

# 8

## Wie sieht der aktuelle Mathematikunterricht in Deutschland aus? Befunde aus PISA 2022 und PISA-Ceco

Anja Schiepe-Tiska, Anna Heinle, Pia Todtenhöfer,  
Jörg-Henrik Heine, Frank Reinhold, Stefan Krauss,  
Doris Holzberger, Doris Lewalter & Kristina Reiss

Der Mathematikunterricht bietet Lerngelegenheiten, sich systematisch mit mathematischen Inhalten und Konzepten auseinanderzusetzen, die eigenen Kompetenzen zu erweitern sowie Freude und Interesse an Mathematik zu entwickeln. In Deutschland berichten die Fünfzehnjährigen, dass sie in ihrem Mathematikunterricht wenig Störungen erleben. Gleichzeitig fühlen sie sich im internationalen Vergleich und auch im Vergleich zu PISA 2012 wenig durch ihre Lehrkraft unterstützt. In Bezug auf fachspezifische Lernaktivitäten fühlen sich die Jugendlichen außerdem etwas weniger zum mathematischen Denken ermutigt, erfahren im Unterricht aber häufiger, dass Problemlösen und die Beschreibung einer Lösung gefordert werden. Damit ist offensichtlich eine wichtige Komponente der kognitiven Aktivierung Teil des Unterrichtsalltags in Deutschland. Gleichzeitig spielen nach wie vor schlichte Berechnungen und einfache Anwendungsaufgaben eine wesentliche Rolle. Ihre Häufigkeit liegt in Deutschland – genau wie in den ausgewählten Vergleichsstaaten – etwas höher als im internationalen Durchschnitt. Eine vertiefte Betrachtung von Unterrichtsmustern in Deutschland offenbart, dass der Mathematikunterricht größtenteils als durchschnittlich bis wenig unterstützend sowie moderat bis wenig aktivierend wahrgenommen wird. Ein Unterricht, der durchschnittlich unterstützend und aktivierend ist, geht am Gymnasium mit der höchsten Kompetenz einher. Bemühungen von Lehrkräften, die Facetten kognitiver Aktivierung vergleichsweise häufiger und gleichzeitig angemessen im Unterricht umzusetzen, scheinen für die Förderung mehrdimensionaler Bildungsziele fruchtbar zu sein, da sie mit einer höheren Freude und höheren instrumentellen Motivation der Schüler\*innen einhergehen. Eine vertiefte Beschreibung des aktuellen Mathematikunterrichtsangebots der neunten Jahrgangsstufe in Deutschland, abgebildet durch die Prüfungsaufgaben der PISA-Ceco-Mathematiklehrkräfte aus dem Schuljahr 2021/2022, zeigt, dass in Prüfungen eher enges fachliches Wissen und abgegrenzte Methoden gefordert werden. Das Kommunizieren und Reflektieren von Mathematik spielen eine untergeordnete Rolle. Im Grunde ist mit Bezug auf die in den Bildungsstandards formulierten Kompetenzen primär ein Lebensweltbezug umgesetzt, der mit Aufgaben zum mathematischen Modellieren verbunden ist. Damit einher geht ein eher geringes Potenzial der Prüfungsaufgaben zur Motivation für das Fach.

## 8.1 Einleitung

Mathematik ist in der Welt und im Alltag allgegenwärtig. Entsprechend sind mathematische Kenntnisse und Fertigkeiten fundamental, um sich in der Welt zurechtzufinden und sie mitzugestalten. Auch wenn es viele Hilfsmittel (vom schlichten Taschenrechner bis zu Werkzeugen auf Basis von Künstlicher Intelligenz) gibt, ist ein grundlegendes Verständnis von Mathematik notwendig, um diese Tools auch angemessen nutzen und die mit ihnen generierten Ergebnisse einschätzen und beurteilen zu können.

Eine systematische Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten und Konzepten erfolgt (fast) ausschließlich im Mathematikunterricht. Die Lehrkraft stellt Lerngelegenheiten bereit, die Jugendliche aufgreifen (können), um ihre Kompetenzen (weiter) zu entwickeln. Ein besonderes Kennzeichen des Mathematikunterrichts ist es, dass dieses Lernangebot zum Großteil aus Aufgaben mit unterschiedlichen Zielsetzungen besteht, deren Lösung von Schüler\*innen erarbeitet wird (Reiss & Hammer, 2021). Dabei spielen das den Aufgaben inhärente Potenzial (Heinle et al., 2022) und die Implementierung der Aufgaben in die Lernumgebungen durch die Lehrkräfte (Bardy et al., 2021; Hammer & Ufer, 2023) eine zentrale Rolle für die Unterrichtsgestaltung.

Ob und wie Schüler\*innen dieses Lernangebot wahrnehmen und nutzen, um ihr Potenzial erfolgreich umzusetzen, hängt von weiteren Faktoren ab, zum Beispiel dem Vorwissen, dem Interesse für Mathematik oder dem Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten. Dementsprechend führt derselbe Unterricht einer Lehrperson nicht automatisch bei allen Schüler\*innen zu den gleichen Lernergebnissen, denn die angebotenen Informationen werden von den Lernenden in unterschiedlicher Weise aufgegriffen und genutzt. Verständnisvolles Lernen ist ein aktiver individueller Konstruktionsprozess. Diese Idee von Unterricht als Lernangebot wird in sogenannten Angebots-Nutzungs-Modellen (z. B. Helmke, 2015; Seidel & Reiss, 2014; Vieluf et al., 2020) aufgegriffen. Dabei ist die Qualität des Lernangebots eine wichtige Voraussetzung, nicht nur für den Erwerb und die Weiterentwicklung mathematischer Kompetenz, sondern auch für das Erreichen motivational-affektiver Lernziele wie etwa Freude an Mathematik zu erleben oder sich selbst als kompetent in Bezug auf Mathematik einzuschätzen (Schiepe-Tiska et al., 2021).

Die PISA-Studie 2022 ermöglicht es, den Mathematikunterricht basierend auf Angaben einer repräsentativen Schülerschaft im internationalen Vergleich zu betrachten. Um darüber hinaus einen vertieften Einblick in den Mathematikunterricht in Deutschland zu erhalten, fand ergänzend zu PISA 2022 die nationale Begleitstudie PISA-Ceco statt (Classroom experience, characteristics, and outcome: multidimensional educational goals and the views of students and teachers). PISA-Ceco untersucht den alltäglichen Mathematik- und Naturwissenschaftsunterricht der Schüler\*innen und Lehrkräfte in Deutschland, die an PISA 2022 teilgenommen haben. Das zentrale Anliegen der Begleitstudie ist es, die Umsetzung und Gestaltung eines kompetenzorientierten Unterrichts in den mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern sowie seine Auswirkungen auf motivational-affektive Bildungsziele zu beschreiben. Im Rahmen von PISA-Ceco wurde ein Teil der Lehrkräfte gebeten, die im Laufe des Schuljahres 2021/2022 eingesetzt-

ten Klassenarbeiten einzureichen. Da Klassenarbeiten idealerweise den Stoff eines gewissen Unterrichtszeitraums repräsentativ abbilden sollten und somit auch die im Unterricht an die Klasse gestellten Erwartungen der Lehrkräfte widerspiegeln, ermöglicht die Analyse dieser Prüfungsaufgaben einen konkreten Einblick in das Unterrichtsangebot. In diesem Beitrag werden die Ergebnisse in Bezug auf die Mathematiklehrkräfte vorgestellt. Darüber hinaus wurden in einem Teil der an PISA 2022 teilnehmenden Schulen Unterrichtsbesuche in den neunten Klassen durchgeführt und die Lehrkräfte um Selbstauskünfte zu Aspekten ihrer professionellen Kompetenz, wie zum Beispiel gegenüber Kompetenzorientierung, Haltungen und Einstellungen, gebeten. Ergänzend bearbeiteten die Lehrkräfte Tests zu ihrem fachdidaktischen Wissen, die an die Professionswissentests der COACTIV-Studie (Kunter & Voss, 2011) beziehungsweise der FALKO-Studie (Krauss et al., 2017) angelehnt waren. Diese Ergebnisse werden Gegenstand weiterführender Publikationen sein.

Dieses Kapitel geht folgenden Fragen nach:

- Was macht einen qualitätvollen Mathematikunterricht aus und welche Ergebnisse bietet der aktuelle Stand der empirischen Unterrichtsforschung (Abschnitt 2 und 3)?
- Wie wird Unterrichtsqualität in Mathematik im Rahmen von PISA 2022 und PISA-Ceco erfasst (Abschnitt 4)?
- Wie wird die Unterrichtsqualität in Mathematik von Schüler\*innen und Lehrkräften in Deutschland im Vergleich zu ausgewählten OECD-Staaten wahrgenommen (Abschnitt 5.1.1)?
- Welche schulartspezifischen Unterschiede gibt es in der Wahrnehmung des Mathematikunterrichts von Schüler\*innen in Deutschland (Abschnitt 5.1.2)?
- Inwieweit hat sich die Wahrnehmung des Mathematikunterrichts zwischen PISA 2012 und PISA 2022 im internationalen Vergleich verändert (Abschnitt 5.1.3)?
- Welche Muster des Mathematikunterrichts lassen sich in Deutschland identifizieren und wie hängen diese mit mehrdimensionalen Lernergebnissen wie mathematische Kompetenz beziehungsweise Freude und Interesse an Mathematik zusammen (Abschnitt 5.1.4)?
- Wie sieht das Unterrichtsangebot der Mathematiklehrkräfte aus? Inwieweit orientieren sich die Prüfungsaufgaben an den geltenden Bildungsstandards (Abschnitt 5.2)?
- Inwieweit bieten die Prüfungsaufgaben das Potenzial zur Motivation und zur kognitiven Aktivierung (Abschnitt 5.2)?
- Welche Schlussfolgerungen über den Mathematikunterricht in Deutschland kann man aus PISA 2022 und PISA-Ceco abschließend ziehen (Abschnitt 6)?

## 8.2 Kompetenzorientierung im Mathematikunterricht

Der Mathematikunterricht zielt auf den Erwerb von Kompetenzen. Nach Weinert versteht man darunter „die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können“ (Weinert, 2002, S. 27f.). Dieses Kompetenzverständnis bildete die Grundlage für die Entwicklung nationaler Bildungsstandards in Deutschland – sowie parallel dazu die erste Rahmenkonzeption für mathematische Kompetenz in PISA (siehe Kapitel 2). Angestoßen durch das wenig befriedigende Abschneiden der Jugendlichen in Deutschland in internationalen Schulleistungstudien (Baumert et al., 2000; Deutsches PISA-Konsortium, 2001) wurden diese entwickelt, um festzulegen, welche Kompetenzen Kinder und Jugendliche am Ende eines bestimmten Bildungsabschnittes erworben haben sollen. Die Einführung der Bildungsstandards (KMK, 2002) stieß im deutschen Schulsystem einen Perspektivwechsel an. Danach sollte der Unterricht weniger an den Inhalten (Input), sondern stärker an den Lernergebnissen (Output) orientiert sein. In der Folge wurden die Lehrpläne für Mathematik in den Bundesländern überarbeitet und die Kompetenzorientierung fand Eingang in den Mathematikunterricht der Schulen in Deutschland. Diese angestrebte neue Unterrichtskultur hatte zum Ziel, verbindlich festzulegen, welche Kompetenzen in der Schule erworben werden sollen, und zugleich Freiräume für die Unterrichtsgestaltung und Vermittlung dieser Kompetenzen zu schaffen (KMK, 2010).

Für das Fach Mathematik wurden Bildungsstandards für die Primarstufe (KMK, 2004a), den Ersten und Mittleren Schulabschluss (KMK, 2003, 2004b) sowie die Allgemeine Hochschulreife (KMK, 2012) formuliert. Diese Entwicklung verlief weitestgehend parallel zu den im Rahmen von PISA formulierten Teilkompetenzen (siehe Kapitel 2). Die für die Teilnehmer\*innen an PISA 2022 gültigen Bildungsstandards umfassten sechs Kompetenzen: (1) mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (= *Fachkenntnisse*), (2) mathematische Darstellungen verwenden, (3) mathematisch modellieren und (4) Probleme mathematisch lösen (= *Fachmethoden*), (5) mathematisch argumentieren und (6) kommunizieren (= *Kommunikation*) sowie Teilkompetenzen aus den genannten sechs Kompetenzen, die im Wesentlichen als Kompetenzbereich *Reflexion* zusammengefasst werden können. Für den Primarbereich sowie den Ersten und Mittleren Schulabschluss wurden die Bildungsstandards mittlerweile weiterentwickelt (KMK, 2022a, b). In den überarbeiteten Bildungsstandards wurden leichte begriffliche Änderungen vorgenommen und die Liste um eine siebte Kompetenz zum mathematischen Arbeiten mit Medien erweitert (KMK, 2022b).

Die mathematikbezogenen Bildungsstandards sind primär fachorientiert formuliert, die Kompetenzen können aber um die Perspektive motivationaler Lernergebnisse und Einstellungen erweitert werden (Schiepe-Tiska et al., 2021). Das Erreichen dieser mehrdimensionalen Bildungsziele ist gerade am Ende der Pflichtschulzeit von großer

Bedeutung, da Jugendliche in dieser wichtigen Phase der Identitätsbildung klare Vorstellungen von der eigenen Person entwickeln, sich beruflich orientieren und ihre Beziehung zu anderen Personen und der Welt im Allgemeinen klären (Aktionsrat Bildung, 2015). Im Unterricht stellt die Berücksichtigung mehrdimensionaler Bildungsziele eine der zentralen Herausforderungen dar, da sich unterschiedliche Lernziele gegenseitig beeinflussen oder sogar zueinander in Konkurrenz stehen können. Die Umstellung auf kompetenzorientierte Lehrpläne ermöglicht eine klarere Fokussierung auf mehrdimensionale Bildungsziele und kann dabei unterstützen, diese stärker in den Fokus der professionellen Wahrnehmung von Lehrkräften zu rücken (KMK, 2010). Daher stellt sich die Frage, inwieweit mehrdimensionale Bildungsziele von Lehrkräften und Schüler\*innen als präsent im Mathematikunterricht in Deutschland angesehen werden und für die Lehrkräfte handlungsleitend sind.

### 8.3 Was macht qualitätvollen Mathematikunterricht aus?

Aktuelle Konzepte der Unterrichtsqualitätsforschung betrachten das Unterrichtsgeschehen als eine Orchestrierung einer Vielzahl unterschiedlicher Merkmale, die für den Lernprozess von Schüler\*innen entscheidend sind (Hattie, 2009; Klieme et al., 2008; Seidel & Shavelson, 2007). In der PISA-Studie wird die Betrachtung von Unterricht in Modelle der internationalen Schuleffektivitätsforschung, die sogenannten Kontext-Input-Prozess-Ergebnismodelle, eingeordnet (OECD, 2016). Das Grundmodell unterscheidet entsprechend zwischen Ausgangs-, Prozess-, Kontext- und Ergebnismerkmalen. Unterricht als Prozessmerkmal wird dabei als inhaltsbezogene Interaktion zwischen Lehrenden und Lernenden betrachtet. PISA folgt damit einem Verständnis von Unterricht, wie es auch in der europäischen Unterrichtsforschungstradition verankert ist (Eickelmann et al., 2017; Klieme, 2013; Krauss et al., 2020; Oelkers & Reusser, 2008; Scheerens, 2004). Dabei steht vor allem im deutschsprachigen Raum das Framework der drei Basisdimensionen Klassenführung, konstruktive Unterstützung und kognitive Aktivierung im Mittelpunkt der Betrachtung (z. B. Klieme et al., 2009; Praetorius et al., 2018), welches im Rahmen der ersten TIMS-Studie entwickelt wurde (Klieme et al., 2001). Diese Basisdimensionen beschreiben die Qualität der Interaktion zwischen den Lernenden und der Lehrkraft sowie zwischen den Lernenden und dem Lerninhalt (vgl. auch Klieme, 2006; Kunter & Trautwein, 2013). Das Besondere an den Basisdimensionen ist, dass sie im Vergleich zu anderen Zusammenstellungen von Unterrichtsmerkmalen sowohl eine theoretische Basis haben (u. a. Kounin, 1970; Ryan & Deci, 2000; Aebli, 2001) als auch empirische Befunde ihre Effektivität belegen (für einen Überblick siehe Praetorius et al., 2018). Ähnliche Dimensionen wurden auch in der internationalen Forschung, etwa im Rahmen unterschiedlicher Klassenbeobachtungsprotokolle, berücksichtigt (z. B. Pianta & Hamre, 2009; Van de Grift, 2007). Aus diesem Grund nehmen internationale Schulleistungsstudien wie PISA seit einigen Zyklen Bezug auf die drei Basisdimensionen des Unterrichts (Klieme & Kuger, 2016).

