
16	$((2) + 14 = 16)$	nein	nein	nein	links

Auf Grundlage der in Tabelle 1 aufgeführten Aufgabenkategorien wurde ein Pool mit über 300 Aufgaben erstellt und auf der Onlineplattform Levumi hinterlegt. Durch einen vorab festgelegten Ziehalgorithmus wird sichergestellt, dass das Anforderungsniveau bei wiederholter Messung über die Zeit unter Berücksichtigung einer möglichst gleichmäßigen Verteilung der Aufgabenkategorien konstant bleibt. Für jede neue Testdurchführung wird dafür auf der Plattform ein eigener Test generiert. Eine positive Veränderung im Summenwert richtig gelöster Aufgaben ist demnach auf einen Kompetenzzuwachs der Schülerinnen und Schüler zurückzuführen.

Die Schülerinnen und Schüler haben je Testdurchlauf eine Bearbeitungszeit von fünf Minuten. Dabei lösen die Kinder die Aufgaben selbstständig. Abbildung 1 illustriert ein Aufgabenbeispiel der Aufgabenkategorie 3 (Tabelle 1).

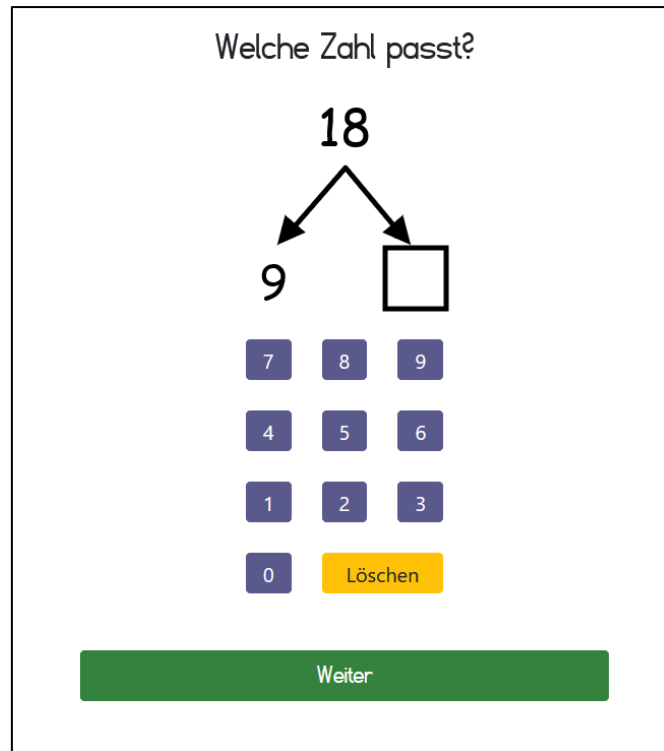


Abbildung 2: Beispielaufgabe aus Aufgabenkategorie 3 des Tests Zahlzerlegung (Zahlenraum 1 – 20) auf der Onlineplattform Levumi

Auf dem Ziffernblock in Abbildung 2 können ein- und mehrstellige Zahlen im Ergebnisfeld generiert werden. Mit einem Klick auf das gelbe Feld „Löschen“ kann die Eingabe geändert werden. Mit einem Klick auf grüne Feld „Weiter“ kann die nächste Aufgabe ausgewählt werden. Eine neue Aufgabe kann immer nur dann ausgewählt werden, wenn bei der vorherigen Aufgabe eine Lösung in das Ergebnisfeld eingetragen wurde. Eine bereits bearbeitete Aufgabe kann nachträglich nicht noch einmal bearbeitet werden. Nach Ablauf der Bearbeitungszeit endet der Test automatisch. Das Testergebnis kann über den Lehrkraftzugang eingesehen werden.

Quellen

- Anderson, S., Jungjohann, J., Schurig, M. & Gebhardt, M. (2021). Verknüpfung von Lernverlaufsdiagnostik und Leseförderung. Die Konstruktionsprinzipien des Leseabenteuers „Levumi und Fredro auf Schatzsuche“. In N. Böhme, B. Dreer, H. Hahn, S. Heinecke, G. Mannhaupt & S. Tänzer (Hrsg.), *Mythen, Widersprüche und Gewissheiten der Grundschulforschung* (S. 173–179). Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-31737-9_20
- Anderson, S., Jungjohann, J. & Gebhardt, M. (2020). Effects of using curriculum-based measurement (CBM) for progress monitoring in reading and an additive reading instruction in second classes. *Zeitschrift für Grundschulforschung*, 51(1), 1. <https://doi.org/10.1007/s42278-019-00072-5>
- Ennemoser, M.; Krajewski, K.; Schmidt, S. (2011). Entwicklung und Bedeutung von Mengen-Zahlen Kompetenzen und eines basalen Konventions- und Regelwissens in den Klassen 5 bis 9. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 43 (4), S. 228–242.
- Fischer, U., Roesch, S. & Moeller, K. (2017). Diagnostik und Förderung bei Rechenschwäche. *Lernen und Lernstörungen*, 6(1), 25–38. <https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000160>
- Gaidoschik, M. (2010): *Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht. Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr.*- Frankfurt/Main: Peter Lang.
- Gebhardt, M., Diehl, K. & Mühling, A. (2016). Online Lernverlaufsmessung für alle SchülerInnen in inklusiven Klassen. www.levumi.de. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, 67(10), 444–454.
- Jungjohann, J., Anderson, S., Schurig, M. & Gebhardt, M. (2021). Adaptiven Unterricht mit und durch Lernverlaufsdiagnostik gestalten. In N. Böhme, B. Dreer, H. Hahn, S. Heinecke, G. Mannhaupt & S. Tänzer (Hrsg.), *Mythen, Widersprüche und Gewissheiten der Grundschulforschung* (S. 329–335). Springer Fachmedien Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-31737-9_37
- Jungjohann, J., Mau, L., Diehl, K. & Gebhardt, M. (2019). *Levumi: Handbuch für Lehrkräfte Deutsch*. Technische Universität Dortmund. <https://doi.org/10.17877/DE290R-19921>
- Jungjohann, J., Diehl, K., Mühling, A. & Gebhardt, M. (2018). Graphen der Lernverlaufsdiagnostik interpretieren und anwenden – Leseförderung mit der Onlineverlaufsmessung Levumi. *Forschung Sprache*, 6(2), 84–91. https://www.forschung-sprache.eu/fileadmin/user_upload/Dateien/Heftausgaben/2018-2/Forschung_Sprache_2_2018_Jungjohann_Diehl_Muehling_Gebhardt_7.pdf
- Jungjohann, J., DeVries, J. M., Gebhardt, M. & Mühling, A. (2018). Levumi: A Web-Based Curriculum-Based Measurement to Monitor Learning Progress in Inclusive Classrooms. In K. Miesenberger, G. Kouroupetroglou, P. Penaz (Hrsg.), *Computers Helping People with Special Needs. 16th International Conference, ICCHP 2018, Linz, Austria, July 2018, Proceedings* (S. 369–378). Wiesbaden: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-94277-3_58

Krajewski, K.; Ennemoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider und U. Trautwein (Hrsg.): Diagnostik mathematischer Kompetenzen. Göttingen: Hogrefe (Tests und Trends, N.F., Band 11), S. 41–65.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19(6), 513 – 526.

Langhorst, P., Ehlert, A. & Fritz, A. (2012). Non-numerical and Numerical Understanding of the Part-Whole Concept of Children Aged 4 to 8 in Word Problems. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 33(2), 233–262. <https://doi.org/10.1007/s13138-012-0039-5>

Krauthausen, G. (1995). Die »Kraft der Fünf« und das denkende Rechnen. In: MÜLLER, G. N. & WITTMANN, E. C. (Hrsg.) Mit Kindern rechnen. Frankfurt am Main: Grundschulverband, S. 87–108.

Nuerk, H. C., Wood, G. & Willmes, K. (2005). The universal SNARC effect: The association between number magnitude and space is amodal. *Experimental Psychology* 52(3), 187–194.

Secada, W.G., Fuson, K.C., & Hall, J.W. (1983). The transition from counting-all to counting-on in addition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(1), 47-57.

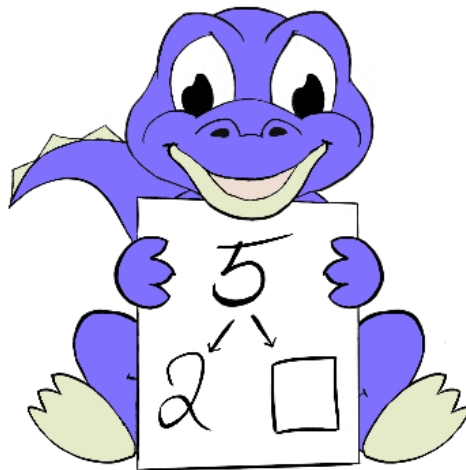
Anhang

Im Folgenden sind drei parallele Testversionen als Druckversion angehängt. Nach jeder Parallelversion ist ein Korrekturbogen für die entsprechende Parallelversion abgedruckt. Der Korrekturbogen weist dieselbe Itemreihenfolge auf, wie die dazugehörige Parallelversion.

