

Karin BINDER, München, Nicole STEIB, Regensburg &
Stefan KRAUSS, Regensburg

Mehr Äste – mehr Panik? Extrinsische kognitive Belastung bei Baumdiagrammen, Doppelbäumen und Häufigkeitsnetzen

Einleitung und theoretischer Hintergrund

Für den Stochastikunterricht stehen eine Reihe von Visualisierungen zur Verfügung, um Situationen mit zwei dichotomen Merkmalen (z. B. Merkmal 1: Gesundheitsstatus mit den Ausprägungen *krank* vs. *gesund*; Merkmal 2: Testergebnis mit den Ausprägungen *Test positiv* vs. *Test negativ*) zu illustrieren: Baumdiagramme, Vierfeldertafeln, Einheitsquadrate, Doppelbäume, Netzdiagramme und viele mehr. Schulisch werden vor allem Vierfeldertafeln mit absoluten oder relativen Häufigkeiten (bzw. Wahrscheinlichkeiten) und Baumdiagramme mit relativen Häufigkeiten an den Ästen eingesetzt. Da Knoten-Ast-Strukturen wie Baumdiagramme das Potential besitzen, *sowohl* absolute Häufigkeiten in den Knoten (vgl. Abb. 1) *als auch* relative Häufigkeiten an den entsprechenden Ästen darzustellen, stehen Baumdiagramme sowie die erweiterten Knoten-Ast-Strukturen Doppelbaum (Wassner, 2004) und Netzdiagramm (Binder et al., 2020; Binder et al., in review) im Fokus des vorliegenden Beitrags. Diese Verbindungsmöglichkeit der beiden Repräsentationen ist entscheidend, weil es einerseits die Aufgabe von Mathematiklehrkräften ist, das Wahrscheinlichkeitskalkül zu vermitteln und andererseits ein Verständnis von Wahrscheinlichkeiten durch die Präsentation von absoluten Häufigkeiten unterstützt werden kann (Gigerenzer & Hoffrage, 1995; Binder et al., 2015). Überdies können Knoten-Ast-Strukturen „curricular mitwachsen“, indem mit entsprechenden Visualisierungen gearbeitet wird, die zunächst nur absolute Häufigkeiten in den Knoten enthalten, in der Sekundarstufe I können dann relative Häufigkeiten an den Ästen ergänzt werden und in höheren Klassen schließlich auch entsprechende Wahrscheinlichkeiten.

Zur empirischen Untersuchung des didaktischen Nutzens von Knoten-Ast-Strukturen sollen exemplarisch sogenannte „Bayesianische Aufgaben“ betrachtet werden, die sich in früheren Studien als besonders fehleranfällig herausgestellt haben und daher im Zentrum der vorliegenden Studie stehen:

- 100 von 10.000 Frauen einer bestimmten Altersklasse sind durchschnittlich an Brustkrebs erkrankt.
- Von 100 an Brustkrebs erkrankten Frauen erhalten im Durchschnitt 80 ein positives Testergebnis im Mammographie-Screening.

- Von 9.900 Frauen ohne Brustkrebs erhalten im Durchschnitt 950 fälschlicherweise ein positives Testergebnis im Mammographie-Screening.

Frage: Wie viele der Frauen mit positivem Test sind tatsächlich an Brustkrebs erkrankt. **Antwort:** 80 von $(80 + 950) \approx 7,8\%$