### *Basisdimensionen der Unterrichtsqualität*

Die Dimension *Klassenführung* umfasst Unterrichtsstrategien der Lehrkraft, die eine effektive Zeitnutzung während des Unterrichts ermöglichen (Kunter et al., 2007). Im Rahmen von PISA wird vorwiegend die Disziplin im Klassenzimmer als Merkmal für eine erfolgreiche Klassenführung betrachtet (Kuger et al., 2017). In PISA 2012 wurde der Mathematikunterricht in Deutschland von etwa zwei Dritteln der Lernenden als eher störungsarm empfunden (Schiepe-Tiska et al., 2013). Damit lag die wahrgenommene Disziplin im Mittel der OECD-Staaten, sie hatte sich seit PISA 2003 allerdings etwas verschlechtert (vgl. OECD, 2013).

*Konstruktive Unterstützung* beschreibt die Qualität der sozialen Interaktionen und Beziehungen zwischen Lehrkraft und Lernenden im Unterricht (z. B. Clausen, 2002) sowie eine individuelle Unterstützung des Lernprozesses (Klieme et al., 2009). Konstruktive Unterstützung kann vor allem zur Motivation und zum Interesse von Schüler\*innen beitragen (z. B. Fauth et al., 2014). Die Ergebnisse von PISA 2012 zeigten allerdings, dass ein nennenswerter Anteil der Jugendlichen keine ausreichende Unterstützung durch die Lehrperson erfuhr. Mehr als ein Drittel der Fünfzehnjährigen in Deutschland gab an, sich nur in geringem Maße von ihrer Lehrkraft im Mathematikunterricht unterstützt zu fühlen. Damit lag das Empfinden im internationalen Vergleich unterhalb des OECD-Durchschnitts (Schiepe-Tiska et al., 2013).

Während die Facetten Klassenführung sowie konstruktive Unterstützung grundlegende, fachübergreifende Bedingungen für einen effektiven Unterricht darstellen, fokussiert die Dimension *kognitive Aktivierung* die direkte Unterstützung des Lernprozesses (Charalambous & Praetorius, 2020). Kognitive Aktivierung wird allgemein als Anregung eines tieferen Verständnisses von Inhalten definiert, das fachlich gehaltvolles Lernen ermöglicht (Blum et al., 2006). Lernende sind dann kognitiv aktiviert, wenn sie gedankliche Verbindungen zwischen Fakten, Prozeduren und Ideen herstellen können (Klieme et al., 2009). Dies kann nicht nur einen positiven Einfluss auf die Schüler\*innenleistung (Baumert et al., 2010; Lipowsky et al., 2009), sondern auch auf motivational-affektive Lernergebnisse haben (Schiepe-Tiska et al., 2016).

Im Unterricht gibt es verschiedene Möglichkeiten, die Verarbeitung und den Abruf von Informationen zu fördern sowie kognitive Prozesse zu stimulieren und damit das Potenzial zur kognitiven Aktivierung von Lernenden bereitzustellen (Helmke, 2009). Dabei können sich die Möglichkeiten in Abhängigkeit vom jeweiligen Unterrichtsfach und -inhalt unterscheiden (Praetorius & Gräsel, 2021; Schlesinger & Jentsch, 2016). Empirische Untersuchungen belegen, dass das Potenzial zur kognitiven Aktivierung nicht nur von Fach zu Fach, sondern auch stark zwischen den Unterrichtsstunden einer Klasse und einer Lehrkraft variieren kann (Praetorius et al., 2014). Zudem zeigen Studien, dass insbesondere fachliche Aspekte kognitiver Aktivierung lernwirksam sind (z. B. Förtsch et al., 2016; Seidel & Shavelson, 2007). Folglich wird das Unterrichtsmerkmal in der Regel als fachspezifische Basisdimension beschrieben.

Kognitive Aktivierung kann im Rahmen des Mathematikunterrichts potenziell durch anspruchsvolle, problemorientierte Aufgaben gefördert werden. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, dass Lehrkräfte neue Inhalte mit dem Vorwissen der Schüler\*innen verknüpfen und die Lernenden dazu anzuregen, ihre Gedanken, Konzepte und Lösungswege zu erklären und zu begründen (Lipowsky et al., 2009). Darüber hinaus kann die Förderung von diskursivem, ko-konstruktivem Lernen sowie Metakognition den Schüler\*innen helfen, ein konzeptionelles Verständnis von Lerninhalten zu entwickeln (Hiebert & Grouws, 2007; Klieme et al., 2009; Taut & Rakoczy, 2016).

Die bisherige Forschung weist darauf hin, dass Merkmale kognitiver Aktivierung im Unterricht oftmals nicht im gewünschten Ausmaß auftreten (u. a. Clausen, 2002; Jordan et al., 2008; Praetorius et al., 2014). Im Rahmen der internationalen TALIS-Videostudie zeigten die Untersuchungen sowohl auf internationaler als auch nationaler Ebene eine niedrige Ausprägung von kognitiver Aktivierung, obgleich große Variationen in Bezug auf einzelne Facetten auftraten (OECD, 2020). So konnte in deutschen Mathematikstunden relativ häufig beobachtet werden, dass Lehrkräfte Schüler\*innen dazu anregen, ihre Denkweisen zu begründen. Im Mittel wurden Jugendliche dagegen etwas seltener mit kognitiv anspruchsvollen Inhalten konfrontiert, also mit Problemstellungen, die analytisches, evaluatives oder kreatives Denken erforderten. Am seltensten zeichnete sich ab, dass Jugendliche dazu angeregt wurden, explizite Verknüpfungen zwischen verschiedenen Konzepten der Mathematik herzustellen (Grünkorn et al., 2020).

### *Unterrichtsinhalte*

Neben Qualitätsmerkmalen ist das Kernstück des Unterrichts der Inhalt, also die Lerngegenstände. Diese sind ebenfalls fachspezifisch und werden in PISA 2022 durch die Hauptdomäne Mathematik festgelegt. Die Untersuchung der Skala *Vertrautheit mit mathematischen Begriffen* in PISA 2012 zeigte, dass die entsprechenden Begriffe in Deutschland erwartungsgemäß – abhängig von der systematischen Behandlung im Unterricht – vermittelt wurden. So gaben 79.9 Prozent der Lernenden an, den Lerngegenstand „Wurzeln“, welcher üblicherweise zu Beginn der neunten Jahrgangsstufe behandelt wird, zu kennen. Dagegen gaben 33.4 Prozent der Fünfzehnjährigen an, den Begriff „komplexe Zahl“, der kaum mehr Bestandteil schulischer Curricula war, noch nie gehört zu haben (Schiepe-Tiska et al., 2013).

Um sich im Mathematikunterricht intensiver mit Unterrichtsinhalten zu beschäftigen, setzen Lehrkräfte Aufgaben ein (Hill & Charalambous, 2012; Reiss & Hammer, 2021). Der Einsatz und die Bearbeitung von Aufgaben nimmt etwa 80 Prozent der Unterrichtszeit ein (Neubrand, 2002) und bestimmt damit fast vollständig den Verlauf des Mathematikunterrichts (Kuger et al., 2017). Im Rahmen von PISA 2012 wurde die Häufigkeit von innermathematischen Aufgaben aus der klassischen Schulalgebra ohne Anwendungsbezug sowie Aufgaben mit stärkerem Anwendungsbezug untersucht. Dabei wurde deutlich, dass rein innermathematische Aufgaben ohne Anwendungsbezug im

Mathematikunterricht in Deutschland eine deutlich größere Rolle spielten als Aufgaben mit stärkerem Anwendungsbezug (Schiepe-Tiska et al., 2013).

Die Analyse von konkreten Aufgabenstellungen hat in der Mathematikdidaktik eine lange Tradition (z.B. Neubrand, 2002; Schmidt et al., 2001) und eignet sich auch für die Untersuchung von Unterrichtsqualitätsmerkmalen (z.B. Martínez et al., 2012; Matsumura et al., 2002). So zeigte die COACTIV-Studie aus dem Jahr 2003 ein insgesamt sehr niedriges Potenzial zur kognitiven Aktivierung der eingesetzten Unterrichts- und Prüfungsaufgaben sowie Hausaufgaben im deutschen Mathematikunterricht (Jordan et al., 2008). Ein differenzierterer Blick in die aktuellere TALIS-Videostudie belegt, dass in knapp der Hälfte der Unterrichtsaufgaben innermathematisches Problemlösen gefordert wird. Ähnlich häufig fanden sich in den Unterrichtsmaterialien Aufforderungen, das eigene Vorgehen beim Bearbeiten zu erläutern beziehungsweise zu begründen. In nur jeder siebten Stunde umfassten die Aufgaben allerdings Hinweise dazu, unterschiedliche Lösungswege auszuprobieren (Grünkorn et al., 2020; Herbert & Schweig, 2021).

Der Einsatz von Aufgaben stellt außerdem eine Möglichkeit dar, die Lernmotivation im Unterricht anzuregen. Obwohl unter anderem PISA 2012 zeigen konnte, dass Jugendliche in Deutschland wenig Freude, Interesse und Motivation im Mathematikunterricht erleben (Schiepe-Tiska & Schmidtner, 2013), wurde die Betrachtung des Motivationspotenzials von Aufgaben in der Forschung bislang nur randständig behandelt (Beispielstudien Leuders et al., 2011; Schukajlow et al., 2012). Eine Untersuchung aktueller Mathematikschulbücher fand in etwa der Hälfte der Aufgaben eine Einbettung in die Lebenswelt der Jugendlichen. Ein Potenzial zur inneren Differenzierung sowie zur Autonomie- und Kompetenzunterstützung oder sozialen Einbindung ließ sich in nur sehr wenigen Aufgaben finden (Heinle et al., 2022).

## 8.4 Die Erfassung der Unterrichtsqualität in PISA 2022 und PISA-Ceco

### 8.4.1 Chancen und methodische Herausforderungen der Betrachtung von Unterricht in PISA 2022

Eine der großen Chancen der PISA-Studie ist es, den Mathematikunterricht in Deutschland anhand der oben beschriebenen Unterrichtsqualitätsmerkmale auf der Basis einer repräsentativen Stichprobe zu beschreiben und diesen mit dem Mathematikunterricht in anderen Staaten zu vergleichen. Bei einem internationalen Vergleich ist allerdings zu beachten, dass die Unterrichtswahrnehmung immer vom Kontext, in dem sich die Lernenden bewegen, abhängt. Entsprechend können Unterschiede zwischen den Vergleichsstaaten, zum Beispiel aufgrund des wöchentlichen Umfangs des Fachunterrichts, unterschiedlicher Schularten oder des kulturellen Hintergrunds, auftreten. Deshalb erfolgt in diesem Beitrag eine genauere Analyse im internationalen Vergleich nur auf der Basis

ausgewählter europäischer Staaten, die einem ähnlichen Kulturraum wie Deutschland angehören. Zu diesen gehören die Niederlande, die Schweiz und Finnland, die bereits in PISA 2012 zum Vergleich herangezogen wurden (Schiepe-Tiska et al., 2013).

Zudem gilt zu berücksichtigen, dass PISA Fünfzehnjährige im internationalen Vergleich untersucht. Die Fünfzehnjährigen befinden sich in unterschiedlichen Klassen und zum Teil auch in unterschiedlichen Jahrgangsstufen. Deshalb können die individuellen Wahrnehmungen der Schüler\*innen nicht auf Klassenebene aggregiert werden. Wenger et al. (2018) untersuchten, inwieweit die Aggregation der von den Schüler\*innen eingeschätzten Unterrichtsmerkmale auf Schulebene gerechtfertigt ist, und kommen zu dem Schluss, dass sich die auf Schulebene gemittelten Schüler\*innenurteile zur Unterrichtsqualität systematisch zwischen den Schulen unterscheiden, wenn auch in unterschiedlichem Ausmaß. Das ist ein Grund, warum seit einigen PISA-Erhebungsrunden in Deutschland national zusätzlich eine klassenbasierte Stichprobe erhoben wird. Das sind je nach Zyklus entweder zwei vollständige neunte Klassen – wie auch im Rahmen von PISA-Ceco – oder eine zufällige Anzahl von (mind. 15) Lernenden aus ein bis zwei neunten Klassen. Da der Mathematikunterricht in diesem Beitrag international eingeordnet wird, werden klassenbasierte Analysen in weiterführenden Beiträgen fokussiert (vgl. Schiepe-Tiska et al., 2016, zur klassenbasierten Analyse des Mathematikunterrichts in PISA 2012).

Da nach PISA 2003 und 2012 Mathematik in PISA 2022 zum dritten Mal als Hauptdomäne im Mittelpunkt der Betrachtung steht, können darüber hinaus Veränderungen in der Wahrnehmung des Mathematikunterrichts in Deutschland beschrieben werden. Insgesamt ist anzumerken, dass die Erfassung von Unterrichtsmerkmalen in PISA ausschließlich auf der Wahrnehmung der Schüler\*innen und/oder ihrer Lehrkräfte basiert. Ergänzende objektive Erfassungsmethoden wie Unterrichtsbeobachtungen (oder Videoaufnahmen) sowie Untersuchungen des Lernangebots kommen nicht zum Einsatz. Um die Vorteile der PISA-Studie zu nutzen und gleichzeitig einen tieferen Einblick in die didaktische Qualität des Unterrichts zu erhalten, greift die Begleitstudie PISA-Ceco einige der genannten Einschränkungen auf und erfasst den Unterricht mithilfe von Schüler\*innen- und Lehrkräftebefragungen, mit Unterrichtsbesuchen sowie Analysen von eingesetzten Unterrichts- und Prüfungsaufgaben.

Schließlich ermöglicht PISA, Qualitätsmerkmale des Mathematikunterrichts im Zusammenhang mit dem Erreichen mehrdimensionaler Bildungsziele zu betrachten (Schiepe-Tiska et al., 2016, 2021). Hierbei ist zu beachten, dass PISA einerseits Unterrichtsmerkmale als Momentaufnahme des im laufenden Schuljahr erlebten Unterrichts und andererseits aus mehrjährigen Lernprozessen kumulierte Bildungsergebnisse erfasst. Hohe Mathematikkompetenzwerte oder Freude und Interesse der Lernenden an Mathematik entwickeln sich nicht nur durch den Unterricht eines Schuljahres, sondern bündeln sich aus mehreren vorherigen Schuljahren. PISA-Ceco ergänzt diese Perspektive, da zusätzlich der Unterricht anhand von Prüfungsaufgaben eines Schuljahres der neunten Klassen beschrieben sowie spezifische Informationen in Bezug auf eine konkrete Unterrichtsstunde erhoben wurden.

Aufgrund der in PISA nur begrenzt zur Verfügung stehenden Erhebungszeit können nur wenige Unterrichtsmerkmale für die Erfassung ausgewählt werden. Somit können auch nur für diese Merkmale Schlussfolgerungen über die Zusammenhänge mit dem Erreichen unterschiedlicher Lernergebnisse gezogen werden.

## 8.4.2 Die Erfassung des Mathematikunterrichts in PISA und PISA-Ceco

Die Merkmale des Mathematikunterrichts werden vor allem aus der Sicht der Schüler\*innen (= wahrgenommenes Unterrichtsangebot) erfasst (zum Fragebogendesign siehe Online-Kapitel 12). Ergänzend dazu wurden ausgewählte Unterrichtsmerkmale aus der Sicht der Lehrkräfte (= intendiertes Unterrichtsangebot) erhoben.

### 8.4.2.1 Eingesetzte Skalen in PISA 2022

Eine Übersicht über die für diesen Beitrag verwendeten Skalen sowie dazugehörige Beispielitems zeigt die Tabelle 8.1. Zusätzlich sind die Anzahl der Items pro Skala, die Reliabilitäten und die Antwortkategorien pro Skala abgebildet. Mit Werten zwischen .79 und .93 für Cronbachs Alpha liegen die Reliabilitäten für alle Skalen im akzeptablen Bereich. Die Skalenwerte, die Gegenstand der folgenden Analysen sein werden, sind sogenannte WLE-Schätzer („Weighted Likelihood Estimates“). Es handelt sich also um Werte, die auf der Basis von psychometrischen Modellen der Item-Response-Theorie geschätzt wurden (siehe Online-Kapitel 12).

Die Skalen *Disziplin im Klassenzimmer*, *Unterstützung durch die Lehrkraft* sowie die Skalen zur kognitiven Aktivierung können als Voraussetzung für qualitätsvollen Unterricht angesehen werden. Kognitive Aktivierung wird mithilfe der Facetten *Mathematisches Argumentieren* und *Ermutigung zum mathematischen Denken* aus Sicht der Schüler\*innen und der Lehrkräfte erfasst. Während *Mathematisches Argumentieren* das Lösen mathematischer Probleme und die Erklärung beziehungsweise Begründung beinhaltet, beschreibt die Skala *Ermutigung zum mathematischen Denken* die Bestrebungen der Lehrkraft, den Schüler\*innen nahezubringen, wie man zum Beispiel mit mathematischer Logik neue Situationen angehen kann. Wie häufig Schüler\*innen bestimmte mathematische Inhalte im Unterricht begegnen und wie häufig bestimmte Typen von Aufgaben im Mathematikunterricht vorkommen, zeigen die Skalen *Vertrautheit mit mathematischen Inhalten* und *Häufigkeit innermathematischer und einfacher Anwendungsaufgaben*. Die Skala *Mathematische Kompetenzen im Kontext der Herausforderungen des 21. Jahrhunderts* erfasst, wie häufig aus der Sicht der Fünfzehnjährigen Aufgaben eingesetzt werden, die mathematische Kompetenzen erfordern, um den Herausforderungen des 21. Jahrhunderts zu begegnen.