Zahlen zerlegen

(Zahlenraum 20)

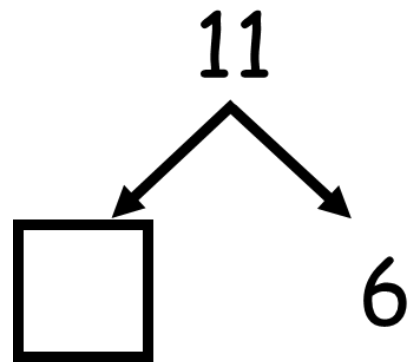
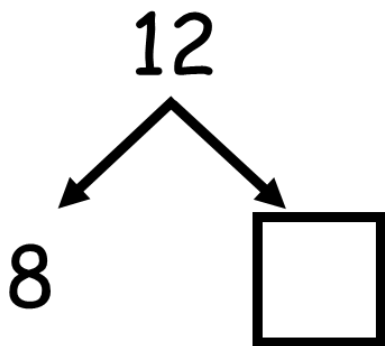
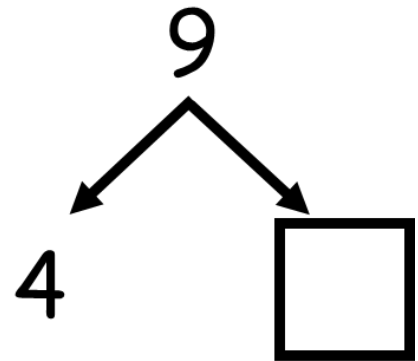
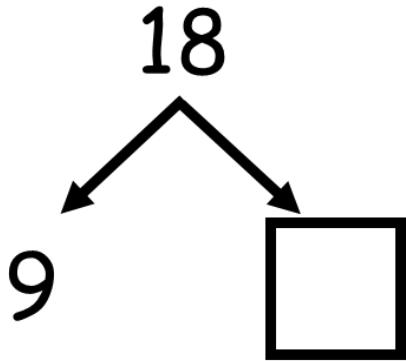
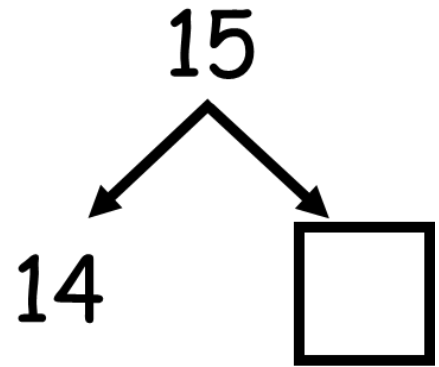
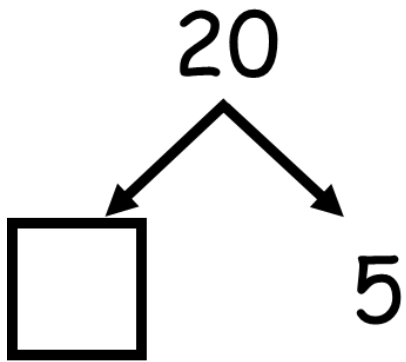
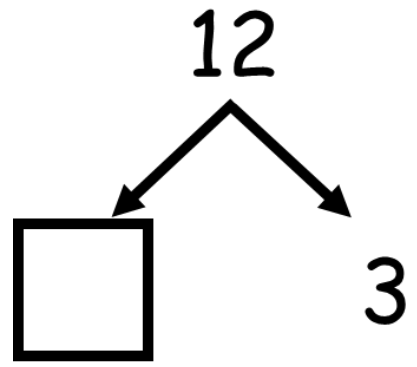
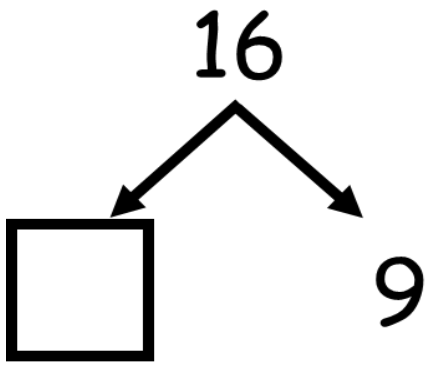
Testversion 1

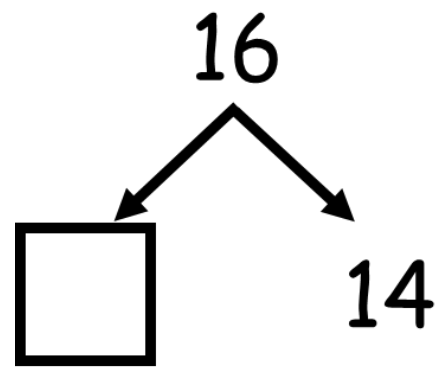
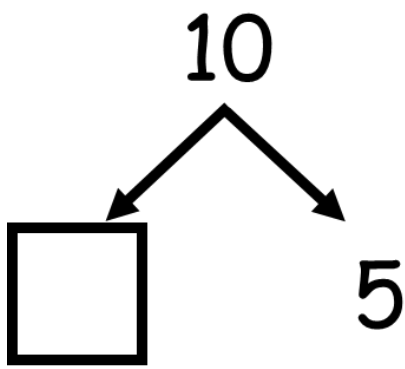
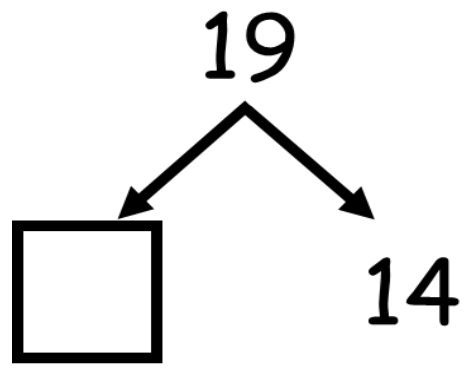
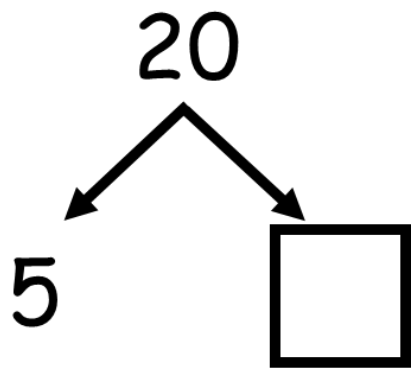
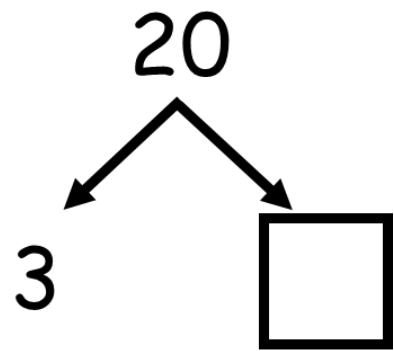
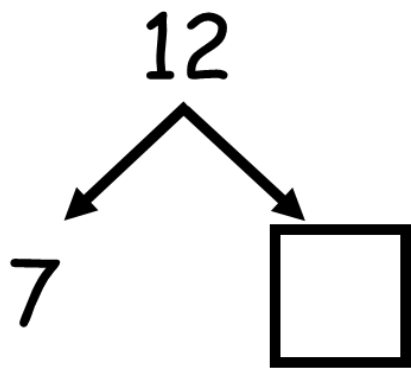
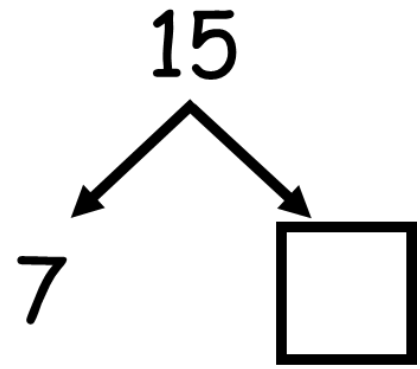
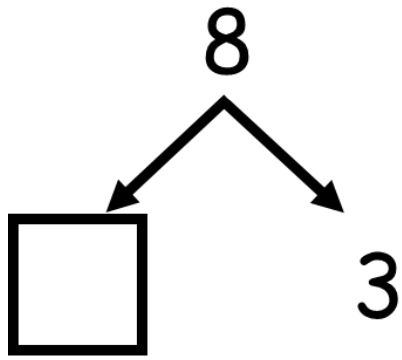


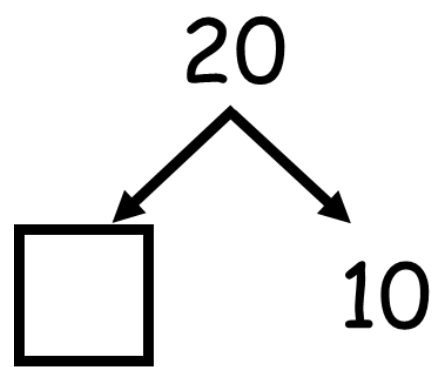
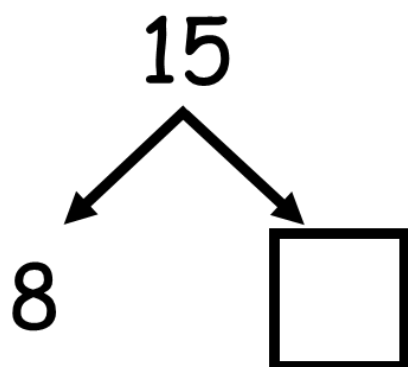
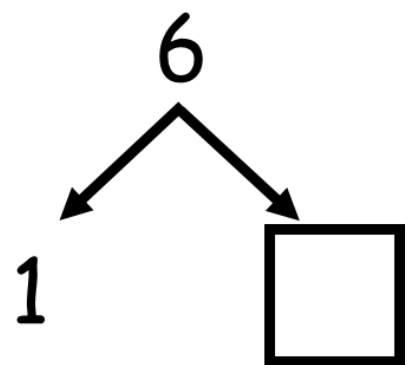
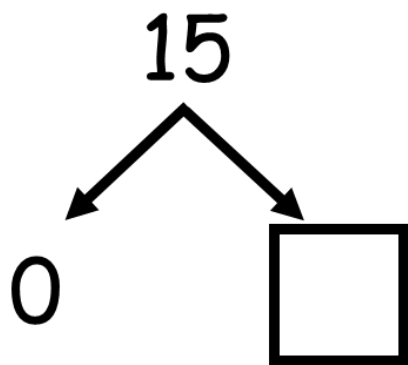
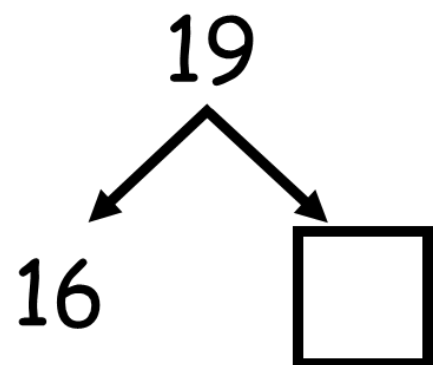
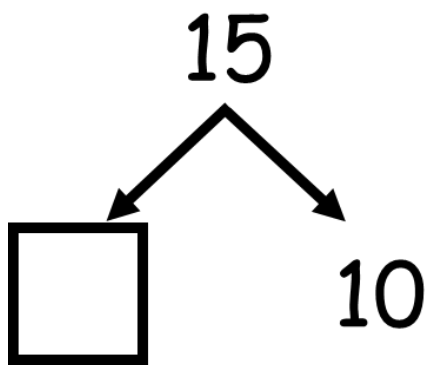
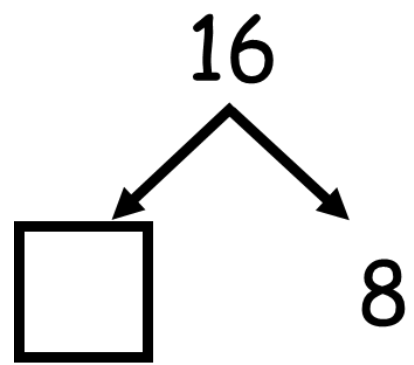
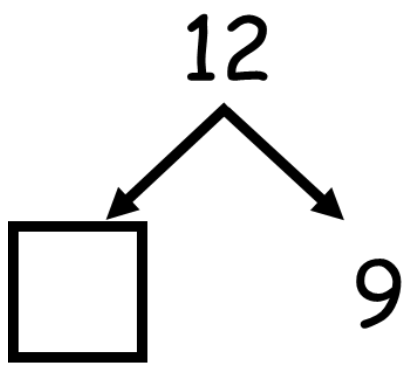
Löse so viele Aufgaben,