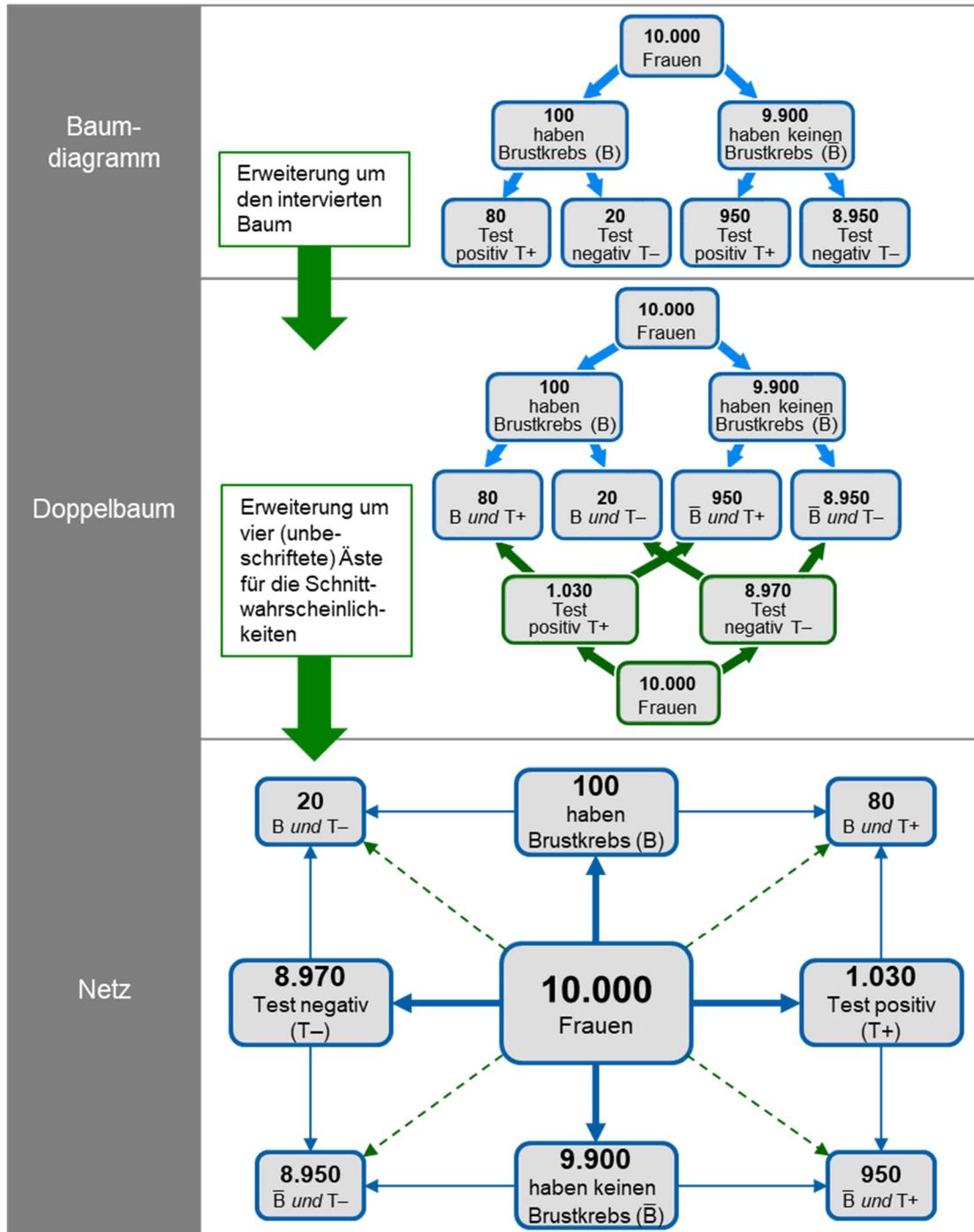


Abb. 1: Baumdiagramm (oben), Doppelbaum (Mitte) und Netzdiagramm (unten) mit absoluten Häufigkeiten in den Knoten. Alternativ könnten auch relative Häufigkeiten oder Wahrscheinlichkeiten an den Ästen dargestellt werden.

Die Knoten-Ast-Strukturen in Abbildung 1 visualisieren die Informationen aus der Aufgabe. Bei der Erweiterung vom Baumdiagramm zum Doppelbaum und schließlich zum Netzdiagramm wird die Darstellung zunehmend komplexer, da sukzessive weitere Knoten und Äste ergänzt werden. Die zunehmende Komplexität der Darstellung könnte die *extrinsische kognitive Belastung* (Chandler & Sweller, 1991) bei der Bearbeitung von Aufgaben erhöhen und somit die Lösung entsprechender Aufgaben sogar erschweren (Henze & Vehling, 2021). Anzumerken ist hierbei, dass Doppelbaum und Häufigkeitsnetz die gleichen Informationen beinhalten (wobei der Knoten mit der Gesamtstichprobe im Doppelbaum sogar doppelt vorkommt). Die zusätzlich eingezeichneten Äste im Häufigkeitsnetz („gestrichelt“), an denen prinzipiell eine Schnittwahrscheinlichkeit eingetragen werden könnte, könnte jedoch als Falsch-Antwort $P(A \cap B)$ statt $P(B|A)$ provozieren (Binder et al., 2020).

Andererseits könnte obige Aufgabe mithilfe eines bereits ausgefüllten Doppelbaums und Häufigkeitsnetzes leichter gelöst werden, weil – im Gegensatz zum Baumdiagramm – der Knoten mit den 1.030 positiv getesteten Frauen direkt abgebildet ist. Mit sukzessiver Erweiterung der Knoten-Ast-Struktur sinkt dementsprechend der *Grad der erforderlichen Inferenz* (Binder et al., in review).

Im Rahmen einer empirischen Studie wurde überprüft, welcher der beiden potentiellen Einflussfaktoren auf die Performanz von Versuchspersonen überwiegt: Die *zunehmende extrinsische kognitive Belastung* oder der *reduzierte Inferenzgrad* bei Erweiterung der Knoten-Ast-Struktur.

Methode

269 Schülerinnen und Schüler (Klasse 10) bearbeiteten je zwei Bayesiansche Aufgaben im Häufigkeitsformat zu zwei verschiedenen Kontexten (Kontext 1: Mammographie und Kontext 2: Persönlichkeitseigenschaft) in einem Papier-und-Bleistift-Test. Die Aufgaben lagen entweder als reine Textaufgabe vor (siehe oben) oder wurden zusätzlich zur Textaufgabe mit einem Häufigkeitsbaum, einem Häufigkeitsdoppelbaum oder Häufigkeitsnetz illustriert, das bereits vollständig ausgefüllt war (siehe Abb. 1; für Details zum Studiendesign siehe Binder, Steib & Krauss, in review). Kontext und Visualisierung wurden dabei systematisch variiert.