Tabelle 8.1: Skalen der Unterrichtsmerkmale bei PISA 2022 mit Beispielitems

Unterrichtsmerkmal	Anzahl der Items	Reliabilität *	Antwortkategorien	Beispielitem
Disziplin im Klassenzimmer	7	.89	vierstufig „In jeder Stunde“ bis „Nie oder fast nie“	Die Lehrkraft muss lange warten, bis die Schülerinnen und Schüler ruhig werden.
Unterstützung durch die Lehrkraft	4	.88	vierstufig „In jeder Stunde“ bis „Nie oder fast nie“	Die Lehrkraft erklärt etwas so lange, bis es die Schülerinnen und Schüler verstanden haben.
Kognitive Aktivierung: Mathematisches Argumentieren <sup>1</sup>	9	.88	fünfstufig „Nie oder fast nie“ bis „In jeder oder fast jeder Stunde“	Die Lehrkraft forderte uns auf, zu erklären, wie wir ein mathematisches Problem gelöst haben.
Kognitive Aktivierung: Ermutigung zum mathematischen Denken <sup>1</sup>	9	.93	fünfstufig „Nie oder fast nie“ bis „In jeder oder fast jeder Stunde“	Die Lehrkraft brachte uns bei, wie wir mit mathematischer Logik neue Situationen angehen können.
Vertrautheit mit mathematischen Inhalten	12	.81	fünfstufig „Noch nie davon gehört“ bis „Kenne ich gut und verstehe das Konzept“	Satz des Pythagoras.
Häufigkeit inner-mathematischer und einfacher Anwendungsaufgaben	9	.79	vierstufig „Häufig“ bis „Nie“	Ausrechnen, um wie viel teurer ein Computer wird, wenn man die Mehrwertsteuer drauf schlägt.
Mathematische Kompetenzen im Kontext der Herausforderungen des 21. Jahrhunderts <sup>1</sup>	10	.84	vierstufig „Häufig“ bis „Nie“	Mathematische Lösungen im Kontext eines Alltagsproblems interpretieren.

<sup>1</sup> Diese Skalen wurden sowohl aus der Schüler\*innen- als auch aus der Lehrer\*innenperspektive erhoben.

\* Die Reliabilität entspricht Cronbachs Alpha. Dieser Wert wurde auf der Basis der deutschen Stichprobe ermittelt.

### 8.4.2.2 Aufgabenmerkmale in PISA-Ceco

Im Rahmen von PISA-Ceco wurden  $N = 1.484$  Prüfungsanalyseeinheiten<sup>1</sup> (bestehend aus  $n_{\text{Gymnasium}} = 880$  Analyseeinheiten,  $n_{\text{nicht gymnasiale Schularten}} = 604$  Analyseeinheiten) aus dem Mathematikunterricht des Schuljahres 2021/2022 analysiert. Tabelle 8.2 zeigt, nach welchen Kategorien der drei Dimensionen (1) Orientierung an den Kompetenzbereichen der Bildungsstandards, (2) motivationales Potenzial sowie (3) Potenzial zur kognitiven Aktivierung die Prüfungsaufgaben differenziert nach Schularten analysiert wurden.

Die erste Dimension untersucht, inwieweit sich die Arbeitsaufträge der Prüfungen an den Kompetenzbereichen der zum Zeitpunkt der Erhebung gültigen Bildungsstandards der Mathematik, *Fachkenntnisse*, *Fachmethoden*, *Kommunikation* und *Reflexion*, orientieren.

Im Rahmen der zweiten Dimension wurden die Prüfungsaufgaben in Hinblick auf ihr Potenzial zur Förderung der Lernmotivation analysiert. Dafür wurden im Rahmen

<sup>1</sup> Jede Teilaufgabe einer Prüfung (d.h. einer Klassenarbeit) mit einem eigenständigen Arbeitsauftrag wurde als einzelne Analyseeinheit behandelt.

Tabelle 8.2: Dimensionen zur Beschreibung des Unterrichtsangebots im Rahmen von PISA-Ceco

Dimensionen	Anzahl der Kategorien	Antwortkategorien	Übereinstimmungswerte	
			%	Gwet AC 1 <sup>2</sup>
<i>Kompetenzbereiche</i>	4			
Fachkenntnisse		0 vs. 1 <sup>1</sup>	98.90	0.99
Fachmethoden		0 vs. 1 <sup>1</sup>	92.20	0.90
Kommunikation		0 vs. 1 <sup>1</sup>	90.80	0.88
Reflexion		0 vs. 1 <sup>1</sup>	98.70	0.99
<i>Motivationales Potenzial</i>	5			
Innere Differenzierung		0 vs. 1 <sup>1</sup>	98.00–100	0.98–1
Lebensweltbezug		0 vs. 1 <sup>1</sup>	93.50–99.50	0.89–1
Soziale Eingebundenheit		0 vs. 1 <sup>1</sup>	100	1
Kompetenzunterstützung		0 vs. 1 <sup>1</sup>	98.80–100	0.99–1
Autonomieunterstützung		0 vs. 1 <sup>1</sup>	99.40–100	0.99–1
<i>Potenzial zur kognitiven Aktivierung</i>	7			
Offenheit		0 vs. 1 <sup>1</sup>	96.20–98.70	0.95–0.99
Innermathematisches Problemlösen		0 vs. 1 <sup>1</sup>	93.00	0.92
Modellieren		0 vs. 1 <sup>1</sup>	92.00	0.89
Argumentieren		0 vs. 1 <sup>1</sup>	96.40	0.96
Sprachlogische Komplexität		0 vs. 1 <sup>1</sup>	96.80	0.97
Aktivierung des Vorwissens		0 vs. 1 <sup>1</sup>	99.50	1
Metakognition		0 vs. 1 <sup>1</sup>	99.20	0.99

<sup>1</sup> 0 = Merkmal trifft nicht zu, 1 = Merkmal trifft zu

<sup>2</sup> Der Koeffizient Gwets AC1 korrigiert für die Möglichkeit zufälliger Übereinstimmungen.

dieses Beitrags die Merkmale *innere Differenzierung*, *Lebensweltbezug*, *Kompetenz-* und *Autonomieunterstützung* sowie *soziale Einbindung* betrachtet.

Schließlich beschreibt die dritte Dimension, inwieweit die Mathematikprüfungsaufgaben das Qualitätsmerkmal *Potenzial zur kognitiven Aktivierung* umfassen. Dieser Beitrag fokussiert die Kategorien *Offenheit*, *Modellieren* (*außermathematisches Problemlösen*), *innermathematisches Problemlösen* und *Argumentieren* (spezifiziert zwei Facetten der Skala *mathematisches Argumentieren* aus PISA 2022), *sprachlogische Komplexität*, *Aktivierung des Vorwissens* sowie *Metakognition* (für ein ausführliches Kategorienschema siehe Heinle et al., 2023).

Alle Kategorien der drei Dimensionen wurden anhand dichotomer Antwortkategorien (Merkmal trifft nicht zu vs. Merkmal trifft zu) kodiert. Die Analyseeinheiten wurden doppelt kodiert. Bei abweichenden Kodierungen einigten sich die Rater konsensual auf einen Code. Die prozentuale Übereinstimmung für alle Kategorien liegt auf einem hohen Niveau zwischen 90.8 und 100 Prozent (Stemler, 2004). Um für die Möglichkeit zufälliger Übereinstimmungen zu korrigieren, wurde der Koeffizient Gwets AC1 (Gwet, 2008)<sup>2</sup> berechnet, der Werte von 0.88 bis 1 aufweist (siehe Tabelle 8.2). Somit konnte insgesamt eine hohe Auswertungsobjektivität erreicht werden (Wirtz & Caspar, 2002).

2 Im Vergleich zu anderen Übereinstimmungskoeffizienten wie Cohens Kappa ist Gwets AC1 besonders aussagekräftig, wenn die Daten eine hohe Prävalenz oder eine ungleiche Verteilung aufweisen.

## 8.5 Ergebnisse

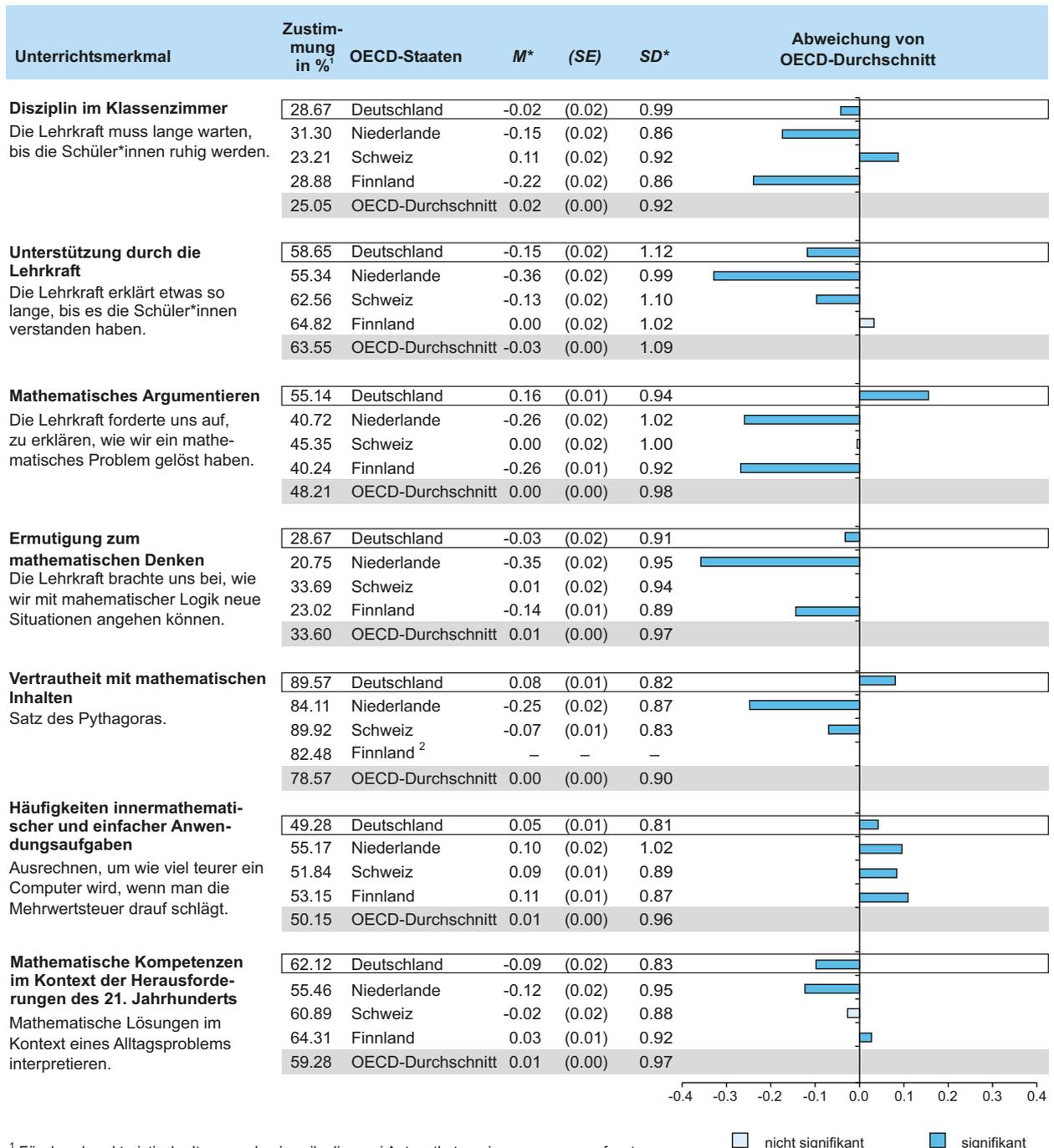
### 8.5.1 PISA 2022

#### 8.5.1.1 Mathematikunterricht in Deutschland im internationalen Vergleich

Um Besonderheiten in der Unterrichtswahrnehmung von Jugendlichen in Deutschland im Vergleich zum OECD-Durchschnitt und ausgewählten Vergleichsstaaten zu untersuchen, werden die Mittelwerte der Einschätzungen der Schüler\*innen herangezogen (Abbildung 8.1). Der OECD-Mittelwert ist dabei so zu interpretieren, dass 0 den Mittelwert aller OECD-Staaten mit einer Standardabweichung von 1 beschreibt. Der OECD-Mittelwert ist jedoch vorsichtig zu interpretieren, da in diesen Kennwert die Ergebnisse von Staaten unterschiedlicher Kulturräume einfließen und demnach kulturspezifische Antworttendenzen auftreten können (siehe Abschnitt 4.1). Deshalb liegt in diesem Beitrag der Schwerpunkt der Interpretation vor allem auf den Vergleichsstaaten Niederlande, Schweiz und Finnland. Positive Skalenwerte zeigen an, dass Unterrichtsmerkmale im Vergleich zum OECD-Mittelwert überdurchschnittlich ausgeprägt sind, negative Werte zeigen eine unterdurchschnittliche Ausprägung an. Somit können die Staaten untereinander verglichen werden. Aussagen über die absolute Höhe eines Merkmals können jedoch nicht getroffen werden. Deshalb wird in Abbildung 8.1 zusätzlich ein für das Unterrichtsmerkmal charakteristisches Item sowie die dazugehörige prozentuale Zustimmung dargestellt. Die Beispielitems sind so ausgewählt, dass die Verteilung der relativen Häufigkeitsangaben möglichst gut die jeweilige Skala repräsentieren.

Betrachtet man zunächst die fächerübergreifenden Basisdimensionen der Unterrichtsqualität, *Disziplin im Klassenzimmer* und *Unterstützung durch die Lehrkraft*, so zeigt sich, dass die Disziplin in Deutschland im Vergleich zum OECD-Durchschnitt von den Jugendlichen als leicht unterdurchschnittlich wahrgenommen wird. 29 Prozent der Befragten geben an, dass die Lehrkraft in allen oder den meisten Stunden warten muss, bis die Schüler\*innen ruhig werden. Nur in der Schweiz werden signifikant weniger Störungen im Unterricht wahrgenommen als im OECD-Durchschnitt. Die wahrgenommene Unterstützung durch die Lehrkraft ist in Deutschland geringer ausgeprägt als die berichtete Disziplin im Klassenzimmer und befindet sich ebenfalls unter dem OECD-Durchschnitt. Dies ist auch in der Schweiz ( $M = -0.13$ ) und besonders in den Niederlanden ( $M = -0.36$ ) der Fall. Nur in Finnland berichten die Lernenden eine mit dem OECD-Durchschnitt vergleichbare Unterstützung durch ihre Lehrkraft. Berücksichtigt man bei der Interpretation zusätzlich die prozentuale Zustimmung, so differenziert sich das Bild etwas: 59 Prozent der Jugendlichen in Deutschland sowie zwischen 55 und 65 Prozent der Jugendlichen in den Vergleichsstaaten geben an, dass die Lehrkraft in allen oder in den meisten Stunden etwas so lange erklärt, bis sie es verstanden haben.

Abbildung 8.1: Unterrichtsmerkmale im internationalen Vergleich



<sup>1</sup> Für das charakteristische Item wurden jeweils die zwei Antwortkategorien zusammengefasst, welche die höchsten Zustimmungen erfragten.

<sup>2</sup> Für Finnland wurde die Skala „Vertrautheit mit mathematischen Inhalten“ nicht gebildet.

\* Die WLE-Werte werden so transformiert, dass sie in allen OECD-Staaten einen Mittelwert von 0 und eine Standardabweichung von 1 aufweisen. Dabei wird jeder Staat gleich gewichtet berücksichtigt. Aufgrund fehlender Daten innerhalb der OECD-Staaten können leichte Abweichungen zur Normierung auftreten.