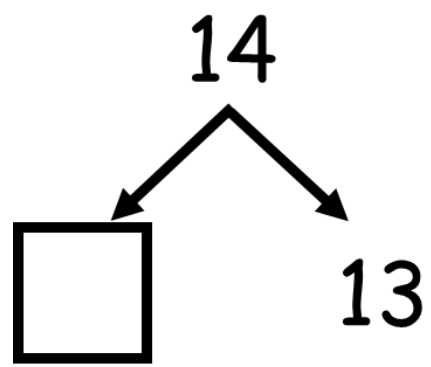
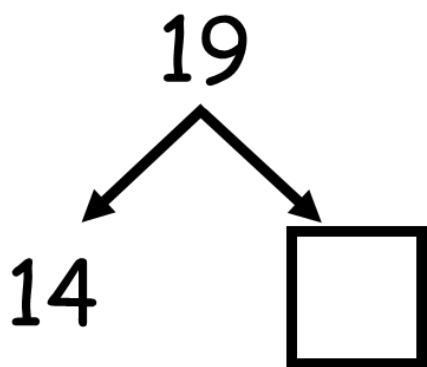
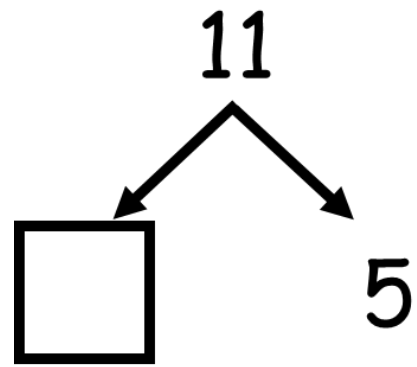
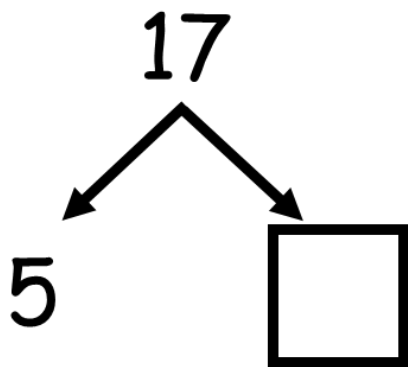
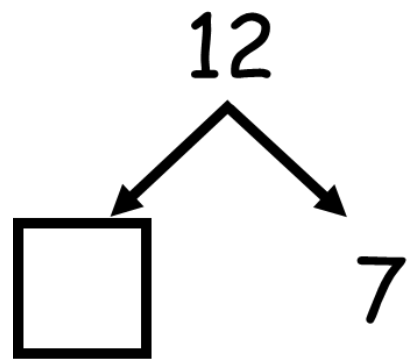
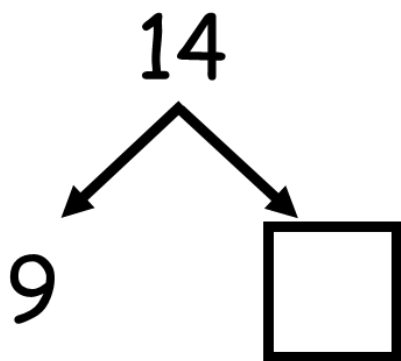
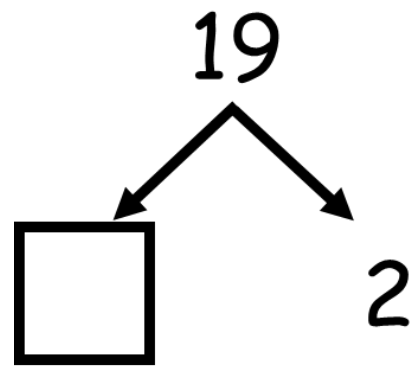
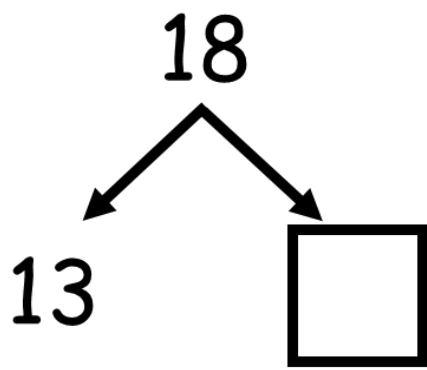
wie du kannst.

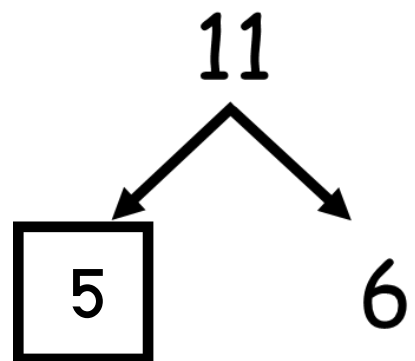
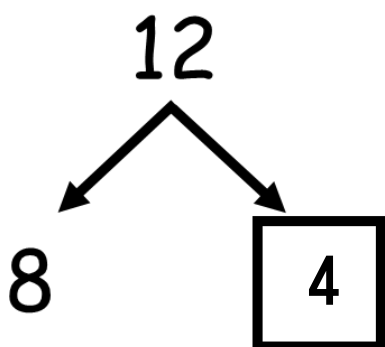
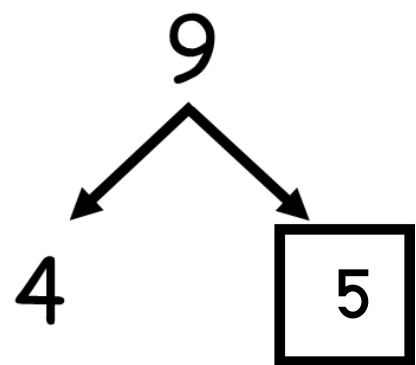
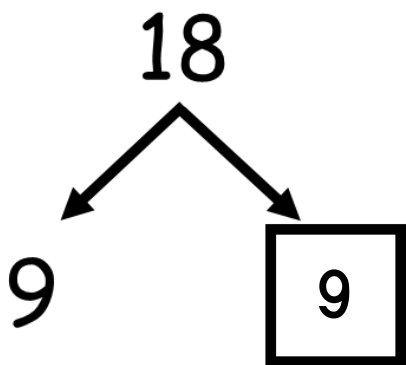
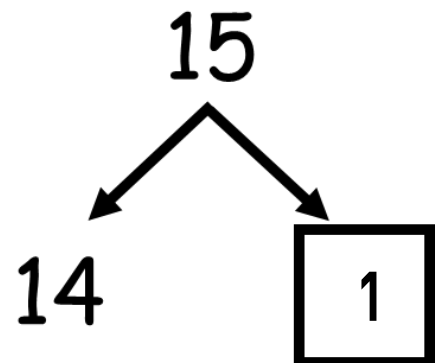
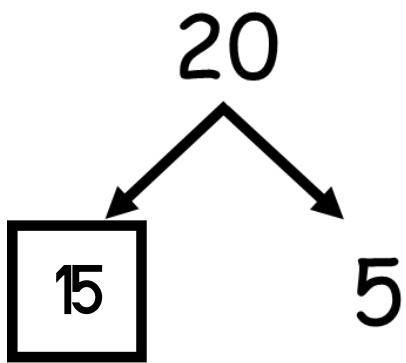
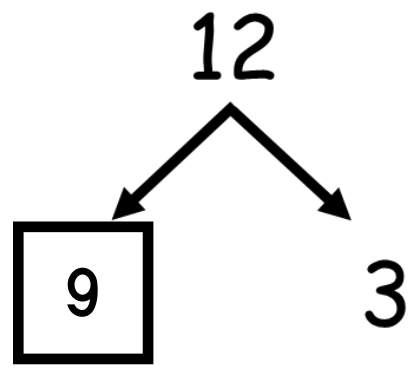
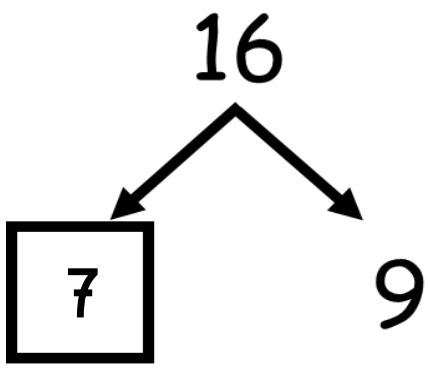
Du hast 5 Minuten Zeit.