Ergebnisse und Diskussion

Abbildung 2 zeigt den Anteil korrekter Antworten für die unterschiedlichen Versionen. Durch eine zunehmende Erweiterung der Knoten-Ast-Strukturen von Baumdiagramm zu Doppelbaum und schließlich zum Häufigkeitsnetz

steigt die durchschnittliche Lösewahrscheinlichkeit. Der Effekt des reduzierten Inferenzgrades ist dementsprechend entscheidender als der Effekt der zunehmenden extrinsischen kognitiven Belastung durch die zusätzlich gezeigten Knoten und Äste. Obwohl diese Art der Darstellung den Schüler*innen völlig unbekannt war und die Visualisierung auch vorab nicht näher erläutert wurde, schnitt das vollständig ausgefüllte Häufigkeitsnetz dabei am besten ab.

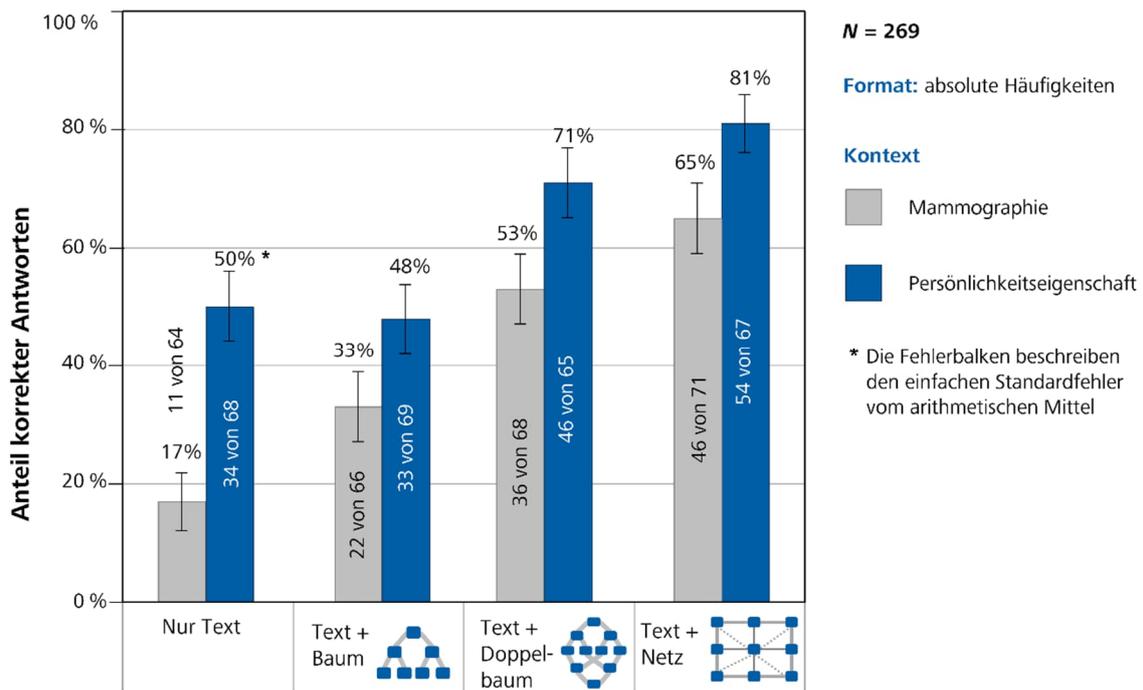


Abb. 2: Anteil korrekter Antworten getrennt nach der jeweiligen Visualisierung

Literatur

- Binder, K., Krauss, S. & Bruckmaier, G. (2015). Effects of visualizing statistical information – an empirical study on tree diagrams and 2x2 tables. *Frontiers in psychology*, 6, Artikel 1186.
- Binder, K., Krauss, S. & Wiesner, P. (2020). A new visualization for probabilistic situations containing two binary events – the frequency net. *Frontiers in psychology*, 11, Artikel 750.
- Binder, K., Krauss, S. & Steib, N. (in review). Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung?.
- Chandler, P., & Sweller, J. (1991). Cognitive load theory and the format of instruction. *Cognition and instruction*, 8(4), 293–332.
- Gigerenzer, G. & Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review*, 102(4), 684–704.
- Henze, N. & Vehling, R. (2021). Im Vordergrund steht das Problem - oder: warum ein Häufigkeitsnetz? *Stochastik in der Schule*, 41(1), 27–32.
- Wassner, C. (2004). *Förderung Bayesianischen Denkens - Kognitionspsychologische Grundlagen und didaktische Analysen*. Franzbecker.