Für die fachspezifische Basisdimension *kognitive Aktivierung* wurden in PISA 2022 die zwei Facetten *Mathematisches Argumentieren* und *Ermutigung zum mathematischen Denken* untersucht. Insgesamt zeigt sich bei der Betrachtung beider Facetten in Deutschland, dass mathematisches Argumentieren häufiger vorkommt als die Ermutigung zum mathematischen Denken. Deutschland liegt beim mathematischen Argumentieren signifikant über dem OECD-Durchschnitt – und auch über dem Wert der Vergleichsstaaten – wohingegen die Ermutigung zum mathematischen Denken im Vergleich zum OECD-Mittelwert leicht unterdurchschnittlich ausgeprägt ist. Betrachtet man die relativen Häufigkeitsangaben, so berichten 55 Prozent der Schüler\*innen in Deutschland, dass sie in allen oder den meisten Stunden aufgefordert werden, zu erklären, wie sie ein mathematisches Problem gelöst haben. Hingegen berichten nur 29 Prozent der Jugendlichen, dass ihnen ihre Lehrkraft in allen oder den meisten Stunden beibringt, wie sie mit mathematischer Logik an neue Situationen herangehen können. In der Schweiz liegen diese beiden Facetten im OECD-Durchschnitt. 45 Prozent der Fünfzehnjährigen geben an, dass sie aufgefordert werden, zu erklären, wie sie ein mathematisches Problem gelöst haben, und ein Drittel berichtet, dass ihnen die Lehrkraft beigebracht hat, wie sie mit mathematischer Logik eine neue Situation angehen können. In den Niederlanden und in Finnland sind beide Facetten hingegen unterdurchschnittlich – und signifikant geringer als in Deutschland – ausgeprägt. Die Diskrepanz zwischen mathematischem Argumentieren und der Ermutigung zum mathematischen Denken ist in Finnland zudem etwas stärker ausgeprägt als in den Niederlanden. In beiden Staaten berichten ca. 40 Prozent der Schüler\*innen, dass sie in allen oder den meisten Stunden aufgefordert werden, zu erklären, wie sie ein mathematisches Problem gelöst haben. Weniger als ein Viertel der Befragten dagegen berichtet, dass sie gelernt haben, wie sie mit mathematischer Logik an eine neue Situation herangehen können. Vergleicht man für Deutschland die Angaben der Schüler\*innen zu den beiden Facetten der kognitiven Aktivierung (siehe Tabelle 8.1web) mit den Angaben der Lehrkräfte – stellt man also die Frage, inwieweit das von der Lehrkraft intendierte Lernangebot auch von den Jugendlichen wahrgenommen wird –, fällt auf, dass die mittlere Differenz zwischen der Wahrnehmung der Lehrkräfte und derjenigen der Schüler\*innen für das mathematische Argumentieren signifikant geringer ausgeprägt ist ( $M_{Diff} = 0.31$ ) als für die Ermutigung zum mathematischen Denken ( $M_{Diff} = 0.50$ ). Das von den Lehrkräften intendierte Angebot in Bezug auf die Ermutigung zum mathematischen Denken wird demnach von den Lernenden auch weniger wahrgenommen.

Betrachtet man die Unterrichtsinhalte beziehungsweise Lerngegenstände, berichten Fünfzehnjährige in Deutschland, dass sie sich signifikant *vertrauter mit mathematischen Inhalten* fühlen als Jugendliche in der Schweiz und den Niederlanden sowie im Vergleich zum OECD-Durchschnitt. Fast 90 Prozent geben – in Anbetracht des deutschen Lehrplans für die neunte Klasse – an, dass sie den Satz des Pythagoras kennen und gut verstehen. *Innermathematische und einfache Anwendungsaufgaben* kommen in Deutschland im Vergleich zum OECD-Durchschnitt etwas häufiger, jedoch signifikant seltener als in den Vergleichsstaaten vor. Betrachtet man die Häufigkeitsangaben, berichtet die

Hälfte der Schüler\*innen, dass einfache Anwendungsaufgaben wie „Ausrechnen, um wie viel teurer ein Computer wird, wenn man die Mehrwertsteuer draufschlägt“ häufig oder manchmal vorkommen. Für innermathematische Aufgaben wie „eine Gleichung wie  $3x+5=17$  lösen“ berichten 87 Prozent der deutschen Jugendlichen, dass diese häufig oder manchmal vorkommen. Dies ist vergleichbar mit dem OECD-Mittelwert (85 %) sowie den Anteilen in Finnland und der Schweiz (86 %). Nur in den Niederlanden kommen solche Aufgaben etwas seltener (81 %) vor.

Aufgaben, die *mathematische Kompetenzen im Kontext der Herausforderungen des 21. Jahrhunderts* erfordern, kommen in Deutschland im Vergleich zum OECD-Mittelwert etwas seltener vor. Dies ist auch in den Niederlanden der Fall. Es geben 62 Prozent der Jugendlichen in Deutschland an, dass sie häufig oder manchmal mathematische Lösungen im Kontext eines Alltagsproblems identifizieren, wohingegen nur 34 Prozent angeben, dass sie häufig oder manchmal das Konzept der statistischen Streuung anwenden, um eine Entscheidung zu treffen (siehe Tabelle 8.3). Gerade dieses letzte Ergebnis zum Rückgriff auf Streuung als Konzept der Statistik ist in Deutschland erwartungskonform, da der Begriff zum Teil erst in der Oberstufe im Zusammenhang mit der Standardabweichung thematisiert wird und in den Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss nicht erwähnt wird.

Auch die Mathematiklehrkräfte wurden befragt, wie häufig sie ihren Lernenden diese Aufgaben stellen (siehe Tabelle 8.3). Die größten Unterschiede zwischen dem von der Lehrkraft intendierten und dem von den Schüler\*innen wahrgenommenen Unterrichtsangebot lassen sich im Lebensweltbezug finden. Lehrkräfte stimmen deutlich häufiger zu, dass sie mathematische Lösungen im Kontext eines Alltagsproblems interpretieren lassen ( $M_{Diff} = 31.9\%$ ) oder Schüler\*innen mathematische Aspekte eines Alltagsproblems identifizieren sollen ( $M_{Diff} = 35.3\%$ ), als dies von den Jugendlichen wahrgenommen wird.

Tabelle 8.3: Vergleich der Schüler\*innen- und Lehrkräftewahrnehmung mathematischer Kompetenzen im Kontext der Herausforderungen des 21. Jahrhunderts

	Schüler*innen		Lehrkräfte		Diskrepanzwert <sup>2</sup>
	Zustimmung in % <sup>1</sup>	(SE)	Zustimmung in % <sup>1</sup>	(SE)	
Mathematische Informationen aus Diagrammen, Grafiken oder Simulationen entnehmen.	83.24	(0.86)	91.64	(1.36)	<b>-8.40</b>
Mathematische Lösungen im Kontext eines Alltagsproblems interpretieren.	62.12	(1.18)	93.98	(0.83)	<b>-31.86</b>
Das Konzept der statistischen Streuung anwenden, um eine Entscheidung zu treffen.	34.02	(1.28)	18.90	(2.14)	<b>15.12</b>
Mathematische Aspekte eines Alltagsproblems identifizieren.	52.18	(1.10)	87.44	(1.24)	<b>-35.26</b>
Einschränkungen und Annahmen hinter mathematischen Modellen erkennen.	51.06	(1.21)	54.75	(2.46)	-3.69
Eine Situation anhand von Variablen, Symbolen und Diagrammen mathematisch darstellen.	79.85	(0.98)	85.43	(1.57)	<b>-5.57</b>
Die Signifikanz beobachteter Muster in Daten beurteilen.	38.34	(1.21)	24.26	(2.28)	<b>14.08</b>
Programmieren von Computern.	16.61	(1.00)	3.67	(0.89)	<b>12.94</b>
Mit mathematischen Computerprogrammen arbeiten (z. B. Tabellenkalkulationen, Programmiersoftware, grafikfähige Taschenrechner).	41.66	(1.00)	35.21	(2.53)	<b>6.45</b>
Die Eigenschaften eines unregelmäßig geformten Objekts berechnen.	57.36	(1.35)	24.34	(2.11)	<b>33.02</b>

<sup>1</sup> Es wurden jeweils die zwei Kategorien zusammengefasst, welche die höchsten Zustimmungen erfragten.

<sup>2</sup> Statistisch signifikante Unterschiede zwischen der Wahrnehmung der Schüler\*innen und der Lehrkräfte sind **fett** hervorgehoben.

### *Zwischenfazit internationaler Vergleich*

Wenn man die Ergebnisse des internationalen Vergleichs von Unterrichtsmerkmalen in den Zusammenhang mit der Beschreibung der charakteristischen Items der untersuchten Unterrichtsskalen setzt, zeichnet sich für den Mathematikunterricht folgendes Bild ab: In Hinblick auf die domänenübergreifenden Qualitätsmerkmale zeigt sich für die wahrgenommene Disziplin ein eher unauffälliges Bild, während die wahrgenommene Unterstützung durch die Lehrkraft im internationalen Vergleich deutlich geringer ausgeprägt ist. Gleichzeitig berichtet über die Hälfte der Fünfzehnjährigen in Deutschland wie auch in den Niederlanden, der Schweiz und Finnland, dass die Lehrkraft in allen oder in den meisten Stunden etwas so lange erklärt, bis die Schüler\*innen es verstanden haben. Die beiden Facetten kognitiver Aktivierung als domänenspezifische Unterrichtsmerkmale unterscheiden sich für Deutschland im internationalen Vergleich: Während Jugendliche häufiger berichten, zum Argumentieren aufgefordert zu werden, ermutigen Lehrkräfte aus der Sicht der Fünfzehnjährigen seltener zum mathematischen Denken. Der Mathematikunterricht in Deutschland ist somit stärker problemorientiert, ein flexibles Denken, also der Transfer von Wissen in neue Situationen, scheint jedoch bisher seltener beziehungsweise nicht Teil des aktuellen Unterrichts zu sein. Diese Interpretation wird dadurch unterstützt, dass die Häufigkeit mathematischen Argumentierens im

Unterricht von Schüler\*innen und Lehrkräften ähnlicher wahrgenommen wird, wohingegen die Wahrnehmung zur Ermutigung mathematischen Denkens stärker zwischen Schüler\*innen und Lehrkräften variiert. Hier scheint das von der Lehrkraft intendierte Angebot nicht von den Lernenden wahrgenommen zu werden. Hinsichtlich der Vertrautheit mit mathematischen Inhalten wird deutlich, dass sich Jugendliche in Deutschland im Vergleich zum OECD-Durchschnitt sowie der Schweiz und den Niederlanden signifikant vertrauter mit zentralen mathematischen Inhalten fühlen. Darüber hinaus zeigt sich der Einsatz innermathematischer und einfacher Anwendungsaufgaben, welche die Mindeststandards im Rahmen der Bildungsstandards abbilden, wenig auffällig. Allerdings scheinen innermathematische Aufgaben im Unterricht eine größere Rolle zu spielen als einfache Anwendungsaufgaben. Mit Aufgaben, die mathematische Kompetenzen im Kontext des 21. Jahrhunderts fordern, befassen sich Schüler\*innen in Deutschland im Vergleich zum OECD-Mittelwert etwas seltener. Auch hier scheint es eine Diskrepanz in der Wahrnehmung der Lehrkräfte und der Schüler\*innen zu geben – Lehrkräfte berichten häufiger, dass sie Aufgaben einsetzen, die einen Alltagsbezug aufweisen, als dies von Schüler\*innen wahrgenommen wird.

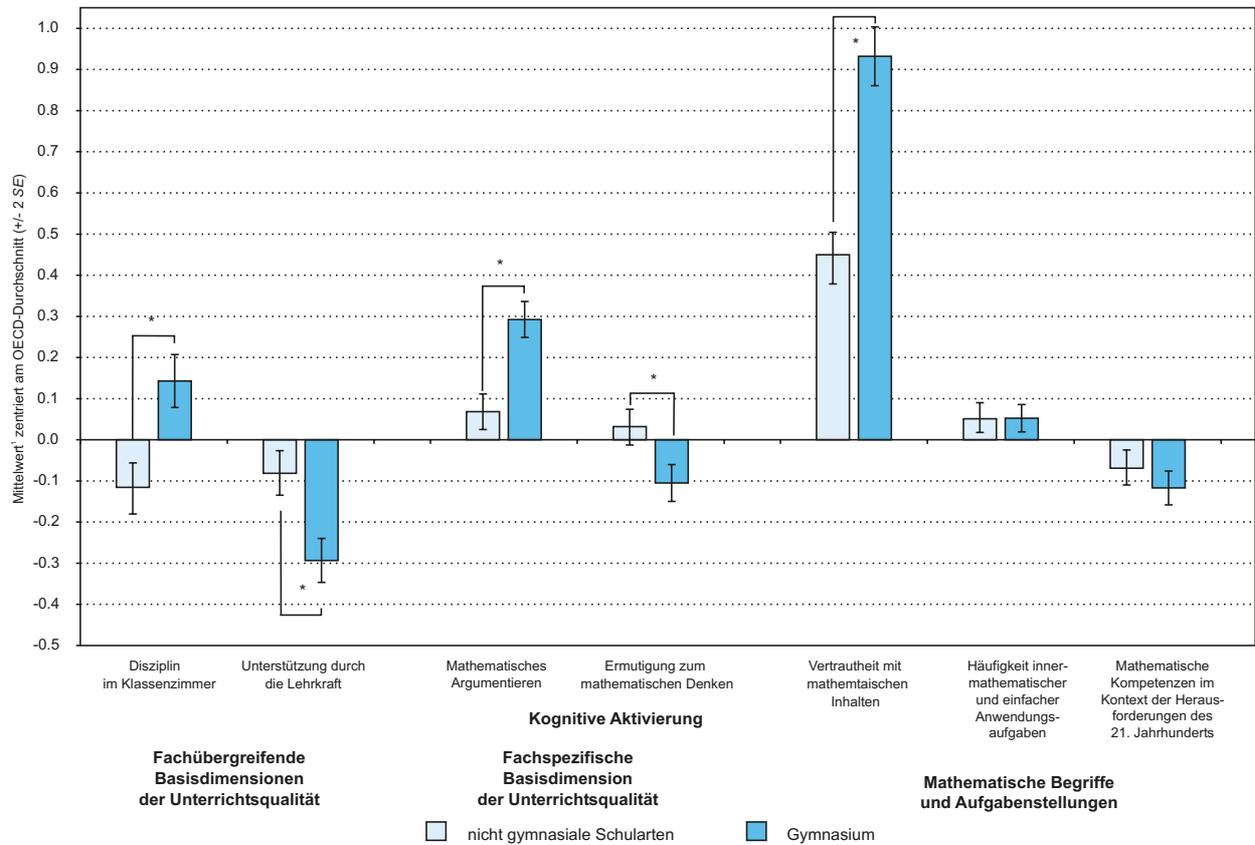
### 8.5.1.2 Schultartspezifische Unterschiede in der Wahrnehmung des Mathematikunterrichts in Deutschland

Schularten sind differentielle Entwicklungsmilieus, die sich nicht nur hinsichtlich der Zusammensetzung der Schülerschaft unterscheiden, sondern auch in den Curricula, den Arbeitsbedingungen sowie den historisch gewachsenen zugrundeliegenden pädagogischen und didaktischen Traditionen, die sich auch in der unterschiedlichen Ausbildung von Lehrkräften niederschlagen (vgl. Holzberger & Schiepe-Tiska, 2021; Schiepe-Tiska, 2019). Das übergeordnete Ziel der Differenzierung im deutschen Sekundarschulsystem war es ursprünglich, möglichst homogene Lerngruppen zu schaffen, in denen Lehrkräfte so unterrichten können, dass sie möglichst alle Schüler\*innen optimal unterstützen können (z. B. Betts, 2011).

Vergleicht man die Unterrichtswahrnehmung von Fünfzehnjährigen am Gymnasium und an nicht gymnasialen Schularten<sup>3</sup> (siehe Kapitel 1), fällt auf, dass die Disziplin im Klassenzimmer von Gymnasiast\*innen ( $M = 0.14$ ) im Mathematikunterricht höher als von Jugendlichen anderer Schularten ( $M = -0.12$ ), die Unterstützung durch die Lehrkraft jedoch von den Gymnasiast\*innen ( $M = -0.29$ ) geringer eingeschätzt wird als von Schüler\*innen nicht gymnasialer Schularten ( $M = -0.08$ ). Für die Facetten der kognitiven Aktivierung berichten Jugendliche am Gymnasium deutlich häufiger, dass sie mit Aufgaben konfrontiert sind, die mathematisches Argumentieren erfordern, im Vergleich zu Aufgaben, die zu mathematischem Denken ermutigen (siehe Abbildung 8.2). In nicht

3 Nicht gymnasiale Schularten setzen sich zusammen aus Hauptschulen (oder ähnlichen Schularten), Integrierten Gesamtschulen, Realschulen (oder ähnlichen Schularten) und Schulen mit mehreren Bildungsgängen (zur konkreten Aufschlüsselung siehe Mang et al., 2023).

Abbildung 8.2: Unterrichtsmerkmale am Gymnasium und an nicht gymnasialen Schularten



\* Schularten unterscheiden sich signifikant ( $p < .05$ ).

<sup>1</sup>Positive Skalenergebnisse zeigen an, dass Unterrichtsmerkmale im Vergleich zum OECD-Mittelwert überdurchschnittlich ausgeprägt sind, negative Werte zeigen eine unterdurchschnittliche Ausprägung an.

gymnasialen Schularten scheinen beide Facetten ähnlich häufig vorzukommen. Im Vergleich zum Gymnasium ( $M = 0.29$ ) kommen jedoch in nicht gymnasialen Schularten ( $M = 0.07$ ) deutlich seltener Aufgaben zum Einsatz, die zum mathematischen Argumentieren auffordern. Nur die Aussage „Die Lehrkraft ermutigte uns, darüber nachzudenken, wie man ein mathematisches Problem anders lösen könnte als es im Unterricht gezeigt wurde“ wird von den Jugendlichen nicht gymnasialer Schularten häufiger wahrgenommen (siehe Abbildung 8.1web). Aufgaben, die zum mathematischen Denken ermutigen, werden insgesamt von Jugendlichen nicht gymnasialer Schularten ( $M = 0.03$ ) häufiger berichtet als von Gymnasiast\*innen ( $M = -0.11$ ) (siehe Abbildung 8.2). In Bezug auf die Unterrichtsinhalte zeigen sich die Gymnasiast\*innen ( $M = 0.93$ ) als deutlich vertrauter mit den abgefragten mathematischen Inhalten im Vergleich zu Schüler\*innen nicht gymnasialer Schularten ( $M = 0.45$ ). Bei der Häufigkeit innermathematischer und einfacher Anwendungsaufgaben sowie der Häufigkeit von Aufgaben, die sich mit mathematischen Kompetenzen im Kontext des 21. Jahrhunderts beschäftigen, gibt es hingegen keine Unterschiede in der Wahrnehmung der Fünfzehnjährigen.