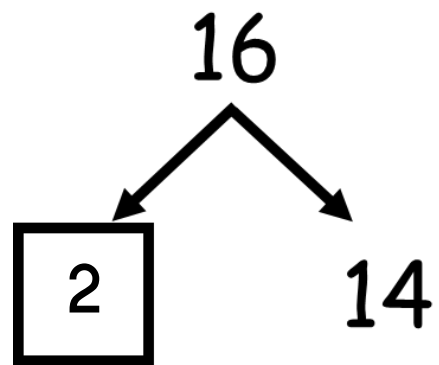
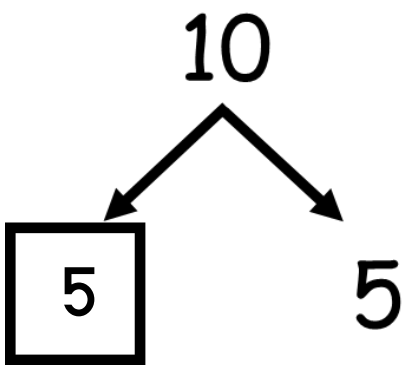
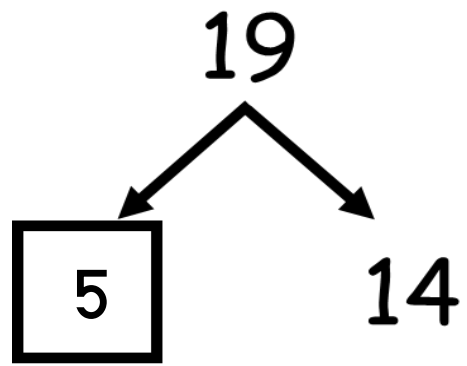
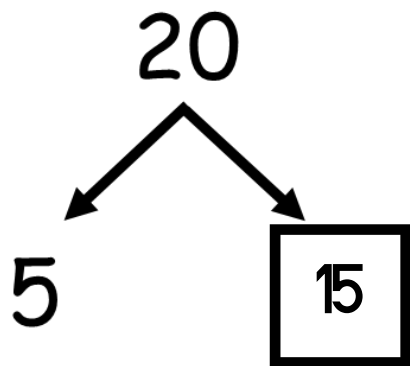
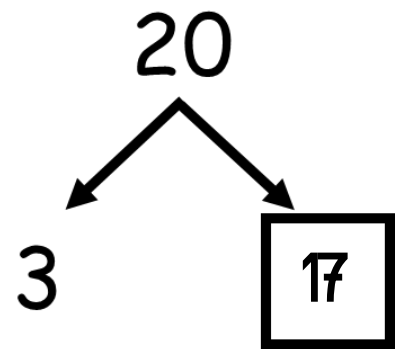
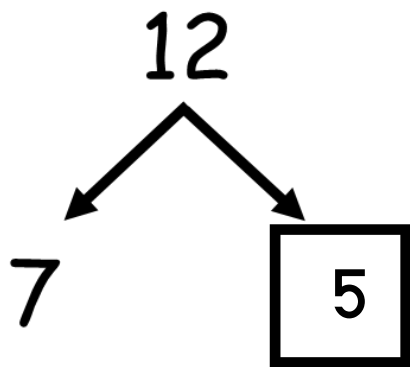
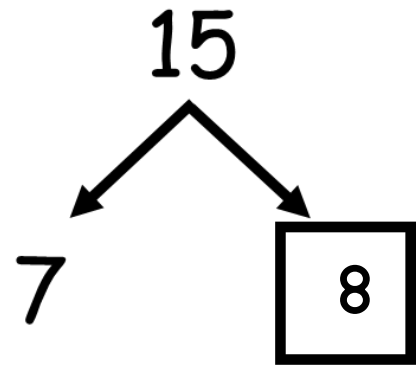
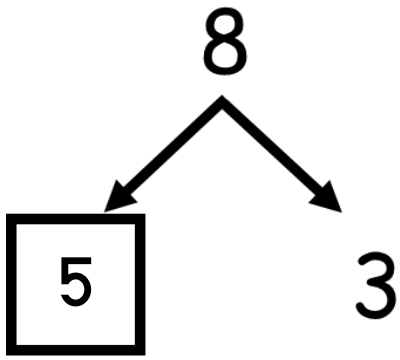


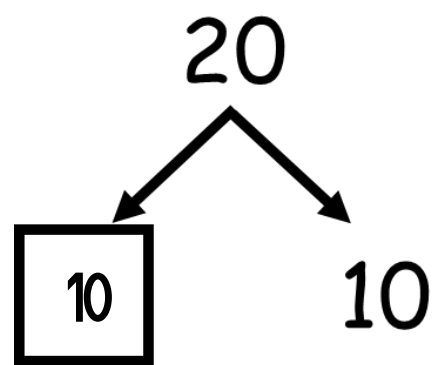
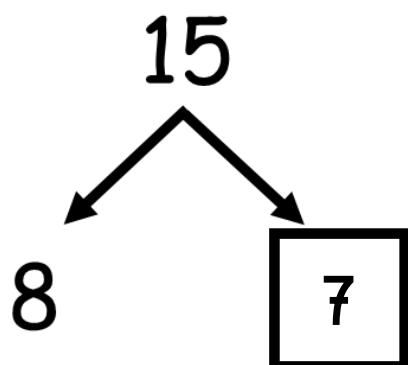
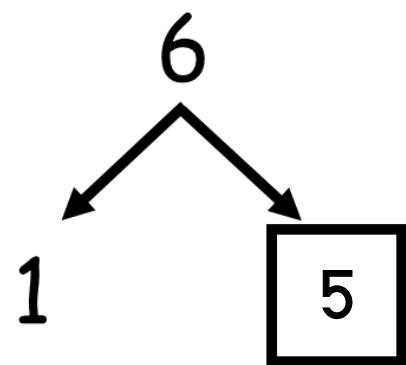
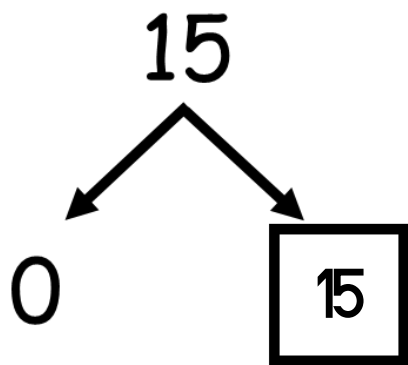
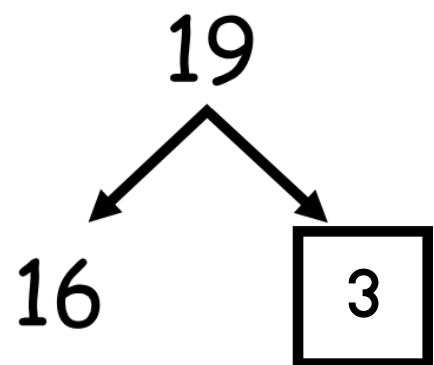
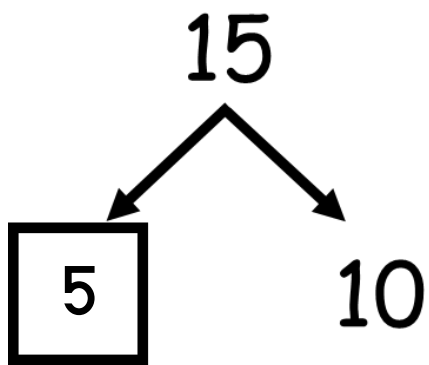
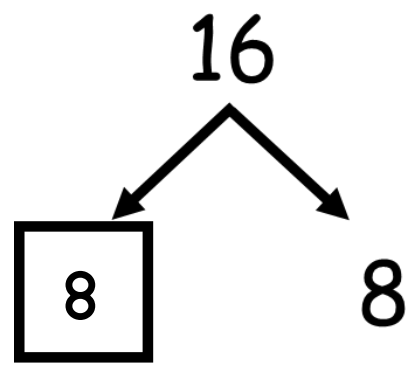
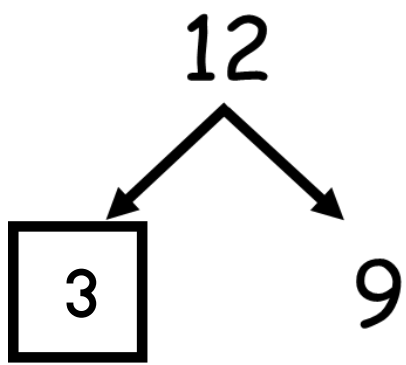


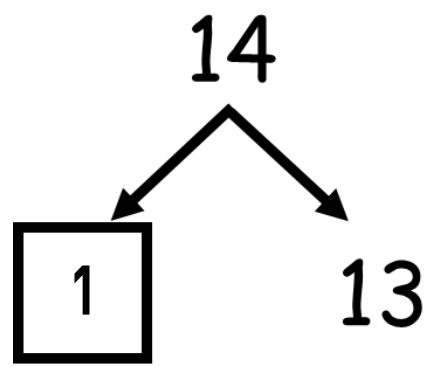
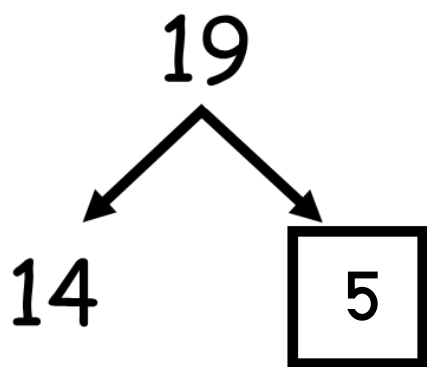
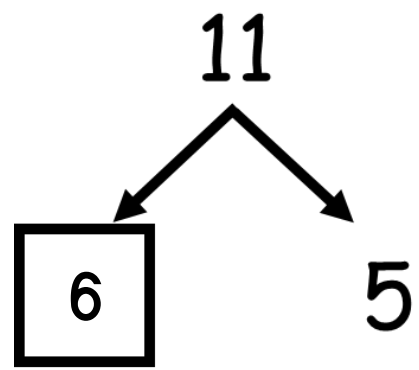
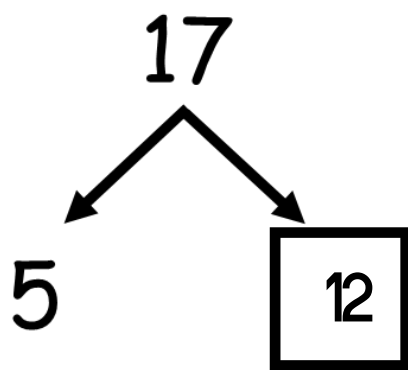
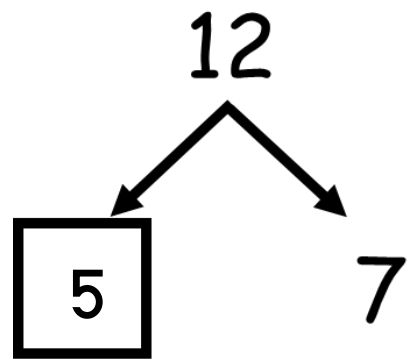
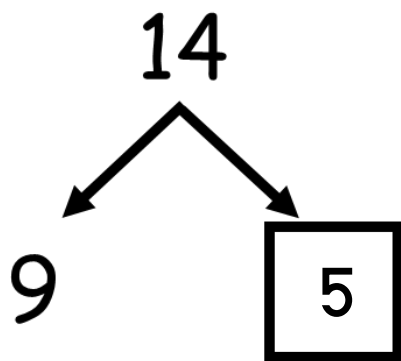
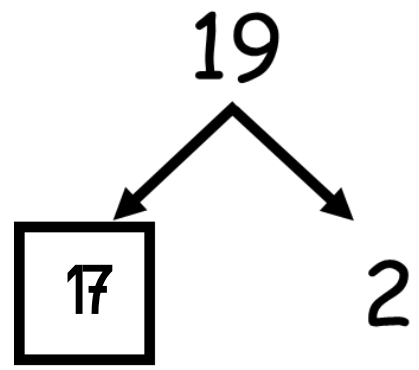
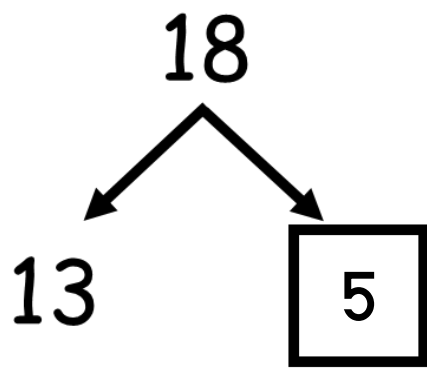








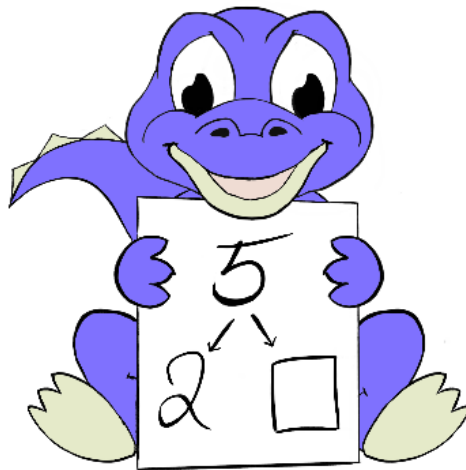




Zahlen zerlegen

(Zahlenraum 20)

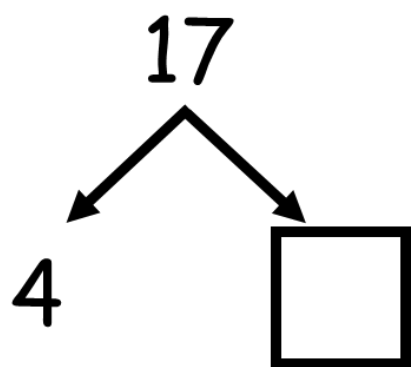
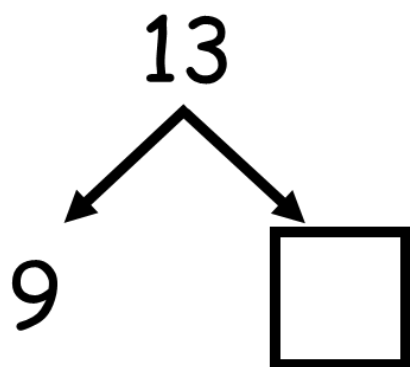
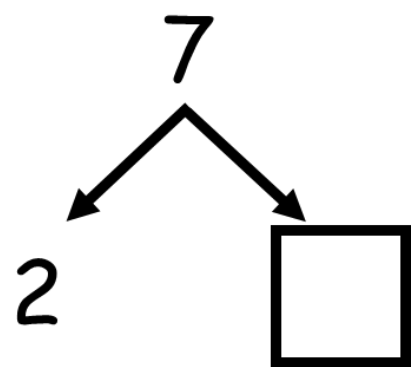
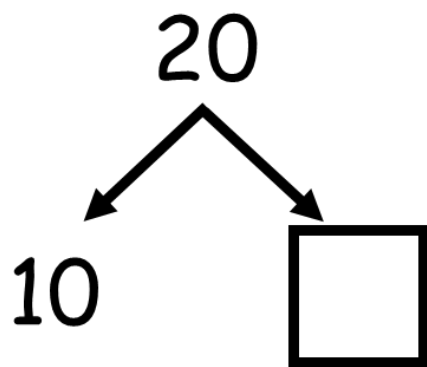
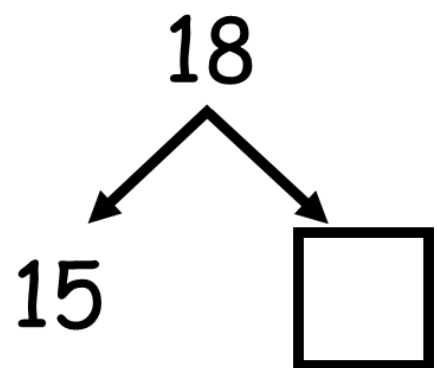
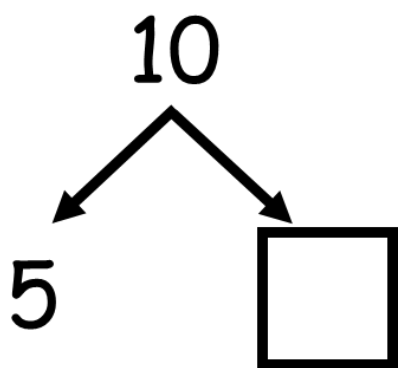
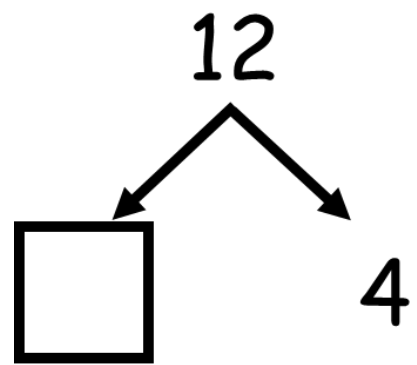
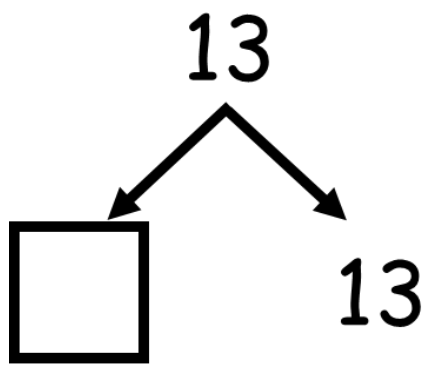
Testversion 2