### 8.5.1.3 Die Veränderung der Wahrnehmung des Mathematikunterrichts zwischen PISA 2012 und PISA 2022

Bei PISA 2012 wurden die Schüler\*innen ebenfalls zu ihrer Wahrnehmung in Bezug auf die Dimensionen *Disziplin im Klassenzimmer*, *Unterstützung durch die Lehrkraft*, *Vertrautheit mit mathematischen Konzepten* sowie *Häufigkeit innermathematischer und einfacher Anwendungsaufgaben* in ähnlicher Form befragt. Zum Teil sind Items neu dazugekommen, bei der Unterstützung durch die Lehrkraft wurde ein Item weniger vorgegeben. Eine Übersicht der Skalenzusammensetzung in beiden PISA-Erhebungsrounden findet sich in Tabelle 8.2web. Um die Angaben dennoch miteinander vergleichen zu können, wurden die entsprechenden Skalen einer Reskalierung unterzogen (siehe Online-Kapitel 12). Die daraus resultierende Zusammensetzung der Items führt zu leichten Bedeutungsverschiebungen und damit zu unterschiedlichen Länderkennwerten im Vergleich zu den Mittelwerten in Tabelle 8.1.

Abbildung 8.3: Veränderung der Wahrnehmung des Mathematikunterrichts zwischen PISA 2012 und PISA 2022

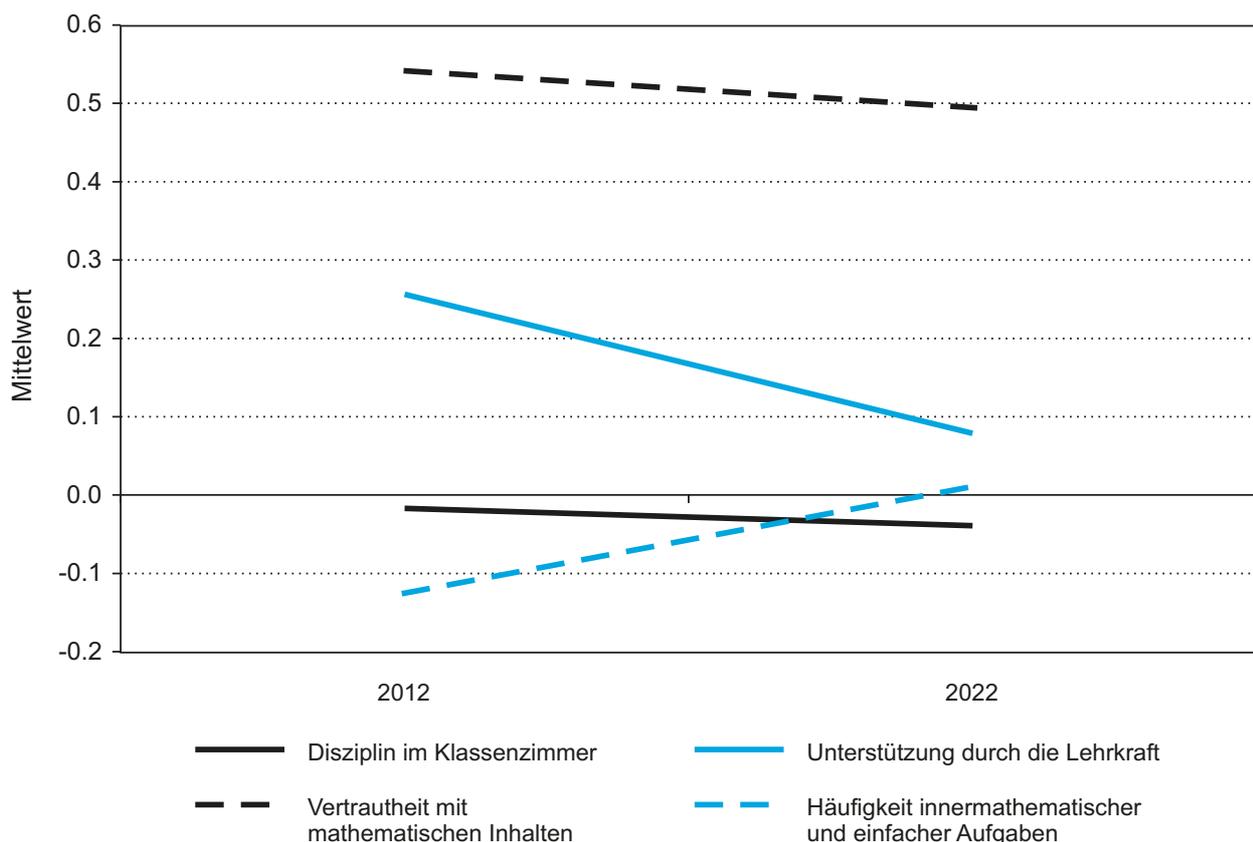


Abbildung 8.3 zeigt, dass sich die wahrgenommene Disziplin im Mathematikunterricht in Deutschland im Vergleich zu PISA 2012 nicht signifikant verändert hat. Dies gilt ebenfalls für die Vergleichsstaaten mit Ausnahme von Finnland, wo sich die Wahrnehmung der Disziplin signifikant verbessert hat (Abbildung 8.2web). Jedoch fühlen sich in Deutschland die Jugendlichen im Vergleich zu PISA 2012 signifikant weniger durch

ihre Mathematiklehrkraft unterstützt. Gleiches gilt für die Niederlande. Die Vertrautheit mit mathematischen Inhalten hat sich im Vergleich zu PISA 2012 in Deutschland nicht verändert, wohingegen Schüler\*innen in den Niederlanden, Finnland und der Schweiz über eine signifikante Zunahme berichten. Fünfzehnjährige in Deutschland sehen sich jedoch ähnlich wie die Jugendlichen in Finnland und den Niederlanden signifikant häufiger mit innermathematischen und einfachen Anwendungsaufgaben konfrontiert als in PISA 2012.

Betrachtet man signifikante Unterschiede zwischen Schularten in der Veränderung der Wahrnehmung des Unterrichts zwischen PISA 2012 und PISA 2022, fällt auf, dass der Mathematikunterricht an den Gymnasien etwas störungsärmer wahrgenommen wird ( $M_{Diff} = 0.07$ ). Schüler\*innen nicht gymnasialer Schularten nehmen den Unterricht im Vergleich zu PISA 2012 als weniger diszipliniert wahr ( $M_{Diff} = -0.08$ ). Die wahrgenommene Unterstützung durch die Lehrkraft ( $M_{Diff} = -0.22$ ) und die Vertrautheit mit mathematischen Inhalten ( $M_{Diff} = -0.33$ ) hat sich an den Gymnasien verringert. Auch die Fünfzehnjährigen nicht gymnasialer Schularten fühlen sich bei PISA 2022 weniger durch die Lehrkraft unterstützt ( $M_{Diff} = -0.12$ ), geben aber im Vergleich zu PISA 2012 an, dass sie sich vertrauter mit mathematischen Inhalten fühlen ( $M_{Diff} = 0.09$ ). Die Häufigkeit innermathematischer und einfacher Anwendungsaufgaben im Mathematikunterricht hat in allen Schularten zugenommen (Gymnasium  $M_{Diff} = 0.20$ ; andere Schularten  $M_{Diff} = 0.10$ ).

### *Zwischenfazit Schulartunterschiede und Trend*

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass in Bezug auf die domänenübergreifenden Basisdimensionen Gymnasiast\*innen nach wie vor einen störungsärmeren Mathematikunterricht berichten als Jugendliche nicht gymnasialer Schularten. Diese Schere scheint im Vergleich zu PISA 2012 größer geworden zu sein. Problematisch ist auch, dass die wahrgenommene Unterstützung durch die Mathematiklehrkraft insgesamt seit PISA 2012, ähnlich wie in den Niederlanden, gesunken ist. Gerade Jugendliche am Gymnasium fühlen sich im Vergleich zu Schüler\*innen anderer Schularten – und auch im Vergleich zu PISA 2012 – deutlich weniger unterstützt. In Bezug auf die fachspezifische Basisdimension der kognitiven Aktivierung berichten Fünfzehnjährige, dass Aufgaben, die mathematisches Argumentieren erfordern, eine deutlich größere Rolle im gymnasialen als im nicht gymnasialen Mathematikunterricht spielen. Hingegen werden im nicht gymnasialen Mathematikunterricht überraschenderweise aus Sicht der Lernenden öfter Aufgaben eingesetzt, die zum mathematischen Denken ermutigen.

Betrachtet man die Unterrichtsinhalte, zeigt sich, dass die wahrgenommene Vertrautheit mit mathematischen Konzepten in Deutschland im Gegensatz zu den Vergleichsstaaten stabil geblieben ist. Der Mathematikunterricht am Gymnasium ist allerdings deutlich inhaltsorientierter als an nicht gymnasialen Schularten, die Vertrautheit mit den genannten Inhalten ist höher. Der wahrgenommene Einsatz innermathematischer und einfacher Anwendungsaufgaben hat an den unterschiedlichen Schularten zugenommen. Aufgaben, die mathematische Kompetenzen des 21. Jahrhunderts erfordern, kom-

men hingegen vergleichsweise selten vor. Dies ist nur teilweise überraschend, da zwar einige Facetten der Skala in den deutschen Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss verankert sind (z. B. „mathematische Informationen aus Diagrammen, Grafiken oder Simulationen entnehmen“). Andere Aspekte hingegen, wie zum Beispiel „das Programmieren von Computern“ oder „das Konzept der statistischen Streuung anwenden, um eine Entscheidung zu treffen“, werden bisher in den Bildungsstandards für Mathematik nicht aufgegriffen.

#### 8.5.1.4 Muster des Mathematikunterrichts

In den vorangegangenen Abschnitten wurden die Unterrichtsmerkmale vor allem auf der Ebene von Skalen und Einzelitems betrachtet. Die bisherige Unterrichtsforschung konnte allerdings zeigen, dass der Erfolg eines effektiven Unterrichts, insbesondere im Zusammenhang mit mehrdimensionalen Lernergebnissen wie mathematischer Kompetenz sowie Freude und Interesse an Mathematik, auf dem Zusammenspiel unterschiedlicher Unterrichtsmerkmale basiert (z. B. Schiepe-Tiska et al., 2013). Daher werden in folgendem Abschnitt Analysen berichtet, die es ermöglichen, komplexere Unterrichtsmuster zu identifizieren und damit typische Lernumwelten von Schüler\*innen im aktuellen Mathematikunterricht in Deutschland anschaulich zu beschreiben. Für diese Analysen wurden folgende sechs Skalen zur fachübergreifenden wie fachspezifischen Beschreibung des Unterrichts ausgewählt: *Disziplin im Klassenzimmer*, *Unterstützung durch die Lehrkraft*, *Mathematisches Argumentieren*, *Ermutigung zum mathematischen Denken* sowie *Häufigkeit innermathematischer und einfacher Anwendungsaufgaben* (siehe Abschnitt 4.3.1).

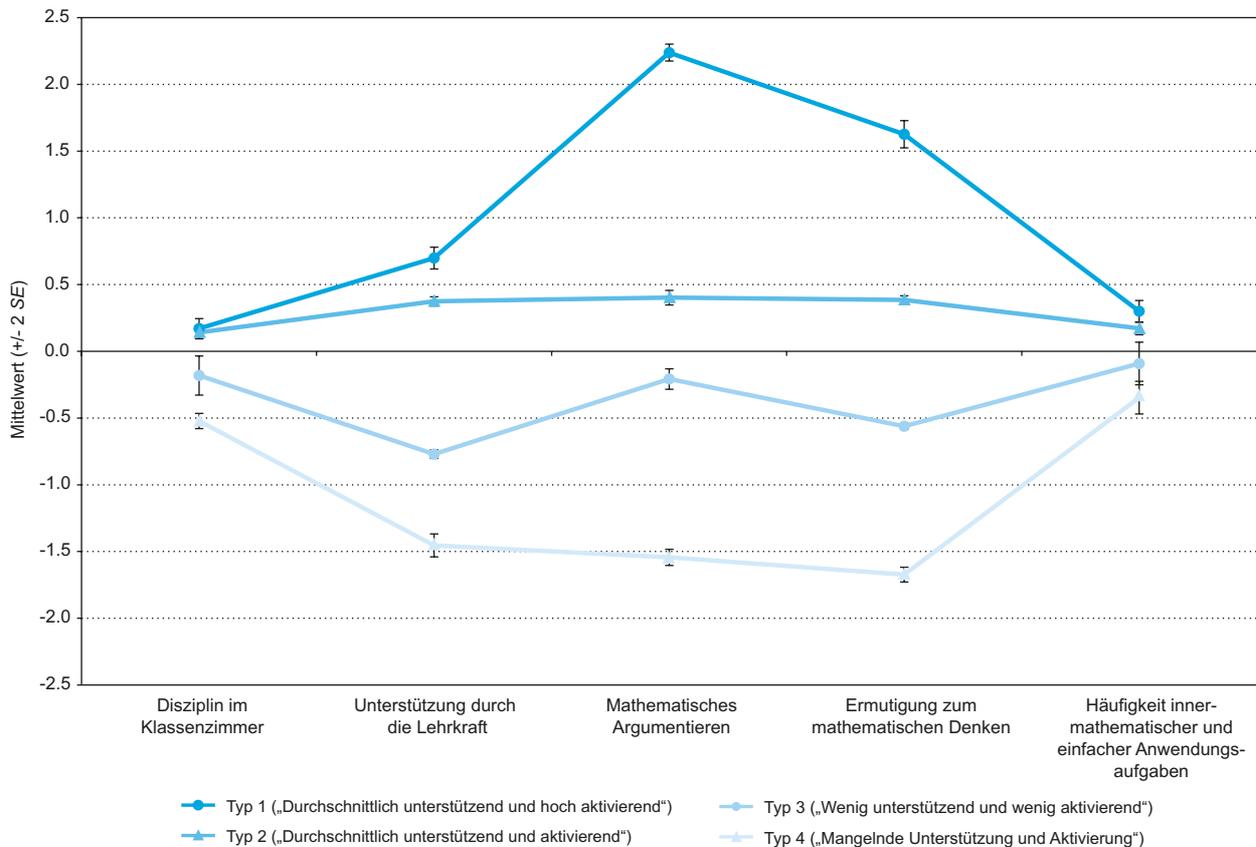
Ähnlich wie in bisherigen PISA-Zyklen wurde ein personenzentrierter Ansatz gewählt und basierend auf den ausgewählten Skalen zunächst Muster des Mathematikunterrichts in Deutschland identifiziert (zur methodischen Erläuterung der Latenten Profil-Analyse siehe Online-Kapitel 12) und die Häufigkeit des Vorkommens dieser Muster in Deutschland in den Gymnasien sowie nicht gymnasialen Schularten analysiert. Abschließend wurde untersucht, inwieweit diese Unterrichtsmuster mit der mathematischen Kompetenz, der Freude und dem Interesse an Mathematik sowie der instrumentellen Motivation von Gymnasiast\*innen zusammenhängen (eine Beschreibung der motivationalen Skalen findet sich in Kapitel 4). Diese Analysen fokussieren die Schulart Gymnasium, da sie in allen Bundesländern vergleichbar vertreten ist.

#### *Unterrichtsmuster in Deutschland*

Mit Hilfe der Latenten Profil-Analyse konnten vier Muster des Mathematikunterrichts in Deutschland identifiziert werden, die in Abbildung 8.4 dargestellt sind.

Das *erste Unterrichtsmuster* (Typ 1) zeichnet sich dadurch aus, dass alle Unterrichtsmerkmale durchschnittlich bis überdurchschnittlich ausgeprägt sind. Der Unter-

Abbildung 8.4: Profillinien der latenten Klassen für die Unterrichtswahrnehmung der Fünfzehnjährigen in Deutschland



richt wird als weitestgehend störungsarm empfunden und die Schüler\*innen fühlen sich durchschnittlich von der Mathematiklehrkraft unterstützt. Besonders häufig werden die beiden Facetten der kognitiven Aktivierung mathematisches Argumentieren und Ermutigung zum mathematischen Denken berichtet, wobei mathematisches Argumentieren eine größere Rolle zu spielen scheint. Außerdem wird von einem regelmäßigen Einsatz innermathematischer und einfacher Anwendungsaufgaben berichtet. Dieses Muster kann als „durchschnittlich unterstützend und hoch aktivierend“ bezeichnet werden. Insgesamt beschreiben 5.5 Prozent der befragten Jugendlichen in Deutschland ihren Mathematikunterricht in dieser Weise. Schüler\*innen nicht gymnasialer Schularten (5.5%) berichten geringfügig häufiger über diesen Mathematikunterricht als Gymnasiast\*innen (4.9%).