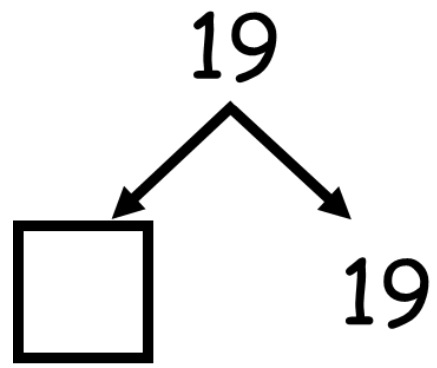
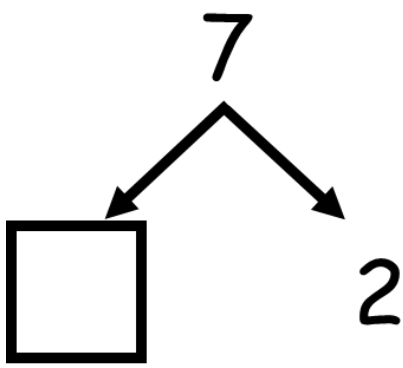
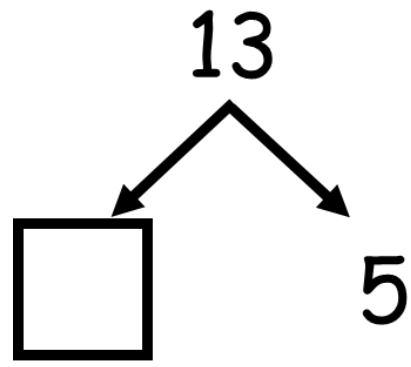
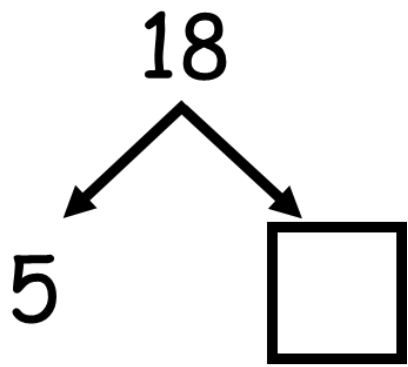
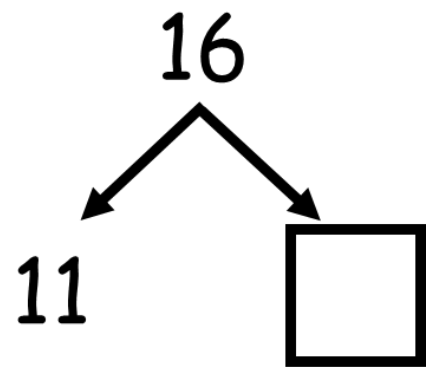
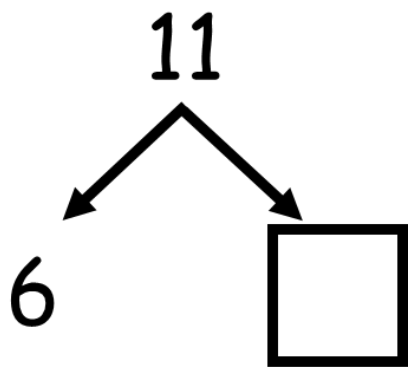
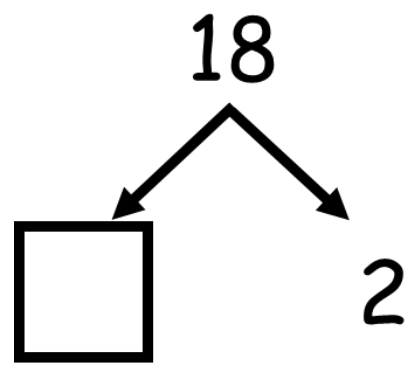
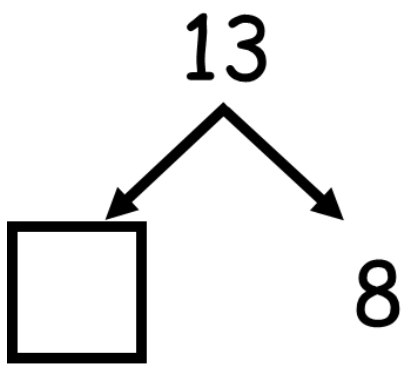


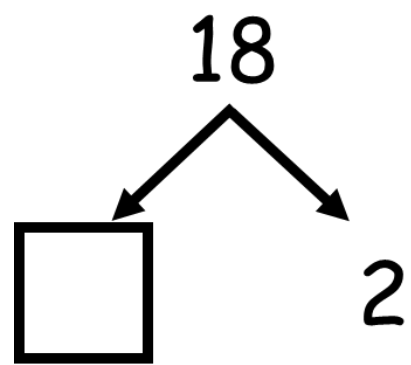
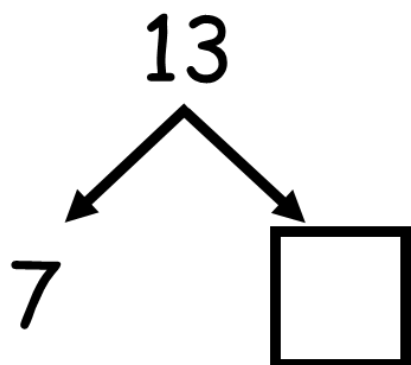
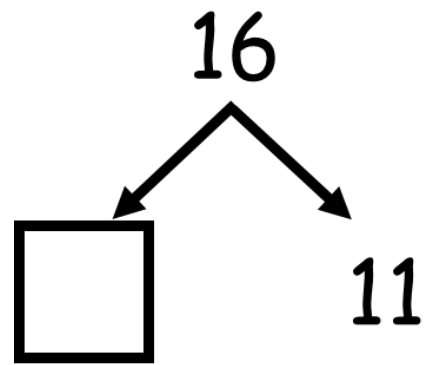
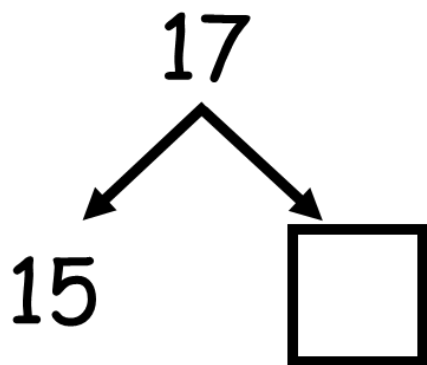
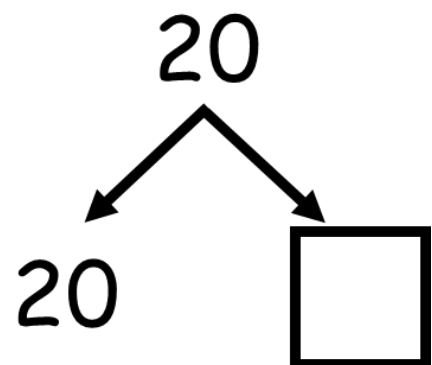
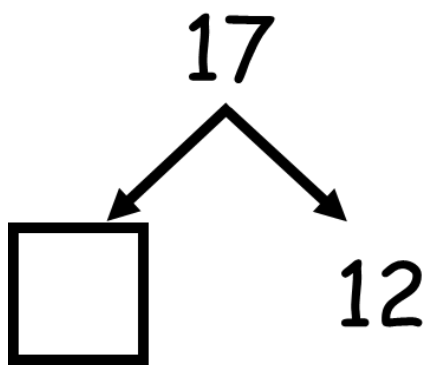
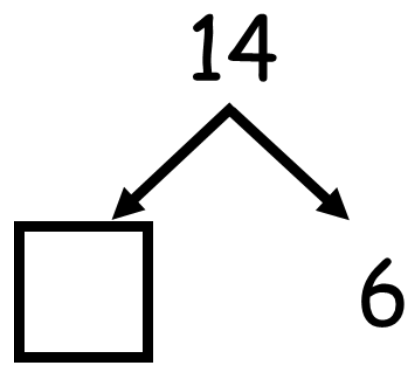
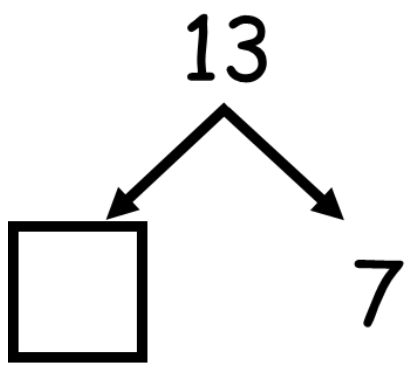
Löse so viele Aufgaben,

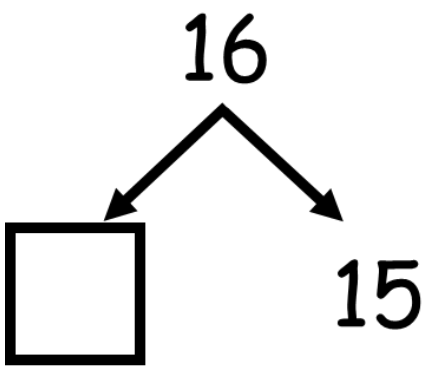
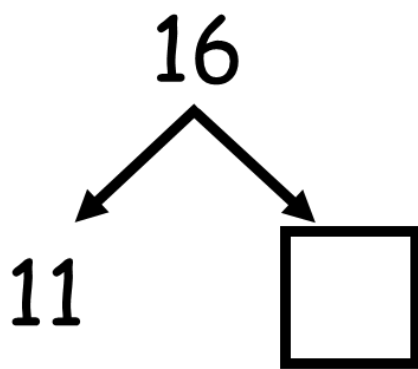
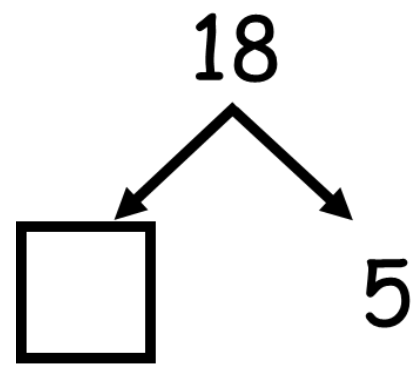
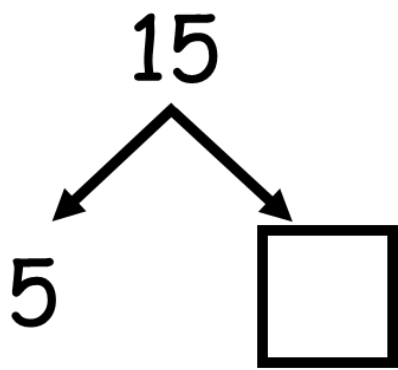
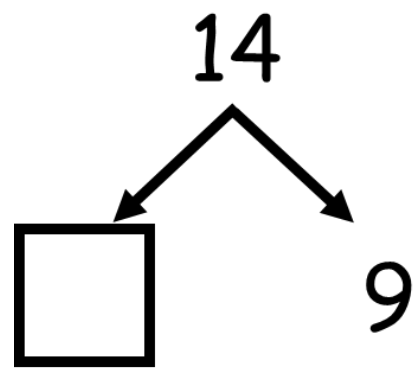
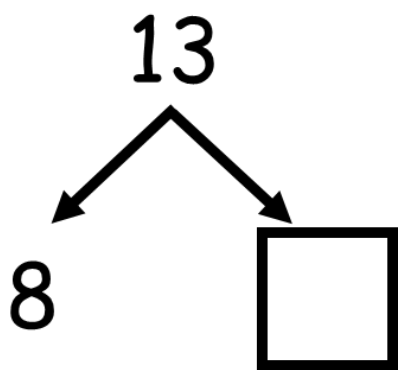
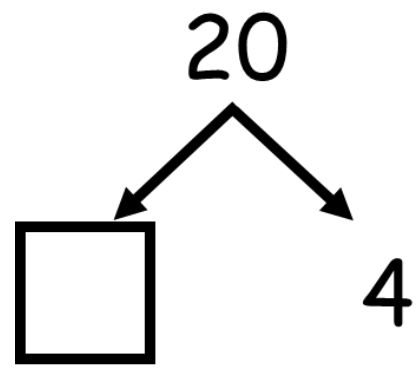
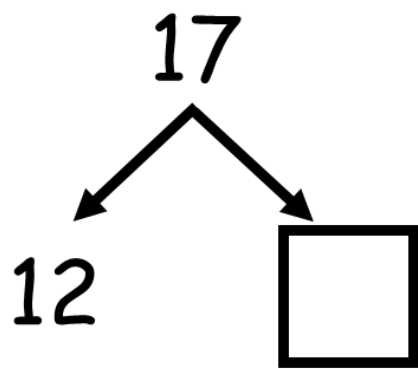
wie du kannst.