Ähnlich wie in Typ 1 sind im Rahmen des *zweiten Unterrichtsmusters* (Typ 2) die fachübergreifenden Basisdimensionen, die eine Voraussetzung für einen effektiven Mathematikunterricht darstellen, durchschnittlich ausgeprägt. Im Vergleich zu Typ 1 werden hingegen sowohl das mathematische Argumentieren als auch die Ermutigung zum mathematischen Denken seltener und ebenfalls in einer mittleren Ausprägung wahrgenommen. Vergleichbar ist auch die wahrgenommene Häufigkeit der Bearbeitung innermathematischer und einfacher Anwendungsaufgaben. Dieses Unterrichtsmuster wird insgesamt von der Hälfte der Schüler\*innen in Deutschland (50.6%) berichtet, etwas häufiger von Jugendlichen anderer Schularten (51.2%) als von Gymnasiast\*innen

(50.1 %). Damit kommt dieser Unterrichtstyp in allen Schularten am häufigsten vor. Er lässt sich als „durchschnittlich unterstützend und aktivierend“ charakterisieren.

Das *dritte Unterrichtsmuster* (Typ 3) zeichnet sich dadurch aus, dass alle Unterrichtsmerkmale unterdurchschnittlich ausgeprägt sind. Besonders auffällig ist die von den Schüler\*innen berichtete geringe Unterstützung durch die Lehrkraft. Am häufigsten wird der Einsatz innermathematischer und einfacher Anwendungsaufgaben wahrgenommen. 38.4 Prozent der Fünfzehnjährigen in Deutschland charakterisieren ihren Mathematikunterricht entsprechend. Betrachtet man dieses Unterrichtsmuster getrennt nach Schularten, wird deutlich, dass an Gymnasien (40.5 %) dieses Unterrichtsmuster häufiger anzutreffen ist als an nicht gymnasialen Schularten (37.3 %). Das Unterrichtsmuster ist als „wenig unterstützend und wenig aktivierend“ anzusehen.

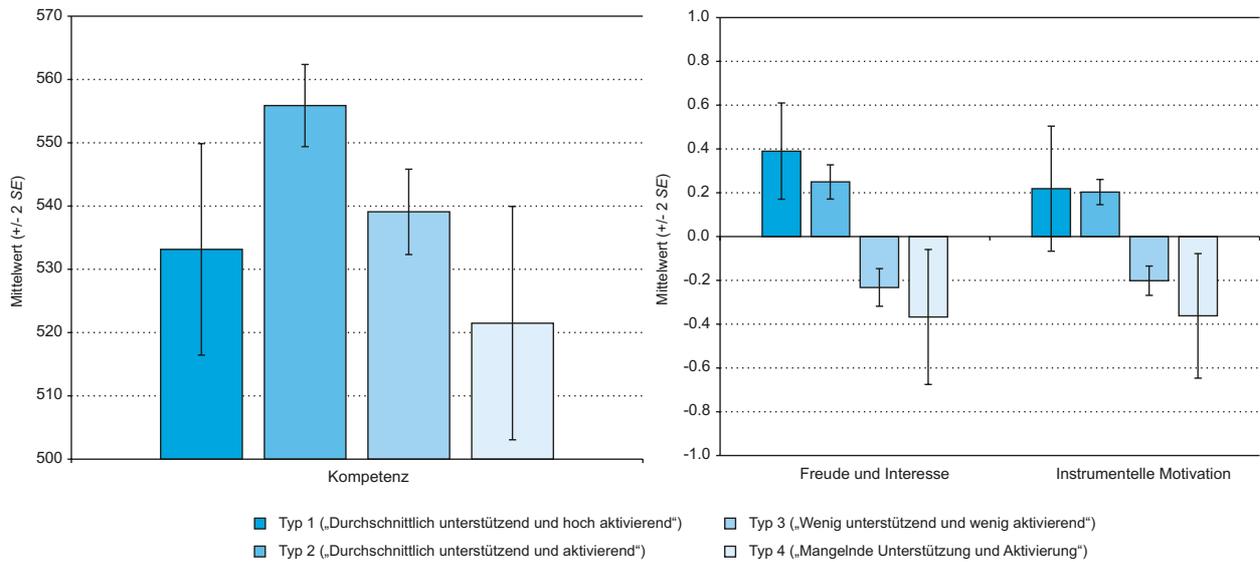
Schülerinnen\*innen, deren Antworten dem *vierten Unterrichtsmuster* (Typ 4) zuzuordnen sind, erleben die untersuchten Merkmale eines qualitativollen Mathematikunterrichts am seltensten. Ähnlich wie in Typ 3 sind beide domänenübergreifenden Basisdimensionen für einen qualitativollen Unterricht unterdurchschnittlich ausgeprägt. Es fällt auf, dass die empfundene Unterstützung durch die Lehrkraft im Vergleich zu Typ 3 noch geringer ausgeprägt ist und die Schüler\*innen sich kaum kognitiv aktiviert fühlen. Dieser Unterrichtstyp, der als „mangelnde Unterstützung und Aktivierung“ zusammengefasst werden kann, scheint für das Erreichen kognitiver und motivational-affektiver Lernergebnisse besonders problematisch. Insgesamt nehmen 5.4 Prozent der Fünfzehnjährigen in Deutschland ihren Mathematikunterricht in dieser Weise wahr. Das Muster findet sich etwas seltener am Gymnasium (4.5 %) als an nicht gymnasialen Schularten (5.9 %).

### *Zusammenhänge zwischen Mustern des Mathematikunterrichts und mehrdimensionalen Bildungszielen am Gymnasium*

Die oben beschriebenen Unterrichtsmuster sind theoretisch dazu geeignet, Schüler\*innen in unterschiedlichem Maße bei der Erreichung mehrdimensionaler Lernziele zu unterstützen. Abbildung 8.5 zeigt die mittlere Ausprägung der mathematischen Kompetenz für die Muster des Mathematikunterrichts am Gymnasium, da diese Schulart in allen Bundesländern vertreten ist und hinsichtlich der Zusammensetzung der Schüler\*innen eine homogenere Stichprobe darstellt als die Schülerschaft nicht gymnasialer Schularten. Bei der Betrachtung der folgenden Ergebnisse gilt es zu beachten, dass für das Gymnasium die Typen 2 ( $N = 1141$ ) und 3 ( $N = 922$ ) aufgrund ihrer Gruppengröße am solidesten zu interpretieren sind. Bei den Typen 1 ( $N = 111$ ) und 4 ( $N = 99$ ) sind eher vorsichtigere Rückschlüsse angebracht, da diese Gruppen eher klein sind.

Fünfzehnjährige, die ihren Mathematikunterricht als „durchschnittlich unterstützend und aktivierend“ ( $M_{\text{Typ 2}} = 556$  Punkte) charakterisieren, erreichen die höchste mathematische Kompetenz. Jugendliche, die ihren Unterricht als Typ 1 „durchschnittlich unter-

Abbildung 8.5: Vergleich der Unterrichtsmuster hinsichtlich mathematischer Kompetenz, Freude und Interesse sowie instrumenteller Motivation am Gymnasium



stützend und hoch aktivierend“ ( $M = 533$  Punkte) und Typ 3 „wenig unterstützend und wenig aktivierend“ ( $M = 539$  Punkte) beschreiben, erreichen eine ähnlich ausgeprägte mathematische Kompetenz. Außerdem wird sichtbar, dass Gymnasiast\*innen, die ihren Mathematikunterricht als Typ 4 „mangelnde Unterstützung und Aktivierung“ wahrnehmen, erwartungsgemäß die geringste Mathematischer Kompetenz ( $M = 521$  Punkte) erreichen.

Betrachtet man die Unterschiede zwischen den Unterrichtsmustern in Zusammenhang mit der Ausprägung non-kognitiver Bildungsziele, zeigt sich zunächst, dass ein Unterricht, der als durchschnittlich unterstützend und hoch (Typ 1) oder moderat (Typ 2) aktivierend wahrgenommen wird, mit der höchsten Freude und dem größten Interesse am Mathematikunterricht einhergeht (Typ 1,  $M = 0,39$ ; Typ 2,  $M = 0,25$ ). Schüler\*innen, die ihren Unterricht als „wenig unterstützend und wenig aktivierend“ beschreiben (Typ 3,  $M = -0,23$ ) sowie eine „mangelnde Unterstützung und Aktivierung“ im Mathematikunterricht berichten (Typ 4,  $M = -0,37$ ), zeigen signifikant geringere Freude und weniger Interesse an Mathematik als Typ 1 und 2, unterscheiden sich voneinander in ihrer Ausprägung aber nicht signifikant. Gleiches gilt für die instrumentelle Motivation, die aussagt, wie bedeutsam Jugendliche Mathematik für ihr Leben und zukünftige Ausbildungsentscheidungen wahrnehmen. Gymnasiast\*innen, die ihren Unterricht als durchschnittlich unterstützend und hoch (Typ 1,  $M = 0,22$ ) sowie moderat (Typ 2,  $M = 0,20$ ) aktivierend beschreiben, schätzen die Bedeutsamkeit von Mathematik ähnlich hoch ein. Im Vergleich zur berichteten Freude und Interesse an Mathematik wird die Bedeutsamkeit in beiden Unterrichtsmustern jedoch als geringer eingeschätzt. Typ 3 ( $M = -0,20$ ) und Typ 4 ( $M = -0,36$ ) hängen mit einer signifikant geringeren in-

strumentellen Motivation zusammen als Typ 1 und 2, unterscheiden sich aber voneinander nicht signifikant in ihrer Ausprägung.<sup>4</sup>

### *Zwischenfazit Muster des Mathematikunterrichts*

Für den Mathematikunterricht in Deutschland konnten vier Unterrichtsmuster identifiziert werden. Die Hälfte der Schüler\*innen beschreibt ihren Unterricht als durchschnittlich unterstützend und moderat aktivierend. Weitere knapp 40 Prozent erleben ihren Unterricht als wenig unterstützend und wenig aktivierend, wobei etwas mehr Gelegenheit zu mathematischem Argumentieren als zum eigenen mathematischen Denken gegeben wird. Der Mathematikunterricht in Deutschland scheint – zumindest in der Wahrnehmung der Schüler\*innen – immer noch weniger an den Lernenden und der Förderung ihres kreativ evaluierenden Denkens orientiert zu sein. Interessant ist, dass alle Gruppen den Unterricht in ähnlicher Ausprägung als diszipliniert wahrnehmen und auch die wahrgenommene Häufigkeit innermathematischer und einfacher Anwendungsaufgaben kaum Unterschiede aufweist. Die fachübergreifende Basisdimension *Unterstützung durch die Lehrkraft*, welche eine Grundvoraussetzung für einen qualitätvollen Unterricht ist, variiert stärker und ist maximal durchschnittlich ausgeprägt. Hier besteht weiterhin Handlungsbedarf.

Betrachtet man die Facetten der kognitiven Aktivierung, gelingt es in der Wahrnehmung der Schüler\*innen noch bei weitem nicht allen Lehrkräften in Deutschland, einen Mathematikunterricht zu gestalten, der mathematisches Argumentieren fordert und zum mathematischen Denken ermutigt. Gerade ein solcher „Habit of Mind“ (Reiss & Hammer, 2021, S. 83) wäre für einen zeitgemäßen Mathematikunterricht wünschenswert; laut Einschätzung der Schüler\*innen in Deutschland lässt ein Großteil der Lehrkräfte dies vermissen. Gleichzeitig scheint es auch in einem hoch aktivierenden Mathematikunterricht nicht immer zu gelingen, das Potenzial der Schüler\*innen zu entfalten, sodass sie in Bezug auf die Entwicklung ihrer mathematischen Kompetenz profitieren können. Dies kann eher zu einem gegenteiligen Effekt und im Extremfall bei einzelnen Lernenden sogar zu Überforderung – und nicht zu Aktivierung – führen (Ayres, 2006). Bemühungen, die Facetten kognitiver Aktivierung durchaus häufig, gleichzeitig jedoch angemessen im Unterricht umzusetzen, scheinen für die Förderung mehrdimensionaler Bildungsziele durchaus fruchtbar zu sein, da sie mit einer höheren Freude und instrumentellen Motiva-

---

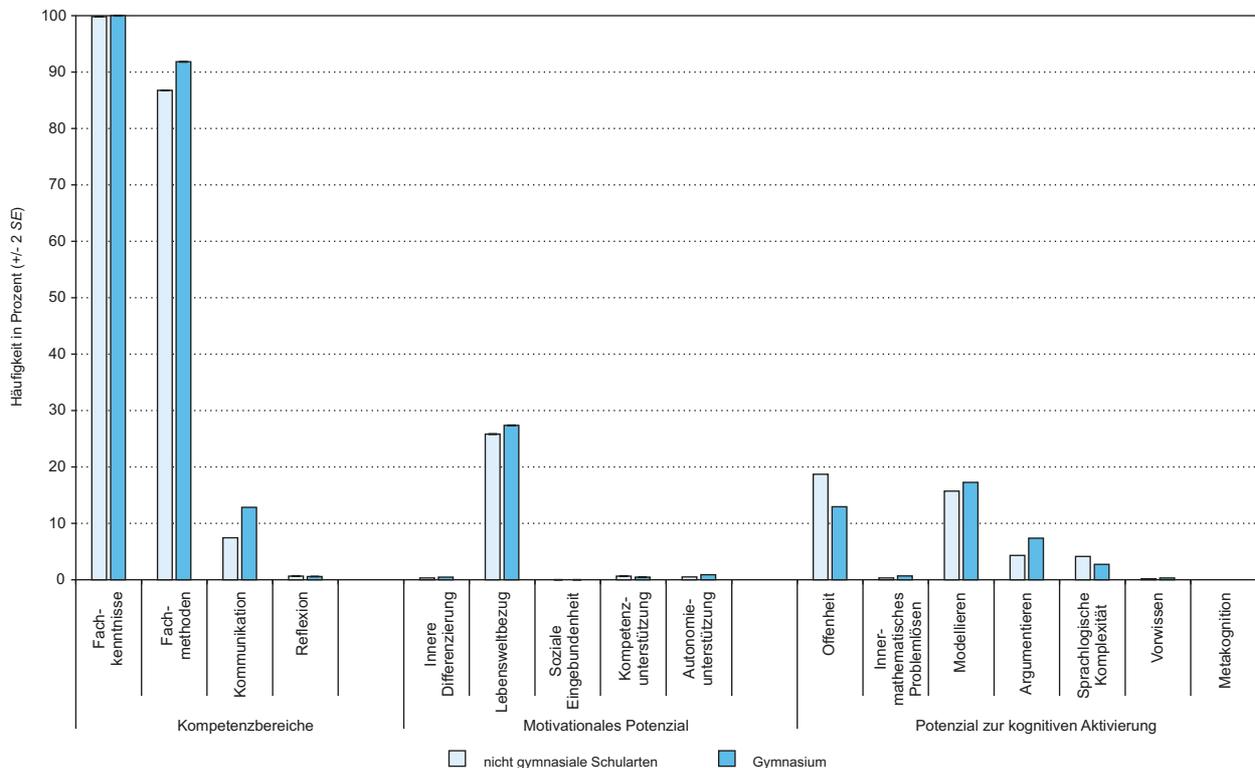
4 Da der personenzentrierte Ansatz zu überlappungsfreien Profilen führt, kann auch ein variablenzentriertes Vorgehen sinnvoll sein. Die Ergebnisse zeigen im Kern, dass – unter der Kontrolle der Schulart – eine höhere Disziplin und Unterstützung mit einer höheren mathematischen Kompetenz, einem größeren Interesse und einer höheren instrumentellen Motivation einhergeht. Auch eine häufigere Konfrontation mit innermathematischen und einfachen Anwendungsaufgaben geht mit einer höheren Kompetenz und einem höheren Interesse einher. Differenzierter sind die Ergebnisse in Bezug auf die Facetten der kognitiven Aktivierung: Häufiges Argumentieren ist mit einer höheren Kompetenz verbunden, wohingegen die Ermutigung zum mathematischen Denken mit einer geringeren Kompetenz und gleichzeitig höherem Interesse und instrumenteller Motivation einhergeht.

tion einhergehen. Auch hierbei kann es gewinnbringend sein, adaptiv auf die Bedürfnisse einzelner Schüler\*innen einzugehen und sie adäquat zu unterstützen.

### 8.5.2 PISA-Ceco: eine vertiefte Beschreibung des Unterrichtsangebots

Die Untersuchung der Prüfungsaufgaben, die im Mathematikunterricht des Schuljahres 2021/2022 eingesetzt wurden, ermöglicht eine genauere Betrachtung des Unterrichtsangebots durch die Lehrkraft. Abbildung 8.6 (sowie Tabelle 8.3web für die Gesamtwerte) zeigt die prozentualen Häufigkeiten der drei Dimensionen (1) Orientierung an den Kompetenzbereichen der Bildungsstandards, (2) motivationales Potenzial sowie (3) Potenzial zur kognitiven Aktivierung in den PISA-Ceco-Prüfungsaufgaben differenziert nach Schularten.