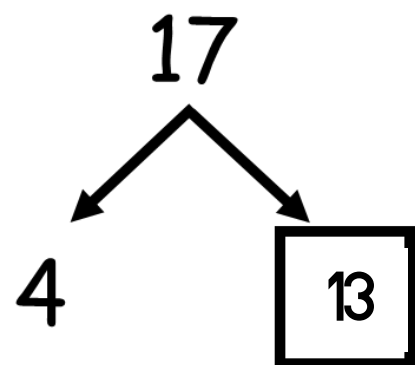
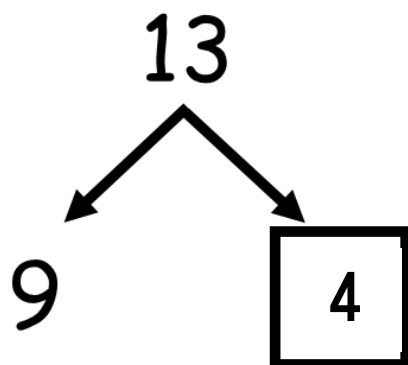
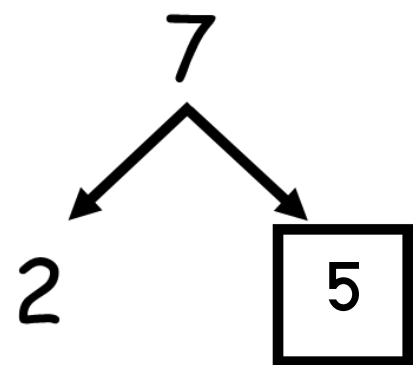
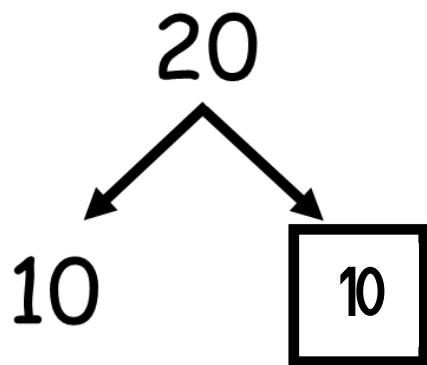
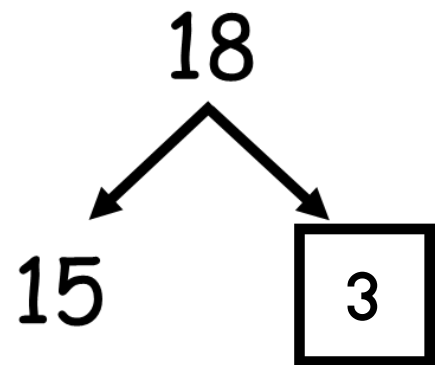
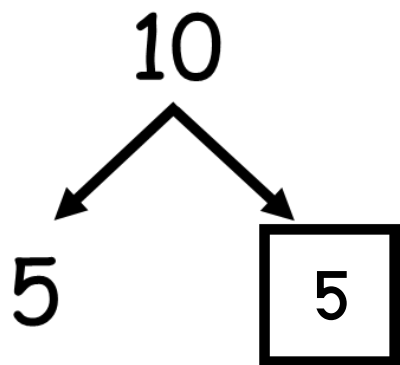
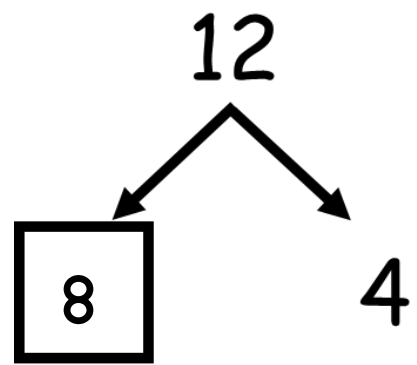
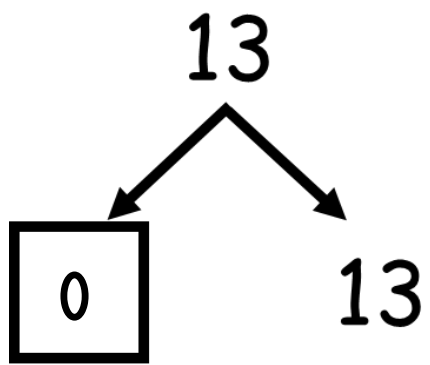
Du hast 5 Minuten Zeit.

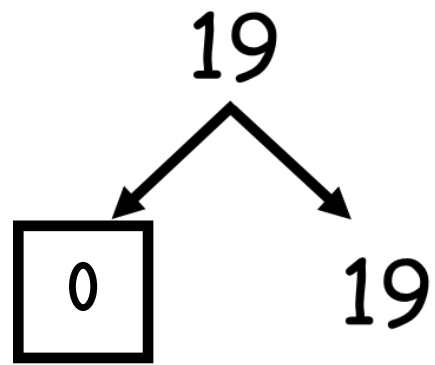
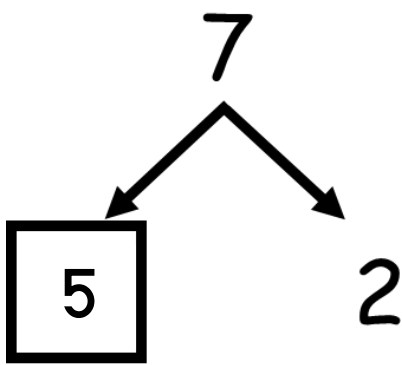
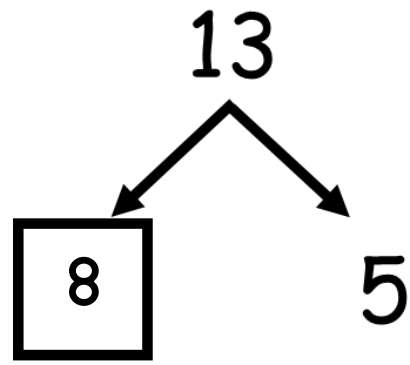
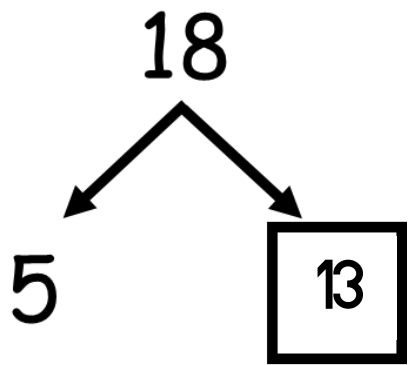
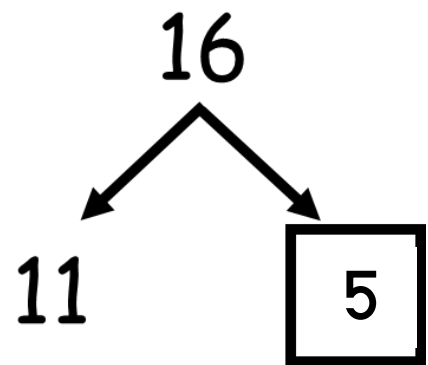
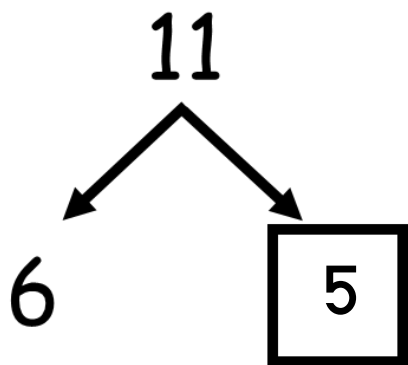
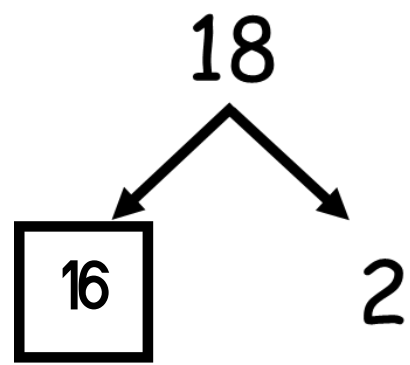
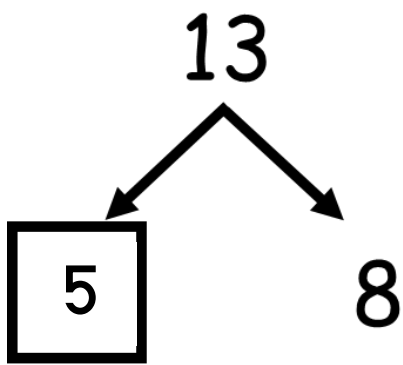


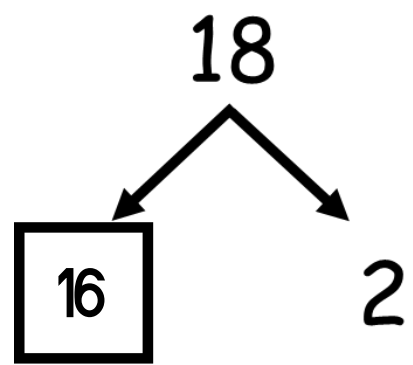
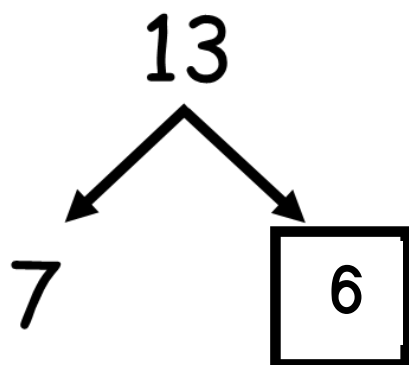
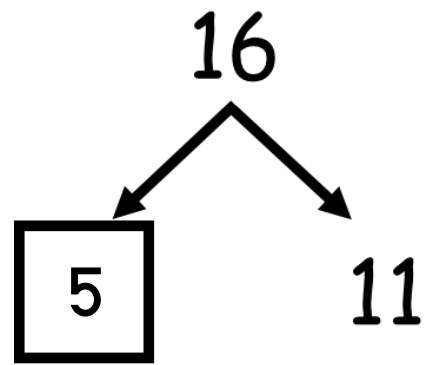
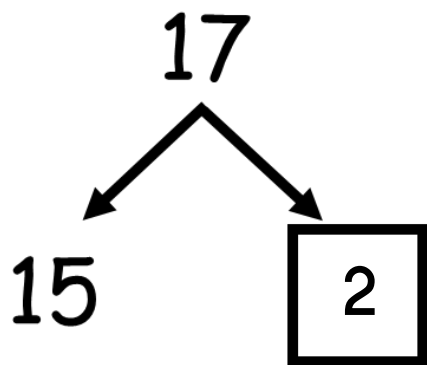
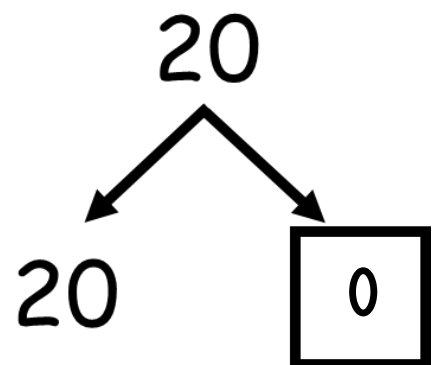
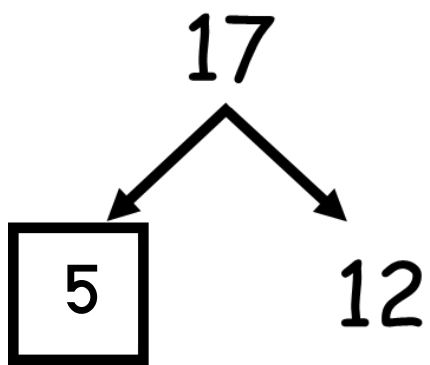
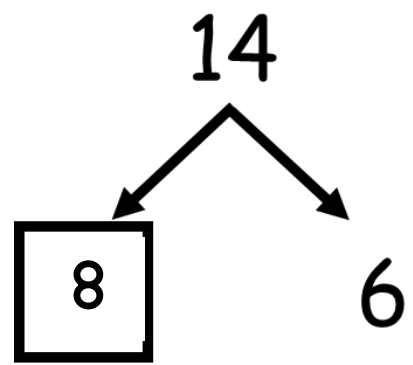
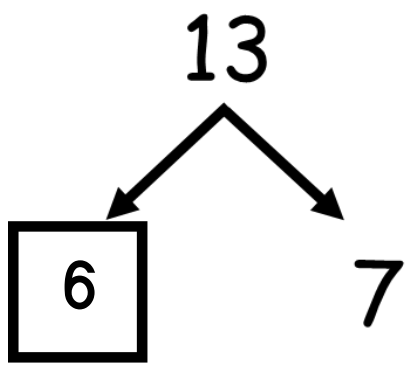


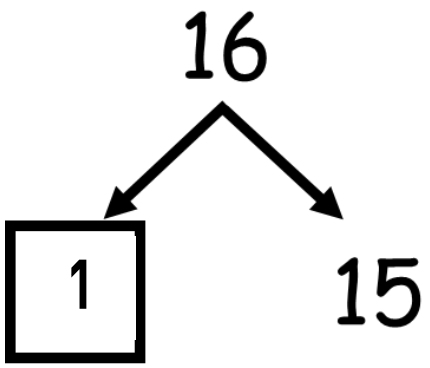
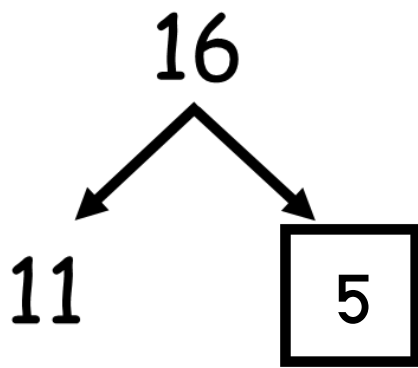
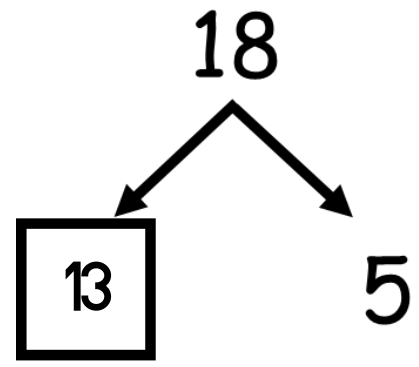
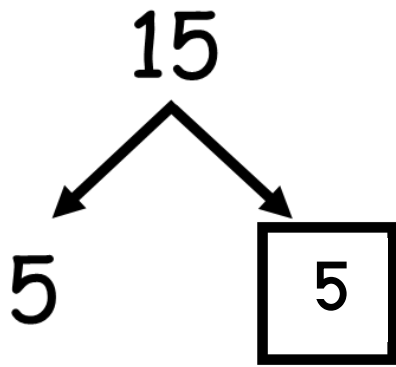
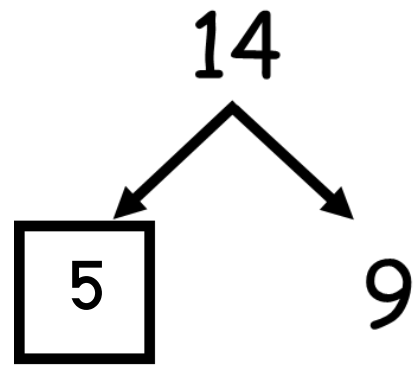
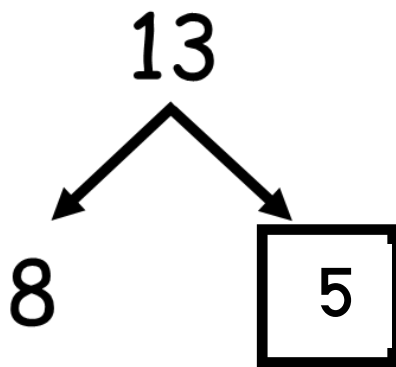
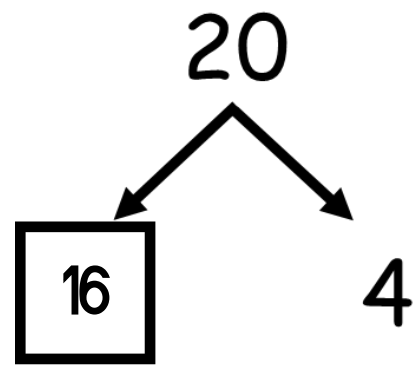
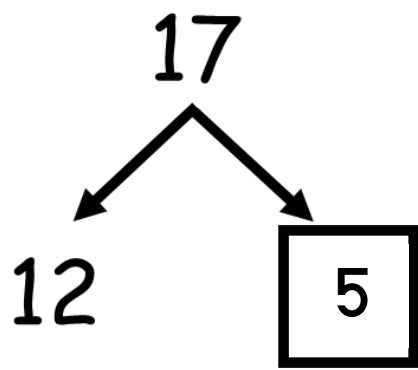








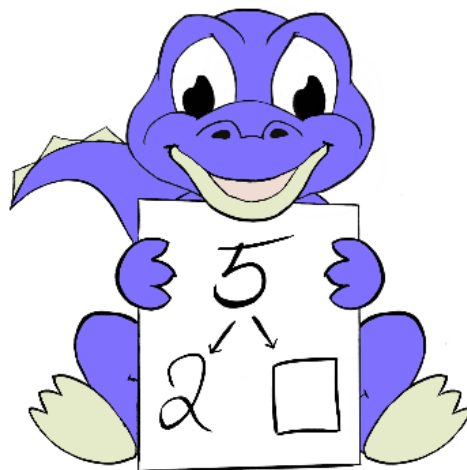




Zahlen zerlegen

(Zahlenraum 20)

Testversion 3



Löse so viele Aufgaben,

wie du kannst.

Du hast 5 Minuten Zeit.