Abbildung 8.6: Prozentuale Häufigkeiten der Aufgabenmerkmale



#### *Orientierung an den Kompetenzbereichen der Bildungsstandards*

Nahezu alle Mathematikprüfungsaufgaben der neunten Jahrgangsstufe, die im Rahmen von PISA-Ceco aus dem laufenden Schuljahr 2021/2022 analysiert wurden, zielen auf das Abfragen von *Fachkenntnissen* ab. Die Aufgaben verlangen von den Schüler\*innen unter anderem den Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen, das Verwenden von Routineverfahren oder das Arbeiten mit Termen, Tabellen und Diagrammen. Ein erheblicher Teil der Prüfungsaufgaben fordert Teilkompetenzen wie zum Beispiel das Verwenden mathematischer Darstellungen, mathematisches Modellie-

ren und Problemlösen, die dem Kompetenzbereich *Fachmethoden* der Bildungsstandards zugeordnet werden können. Die Anwendung von Fachmethoden wird in gymnasialen Prüfungsaufgabenstellungen etwas häufiger (ca. 91.8 %) gefordert als in Aufgaben nicht gymnasialer Schularten (ca. 86.8 %). Teilkompetenzen des Kompetenzbereichs *Kommunizieren*, wie zum Beispiel das mathematische Argumentieren oder Erklären von Beziehungen, werden dagegen nur in etwa einem Zehntel der Prüfungsaufgaben verlangt, in gymnasialen Aufgaben etwas häufiger (ca. 12.8 %) als in Aufgaben nicht gymnasialer Schularten (ca. 7.5 %). Der Kompetenzbereich *Reflexion*, der sich unter anderem aus Teilkompetenzen wie Reflexionen verwendeter mathematischer Modelle oder Reflexion von Lösungswegen, aber auch in der Bewertung zum Beispiel verschiedener Argumentationen zu mathematischen Inhalten oder von Ergebnisanwendungen in der realen Welt zusammensetzt, ist quasi kein Bestandteil der Prüfungsaufgaben der neunten Jahrgangsstufe.

### *Motivationspotenzial*

Insgesamt umfassen die Mathematikprüfungsaufgaben kaum Merkmale zur Förderung der Lernmotivation. Nur etwas mehr als ein Viertel der Aufgabenstellungen sind in einen konstruierten, authentischen oder realen *Lebensweltbezug* eingebettet. Darüber hinaus ermöglichen die Prüfungsaufgaben weder Möglichkeiten zur *inneren Differenzierung* zwischen unterschiedlichen Kompetenzniveaus der Fünfzehnjährigen noch zur *Kompetenz- und Autonomieunterstützung* sowie *sozialen Einbindung* (insgesamt in 0.4 bis 0.7 %).

### *Potenzial zur kognitiven Aktivierung*

Die im Rahmen von PISA-Ceco betrachteten Prüfungsaufgaben zeigen insgesamt ein geringes *Potenzial zur kognitiven Aktivierung*. Lediglich jede siebte Prüfungsaufgabe umfasst entweder einen offenen Arbeitsauftrag oder den Hinweis auf divergente Lösungen beziehungsweise Lösungswege, wobei das Merkmal *Offenheit* in Arbeitsaufträgen nicht gymnasialer Schularten etwas häufiger vorkommt (ca. 18.7 %) als in Arbeitsaufträgen am Gymnasium (ca. 13.0 %). *Modellieren*, also der Übersetzungsprozess zwischen „Realität“ und Mathematik, wird am häufigsten in den Prüfungsaufgaben gefordert und kommt in gymnasialen Prüfungsaufgaben (ca. 17.3 %) geringfügig häufiger vor als in Prüfungsaufgaben nicht gymnasialer Schularten (ca. 15.7 %). Die Aufforderung zum *innermathematischen Problemlösen* scheint dagegen wider Erwarten so gut wie kein Bestandteil aktueller Prüfungsaufgaben der neunten Jahrgangsstufe zu sein (ca. 0.5 %). Das Merkmal *Argumentieren* wird in nur ca. 6.1 Prozent der Prüfungsaufgaben gefordert – in gymnasialen Prüfungsaufgaben etwas häufiger (ca. 7.4 %) als in Aufgaben nicht gymnasialer Schularten (ca. 4.3 %). Die *sprachlogische Komplexität* scheint mit ca. 4.1 Prozent in nicht gymnasialen Prüfungen höher zu sein als die Komplexität von Arbeitsaufträgen im Rahmen gymnasialer Prüfungen (in ca. 2.7 %). Schließlich zeigt die

Untersuchung, dass die Merkmale *Aktivierung des Vorwissens* und *Metakognition*, also die Reflexion eigenen Lernziele oder Problemlösestrategien, keine Bestandteile von Prüfungsaufgaben sind (0 bis 0.3 %).

### *Zwischenfazit PISA-Ceco*

Prüfungen sollen den Unterricht widerspiegeln und das Ergebnis des Unterrichtsgeschehens abbilden. Sie ermöglichen es, eine Einschätzung zu bekommen, wie Lehrkräfte im Unterricht mehrdimensionale Bildungsziele adressieren. Betrachtet man die Prüfungsaufgaben, die im Rahmen von PISA-Ceco analysiert wurden, unter dem Aspekt der derzeit gültigen Bildungsstandards, zeigt sich, dass der Schwerpunkt im Mathematikunterricht auf der Vermittlung und Überprüfung von Fachkenntnissen und Fachmethoden liegt. Anforderungen aus dem Bereich Kommunikation finden sich – wenn überhaupt – häufiger in gymnasialen Prüfungsaufgaben wieder. Arbeitsaufträge, die die Anwendung reflexiver Kompetenzen benötigen, haben dagegen bisher keinen Eingang in die Prüfungsaufgaben gefunden.

Dies gilt ebenfalls für den motivationalen Charakter von Prüfungsaufgaben. Bisher bleibt das Potenzial, Schüler\*innen auch während der Überprüfung ihrer Leistung mit motivationsförderlichen Aufgaben zu unterstützen, weitestgehend ungenutzt. Nur ein Viertel der Aufgaben weist einen Lebensweltbezug auf. Auch wenn man annimmt, dass im Unterrichtsgeschehen eingebettete Übungsaufgaben theoretisch mehr Raum zur Förderung der Lernmotivation bieten als Prüfungsaufgaben, entsprechen die Ergebnisse einer Untersuchung aktueller Mathematikschulbücher der neunten Jahrgangsstufe. Auch hier wurden in den Arbeitsaufträgen weder Differenzierungspotenzial noch Möglichkeiten zur Kompetenz- und Autonomieunterstützung sowie sozialen Einbindung gefunden und am häufigsten das Merkmal Lebensweltbezug identifiziert (Heinle et al., 2022).

Auch in Hinblick auf das kognitive Aktivierungspotenzial der Aufgaben zeigt sich ein eher ernüchterndes, dennoch aus bisherigen Studien bekanntes Bild. Vier von sieben Möglichkeiten, Schüler\*innen zum aktiven Denken anzuregen, konnten in nur maximal drei Prozent der Aufgaben identifiziert werden. Am häufigsten wird das Modellieren, also der Übersetzungsprozess von „Realität“ und Mathematik gefordert – in gymnasialen Aufgaben etwas häufiger als in Prüfungsaufgaben anderer Schularten. Hier scheint sich etwas verändert zu haben. Die Untersuchung von Prüfungsaufgaben im Rahmen der COACTIV-Studie im Jahr 2003 zeigte noch, dass in Klassenarbeiten nicht gymnasialer Schulformen mehr Modellierungsaufgaben vorkamen als am Gymnasium (Jordan et al., 2008). Das mathematische Argumentieren, welches insgesamt kaum Bestandteil aktueller Prüfungsaufgaben zu sein scheint, wurde ebenfalls häufiger in gymnasialen Aufgaben verlangt. Dies entspricht Untersuchungen im Rahmen der COACTIV-Studie, die zeigen konnten, dass mathematisches Argumentieren in jeder zehnten gymnasialen Aufgabe und dagegen nur in jeder fünfzigsten Klassenarbeitsaufgabe nicht gymnasialer Schularten erforderlich war (Jordan et al., 2008). Nicht gymnasiale Prüfungsaufgaben umfassen dagegen häufiger eine offene Gestaltung der Arbeitsaufträge. Darüber

hinaus sind sie sprachlich etwas komplexer formuliert. In allen Schularten ist das inner-mathematische Problemlösen überraschenderweise kaum Bestandteil von Prüfungsaufgaben, obwohl es im Rahmen der Bildungsstandards gefordert wird. Damit fehlt in aktuellen Mathematikprüfungen die Anforderung, einen Wissenstransfer über eine einfache Reproduktion hinaus zu leisten. Außerdem werden im Rahmen der Aufgabenstellungen weder das Vorwissen noch Metakognitionen aktiviert. Diese Ergebnisse stehen im Einklang mit bisherigen Aufgabenanalysen aus dem Unterricht (vgl. Heinle et al., 2023; Herbert & Schweig, 2021; Jordan et al., 2008).

## 8.6 Zusammenfassung und Diskussion

Die Ergebnisse von PISA 2022 zeichnen ein Bild des Mathematikunterrichts, welches sich in einigen Facetten nahe dem Durchschnitt der OECD-Staaten bewegt. Betrachtet man – im Mittel – etwa die wahrgenommene Disziplin, dann berichten die Schüler\*innen in Deutschland Werte nur leicht unterhalb des Durchschnitts. Sie fühlen sich außerdem etwas weniger zum mathematischen Denken ermutigt, erfahren im Unterricht aber weit häufiger, dass Problemlösen und die Beschreibung einer Lösung gefordert werden. Damit ist offensichtlich eine wichtige Komponente der kognitiven Aktivierung Teil des Unterrichtsalltags in Deutschland. Genauso spielen aber immer noch schlichte Berechnungen und einfache Anwendungsaufgaben eine wesentliche Rolle im Mathematikunterricht. Ihre Häufigkeit liegt in Deutschland – genau wie in den ausgewählten Vergleichsstaaten – etwas höher als im internationalen Durchschnitt. Diese Aufgaben sind ein unverzichtbarer Teil des Mathematikunterrichts, weil mit ihnen insbesondere Mindeststandards adressiert werden. Nachholbedarf besteht in Deutschland zum einen in der Ermutigung zum mathematischen Denken und damit zum kreativen Umgang mit Mathematik. Interessant ist, dass gerade hier die Gymnasiast\*innen ein Defizit in ihrem Unterricht wahrnehmen. Zum anderen lässt sich der Mathematikunterricht in Deutschland auch hinsichtlich der Bearbeitung mathematischer Problemstellungen, die Herausforderungen des 21. Jahrhunderts betreffen, weiterentwickeln. Kritisch ist außerdem, dass sich die Fünfzehnjährigen, vorrangig am Gymnasium, nach wie vor wenig durch ihre Mathematiklehrkraft unterstützt fühlen – eine wichtige Basisdimension für qualitätsvollen Unterricht. Nur in den Niederlanden ist ebenfalls ein Rückgang der wahrgenommenen Unterstützung zwischen PISA 2012 und 2022 zu beobachten.

Blickt man differenzierter auf die Unterrichtslandschaft in Deutschland, so werden die oben genannten Ergebnisse im Wesentlichen durch die Unterrichtsmuster noch einmal bestätigt. Zentrale Aspekte sind auch hier die Unterstützung durch die Lehrkraft und die beiden Facetten der kognitiven Aktivierung, mathematisches Argumentieren sowie die Ermutigung zum mathematischen Denken. In fast 90 Prozent der Klassen zeigte sich eine mittelmäßige Ausprägung dieser Merkmale. In nur etwa 5 Prozent der Klassen wird das Unterrichtsklima in diesen Dimensionen als lernförderlich erlebt.

Am Gymnasium sind in diesen Klassen – vielleicht wenig überraschend – Interesse und Motivation der Fünfzehnjährigen besonders hoch.

Vergleicht man dieses Bild des Mathematikunterrichts mit den Ergebnissen aus der Begleitstudie PISA-Ceco, wird deutlich, dass die konkrete Ausgestaltung der Prüfungsaufgaben im Unterricht mit der Wahrnehmung der Jugendlichen übereinstimmt. So fokussieren die Aufgaben immer noch ein eher enges fachliches Wissen und abgegrenzte Methoden und unterstützen damit die Aussagen der Fünfzehnjährigen, die sich als gut mit mathematischen Konzepten vertraut einschätzen. Das Kommunizieren von Mathematik spielt bei den Prüfungsaufgaben eine untergeordnete Rolle. Vergleicht man die Schularten, so werden in gymnasialen Prüfungsaufgaben Fachmethoden und Kommunizieren etwas häufiger gefordert als in Aufgaben nicht gymnasialer Schularten. Auch dies ist konform mit der Sicht der Fünfzehnjährigen auf den Mathematikunterricht, der zufolge das Lösen von mathematischen Problemen besonders im Gymnasium im Mittelpunkt steht. Genauso belegen die Prüfungsaufgaben, dass die Facette mathematisches Argumentieren von Jugendlichen im Gymnasium eher wahrgenommen wird als an nicht gymnasialen Schularten. Reflexion ist kaum Bestandteil des Mathematikunterrichts in Deutschland. Diese Anforderung kommt in Prüfungsaufgaben so gut wie nie vor. Auch dieses Ergebnis deckt sich mit der Wahrnehmung der Lernenden, wonach flexibles, evaluatives und kreatives Denken im Kontext der Mathematik kaum gefördert wird. Von möglichen motivationalen Merkmalen zeigen die Prüfungsaufgaben lediglich lebensweltliche Bezüge, was sich ebenfalls mit den Resultaten aus PISA 2022 deckt. Diese zeigen, dass etwa ein Viertel der Schüler\*innen häufig von ihrer Lehrkraft ermutigt wurden, darüber nachzudenken, wie man ein Problem aus dem Alltag mathematisch lösen kann. Insgesamt bleibt das theoretische Motivationspotenzial von Aufgaben in der aktuellen Prüfungskultur des deutschen Mathematikunterrichts jedoch ungenutzt, die primär von der Messung des Lern- und Leistungsstands geprägt ist.

In den vergangenen Jahren wurden erhebliche Anstrengungen unternommen, die Aufgabekultur im Mathematikunterricht in Deutschland an die Anforderungen der Gegenwart anzupassen. PISA 2022 und PISA-Ceco zeigen, dass sich der Unterricht zwar etwas gewandelt hat, die Bemühungen um seine Verbesserung aber noch nicht ausreichen. In der Vergangenheit gab es bereits sinnvolle Ansätze wie zum Beispiel das bundesweite Programm SINUS („Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“; z. B. Hammer, 2008; Prenzel et al., 2009). Eine Besonderheit war, dass die Fortbildung durch die Kommunikation unter den Lehrkräften bestimmt war und die Kooperation zwischen Forschung und Praxis auf Augenhöhe erfolgte. An diese Art der Zusammenarbeit knüpft zum Beispiel auch das aktuelle bundesweite Unterrichtsentwicklungsprogramm QuaMath („Unterrichts- und Fortbildungsqualität im Mathematikunterricht entwickeln“; <https://quamath.dzlm.de/>) an. Wichtig scheint, diese Programme flächendeckend einzuführen und umzusetzen.

Insgesamt gilt es, weiterhin vermehrt Anstrengungen zu unternehmen, den Unterricht weiterzuentwickeln mit dem Ziel, ihn anschlussfähig an die in PISA erfolgreichen OECD-Staaten zu gestalten und die Potenziale der Schüler\*innen besser zu entfalten.

Wichtig ist, dabei nicht nur die fachliche Ebene umzusetzen, sondern eine ganzheitliche Sicht einzunehmen, die Unterricht als ein Zusammenspiel fächerübergreifender und fachspezifischer Merkmale betrachtet und sowohl kognitive als auch motivationale Bildungsziele anstrebt.

## Literatur

- Aebli, H. (2001). *Zwölf Grundformen des Lehrens* (11. Auflage). Klett-Cotta.
- Ayres, P. (2006). Using subjective measures to detect variations of intrinsic cognitive load within problems. *Learning and Instruction*, 16(5), 389–400. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.09.00>
- Aktionsrat Bildung. (2015). *Bildung. Mehr als Fachlichkeit: Gutachten*. Waxmann. <https://doi.org/10.25656/01:14007>
- Bardy, T., Holzäpfel, L., & Leuders, T. (2021). Adaptive tasks as a differentiation strategy in the mathematics classroom: Features from research and teachers' views. *Mathematics Teacher Education and Development*, 23(3), 26–53.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y. M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133–180. <https://doi.org/10.3102/0002831209345157>
- Baumert, J., Bos, W., & Lehmann, R. (2000). *TIMSS/III. Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie – Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn: Vol. 1. Mathematische und naturwissenschaftliche Grundbildung am Ende der Pflichtschulzeit*. Leske und Budrich.
- Betts, J. R. (2011). The economics of tracking in education. In E. A. Hanushek, S. Machin & L. Woessmann (Hrsg.), *Handbook of the economics of education* (S. 341–381). North Holland. <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-53429-3.00007-7>
- Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R., & Köller, O. (Hrsg.). (2006). *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichts Anregungen, Fortbildungs-ideen*. Cornelsen.
- Charalambous, C. Y., & Praetorius, A.K. (2020). Creating a forum for researching teaching and its quality more synergistically. *Studies in Educational Evaluation*, 67, Artikel 100894. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2020.100894>
- Clausen, M. (2002). *Unterrichtsqualität: Eine Frage der Perspektive?* Waxmann.
- Deutsches PISA-Konsortium. (2001). *PISA 2000: Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Leske und Budrich. <https://doi.org/10.1007/978-3-322-83412-6>
- Eickelmann, B., Gerick, J., & Koop, C. (2017). ICT use in mathematics lessons and the mathematics achievement of secondary school students by international comparison: Which role do school level factors play? *Education and Information Technologies*, 22(4), 1527–1551. <https://doi.org/10.1007/s10639-016-9498-5>
- Fauth, B., Decristan, J., Rieser, S., Klieme, E., & Büttner, G. (2014). Student ratings of teaching quality in primary school: dimensions and prediction of student outcomes. *Learning and Instruction*, 29, 1–9. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.07.001>

- Förtsch, C., Werner, S., Kotzebue, L. von & Neuhaus, B. J. (2016). Effects of biology teachers' professional knowledge and cognitive activation on students' achievement. *International Journal of Science Education*, 38(17), 2642–2666. <https://doi.org/10.1080/09500693.2016.1257170>
- Grünkorn, J., Klieme, E., Praetorius, A.K., & Schreyer, P. (2020). *Mathematikunterricht im internationalen Vergleich. Ergebnisse aus der TALIS-Videostudie Deutschland*. DIPF.
- Gwet, K. L. (2008). Computing inter-rater reliability and its variance in the presence of high agreement. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 61, 29–48. <https://doi.org/10.1348/000711006X126600>
- Hammer, C. (2008). Durch Aufgaben gesteuerter Mathematikunterricht. In Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (Hrsg.), *SINUS Bayern – Beiträge zur Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts* (S. 110–115). Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus.
- Hammer, S., & Ufer, S. (2023). Professional competence of mathematics teachers in dealing with tasks in lesson planning. *Teaching and Teacher Education*, 132, Artikel 104246. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2023.104246>
- Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Routledge.
- Heinle, A., Schiepe-Tiska, A., & Lewalter, D. (März 2023). *Erfassung des Potentials zur kognitiven Aktivierung in Aufgaben*. GEBF. 10. Tagung der Gesellschaft für Empirische Bildungsforschung (GEBF), Duisburg-Essen, Deutschland.
- Heinle, A., Schiepe-Tiska, A., Reinhold, F., Heine, J.H., & Holzberger, D. (2022). Supporting student motivation in class: the motivational potential of tasks. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 25(2), 453–470. <https://doi.org/10.1007/s11618-022-01090-3>
- Helmke, A. (2009). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität: Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts* (Neubearbeitung). Kallmeyer.
- Helmke, A. (2015). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität: Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts: Franz Emanuel Weinert gewidmet* (S. 69–102). Klett/Kallmeyer.
- Herbert, B., & Schweig, J. (2021). Erfassen des Potenzials zur kognitiven Aktivierung über Unterrichtsmaterialien im Mathematikunterricht. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 8(4), 502–520. <https://doi.org/10.1007/s11618-021-01020-9>
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1(1), 371–404.
- Hill, H. C., & Charalambous, Y. (2012). Teacher knowledge, curriculum materials, and quality of instruction: Lessons learned and open issues. *Journal of Curriculum Studies*, 44(4), 559–576. <https://doi.org/10.1080/00220272.2012.716978>
- Holzberger, D., & Schiepe-Tiska, A. (2021). Is the school context associated with instructional quality? The effects of social composition, leadership, teacher collaboration, and school climate. *School Effectiveness and School Improvement*, 32(3), 465–485. <https://doi.org/10.1080/09243453.2021.1913190>
- Jordan, A., Krauss, S., Löwen, K., Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., & Brunner, M. (2008). Aufgaben im COACTIV-Projekt: Zeugnisse des kognitiven Aktivierungspotentials im deutschen Mathematikunterricht. *Journal für Mathematikdidaktik*, 29(2), 83–107. <https://doi.org/10.1007/BF03339055>

- Klieme, E. (2013). Qualitätsbeurteilung von Schule und Unterricht: Möglichkeiten und Grenzen einer begriffsanalytischen Reflexion – ein Kommentar zu Helmut Heid. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 16(2), 433–441. <https://doi.org/10.1007/s11618-013-0356-6>
- Klieme, E., Eichler, W., Helmke, A., Lehmann, R., Nold, G., Rolff, H. G., Schröder, K., Thomé, G., & Willenberg, H. (2008). *Unterricht und Kompetenzerwerb in Deutsch und Englisch: Zentrale Befunde der Studie Deutsch-Englisch-Schülerleistungen-International (DESI)*. Beltz. <https://doi.org/10.25656/01:3149>
- Klieme, E., & Kuger, S. (2016). PISA 2015 context questionnaires framework: monitoring opportunities and outcomes, policies and practices modelling patterns and relations, impacts and trends in education. In OECD (Hrsg.), *PISA 2015 assessment and analytical framework: Science, reading, mathematics and financial literacy*. OECD. <https://doi.org/10.1787/9789264255425-en>
- Klieme, E., Pauli, C., & Reusser, K. (2009). The Pythagoras study: Investigating effects of teaching and learning in Swiss and German mathematics classrooms. In T. Janik & T. Seidel (Hrsg.), *The power of video studies in investigating teaching and learning in the classroom* (S. 137–160). Waxmann.
- Klieme, E., Lipowsky, F., Rakoczy, K., & Ratzka, N. (2006). Qualitätsdimensionen und Wirksamkeit von Mathematikunterricht. In M. Prenzel & L. Allolio-Näcke (Hrsg.), *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule: Abschlussbericht des DFG-Schwerpunktprogramms*. Waxmann.
- Klieme, E., Schümer, G., & Knoll, S. (2001). Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I: „Aufgabenkultur“ und Unterrichtsgestaltung. In E. Klieme & J. Baumert (Hrsg.), *TIMSS – Impulse für Schule und Unterricht. Forschungsbefunde, Reforminitiativen, Praxisberichte und Video-Dokumente*. Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF).
- KMK. (2002). *Bildungsstandards zur Sicherung von Qualität und Innovation im föderalen Wettbewerb der Länder*. [https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2002/2002\\_05\\_24-Bildungsstandards-Qualitaet.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2002/2002_05_24-Bildungsstandards-Qualitaet.pdf)
- KMK. (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss: Beschluss vom 4.12.2003*. [https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2003/2003\\_12\\_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf)
- KMK. (2004a). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich: Beschluss vom 15.10.2004*. [https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2004/2004\\_10\\_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf)
- KMK. (2004b). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss: Beschluss vom 15.10.2004*. [https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2004/2004\\_10\\_15-Bildungsstandards-Mathe-Haupt.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Haupt.pdf)
- KMK. (2010). *Konzeption der Kultusministerkonferenz zur Nutzung der Bildungsstandards für die Unterrichtsentwicklung*. [https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2010/2010\\_00\\_00-Konzeption-Bildungsstandards.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2010/2010_00_00-Konzeption-Bildungsstandards.pdf)
- KMK. (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss: Beschluss vom 18.10.2012*. [https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2012/2012\\_10\\_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf)
- KMK. (2022a). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich*. [https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2022/2022\\_06\\_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf)

- KMK. (2022b). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Erster Schulabschluss (ESA) und Mittlerer Schulabschluss (MSA)*. [https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2022/2022\\_06\\_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-ESA-MSA-Mathe.pdf)
- Kounin, J. S. (1970). *Discipline and group management in classrooms*. R. E. Krieger.
- Krauss, S., Lindl, A., Schilcher, A., & Tepner, O. (2017). Forschungsprojekt FALKO – Ein einleitender Überblick. In S. Krauss, A. Lindl & A. Schilcher (Hrsg.), *FALKO: Fachspezifische Lehrerkompetenzen. Konzeption von Professionswissenstests in den Fächern Deutsch, Englisch, Latein, Physik, Musik, Evangelische Religion und Pädagogik* (S. 9–66). Waxmann.
- Krauss, S., Bruckmaier, G., Lindl, A., Hilbert, S., Binder, K., Steib, N., & Blum, W. (2020). Competence as a continuum in the COACTIV study: the “cascade model”. *ZDM*, 52(2), 311–327. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01151-z>
- Kuger, S., Klieme, E., Lüdtke, O., Schiepe-Tiska, A., & Reiss, K. (2017). Mathematikunterricht und Schülerleistung in der Sekundarstufe: Zur Validität von Schülerbefragungen in Schulleistungsstudien. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 20(S2), 61–98. <https://doi.org/10.1007/s11618-017-0750-6>
- Kunter, M., Baumert, J., & Köller, O. (2007). Effective classroom management and the development of subject-related interest. *Learning and Instruction*, 17, 494–509. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.09.002>
- Kunter, M., & Voss, T. (2011). Das Modell der Unterrichtsqualität in COACTIV: Eine multikriteriale Analyse. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 85–113). Waxmann. <https://doi.org/10.31244/9783830974338>
- Kunter, M., & Trautwein, U. (2013). *Psychologie des Unterrichts*. UTB. <https://doi.org/10.36198/9783838538952>
- Leuders, T., Hußmann, S., Barzel, B., & Prediger, S. (2011). „Das macht Sinn“. Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 53(37), 1–9.
- Lipowsky, F., Rakoczy, K., Pauli, C., Drollinger-Vetter, B., Klieme, E., & Reusser, K. (2009). Quality of geometry instruction and its short-term impact on students’ understanding of the Pythagorean Theorem. *Learning and Instruction*, 19(6), 527–537. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.11.001>
- Mang, J., Seidl, L., Schiepe-Tiska, A., Tupac-Yupanqui, A., Ziernwald, L., Doroganova, A., Weis, M., Diedrich, J., Heine, J.-H., González Rodríguez, E., & Reiss, K. (2023). *PISA 2018 Skalenhandbuch. Dokumentation der Erhebungsinstrumente* (2. ergänzte Auflage). Waxmann. <https://doi.org/10.31244/9783830919964>
- Martínez, J. F., Borko, H., & Stecher, B. M. (2012). Measuring instructional practice in science using classroom artifacts: lessons learned from two validation studies. *Journal of Research in Science Teaching*, 49(1), 38–67. <https://doi.org/10.1002/tea.20447>
- Matsumura, L. C., Patthey-Chavez, G. G., Valdés, R., & Garnier, H. (2002). Teacher feedback, writing assignment quality, and third-grade students’ revision in lower- and higher-achieving urban schools. *The Elementary School Journal*, 103(1), 3–25. <https://doi.org/10.1086/499713>
- Neubrand, J. (2002). *Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen: Selbsttätiges Arbeiten in Schülerarbeitsphasen in den Stunden der TIMSS-Video-Studie*. Franzbecker.
- OECD. (2013). *What makes schools successful? Resources, policies and practices*. OECD.
- OECD. (2016). *PISA 2015 assessment and analytical framework: Science, reading, mathematics and financial literacy*. OECD.

- OECD. (2020). *Global teaching InSights: A video study of teaching*. OECD.
- Oelkers, J., & Reusser, K. (2008). *Qualität entwickeln, Standards sichern, mit Differenz umgehen: Eine Expertise im Auftrag von vier Ländern*. Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF).
- Pianta, R. C., & Hamre, B. K. (2009). Conceptualization, measurement, and improvement of classroom processes: Standardized observation can leverage capacity. *Educational Researcher*, 38(2), 109–119. <https://doi.org/10.3102/0013189X09332374>
- Praetorius, A.K., & Gräsel, C. (2021). Noch immer auf der Suche nach dem heiligen Gral: Wie generisch oder fachspezifisch sind Dimensionen der Unterrichtsqualität? *Unterrichtswissenschaft*, 49(2), 167–188. <https://doi.org/10.1007/s42010-021-00119-6>
- Praetorius, A.K., Klieme, E., Herbert, B., & Pinger, P. (2018). Generic dimensions of teaching quality: the German framework of Three Basic Dimensions. *ZDM – Mathematics Education*, 50(3), 407–426. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0918-4>
- Praetorius, A.K., Pauli, C., Reusser, K., Rakoczy, K., & Klieme, E. (2014). One lesson is all you need? Stability of instructional quality across lessons. *Learning and Instruction*, 31, 2–12. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.12.002>
- Prenzel, M., Friedrich, A., & Stadler, M. (2009). *Von SINUS lernen. Wie Unterrichtsentwicklung gelingt*. Kallmeyer.
- Reiss, K., & Hammer, C. (2021). *Grundlagen der Mathematikdidaktik: Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe* (2. Aufl.). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-65429-0>
- Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist*, 55(1), 66–78. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.55.1.68>
- Scheerens, J. (2004). Perspectives on education quality, education indicators and benchmarking. *European Educational Research Journal*, 3(1), 115–138. <https://doi.org/10.2304/eej.2004.3.1.3>
- Schiepe-Tiska, A. (2019). School tracks as differential learning environments moderate the relationship between teaching quality and multidimensional learning goals in mathematics. *Frontiers in Education*, 4(4). <https://doi.org/10.3389/feduc.2019.00004>
- Schiepe-Tiska, A., Heinle, A., Dümig, P., Reinhold, F., & Reiss, K. (2021). Achieving multidimensional educational goals through standard-oriented teaching. An application to STEM education. *Frontiers in Education*, 6, Artikel 592165. <https://doi.org/10.3389/feduc.2021.592165>
- Schiepe-Tiska, A., Heine, J. H., Lüdtke, O., Seidel, T., & Prenzel, M. (2016). Mehrdimensionale Bildungsziele im Mathematikunterricht und ihr Zusammenhang mit den Basisdimensionen der Unterrichtsqualität. *Unterrichtswissenschaft*, 44(3), 211–225. <https://doi.org/10.3262/UW1603211>
- Schiepe-Tiska, A., Reiss, K., Obersteiner, A., Heine, J.H., Seidel, T., & Prenzel, M. (2013). Mathematikunterricht in Deutschland: Befunde aus PISA 2012. In M. Prenzel, C. Sälzer, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2012. Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (S. 123–154). Waxmann. <https://doi.org/10.25656/01:18838>
- Schiepe-Tiska, A., & Schmidtner, S. (2013). Mathematikbezogene emotionale und motivationale Orientierungen, Einstellungen und Verhaltensweisen von Jugendlichen in PISA 2012. In M. Prenzel, C. Sälzer, E. Klieme & O. Köller (Hrsg.), *PISA 2012. Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland* (S. 99–121). Waxmann. <https://doi.org/10.25656/01:18838>

- Schlesinger, L., & Jentsch, A. (2016). Theoretical and methodological challenges in measuring instructional quality in mathematics education using classroom observations. *ZDM – Mathematics Education*, 48(1), 29–40. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0765-0>
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Houang, R. T., Wang, H., Wiley, D. E., Cogan, L. S., & Wolfe, R. G. (2001). *Why schools matter: a cross-national comparison of curriculum and learning*. Jossey-Bass.
- Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W., Müller, M., & Messner, R. (2012). Teaching methods for modelling problems and students' task-specific enjoyment, value, interest and self-efficacy expectations. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 215–237. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9341-2>
- Seidel, T., & Reiss, K. (2014). Lerngelegenheiten im Unterricht. In T. Seidel & A. Krapp (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie* (S. 253–275). Beltz Psychologie Verlags Union.
- Seidel, T., & Shavelson, R. J. (2007). Teaching effectiveness research in the past decade: The role of theory and research design in disentangling meta-analysis results. *Review of Educational Research*, 77, 454–499. <https://doi.org/10.3102/0034654307310317>
- Stemler, S. E. (2004). A comparison of consensus, consistency, and measurement approaches to estimating interrater reliability. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*, 9(1), 4. <https://doi.org/10.7275/96jp-xz07>
- Taut, S., & Rakoczy, K. (2016). Observing instructional quality in the context of school evaluation. *Learning and Instruction*, 46, 45–60. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2016.08.003>
- van de Grift, W. (2007). Quality of teaching in four European countries: a review of the literature and application of an assessment instrument. *Educational Research*, 49(2), 127–152. <https://doi.org/10.1080/00131880701369651>
- Vieluf, S., Praetorius, A. K., Rakoczy, K., Kleinknecht, M., & Pietsch, M. (2020). Angebots-Nutzungs-Modelle der Wirkweise des Unterrichts: ein kritischer Vergleich verschiedener Modellvarianten. *Zeitschrift für Pädagogik, Beiheft*, 66(1). <https://doi.org/10.25656/01:25864>
- Weinert, F. E. (2002). *Leistungsmessungen in Schulen* (2. unveränd. Aufl.). Beltz.
- Wenger, M., Lüdtke, O., & Brunner, M. (2018). Übereinstimmung, Variabilität und Reliabilität von Schülerurteilen zur Unterrichtsqualität auf Schulebene. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 21(5), 929–950. <https://doi.org/10.1007/s11618-018-0813-3>
- Wirtz, M., & Caspar, F. (2002). *Beurteilerübereinstimmung und Beurteilerreliabilität: Methoden zur Bestimmung und Verbesserung der Zuverlässigkeit von Einschätzungen mittels Kategoriensystemen und Ratingskalen*. Hogrefe.